



Università della
Calabria



Politecnico di Bari



Università degli Studi
della Basilicata



UNIVERSITÀ DEL SALENTO

Università del
Salento

*Dottorato di Ricerca in Ingegneria Idraulica per l'Ambiente e il
Territorio - XXI Ciclo*

Settore scientifico-disciplinare ICAR/01

Dissertazione per il conseguimento del titolo di Dottore di Ricerca

*EFFLUSSO DA LUCE DI FONDO DI UNA
TRAVERSA PER LAMINAZIONE DELLE
PIENE.*

*ANALISI SPERIMENTALE E MODELLAZIONE
NUMERICA 3D*

Agostino Lauria

Coordinatore
Prof. Ing. Paolo Veltri

Tutor
Prof. Ing. Francesco Calomino

Cosenza, Novembre 2008

Sommario

INTRODUZIONE	5
CAPITOLO 1.....	7
IL FENOMENO DI EFFLUSSO DA LUCI DI FONDO. STATO DELL'ARTE	7
1.1 GENERALITÀ	7
1.2 IL COMPORTAMENTO IDRAULICO DELLE PARATOIE.....	10
1.4 STUDI SPERIMENTALI	19
1.5 EQUAZIONI DI NAVIER-STOKES	52
CAPITOLO 2.....	53
LE EQUAZIONI DEL MOTO.....	53
2.1 EQUAZIONI DI NAVIER-STOKES IN CAMPO TURBOLENTO	53
2.2 MODELLI DI CHIUSURA DELLE EQUAZIONI DI NAVIER – STOKES.....	59
2.2.1 <i>Simulazione Diretta della Turbolenza – DNS</i>	61
2.2.2 <i>Large Eddy Simulation – LES</i>	63
2.2.3 <i>Il modello $k - \epsilon$ standard</i>	64
2.2.4 <i>Il modello RNG $k - \epsilon$</i>	65
2.2.5 <i>Il modello della lunghezza di mescolamento</i>	65
CAPITOLO 3.....	69
MODELLAZIONE NUMERICA CON IL CODICE DI CALCOLO FLOW – 3D	69
3.1 SISTEMI DI COORDINATE.....	69
3.2 EQUAZIONE DI CONTINUITÀ	70
3.3 EQUAZIONI DEL MOTO	71
3.3.1 <i>Sforzi tangenziali alla parete</i>	72
3.3.2 <i>Valutazione della viscosità</i>	72
3.3.3 <i>Interfacce fluide e superfici libere</i>	73
3.3.4 <i>Il metodo FAVOR</i>	74
3.3.5 <i>Modelli di turbolenza</i>	75
3.3.6 <i>Viscosità turbolenta</i>	77
3.3.7 <i>Equazione dell'Energia Cinetica Turbolenta</i>	78
3.3.8 <i>Dissipazione turbolenta</i>	80
3.3.9 <i>Condizioni al contorno di turbolenza</i>	80
3.3.10 <i>Modello della lunghezza di mescolamento di Prandtl</i>	82

3.4	APPROSSIMAZIONI NUMERICHE	83
3.4.1	<i>Generalità</i>	83
3.4.2	<i>Simbologia utilizzata</i>	84
3.4.3	<i>Metodo di soluzione alle Differenze Finite</i>	87
3.4.4	<i>Approssimazioni delle Equazioni del Moto</i>	88
3.4.5	<i>Metodo del primo ordine</i>	89
3.4.6	<i>Metodo del secondo ordine</i>	90
3.4.7	<i>Sforzi tangenziali di parete</i>	91
3.4.8	<i>Calcolo della pressione</i>	93
3.4.9	<i>Advezione scalare</i>	96
3.5	CONDIZIONI AL CONTORNO	98
3.5.1	<i>Condizioni al contorno nel dominio di calcolo</i>	99
3.5.2	<i>Condizioni al contorno per la pressione</i>	101
3.5.3	<i>Condizioni al contorno Continuative</i>	102
3.5.4	<i>Condizioni al contorno di tipo Outflow</i>	103
3.5.5	<i>Condizioni al contorno dei modelli di turbolenza</i>	106
3.5.6	<i>Contorni a superficie libera</i>	106
3.5.7	<i>Considerazioni sulla stabilità</i>	107
3.5.8	<i>Valutazione della resistenza al moto in correnti a superficie libera</i>	109
	CAPITOLO 4	125
	PROVE SPERIMENTALI	125
4.2	DESCRIZIONE DEL MODELLO	126
4.3	DESCRIZIONE DELLA STRUMENTAZIONE	130
4.3.1	<i>Stramazzo Thomson</i>	130
4.3.2	<i>Aste idrometriche</i>	132
4.3.3	<i>Piezometro</i>	133
4.3.4	<i>Misuratore di portata elettromagnetico</i>	133
4.3.5	<i>Misuratore di portata ultrasonico</i>	133
4.3.6	<i>Sistema di acquisizione dati</i>	134
4.3.7	<i>Trasduttore di pressione</i>	134
4.3.8	<i>Micromulinello</i>	135
4.3.9	<i>Sonda ADV - Vector</i>	136
4.4	<i>Procedura di svolgimento delle prove sperimentali</i>	136
4.5	<i>Risultati sperimentali</i>	139
4.5.1	<i>Prima serie</i>	139
4.5.2	<i>Seconda serie</i>	151

4.5.3	<i>Terza serie</i>	156
CAPITOLO 5		161
IMPLEMENTAZIONE DEL MODELLO NUMERICO E VERIFICA DEI RISULTATI		
OTTENUTI		161
5.1	IMPLEMENTAZIONE CON IL CODICE FLOW – 3D	161
5.2	DEFINIZIONE DELLA GRIGLIA E DELLA GEOMETRIA	161
5.3	CONDIZIONI AL CONTORNO	166
5.4	CONDIZIONI INIZIALI	167
5.5	SIMULAZIONI NUMERICHE	168
5.5.1	<i>Risultati numerici</i>	168
5.5.2	<i>Verifiche. Calcolo della portata</i>	175
5.5.3	<i>Distribuzione delle pressioni</i>	177
5.5.4	<i>Velocità nella vasca</i>	183
5.5.5	<i>Profilo della corrente</i>	185
5.5.6	<i>Confronto con i dati sperimentali</i>	190
5.5.7	<i>Conclusioni</i>	197
APPENDICE 1		198
APPENDICE 2		207
APPENDICE 3		218
APPENDICE 4		230
BIBLIOGRAFIA		247

INTRODUZIONE

Oggetto della tesi di dottorato è l'efflusso da una vasca di laminazione delle piene con luce di fondo, studiato sia attraverso prove sperimentali su un modello di laboratorio, sia attraverso la simulazione numerica del fenomeno con un modello di fluidodinamica computazionale (CFD).

E' stata anzitutto condotta una ricerca bibliografica sugli studi riguardanti il fenomeno di efflusso da paratoie piane, verticali o inclinate, i cui aspetti principali sono riportati nel cap. 1.

Il cap. 2 riguarda l'estensione delle equazioni di Navier-Stokes al caso del moto turbolento.

L'implementazione delle equazioni di Navier-Stokes nel modello di CFD usato per le simulazioni numeriche (FLOW-3D) è descritta nel cap. 3.

Il cap. 4 riguarda le osservazioni sperimentali, eseguite su un modello di vasca di laminazione con traversa dotata di luce di fondo rettangolare, variando l'inclinazione del paramento a monte della traversa (45° , $63,4^\circ$ e 90°), la larghezza della luce (86 mm, 106 mm e 142 mm) e la sua apertura (da 20 a 75 mm). Le misure dei livelli e delle portate effluenti sono state eseguite in continuo durante il transitorio, acquisendo in tal modo un considerevole numero di valori sperimentali .

Sono state osservate alcune caratteristiche peculiari del fenomeno, come la formazione di un vortice a monte della luce e di due fronti d'onda obliqui a valle di questa.

Sono state eseguite 66 prove , acquisendo in totale 1385 coppie di valori di livello e portata e determinando per ciascuna di esse il coefficiente d'efflusso.

Sono stati considerati gli effetti di scala, individuando le dimensioni della luce al disopra delle quali tensione superficiale e viscosità hanno effetti limitati.

L'analisi dimensionale ha permesso di ottenere una formula empirica in cui il coefficiente d'efflusso è funzione dell'apertura relativa (rapporto tra apertura verticale e carico a monte) e dell'inclinazione del paramento.

Il cap. 5 riguarda la modellazione numerica tridimensionale eseguita con il modello FLOW-3D, risolvendo le equazioni di Navier – Stokes accoppiate ad un opportuno modello di chiusura.

Sono stati simulati in tutto 15 configurazioni, di cui 9 relative all'inclinazione 90° , sia

nella condizione di fluido inviscido, sia nella condizione di moto turbolento, 3 relative all'inclinazione $63,4^\circ$ e 3 relative all'inclinazione 45° , con la sola condizione di fluido inviscido.

Come condizione iniziale è stata considerata una condizione idrostatica con vasca piena ed apertura istantanea della luce di fondo. Le condizioni al contorno sono state imposte con riferimento ad una situazione di regime, con livello a monte costante e pari a quello osservato sperimentalmente.

E' stato usato un computer parallelo biprocessore doppio Xeon HP workstation xw 8000. La durata delle simulazioni è stata imposta pari a 10 secondi, ritenendo in tal modo di raggiungere la situazione di regime. Il dominio di calcolo è composto da 1.204.875 celle. I tempi di calcolo necessari per lo svolgimento delle simulazioni sono stati 48 ore (nella configurazione inviscid flow) e 72 ore circa per l'altra condizione.

I riscontri con le misure sperimentali hanno riguardato le portate e i livelli, con i quali sono stati valutati i coefficienti d'efflusso, ottenendo in complesso valori calcolati molto prossimi a quelli ricavati dai dati sperimentali, sia nella condizione di fluido inviscido, sia nella condizione di moto turbolento

CAPITOLO 1

IL FENOMENO DI EFFLUSSO DA LUCI DI FONDO. STATO DELL'ARTE

1.1 Generalità

Le casse di espansione (denominazione usata per corsi d'acqua di pianura) e le vasche di laminazione (denominazione usata per corsi d'acqua di montagna) rappresentano una delle più efficaci tipologie di interventi strutturali per il controllo delle piene fluviali e la difesa attiva dalle inondazioni. La loro diffusione in Italia è stata recentemente oggetto di un'indagine, che ne ha censite ben 547 (Mosca e Botta, 2006).

Queste opere prevedono di solito la costruzione di un manufatto di sbarramento posto trasversalmente all'alveo, che provoca un rigurgito, consentendo così l'accumulo di parte dei volumi di piena in aree naturali del bacino.

Numerosi sono gli studi e ricerche riscontrati in letteratura sull'argomento, aventi ad oggetto gli aspetti idrologici, idraulici, costruttivi ed ambientali (Adami 1997; Da Deppo 1997, 1998; Maione, 2000; Mignosa, 2000; Giugni, 2000; Pagliara, 2000; Milano e Venutelli, 1996, 2003).

Usualmente si è soliti suddividere tali opere in due distinte categorie, secondo la collocazione dell'invaso rispetto al corso d'acqua, distinguendo pertanto tra casse di espansione in linea e fuori linea (o in derivazione): nel primo caso lo sbarramento è costituito da una traversa dotata, di norma, di luci di fondo atte a far transitare a valle le portate di magra, fino ad un valore massimo prefissato, superato il quale si realizza un rigurgito della corrente che genera l'invaso dei volumi di piena a monte della traversa stessa; le luci di fondo di cui è dotata la traversa fungono da organi di scarico, rappresentando pertanto veri e propri organi di controllo dei deflussi di piena rilasciati a valle (Adami, 1997; Da Deppo, 1997).

Nel caso di casse fuori linea, invece, il serbatoio è ubicato lateralmente al corso

d'acqua: in tale configurazione la derivazione delle portate di piena è controllata da un'opera di presa posta a monte dello sbarramento costruito in alveo, mentre lo scarico avviene mediante opere realizzate allo scopo, generalmente diverse dalla stessa opera di presa (Adami, 1997; Da Deppo, 1997), e di solito anch'esse dotate di luci di fondo. Questa tipologia, secondo la citata indagine di Mosca e Botta (2006), è la più diffusa e riguarda il 65 % delle opere censite.

Il manufatto di sbocco delle casse in linea è costituito generalmente, come accennato, da una traversa posta nella sezione di chiusura dell'area allagabile, realizzata in conglomerato cementizio; spesso il paramento di valle è sagomato con un profilo tracimabile, mentre altre volte viene realizzato uno sfioratore separato dal corpo della traversa. Questa è dotata di una o più luci di fondo fisse o mobili. La prima soluzione è da preferire in quanto a praticità e facilità di manutenzione, a fronte di un più preciso controllo dei deflussi ottenibile con luci regolate da organi mobili, che consentono tra l'altro la restituzione a valle di portate maggiori nella fase di crescita della piena entrante, grazie alla completa apertura delle luci; mentre all'aumentare della portata in ingresso, regolando l'apertura delle paratoie, è possibile rilasciare a valle una portata pressoché costante. Da qui l'osservazione che le luci mobili consentono di aumentare l'efficienza delle casse in linea (Giugni, 2000).

Va tenuto presente che, qualunque sia il tipo di luci presenti nella traversa, il vigente Regolamento Dighe (DPR 1363/59, modificato dal D.M. 212/82) prescrive che queste siano dotate di dispositivi di chiusura mediante paratoie o ture a rapida rimozione, allo scopo di consentire il riempimento dell'invaso sia in fase di collaudo che per successive verifiche dello stato di efficienza dell'opera.

La traversa può essere dotata di una soglia, in modo da fissare il punto di arresto della paratoia, alquanto rialzata sul fondo, almeno all'inizio dell'esercizio dell'opera, per rendere il funzionamento della luce più facilmente svincolato dalle condizioni di valle, anche nel caso di un progressivo interrimento della soglia stessa.

La fig. 1.1 mostra un esempio di traversa per laminazione con luce di fondo recentemente costruita sul fiume Esaro a Crotone nel quadro degli interventi per la protezione della città dalle alluvioni.

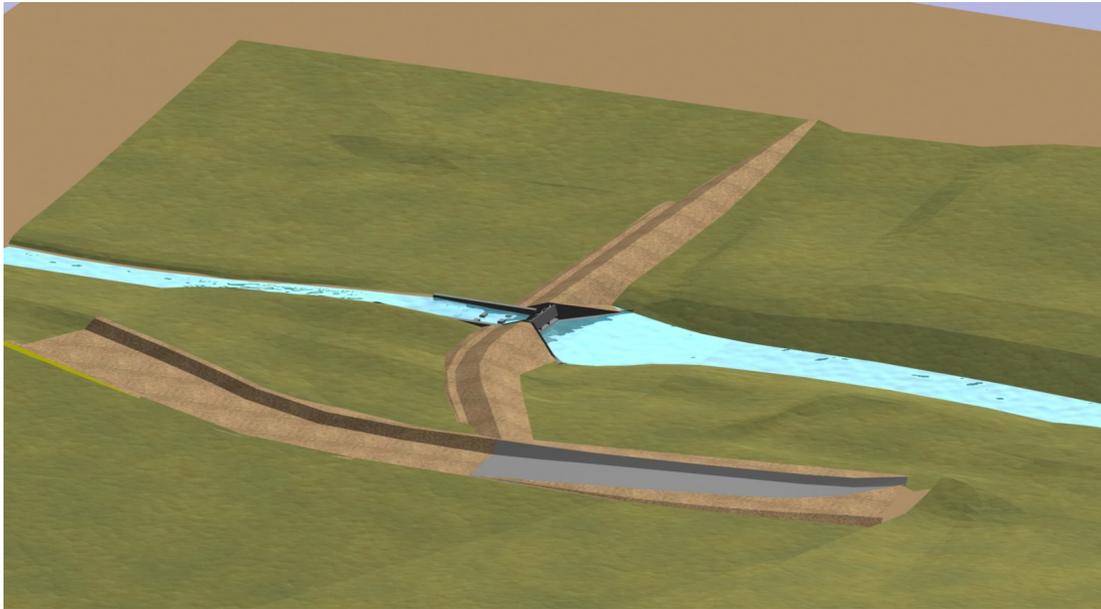


Fig. 1.1 . *Traversa per laminazione delle piene*

In ogni caso, sia che ci riferisca a casse di espansione in linea, sia a casse di espansione in derivazione, il funzionamento idraulico delle luci di fondo avviene, per le portate più piccole, con deflusso libero ovvero a stramazzo laddove sia presente una soglia di fondo.

Per portate superiori a quella massima defluente liberamente a valle, la corrente lambisce la sommità della luce, ovvero il bordo inferiore della paratoia, e il deflusso avviene a battente, con portata che cresce proporzionalmente alla radice quadrata del carico sulla luce, secondo una formula che di solito si scrive come

$$Q = C_d \cdot a \cdot b \cdot \sqrt{2gh} \quad (1.1)$$

dove a è l'altezza della luce, b è la sua larghezza, h il livello idrico rispetto alla base della luce stessa e C_d è il coefficiente d'efflusso.

La valutazione del coefficiente d'efflusso non è immediata, risentendo esso sia della forma e della posizione della struttura entro cui è collocata la luce, sia delle sue

dimensioni, sia del carico.

Oggetto della presente tesi di dottorato è uno studio sperimentale e numerico volto a determinare i valori del coefficiente d'efflusso per una luce rettangolare posta su una parete verticale o inclinata, con particolare riferimento ai bassi carichi, dell'ordine da 1.5 a 3 volte l'apertura della luce, che sono spesso riscontrabili nelle suddette opere.

La conoscenza del coefficiente d'efflusso riveste importanza per la determinazione dei livelli cui corrisponde una certa portata effluente. Infatti la portata Q è proporzionale alla radice quadrata del livello in vasca h tramite il coefficiente d'efflusso C_d

$$Q = \text{cost} \cdot C_d \cdot \sqrt{h}.$$

E' immediato verificare che a una variazione dC_d del coefficiente d'efflusso corrisponde una variazione del livello pari a

$$\frac{dh}{h} = \pm 2 \cdot \frac{dC_d}{C_d}$$

Se si valuta C_d con un errore percentuale del 30%, sul livello h si avrà un errore percentuale del 60%.

1.2 Il comportamento idraulico delle paratoie

In letteratura si trovano diversi studi che riguardano il comportamento idraulico delle paratoie piane, collocate in un canale della stessa larghezza della paratoia. Rispetto all'efflusso dalla luce di fondo di una traversa, quindi, la differenza consiste nella contrazione laterale che in quest'ultimo caso si riscontra, dando luogo a un fenomeno spiccatamente tridimensionale, mentre l'efflusso da paratoia è studiato solitamente sotto condizioni bidimensionali.

L'efflusso da una paratoia si può studiare secondo tre possibili approcci:

1. Studio del fenomeno con le ipotesi di moto a potenziale
2. Studio sperimentale, con il supporto dell'analisi dimensionale per pervenire a un'equazione che esprime il coefficiente d'efflusso in funzione di altre variabili rese adimensionali

3. Studio del fenomeno attraverso l'integrazione equazioni di Navier-Stokes con metodi numerici.

1.3 Studio del fenomeno con le ipotesi di moto a potenziale

L'efflusso è caratterizzato, come nota Ghetti (1991) dal fenomeno di contrazione della vena a valle della luce : le particelle seguono traiettorie curvilinee fino a una certa distanza, nella quale si trova la sezione contratta, dove esse ritornano rettilinee e parallele e la distribuzione delle pressioni è idrostatica. Il fenomeno quindi si può studiare con buona approssimazione come moto irrotazionale.

Attraverso la teoria del moto a potenziale è possibile valutare il coefficiente di contrazione C_c , cioè il rapporto tra l'area della sezione contratta e quella della luce, almeno nei casi geometricamente più semplici.

Nell'ipotesi che il fenomeno avvenga in assenza di gravità, nel qual caso il getto effluente prosegue in direzione dell'asse per effetto della forza d'inerzia, e nel caso di luce bidimensionale aperta su una parete piana molto più larga della luce stessa, si trova

$$C_c = \frac{\pi}{\pi + 2} = 0,611,$$

come mostrato da Kirchoff nel 1869.

In fig. 1.2 si mostra l'andamento delle linee equipotenziali e delle linee di corrente nel caso che le pareti siano poste a una distanza finita b ; l'andamento delle linee di reticolo di flusso deve adattarsi alla presenza delle pareti e ciò influisce sul valore del coefficiente di contrazione.

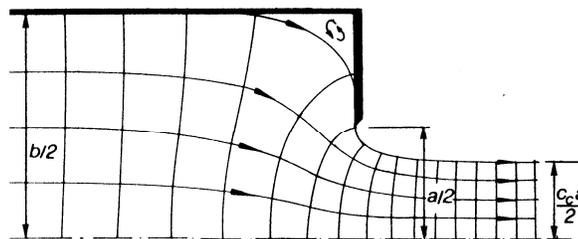


Fig. 1.2 Efflusso da luce in assenza di gravità (da Ghetti, 1991)

Von Mises nel 1917 calcolò i valori di C_c per luci bidimensionali poste al termine di recipienti, come in fig. 1.3 : i valori riportati da Ghetti (1991) sono indicati nella seguente tabella 1.1 , dalla quale si osserva che se la luce è inclinata secondo corrente il coefficiente di contrazione aumenta, mentre esso diminuisce se la luce è inclinata contro

corrente.

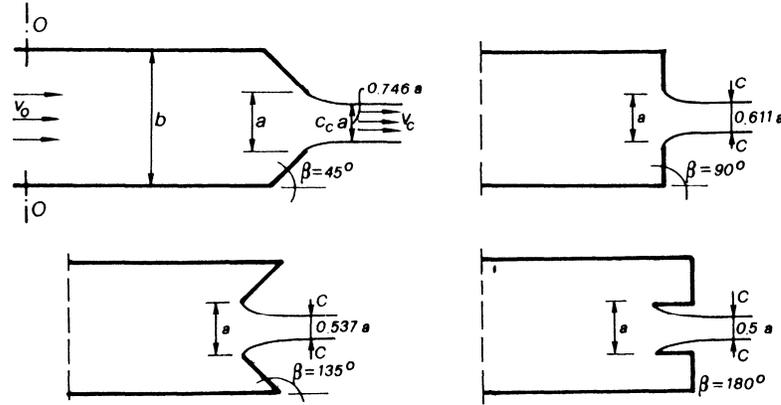


Fig. 1.3 Efflusso da luce inclinata (da Ghetti, 1991)

Tab. 1.1 – Coefficienti di contrazione per efflusso da luce inclinata

a/b	$\beta=45^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=135^\circ$	$\beta=180^\circ$
0,1	0,746	0,611	0,537	0,500
0,5	0,752	0,644	0,599	0,586
1,0	1,00	1,00	1,00	1,00

E' interessante il caso della luce bidimensionale posta a lato di una parete come in fig. 1.4, per la quale Von Mises determinò i coefficienti di contrazione, riportati nella seguente tabella 1.2.

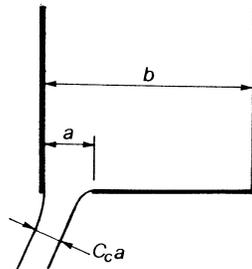


Fig. 1.4 – Efflusso da luce posta a lato di una parete (Ghetti, 1991)

Tab. 1.2 – Coefficienti di contrazione per efflusso da luce posta a lato di una parete

a/b	0	0,2	0,4	0,5
C _c	0,673	0,680	0,693	0,702

Applicando il teorema di Bernoulli tra una sezione a quota z_o e pressione p_o con velocità v_o e la sezione contratta a quota z_c e pressione p_c , con velocità v_c , si scrive :

$$z_o + \frac{p_o}{\gamma} + \frac{v_o^2}{2g} = z_c + \frac{p_c}{\gamma} + \frac{v_c^2}{2g}$$

e poichè dall'equazione di continuità risulta

$$v_o = \frac{v_c C_c a}{b}$$

si trova per la velocità v_c

$$v_c = \sqrt{\frac{2g \left[\left(z_o + \frac{p_o}{\gamma} \right) - \left(\frac{p_c}{\gamma} + \frac{v_c^2}{2g} \right) \right]}{1 - \frac{C_c^2 a^b}{b^2}}}$$

La portata unitaria q risulta

$$q = \frac{C_c a}{\sqrt{1 - \frac{C_c^2 a^b}{b^2}}} \sqrt{2g \left[\left(z_o + \frac{p_o}{\gamma} \right) - \left(\frac{p_c}{\gamma} + \frac{v_c^2}{2g} \right) \right]}$$

Se ora si pone

$$q = C_q a \sqrt{2g \left[\left(z_o + \frac{p_o}{\gamma} \right) - \left(\frac{p_c}{\gamma} + \frac{v_c^2}{2g} \right) \right]}$$

dove C_q è il coefficiente d'efflusso, si trova la relazione tra C_q e C_c

$$C_q = \frac{C_c}{\sqrt{1 - \frac{C_c^2 a^b}{b^2}}} \quad (1.2)$$

la quale mostra che, per $a < b$, risulta $C_q < C_c$, mentre per $a/b = 0$ $C_q = C_c$.

Nel caso tridimensionale di orifizio circolare simmetrico al termine di un condotto cilindrico Ghetti (1991) riporta che riscontri sperimentali permettono di applicare con buona approssimazione i valori di C_c ricavati dal caso bidimensionale. Il coefficiente d'efflusso si ricava tenendo conto del rapporto tra il diametro della luce d e quello del condotto D :

$$C_q = \frac{C_c}{\sqrt{1 - \frac{C_c^2 d^b}{D^2}}}$$

Si consideri ora il caso della paratoia collocata in un canale di uguale larghezza, quindi nel caso bidimensionale. La fig. 1.5 indica le linee equipotenziali e le linee di corrente. In prima approssimazione, anche in questo caso si possono assumere per il coefficiente di contrazione i valori del getto in assenza di gravità, poiché il fondo del canale si può considerare come un asse di simmetria.

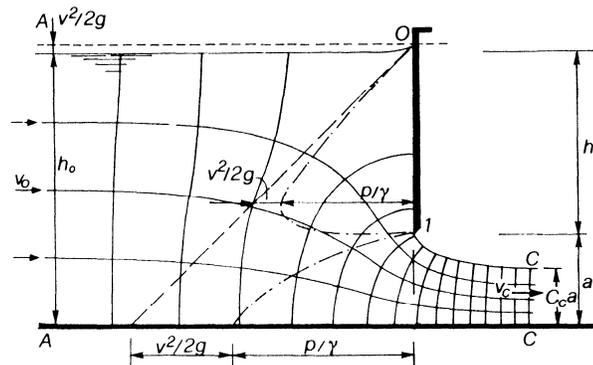


Fig. 1.5 Efflusso da paratoia (da Ghetti, 1991)

Si deve notare che a contatto con la parete verticale il pelo libero si alza fino a raggiungere la quota della linea dell'energia, in quanto si ha un punto di ristagno della velocità di arrivo v_o .

Facendo riferimento alla fig. 1.5, dove

b è la larghezza della paratoia

a è l'apertura verticale

h_o il livello idrico a monte

C_c è il coefficiente di contrazione,

applicando il teorema di Bernoulli con l'ipotesi di liquido perfetto tra una sezione a monte della paratoia e la sezione contratta, trascurando l'energia cinetica nella prima sezione, detta q la portata per unità di larghezza si ottiene :

$$h_o = C_c a + \frac{q^2}{(C_c a)^2 2g}$$

$$q = C_c a \cdot \sqrt{2g(h_o - C_c a)} \quad (1.3)$$

e per il coefficiente d'efflusso

$$C_q = \frac{C_c}{\sqrt{1 - \frac{C_c^2 a^3}{h^2}}} \quad (1.3.1)$$

L'efflusso di una corrente da una paratoia è stato studiato ampiamente con modelli matematici basati sulla teoria del moto a potenziale anche se, a volte, risultano evidenti le differenze tra i valori teorici e i dati sperimentali per quello che riguarda il coefficiente di contrazione C_c . Si ritiene che la causa delle differenze riscontrate tra i risultati del calcolo eseguito sulla base della teoria del moto a potenziale e le osservazioni sperimentali sia la resistenza delle pareti del canale e della superficie di monte della paratoia.

Cisotti (1907) fornì una relazione generale per il coefficiente di contrazione di vene effluenti da contorni simmetrici poligonali attraverso un orifizio di apertura a .

Nel caso particolare che vi siano due pareti parallele a distanza B , chiuse da una parete ad esse ortogonale sulla quale è posta la luce, il coefficiente di contrazione vale

$$C_c = \frac{\pi}{\pi + 2 \left(\frac{B}{\pi} - \frac{\pi}{B} \right) \cdot \arctan \frac{\pi}{B}}$$

che, per $B \rightarrow \infty$ dà la formula di Kirchoff

$$C_c = \frac{\pi}{\pi + 2} = 0,611.$$

Gentilini (1941), attraverso il procedimento di Cisotti, ha ricavato i coefficienti di contrazione C_c per una paratoia inclinata di un angolo α sull'orizzontale, secondo lo

schema in fig. 1.6, e da questi ha ottenuto i coefficienti d'efflusso C_d .

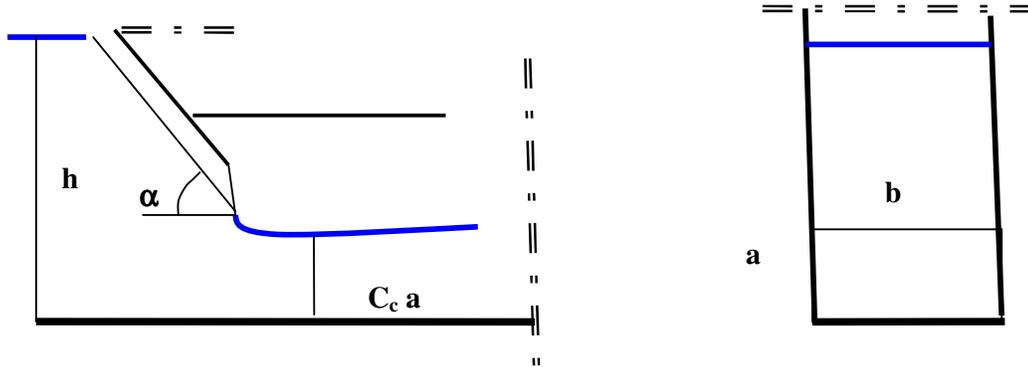


Fig. 1.6 Schema di paratoia inclinata

Infatti, se si assume per la portata la formula

$$Q = C_d \cdot a \cdot b \cdot \sqrt{2gh} \quad (1.1)$$

applicando il teorema di Bernoulli tra la sezione in cui l'altezza è h e la sezione contratta e detta q la portata per unità di larghezza si ottiene

$$h + \frac{q^2}{h^2 2g} = C_c a + \frac{q^2}{(C_c a)^2 2g}$$

$$h - C_c a = \frac{q^2}{2g} \left(\frac{1}{(C_c a)^2} - \frac{1}{h^2} \right)$$

$$h - C_c a = \frac{q^2}{2g} \left(\frac{h^2 - C_c^2 a^2}{(C_c a h)^2} \right)$$

$$h - C_c a = \frac{q^2}{2g} \left(\frac{(h - C_c a) \cdot (h + C_c a)}{(C_c a h)^2} \right)$$

$$1 = \frac{q^2}{2g} \left(\frac{(h + C_c a)}{(C_c a h)^2} \right)$$

$$1 = \frac{q^2}{2g} \left(\frac{\left(1 + C_c \frac{a}{h} \right) \cdot h}{(C_c a h)^2} \right)$$

$$q^2 = 2g \frac{C_c^2 a^2 h}{1 + C_c \frac{a}{h}}$$

$$q = \frac{C_c a}{\sqrt{1 + C_c \frac{a}{h}}} \sqrt{2gh}$$

dalla quale, per confronto con la 1.3, si trae

$$C_d = \frac{C_c}{\sqrt{1 + C_c \frac{a}{h}}} \quad (1.4)$$

La formula 1.4 mostra che, per C_c costante, C_d decresce con l'apertura relativa a/h . Infatti risulta

$$\frac{dC_d}{dA} = -\frac{1}{2} C_c^2 \cdot \left(1 + C_c \frac{a}{h}\right)^{-\frac{3}{2}}$$

I coefficienti d'efflusso teorici calcolati da Gentilini, per il caso $\alpha=90^\circ$, sono quelli riportati nella seguente fig. 1.7 in funzione di a/h , assieme a una curva interpolare la cui equazione compare nello stesso grafico.

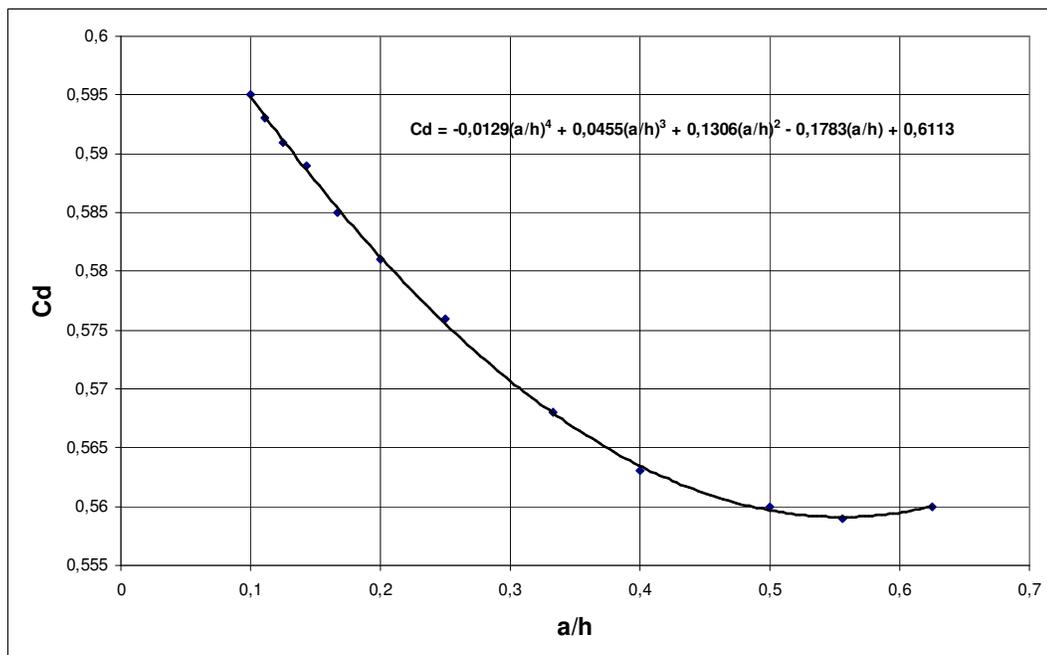


Fig. 1.7 Coefficienti di efflusso teorici (Gentilini, 1941)

Marchi (1953) ha studiato il problema dell'efflusso stazionario attraverso una luce soggiacente ad una paratoia piana a spigolo vivo tenendo conto, sia pure in modo approssimato, dell'influenza della gravità. I risultati ottenuti nei casi di paratoia verticale

e di paratoia inclinata di 30°, 45°, 60° sono posti a confronto con quelli sperimentali e con quelli teorici (in assenza della gravità) di altri autori. Per quanto riguarda la valutazione del coefficiente di contrazione, sono stati calcolati teoricamente i valori (sulla base di uno schema di moto irrotazionale) per paratoie che formano un angolo θ con l'orizzontale. Tali valori sono rappresentati in funzione del rapporto (h/a) . I risultati mostrano come, solo nel caso di paratoia verticale, il coefficiente di contrazione presenti un minimo per valori del rapporto (h/a) intorno a 3 – 5: in altre parole, per valori inferiori di tale rapporto, la vena si contrae meno.

Montes (1997) ha fornito una soluzione per condizioni di moto bidimensionale usando la tecnica di *conformal mapping*, includendovi l'effetto della gravità.

Per $\alpha=90^\circ$ risulta

$$C_c = \frac{\pi}{\pi + 2 \frac{h}{a} \arctan \frac{a}{h}}$$

che, per $h/a \rightarrow \infty$ dà

$$C_c = \frac{\pi}{\pi + 2}$$

La soluzione proposta da Montes permette di calcolare i coefficienti d'efflusso con la formula 1.4, che sono stati riportati assieme a quelli calcolati da Gentilini nella fig. 1.8.

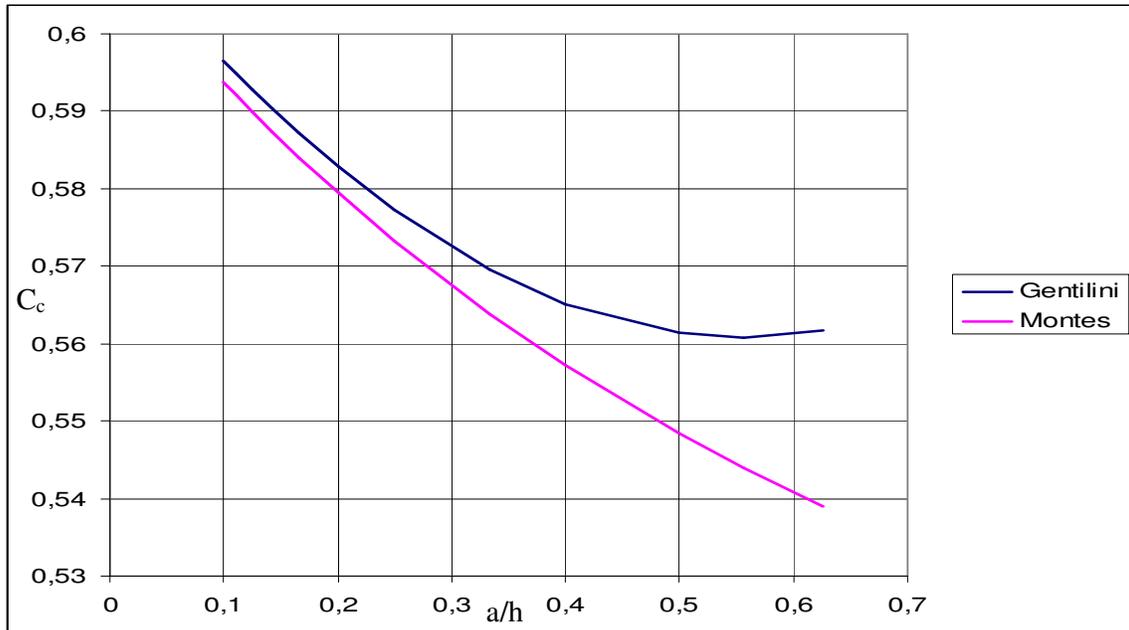


Fig. 1.8 Coefficienti d'efflusso valutati con la teoria di Montes (1997)

Si può concludere che, con la teoria del moto a potenziale, tenendo conto dell'effetto della gravità, si ottengono coefficienti d'efflusso che variano da 0,595 per $a/h=0,1$ a 0,54 per $a/h=0,6$.

1.4 Studi sperimentali

Prima di passare in rassegna le esperienze più significative che si trovano nella letteratura, occorre precisare alcuni aspetti essenziali sotto il punto di vista dell'analisi dimensionale. Si faccia riferimento alla seguente fig. 1.9, che riassume gli elementi geometrici essenziali del problema, dove :

b è la larghezza della luce

a è la sua apertura

h è il carico a monte

θ è l'angolo al piede della traversa.

Si considera inoltre lo sbocco della luce sul fondo di un canale di larghezza b , con pendenza nulla e pareti sufficientemente alte.

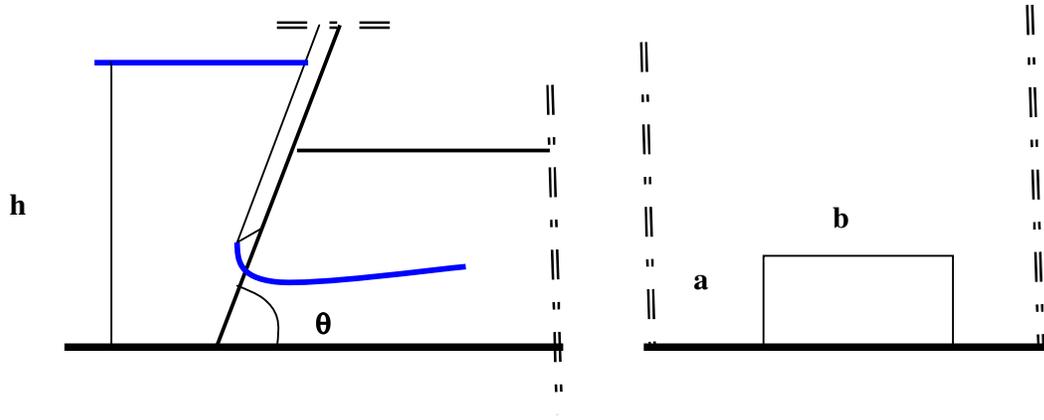


Fig. 1.9 Schema geometrico dell'efflusso

Secondo lo schema assunto, la portata Q può essere espressa in funzione di h , b , a , dell'angolo θ , dell'accelerazione di gravità g , della densità dell'acqua ρ , della viscosità cinematica ν e della tensione superficiale σ :

$$F(Q, h, b, a, \theta, \rho, \nu, \sigma) = 0$$

Inoltre, si è trascurato l'effetto della larghezza della traversa, B , in quanto solitamente essa è molto più grande della larghezza della luce b .

Dal teorema II si ottiene:

$$\Phi\left(q, \frac{b}{a}, \frac{h}{a}, \frac{a^{3/2}\sqrt{g}}{\nu}, \frac{\rho \cdot g \cdot a^2}{\sigma}, \vartheta\right) = 0$$

dove

$$q = \frac{Q}{a^{5/2}\sqrt{g}}$$

è la portata adimensionalizzata, il parametro b/a è il rapporto di forma ed i parametri

$$Re = \frac{a^{3/2}\sqrt{g}}{\nu} \tag{1.5}$$

e

$$We = \frac{\rho g a^2}{\sigma} \tag{1.6}$$

sono i numeri rispettivamente di Reynolds e di Weber calcolati in

corrispondenza della paratoia.

Il numero di Reynolds e il numero di Weber sopra definiti devono essere presi entrambi in considerazione quando negli esperimenti vengono utilizzati liquidi differenti. Se il liquido è lo stesso e la temperatura è costante, la viscosità e la tensione superficiale rimangono costanti: di conseguenza Re e We variano solo con l'apertura della luce, diventando dipendenti l'uno dall'altro, come indicato da Raju (1984), essendo:

$$We = \frac{\rho \cdot g^{1/3}}{\sigma} \cdot (Re^2 \cdot v^2)^{2/3} \quad (1.7)$$

sono i cosiddetti numeri di Reynolds e di Weber calcolati in corrispondenza della paratoia.

In questo caso dunque si può esprimere il coefficiente di efflusso come:

$$C_d = \Phi\left(\frac{a}{h}, \frac{b}{a}, Re, \theta\right) \quad (1.8)$$

Ovviamente, per l'applicazione a casi reali, poiché la similitudine meccanica è impossibile, si devono individuare le condizioni in cui l'influenza della viscosità e della tensione superficiale possano ritenersi trascurabili, sì da poter analizzare il fenomeno con la similitudine di Froude ed esprimere il coefficiente d'efflusso C_d in funzione delle sole variabili adimensionali apertura relativa, rapporto di forma e angolo θ , ossia

$$C_d = \Phi\left(\frac{a}{h}, \frac{b}{a}, \theta\right) \quad (1.9)$$

La presenza di effetti dovuti alla viscosità e alla tensione superficiale si può mettere in luce seguendo la metodologia proposta da Roth e Hager (1999), che consiste nell'analizzare il coefficiente di efflusso minimo, $C_{d,min}$, in funzione del numero di Reynolds. Procedendo in tal modo infatti è possibile individuare un valore soglia di Re , al di sotto del quale la viscosità influenza in modo sostanziale il fenomeno. Dall'andamento dei punti sperimentali (Re ; $C_{d,min}$) si evince che per valori di Re inferiori a un valore Re limite il coefficiente di efflusso varia rapidamente, mentre per valori maggiori esso rimane pressoché costante. Nelle esperienze di Roth e Hager questo numero di Reynolds risultava dell'ordine di 40.000. E' possibile inoltre valutare il rapporto tra le perdite di carico dovute alla viscosità e l'altezza cinetica, secondo la

procedura pure indicata da Roth e Hager, verificando che tale rapporto rimanga inferiore a poche unità percentuali.

Per quanto l'approccio sperimentale si considerano dapprima le esperienze condotte da Gentilini (1941), tralasciando i pur molti studi sperimentali eseguiti in precedenza.

Le esperienze furono svolte in un canale rettangolare di larghezza 16,1 cm, con la parete destra interamente in vetro e la parete sinistra in vetro per la lunghezza di 60 cm a monte e 20 cm a valle della paratoia, mentre la restante lunghezza della parete e il fondo erano in legno piallato e verniciato. La paratoia era in legno verniciato, inclinabile nella posizione desiderata; lo spigolo vivo della paratoia era ottenuto con una lastrina di ottone. L'apertura della paratoia veniva determinata tramite cinque misure eseguite con un calibro che consentiva la lettura del decimo di mm, in mezzeria del canale e in altre quattro posizioni.

La portata veniva misurata con uno stramazzo Thomson accuratamente tarato. L'altezza della corrente a monte era misurata con un'asta graduata provvista di nonio per le letture al decimo di mm, disposta in mezzeria del canale a circa 70 cm a monte della luce. Prima delle prove, venivano accuratamente stuccate le intercapedini fra le pareti del canale e la paratoia.

I risultati che riguardano la paratoia posta a 90° sono riportati nella seguente fig. 1.7. Nella stessa figura si riportano i valori teorici calcolati dallo stesso Autore e quelli teorici calcolati da Montes.

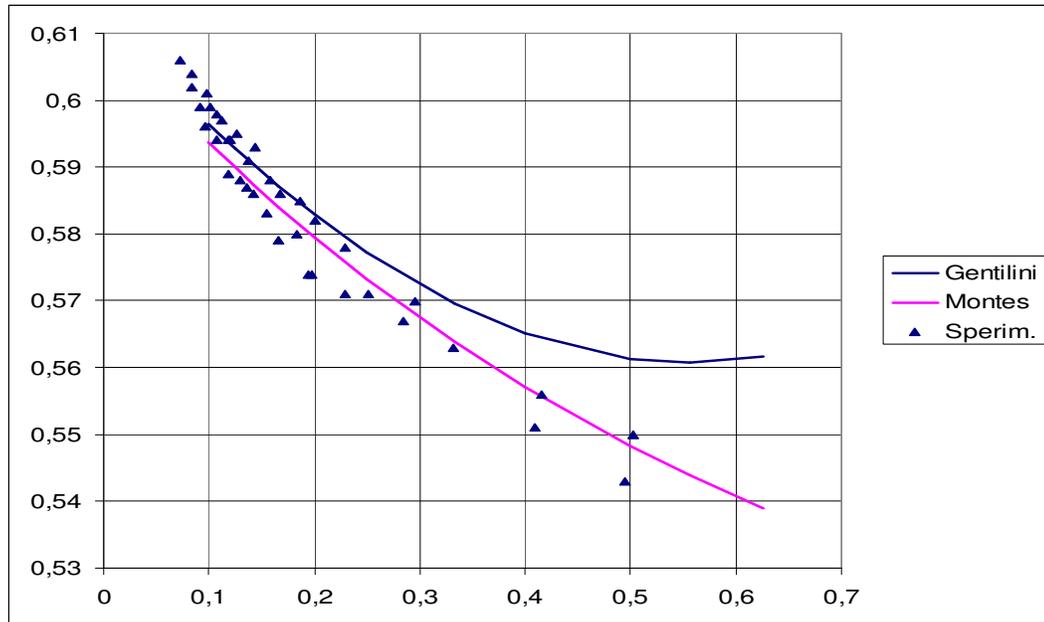


Fig. 1.10 *Cd sperimentali e teorici (Gentilini, 1941).*

Gentilini nota che per a/h da 0,1 a 0,17 l'accordo con i valori teorici è molto buono, mentre i valori sperimentali sono inferiori a quelli teorici all'aumentare dell'apertura relativa. L'Autore inoltre nota che effettivamente l'efflusso avviene in presenza di perdite di carico, e che i filetti liquidi, anziché fluire sul paramento della luce, come accadrebbe per un liquido perfetto, restano staccati da esso e convergono verso la luce con un'inclinazione minore di quella del paramento. In conseguenza di ciò, se fossero nulle le perdite di carico, i coefficienti d'efflusso sperimentali dovrebbero essere maggiori di quelli teorici, perché la contrazione della vena risulterebbe minore. Ma le perdite di carico fanno diminuire il coefficiente d'efflusso e la diminuzione risulta tanto più sensibile quanto maggiore è il rapporto a/h , perché esse hanno, percentualmente, un valore tanto più alto quanto maggiore è lo stesso rapporto. In particolare, per carichi piccoli rispetto all'apertura della luce, la diminuzione del coefficiente d'efflusso dovuta alle perdite di carico supera l'incremento connesso con la minore inclinazione dei filetti, mentre invece per valori piccoli di a/h questo incremento bilancia e supera la diminuzione del coefficiente d'efflusso conseguente alle perdite di carico.

Cozzo (1978) ha rielaborato i dati di Gentilini proponendo per la paratoia verticale l'espressione seguente, che interpola bene i dati sperimentali :

$$C_d = \frac{0,615}{1 + 0,300 \frac{a}{h}} \quad (1.10)$$

Montes (1997) osserva che i valori sperimentali del coefficiente di contrazione C_{cs} risultano in genere maggiori di quelli ricavati per via teorica, con una differenza dell'ordine di un 10% o più.

Evidentemente ciò dà luogo a valori di C_d più grandi di quelli ricavabili per via teorica, in quanto dalla 1.4

$$C_d = \frac{C_c}{\sqrt{1 + C_c \frac{a}{h}}}$$

si vede che C_d è crescente con C_c , come dimostra la derivata prima

$$\frac{dC_d}{dC_c} = \frac{1 + 0,5 \frac{a}{h}}{\sqrt{1 + C_c \frac{a}{h}}}$$

Montes attribuisce questa differenza a tre possibili motivi :

1. Presenza di uno strato limite lungo le pareti del canale e conseguente spostamento della vena
2. Angolo di uscita dalla paratoia diverso da quello teorico, sempre in conseguenza dello strato limite
3. Presenza di perdite di carico e conseguentemente profilo del getto effuente un po' più alto di quello teorico

I primi due motivi possono essere scartati se si valuta lo spessore dello strato limite.

Allo scopo è molto importante notare che lo strato limite si sviluppa sia sul fondo e sulle pareti del canale, sia sulla faccia della paratoia. In entrambi i casi la forte accelerazione della corrente dà luogo alla trasformazione dello spesso strato limite turbolento in un più sottile strato limite laminare, con il fenomeno cosiddetto di "rilaminarizzazione". Tale fenomeno avviene quando il parametro

$$K = \frac{v}{V^2} \frac{dV}{dy}$$

risulta maggiore di 3×10^{-6} .

Se si valuta la velocità e la sua derivata lungo la verticale, si trova che il parametro K è circa 10 volte maggiore del valore che dà luogo alla rilaminarizzazione.

Anche se si valuta lo spessore dello strato laminare al fondo del canale, in prossimità della paratoia, si perviene alla conclusione che questo spessore non può dar luogo all'aumento dei coefficienti di contrazione che si osserva per piccole aperture.

La presenza di uno strato limite può variare l'angolo tra la vena fluida effluente e la paratoia, come già osservato da Gentilini. Tuttavia, calcolato lo spessore dello strato laminare e ottenuto l'angolo β come

$$\beta = \tan^{-1} \left(\frac{d\delta^*}{dy} \right)$$

si vede che, ricalcolando i coefficienti di contrazione con la teoria del moto a potenziale, non si ottengono valori molto diversi da quelli teorici.

Per quanto riguarda il terzo motivo, invece, se si tiene conto, per fluidi reali, di una perdita di carico ΔH , la portata sarebbe

$$Q = C_c \cdot a \cdot b \cdot \sqrt{2g(H - \Delta H - C_c a)}$$

e per confronto con la

$$Q = C_{cs} \cdot a \cdot b \cdot \sqrt{2g(H - C_{cs} a)}$$

dove C_{cs} è il valore che si calcola dai dati sperimentali, ma con l'ipotesi di liquido perfetto,

posto $k = \frac{H - \Delta H}{H}$

si ottiene

$$C_c^3 - C_c^2 \left(k \frac{H}{a} \right) + C_{cs}^2 \left(\frac{H}{a} - C_{cs} \right) = 0$$

che, per $k < 1$, dà sempre $C_c < C_{cs}$.

La perdita di carico può essere quindi considerata la causa del fatto che si osservano coefficienti di contrazione maggiori di quelli teorici; questo fenomeno, d'altra parte, si riduce quando aumenta l'apertura a e per valori elevati del carico.

Rajaratnam e Subramanya (1967) riportano la seguente tabella 1.3 che permette di valutare C_c sulla scorta di dati di letteratura, dalla quale si vede che esso non si discosta molto dal valore di 0,61 :

Tab. 1.3 : *Coefficienti di Contrazione riportati da Rajaratnam e Subramanya (1967)*

a/h ₀	C_c					
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
Rayleigh	0,611					
Southwell and Valsey						0,608
Pager	0,611		0,6046	0,6036	0,6043	0,6066
Benjamin	0,611	0,606	0,6022	0,5995	0,598	0,5981

Gli Autori eseguirono delle esperienze per determinare la variazione di C_d con l'apertura relativa a/h , impiegando una canaletta di larghezza 45,7 cm, altezza 91,4 cm e lunghezza 5 m, con fondo in alluminio liscio e pareti in plexiglass. La paratoia era anch'essa in alluminio, dello spessore di 6,2 mm, con uno spigolo vivo in basso. La canaletta era alimentata da un serbatoio a carico costante e l'altezza della corrente era controllata da un'altra paratoia verticale posta all'estremità a valle. L'altezza h veniva misurata con un piezometro e la portata veniva misurata con un diaframma posto sulla linea di alimentazione.

Furono eseguite 20 prove con vena libera e 37 con vena rigurgitata. Per le prime si misurò anche l'altezza della vena contratta, ma tale misura non sembrò abbastanza precisa.

Dai dati riportati dagli Autori è stato ricavato il grafico nella seguente fig. 1.11, nel quale sono stati qui riportati i valori di C_d in funzione di a/h .

Nello stesso grafico sono riportati i valori di C_d valutato attraverso la formula 1.4; questi ultimi appaiono un po' superiori ai valori sperimentali.

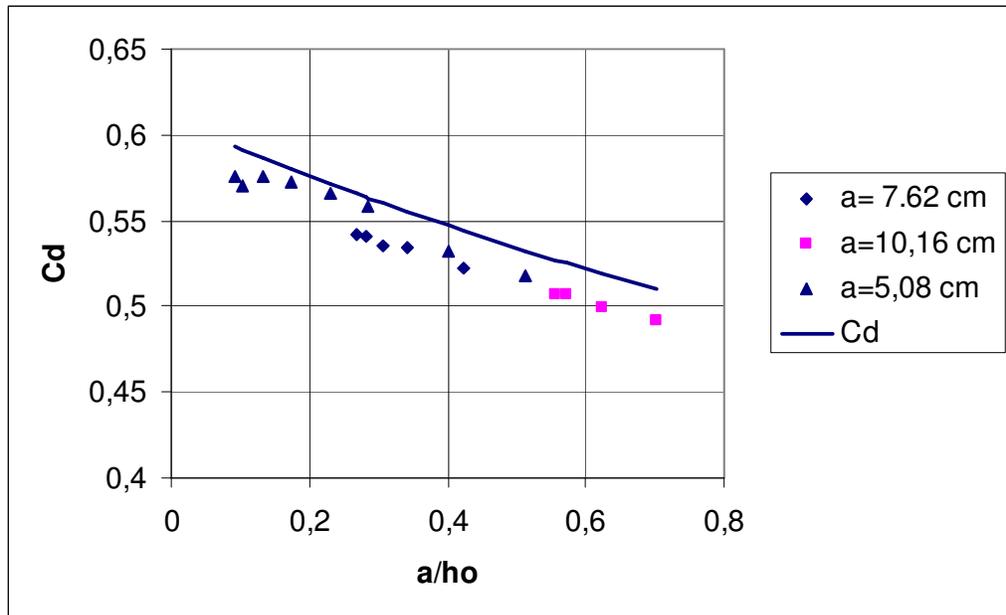


Fig. 1.11 – *Cd sperimentali e calcolati (Rajaratnam e Subramanya 1967)*

Si deve notare inoltre che Rajaratnam e Subramanya propongono di valutare la portata con la formula

$$Q = C'_d \cdot a \cdot b \cdot \sqrt{2g(h - C_c a)} \quad (1.11)$$

nella quale $C_c = 0,61$ e

$$C'_d = \frac{C_c}{\sqrt{1 - C_c^2 \cdot \left(\frac{a}{h}\right)^2}} \quad (1.12)$$

Infatti, applicando il teorema di Bernoulli tra una sezione a monte della paratoia e la sezione contratta si ottiene

$$h + \frac{v^2}{2g} = C_c a + \frac{v_c^2}{2g}$$

ed essendo per la continuità

$$v = \frac{v_c C_c a}{h}$$

si trova

$$h + \frac{(v_c C_c a)^2}{2gh^2} = C_c a + \frac{v_c^2}{2g}$$

da cui

$$v_c = \sqrt{\frac{2g(h - C_c a)}{1 - \frac{C_c^2 a^2}{h^2}}}$$

Essendo

$$Q = C_c a \cdot b \cdot v_c$$

si può scrivere la (1.11) dove il coefficiente d'efflusso C_d' ha l'espressione (1.12).

I valori calcolati con la (1.12) risultano un po' maggiori di quelli ottenuti dai dati sperimentali, come si vede nel grafico di fig. 1.12

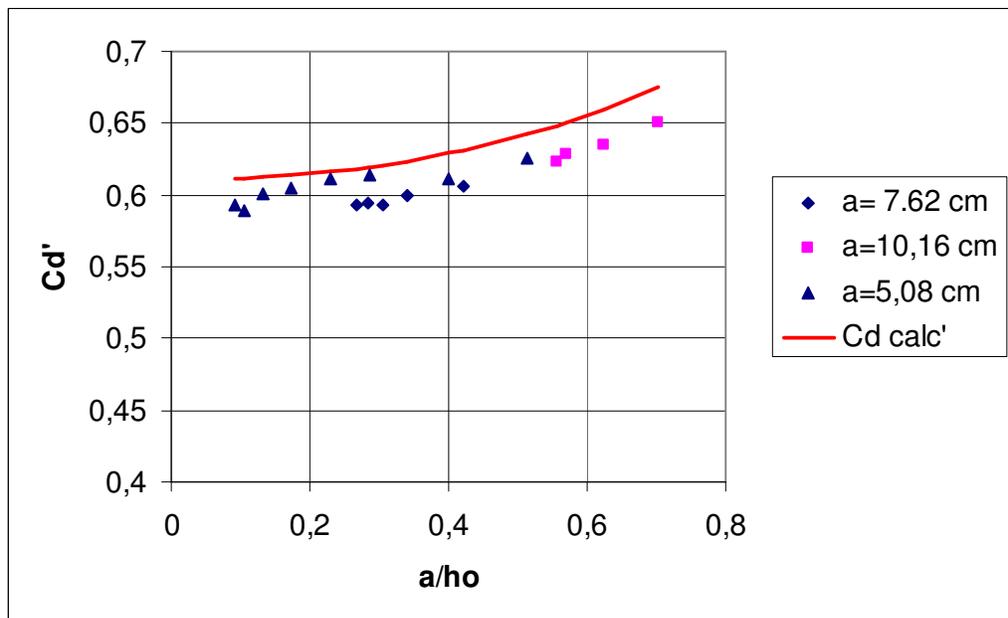


Fig. 1.12 C_d' sperimentali e calcolati (Rajaratnam e Subramanya 1967)

Successivamente Rajaratnam (1977) eseguì una seconda serie di esperienze, utilizzando una canaletta di larghezza 311,2 mm, altezza 914 mm e lunghezza 5 m, con pareti e fondo in plexiglass. Nella canaletta era posta una paratoia di alluminio di spessore 6,4 mm con spigolo vivo. I profili della superficie libera venivano misurati con asta idrometrica a punta con la precisione di 0,3 mm; la pressione veniva osservata con una sonda di pressione dello spessore di 4 mm e la velocità veniva misurata con tubo di

Pitot - Prandtl di diametro esterno 3,18 mm. Le aperture utilizzate sono state di 4, 3, 2 e 1 cm.

Lo schema è quello di fig. 1.13, dove y_0 è l'altezza della corrente nella sezione contratta e con H_0 è indicato il carico totale a monte.

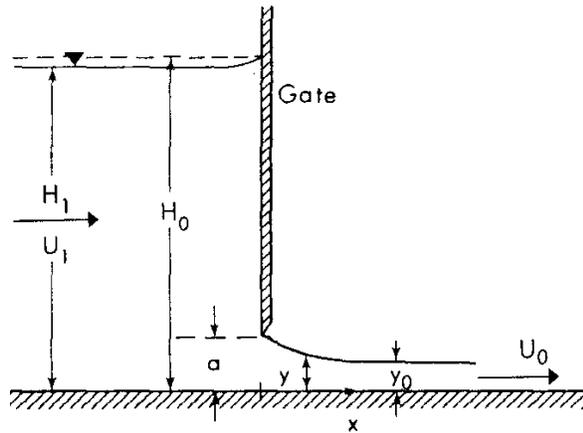


Fig. 1.13 Schema di paratoia verticale. Da Rajaratnam (1977)

Le osservazioni relative ai profili della vena permettevano di determinare i coefficienti di contrazione, indicati nella fig. 1.14 assieme ad altri dati di letteratura, che variavano tra 0,63 e 0,67, e quindi erano ben più alti del valore teorico $C_c=0,61$.

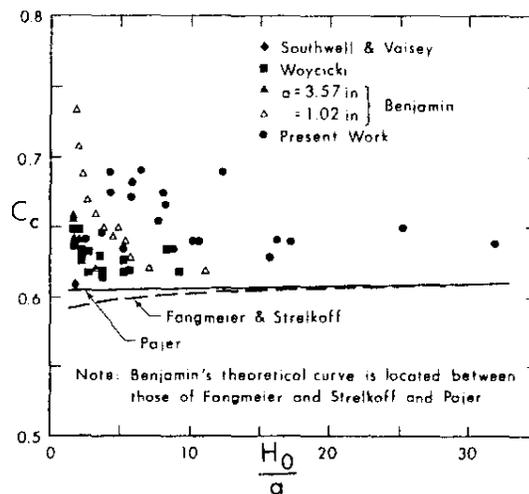


Fig. 1.14 Coefficienti di contrazione. Da Rajaratnam (1977)

Dalle osservazioni relative alla distribuzione delle velocità (fig. 1.15, dove x è l'ascissa e y' la distanza dal fondo sulla verticale) si poteva calcolare lo spessore dello strato limite, allo scopo di apportare una corrispondente correzione all'altezza della corrente. Tale correzione tuttavia non dava significative variazioni del coefficiente di contrazione.

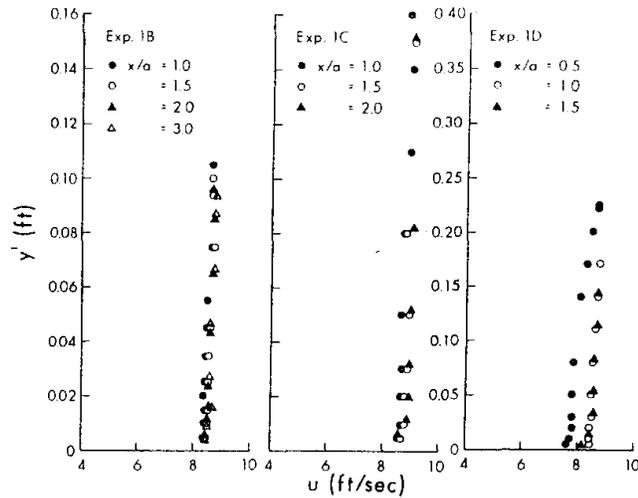


Fig. 1.15 *Profili di velocità. Da Rajaratnam (1977)*

L'osservazione delle pressioni permetteva di tracciare i diagrammi di pressione, che presentavano scostamenti dall'andamento lineare in prossimità della luce (fig. 1.16)

Il grafico che rappresenta la differenza rispetto al valore idrostatico (fig. 1.17) mostra che essa si annulla per $x=2a$. Si può dunque ritenere che questa sia la lunghezza della vena effluente dalla luce fino alla sezione contratta.

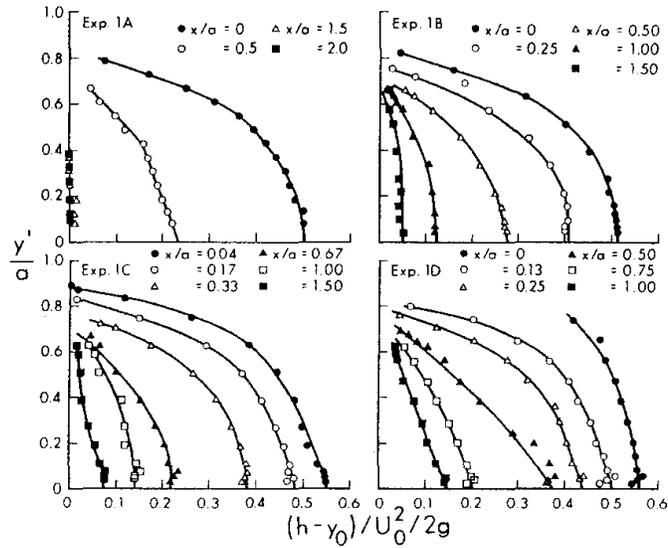


Fig. 1.16 Diagrammi della pressione. Da Rajaratnam (1977)

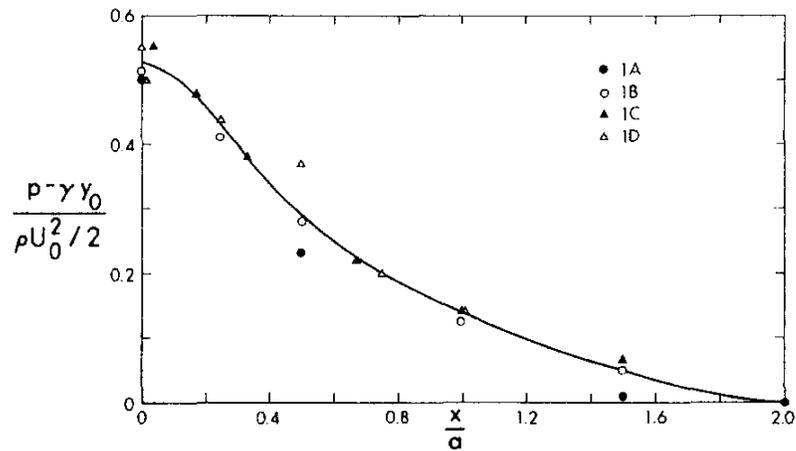


Fig. 1.17 Differenza rispetto alla pressione idrostatica . Da Rajaratnam (1977)

E' possibile però osservare che i dati di questo lavoro non permettono una corretta valutazione del coefficiente d'efflusso C_d secondo le formule 1.11 e 1.12, come evidenziato in fig. 1.18, in cui i valori ottenuti dai dati osservati sono maggiori di quelli calcolati con la (1.12), cosa che fa pensare alla presenza di effetti di scala per le aperture più piccole.

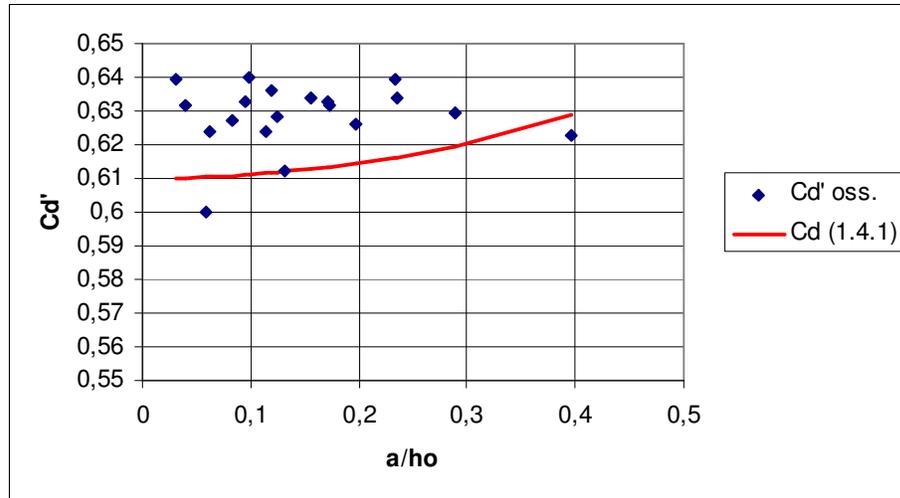


Fig. 1.18 Coefficienti d'efflusso C_d' sperimentali e calcolati secondo la (1.12).

Nago (1984), con riferimento allo schema in fig. 1.19, ha condotto un considerevole numero di esperienze, in canalette di larghezza 10, 20 30 e 40 cm, usando aperture a da 1 a 12 cm.

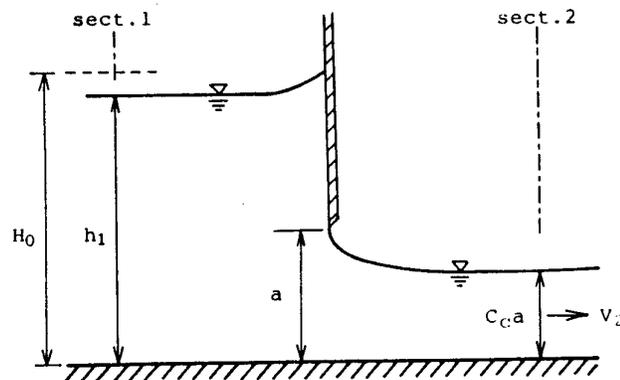


Fig. 1.19 – Schema sperimentale di Nago (1984)

I risultati sono riportati in fig. 1.20 assieme a due curve, una ricavata da Fangmeier e Strelkoff con la teoria del moto a potenziale, considerando l'effetto della gravità, l'altra ricavata sperimentalmente da Henry.

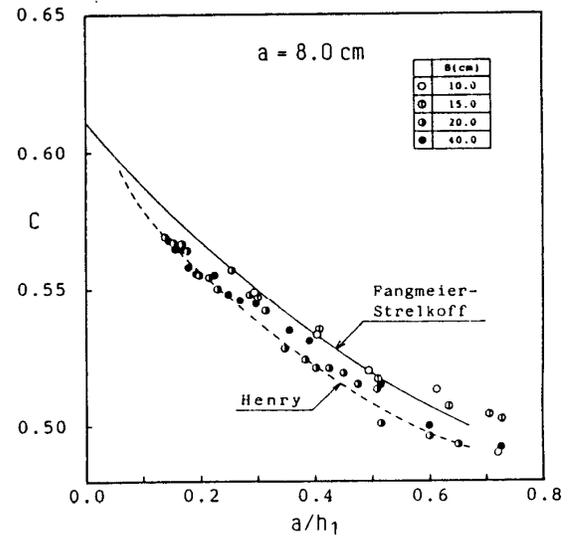
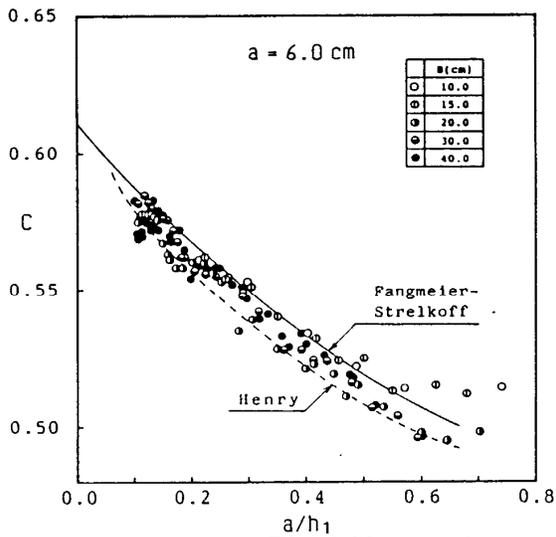
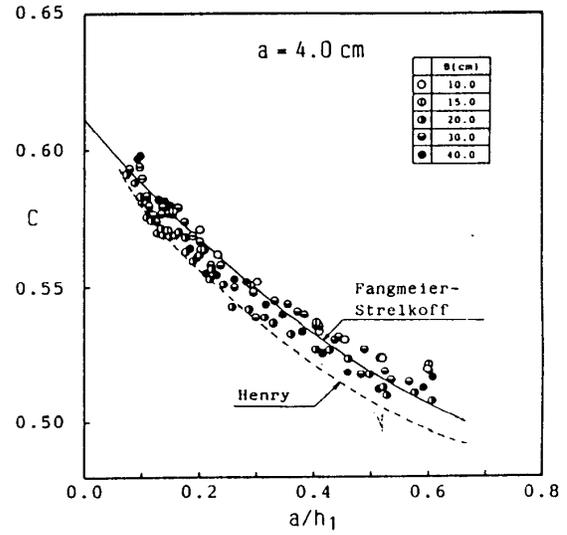
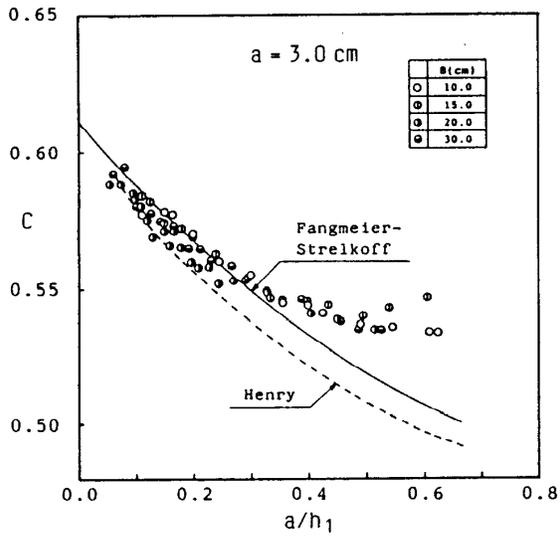
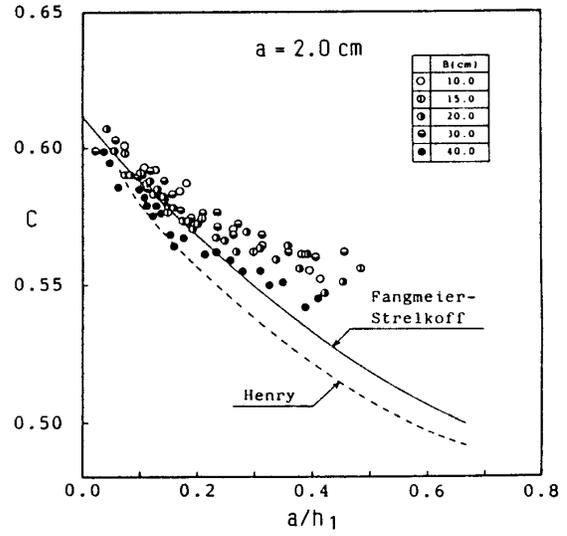
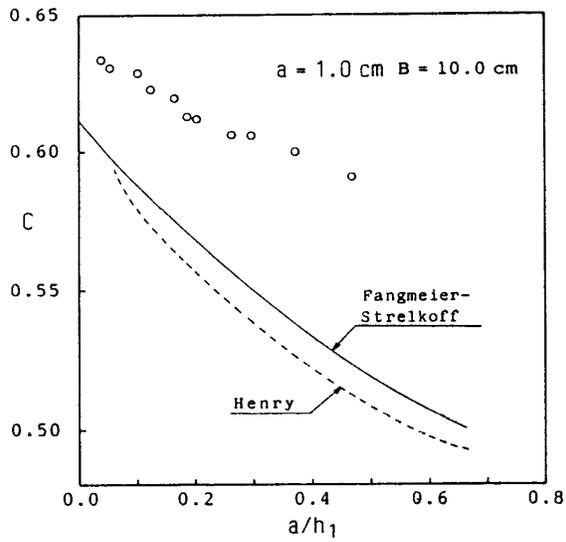


Fig. 1.20 – Risultati sperimentali di Nago (1984)

Dall'esame della figura si possono trarre due conclusioni :

1. L'influenza della larghezza del canale è evidente solo per l'apertura $a = 1$ cm
2. Il coefficiente d'efflusso C , espresso da

$$C = \frac{q}{a\sqrt{2gh_1}}$$

aumenta, a parità di a/h_1 , quando l'apertura a è più piccola, e ciò rivela la presenza di effetti di scala.

Esclusa l'influenza della larghezza del canale, e ricavate le medie dei coefficienti C per le diverse larghezze, questi si possono riportare in funzione dell'apertura a e del rapporto a/h_1 , come in fig. 1.21

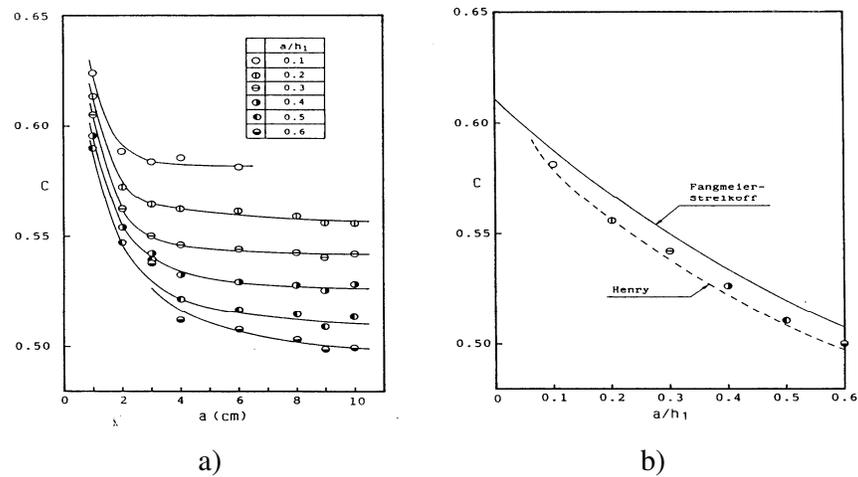


Fig. 1.21 a) Effetti di scala nei Coefficienti d'efflusso
 b) Coefficienti d'efflusso senza effetti di scala (Nago, 1984)

Dalla fig. 1.21 a) si vede che il coefficiente d'efflusso aumenta bruscamente, a parità di a/h_1 , al diminuire dell'apertura a , ma converge verso valori costanti, per ogni curva a/h_1 , all'aumentare di questa. La fig. 1.21 b) riporta i valori limite in funzione delle aperture relative, che si possono considerare privi di effetti di scala.

Sperli e Hager (1999) riprendono la formula data da Nago, valida per $\alpha = 90^\circ$,

$$C_d = 0,6 \cdot e^{-0,30 \frac{a}{h}} \quad (1.13)$$

che, come si vede dalla fig. 1.22, interpreta molto bene i valori sperimentali della fig. 1.21 b).

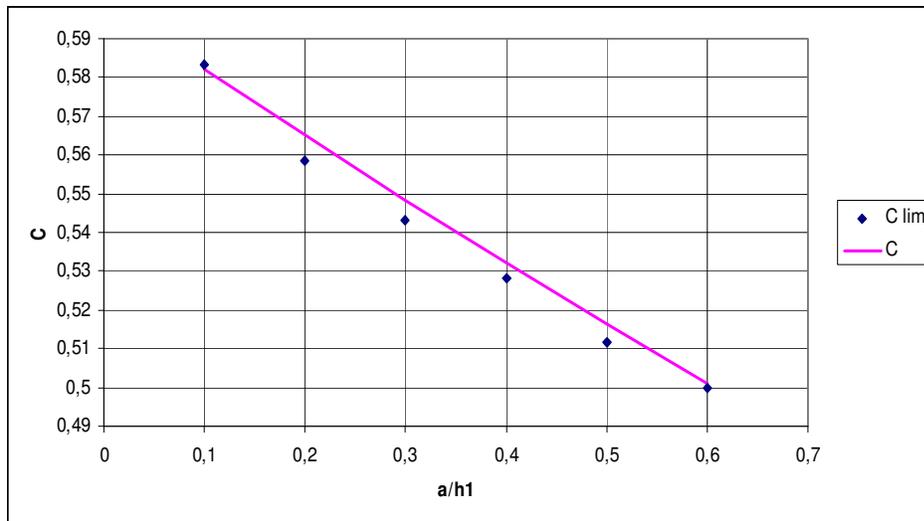


Fig. 1.22 - Coefficienti d'efflusso – valori limite e legge interpolare di Nago

Nella serie di esperienze condotta, Nago (1984) osservò anche i coefficienti di contrazione, sono indicati in fig. 1.23 assieme ai valori calcolati da Fangmeier e Strelkoff.

E' evidente che i coefficienti di contrazione aumentano al diminuire dell'apertura a , rivelando effetti di scala, che però scompaiono per aperture maggiori di 6 cm.

L'autore mette pure in evidenza come questo effetto di scala non si può attribuire alla presenza dello strato limite, il cui spessore è molto piccolo, ma all'effetto della viscosità e della tensione superficiale.

Se si valuta il carico totale nella sezione contratta, e si pone la perdita di carico

$$h_L = k \frac{v^2}{2g}$$

si può rappresentare l'andamento dei coefficienti k come in fig. 1.24, la quale mostra come le dissipazioni di energia relativamente più alte si presentino per le aperture più piccole, mettendo quindi in evidenza gli effetti di scala.

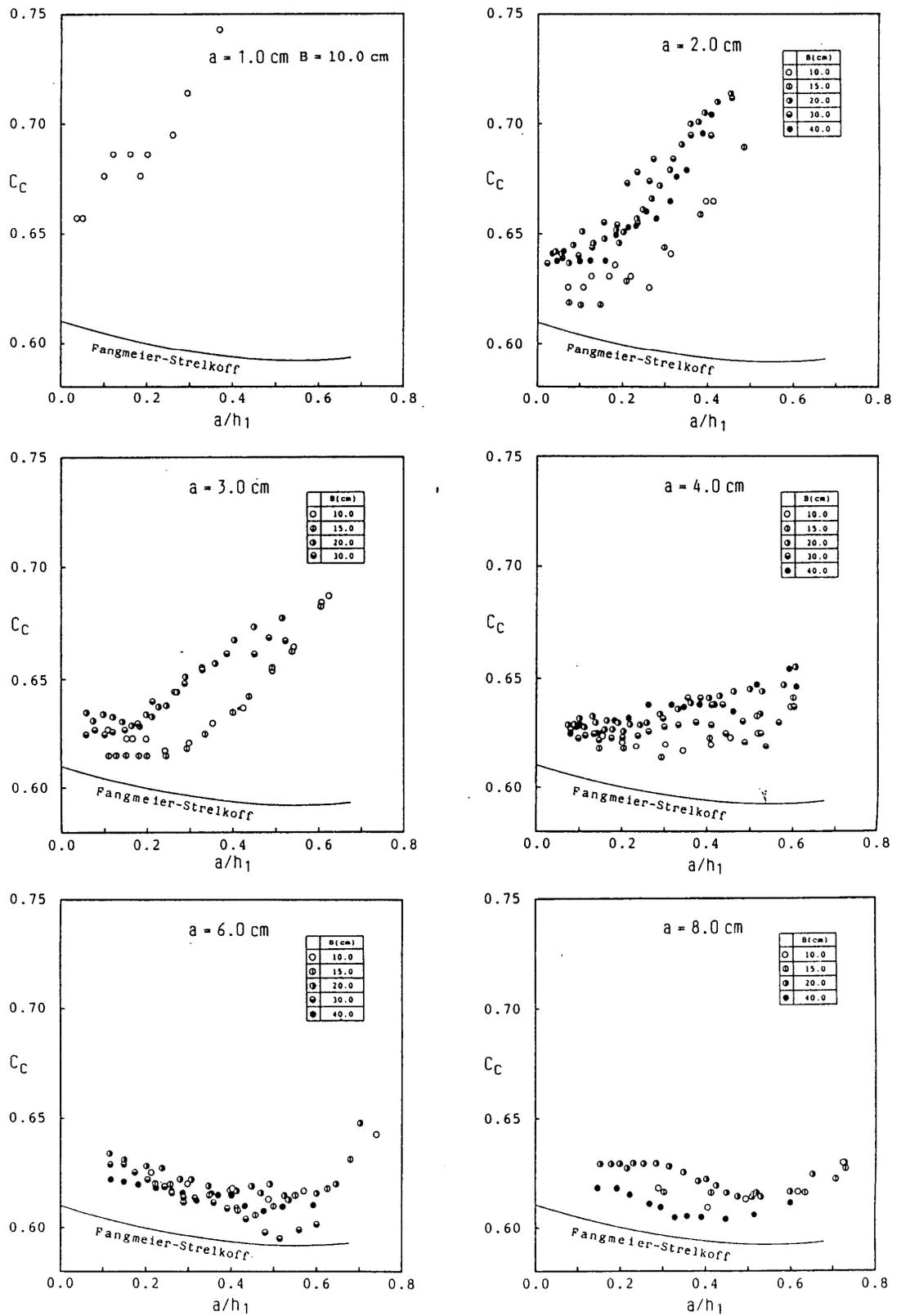


Fig. 1.23 – Coefficienti di contrazione (da Nago 1984)

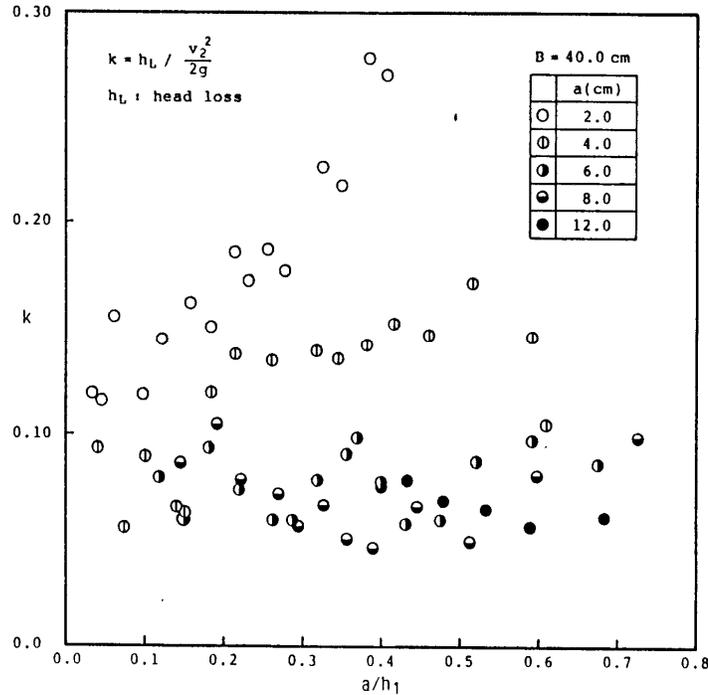


Fig. 1.24 – Coefficienti di perdita di carico (da Nago 1984)

Alcuni autori riportano la formula dell'efflusso come:

$$Q = \mu \cdot a \cdot b \cdot \sqrt{2g \cdot \left(h - \frac{a}{2} \right)}$$

con riferimento quindi all'efflusso con vena a pressione atmosferica sull'intero contorno, ed ammessa la velocità media costante nella sezione contratta e pari a quella che si trova nel baricentro della stessa, e indicano il valore di 0.64 per il coefficiente d'efflusso μ (De Paola et al., 2006).

Sempre con riferimento al caso di efflusso libero in atmosfera, e per modesti battenti, Citrini e Nosedà (1987) riportano la formula:

$$Q = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot b \cdot \sqrt{2g} \cdot \left[h^{3/2} - (h - a)^{3/2} \right]$$

ricavata, come affermano gli Autori stesso con procedimento discutibile, integrando la formula

$$Q = \mu \cdot \int_A \sqrt{2gy} \cdot dA$$

dove y è la profondità del generico punto rispetto alla superficie libera e A l'area della luce pari ad $a \times b$, avendo considerato μ costante e pari a 0.61. La formula tuttavia, secondo gli Autori, fornisce risultati in buon accordo con i dati sperimentali.

Sinniger e Hager (1988), sulla scorta dei risultati di Von Mises (1917), riportano la variazione di C_d rispetto ad α , per angoli compresi tra 0 e 180° (fig. 1.25).

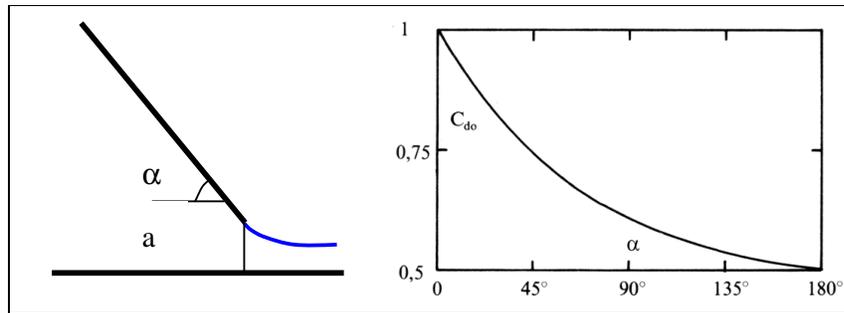


Fig. 1.25 Coefficienti d'efflusso per paratoie inclinate. Da Sinniger e Hager (1988)

Lo studio sperimentale più completo sull'efflusso da una paratoia verticale è quello di Roth e Hager (1999).

Gli Autori hanno eseguito delle esperienze su una canaletta rettangolare di larghezza 500 mm e lunghezza 7, riducendo successivamente la larghezza a 245 e 350 mm. La canaletta adoperata aveva un lato e il fondo in PVC e un lato in vetro per consentire la visualizzazione del fenomeno. Per ottenere una corrente regolare e per ridurre le oscillazioni superficiali si impiegavano degli appositi schermi, ottenendo una corrente uniforme e sempre in regime turbolento di transizione.

La portata veniva misurata con uno stramazzo Thomson posto a valle della canaletta, con approssimazione del maggiore tra $\pm 1\%$ e $\pm 1l/s$.

La paratoia era di alluminio, di larghezza 499 mm e spessore 10 mm, con spigolo vivo di spessore 2 mm e smusso a 45° dal lato di valle, e poteva essere montata con apertura variabile sul fondo del canale. La paratoia poggiava direttamente sulle pareti laterali, senza guide, e per la tenuta si usava del comune nastro gommato. Si sono prese in considerazione solo le condizioni di efflusso libero, con apertura a variabile tra 10 e 120 mm. Per determinare l'apertura si impiegavano degli spessori di altezza determinata a $\pm 0,1$ mm, collocati sotto la paratoia e rimossi una volta che questa era nella posizione desiderata, procedura questa che risultava più precisa rispetto a quella di misurare l'apertura dopo che la paratoia fosse in posizione.

I profili della superficie libera venivano misurati con un'asta idrometrica a punta con precisione di $\pm 0,5$ mm; tuttavia, a causa dell'agitazione superficiale, i livelli idrici venivano apprezzati con l'approssimazione di 1 mm. Gli effetti dell'agitazione

superficiale maggiori per le onde conseguenti al risalto idraulico che si forma a valle della paratoia e la lettura dei livelli a valle veniva fatta con la precisione di ± 2 mm, stabilendo la posizione lungo il canale con un metro con l'approssimazione di ± 5 mm.

Per misurare le velocità si usava un micromulinello di diametro 8 mm, la cui precisione è di $\pm 5\%$.

Inoltre per la determinazione del campo di velocità in prossimità della paratoia si usava la PIV (Particle Image Velocimetry). Le pressioni al fondo del canale e sulla paratoia venivano misurate con un manometro con precisione di ± 2 mm. Il diametro delle prese di pressione era di 1 mm.

Il programma sperimentale aveva lo scopo di analizzare gli effetti di scala, il profilo della superficie libera, lo sviluppo dei vortici ai lati della paratoia, la determinazione delle pressioni e delle velocità in prossimità della paratoia.

La fig. 1.26 riporta lo schema della paratoia collocata in un canale orizzontale con piccola scabrezza superficiale. Per lo studio dei coefficienti d'efflusso, i parametri principali sono la portata Q , il livello a monte h_o , l'apertura a , la coordinata x nella direzione della corrente misurata dalla sezione della paratoia, la coordinata z misurata dal fondo del canale, la posizione dell'increspatura superficiale x_R , il carico piezometrico sul fondo h_p , la posizione x_s del massimo dell'onda a valle, il livello idrico a valle h_u .

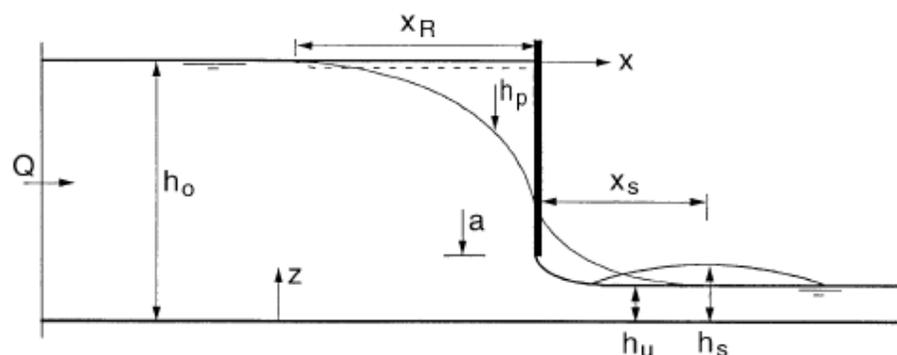


Fig. 1.26 Schema di paratoia verticale. Da Roth e Hager (1999).

Il coefficiente d'efflusso è espresso come

$$C_d = \frac{q}{a\sqrt{2gh_o}}$$

Posta l'apertura relativa

$$A = \frac{a}{h_o}$$

la fig. 1.27 mostra l'andamento di C_d in funzione di A .

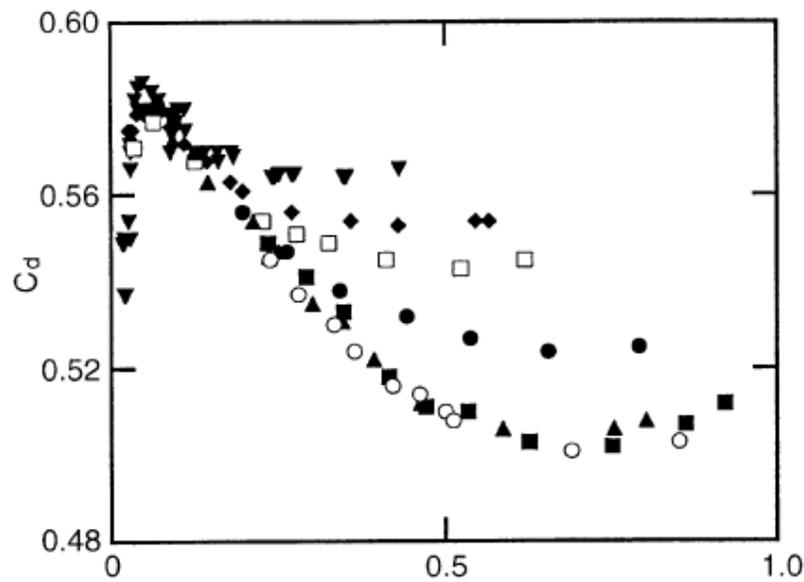


Fig. 1.27 Coefficienti d'efflusso. Da Roth e Hager (1999).

Per $a \geq 50$ mm i punti si collocano su una sola curva, mentre per $a \leq 50$ mm le curve $C_d(A)$ si separano. Per questi ultimi punti gli effetti della viscosità sono significativi ed indicano un effetto di scala. Per valori estremamente piccoli di A (ovvero di a) la tensione superficiale domina il fenomeno e C_d tende rapidamente a zero. Questo campo non è stato ulteriormente approfondito.

Tutte le curve $C_d(A)$ iniziano vicino al valore 0,60, quindi hanno andamento decrescente

fino a un valore C_{dm} , che viene raggiunto per un'apertura relativa A_m ; successivamente le curve presentano andamento crescente.

I valori A_m e C_{dm} dipendono solo dal numero di Reynolds della paratoia R_a

$$R_a = \frac{a\sqrt{2ga}}{v}$$

come mostrano le fig. 1.28 e 1.29 .

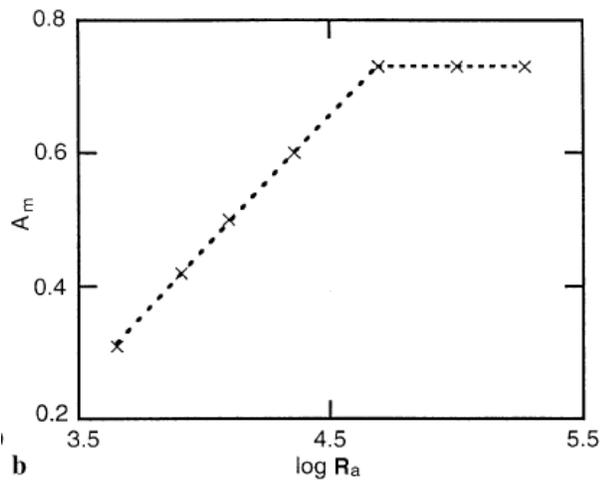


Fig. 1.28 A minima in funzione di R_a . Da Roth e Hager (1999).

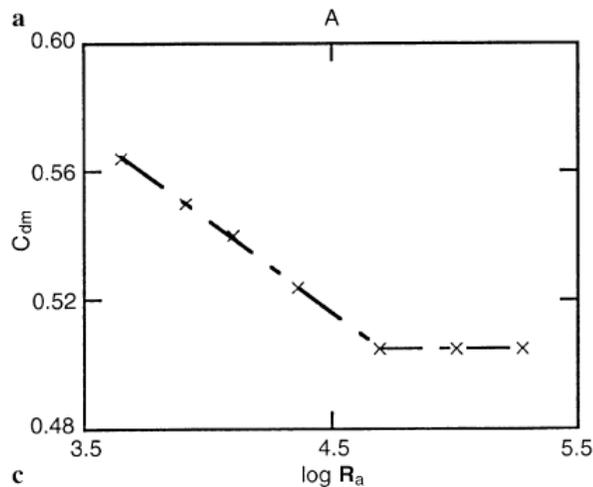


Fig. 1.29 C_a minimo in funzione di R_a . Da Roth e Hager (1999).

Come si vede da dette figure, per valori di $R_a \leq 50.000$ i dati seguono le curve di equazione

$$A_m = 0,05 + 0,40 \cdot \log \frac{R_a}{1000}$$

$$C_{dm} = 0,60 - \frac{1}{18} \cdot \log \frac{R_a}{1000}$$

mentre per $a > 50.000$ Cd e Am rimangono costanti.

Posto

$$D_d = \frac{C_d - C_{dm}}{C_{do} - C_{dm}}$$

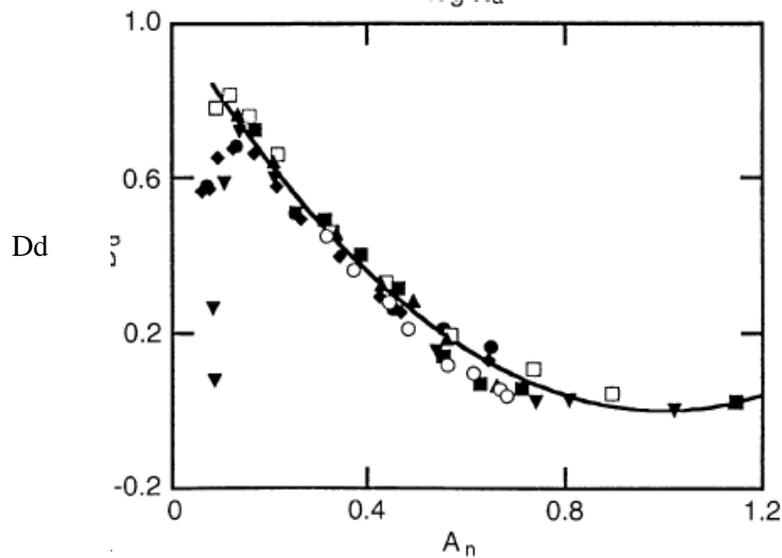
dove C_{do} è il valore iniziale, pari a 0,594, tutti i valori di C_d possono essere espressi in funzione del rapporto

$$A_n = \frac{A}{A_m}$$

La curva che interpola tutti i dati ha equazione

$$D_d = (1 - A_n)^2$$

ed è rappresentata in fig. 1.30 .



(—) Eq. (4). $a(\text{mm}) = (\nabla) 10, (\blacklozenge) 15, (\square) 20, (\bullet) 30, (\blacktriangle) 50, (\blacksquare) 80, (\circ) 120$

Fig. 1.30 D_d in funzione di A . Da Roth e Hager (1999).

Risulta quindi

$$C_d = C_{dm} + (0,594 - C_{dm}) \cdot D_d$$

dalla quale si ricava

$$C_d = C_{dm} + (0,594 - C_{dm}) \cdot \left(1 - \frac{A}{A_m}\right)^2$$

$$C_d = 0,594 - 0,24 \cdot A + 0,16 \cdot A^2 \quad (1.14)$$

che permette di ottenere $C_d = 0,586$ per $A = 0,05$ e $C_d = 0,504$ per $A = 0,75$.

In definitiva, per $b = 500$ mm l'apertura minima che soddisfa la similitudine di Froude è $a = 50$ mm.

L'equazione indicata comprende sia gli effetti della gravità, sia gli effetti della viscosità, di cui però è possibile valutare l'entità.

Il coefficiente d'efflusso è stato determinato anche per le larghezze $b = 245$ e $b = 350$ mm, per le quali le aperture minime risultano rispettivamente di 90 e 70 mm. Quindi la larghezza del canale ha un effetto significativo sull'apertura minima a_L , i cui valori sono riportati in fig. 1.31 in funzione di b .

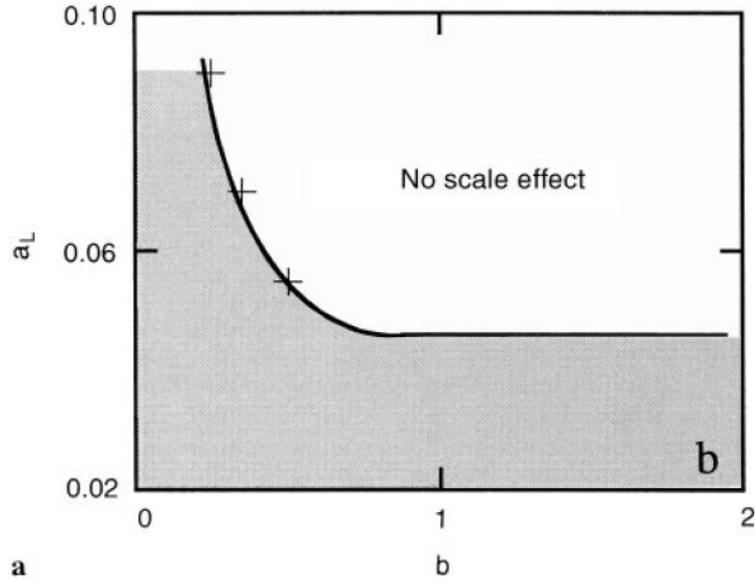


Fig. 1.31 Apertura minima . Da Roth e Hager (1999).

Gli effetti di scala sono dovuti principalmente alla viscosità, come rilevato da Montes (1997). Quando gli effetti viscosi sono predominanti, a causa dell'altezza estremamente ridotta della corrente a valle, la perdita di carico è superiore a un valore limite.

Roth e Hager (1999) valutano gli effetti della viscosità per una configurazione semplificata della corrente, assumendo un'altezza costante $h = h_u = a$ per tutta la lunghezza compresa tra la paratoia e la sezione contratta posta a distanza $2a$ da questa. Un parametro che permette di valutare gli effetti di Reynolds è il rapporto tra la perdita di carico e l'altezza cinetica ; detta J la perdita di carico unitaria, si pone

$$\Phi = \frac{2 \cdot a \cdot J}{\frac{u^2}{2g}}$$

Nelle tre condizioni limite evidenziate ($a = 50$ mm per $b = 500$ mm, $a = 70$ mm per $b = 350$ mm e $a = 90$ mm per $b = 245$ mm) il parametro suddetto assume il valore costante di $\Phi = 0,02$. Tale valore consente di stabilire l'apertura minima per una certa larghezza b . Se si considera il moto turbolento in regime di parete liscia, l'equazione di Colebrook e White può essere approssimata da

$$f = 0,2 \cdot R_e^{-0,2}$$

con

$$f = \frac{8 \cdot g \cdot R_i \cdot J}{u^2}$$

$$R_e = \frac{C_d ab \sqrt{2gh} 4R_i}{C_c ab v}$$

ed R_i = raggio idraulico.

Risulta quindi

$$\Phi = \frac{f \cdot u^2 \cdot 2a}{8gR_i} \cdot \frac{2g}{u^2} = \frac{0,2}{R_e^{0,2}} \frac{a}{2R_i} = \frac{0,4a}{4R_i R_e^{0,2}} \quad (1.7)$$

Pertanto

$$\Phi = \frac{0,4a}{(4R_i)^{1,2}} \left(\frac{C_c v}{C_d 4R_i \sqrt{2gh}} \right)^{0,2} = \frac{0,4a}{(4R_i)^{1,2}} \left(\frac{C_c v}{C_d} \right)^{0,2} (2gh)^{-0,1}$$

Introdotti

$$C_d = \frac{1}{\sqrt{1 + C_c A}}$$

$$R_i = \frac{C_c ab}{b + 2C_c a}$$

Si ottiene

$$\Phi = \frac{0,4a}{4^{1,2} \left(\frac{C_c ab}{b + 2a} \right)^{1,2}} \frac{v^{0,2}}{(1 + C_c A)^{0,1}} (2g)^{0,1} a$$

introdotto il rapporto di forma

$$\alpha = \frac{a}{b}$$

si scrive infine

$$\Phi = 0,071 \cdot C_c^{-1,2} \left(\frac{v^2}{ga^3} \right)^{0,1} [A(1 + C_c A)]^{0,1} (1 + 2C_c \alpha)^{1,2} \quad (1.15)$$

che è funzione del numero di Reynolds R_a e delle caratteristiche della paratoia e del canale.

Il valore limite $\Phi=0,02$ permette di calcolare le aperture a minime; per $b > 1$ m il valore minimo tende a 45 mm.

Il coefficiente di contrazione, determinato in funzione di A e per liquido non viscoso, varia poco attorno al valore $C_c=0,595$, ma può aumentare con A se il moto è influenzato da effetti di scala.

Gli Autori mettono in evidenza che a monte della paratoia si forma il cosiddetto “Reynolds ridge”, ovvero un’increspatura che corrisponde al punto in cui si annullano le componenti orizzontali della velocità. Se si assume un’altezza di risalita per tensione superficiale pari a

$$\left(\frac{\sigma}{\rho g} \right)^{1/2} = 2,7 \text{ mm}$$

la posizione relativa del ridge

$$\lambda = \frac{x_R}{\left(\frac{\sigma}{\rho g} \right)^{1/2}}$$

è rappresentata dalla legge

$$\lambda = \frac{1}{0,04 \cdot A}$$

che mostra che il ridge si allontana quando l’apertura relativa diminuisce.

Per quanto riguarda la formazione di vortici, già Montes nel 1997 aveva messo in rilievo la presenza di un vortice ad asse orizzontale e di due vortici ad asse verticale a ridosso del paramento di monte della paratoia, che interferiscono con la corrente, dando luogo alla formazione di onde stazionarie (shock waves) a valle, e la presenza di una zona di ricircolo nella parte superiore della corrente, a monte della paratoia, che influenza la contrazione della vena effluente e, conseguentemente, il processo di efflusso, come riportato nello schema di figura 1.32

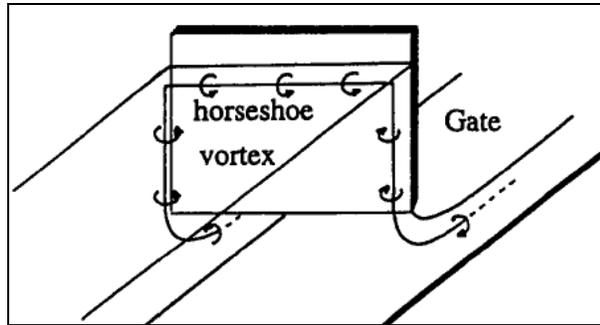


Fig. 1.32 *Formazione di vortici ad asse verticale e ad asse orizzontale a monte di una paratoia , da Monte, (1997)*

I vortici ad asse verticale si possono classificare a secondo della loro intensità (fig. 1.33) in :

- 1) moto circolatorio incoerente superficiale
- 2) cavità superficiale
- 3) moto circolatorio coerente attraverso la colonna liquida
- 4) vortice che attira materiale galleggiante
- 5) vortice che attira bolle d'aria
- 6) vortice con nucleo d'aria completo

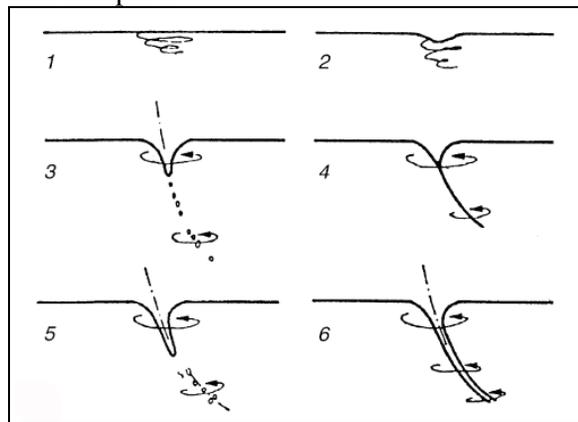


Fig. 1.33 *Fasi evolutive dello sviluppo di un vortice secondo Hecker (1984) , da Roth e Häger (1999)*

La formazione di onde stazionarie oblique (shock waves) a valle della paratoia è essenzialmente dovuta ai vortici che si formano ai lati della stessa e può essere caratterizzata dalla massima altezza dell'onda h_s , dalla distanza dalla paratoia a cui questa si verifica, x_s , e dall'angolo θ compreso tra il fronte dell'onda e la parete del canale.

Il fenomeno può essere studiato in base al numero di Froude calcolato nella sezione

contratta F_c ,

$$F_c = \left[\frac{Q}{b \cdot h_u \sqrt{2gh_u}} \right],$$

dove h_u è 'altezza nella sezione contratta.

Poiché è

$$F_c = \left[\frac{Q}{b \cdot h_u \sqrt{2gh_u}} \right] = \frac{2^{1/2} C_d}{C_c^{1/2} A^{1/2}},$$

se si considera che, in assenza di fenomeni di perdite di carico, C_d è praticamente uguale a C_c , si ottiene

$$F_c = \sqrt{\frac{2}{A}}$$

e , posto

$$T = F_c - 1$$

si possono adimensionalizzare le altezze massime e le relative distanze con h_u , ottenendo

$$Y_s = \frac{h_s}{h_u}; X_s = \frac{x_s}{h_u}$$

e mettere in grafico queste grandezze in funzione di T , come in fig. 1.34

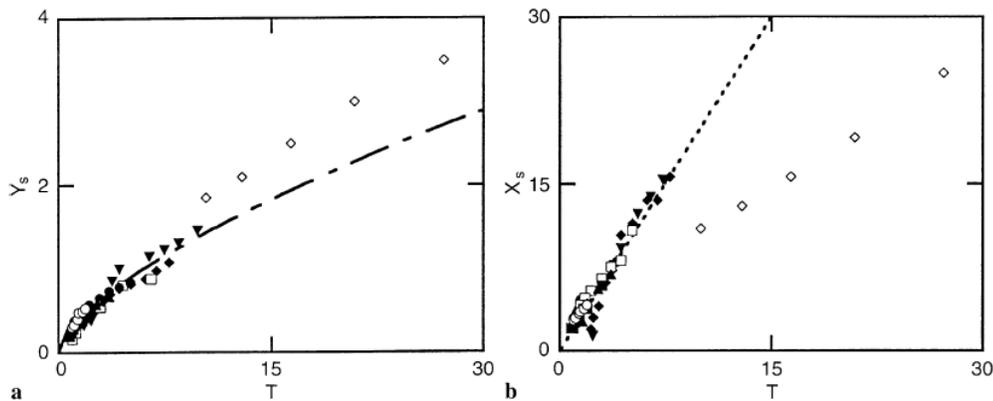


Fig. 5. Shock waves downstream of gate a $Y_s(T)$ with (-.-) Eq. (9). b $X_s(T)$ with (...) Eq. (10). Notation Fig. 1, (\diamond) bottom outlet data

Fig. 1.34 - Caratteristiche delle onde stazionarie a valle della paratoia (Roth e Hager, 1999)

Le equazioni interpolari che si ottengono sono :

$$Y_s = 0,30 \cdot T^{2/3}$$

$$X_s = 2T$$

$$\cot \theta = \frac{20}{3} T$$

(Qualche dubbio suscita in verità il fatto che Y_s assuma anche valori inferiori all'unità).

Nella fig. 1.35 si riporta la distribuzione di velocità orizzontale per l'apertura della paratoia $a = 80 \text{ mm}$, adimensionalizzata con

$$U = \frac{u}{\sqrt{2gh_o}}$$

rispetto all'ascissa x adimensionalizzata con

$$X = \frac{x}{a}$$

e all'ordinata z adimensionalizzata con

$$Z = \frac{z}{a}$$

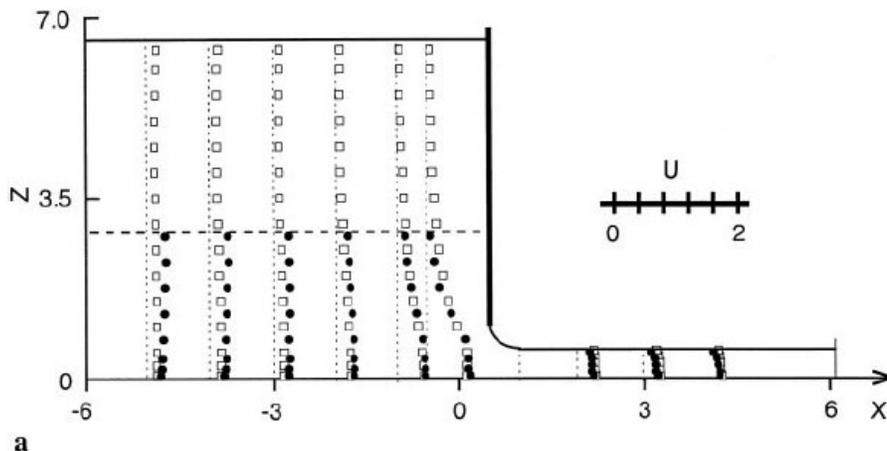


Fig. 1.35 Componente orizzontale della velocità ($\bullet = 235 \text{ mm}$, $\square = 500 \text{ mm}$)

Si può osservare che per $X < -2$ e $X > 2$ la distribuzione di velocità è praticamente uniforme.

Per quanto riguarda la pressione sul fondo, $h_p(x)$, questa varia lungo il canale, dal valore $h_p=h_o$ a monte al valore $h_p=h_u$ sufficientemente a valle .

Nella fig. 1.36 si trova il parametro

$$H_p = \frac{h_p - h_u}{h_o - h_u}$$

in funzione dell'ascissa adimensionale X.

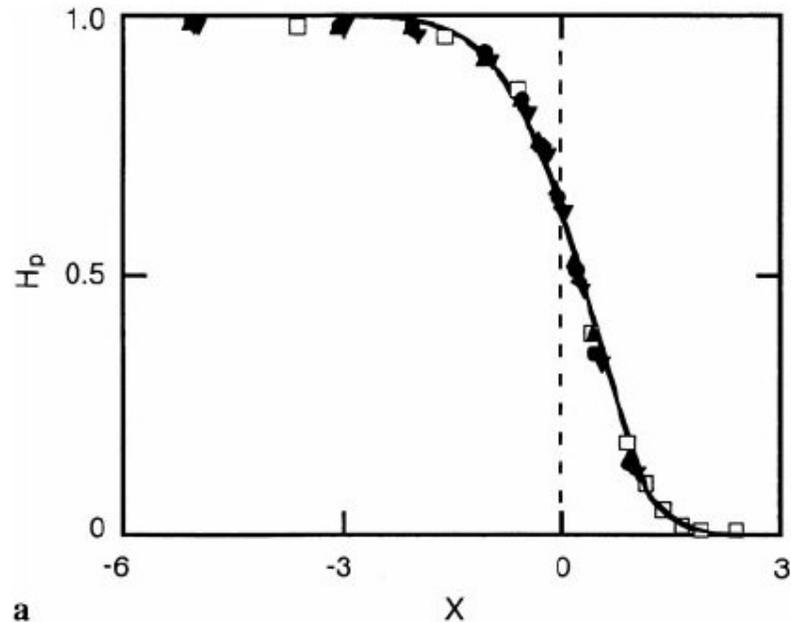


Fig. 1.36 *Pressione al fondo del canale*

I punti sperimentali possono essere interpretati da una gaussiana di equazione

$$H_p = 1 - e^{-\left[\frac{1}{3}(X-1,7)^2\right]}$$

La pressione ritorna ai valori idrostatici per $X < -2$ e $X > +2$.

In conclusione, la figura 1.37 mostra i valori sperimentali del coefficiente di efflusso per paratoie verticali, in funzione dell'apertura relativa della luce, a/h , ottenuti da Gentilini (1941), Rajaratnam e Subramanya (1967) e Roth e Hager (1999). I grafici mostrano che i valori di C_d variano nel range $0.50 \div 0.61$ e diminuiscono all'aumentare dell'apertura relativa a/h . I valori ottenuti da Rajaratnam, secondo le conclusioni di Roth e Hager, sembrano però influenzati da effetti di scala.

La fig. 1.38 riporta le curve date Nago (1.13) e Roth e Hager (1.14) , che interpretano bene dati sperimentali apparentemente privi di effetti di scala.

Si osserva una variazione di C_d da 0,57-0,58 per $a/h = 0,1$ a 0,50-0,51 per $a/h = 0,6$, valori un po' più piccoli di quelli teorici ottenuti da Montes.

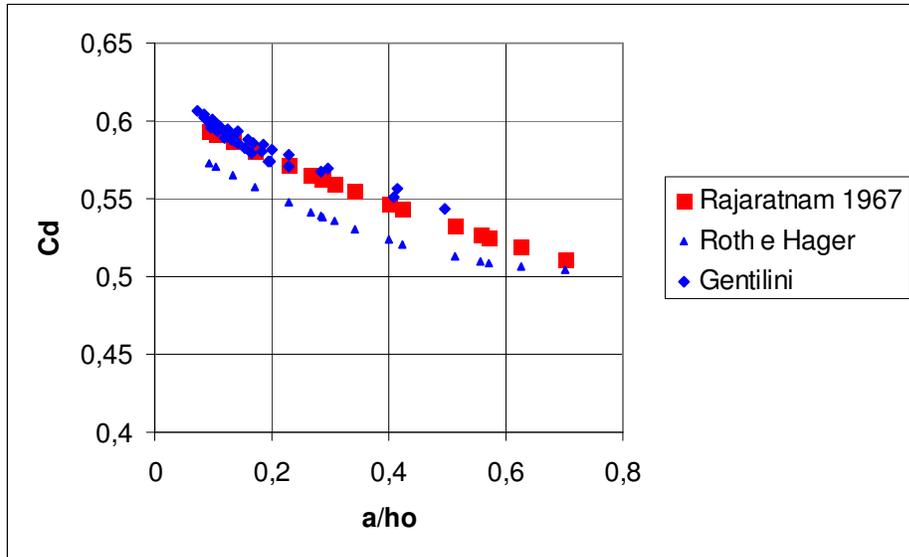


Fig. 1.37 *Variazione di C_d per paratoie verticali da dati sperimentali*

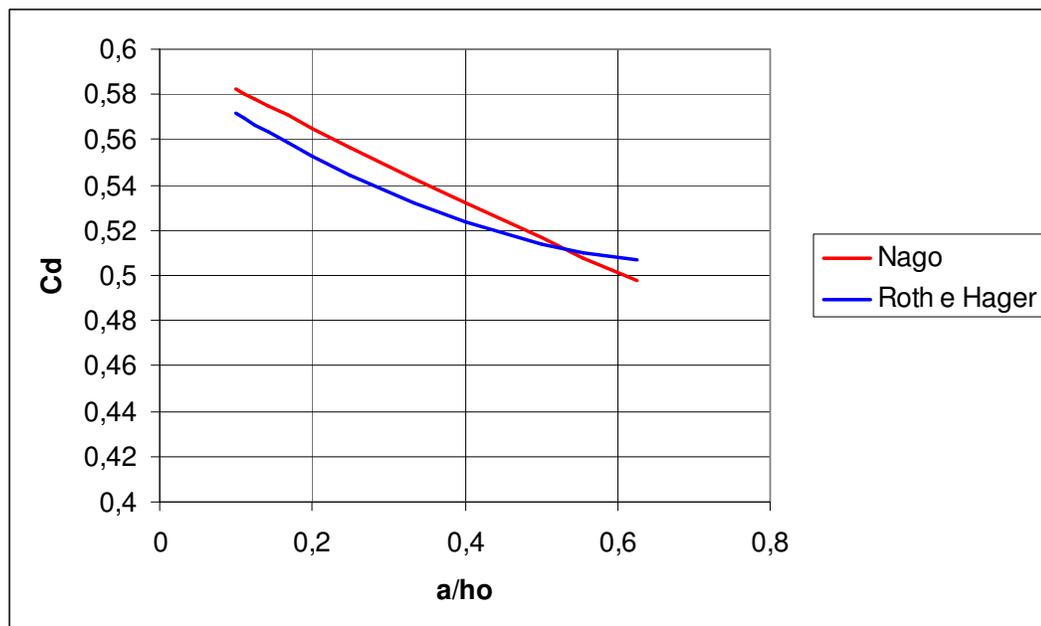


Fig. 1.38 *Variazione di C_d per paratoie verticali da dati sperimentali senza effetti di scala*

1.5 Equazioni di Navier-Stokes

Come notano Ho, Boyes, Donohoo (2001) e Ho, Boyes, Donohoo e Cooper (2003), l'uso della fluidodinamica computazionale nello studio di fenomeni d'efflusso è relativamente recente e le difficoltà che si incontravano solo pochi anni fa sia nella convergenza, sia nell'individuazione della superficie libera, sembrano superate. In più, sono disponibili codici di calcolo che possono risolvere le equazioni di Navier-Stokes in tre dimensioni e impiegando diversi modelli di turbolenza. La definizione della geometria e delle celle di calcolo è stata semplificata e la geometria può essere importata da programmi di CAD.

Per quanto riguarda la turbolenza, gli autori citati notano che si impiegano comunemente le equazioni di Navier-Stokes mediate alla Reynolds, le quali comprendono dei termini con gli sforzi di Reynolds. Per calcolare questi si possono impiegare modelli di turbolenza come la lunghezza di mescolamento o il modello $k-\epsilon$. Un altro metodo per trattare la turbolenza nelle equazioni mediate alla Reynolds è la Large Eddy Simulation (LES). Questa tecnica può simulare accuratamente l'evoluzione dei vortici più grandi, ma i vortici più piccoli sono difficili da rappresentare e richiedono l'uso di un modello alla scala di sottogriglia. Attualmente questi modelli richiedono calcolatori con CPU velocissima ed enorme capacità di memoria, e sono perciò usati principalmente per scopi di ricerca. Il modo con cui vengono trattati lo strato laminare e la scabrezza della parete aggiunge ulteriore complessità. Il concetto di strato laminare assume che per alti numeri di Reynolds gli effetti della viscosità siano confinati nel sottile strato adiacente alla parete. In generale, il campo di moto può essere diviso in due zone, uno strato laminare in cui sono concentrati gli effetti della viscosità e una zona principale di flusso dove questi sono trascurabili e il fluido si può considerare inviscido. L'iterazione viscido-inviscido è un modo di accoppiare le due zone di moto. Alcune volte può essere necessaria una taratura per determinare i valori appropriati della "funzione di parete" o della scabrezza assoluta a questa assegnata in modo da ottenere gli effetti complessivi dati dai coefficienti empirici di Manning o di Chèzy.

Nel Cap. 2 si riportano i fondamenti teorici che consentono di scrivere le equazioni di Navier-Stokes nel campo della turbolenza e nel Cap. 3 si riportano le modalità con cui queste equazioni vengono implementate in un modello di fluidodinamica computazionale.

CAPITOLO 2

LE EQUAZIONI DEL MOTO

2.1 Equazioni di Navier-Stokes in campo turbolento

Com'è noto, l'equazione di Navier-Stokes per i fluidi viscosi, scritta in forma vettoriale, è:

$$\rho \cdot \left(\vec{F} - \frac{d\vec{v}}{dt} \right) = \text{grad } p - \mu \cdot \Delta_2 \vec{v} \quad (2.1)$$

da cui si ricavano le tre equazioni scalari:

$$\begin{aligned} \rho \cdot \left(F_x - \frac{du}{dt} \right) &= \frac{\partial p}{\partial x} - \mu \cdot \Delta_2 u \\ \rho \cdot \left(F_y - \frac{dv}{dt} \right) &= \frac{\partial p}{\partial y} - \mu \cdot \Delta_2 v \\ \rho \cdot \left(F_z - \frac{dw}{dt} \right) &= \frac{\partial p}{\partial z} - \mu \cdot \Delta_2 w \end{aligned} \quad (2.2)$$

Utilizzando la regola di derivazione euleriana secondo la quale

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial u}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt} + \frac{\partial u}{\partial z} \cdot \frac{dz}{dt} \quad (2.3)$$

ovvero

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot u + \frac{\partial u}{\partial y} \cdot v + \frac{\partial u}{\partial z} \cdot w \quad (2.4)$$

Considerando l'equazione di continuità in forma locale si ha

$$u \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0 \quad (2.5)$$

Riprendendo la prima delle equazioni di Navier-Stokes

$$\rho \cdot \left(F_x - \frac{du}{dt} \right) = \frac{\partial p}{\partial x} - \mu \cdot \Delta_2 u \quad (2.6)$$

e sostituendo in essa l'espressione dell'accelerazione ottenuta con la regola di derivazione euleriana, e quindi sommando al primo termine l'espressione nulla

$$u \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0 \quad (2.7)$$

si ottiene

$$\rho \cdot F_x - \rho \cdot \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \left(u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + u \cdot \frac{\partial v}{\partial y} + u \cdot \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] = \frac{\partial p}{\partial x} - \mu \cdot \Delta_2 u \quad (2.8)$$

cioè

$$\rho \cdot F_x - \rho \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial t} + 2 \cdot u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial u}{\partial z} + u \cdot \frac{\partial v}{\partial y} + u \cdot \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \frac{\partial p}{\partial x} - \mu \cdot \Delta_2 u \quad (2.9)$$

$$\rho \cdot F_x - \rho \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial(u \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(w \cdot u)}{\partial z} \right) = \frac{\partial p}{\partial x} - \mu \cdot \Delta_2 u \quad (2.10)$$

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial(u \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(w \cdot u)}{\partial z} \right) = \rho \cdot F_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \cdot \Delta_2 u \quad (2.11)$$

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial(u \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(w \cdot u)}{\partial z} \right) = \rho \cdot F_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \cdot \Delta_2 u \quad (2.12)$$

Quest'ultima equazione si dice espressa in forma conservativa ed il membro a sinistra della suddetta formula è definito termine conservativo.

Nel caso del moto turbolento si considera che sia le componenti della velocità che la pressione risultano costituite dalla media locale e dalla parte variabile (turbolenta) come indicato di seguito.

$$\begin{aligned} u &= \bar{u} + u' \\ v &= \bar{v} + v' \\ w &= \bar{w} + w' \\ p &= \bar{p} + p' \end{aligned} \quad (2.13)$$

L'equazione di equilibrio in forma conservativa, nel caso di moto turbolento, diventa quindi

$$\begin{aligned} \rho \cdot \left(\frac{\partial(\bar{u} + u')}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u} + u')^2}{\partial x} + \frac{\partial((\bar{u} + u') \cdot (\bar{v} + v'))}{\partial y} + \frac{\partial((\bar{w} + w') \cdot (\bar{u} + u'))}{\partial z} \right) = \\ \rho \cdot F_x - \frac{\partial(\bar{p} + p')}{\partial x} + \mu \cdot \Delta_2(\bar{u} + u') \end{aligned} \quad (2.14)$$

Integrando l'equazione (2.14) si ottiene:

$$\frac{1}{\Delta t} \cdot \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial(\bar{u} + u')}{\partial t} dt = \frac{1}{\Delta t} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \int_t^{t+\Delta t} u dt + \frac{1}{\Delta t} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \int_t^{t+\Delta t} u' dt = \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{1}{\Delta t} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \int_t^{t+\Delta t} u' dt \quad (2.15)$$

Ricordando che le componenti variabili hanno media nulla si ha

$$\int_t^{t+\Delta t} u' dt = 0 \quad (2.16)$$

per cui

$$\frac{1}{\Delta t} \cdot \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial(\bar{u} + u')}{\partial t} dt = \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \quad (2.17)$$

che diventa

$$\frac{1}{\Delta t} \cdot \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial(\bar{u} + u')^2}{\partial x} dt = \frac{1}{\Delta t} \cdot \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial(\bar{u}^2 + 2 \cdot \bar{u} \cdot u' + u'^2)}{\partial x} dt \quad (2.18)$$

Pertanto

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta t} \cdot \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial(\bar{u} + u')^2}{\partial x} dt &= \frac{1}{\Delta t} \cdot \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial(u^2 + 2 \cdot u \cdot u' + u'^2)}{\partial x} = \\ \frac{1}{\Delta t} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \int_t^{t+\Delta t} u^2 dt + \frac{1}{\Delta t} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \int_t^{t+\Delta t} u' u' dt + \frac{1}{\Delta t} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \int_t^{t+\Delta t} u \cdot u' dt \end{aligned} \quad (2.19)$$

Per la (2.16) si ha

$$\int_t^{t+\Delta t} u \cdot u' dt = 0 \quad (2.20)$$

Tuttavia, come è noto, se risulta nulla la media della parte relativa alle componenti di agitazione turbolenta, non è possibile affermare la stessa cosa per il suo quadrato:

$$\int_t^{t+\Delta t} u'^2 dt = \int_t^{t+\Delta t} u' u' dt \neq 0 \quad (2.21)$$

Pertanto risulta

$$\frac{1}{\Delta t} \cdot \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial(\bar{u} + u')^2}{\partial x} dt = \frac{\partial \bar{u}^2}{\partial x} + \frac{\partial u' u'}{\partial x} \quad (2.22)$$

che diventa

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta t} \cdot \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial(\bar{u} + u')(\bar{v} + v')}{\partial y} dt &= \frac{1}{\Delta t} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \int_t^{t+\Delta t} \bar{u} \cdot \bar{v} dt + \frac{1}{\Delta t} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \int_t^{t+\Delta t} u \cdot v dt \\ &+ \frac{1}{\Delta t} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \int_t^{t+\Delta t} u' \cdot \bar{v} dt + \frac{1}{\Delta t} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \int_t^{t+\Delta t} u' v' dt \end{aligned} \quad (2.23)$$

Da cui

$$\frac{1}{\Delta t} \cdot \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial(\bar{u} + u')(v + v')}{\partial y} dt = \frac{\partial \bar{u} \cdot v}{\partial y} + \frac{\partial \bar{u}' v'}{\partial y} \quad (2.24)$$

Si ha anche

$$\frac{1}{\Delta t} \cdot \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial(\bar{p} + p')}{\partial x} dt = \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \quad (2.25)$$

e pertanto

$$\frac{1}{\Delta t} \cdot \int_t^{t+\Delta t} \Delta_2(\bar{u} + u') dt = \frac{1}{\Delta t} \cdot \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial^2(\bar{u} + u')}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(\bar{u} + u')}{\partial y^2} + \frac{\partial^2(\bar{u} + u')}{\partial z^2} dt = \Delta_2 \bar{u} \quad (2.26)$$

Sostituendo le espressioni ottenute si può scrivere

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}^2}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}' u'}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u} \cdot v}{\partial y} + \frac{\partial \bar{u}' v'}{\partial y} + \frac{\partial \bar{u} \cdot w}{\partial z} + \frac{\partial \bar{u}' w'}{\partial z} \right) = \rho \cdot F_x - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \mu \cdot \Delta_2 \bar{u} \quad (2.27)$$

$$\begin{aligned} \rho \cdot \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}^2}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u} \cdot v}{\partial y} + \frac{\partial \bar{u} \cdot w}{\partial z} \right) = \\ \rho \cdot F_x - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \mu \cdot \Delta_2 \bar{u} - \rho \cdot \left(\frac{\partial \bar{u}' u'}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}' v'}{\partial y} + \frac{\partial \bar{u}' w'}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (2.28)$$

$$\begin{aligned} \rho \cdot \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + 2 \cdot \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) = \\ \rho \cdot F_x - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \mu \cdot \Delta_2 \bar{u} - \rho \cdot \left(\frac{\partial \bar{u}' u'}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}' v'}{\partial y} + \frac{\partial \bar{u}' w'}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} \rho \cdot \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right) + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) = \\ \rho \cdot F_x - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \mu \cdot \Delta_2 \bar{u} - \rho \cdot \left(\frac{\partial \overline{u'u'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (2.30)$$

In base alla (2.7) si ha, infine

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) = \rho \cdot F_x - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \mu \cdot \Delta_2 \bar{u} - \rho \cdot \left(\frac{\partial \overline{u'u'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} \right) \quad (2.31)$$

ovvero

$$\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) = F_x - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \nu \cdot \Delta_2 \bar{u} - \left(\frac{\partial \overline{u'u'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} \right) \quad (2.32)$$

In modo analogo è possibile scrivere altre due equazioni, nelle altre direzioni (y e z) per ottenere infine le cosiddette Equazioni di Navier-Stokes mediate alla Reynolds (*Reynolds Averaged Navier-Stokes Equation*), che rappresentano l'equilibrio dinamico nel moto turbolento (Eq. 2.33).

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) &= F_x - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \nu \cdot \Delta_2 \bar{u} - \left(\frac{\partial \overline{u'u'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} \right) \\ \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right) &= F_y - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \nu \cdot \Delta_2 \bar{v} - \left(\frac{\partial \overline{v'u'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial z} \right) \\ \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right) &= F_z - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \nu \cdot \Delta_2 \bar{w} - \left(\frac{\partial \overline{w'u'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{w'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{w'w'}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (2.33)$$

Si hanno in questo modo tre equazioni in sei incognite u , v , w , u' , v' , w' . Per poterle integrare, si ha bisogno di scrivere altre tre equazioni che leghino u' , v' , w' (che rinviano agli sforzi di Reynolds) con le componenti della velocità u , v , w . Queste altre tre equazioni sono fornite da diversi modelli, detti *modelli di chiusura*, di cui nel seguito si darà una rapida rassegna.

2.2 Modelli di chiusura delle Equazioni di Navier – Stokes

Si supponga di poter utilizzare quanto detto nel paragrafo precedente e di essere quindi interessati a risolvere le equazioni per il moto medio (*RANS*). Questo assume una particolare importanza nelle simulazioni, per i consistenti vantaggi, in termini di risorse di calcolo, che ne derivano: la simulazione numerica di un moto turbolento deve basarsi sulla corretta riproduzione degli effetti dinamici tipici, il che vuol dire tener conto degli effetti delle scale turbolente, trascurati nelle equazioni mediate, riproducendoli in qualche modo.

Gli strumenti che permettono di completare il modello fisico – matematico delle *RANS* sono, come detto, i modelli di turbolenza. Si tratta del cosiddetto problema della chiusura delle equazioni, ovvero del problema di esprimere i termini prodotti, a media non nulla, di grandezza fluttuanti che si generano nel processo di media delle equazioni del moto, in funzione di altre grandezze proprie del solo moto medio, il solo esplicitamente risolto. I limiti di questo modo di procedere sono essenzialmente legati ai modelli della turbolenza assunti: oltre alla complessità della loro formulazione, occorre tener conto dell'impossibilità, intrinseca alla natura stessa della turbolenza, di produrre modelli di validità sufficientemente generale. Infatti le strutture turbolente di dimensioni maggiori hanno scale e comportamento dinamico fortemente dipendenti dal tipo di moto: per esempio, in uno strato limite sono sensibilmente diverse da quelle in un getto libero. Diversa è la situazione dove il moto delle strutture di grande scala viene risolto in modo esplicito con le equazioni di Navier-Stokes, mentre al modello è affidato il compito di riprodurre gli effetti delle sole strutture di piccola scala. Concettualmente questo è lo scopo della cosiddetta *Large Eddy Simulation – LES*.

Per poter integrare il sistema di equazioni *RANS* è necessario esprimere 6 nuove incognite, ossia le componenti del tensore di Reynolds, che è simmetrico. Questo è il compito dei modelli di turbolenza. I modelli più classici sono basati sull'ipotesi di Boussinesq il quale, ancora prima che Reynolds mettesse in evidenza il legame tra sforzi turbolenti e le fluttuazioni di velocità, propose l'idea di una viscosità turbolenta, ossia di un coefficiente che permettesse di esprimere le componenti del tensore degli sforzi come funzioni delle componenti del tensore di deformazione del moto medio.

Una fondamentale differenza tra il tensore degli sforzi per un fluido viscoso e il tensore degli sforzi di Reynolds è che per il secondo non vi è un unico coefficiente di

proporzionalità (il coefficiente di viscosità) ma due, in riferimento alle fluttuazioni orizzontali e verticali della velocità. I due coefficienti di viscosità turbolenta non possono essere considerati costanti, ma dipendono dalle coordinate spaziali: sono una proprietà del moto e non del mezzo. Inoltre sono diversi ordini di grandezza maggiori del coefficiente di viscosità laminare.

È riconosciuto da tempo (Spalding, D.B., 1978) che le Equazioni di Navier – Stokes (2.33), con appropriate condizioni al contorno, descrivano in modo praticamente esatto il comportamento di un fluido sia in condizioni laminari che turbolente. La natura estremamente complessa e apparentemente stocastica della turbolenza non nasce quindi né da fonti esterne di “rumore” (fluttuazioni nelle condizioni al contorno) né da una inadeguata formulazione matematica del problema, ma è una proprietà intrinseca di certe soluzioni delle equazioni stesse. Da ciò discende che, nelle condizioni in cui un sistema fisico presenta un comportamento turbolento, una soluzione (numerica o analitica) diretta delle Eq. (2.33), purché sufficientemente accurata, manifesterà lo stesso comportamento (e viceversa). Il problema sta nelle condizioni che devono essere soddisfatte perché la soluzione possa considerarsi accurata.

Come insegna l’esperienza, molti problemi di grande interesse pratico sfuggono ancora alla possibilità di simulazioni dirette, a causa di un impegno computazionale non sempre sostenibile dagli attuali strumenti; ciò giustifica il ricorso ai modelli di turbolenza.

Applicare un modello di turbolenza allo studio di un problema fluidodinamica consiste, in ultima analisi, nel rinunciare a studiare nei dettagli l’effettivo comportamento del fluido, sostituendolo con un fluido equivalente descritto da opportune equazioni costitutive, e tale da manifestare nelle condizioni date un comportamento spazio-temporale sufficientemente regolare e predicibile.

Possono individuarsi due approcci fondamentali alla modellazione della turbolenza: il primo si basa su un processo di “filtraggio spaziale”, e conduce alla cosiddetta *Large Eddy Simulation – LES* (simulazione dei grandi vortici); il secondo si basa concettualmente su un analogo filtraggio temporale, ma si riduce il più delle volte alla media su tempo infinito o alla media d’insieme, dando vita alla cosiddetta chiusura secondo Reynolds (modelli *Reynolds Averaged Navier Stokes – RANS*).

E’ superfluo aggiungere che questi brevi cenni possono solo dare un’idea generale delle

principali caratteristiche della turbolenza idrodinamica, uno degli argomenti più complessi e affascinanti di tutte le scienze fisiche. Trattazioni molto più adeguate possono trovarsi in: (Tennekes H., Lumley J.L., 1972, Hinze O., 1959, Lesieur, M., 1990, Reynolds W.C., 1976).

2.2.1 Simulazione Diretta della Turbolenza – DNS

In qualunque problema fluidodinamico, per risolvere in modo diretto le equazioni del moto occorre definire nel dominio di calcolo una griglia tridimensionale (discretizzazione spaziale) le cui maglie devono essere più piccole della scala delle strutture significative da risolvere. Inoltre, la simulazione deve essere eseguita con passi Δt (discretizzazione temporale) sufficientemente piccoli da seguire l'andamento nel tempo delle varie grandezze (Ciofalo M., 2005).

Se il numero di Reynolds (rapporto tra le forze inerziali e le forze viscosi) è abbastanza piccolo, il moto è laminare e le strutture significative del campo di moto hanno dimensioni dello stesso ordine delle strutture fisiche presenti nel dominio di calcolo (pareti, ostacoli ecc.); inoltre, per condizioni al contorno invarianti nel tempo, il problema ammette quasi sempre una soluzione stazionaria o periodica (preceduta, eventualmente, da un transitorio iniziale secondo le condizioni iniziali scelte). In questo caso, quindi, è quasi sempre possibile raggiungere una sufficiente risoluzione spazio-temporale e ottenere una soluzione indipendente dalla discretizzazione usata. Per valori elevati del numero di Reynolds, il moto del fluido diviene turbolento. In tal caso, il campo di moto è sempre dipendente dal tempo (anche in presenza di condizioni al contorno invarianti), dipende in modo critico dalle condizioni iniziali ed è privo (istantaneamente) di simmetrie spaziali anche se il problema presenta simmetrie geometriche.

Le strutture spaziali del campo di moto (*vortici*) coprono un intervallo di scale che si estende dalla scala del dominio fisico a quella dei vortici dissipativi di Kolmogorov, in cui l'energia meccanica del fluido è dissipata in calore da effetti viscosi. Questo intervallo cresce al crescere del numero di Reynolds e, per moti pienamente turbolenti, copre in genere diversi ordini di grandezza. Benché, come si è accennato, le equazioni del moto continuo a descrivere in linea di principio la fisica del problema, la loro soluzione diretta presenta notevoli difficoltà.

La *direct numerical simulation* (DNS) consiste nel risolvere numericamente le equazioni di Navier – Stokes e di continuità, con condizioni iniziali e al contorno appropriate, così come sono, senza effettuare alcuna decomposizione dei campi di velocità e pressione, quindi risolvendo tutte le scale spaziali presenti. La DNS è rimasta irrealizzabile, finché non si sono rese disponibili adeguate risorse di calcolo. Dal punto di vista concettuale la DNS è l'approccio più semplice alla turbolenza e, qualora possa essere applicato, è ineguagliabile in quanto ad accuratezza e livello di descrizione.

E' tuttavia importante sottolineare ancora che il costo computazionale è assai elevato e le risorse di calcolo necessarie aumentano rapidamente all'aumentare del numero di Reynolds: allo stato attuale la DNS è applicata a flussi con basso o moderato numero di Reynolds.

La soluzione numerica delle equazioni di Navier-Stokes e di continuità può avvenire in modi diversi: tra i più usati vi sono le differenze finite e i metodi spettrali. Questi ultimi sono particolarmente interessanti, perché forniscono i campi di velocità e pressione direttamente in termini di modi o contributi spettrali, cioè corrispondenti alle differenti scale spaziali. Per quanto riguarda le differenze finite, la metodologia numerica si basa sul fatto che i campi di velocità e pressione vengono descritti attraverso un numero finito di punti o nodi computazionali, attraverso la soluzione di un sistema di equazioni algebriche che rappresentano le equazioni di partenza nei punti computazionali, tramite l'approssimazione delle derivate con rapporti di differenze o incrementi finiti. La soluzione alle differenze finite, contrariamente a quanto avviene con i metodi spettrali nei quali i modi separatamente forniscono il contributo della singola scala spaziale, contiene i contributi di tutte le scale spaziali. I metodi spettrali infatti forniscono la soluzione nello spazio dei numeri d'onda e la soluzione nello spazio fisico deve essere ricostruita attraverso una operazione di antitrasformazione di Fourier, i metodi alle differenze finite forniscono direttamente la soluzione nello spazio fisico, in cui i contributi alle diverse scale spaziali si presentano contemporaneamente.

Ciò che accomuna le metodologie numeriche spettrali e quelle basate sulle differenze finite è l'elevato numero di modi e punti computazionali. Questo numero viene infatti determinato dalla considerazione che ogni DNS, in quanto si basa su una procedura discreta, è limitata dalla scelta di una scala spaziale minima che può essere risolta. Tale scelta in pratica definisce la finezza della griglia computazionale ed è dettata dalla potenzialità di calcolo che si ha a disposizione. Limitando gli esempi alle metodologie numeriche basate sulle differenze finite, si dovrebbe fare in modo che la minima

distanza tra due punti computazionali δs sia sufficientemente piccola da essere rappresentativa delle scale spaziali dissipative.

In altre parole:

$$\delta s \approx \eta = \left(\frac{v^3}{\varepsilon} \right)^{1/4} \quad (2.34)$$

essendo η la microscala di Kolmogorov, rappresentativa delle scale spaziali dissipative.

Nonostante le difficoltà di cui si è detto, la DNS è uno strumento prezioso e complementare agli studi sperimentali sulla turbolenza: basti pensare al fatto che, grazie a simulazioni DNS, sono state determinate statistiche sulle fluttuazioni di velocità e pressione altrimenti impossibili da ottenere sperimentalmente: in altre parole la DNS si rivela essere una sorta di strumento di misura, le cui dimensioni possono, entro certi limiti, essere ridotte finché si vuole e pertanto posizionabile in punti in cui nessuno strumento di misura fisico può essere posto. Inoltre la DNS è uno “strumento di misura” che può misurare tutte le grandezze relative al campo di moto e da esse derivate, che invece, potrebbero essere difficili da misurare con strumenti reali. I dettagli della turbolenza di parete, tanto per fare un esempio, sono studiati con maggior facilità con la DNS che con le misure sperimentali.

2.2.2 Large Eddy Simulation – LES

La “*Large Eddy Simulation*”, o LES (termine che possiamo liberamente tradurre come simulazione “a grandi vortici”, o “per grandi vortici”) è un approccio alla modellazione della turbolenza basato sul filtraggio spaziale del campo di moto. La giustificazione teorica di tale approccio poggia sulla constatazione che in un moto turbolento le strutture di più grande scala (grandi vortici), che sono le principali responsabili del trasporto convettivo di quantità di moto, energia turbolenta e campi scalari, non si prestano ad essere modellate in forma generale (in quanto sono altamente anisotrope e variano considerevolmente da moto a moto), e vanno quindi preferibilmente simulate in modo esplicito; mentre le strutture di piccola scala, prossime alla soglia dissipativa di

Kolmogorov, sono tendenzialmente isotrope e universali (indipendenti cioè dallo specifico problema), per cui si prestano meglio ad essere modellate in modo semplificato.

Nell'approccio LES, dunque, si parte dalla equazione di Navier – Stokes e dalla equazione di continuità, che, attraverso una opportuna operazione di filtraggio, divengono le equazioni che determinano i moti la cui scala spaziale è maggiore o uguale ad un valore fissato: tale valore segna il confine tra i moti direttamente simulati dalle equazioni e i moti esclusi dalla simulazione, che pertanto devono essere modellati in qualche modo. *Large eddy simulation* significa letteralmente: simulazione dei grandi vortici, ossia i moti di grande scala, o per lo meno di scala spaziale maggiore di un certo valore vengono simulati dalle equazioni, i moti di piccola scala vengono modellati.

Vi sono quattro passi concettuali nell'approccio LES:

- a) definizione dell'operazione di filtraggio per la decomposizione dei campi di velocità e pressione in un campo filtrato, ossia depurato dalle scale spaziali minori della scala spaziale di soglia, e in un campo residuo;
- b) definizione delle equazioni di evoluzione dei campi filtrati, derivate dalla equazione di Navier-Stokes e di continuità;
- c) definizione della relazione di chiusura per il tensore dello sforzo residuo o tensore di sottogriglia, che appare nella equazione di Navier-Stokes in conseguenza dell'operazione di filtraggio;
- d) determinazione dei campi di velocità e pressione filtrati attraverso la soluzione numerica.

2.2.3 Il modello $k - \epsilon$ standard

Il modello $k - \epsilon$ standard è il più usato per i calcoli di pratici flussi ingegneristici. Questo modello, proposto inizialmente da Launder e Spalding (Launder, B.E. and Spalding, D.B., 1972), prevede la soluzione di due equazioni di trasporto separate per determinare indipendentemente la velocità turbolenta e la scala di lunghezza. La robustezza, l'economia e la ragionevole accuratezza per un ampio campo di flussi turbolenti spiegano la larga diffusione di tale modello nelle simulazioni numeriche. La derivazione delle equazioni del modello si basa su considerazioni fenomenologiche ed empiriche.

2.2.4 Il modello RNG $k - \varepsilon$

Il modello RNG $k - \varepsilon$ fu ricavato usando una rigorosa tecnica statistica. Esso è simile nella forma al modello $k - \varepsilon$ standard, ma include le seguenti varianti:

- il modello RNG ha un termine addizionale nella sua equazione in ε che migliora l'accuratezza per flussi rapidamente forzati;
- è incluso l'effetto del movimento vorticoso sulla turbolenza, accrescendo l'accuratezza per flussi vorticosi;
- la teoria RNG fornisce una formula analitica per il numero di Prandtl turbolento, mentre il modello $k - \varepsilon$ standard utilizza valori costanti stabiliti dall'utente;
- mentre il modello $k - \varepsilon$ standard è valido per alti numeri di Reynolds, mentre la teoria RNG tiene conto degli effetti dei bassi numeri di Reynolds.

L'effettivo uso di questa caratteristica dipende, comunque, da un appropriato trattamento della regione vicino la parete.

Queste caratteristiche rendono il modello RNG più accurato e affidabile per una più ampia classe di flussi rispetto al $k - \varepsilon$ standard.

Tale modello fornisce inoltre una più accurata descrizione di come i fenomeni di trasporto dovuti alla turbolenza varino con il numero di Reynolds.

La teoria RNG sviluppa un'equazione per la variazione della viscosità effettiva con il numero di Reynolds:

$$d \left(\frac{\rho^2 k}{\sqrt{\varepsilon} \mu} \right) = 1.72 \frac{\hat{\nu}}{\sqrt{\hat{\nu}^3 - 1 + C_\nu}} d\hat{\nu} \quad (2.35)$$

dove:

$$\hat{\nu} = \mu_{eff} / \mu \quad \text{e} \quad C_\nu \cong 100$$

2.2.5 Il modello della lunghezza di mescolamento

Il modello della lunghezza di mescolamento venne introdotto da Prandtl nel 1925,

specificamente per descrivere la distribuzione di viscosità turbolenta in un moto bidimensionale, in cui la velocità media possiede una direzione prevalente.

Il punto di partenza della teoria della lunghezza di mescolamento è l'ipotesi che la viscosità turbolenta possa essere posta nella forma:

$$\nu_t(x, y, z, t) = l \cdot u_* \quad (2.36)$$

ossia come il prodotto della lunghezza di mescolamento l per una opportuna velocità u_* , il cui ordine di grandezza è paragonabile a quello della velocità di agitazione. La lunghezza di mescolamento è praticamente una distanza che una particella fluida può percorrere mantenendo costante la sua quantità di moto. La definizione (2.36) venne introdotta, come detto, da Prandtl in analogia alla teoria cinetica dei gas, in cui uno dei risultati fondamentali consiste nel fatto che la viscosità cinematica di un fluido può essere espressa tramite il prodotto del libero cammino medio delle molecole del fluido per la velocità del suono nel fluido. Il libero cammino medio è la distanza che una molecola percorre tra un urto e il successivo.

La definizione (2.36) tuttavia sposta il problema alla definizione della lunghezza di mescolamento e di u_* . A tal proposito, è interessante illustrare il modo in cui Prandtl procedette. Si consideri (figura 2.1) un moto piano, con vettore della velocità media di componenti $(u(y), 0)$ e della velocità di agitazione (u', v') .

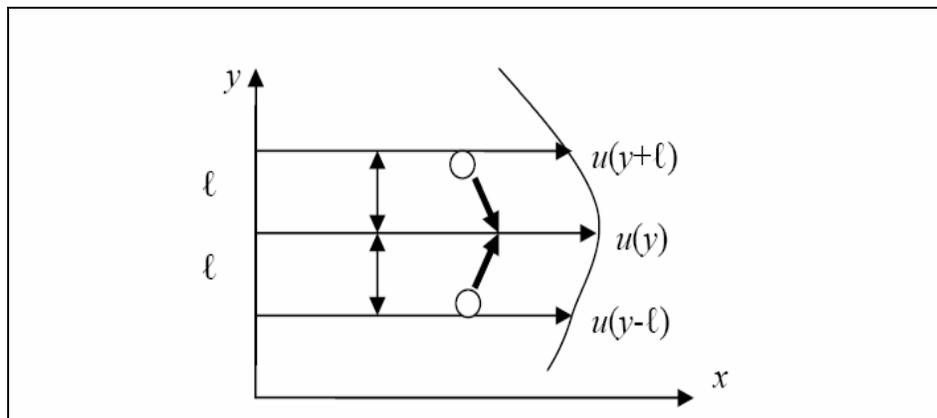


Fig. 2.1. Schema di riferimento per il modello della lunghezza di mescolamento (da [24]).

A causa della presenza delle velocità fluttuanti, avvengono continui scambi di quantità di moto tra le particelle fluide, che vengono a contatto a partire da posizioni diverse. In

particolare, la particella fluida che si trova nella posizione $y \pm l$, dotata di velocità locale ed istantanea pari ad $u(y \pm l)$ scambia quantità di moto con la particella che si trova in y , dotata di velocità pari alla velocità media $u(y)$. La particella che si trova nella posizione $y \pm l$ arriva in y dopo aver percorso la distanza pari alla lunghezza di mescolamento con una velocità, se l è sufficientemente piccolo, pari a

$$u(y \pm l) = u(y) \pm \left. \frac{du}{dy} \right|_y l \quad (2.37)$$

da cui si comprende che lo scambio di quantità di moto ha generato, per così dire, in y , la velocità di agitazione

$$u' = \pm \left. \frac{du}{dy} \right|_y l \quad (2.38)$$

Facendo alcune considerazioni si arriva all'espressione

$$\nu_T = l^2 \left| \frac{du}{dy} \right| \quad (2.39)$$

nella quale, ovviamente, deve essere specificata la lunghezza di mescolamento con formule empiriche.

Il modello della lunghezza di mescolamento è stato applicato con buoni risultati a flussi molto semplici: sostanzialmente bidimensionali, stazionari, confinati da pareti piane e caratterizzati da una direzione prevalente del moto (ad esempio moti in condotta, in canali a superficie libera). Vi sono stati anche dei tentativi di generalizzarlo a flussi più complessi.

Tale modello è indubbiamente il più semplice tra i modelli di turbolenza che abbiano dato

risultati di un certo rilievo, d'altra parte richiede la definizione della lunghezza di mescolamento, che è una funzione strettamente dipendente dal moto esaminato. La lunghezza di mescolamento è peraltro nota nei flussi semplici, mentre nei flussi complicati, per essere definita, richiede l'introduzione di opportune ipotesi, che

riducono l'affidabilità dei risultati.

Si deve sottolineare il fatto che, l'analogia alla base del modello della lunghezza di mescolamento tra il libero cammino medio di due molecole e la lunghezza di mescolamento tra due particelle fluide è solo qualitativamente accettabile: infatti il libero cammino medio ha un ordine di grandezza sempre notevolmente inferiore a quello delle dimensioni della corrente, mentre la lunghezza di mescolamento può raggiungere dimensioni paragonabili a quelle della corrente.

CAPITOLO 3

MODELLAZIONE NUMERICA CON IL CODICE DI CALCOLO FLOW – 3D

Nel presente capitolo viene discussa la modellazione tridimensionale eseguita con il codice di calcolo FLOW – 3D, valutando come in tale codice sono scritte e quindi risolte le equazioni di Navier-Stokes per flussi incomprimibili (Flow Science Inc. (2005)). La simbologia utilizzata è la stessa di quella adottata all'interno del codice.

3.1 Sistemi di coordinate

Le equazioni differenziali da risolvere possono essere scritte in termini di coordinate cartesiane (x, y, z) o cilindriche (r, θ, z) , in cui la coordinata x rappresenta la direzione radiale r , la coordinata y è trasformata nella coordinata azimutale θ , e la z è la coordinata assiale. Per la geometria cilindrica, i termini supplementari devono essere aggiunti alle equazioni cartesiane del moto.

Nella scrittura delle equazioni si tiene conto del tipo di geometria mediante il coefficiente ξ , ponendo $\xi = 0$ nel sistema cartesiano e $\xi = 1$ nel sistema di coordinate cilindriche.

Tutte le equazioni sono formulate con le funzioni di porosità di volume e di area. Questa formulazione (denominata FAVOR™, *Fractional Area/Volume Obstacle Representation Method*) è utilizzata per modellare regioni a geometria complessa.

Per esempio, le regioni con porosità di volume nulla sono usate per definire gli ostacoli solidi, mentre le porosità di area possono essere usate per rappresentare stramazzi a parete sottile. Le funzioni di porosità inoltre introducono alcune semplificazioni nella definizione della superficie libera e delle condizioni al contorno di parete.

Generalmente, nel codice FLOW-3D le frazioni di volume e di area sono indipendenti dal tempo. Tuttavia, queste quantità possono variare nel tempo quando si impiega il

modello di ostacolo in movimento.

3.2 Equazione di Continuità

L'equazione di continuità in termini di massa scritta in forma generale è:

$$V_F \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u A_x) + R \frac{\partial}{\partial y}(\rho v A_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w A_z) + \xi \frac{\rho u A_x}{x} = R_{DIF} + R_{SOR} \quad (3.1)$$

in cui:

- V_F è la frazione di volume aperta al moto
- ρ è la densità del fluido
- R_{DIF} è un termine di diffusione turbolenta
- R_{SOR} è una sorgente di massa
- Le componenti di velocità (u, v, w) sono riferite alle tre direzioni cartesiane (x, y, z) o cilindriche (r, θ, z).
- A_x, A_y, A_z rappresentano le frazioni di area attraversate dal moto nelle tre direzioni
- I coefficienti R e ξ dipendono dal sistema di coordinate prescelto. In particolare, nel sistema cartesiano, vale $R = 1$ e $\xi = 0$.

Il primo termine al secondo membro dell'Eq. (3.1) è, come detto, un termine di diffusione turbolenta,

$$R_{DIF} = \frac{\partial}{\partial x} \left(v_\rho A_x \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) + R \frac{\partial}{\partial y} \left(v_\rho A_y R \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(v_\rho A_z \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) + \zeta \frac{\rho v_\rho A_x}{x} \quad (3.2)$$

in cui il coefficiente v_ρ è uguale a $c_p \mu / \rho$, in cui μ è la viscosità del fluido e c_p è una

costante il cui inverso è usualmente definito come numero di *Schmidt*. Questo tipo di diffusione di massa ha senso soltanto per processi di mescolamento turbolento in quei fluidi che hanno densità non uniforme. Nel caso trattato nel presente lavoro è da intendersi, pertanto, $R_{DIF}=0$.

L'altro termine del secondo membro, R_{SOR} , rappresenta una sorgente di densità, ed in questa sede è stato considerato nullo.

Ala luce di quanto detto sinora, pertanto, l'equazione di continuità nel caso in esame può essere riscritta nella seguente forma:

$$\frac{\partial}{\partial x}(uA_x) + \frac{\partial}{\partial y}(vA_y) + \frac{\partial}{\partial z}(wA_z) = 0 \quad (3.3)$$

3.3 Equazioni del moto

Le equazioni del moto scritte in termini delle componenti di velocità (u , v , w) nelle tre direzioni sono costituite dalle equazioni di Navier – Stokes:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left(uA_x \frac{\partial u}{\partial x} + vA_y \frac{\partial u}{\partial y} + wA_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + F_x \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left(uA_x \frac{\partial v}{\partial x} + vA_y \frac{\partial v}{\partial y} + wA_z \frac{\partial v}{\partial z} \right) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + F_y \\ \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left(uA_x \frac{\partial w}{\partial x} + vA_y \frac{\partial w}{\partial y} + wA_z \frac{\partial w}{\partial z} \right) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + g + F_z \end{aligned} \quad (3.4)$$

in cui g rappresenta l'accelerazione di gravità lungo z e i termini (F_x , F_y , F_z) sono accelerazioni viscosse.

Le accelerazioni viscosse sono ottenute dalle equazioni:

$$\begin{aligned} \rho V_F F_x &= \frac{\tau_{0x}}{dx} - \left[\frac{\partial}{\partial x}(A_x \tau_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y}(A_y \tau_{xy}) + \frac{\partial}{\partial z}(A_z \tau_{xz}) \right] \\ \rho V_F F_y &= \frac{\tau_{0y}}{dy} - \left[\frac{\partial}{\partial x}(A_x \tau_{xy}) + \frac{\partial}{\partial y}(A_y \tau_{yy}) + \frac{\partial}{\partial z}(A_z \tau_{yz}) \right] \\ \rho V_F F_z &= \frac{\tau_{0z}}{dz} - \left[\frac{\partial}{\partial x}(A_x \tau_{xz}) + \frac{\partial}{\partial y}(A_y \tau_{yz}) + \frac{\partial}{\partial z}(A_z \tau_{zz}) \right] \end{aligned} \quad (3.5)$$

in cui

$$\begin{aligned}
 \tau_{xx} &= -2\mu \left[\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] \\
 \tau_{yy} &= -2\mu \left[\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{1}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] \\
 \tau_{zz} &= -2\mu \left[\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{1}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] \\
 \tau_{xy} &= -\mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\
 \tau_{xz} &= -\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\
 \tau_{yz} &= -\mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

3.3.1 Sforzi tangenziali alla parete

Il primo termine che compare al secondo membro di ciascuna delle Eq. (3.4) rappresenta lo sforzo tangenziale alla parete per unità di lunghezza nelle tre direzioni.

Se questi termini sono omessi, non c'è tensione tangenziale alla parete perché i termini restanti contengono le frazioni di area di corrente (A_x , A_y , A_z) che sono nulle alle pareti.

Gli sforzi di parete sono modellati assumendo una velocità tangenziale nulla in tutte le porzioni di area chiuse al moto, a parte per i contorni delle *mesh*, sui quali possono essere assegnate velocità tangenziali non nulle.

Per i flussi turbolenti si assume un profilo di velocità alla parete, definito da una specifica legge di parete, che modifica la grandezza della tensione tangenziale.

3.3.2 Valutazione della viscosità

Alla viscosità dinamica μ , può essere assegnato valore costante 'molecolare' per ogni fluido in un problema a uno o due fluidi. In celle della maglia che contengono una miscela, la viscosità viene valutata come media pesata della frazione di volume dei valori costanti. Nel modello con unico fluido questo può consistere di due componenti,

ciascuno con le relative densità e viscosità costanti. In questo caso la viscosità fluida della miscela è valutata come media pesata delle rispettive frazioni di volume.

Quando si considera la turbolenza, la viscosità è una somma dei valori molecolari e turbolenti. Se la viscosità è posta nulla, non vengono calcolati gli sforzi viscosi.

3.3.3 *Interfacce fluide e superfici libere*

Le correnti fluide sono definite in termini di una funzione $F(x,y,z,t)$ di volume di fluido (VOF), (Hirt C.W. and Richardson J.E., 1999). Questa funzione rappresenta il volume di fluido per unità di volume e soddisfa l'equazione

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left[\frac{\partial}{\partial x} (FA_x u) + \frac{\partial}{\partial y} (FA_y v) + \frac{\partial}{\partial z} (FA_z w) \right] = 0 \quad (3.7)$$

La valutazione di F dipende dal tipo di problema da risolvere. Nel caso di un fluido incomprimibile a superficie libera, F rappresenta la frazione di volume occupata dal fluido. Pertanto si ha presenza di fluido per $F = 1$, mentre le regioni vuote corrispondono alle posizioni in cui vale $F = 0$.

I “vuoti” sono regioni nelle quali non è presente massa fluida nelle quali è assegnata una pressione uniforme. Da un punto di vista fisico esse rappresentano regioni riempite di vapore o di gas con densità è del tutto trascurabile rispetto a quella del fluido.

Il metodo VOF (Volume Of Fluid) è conosciuto come un algoritmo di tracciatura dell'interfaccia. In tale metodo non è direttamente tracciata l'interfaccia ma il volume che ciascun fluido occupa in ogni cella computazionale: a partire da una configurazione iniziale tale grandezza è avanzata nel tempo mediante opportune tecniche, successivamente la ricostruzione dell'interfaccia nella nuova posizione è fatta utilizzando la distribuzione del volume al nuovo passo temporale. Per questa ragione ci si riferisce talvolta al Metodo VOF come a un metodo di tracciatura del volume.

3.3.4 Il metodo FAVOR

L'algoritmo FAVOR (Fractional Area VOLUME Region) è un metodo per la lettura delle geometrie all'interno di una griglia cartesiana strutturata.

Non essendo queste griglie "body-fitted", per discretizzare le equazioni del moto su un dominio cartesiano vi è il problema di come rappresentare il contorno di una geometria e di come ricondurre i nodi ad essa.

Il metodo classico per questo tipo di mesh è quello di valutare semplicemente se il nodo (o il centro della cella) è interno o esterno alla geometria, e nel primo caso di dotarlo di opportune condizioni al contorno. Con questa tecnica però qualsiasi geometria viene letta con un andamento a scalino, con pessimi risultati.

FLOW-3D invece, attraverso l'algoritmo FAVOR, legge l'andamento della geometria all'interno di ogni cella, creando dei nodi di superficie nell'intersezione tra la geometria e i lati della cella.

Sugli elementi si superficie pertanto la cella non ha più forma ortogonale quadrata (o cubica) ma poligonale, e le equazioni del moto vengono risolte utilizzando questa nuova geometria.

Per ogni cella vengono quindi immagazzinati i rapporti area-volumi aperti, questi vengono integrati nelle equazioni di conservazione. I vantaggi sono una facile generazione della mesh di calcolo, una definizione della mesh "indipendente dalla geometria", la possibilità di muovere l'oggetto all'interno di una stessa all'interno di una stessa mesh.

Le regioni devono a includere almeno un punto di intersezione delle linee della griglia, le aree sono calcolate dall'intersezione con le linee della griglia (ed i segmenti sono collegati con segmenti retti) – i volumi sono calcolati integrando la geometria "reale".

La lettura della geometria così come è stata descritta avviene ad ogni ciclo temporale, in questo modo la geometria "vera", anche se questa ha cambiato posizione, viene riletta adattandosi alla nuova configurazione assumendone l'aspetto originario, il processo di riletura non cambia anche qualora l'oggetto abbia subito non solo uno spostamento/rotazione, ma anche una deformazione, l'algoritmo FAVOR risulta pertanto comodo e di grande potenza, in quanto è in grado di interagire col codice CFD utilizzando geometrie teoricamente totalmente differenti ad ogni step temporale.

3.3.5 Modelli di turbolenza

È ben noto che l'ampio spettro di scale di lunghezza associate ai moti turbolenti preclude una simulazione diretta di tali moti per tutti gli scopi pratici. Questo fatto ha condotto allo sviluppo di modelli semplificati per la descrizione degli effetti medi della turbolenza. In alcuni casi questi modelli tengono conto del percorso di miscelamento di Prandtl, in cui la viscosità è incrementata dai processi di miscelazione turbolenta nelle regioni di forte attrito (per esempio, in prossimità dei contorni solidi). Più generalmente, tuttavia, è necessario tenere conto di processi di trasporto (per esempio, convezione e diffusione) che controllano le distribuzioni spazio – temporali dell'intensità di turbolenza.

Nel codice FLOW-3D sono implementati cinque modelli di turbolenza:

- percorso di mescolamento di *Prandtl*
- modello dell'energia turbolenta ad una equazione
- modello $k - \varepsilon$
- modello *RNG* (Renormalization Group)
- modello *LES* (Large Eddy Simulation)

Il modello più semplice consiste di un'equazione di trasporto per l'energia cinetica specifica associata alle fluttuazioni turbolente di velocità più un parametro che caratterizza una certa altra proprietà della turbolenza. La scelta dei parametri è arbitraria e può essere usata con l'energia cinetica per determinare le scale temporali e di lunghezza che caratterizzano la turbolenza.

Un modello un po' più sofisticato (e più ampiamente utilizzato) consiste di due equazioni di trasporto per l'energia cinetica turbolenta k e la sua dissipazione ε , il cosiddetto modello $k - \varepsilon$ (Harlow F.H. and Nakayama P.I., 1967). È stato mostrato che tale modello fornisce approssimazioni ragionevoli a molti tipi di moto, anche se a volte richiede la modifica dei relativi parametri adimensionali (o anche dei cambiamenti funzionali ai termini nelle equazioni) (Rodi W., 1980).

Un altro più recente modello di turbolenza è basato sui metodi del *Renormalization-Group* (*RNG*) (Yakhot V. and Orszag S.A., 1986, Yakhot V. and Smith L.M., 1993, Adzhemyan L. Ts., Antonov N.V. and Vasiliev A.N., 1999). Questo approccio applica

metodi statistici per una derivazione delle equazioni mediate per le quantità turbolente, quali l'energia cinetica turbolenta ed il relativo tasso di dispersione. I modelli basati sulla teoria *RNG* dipendono meno da costanti empiriche rispetto agli altri modelli.

Il modello *RNG* usa le equazioni simili alle equazioni per il modello $k - \varepsilon$. Tuttavia, le costanti delle equazioni vengono determinate empiricamente nel modello $k - \varepsilon$ standard, mentre nel modello *RNG* sono derivate esplicitamente.

Generalmente il modello *RNG* ha applicabilità più larga rispetto al modello $k - \varepsilon$ standard. In particolare, il modello *RNG* si presta bene a descrivere più accuratamente moti con bassa intensità di turbolenza e moti che hanno regioni con forte attrito.

Il modello di turbolenza *Large Eddy Simulation (LES)* ha origine dai tentativi di modellazione atmosferica. L'idea di base è di poter computare direttamente tutte le strutture turbolente del moto che possono essere risolte dalla griglia di calcolo ed invece approssimare soltanto quelle caratteristiche che sono troppo piccole per essere risolte (Smagorinsky J, 1963).

Usando il modello *LES* è importante ricordarsi che il modello è tridimensionale e dipendente dal tempo e, anche se richiede più impegno computazionale, i risultati ottenuti con il modello *LES* forniscono spesso più informazioni rispetto ai modelli basati sulle medie alla Reynolds.

Ad esempio, quando i modelli *LES* sono usati per computare il moto turbolento intorno a grandi edifici, si ottengono non solo gli sforzi medi del vento ma anche una valutazione della grandezza e dello scarto quadratico medio delle fluttuazioni della forza associate al moto turbolento.

Nel modello *LES*, gli effetti di turbolenza troppo piccoli da computare sono espressi da una viscosità di vortice (*eddy viscosity*), che è proporzionale ad una scala di lunghezza divisa per una misura delle fluttuazioni di velocità su quella scala. Per la scala di lunghezza, Smagorinsky (Smagorinsky J., 1963) usa una media geometrica delle dimensioni delle celle della griglia,

$$L = (\delta x \delta y \delta z)^{\frac{1}{3}} \quad (3.8)$$

e scala le fluttuazioni della velocità mediante il valore di L diviso la tensione tangenziale media. Queste quantità sono combinate insieme nel termine "*LES kinematic*

eddy viscosity”

$$\nu_t = (cL)^2 \sqrt{c_{ij} e_{ij}} \quad (3.9)$$

in cui c è una costante che vale tipicamente 0.1 – 0.2, ed e_{ij} indica il tensore di deformazione.

3.3.6 Viscosità turbolenta

L’obiettivo principale di ogni modello di turbolenza è di fornire un meccanismo per la valutazione dell’influenza delle fluttuazioni turbolente sulle quantità medie del moto. Questa influenza è espressa solitamente dai termini addizionali di diffusione nelle equazioni che esprimono i valori medi di massa, quantità di moto ed energia [Eq. (3.1), (3.4) (3.7)]. Dovunque compaia il coefficiente di viscosità dinamica, μ , si suppone che esso sia una somma delle viscosità molecolari e turbolente

$$\mu = \rho(\nu_T + \nu) \quad (3.10)$$

In senso stretto, questo non è sempre corretto, ma è una buona approssimazione per livelli elevati di turbolenza (cioè, quando la viscosità turbolenta è molto più grande del valore molecolare).

Per bassi livelli di turbolenza il modello k – ε non è corretto senza l’apporto di modifiche supplementari.

Una viscosità è associata alla turbolenza è computata da un modello concettuale dei vortici turbolenti che trasportano la quantità di moto (ed altre quantità). Questo trasporto è caratterizzato dalle scale di lunghezza e di velocità dei vortici. Definendo $TLEN$ come la scala caratteristica di lunghezza dell’energia che contiene i vortici (scala inerziale di lunghezza) ed usando la radice quadrata dell’energia cinetica turbolenta, k , per caratterizzare la scala di velocità, si può definire la viscosità cinematica turbolenta, ν_T , come

$$\nu_T = TLEN \sqrt{\frac{2k}{3}} \quad (3.11)$$

Nel modello di turbolenza a due equazioni il parametro scala di lunghezza costante è

sostituito dalla funzione di dissipazione dell'energia turbolenta ε , e la viscosità è allora espressa come

$$\nu_T = CNU \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.12)$$

in cui CNU è una costante che tipicamente vale 0.09 nel modello $k - \varepsilon$ standard e 0.085 nel modello RNG .

Combinando le due precedenti espressioni si ottiene la relazione tra i suddetti parametri

$$\varepsilon = CNU \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{k^{\frac{3}{2}}}{TLEN} \quad (3.13)$$

Essendo più semplice ragionare in termini della scala $TLEN$ piuttosto che del parametro ε , conviene definire valori iniziali ed al contorno per $TLEN$ e k , e quindi usare l'equazione (3.13) per calcolare i corrispondenti valori di ε nei modelli di turbolenza a due equazioni.

3.3.7 Equazione dell'Energia Cinetica Turbolenta

L'energia cinetica turbolenta per unità di massa, k , è governata dall'equazione

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{I}{V_F} \left(uA_x \frac{\partial k}{\partial x} + vA_y \frac{\partial k}{\partial y} + wA_z \frac{\partial k}{\partial z} \right) = P + G + Diff - \varepsilon \quad (3.14)$$

in cui i primi tre termini al secondo membro sono definiti come:

- produzione di attrito P

$$\begin{aligned} P = CS PRO \left(\frac{\mu}{\rho V_F} \right) & \left[2A_x \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2A_y \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2A_z \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \\ & \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \left(A_x \frac{\partial v}{\partial x} + A_y \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \left(A_z \frac{\partial u}{\partial z} + A_x \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ & + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \left(A_z \frac{\partial v}{\partial z} + A_y \frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (3.15)$$

- produzione di galleggiamento, G ,

$$G = -CRHO \left(\frac{\mu}{\rho^3} \right) \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \rho}{\partial z} \frac{\partial p}{\partial z} \right) \quad (3.16)$$

- diffusività, $Diff$,

$$Diff = \frac{l}{V_F} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(v_k A_x \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v_k A_y \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(v_k A_z \frac{\partial k}{\partial z} \right) \right] \quad (3.17)$$

Il coefficiente di diffusività v_k è definito come $RMTKE \left(\frac{\mu}{\rho} \right)$, in cui $RMTKE$ è una costante adattabile dell'utente, così come le costanti $CSPRO$ e $CRHO$ e nelle equazioni (3.15) e (3.16).

L'ultimo termine al secondo membro dell'equazione (3.14), ε , rappresenta, come detto, l'energia di dissipazione turbolenta che si converte in calore.

Se le frazioni di area e volume sono pari all'unità, questa equazione in k differisce dall'usuale equazione nel modello $k-\varepsilon$ (Rodi W., 1980) solamente per una diversa formulazione del termine di galleggiamento.

Nel modello $k-\varepsilon$ i gradienti di pressione che compaiono nel termine di galleggiamento (Eq. 3.16) sono sostituiti da un gradiente di pressione idrostatica. La formulazione nell'Eq. (3.16) è corretta prevalentemente per sistemi non in equilibrio idrostatico, ed tiene conto anche degli effetti di galleggiamento originati dalle rotazioni ed accelerazioni locali della corrente.

La comparsa delle frazioni di area e di volume nel termine di produzione dell'attrito nell'equazione (3.15), consente di assicurare un legame fra gli sforzi viscosi nelle equazioni di quantità di moto medie ed il lavoro fatto da questi sforzi che produce l'energia turbolenta.

3.3.8 Dissipazione turbolenta

Per la determinazione della dissipazione turbolenta ε sono disponibili due opzioni. In primo luogo, se si conosce una scala caratteristica di lunghezza per le fluttuazioni turbolente, $TLEN$, allora la dissipazione può essere approssimata mediante l'equazione (3.13). Questa relazione, insieme all'equazione dell'energia, (equazione 3.14), costituisce il modello di turbolenza ad una equazione.

Purtroppo in molti casi pratici è difficile stabilire un valore realistico per $TLEN$ perché la scala di lunghezza è ignota oppure varia significativamente nello spazio e nel tempo. In tali casi può essere necessario usare un'equazione completa di trasporto per calcolare la dispersione. Questa seconda opzione presenta il vantaggio di tenere conto efficacemente delle scale spazio – temporali, ma richiede un maggiore impegno computazionale. L'equazione di trasporto per la ε è data dall'espressione

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left(u A_x \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + v A_y \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} + w A_z \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) = \frac{CDIS_1 \cdot \varepsilon}{k} (P + CDIS_3 \cdot G) + \varepsilon_{DIF} - CDIS_2 \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (3.18)$$

in cui $CDIS_1$, $CDIS_2$, e $CDIS_3$ sono costanti. I termini di produzione P e G sono definiti nelle Equazioni (3.15) and (3.16). D_{DIF} è un termine diffusivo simile a quello fornito dall'equazione (3.17), con k sostituito da ε e con la costante $RMTKE$ sostituita dalla nuova costante $RMDTKE$. Nel modello RNG la costante $CDIS_2$ è funzione della tensione tangenziale.

3.3.9 Condizioni al contorno di turbolenza

Le equazioni (3.14) e (3.18) costituiscono i modelli di turbolenza a due equazioni usati nel codice FLOW-3D. Le condizioni al contorno per queste equazioni sono in parte sviluppate nelle equazioni mediante le frazioni di area. Per esempio, tutti i flussi advettivi e diffusivi sono automaticamente nulli alle pareti rigide, in corrispondenza delle quali le frazioni di area si annullano. Sulle superfici libere gli sforzi tangenziali

sono nulli a causa dell'annullarsi delle derivate della velocità attraverso la superficie.

Gli sforzi tangenziali valutati alle pareti di contorno sono nulli anche nelle zone di moto nullo. Tuttavia, ci potrebbero essere contributi non nulli nelle equazioni di k ed ε originati da tensioni tangenziali di parete. Questi sforzi si presentano nei sottostrati laminari e sono proporzionali alla viscosità molecolare ed ai gradienti locali di velocità, pertanto si potrebbero includere i contributi della tensione tangenziale di parete nel termine di produzione P .

Purtroppo questo metodo non sembra sempre funzionare bene, non limitando opportunamente i valori di k ed ε sulle superfici di contorno. Di conseguenza, nel codice viene seguita la procedura più standard (Rodi W., 1980), in cui i valori di k ed ε sono specificati nelle celle della *mesh* di calcolo in corrispondenza delle pareti di contorno.

Poiché il metodo FAVOR rappresenta i contorni di parete che possono passare attraverso una cella della maglia con ogni angolo, il calcolo dei valori al contorno appropriati per k ed ε è stato generalizzato al di là di una semplice valutazione al bordo delle celle stesse.

Nel codice FLOW-3D vengono assegnati i valori di k ed ε in ogni cella della maglia che ha una o più facce parzialmente o interamente ostruite da una parete rigida. Per determinare i valori limite per k ed ε , la procedura usuale presuppone un equilibrio locale fra i processi di produzione e di dissipazione della tensione turbolenta ed un profilo di velocità con apposita legge di parete (Rodi W., 1980). Unitamente alla definizione della viscosità turbolenta data dall'equazione (3.12), si ottengono i valori

$$k = \frac{u_*^2}{\sqrt{CNU}} \quad \text{e} \quad \varepsilon = \frac{u_*^3}{\kappa k} \quad (3.19)$$

in cui u_* è la velocità di attrito locale determinata dall'equazione

$$u = \left[\frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{u_* d}{\nu} \right) + 5.0 \right] \quad (3.20)$$

u è la componente di velocità longitudinale calcolata in prossimità della parete, ad una

distanza d dalla parete; κ è la costante di Von Karman.

L'equazione (3.20) è formalmente la stessa nel caso sia di parete liscia che di parete scabra. La differenza risiede nel fatto che, nel secondo caso, assegnata la scabrezza superficiale r , la viscosità cambia dal valore molecolare ν al valore $(\nu + r u)$, convertendo automaticamente la dipendenza logaritmica dal parametro $\frac{\nu}{u}$ (scala di lunghezza caratteristica) al parametro r .

Poiché il metodo *FAVOR* non individua precisamente le posizioni della parete all'interno di una cella, bisogna introdurre delle approssimazioni per determinare i valori di u , u_* e d . A tal fine, in primo luogo si determina la direzione normale alla parete nella cella, quindi la u può essere computata come la componente della velocità al centro della cella parallela alla parete. La distanza media dalla parete, d , è valutata come metà della larghezza della cella nella direzione normale alla parete. In questo modo la terna $(\delta x, \delta y, \delta z)$ è considerata come un vettore di cui il prodotto con la normale alla parete è definito come la larghezza delle celle nella direzione normale.

Infine, la velocità di attrito u_* è computata iterativamente dall'equazione (3.20) in funzione di u e d .

Una volta che queste quantità sono state computate, allora con l'equazione (3.19) si possono specificare i valori di k ed ε al centro della cella, che rappresentano le condizioni al contorno cercate.

3.3.10 Modello della lunghezza di mescolamento di Prandtl

Un semplice modello locale di turbolenza che non considera effetti di trasporto può essere costruito assumendo che la produzione e la diffusione di turbolenza siano ovunque in equilibrio,

$$P + G = \varepsilon \quad (3.21)$$

Ciò significa che l'advezione, la diffusione e l'istante di conversione dell'energia turbolenta vengono trascurati. Usando questo presupposto di equilibrio locale e

l'equazione (3.13) che esprime ε in funzione di k e $TLEN$, si può computare k in termini di $TLEN$, delle variazioni locali di tensione tangenziale e dei gradienti di pressione e densità. Allora k e $TLEN$ possono essere usati per computare la viscosità turbolenta dall'equazione (3.11). È stato mostrato che questa procedura fornisce un risultato che è una generalizzazione dell'originale modello di mescolamento di Prandtl (Rodi W., 1980).

A causa dei presupposti particolarmente restrittivi, questo modello è meno utile rispetto ai modelli di turbolenza ad una o due equazioni, e dovrebbe essere usato a rigore soltanto nelle situazioni in cui si può ritenere che esso approssimi ragionevolmente il problema fisico.

3.4 Approssimazioni Numeriche

3.4.1 Generalità

Il codice FLOW-3D risolve numericamente le equazioni descritte precedentemente mediante il metodo ai volumi finiti. La regione di moto viene suddivisa in una maglia di celle rettangolari fisse. Ad ogni cella sono associati valori medi locali di tutte le variabili dipendenti. Come spiegato in seguito, tutte le variabili sono situate ai centri delle cellule tranne le velocità, che sono computate alle facce della cella.

Gli ostacoli curvi, le pareti solide ed altre caratteristiche geometriche sono inclusi nella maglia definendo le frazioni di area delle facce e di volume delle celle che sono aperte al moto (metodo *FAVOR*TM (Hirt C.W. and Sicilian J.M., 1985).

Per costruire le approssimazioni numeriche discrete delle equazioni del moto, i volumi di controllo sono definiti nell'intorno di ogni variabile dipendente. Per ogni volume di controllo, i flussi attraverso le superfici, le tensioni superficiali e le forze di massa possono essere computati in funzione dei valori delle variabili circostanti. Queste quantità allora sono combinate per approssimare le leggi di conservazione espresse dalle equazioni del moto. La maggior parte dei termini nelle equazioni sono valutati esplicitamente, usando i valori delle variabili locali nel corrente livello temporale. Ciò determina uno schema di calcolo semplice ed efficiente per la risoluzione della maggior parte dei problemi, ma richiede l'uso di un intervallo temporale di ampiezza limitata per garantire la stabilità computazionale e l'accuratezza del risultato.

Un'eccezione importante a questa formulazione esplicita risiede in come vengono trattate le forze di pressione. Le pressioni e le velocità sono accoppiate implicitamente usando le pressioni all'istante successivo nelle equazioni di quantità di moto e le velocità al medesimo istante nell'equazione di continuità. Questa formulazione semi-implicita delle equazioni consente di ottenere una soluzione efficiente dei problemi di fluidi incomprimibili a bassa velocità. La formulazione semi-implicita, tuttavia, è formulata in termini di insiemi accoppiati di equazioni che devono essere risolte iterativamente.

Nel codice FLOW-3D sono presenti due di tali tecniche.

Il più semplice è un metodo successivo di sovra-rilassamento (*SOR, Successive Over-Relaxation*). Nei casi in cui è richiesto un metodo più implicito di soluzione, si può utilizzare il metodo *SADI (Special Alternating-Direction)*.

Il metodo numerico di base impiegato in FLOW-3D ha un'accuratezza formale del primo ordine rispetto agli incrementi spazio – temporali, anche quando la mesh di calcolo non è uniforme. È possibile anche ottenere un'accuratezza al secondo ordine. In ogni caso, le condizioni al contorno sono caratterizzate da un'accuratezza del primo ordine in tutte le circostanze.

Per esempio, in celle parzialmente occupate da un ostacolo, il metodo *FAVOR* è equivalente ad un'interpolazione del primo ordine delle condizioni al contorno all'interno della cella. Tuttavia, l'esecuzione delle condizioni al contorno del trasferimento di calore all'interfaccia tra il fluido e l'ostacolo ha un'accuratezza del secondo ordine rispetto alla dimensione della cella.

3.4.2 Simbologia utilizzata

La mesh di calcolo alle differenze finite usata per risolvere numericamente le equazioni è formata da celle rettangolari di larghezza δx_i , profondità δy_j ed altezza δz_k .

La regione attiva della maglia ha celle *IBAR* nella direzione x identificata con l'indice i , celle *JBAR* nella direzione y identificata con l'indice j e celle *KBAR* nella direzione z identificata con l'indice k .

Questa regione è circondata dagli strati delle celle di contorno o fittizie usate per definire le condizioni al contorno della maglia.

Quindi, ci sono solitamente in totale $(IBAR + 2)$ $(JBAR + 2)$ $(KBAR + 2)$ celle in una maglia completa.

Se si utilizzano condizioni al contorno periodiche o con assegnata pressione in una data direzione, tuttavia, deve essere utilizzato uno strato supplementare di celle di contorno nella medesima direzione.

Per il resto il preprocessore inizializza automaticamente il numero necessario di celle di contorno necessarie per soddisfare tutte le condizioni al contorno.

La figura seguente illustra la nomenclatura utilizzata per identificare le celle.

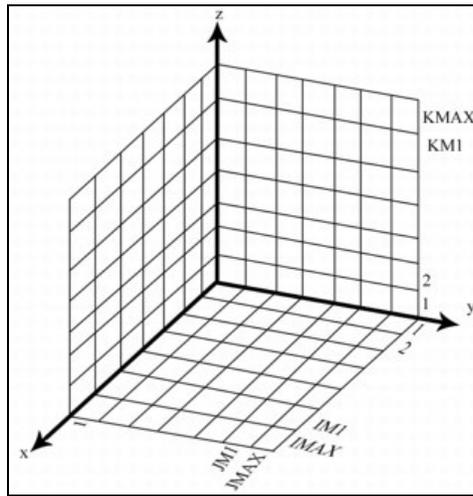


Fig. 3.1 Predisposizione della mesh e simbologia adottata

Le velocità e le pressioni del fluido sono situate alle posizioni della maglia come mostrato nella figura seguente: le velocità u e le frazioni di area A_x al centro delle facce della cella normali alla direzione x , le velocità v e le frazioni di area A_y al centro delle facce della cella normali alla direzione y e le velocità w e le frazioni di area A_z al centro delle facce della cella normali alla direzione z . Le pressioni (p), le frazioni di fluido (F), Le frazioni di volume (V), le densità (ρ), l'energia interna (I), le quantità di energia e dissipazione turbolenta (k , ϵ), e la viscosità (μ) sono riferite al centro delle celle.

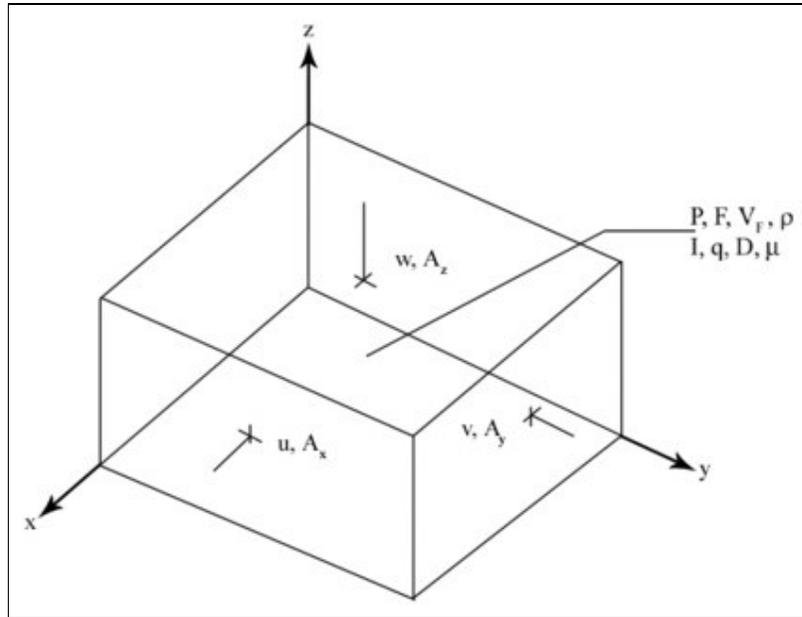


Fig. 3.2 Localizzazione delle variabili in una cella della mesh di calcolo

La notazione alle differenze finite adottata corrisponde a quella usata nel codice, nel quale non possono essere adoperati valori con indici frazionari; secondo la convenzione del codice, infatti, tutti gli indici frazionari sono diminuiti al numero intero più vicino.

Ad esempio, la velocità u alla posizione $I + \frac{1}{2}$ che è situata all'interfaccia tra le celle (i, j, k) e $(i+1, j, k)$, è indicata come $u_{i,j,k}^n$. L'indice n è riferito all'istante temporale n .

Analogamente,

- $F_{i,j,k}^n$ è la frazione di fluido al centro della cella (i, j, k) all'istante n ;
- $p_{i,j,k}^n$ è la pressione al centro della cella (i, j, k) all'istante n ;
- stesso discorso per ρ, I, k, ϵ e μ .

Allo stesso modo,

- $u_{i,j,k}^n$ è la velocità nella direzione x nel baricentro della faccia $i + \frac{1}{2}$ all'istante n ;
- $v_{i,j,k}^n$ è la velocità nella direzione y nel baricentro della faccia $j + \frac{1}{2}$ all'istante n ;
- $w_{i,j,k}^n$ è la velocità nella direzione z nel baricentro della faccia $k + \frac{1}{2}$ all'istante n ;

Le frazioni di area e volume compaiono nel codice con la seguente notazione:

$AFR_{i,j,k}$: frazione di area A_x di moto nella direzione x sulla faccia della cella $i + 1/2$;

$AFB_{i,j,k}$: frazione di area A_y di moto nella direzione y sulla faccia della cella $j + 1/2$;

$AFT_{i,j,k}$: frazione di area A_z di moto nella direzione z sulla faccia della cella $k + 1/2$;

$VF_{i,j,k}$: frazione di volume di al centro della cella (i, j, k) .

Quando sono presenti superfici libere (o interfacce fluide), è necessario distinguere le celle vuote, quelle che contengono una superficie, e quelle piene di liquido. Per definizione, una cella di superficie è una cella contenente liquido e con almeno una cella adiacente (a $i \pm 1, j \pm 1$ o $k \pm 1$) vuota (o riempita con un secondo fluido).

Una cella con un valore di F inferiore all'unità, ma senza celle vicine vuote, è considerata una cella piena nei problemi con un solo fluido.

3.4.3 Metodo di soluzione alle Differenze Finite

La procedura base per raggiungere la soluzione attraverso un incremento nel tempo, δt , consiste in tre passi:

1. Approssimazione esplicita delle equazioni delle quantità di moto (3.4), da utilizzarsi per computare in prima ipotesi le velocità ad un nuovo istante temporale usando le condizioni iniziali o i valori all'istante precedente (*step predictor*)
2. Per soddisfare l'equazione di continuità (3.1), (3.3) o (3.7), utilizzando l'opzione implicita di soluzione, le pressioni sono iterativamente modificate in ogni cella e le variazioni di velocità indotte da ogni cambio di pressione sono aggiunte alle velocità calcolate nel passo precedente (*step corrector*). È necessaria una iterazione perché la variazione di pressione in una cella modifica l'equilibrio nelle sei celle adiacenti.
3. In un problema di moto a superficie libera, questa essere aggiornata usando l'equazione che la definisce (3.7) in termini di frazioni di fluido, per definire la nuova configurazione. Le quantità turbolente sono aggiornate in questo passo.

Ripetendo iterativamente I tre passi appena descritti si giunge alla soluzione per ogni

intervallo di tempo. Ad ogni passo, naturalmente, bisogna imporre adeguate condizioni al contorno in tutta la *mesh* di calcolo, tenendo conto degli ostacoli e della presenza della superficie libera.

3.4.4 Approssimazioni delle Equazioni del Moto

Una generica forma per l'approssimazione numerica delle equazioni del moto (3.4) è la seguente:

$$\begin{aligned}
 u_{i,j,k}^{n+1} &= u_{i,j,k}^n + \delta t^{n+1} \left[-\frac{p_{i+1,j,k}^{n+1} - p_{i,j,k}^{n+1}}{(\rho \delta x)_{i+1/2,j,k}^n} - FUX - FUY - FUZ + VISX - WSX \right] \\
 v_{i,j,k}^{n+1} &= v_{i,j,k}^n + \delta t^{n+1} \left[-\frac{p_{i,j+1,k}^{n+1} - p_{i,j,k}^{n+1}}{(\rho \delta y)_{i,j+1/2,k}^n} - FVX - FVY - FVZ + VISY - WSY \right] \\
 w_{i,j,k}^{n+1} &= w_{i,j,k}^n + \delta t^{n+1} \left[-\frac{p_{i,j,k+1}^{n+1} - p_{i,j,k}^{n+1}}{(\rho \delta z)_{i,j,k+1/2}^n} + g - FWX - FWY - FWZ + VISZ - WSZ \right]
 \end{aligned}
 \tag{3.22}$$

in cui

$$(\rho \delta x)_{i+1/2,j,k}^n = \frac{(\rho_{i,j,k}^n \delta x_i + \rho_{i+1,j,k}^n \delta x_{i+1})}{2}
 \tag{3.23}$$

ed analogamente per le altre due quantità nelle direzioni *y* e *z*.

I termini advettivi, viscosi e di accelerazione hanno evidente significato; ad esempio, il termine *FUX* rappresenta il moto advettivo della velocità *u* nella direzione *x*; *VISX* è la componente dell'accelerazione lungo la direzione *x*; *WSX* è l'accelerazione viscosa di parete nella direzione *x*; *GX* comprende le accelerazioni gravitazionali, rotazionali e non-inerziali. Stesso significato per i termini nelle altre due direzioni.

3.4.5 Metodo del primo ordine

La più semplice approssimazione alle differenze finite nel codice FLOW-3D è di un'accuratezza del primo ordine negli incrementi spazio – temporali. In questo caso i termini advettivi e viscosi sono valutati usando i valori delle velocità al precedente istante di tempo (n). Le tensioni tangenziali alla parete sono valutate implicitamente nel seguente modo.

Poiché le pressioni all'istante $n+1$ sono generalmente sconosciute all'inizio del ciclo, queste equazioni non possono essere usate direttamente per valutare le velocità all'istante $n+1$ ma devono essere combinate con l'equazione di continuità.

Nel primo step della soluzione, i valori p^{n+1} nelle equazioni sono sostituiti dai valori p^n per ottenere una prima stima delle nuove velocità. In un'approssimazione esplicita il gradiente di pressione nell'equazione (3.22) è valutato all'istante n , quindi un'ulteriore variazione della p non influenza la valutazione di u^{n+1} .

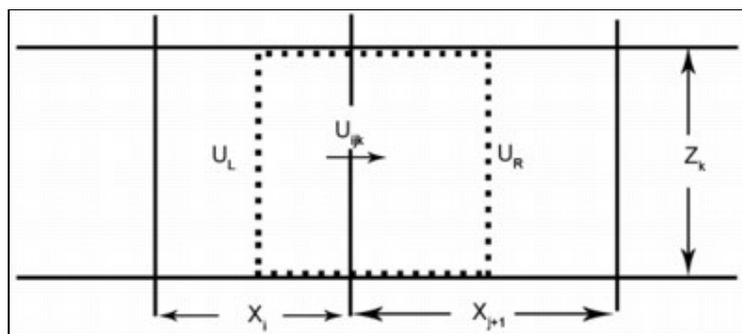


Fig. 3.3 Approssimazione alle differenze finite per la quantità di moto U . Volume di controllo (linea tratteggiata) nel piano $x-z$

Le approssimazioni specifiche scelte per i vari termini di accelerazione nell'equazione (3.22) sono relativamente importanti, dato che conducono ad una procedura numericamente stabile. Una particolare attenzione va prestata, tuttavia, quando si fanno approssimazioni in una maglia dimensioni delle celle non uniformi.

Si può mostrare che una mesh variabile conduce ad un'accuratezza inferiore rispetto ad una maglia fissa, anche se, ad esempio, una mesh variabile permette una migliore risoluzione nelle regioni dove le variabili del moto variano velocemente. Tuttavia, le maglie variabili devono essere adoperate con molta attenzione. È meglio, ad esempio, usare una variazione graduale delle dimensioni delle celle per minimizzare la riduzione

dell'ordine di approssimazione. È inoltre interessante cercare altre approssimazioni che non facciano perdere di accuratezza formale una volta applicate a mesh variabili.

Nel codice FLOW-3D è stata sviluppata un'approssimazione modificata detta della cella – donatore, che mantiene la relativa accuratezza in una maglia variabile e si riduce ad un'espressione conservativa quando la maglia è uniforme (Hirt C.W. and Sicilian J.M., 1985). Questo metodo approssima flussi advettivi nella forma non conservativa, che è necessaria a causa della difficoltà legata alle approssimazioni della forma conservativa.

La forma generale di questa approssimazione del termine $FUX = \left(\frac{A_x}{V}\right) \frac{u \partial u}{\partial x}$ è data da

$$FUX = 0.5 \frac{(\delta x_i + \delta x_{i+1})}{(\delta x_i V_{F_{i,j,k}} + \delta x_{i+1} V_{F_{i+1,j,k}})} \cdot \left[(UAR - \alpha |UAR|) \cdot DUDR + (UAL + \alpha |UAL|) \cdot DUDL \right] \quad (3.24)$$

in cui

$$\begin{aligned} DUDL &= \frac{u_{i,j,k} - u_{i-1,j,k}}{\delta x_i} \\ DUDR &= \frac{u_{i+1,j,k} - u_{i,j,k}}{\delta x_{i+1}} \\ UAR &= 0.5 (u_{i+1,j,k} AFR_{i+1,j,k} + u_{i,j,k} AFR_{i,j,k}) \\ UAL &= 0.5 (u_{i,j,k} AFR_{i,j,k} + u_{i-1,j,k} AFR_{i-1,j,k}) \end{aligned} \quad (3.25)$$

Se la maglia è uniforme, questa approssimazione ha un'accuratezza del secondo ordine nello spazio per $\alpha = 0$. Quando il $\alpha = 1$ si ha invece un'accuratezza del primo ordine.

3.4.6 Metodo del secondo ordine

Le approssimazioni descritte precedentemente hanno errori di troncamento proporzionali alla prima potenza dell'incremento temporale δt e, se $\alpha \neq 0$ o la mesh non è uniforme, alla prima potenza delle variazioni spaziali dx , dy e dz . Il vantaggio di queste approssimazioni del primo ordine è che sono semplici e facili da mantenere stabili da un punto di vista computazionale. Per molte applicazioni inoltre forniscono buone soluzioni. In alcuni casi, tuttavia, può essere troppo costoso usare una risoluzione della maglia necessaria per ottenere una soluzione accurata al primo ordine. Quando

questo accade, può essere utile impiegare un'approssimazione accurata al secondo ordine per le accelerazioni advettive e viscosi (Hirt C.W., 1978). Due schemi opzionali di approssimazione al secondo ordine per le equazioni della quantità di moto possono essere impostati con i dati di input.

3.4.7 Sforzi tangenziali di parete

Gli sforzi di parete sono espressi implicitamente per evitare le possibili instabilità numeriche che sorgono in celle con grandi aree di parete e piccoli volumi di moto. L'approccio di base per l'equazione della velocità w , ad esempio, è il seguente.

Le tensioni alla parete che influenzano w possono sorgere dalle aree di parete situate sulle facce x o y della cella intorno a w . Per ognuna di queste facce, se la frazione di area A è inferiore all'unità, la frazione restante $(1 - A)$ è considerata come una parete su cui è generato uno sforzo. Sulla faccia x alla destra di w , ad esempio, l'accelerazione dovuta alla tensione di parete, w_{sx} , è un'approssimazione di

$$w_{sx} = -\frac{2\mu A}{A_z \delta x^2} (1 - A_x)(w - w_0) \quad (3.26)$$

In cui A_x , δx e μ sono valutati nella cella in cui è posizionato w . La frazione di area A_z è stimata sulla stessa faccia del volume di controllo dove si trova w .

La velocità w_0 è nulla sulle pareti e sugli ostacoli, oppure è uguale alla velocità tangenziale nella direzione z ai contorni della mesh. Poiché w si trova al confine tra due celle, A_x è la media delle aree delle due celle.

Il fattore A tiene conto degli sforzi turbolenti al contorno. Se il numero di Reynolds locale R_L è abbastanza piccolo, il moto nella regione di contorno sarà laminare e l'approssimazione nell'equazione precedente con $A = 1$ rappresenta correttamente lo sforzo tangenziale.

Se il moto è turbolento, tuttavia, allora si ha un moto non laminare e la semplice approssimazione alle differenze finite $\frac{\partial w}{\partial x}$ considerata nella precedente equazione non è più esatta.

In tali casi si presume un profilo con legge di parete nella regione di contorno e lo

sforzo tangenziale corrispondente richiede un fattore che dipende dal numero di Reynolds locale. Bisogna ricordare che l'espressione logaritmica vale per un moto stazionario e pienamente sviluppato lungo un contorno piano, così che il relativo utilizzo in circostanze più generali è un'approssimazione.

Il termine A allora vale:

$$A = \begin{cases} 1.0, & \text{per } R_L \leq 157.44 \\ 0.0225 R_L^{\frac{3}{4}}, & \text{per } R_L > 157.44 \end{cases} \quad (3.27)$$

in cui $R_L = \frac{\rho \cdot \delta x \cdot w}{2\mu}$ è il numero di Reynolds locale valutato con la velocità all'istante n .

allo stesso modo si valutano gli sforzi sulle altre pareti della cella, e la loro somma definisce lo sforzo totale.

Se la velocità w che compare nell'equazione (3.26) è il valore all'istante n , l'approssimazione è esplicita ma soggetta a possibile instabilità numerica. Per evitare questa evenienza, il termine w va preso come il nuovo valore calcolato con l'equazione completa della quantità di moto. Ciò rende implicita l'equazione della quantità di moto per w , che però è comunque semplice da risolvere poiché è lineare in w .

Lo scivolamento sulle pareti è modellato usando un fattore di attrito K . Lo sforzo tangenziale alla parete dato dall'Eq. (3.26) adattata allo scivolamento è

$$w_{sz} = \frac{2A\mu}{A_x \delta x^2} (1 - A_x)(w - w_s) \quad (3.28)$$

in cui w_s è la velocità di scivolamento del fluido sulla parete:

$$w_s = \frac{\frac{2\mu w}{(A_z \delta x)} + K w_0}{\frac{2\mu}{(A_z \delta x)} + K} \quad (3.29)$$

Gli sforzi tangenziali alla parete sulle superfici di un ostacolo possono essere modificati definendo una scabrezza della parete. La scabrezza ha le dimensioni di una lunghezza che è, in un certo senso, proporzionale alla dimensione della rugosità. La scabrezza viene incorporata nel calcolo dello sforzo tangenziale aggiungendo alla viscosità molecolare il prodotto $\rho \cdot \xi \cdot w$, in cui ξ è la scabrezza della superficie e w è la

differenza fra la velocità locale del fluido e la velocità alla parete.

In questa impostazione lo sforzo tangenziale alla parete in moto laminare è uguale a

$$\frac{\rho(v + \xi w)w}{\delta x}.$$

Per flussi turbolenti, la legge di parete mantiene la stessa forma del caso di parete liscia, a parte il fatto che la variazione di viscosità (da v a $v + \xi w$) automaticamente converte la dipendenza logaritmica da una caratteristica scala di lunghezza definita dal rapporto v/w nel termine ξ , quando ξ è la più grande delle due lunghezze caratteristiche.

La scabrezza dovrebbe essere minore della dimensione della cella sul contorno dell'ostacolo, anche se possono essere definiti valori maggiori.

3.4.8 Calcolo della pressione

Per i flussi incomprimibili l'equazione di continuità, nella forma (3.3), può essere direttamente interpretata come una condizione ellittica sulle pressioni e sulle velocità nelle celle. Si può anche aggiungere artificialmente una compressibilità limitata, allo scopo di migliorare la convergenza senza introdurre errori significativi nella soluzione (Hirt C.W., 2000).

3.4.8.1 Metodo SOR

Le velocità calcolate con l'equazione (3.22) devono soddisfare la seguente approssimazione discretizzata dell'equazione di continuità

$$\begin{aligned} & \frac{\left(\frac{1}{\rho c^2}\right)_{i,j,k} \cdot V_{F_{i,j,k}} (p_{i,j,k}^{n+1} - p_{i,j,k}^n)}{\delta t} + \frac{(u_{i,j,k}^{n+1} AFR_{i,j,k} - u_{i-1,j,k}^{n+1} AFR_{i-1,j,k})}{\delta x_i} + \\ & + \frac{(v_{i,j,k}^{n+1} AFB_{i,j,k} - v_{i,j-1,k}^{n+1} AFR_{i,j-1,k})}{\delta y_j} + \frac{(w_{i,j,k}^{n+1} AFT_{i,j,k} - w_{i,j,k-1}^{n+1} AFT_{i,j,k-1})}{\delta z_k} = 0 \end{aligned} \quad (3.30)$$

Affinché le velocità soddisfino l'equazione (3.30), è necessario modificare la pressione e, quindi, le velocità in ogni cella di calcolo occupata dal fluido. Ciò è possibile in due

modi. Il metodo più semplice è un processo iterativo successivo di sovra-rilassamento (*SOR*). La mesh di calcolo è percorsa cella per cella a partire dalla prima cella non di contorno della maglia, cominciando in primo luogo dai valori in i , poi j e infine k . I calcoli sono effettuati soltanto nelle celle che contengono fluido e non hanno celle adiacenti vuote. La variazione di pressione necessaria affinché le velocità nella cella (i, j, k) soddisfino l'equazione (3.30) è data da

$$\delta p = -\frac{S}{\partial S / \partial p} \quad (3.31)$$

in cui la S indica il primo membro dell'Eq. (3.30). L'equazione (3.31) è semplicemente un tipo Newtoniano di processo di rilassamento che produrrà il valore della p necessario per rendere $S = 0$. In ogni cella i valori di velocità usati nella valutazione del termine S sono i valori più correnti disponibili durante il processo di iterazione. Usando il risultato dell'equazione (3.31), la nuova valutazione per la pressione nella cella è

$$p_{i,j,k} + \delta p \quad (3.32)$$

e le nuove stime delle velocità situate sui lati della cella sono

$$\begin{aligned} u_{i,j,k} + \frac{\delta p \delta t}{(\rho \delta x)_{i+\frac{1}{2},j,k}} \\ u_{i-1,j,k} + \frac{\delta p \delta t}{(\rho \delta x)_{i-\frac{1}{2},j,k}} \\ v_{i,j,k} + \frac{\delta p \delta t}{(\rho \delta y)_{i,j+\frac{1}{2},k}} \\ v_{i,j-1,k} + \frac{\delta p \delta t}{(\rho \delta y)_{i,j-\frac{1}{2},k}} \\ w_{i,j,k} + \frac{\delta p \delta t}{(\rho \delta z)_{i,j,k+\frac{1}{2}}} \\ w_{i,j,k-1} + \frac{\delta p \delta t}{(\rho \delta z)_{i,j,k-\frac{1}{2}}} \end{aligned} \quad (3.33)$$

in cui le velocità sono anche in questo caso i valori più correnti disponibili durante l'iterazione. Per iniziare il processo di iterazione, le nuove velocità stimate con l'equazione (3.22) sono utilizzate con le pressioni ottenute al precedente istante temporale.

Nelle celle che contengono una superficie libera, che quindi contengono fluido ma hanno una o più celle adiacenti vuote, si segue una procedura differente. La condizione al contorno imposta in queste celle consiste nell'imporre uno specifico valore di pressione, p_s , sulla superficie. La pressione sulla superficie è posta uguale alla somma delle pressioni delle adiacenti regioni vuote, p_R e della tensione superficiale, TS

$$p_s = P_R(n) + TS_{i,j,k} \quad (3.34)$$

in cui n è l'indice della regione vuota adiacente. La pressione di superficie, p_s , allora è determinata estrapolandola dalla pressione $p_{i,j,k}$ al centro della superficie della cella, assumendo una distribuzione idrostatica all'interno della cella. La variazione idrostatica dipende dall'accelerazione nella direzione normale alla superficie. Questa pressione sulla superficie della cella non viene modificata durante l'iterazione della pressione, ma è trattata come un prefissato valore al contorno. In questo modo la posizione reale della superficie libera all'interno della cella è considerata esplicitamente.

3.4.8.2. Metodo GMRES

Nel codice FLOW-3D è stato implementato l'algoritmo di soluzione per la pressione e la velocità denominato *GMRES* (*Generalized Minimum Residual method*) (Ashby S.F., Manteuffel T.A. and Saylor P.E., 1990, Barret R., 1994), (Saad Y., 1996), (Yao G.F.,1997). Si tratta di un algoritmo particolarmente accurato ed efficiente per una vasta gamma di problemi. Possiede infatti buone proprietà di convergenza, simmetria e velocità, anche se impegna molta memoria del calcolatore rispetto agli algoritmi tradizionali.

3.4.9 Advezione scalare

L'equazione di continuità (3.1), l'equazione della frazione fluida (3.7), l'equazione dell'energia interna (3.19) e le equazioni dell'energia e della dissipazione turbolenta (3.14) e (3.18), hanno in comune tutte la medesima forma, nella notazione vettoriale,

$$V_F \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \nabla \cdot (uA \Phi) \quad (3.35)$$

L'advezione scalare della frazione fluida F è governata dall'Equazione (3.35). Quando tale equazione viene integrata su una cella di calcolo, le variazioni della F in una cella si riducono alla somma dei flussi di F attraverso le facce della cella. Il metodo impiegato nel codice per la determinazione delle variazioni di F si basa su una approssimazione del tipo “donatore – ricettore”. L'idea centrale è di usare le informazioni sulla F sia a valle che a monte del contorno del moto per stabilire una forma approssimata dell'interfaccia e quindi di usare questa forma nella computazione del moto.

Il metodo di base è sviluppato secondo la tecnica del Volume di Liquido (VOF), e può essere compreso considerando la quantità di F che scorre in direzione x attraverso una faccia della cella in un intervallo temporale δt (Hirt C.W., 2000). Il moto del volume che attraversa la faccia della cella per unità di larghezza è $L = uA_x \delta t$, in cui la u è la velocità normale alla faccia e A_x è l'area attraversata dalla corrente. Il segno della u determina quale cella è donatore e quale ricettore, rispettivamente la cella che cede volume e quella che lo riceve. Ad esempio, se la u è positiva, la cella a monte o a sinistra è il donatore, e la cella a valle o a destra il ricettore. La quantità di F che attraversa la faccia della cella in un intervallo di tempo è definita dal rapporto tra δF e l'area trasversale della cella, $(\delta y \cdot \delta x)$, in cui

$$\delta F = \text{MIN}(F_{AD}|L| + CF; F_D V_{F,D} \delta x_D) \quad (3.36)$$

e

$$CF = \text{MAX}[(F_{DM} - F_{AD})|L| - (F_{DM} - F_D)V_{F,D} \delta x_D, 0.0] \quad (3.37)$$

I pedici denotano le celle “donatore” (D) e “ricettore” (A). Il doppio pedice, AD , si riferisce ad A o a D , a seconda dell'orientamento dell'interfaccia rispetto alla direzione del moto. F_{DM} è il valore massimo tra F_D ed F nella cella immediatamente a monte della

cella donatore.

La funzione MIN nell'equazione (3.36) impedisce di far defluire dalla cella donatore un valore di F superiore a quello disponibile, mentre la funzione MAX esprime un moto aggiuntivo, CF , se la quantità di vuoto $(I - F)$ eccede quella disponibile. Le celle ricettore e donatore sono definite nella seguente Fig. 3.4a, in cui è rappresentato il moto attraverso la faccia verticale di una cella. Quando $AD = D$, il moto è espresso dal valore

$$F = F_D \cdot |L| \quad (3.38)$$

in cui il valore di F nella cella donatore è usato per definire quella parte della possibile area di moto ha esposta al passaggio del fluido (Fig. 3.4b). La stabilità numerica richiede che risulti $|L < \delta x|$, cosicché non è possibile in questo caso che la cella donatore possa svuotarsi.

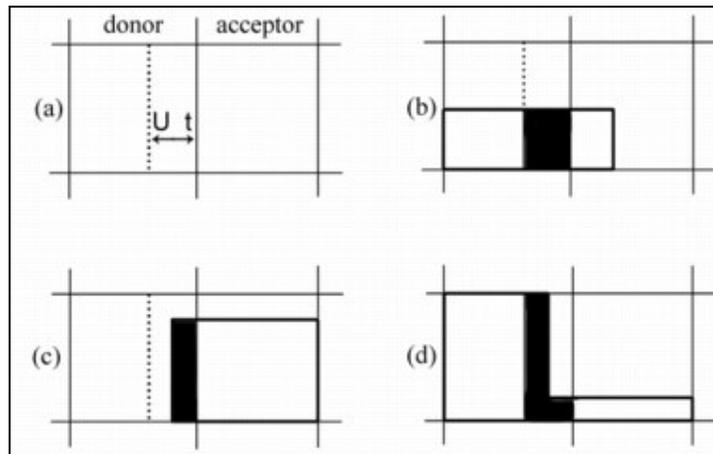


Fig. 3.4 Esempi di forme di superficie libera adoperate nell'advezione di F . la configurazione donatore – ricettore è mostrata in (a), in cui la linea tratteggiata indica il contorno di sinistra del volume totale. Le regioni evidenziate in nero (b – d) rappresentano la corrente quantità di F del moto.

Quando $AD = A$, il valore di F nella cella ricettore è usato per definire quella parte della zona della corrente attraverso cui fluisce la F . Nella figura 3.4c, tutto il fluido F nella cella donatore è trasferito a valle, perché tutto ciò che si trova fra la linea tratteggiata ed i contorni della corrente si muove nella cella ricettore. Nella figura 3.4d, invece, deve essere erogata una quantità di fluido F superiore a $F_A |L|$. Questi ultimi due casi sono

esemplificativi delle funzioni MIN e MAX sopra descritte.

Usare una cella donatore o ricettore dipende dall'orientamento della superficie. La cella ricettore si adopera quando la superficie si muove in direzione normale; altrimenti si usa il valore della cella donatore. Tuttavia, se è vuota la cella ricettore o quella a monte di quella donatore, si adopera il valore di F per determinare il moto indipendentemente dall'orientamento della superficie. Ciò significa che una cella donatore deve essere quasi piena prima che il fluido F possa entrare in una cella vuota a valle.

Una volta che il moto è stato computato con il metodo anzidetto, è moltiplicato per l'area di contorno per ottenere la quantità di F da sottrarre dalla cella donatore e sommare a quella ricettore. In questo modo il volume fluido definito da F si conserva. Quando il processo di advezione è ripetuto per tutti i contorni delle celle della mesh, i valori risultanti di F corrispondono ai valori aggiornati che soddisfano l'equazione (3.7) ed definiscono ancora accuratamente tutte le interfacce.

3.5 Condizioni al contorno

È necessario impostare adeguate condizioni al contorno su tutti i contorni della mesh e sugli ostacoli presenti all'interno della maglia.

Come regola generale tutte le superfici di contorno rigide e libere sono trattate come contorni caratterizzati da scivolamento libero, cioè come superfici sulle quali gli sforzi tangenziali sono nulli. Questa circostanza è imposta ponendo pari a zero le derivate della velocità che sono computate usando una o più componenti di velocità dalle facce delle celle che hanno area di moto nullo (o una faccia al di fuori del fluido nei problemi a superficie libera).

Condizioni di non scivolamento sono imposte considerando invece la presenza di sforzi tangenziali alla parete. Sui contorni della mesh può essere specificata anche una condizione di simmetria, che consente di utilizzare le condizioni di scivolamento libero anche quando sia impostata l'opzione di calcolo della tensione tangenziale di parete.

3.5.1 Condizioni al contorno nel dominio di calcolo

Se il contorno è rappresentato da una parete rigida, la velocità normale deve essere nulla. La velocità tangenziale può essere impostata pari a qualunque valore per una parete con condizione di non scivolamento. Quindi, per una parete rigida le condizioni al contorno sono, per ogni j,k

$$\begin{aligned}u_{1,j,k} &= 0.0 \\p_{1,j,k} &= p_{2,j,k} \\F_{1,j,k} &= F_{2,j,k} \\ \rho_{1,j,k} &= \rho_{2,j,k} \\(\rho I)_{1,j,k} &= (\rho I)_{2,j,k}\end{aligned}\tag{3.39}$$

Le condizioni di scivolamento libero sono impostate automaticamente assicurando che tutti le derivate della velocità attraverso la parete siano nulle. Condizioni di non scivolamento alla parete sono imposte mediante un apposito modello sforzo tangenziale. Le condizioni di cui all'Equazione (3.39) sono utilizzate per ottenere le velocità dalle equazioni della quantità di moto e dopo ogni passaggio attraverso la maglia durante l'iterazione della pressione.

Le quantità scalari sono definite al centro delle celle di contorno che si trovano a mezza cella di distanza dalla corrente posizione del contorno della mesh. Ciò influisce sui gradienti di queste quantità vicino ai contorni, che possono essere particolarmente importanti per il calcolo delle pressioni. Lo stesso avviene riguardo alle velocità tangenziali su tutti i contorni aperti della mesh (per i contorni di parete le velocità tangenziali sono definite all'estremità del contorno stesso). Le velocità normali al contorno sono impostate sempre all'estremità del contorno. È possibile anche specificare condizioni al contorno dipendenti dal tempo.

I contorni con pressione fissata sono trattati in maniera diversa rispetto al caso di velocità prefissata. In questo caso, infatti, viene generato uno strato supplementare di celle nelle quali vengono stabilite le pressioni. Si possono dunque specificare tre tipi di pressione.

- a) Pressione statica: nello strato di celle supplementare le derivate delle velocità

sono poste pari a zero

- b) Pressione di stagnazione: per approssimare le condizioni di stagnazione la velocità normale è posta pari a zero nelle celle del contorno di monte della mesh
- c) Distribuzione idrostatica: si considera la distribuzione idrostatica in una delle direzioni dello spazio nei problemi di fluidi incomprimibili.

I contorni con uscita continua (*continuative outflow boundaries*), dove il fluido fuoriesce uniformemente dalla mesh senza effetti a monte, non sono indicati per basse velocità o fluidi incomprimibili. Potenzialmente ogni scelta di condizione al contorno può interessare l'intero campo di moto. Nel codice FLOW-3D, le condizioni di tipo *continuative* usate sul contorno $i=1$, quando il moto è diretto al di fuori del dominio di calcolo sono private di tutte le derivate normali, che sono (per ogni j, k)

$$\begin{aligned}u_{1,j,k} &= u_{2,j,k} \\v_{1,j,k} &= v_{2,j,k} \\w_{1,j,k} &= w_{2,j,k} \\p_{1,j,k} &= p_{2,j,k} \\F_{1,j,k} &= F_{2,j,k} \\\rho_{1,j,k} &= \rho_{2,j,k} \\(\rho I)_{1,j,k} &= (\rho I)_{2,j,k}\end{aligned} \tag{3.40}$$

Se il moto ad un contorno di tipo *continuative* è diretto nel dominio di calcolo, allora sono applicate tutte le condizioni date dall'Eq. (3.40), tranne la componente normale di velocità, che è posta pari a zero.

Per le condizioni al contorno di tipo periodico (*periodic*) nella direzione x , i contorni $i=1$ e $i=i_{MAX}$ devono essere regolati per rappresentare la periodicità. Ciò è possibile impostando la lunghezza del periodo uguale alla distanza dal contorno delle celle $i=1$ e 2 e delle celle $i=i_{MAX}-2$ e $i_{MAX}-1$. Cioè due strati di celle $i=i_{MAX}$ e $i=i_{MAX}-1$, sono utilizzati per fissare condizioni al contorno di tipo periodico sulla faccia più lontana della mesh.

Il generatore della mesh tiene conto automaticamente di questo strato supplementare di celle. Il moto periodico in direzione x è allora espresso, per ogni j,k , come segue:

$$\begin{aligned}
u_{1,j,k} &= u_{iM2,j,k} \\
v_{1,j,k} &= v_{iM2,j,k} \\
w_{1,j,k} &= w_{iM2,j,k} \\
F_{1,j,k} &= F_{iM2,j,k} \\
\rho_{1,j,k} &= \rho_{iM2,j,k} \\
(\rho I)_{1,j,k} &= (\rho I)_{iM2,j,k}
\end{aligned} \tag{3.41}$$

e, per ogni j,k :

$$\begin{aligned}
u_{iM1,j,k} &= u_{2,j,k} \\
v_{iM1,j,k} &= v_{2,j,k} \\
w_{iM1,j,k} &= w_{2,j,k} \\
P_{iM1,j,k} &= P_{2,j,k} \\
(PS)_{iM1,j,k} &= (PS)_{2,j,k} \\
F_{iMAX,j,k} &= F_{3,j,k} \\
v_{iMAX,j,k} &= v_{3,j,k} \\
w_{iMAX,j,k} &= w_{3,j,k} \\
\rho_{iMAX,j,k} &= \rho_{3,j,k} \\
(\rho I)_{iMAX,j,k} &= (\rho I)_{3,j,k}
\end{aligned} \tag{3.42}$$

dove $i_{M1} = i_{MAX} - 1$ e $i_{M2} = i_{MAX} - 3$. Queste condizioni sono imposte nelle velocità computate con le equazioni della quantità di moto e dopo ogni iterazione della pressione. Simili condizioni al contorno sono utilizzate sugli altri contorni della mesh.

3.5.2 Condizioni al contorno per la pressione

Generalmente una condizione di pressione non può essere usata su un contorno dove sono specificate anche le velocità, perché le velocità sono influenzate dai gradienti di pressione.

Possono essere specificati due tipi di condizioni al contorno, quello statico e quello di ristagno.

Nella condizione statica, la pressione è più o meno continua attraverso il contorno e alla velocità è ivi assegnato un valore basato sulla condizione di derivata nulla sul contorno.

La condizione di pressione di ristagno assume appunto una condizione di ristagno al di fuori del contorno, in modo che la velocità a monte del contorno stesso sia nulla.

Questa assunzione richiede una diminuzione di pressione attraverso il contorno per consentire alla corrente di entrare nel dominio di calcolo. Poiché la condizione di pressione statica non contiene informazioni sulle velocità fluide fuori del contorno (a meno che non si supponga che sia uguale alla velocità sul contorno), è meno specifica della condizione di ristagno, e quindi si adatta alla maggior parte delle applicazioni

3.5.3 Condizioni al contorno *Continuative*

In molte simulazioni si verifica che il fluido fuoriesca da uno o più contorni del dominio di calcolo. Nei flussi incomprimibili con bassa velocità le dispersioni introdotte in un contorno di questo tipo possono avere effetti nell'intero dominio di calcolo.

La condizione di uscita dalla mesh più semplice e più comunemente usata è quella di un contorno di tipo continuativo (*continuative*). Una simile condizione al contorno consiste nel porre pari a zero le derivate normali di tutte le quantità al contorno. Tale condizione di derivata nulla serve a rappresentare una continuazione regolare del moto attraverso il contorno.

Va aggiunto, peraltro, che la condizione al contorno *continuative* non ha base fisica; piuttosto è una formulazione matematica che può fornire o meno il comportamento voluto della corrente. In particolare, se si osserva l'ingresso della corrente nel dominio di calcolo attraverso questo tipo di contorno, allora i calcoli possono essere errati se non sono state specificate le condizioni della corrente al di fuori del contorno.

Se si deve far entrare la corrente nel dominio computazionale attraverso questo tipo di contorno, bisogna partire da una condizione di quiete. Questo metodo può contribuire in sostanza a realizzare un'approssimazione ragionevole di un'uscita regolare dal contorno, anche se va considerato con estrema cautela.

Come regola generale, nei contorni di uscita dalla mesh dovrebbe essere usata una condizione al contorno fisicamente significativa, ad esempio con pressione specificata. Quando si utilizza invece una condizione di tipo *continuative*, questa dovrebbe essere localizzata il più lontano possibile dalla regione principale del moto, in modo che l'influenza nei confronti del moto principale sia minima.

3.5.4 Condizioni al contorno di tipo *Outflow*

La condizione al contorno di tipo *outflow* permette di investigare numericamente gli effetti delle interazioni delle onde della corrente con le strutture. Questa capacità consente di ridurre lo sviluppo della mesh di calcolo necessaria per eseguire calcoli accurati.

I contorni aperti nei problemi con bassa velocità della corrente sono difficili da definire perché possono, in linea di principio, influenzare l'intera regione di calcolo. Per i problemi di propagazione di onda è naturale cercare una condizione al contorno che consente alle onde uscenti di lasciare uniformemente la maglia di calcolo con una minima riflessione.

Le onde uscenti hanno la seguente forma (c.d. condizione di Sommerfeld):

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + c \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (3.43)$$

in cui Q è la generica grandezza, la coordinata x è diretta fuori dal contorno e c è la velocità del fronte d'onda.

Per usare questa condizione al contorno, la corrente dovrebbe essere formata da fronti d'onda che si propagano verso il contorno. Le onde non devono essere dirette normalmente al contorno, non devono essere lineari e non è necessaria nessuna assunzione circa la lunghezza dell'onda. L'espressione matematica nell'equazione (3.43) significa semplicemente che ciascuna grandezza Q della corrente al contorno trasla attraverso il contorno con velocità c . Se non c'è variazione nel tempo, questa condizione si riduce alla condizione al contorno *continuative* con derivate normali nulle.

Per poter usare l'equazione (3.43) come base di una condizione al contorno di *outflow* in un calcolo tridimensionale, questa deve essere applicata ad ogni variabile della corrente in ogni posizione del contorno di uscita. La velocità di fase c è improbabile che sia costante perché grandezze differenti si muoveranno in direzioni differenti (ad esempio, le onde superficiali non si muovono con la stessa velocità delle particelle fluide) e le onde possono raggiungere il contorno in tempi diversi da direzioni differenti.

Per tenere conto di ciò si può supporre che l'equazione (3.43) sia valida non solo al contorno, ma anche in un volume di controllo in prossimità del contorno. Si assume che la velocità di fase c abbia lo stesso valore in entrambe le posizioni. Questo presupposto

permette di usare le approssimazioni numeriche per l'equazione (3.43) nelle due posizioni: una per determinare il valore della c e l'altra per calcolare un valore al contorno per la grandezza Q .

La condizione al contorno di *outflow* può essere usata per i flussi incomprimibili confinati o a superficie libera.

L'equazione (3.43) è un'equazione d'onda di primo ordine che descrive la propagazione dell'onda nella direzione x . Essendo una equazione di primo ordine, richiede soltanto una condizione iniziale di partenza. Per contro, un'equazione d'onda di secondo ordine richiede due condizioni iniziali e può considerare onde che si propagano in entrambe le direzioni.

L'approssimazione con un'espressione del primo ordine facilita l'esecuzione della condizione nel codice FLOW-3D perché non richiede un immagazzinamento supplementare delle informazioni al contorno per ulteriori livelli temporali.

La condizione al contorno usata nel codice viene di seguito illustrata in termini del contorno di destra (massima x) del dominio di calcolo.

Indicando con i l'indice della posizione spaziale sul contorno o al di fuori, dove bisogna specificare il valore di una certa grandezza q , tale valore è proprio la condizione al contorno cercata. Presupponendo che q_i^n sia un valore noto di q in tale posizione all'istante n , questo valore può essere usato per calcolare le grandezze all'istante $n + 1$ all'interno della griglia. Si cerca allora una condizione che fornisca il valore successivo, q_i^{n+1} necessario per iniziare il ciclo successivo del calcolo.

L'approssimazione alle differenze finite del secondo ordine (nello spazio e nel tempo) per la condizione di Sommerfeld, data dall'equazione (3.43), fornisce:

$$\frac{1}{2}(q_i^{n+1} + q_i^n) + \frac{1}{2}(q_{i-1}^{n+1} + q_{i-1}^n) + \frac{c\delta t}{\delta x} \left[\frac{1}{2}(q_i^{n+1} - q_{i-1}^{n+1}) + \frac{1}{2}(q_i^n - q_{i-1}^n) \right] = 1 \quad (3.44)$$

I primi due termini sono le derivate temporali posizionate a circa $n + 1/3$. Un termine è alla posizione i e l'altro a $i - 1$, in modo che la loro media è localizzata all'incirca alla posizione $i - 1/2$ lungo x . L'ultimo termine contiene una media delle due derivate

rispetto ad x posizionate all'incirca ad $i - 1/2$ agli istanti n ed $n + 1$. È stato assunto che gli intervalli δx e δt della griglia siano costanti.

Riscrivendo la precedente espressione, si ottiene

$$q_i^{n+1} = q_{i-1}^n + \frac{1-C}{1+C} (q_i^n - q_{i-1}^n) \quad (3.45)$$

in cui $C = \frac{c \delta t}{\delta x}$.

Quindi si riscrive l'equazione (3.45) spostando l'indice i un nodo a sinistra, e si risolve per il coefficiente che contiene la C , che fornisce l'indicazione della velocità di fase, o in questo caso, una funzione della velocità di fase,

$$\frac{1-C}{1+C} = \frac{q_{i-1}^{n+1} - q_{i-1}^n}{q_{i-1}^n - q_{i-2}^{n+1}} \quad (3.46)$$

Sostituendo l'espressione precedente nell'equazione (3.45) si ottiene il valore al contorno necessario per calcolare q_i^{n+1} . Per poter usare questa espressione, tuttavia, bisogna considerare due casi limite.

Poiché si vogliono valutare unicamente le onde uscenti ed eliminare moto in ingresso, il valore della velocità di fase adimensionale C non deve essere negativo. Inoltre la stabilità di calcolo richiede che C sia inferiore o uguale all'unità. Ciò completa la specificazione della condizione al contorno di *outflow*. Che è quindi definita dalle equazioni (3.45) e (3.46) con le limitazioni date dall'espressione

$$0 \leq C \leq 1 \quad (3.47)$$

Si può notare che un'onda di Fourier con una componente nella direzione x , e un'arbitraria velocità di fase c , rappresenta una soluzione dell'equazione (3.45).

3.5.5 Condizioni al contorno dei modelli di turbolenza

Su tutti i contorni, tranne quelli rigidi con condizione di non scivolamento, le funzioni dell'energia e della dissipazione turbolenta sono trattate in maniera analoga alle altre grandezze al centro della cella, come ad esempio la densità.

Sui contorni di tipo *symmetric* non sono necessarie speciali condizioni, poiché ci sono derivate di velocità nulle attraverso il contorno, e quindi la produzione di turbolenza è nulla. Inoltre, c'è un'area con moto nullo che non garantisce automaticamente flussi advettivi o diffusivi.

Sui contorni rigidi con scivolamento nullo, sono necessarie considerazioni speciali perché la risoluzione numerica è solitamente troppo grossolana per definire i particolari del sottostrato laminare al contorno.

Si è accennato precedentemente al modello di tensione tangenziale alla parete basato su un profilo di velocità turbolenta (legge di potenza). In accordo a ciò, è necessario definire i valori alla parete delle funzioni di energia di dissipazione turbolenta.

Nel contesto del metodo FAVOR, in cui le pareti rigide possono intersecare con ogni angolo una cella della mesh di calcolo, non è automatico che queste condizioni al contorno debbano essere soddisfatte. Allo scopo è stata seguita la seguente procedura.

I valori di energia e di dissipazione turbolenta sono impostati in tutte le celle che hanno una o più facce parzialmente o interamente ostruite da un contorno rigido con condizione di non scivolamento. I valori al contorno di parete sono dedotti dal profilo assunto di velocità (approssimato con la legge di potenza di esponente 1/7) e dal presupposto di un equilibrio locale fra i processi di produzione e dissipazione turbolenta.

3.5.6 Contorni a superficie libera

La condizione di sforzo normale, cioè di pressione specificata, su una superficie libera è soddisfatta dalla pressione secondo lo schema descritto del metodo SOR descritto in precedenza (par. 3.4).

Gli sforzi tangenziali su una superficie libera sono nulli perché tutte le derivate di velocità che interessano componenti di velocità al di fuori della superficie sono poste pari a zero. Le velocità devono essere valutate su ogni contorno delle celle fra una cella

di superficie e una cella vuota, per rappresentare correttamente l'advezione fluida. Ciò avviene in due passi successivi.

Innanzitutto ogni componente di velocità su una faccia adiacente ad una cella vuota è posto uguale al valore sulla faccia opposta della cella di superficie. Se le facce opposte l'una all'altra sono entrambe adiacenti a celle vuote, allora la velocità definita su queste facce è pari alla media dei due valori precedentemente ricavati.

Nel secondo passo si procede ad un affinamento con una pressione virtuale per ridurre al minimo la divergenza della velocità nella cella.

3.5.7 Considerazioni sulla stabilità

Nel codice FLOW – 3D si trovano diverse limitazioni sull'ampiezza del passo temporale di integrazione da rispettare, al fine di evitare instabilità numeriche.

È possibile selezionare l'opzione di intervallo automatico, con la quale il codice permette di regolare il passo temporale in modo che sia abbastanza grande da non violare le condizioni di stabilità o superare il massimo intervallo stabilito a priori.

Il passo temporale viene inoltre ridotto quando le iterazioni di temperatura o di pressione eccedono i valori nominali corrispondenti che dipendono dalle opzioni di iterazione. Generalmente, l'intervallo di tempo varia di $\pm 5\%$ per ogni ciclo a meno che non venga violata la condizione di stabilità, nel qual caso si può verificare una riduzione anche maggiore.

Se non si seleziona il controllo automatico del passo temporale, allora bisogna scegliere gli intervalli in modo da soddisfare i seguenti criteri.

Innanzitutto il fluido non può attraversare più di una cella di calcolo per ciascun intervallo temporale. Questo trasporto advettivo dipende non solo dalla velocità ma anche dalla frazione di area e volume aperta al moto. La condizione base di stabilità è

$$\delta t < CON \cdot \min \left(\frac{V_F \delta x_i}{A_x u}, \frac{V_F \delta y_j}{A_y v}, \frac{V_F \delta x_k}{A_z w} \right) \quad (3.48)$$

in cui (u, v, w) sono i valori delle velocità e il coefficiente $CON = 0.45$ è usato

tipicamente per rappresentare le situazioni peggiori suggerite da un'analisi semplificata della stabilità.

Una cella con una grande area aperta della faccia e un piccolo volume potrebbe limitare il passo temporale a piccoli valori se al suo interno si verifica un moto significativo. Se ciò dovesse accadere, cosa che può essere determinata osservando nel file di output le posizioni della mesh che controllano il passo temporale, può essere necessario modificare la disposizione della mesh.

Per le superfici libere, inoltre, va introdotta un'altra condizione di stabilità connessa alla propagazione delle onde di superficie. Se un'accelerazione $ACCN$ è applicata alla corrente in direzione normale alla superficie libera, ci possono essere onde di superficie con velocità di ordine $\sqrt{ACCN \cdot h}$, dove la h è la profondità della corrente o la lunghezza dell'onda. In pratica, si usa la dimensione della cella nella direzione normale ad h e si include un fattore supplementare di 1/2 nel test di stabilità. La condizione attuale è che le onde di superficie non dovrebbero propagarsi per più di una cella per ciascun intervallo di tempo. Per esempio, se la z è la direzione normale alla superficie e $ACCZ$ è l'accelerazione normale, allora

$$\delta t < 0.5 \frac{\min\{\delta x_i, \delta y_j\}}{\sqrt{\delta x_k \cdot ACCZ}} \quad (3.49)$$

Simili limitazioni devono essere imposte nelle direzioni y ed x per ciascuna cella contenente una superficie libera. Un'analisi lineare indica che l'intervallo di tempo deve essere ulteriormente limitato quando si utilizza un valore non nullo della viscosità dinamica. Questa condizione è espressa da

$$\delta t = \frac{0.25}{\max \left[RM \cdot \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{1}{DXS} + \frac{1}{\delta y_j^2} + \frac{1}{\delta x_k^2} \right) \right]} \quad (3.50)$$

in cui $DXS = \delta x_i^2 (1 - 0.334 \cdot CYL)$ e RM è il moltiplicatore massimo usato per μ in tutti

i tipi di processi diffusivi. Da un punto di vista fisico tale limitazione significa che nessuna grandezza si dovrebbe diffondere per più di una cella per ciascun intervallo temporale.

3.5.8 *Valutazione della resistenza al moto in correnti a superficie libera*

Il procedimento con cui nel FLOW-3D vengono resi gli effetti della scabrezza nei canali a superficie libera è descritto in dettaglio da Sounders e Hirt (FSI-02-TN60).

Gli autori considerano che le perdite di carico in moto uniforme possono essere espresse dalla formula di Chèzy

$$V = C\sqrt{R \cdot i}$$

dove V è la velocità media, R il raggio idraulico, i la pendenza e C un coefficiente dimensionale,

o dalla formula di Manning

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} \cdot i^{1/2}$$

dove n è un coefficiente dimensionale che indica la scabrezza.

Si vede facilmente che è

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6} \quad .$$

Quando si voglia computare numericamente il moto in un canale a superficie libera, sorge il problema di come specificare le perdite di carico dovute alla scabrezza superficiale.

In effetti il calcolo del profilo di velocità in un canale dipende dalla scabrezza attraverso gli sforzi viscosi che si verificano negli elementi della griglia di calcolo prossimi alla parete. Il resto del fluido deve adattarsi agli sforzi di parete tramite le forze viscosi; se il moto è turbolento, occorre usare a tale scopo un modello di turbolenza.

A tale scopo, vi sono due problemi da definire : primo, quali sono le condizioni al contorno più adatte per imporre le variabili del moto turbolento alla parete; secondo, come ci si può assicurare della congruenza di queste condizioni con le condizioni che

riguardano grandezze medie come velocità e quantità di moto.

Quando si usa un modello di trasporto turbolento come il modello k-epsilon o il modello RNG, occorre che vi siano appropriate condizioni ai limiti per le grandezze proprie del moto turbolento che riflettono la scabrezza della parete, cioè l'energia cinetica turbolenta k e la dissipazione turbolenta ε . Queste condizioni vengono fissate attraverso le cosiddette "funzioni di parete". In altri termini, si assume che in prossimità della parete si trovi un profilo di velocità logaritmico, che viene usato per calcolare lo sforzo tangenziale alla parete.

L'equazione del profilo di velocità per parete liscia è

$$u = u^* \left[\frac{1}{K} \cdot \ln \left(\frac{\rho \cdot u^* \cdot y}{\mu} \right) + 5,0 \right]$$

dove K è la costante di von Karman, y la distanza dalla parete, u la velocità tangenziale media locale e u^* la velocità d'attrito, data in funzione dello sforzo tangenziale alla parete τ_o dalla

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}} .$$

Lo sforzo tangenziale alla parete d'altra parte definisce le condizioni al contorno per le variabili del modello $k - \varepsilon$, che sono date dalle

$$k = \frac{u_*^2}{\sqrt{c_\mu}} \quad \text{e} \quad \varepsilon = \frac{u_*^2}{Ky} .$$

Per parete scabra si usa la stessa procedura, ma la funzione logaritmica è

$$u = u^* \left[\frac{1}{K} \cdot \ln \left(\frac{y}{s} \right) + 8,5 \right],$$

dove con s si è indicata la scabrezza assoluta.

Le condizioni di parete liscia o scabra sono state introdotte in FLOW-3D attraverso l'implementazione di tre procedure :

- 1) Le espressioni del profilo logaritmico di velocità per parete liscia e parete scabra sono state combinate in un'espressione unica, introducendo al contorno una viscosità modificata che riflette la variazione nella quantità di moto attesa a causa della scabrezza
- 2) Il profilo logaritmico modificato viene usato per calcolare uno sforzo tangenziale locale negli elementi adiacenti alla parete e questo valore è usato per definire i valori delle variabili di trasporto turbolento k ed ϵ alla parete.
- 3) Gli sforzi tangenziali alla parete calcolati dal profilo logaritmico di velocità sono introdotti nelle equazioni del moto che permettono di ottenere le velocità medie.

Il primo passo si realizza assumendo che la scabrezza dia un contributo addizionale alla viscosità molecolare μ , dando luogo a una viscosità effettiva definita come :

$$\mu_{eff} = \mu + \rho \cdot a \cdot u_* \cdot s$$

dove a è una costante ed s è un valore a definire per la parete.

L'idea che sta dietro questa equazione è che gli elementi che costituiscono la scabrezza inducono delle perturbazioni al moto caratterizzato da certi valori di u_* e s , in modo da aumentare il trasferimento di quantità di moto tra fluido e parete.

L'utilità dell'espressione si vede quando si sostituisca μ_{eff} a μ nell'espressione del profilo di velocità per parete liscia, ottenendo

$$u = u_* \left[\frac{1}{K} \cdot \ln \left(\frac{\rho \cdot u_* \cdot y}{\mu + \rho \cdot a \cdot u_* \cdot s} \right) + 5,0 \right]$$

Quando la scabrezza è zero, si ritorna all'espressione per parete liscia.

Quando però il contributo della scabrezza al termine μ_{eff} è molto più grande della scabrezza molecolare, si ottiene un'espressione che ha la stessa struttura di quella per

parete scabra :

$$u = u^* \left[\frac{1}{K} \cdot \ln \left(\frac{y}{a \cdot s} \right) + 5,0 \right] .$$

Posto $a = 0,246$, si ottiene l'espressione del profilo di velocità per parete scabra :

$$\begin{aligned} u &= u^* \left[\frac{1}{K} \cdot \ln \left(\frac{y}{0,246 \cdot s} \right) + 5,0 \right] = u^* \left[\frac{1}{K} \cdot \ln \frac{y}{s} + \frac{1}{K} \ln \left(\frac{1}{0,246} \right) + 5,0 \right] = \\ &= u^* \left[\frac{1}{K} \cdot \ln \frac{y}{s} + \frac{1}{0,40} \ln 4,06 + 5,0 \right] = u^* \left[\frac{1}{K} \cdot \ln \frac{y}{s} + 8,5 \right] \end{aligned}$$

Attraverso il concetto di viscosità effettiva si riesce dunque ad ottenere un'unica funzione per rappresentare le condizioni di parete liscia o scabra.

Il profilo di velocità combinato viene introdotto in FLOW-3D per il calcolo dello sforzo tangenziale alla parete in condizioni *no-slip*, insieme a un modello di trasporto di turbolenza. Tuttavia, se il numero di Reynolds d'attrito Re^* , dato da:

$$Re^* = \frac{\rho \cdot u_* \cdot y_o}{\mu}$$

risulta <5 , allora il moto all'interno dello strato più prossimo alla parete è laminare.

In questo caso la velocità d'attrito è posta uguale al valore che corrisponde allo sforzo tangenziale laminare:

$$u_* = \sqrt{\frac{\mu_{eff} u}{\rho y_o}}$$

e lo sforzo tangenziale alla parete è dato da:

$$\tau_o = \frac{\mu_{eff} u}{y_o} .$$

La legge logaritmica del profilo di velocità vale normalmente in prossimità della parete, ma nel moto a superficie libera essa si estende in pratica per tutta la profondità della

corrente. A questo riguardo, si deve ricordare che la determinazione del profilo di velocità nell'intero campo di moto è compito dei modelli di turbolenza. Non vi è però la garanzia che attraverso un dato modello di turbolenza si crei il corretto profilo logaritmico .

Infatti, prendiamo un generico esempio di canale per testare le condizioni di parete sopra descritte. Il canale abbia sezione rettangolare, larghezza di 5 ft e altezza di 2,5 ft, con raggio idraulico 1,25 ft. La pendenza viene fissata attraverso le componenti della gravità e in questo caso sia 0,017.

Poiché in moto uniforme la superficie libera è parallela al fondo del canale, il limite superiore del modello può essere sostituito da una superficie rigida *free-slip*. Si può tener conto della simmetria rispetto a un piano verticale, considerando quindi solo una metà del canale. Per permettere alla corrente di svilupparsi rimanendo in moto uniforme nella direzione assiale, si usano delle condizioni al contorno periodiche in questa direzione. Questa scelta riduce di molto lo sforzo computazionale perché rimuove la dipendenza assiale e trasforma il problema da tridimensionale a bidimensionale.

I calcoli sono stati protratti fino ad ottenere variazioni nulle dell'energia cinetica, e ciò si otteneva con tempi di simulazione da 200 a 300 s.

La validazione del modello è stata effettuata attraverso la portata o la velocità media.

La formula usata per la velocità è quella indicata da Ven Te Chow, Open Channel Hydraulics, Mc Graw-Hill, 1988, pag. 204, eq. 8.19 e 8.20

$$V = u_* \left[A_{smooth} + 5,75 \log \left(\frac{R u_*}{\nu} \right) \right] \quad \text{per parete liscia}$$

$$V = u_* \left[A_{rough} + 5,75 \log \left(\frac{R}{s} \right) \right] \quad \text{per parete scabra.}$$

A queste espressioni si perviene attraverso un'integrazione del profilo di velocità logaritmico sulla sezione del canale. L'integrazione è approssimata, poiché la soluzione esatta dipende dalla particolare forma della sezione. Le costanti A_{smooth} e A_{rough} devono essere determinate da dati sperimentali.

Come indicato da Chow, il valore $A_{smooth} = 3,25$ è una buona interpolazione dei dati di

Nikurdase. Per quanto riguarda le pareti scabre, Chow cita uno studio di Keulegan che usa dati di Bazie e indica un range di valori per A_{rough} da 3,23 a 16,92; Chow suggerisce una media di $A_{\text{rough}}=6,25$.

Questa ampia variazione è in parte spiegata dal fatto che non è solo la dimensione degli elementi che costituiscono la scabrezza a determinare la resistenza al moto, ma anche la loro forma e disposizione.

Chow riporta una tavola di coefficienti n di Manning che richiedano a che le usa di scegliere tra diversi tipi di canali e di superfici. Vi sono molti fattori che possono influenzare la portata e alcuni di questi sono identificati con le variazioni di forma e dimensioni della sezione trasversale, la presenza di ostacoli e vegetazioni, i meandri.

A causa di questa variabilità, Chow riporta una tavola con valori di n minimi, normali e massimi per ciascun tipo di canale. Per esempio, valori tipici per il calcestruzzo hanno variazioni del 30% e più tra minimo e massimo, mentre per i ciottoli la variazione può arrivare al 75%. Anche in corsi d'acqua naturali puliti e dritti il range è del 32%. Tali variazioni significano che nel comparare dati empirici con risultati di un calcolo si deve adottare una certa tolleranza.

La formula data da Chow per parete scabra con A_r , introducendovi l'espressione di Manning per V , diventa:

$$\frac{R^{2/3} \sqrt{J}}{n \cdot \sqrt{g \cdot R \cdot J}} = A_r + 5,75 \log \frac{R}{s}$$

$$\frac{R^{1/6}}{n \cdot \sqrt{g}} = A_r + 5,75 \log \frac{R}{s}$$

$$\log \frac{R}{s} = \frac{0,055}{n} \cdot R^{1/6} - 1,087.$$

E' utile un controllo sulla capacità del programma di generare un profilo logaritmico al di sopra di una superficie solida. A questo scopo, si possono sostituire i lati del canale con delle pareti *free-slip*.

Il profilo di velocità calcolato dovrebbe riprodurre quello teorico per parete liscia

$$u = u^* \left[\frac{1}{K} \cdot \ln \left(\frac{\rho \cdot u^* \cdot y}{\mu} \right) + 5,0 \right]$$

Nella figura 3.5 compaiono il profilo teorico, il profilo ottenuto con il modello k-ε e quello ottenuto con il modello RNG.

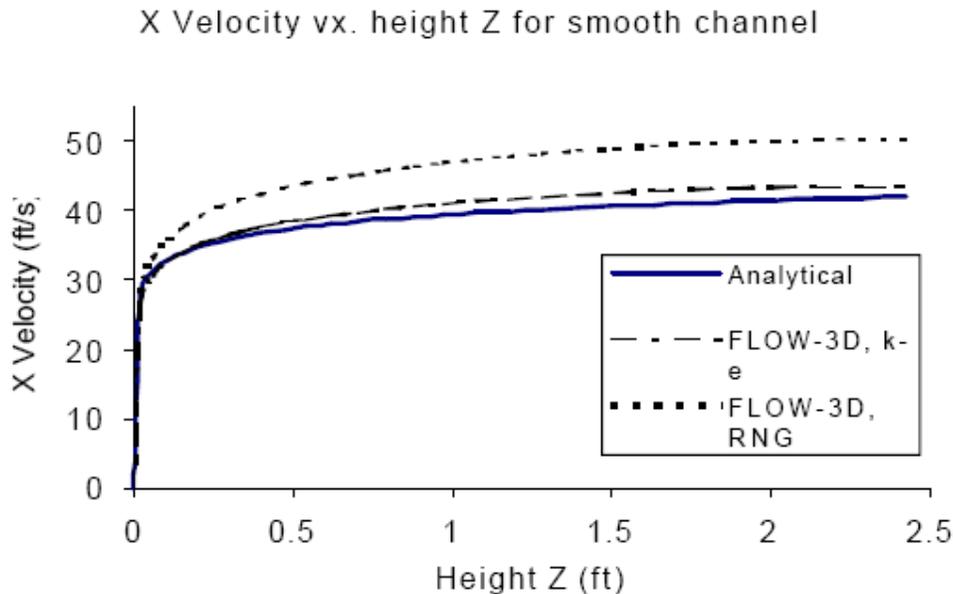


Fig. 3.5 Profilo teorico, profilo con il modello k-ε con il modello RNG

Si può osservare che il modello k-ε restituisce un profilo molto prossimo a quello logaritmico. Il confronto conferma che il modello k-ε si avvicina molto a uno dei test usati per definire i suoi parametri costanti. Il modello RNG, al contrario, dà risultati distanti dai teorici, in parte a causa dell'uso di condizioni alla parete approssimate per le variabili turbolente. FLOW-3D usa le stesse condizioni al contorno per i due modelli, ma occorre qualche correzione al valore della viscosità turbolenta nelle zone a bassa intensità turbolenta. In prossimità di una parete solida, per esempio, il modello RNG richiede qualche affinamento nel valore al contorno della viscosità turbolenta, correzioni che sono comprese nella versione 8.1.

Si può procedere a un confronto simile anche per la parete scabra. Se per esempio si usa una scabrezza $s = 0,024$ (mm) la velocità calcolata risulta maggiore della teorica su quasi tutto il campo di moto. Inoltre, i risultati del calcolo sono sensibili alla griglia usata per la soluzione numerica. In particolare, i profili di velocità sono più sensibili alla

dimensione degli elementi della griglia che si trovano al contorno e risentono meno del numero totale di elementi. I migliori risultati sono quelli ottenuti con le maggiori dimensioni della griglia (0,2 ft) al contorno e quando il numero totale di celle non è particolarmente grande (per esempio 12).

Questi risultati sono ben noti ma non sempre riconosciuti, cosicché alcuni autori suggeriscono di usare degli elementi relativamente grandi al contorno. Pertanto per il caso del canale si usata una dimensione di celle al contorno di 0,2 ft con 12 celle.

I risultati del calcolo per il canale sono stati eseguiti per un range di valori di scabrezza. Un risultato tipico, nella seguente figura, mostra un debole moto secondario nella sezione del canale, generato dalla non uniformità dello sforzo tangenziale agli angoli del canale.

Le velocità medie calcolate sono confrontate con i risultati derivanti dalla formula di Chow (figura 3. 6).

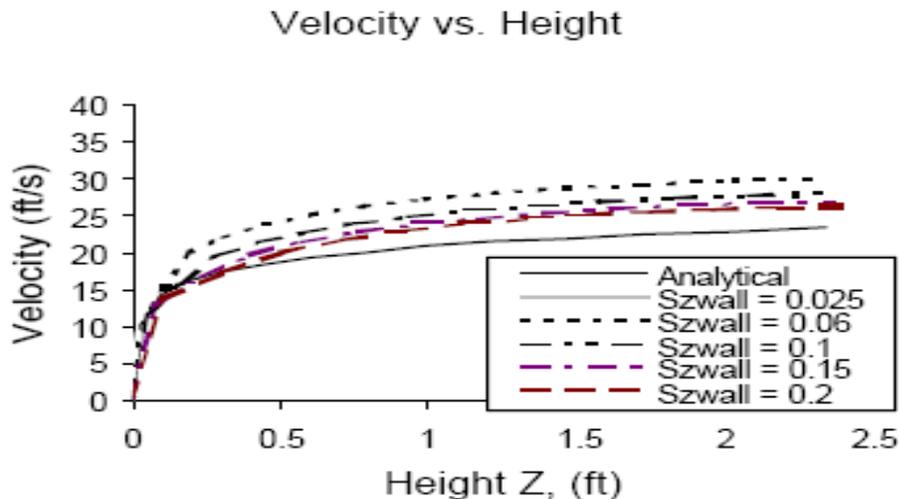


Fig. 3.6 Velocità medie calcolate e confrontate con i risultati derivanti dalla formula di Chow

Si può osservare un errore costante di circa 2 ft/s per il modello k-ε e di 4 ft/s per il modello RNG. Se si prescinde da questo errore, entrambi i modelli danno valori che, al variare della scabrezza, seguono molto bene quelli teorici. L'errore costante sulla velocità media dipende dalla Costante A_r nella formula di Chow. Come notato in precedenza, il valore 6,25 è una media presa in un range che varia tra 3,23 e 16,92. Per il test eseguito, questa variazione diventerebbe una variazione di velocità da 2,65 ft/s a 14 ft/s. Si può concludere che i risultati del calcolo rientrano nel campo dei valori

sperimentali.

Nell'uso del modello, è richiesta soltanto la definizione della scabrezza della parete. Se tale valore non è noto, può essere desunto dal confronto con la formula di Manning. Occorre tuttavia essere coscienti che i risultati calcolati in termini di portata non possono essere più precisi dei dati sui quali sono basate le formule, il che vuol dire che essi vanno accettati come una approssimazione e non come la realtà assoluta.

3.6 Implementazione del FLOW-3D per efflusso da sfioratori

Ho, Boyes e Donohoo (2001) presentano un'indagine sul comportamento degli sfioratori superficiali di dighe, condotta attraverso l'uso del Flow-3D.

Gli autori notano anzitutto che l'uso della fluidodinamica computazionale nello studio degli sfioratori è relativamente recente e che le difficoltà che si incontravano solo pochi anni fa sia nella convergenza, sia nell'individuazione della superficie libera, sembrano superate. In più, sono disponibili codici di calcolo che possono risolvere le equazioni di Navier-Stokes in tre dimensioni e impiegando diversi modelli di turbolenza. La definizione della geometria e delle celle di calcolo è stata semplificata e la geometria può essere importata da programmi CAD.

Gli autori hanno condotto l'analisi in 2D dello sfioratore superficiale in figura 3.7.

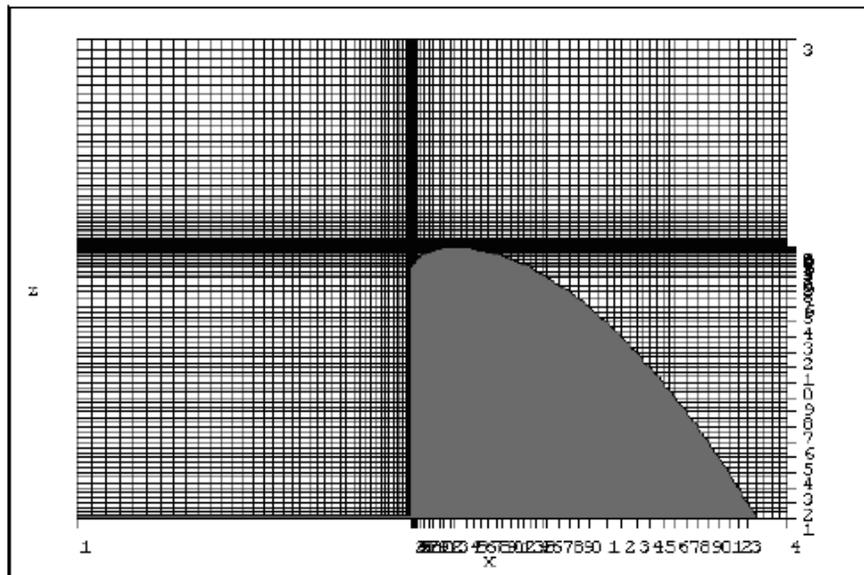


Fig. 3.7 Rappresentazione in 2D di sfioratore superficiale

La griglia comprende 95 celle nella direzione x e 98 celle nella direzione z. Si è cercato di mantenere un rapporto tra i lati il più possibile prossimo all'unità, sia per motivi di accuratezza della soluzione, sia per la velocità di calcolo. I massimi valori adottati di questo rapporto sono stati 2,3 nella direzione x e 2,5 nella direzione z.

Il carico totale in base al quale è stato progettato lo sfioratore è $H_d = 10$ m.

Il contorno a monte è stato posizionato a 25 m dalla cresta, mentre quello a valle a 22 m.

Il contorno sul fondo è stato fissato a 18 m al di sotto della cresta, mentre quello superiore a 14 m al di sopra della cresta stessa.

Sono state assunte le seguenti condizioni al contorno :

Contorno a monte : pressione idrostatica con velocità zero; altezza liquida pari a H .

Contorno a valle : efflusso libero (outflow)

Contorno sul fondo a monte : No flow – ostacolo fisso

Contorno sul fondo a valle : efflusso libero (outflow)

Contorno superiore : Simmetria . In questo caso non vi è influenza del contorno conseguente alla gravità.

La condizione iniziale è stata stabilita in modo che un volume di fluido di altezza H risultasse posizionato sulla cresta dello sfioratore (fig. 3.8).

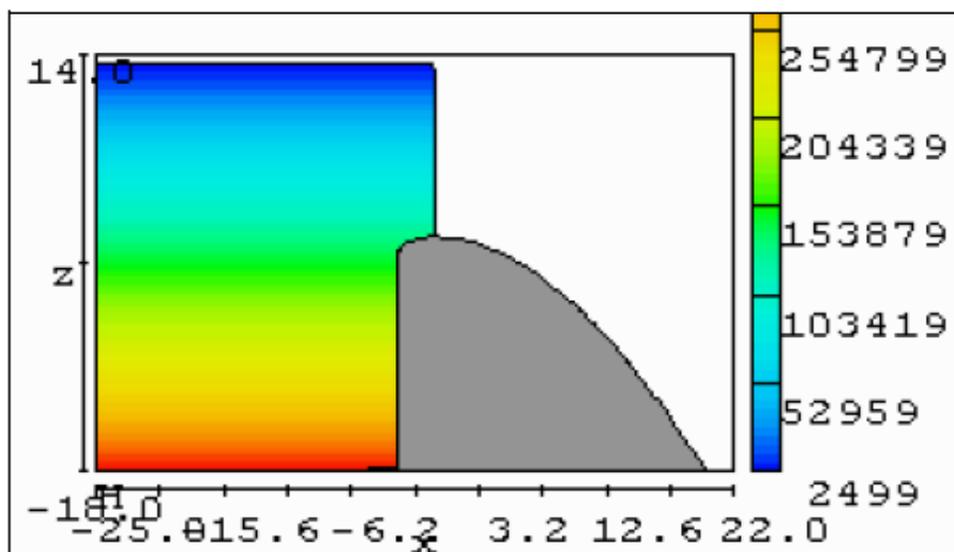


Fig. 3.8 Condizione iniziale con volume di fluido posizionato sulla cresta della sfioratore

L'analisi del transitorio è stata condotta per una durata di 15 s, fino al raggiungimento di una situazione di moto permanente, come risultava dal riscontro dell'energia cinetica

e della portata. Si è assunta una densità di 1000 kg/m^3 , si è considerato il fluido incompressibile e si è fissata un'accelerazione di gravità di $9,81 \text{ m/s}^2$ nella direzione z e rivolta verso il basso.

Per il calcolo, si è assunta una parete perfettamente liscia e condizioni di fluido inviscido. Pertanto al contatto con le pareti solide si ottengono velocità non nulle. La fig. 3.9 mostra i vettori velocità e la fig. 3.10 mostra le pressioni sulla cresta ottenute per la condizione $H/H_d = 1,3$.

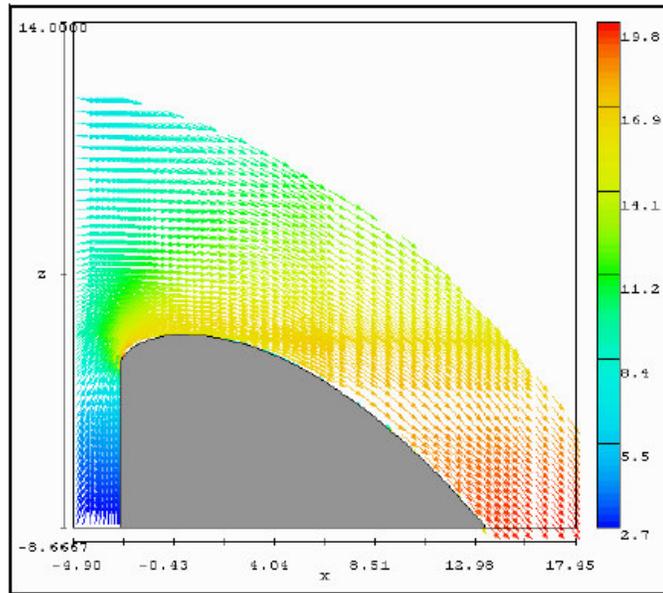


Fig. 3.9 Vettori velocità sulla cresta per la condizione $H/H_d = 1,3$

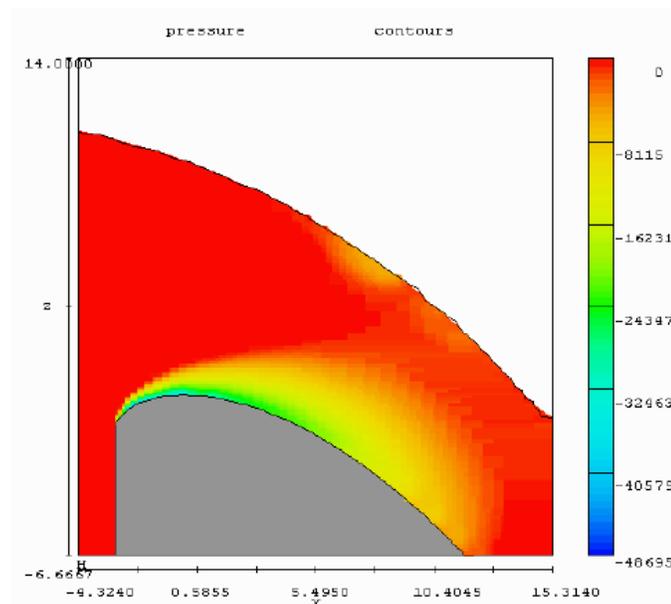


Fig. 3.10 Pressioni sulla cresta per la condizione $H/H_d = 1,3$

Si è notato che le velocità ottenute dal calcolo sono superiori del 10 – 20% a quelle ottenute dall'equazione teorica che esprime la portata sfiorata e quest'effetto è stato attribuito alla condizione di fluido inviscido.

E' stata successivamente condotto uno studio su uno sfioratore in cui la presenza di pile dà luogo ad effetti tridimensionali, includendo nel modello solo una spalla e una pila. Le condizioni assunte sono uguali a quelle del modello 2D, con in più una condizione di simmetria applicata al piano z-x.

La fig. 3.11 mostra il modello. I risultati sono stati confrontati con dati di letteratura e hanno mostrato un buon accordo con questi.

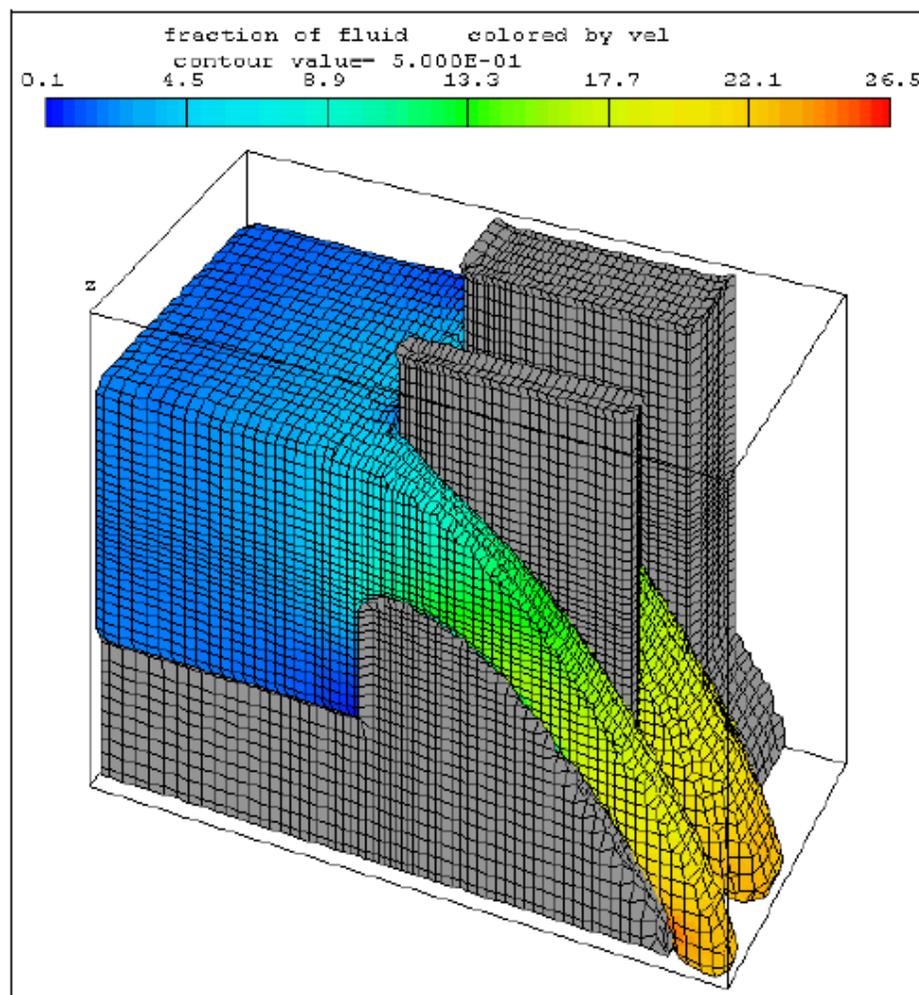


Fig. 3.11 Modello di sfioratore con presenza di pile

Lo studio pubblicato nel 2003 dagli stessi autori insieme a B. Cooper (Ho, Boyes, Donohoo and Cooper, 2003) comprende una più ampia analisi dei problemi e delle potenzialità della CFD (Computational Fluid Dynamics), considera la trattazione della turbolenza ed estende lo studio ad altri casi di sfioratori di superficie.

Per quanto riguarda la turbolenza, gli autori notano si impiegano comunemente le equazioni di Navier-Stokes mediate alla Reynolds, le quali comprendono dei termini con gli sforzi di Reynolds. Per calcolare questi si possono impiegare modelli di turbolenza come la lunghezza di mescolamento o il modello k- ϵ . Un altro metodo per trattare la turbolenza nelle equazioni mediate alla Reynolds è la Large Eddy Simulation (LES). Questa tecnica può simulare accuratamente l'evoluzione dei vortici più grandi, ma i vortici più piccoli sono difficili da rappresentare e richiedono l'uso di un modello alla scala di sottogriglia. Attualmente questi modelli richiedono calcolatori con CPU velocissima ed enorme capacità di memoria, e sono perciò usati principalmente per scopi di ricerca.

Il modo con cui vengono trattati lo strato laminare e la scabrezza della parete aggiunge ulteriore complessità. Il concetto di strato laminare assume che per alti numeri di Reynolds gli effetti della viscosità siano confinati nel sottile strato adiacente alla parete. In generale, il campo di moto può essere diviso in due zone, uno strato laminare in cui sono concentrati gli effetti della viscosità e una zona principale di flusso dove questi sono trascurabili e il fluido si può considerare inviscido.

L'iterazione viscido-inviscido è un modo di accoppiare le due zone di moto. Alcune volte può essere necessaria una taratura per determinare i valori appropriati della "funzione di parete" o della scabrezza assoluta a questa assegnata in modo da ottenere gli effetti complessivi dati dai coefficienti empirici di Manning o di Chèzy.

Gli autori presentano un'applicazione del modello in 2D allo sfioratore oggetto del precedente studio, con le stesse dimensioni e condizioni al contorno e iniziali, ma introducono un valore della viscosità dinamica pari a 0,001 kg/m/s ed eseguono il calcolo con la condizione inviscid-laminar, considerando la parete dello sfioratore perfettamente liscia. I risultati sono praticamente coincidenti con quelli ottenuti attraverso la condizione inviscid usata nel precedente studio.

Per il modello 3D sembra apparire qualche lieve differenza nella distribuzione delle pressioni sullo sfioratore.

3.7 Implementazione del FLOW-3D per l'efflusso da paratoia

Dae Geun Kim ha usato il modello FLOW-3D per la valutazione del coefficiente d'efflusso e del coefficiente di contrazione per una paratoia piana rettangolare senza contrazione sui lati.

Il modello è stato impiegato nella versione bidimensionale, data la simmetria nella direzione del moto attraverso la luce, assumendo una lunghezza unitaria nella direzione y . Si è assunta l'apertura della luce a pari a 5 cm ; le dimensioni del modello sono quelle in fig. 3.12 cioè lunghezza a monte della luce pari a $20 a$, lunghezza a valle della luce pari a $6 a$, altezza paria $12 a$.

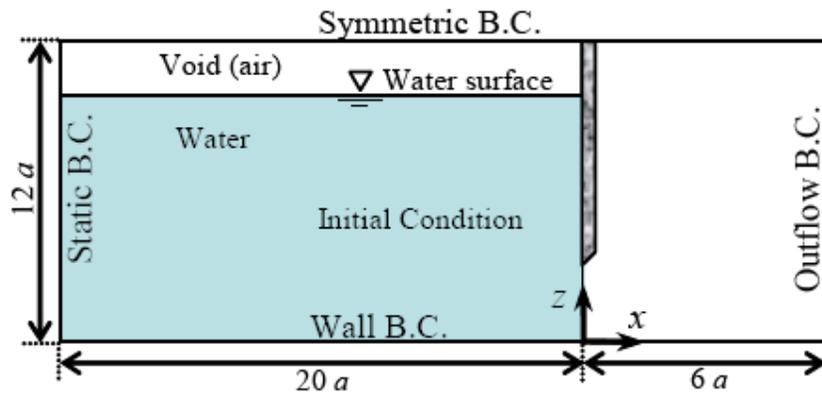


Fig. 3.12 Rappresentazione del modello bidimensionale

Per accelerare la convergenza si è adottato un metodo manuale a griglie multiple. Inizialmente, una griglia grossolana permetteva di ottenere rapidamente una soluzione approssimata per la superficie libera e la portata. Successivamente si impiegava una griglia più fine, interpolando i valori calcolati in precedenza, in modo da ottenere una più rapida convergenza verso la soluzione. La griglia finale impiegata ha $dx = 0,025 a - 0,265 a$, cioè $0,125 - 1,325\text{ mm}$, e $dz = 0,025 a - 0,07 a$, cioè $0,125 - 0,35\text{ mm}$.

Per la densità e la viscosità, si sono impiegate quelle dell'acqua a 20° .

Le condizioni al contorno sono quelle mostrate nella stessa fig. 3.12, cioè :

- pressione idrostatica a monte
- efflusso libero (outflow) sulla luce
- fondo e superficie della paratoia costituiti da pareti solide

- simmetria sulla superficie superiore.

Lo spessore della paratoia è stato assunto pari a 0,2 a (2,5 cm), con spigolo vivo a 45 °.

Sulla superficie libera si è assunta la pressione pari a quella atmosferica.

Sulle pareti solide si è adottata la condizione “no-slip”. Questa condizione comporta che le componenti di velocità tangenziali e normali siano tutte nulle, con un profilo di velocità logaritmico presso la parete, che viene usato per valutare gli sforzi tangenziali alla parete. Questi sono applicati alla superficie usando il numero di Reynolds locale e un algoritmo che tiene conto della frazione di area. Per quanto riguarda la scabrezza assoluta, tenendo conto che le pareti sono di solito di PVC, vetro o acciaio, si è impiegato il valore $\epsilon = 0,05$ mm.

Per quanto riguarda la condizione al contorno a monte, si può imporre la condizione idrostatica con velocità nulla o non nulla. Nel caso in esame, si è assunta la velocità nulla. Detto E_1 il carico a monte, il rapporto a/E_1 è stato fatto variare da 0,1 a 0,6 come condizione al contorno.

Come condizione iniziale, si è assunto un volume liquido di carico pari a E_1 collocato all'ascissa $x=0$, cioè in corrispondenza della luce. Si è quindi simulato un transitorio della durata di 100 s fino a raggiungere le condizioni di moto permanente.

I risultati appaiono come quelli in fig. 3.13, dove sono rappresentate le velocità per due diversi valori dell'apertura relativa.

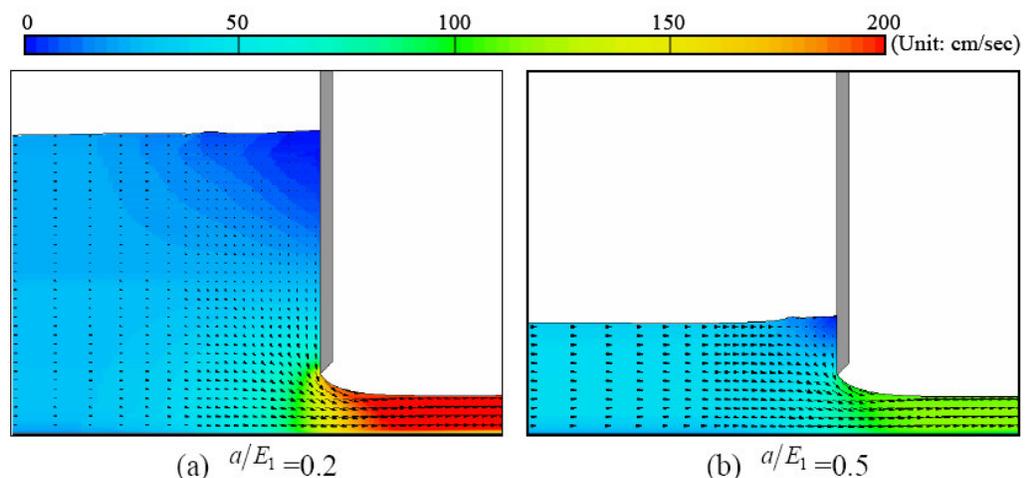


Fig. 3.12 Rappresentazione delle velocità per due diversi valori dell'apertura relativa.

I valori del coefficiente di contrazione sono mostrati in fig. 3.13 in confronto con dati di letteratura .

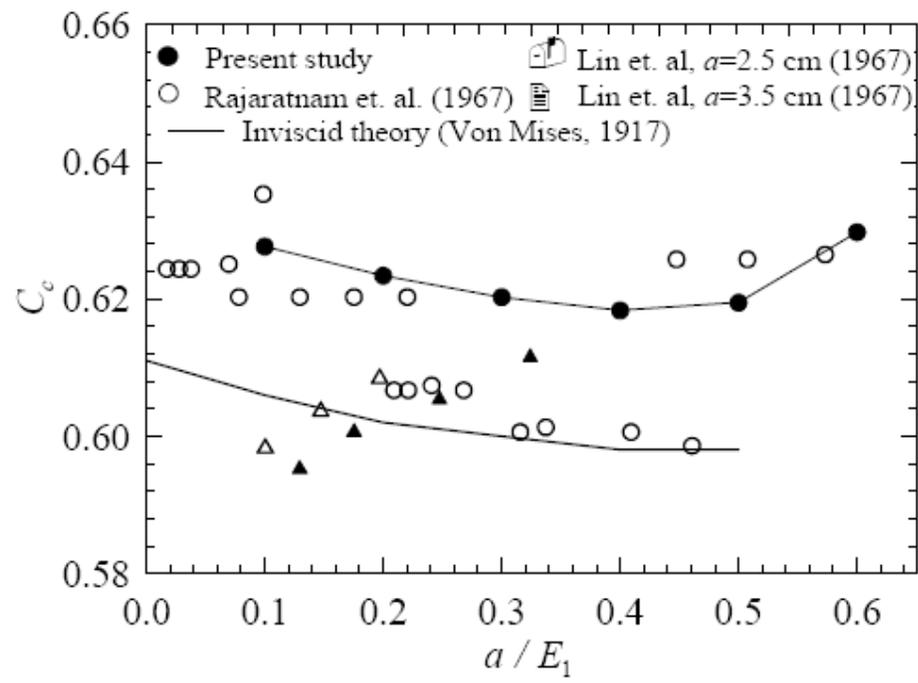


Fig. 3.13 Confronto dei valori del coefficiente di contrazione con dati di letteratura

CAPITOLO 4

PROVE SPERIMENTALI

4.1 Installazione sperimentale

L'installazione sperimentale su cui sono state eseguite le prove è stata realizzata presso il laboratorio di Grandi Modelli Idraulici del Dipartimento di Difesa del Suolo dell'Università della Calabria, ed è riportata schematicamente in *Fig. 4.1*. Essa comprende un modello di traversa con luce di fondo e l'insieme degli strumenti per l'acquisizione dei dati: asta idrometrica, stramazzo Thomson, misuratori di portata elettromagnetico e ultrasonico, trasduttore di pressione, micromulinello, sonda ADV – Vector, fotocamera digitale, computer con software per acquisizione dati.

Il modello è alimentato dal circuito del laboratorio, nel quale è inserito il misuratore elettromagnetico; una saracinesca permette di poter regolare la portata immessa. La portata effluente viene inviata a valle della luce in un canale rettangolare ad andamento pressoché orizzontale, quindi convogliata tramite un collettore a forma di imbuto in una tubazione in PVC da 100 mm, all'interno della quale ne viene effettuata la misura in continuo con un apparecchio ad ultrasuoni.

Le misure di portata acquisite attraverso il misuratore elettromagnetico e quello ultrasonico in regime stazionario sono state confrontate con quelle ricavate da uno stramazzo Thomson collocato in un cassone posto a monte del modello, tarato volumetricamente con una precisione dell'1%.

Durante ogni prova, il livello dell'acqua in vasca veniva acquisito in continuo da un trasduttore di pressione collegato con una presa piezometrica posta 20 cm a monte della luce. Le misure acquisite con il trasduttore di pressione, una volta raggiunto il moto stazionario, venivano controllate con un'asta idrometrica a lettura digitale.

Le misure di portate e livelli venivano registrate da un sistema di acquisizione dati alla frequenza di 50 Hz, quindi immagazzinate in un calcolatore e successivamente elaborate. Le misure di livello in vasca e le corrispondenti misure di portata nella tubazione in PVC sono state acquisite con uno sfasamento temporale dell'ordine di

qualche secondo per tenere conto del tempo impiegato per il percorso tra la luce e il misuratore ultrasonico. La suddetta procedura ha permesso di ottenere nelle diverse serie di prove eseguite 1385 osservazioni contemporanee di livello e portata, senza attendere il raggiungimento delle condizioni stazionarie.

Infine, per alcune prove, raggiunte le condizioni di regime stazionario, sono state eseguite delle misure di velocità in vasca, a monte della luce, con il micromulinello e la sonda ADV, che sono servite a verificare il range di velocità.

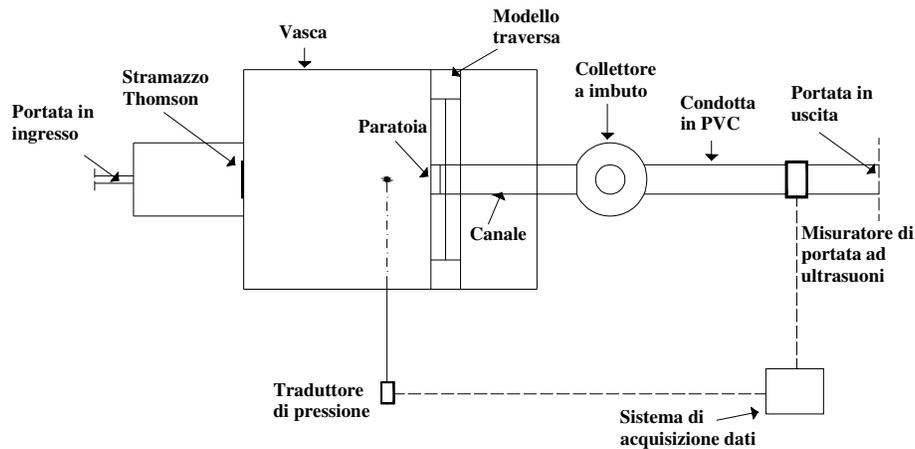


Fig 4.1 – *Schema dell'installazione sperimentale*

4.2 Descrizione del modello

Il modello riproduce una vasca di laminazione con una traversa dotata di luce di fondo rettangolare (*Fig. 4.2*). Il modello della vasca è stato realizzato in legno rivestito con vetroresina ed ha dimensioni in pianta di circa 4 x 4 m.

Con questo modello è stata eseguita una prima serie di prove. Successivamente, per l'esecuzione della seconda e della terza serie di prove, all'interno del modello originario è stata creata una vasca più piccola con pareti e fondo in PVC, di forma trapezoidale, con altezza 1,20 m, diagonale maggiore 1,70 m, diagonale minore 1,00 m.

A monte della vasca è stata inserita una fila di mattoni forati, disposti radialmente, atti a garantire un ingresso ottimale dell'acqua all'interno dell'invaso. (*Fig. 4.3*).

Il modello della traversa è stato realizzato in PVC; nella sua sezione mediana è stata praticata una luce di fondo rettangolare.

La luce è stata ottenuta rimuovendo un blocco dal corpo della traversa e inserendovi una paratoia che segue l'andamento del paramento di monte. Le dimensioni della paratoia sono variabili in larghezza da 8,6 a 14,2 cm e in altezza fino a 7,6 cm; lo spessore è di 1 cm, con estremità inferiore smussata con un taglio a 45° e spigolo vivo (2 mm).

A valle della luce si trova un canale a sezione rettangolare di larghezza massima 14,2 cm, altezza 15 cm e lunghezza 1,5 m circa (*Fig. 4.4 e Fig. 4.5*). La larghezza del canale veniva di volta in volta adattata a quella della luce.



Fig 4.2 – *Modello fisico. Vista d'insieme*



Fig 4.3 – *Modello fisico. Cassa di espansione e traversa*



Fig 4.4 *Canale a sezione rettangolare. Vista dall'alto*



Fig 4.5 – Canale a sezione rettangolare. Vista da valle

Sono state effettuate tre serie di test: nella prima si è usata l'intera vasca di dimensioni 4x4 m circa, il paramento di monte era inclinato di $63,4^\circ$ ed era presente una soglia di fondo di altezza 2 cm, come in Fig. 4.6; i test sono stati eseguiti con larghezze b di 86, 106 e 142 mm e aperture a variabili da 2 a 7,6 cm ; sono state eseguite 15 prove osservando 288 punti sperimentali; i risultati di questa serie sono stati oggetto di due lavori pubblicati (Calomino et al, 2007) .

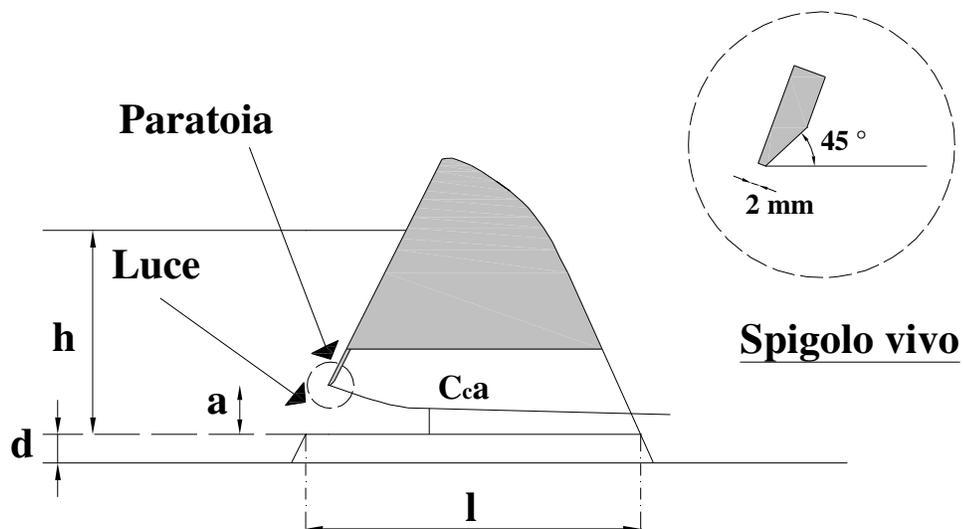


Fig 4.6– Rappresentazione schematica traversa con luce di fondo e paratoia

La seconda serie di esperienze è stata eseguita con vasca ristretta di forma trapezoidale di lunghezza 1,2 m e con tre inclinazioni del paramento a monte, 63,4°, 90° e 53,6°, con diverse aperture $a \geq 5$ cm; sono state eseguite in tutto 24 prove osservando 233 valori di portate e livelli.

Nella terza serie i test sono stati effettuati sempre nella vasca ristretta, inclinando il paramento a monte di 90°, 63,4° e 45° rispetto all'orizzontale, con larghezza della luce b sempre di 8,6 cm, 10,6 e 14,2 cm, assegnando all'apertura a i valori di 5, 6 e 7 cm ed eliminando la soglia di fondo; in totale nella terza serie sono state eseguiti 27 test osservando 864 punti sperimentali.

4.3 Descrizione della strumentazione

4.3.1 *Stramazzo Thomson*

Per eseguire le misure di portata a regime si è utilizzato uno stramazzo triangolare in parete sottile, del tipo Thomson.

Esso è costituito da una piastra di dimensioni 0,8 m \times 0,5 m in cui è praticata un'apertura costituita da un triangolo isoscele con angolo di 90°, con base di 0,60 m e altezza 0,30 m.

Lo stramazzo è montato su un cassone in lamiera di dimensioni 1,7 \times 1,2 \times 1 m circa riportato in *Fig. 4.7.a* e *Fig. 4.7.b*



Fig 4.7.a– *Stramazzo Thomson.*

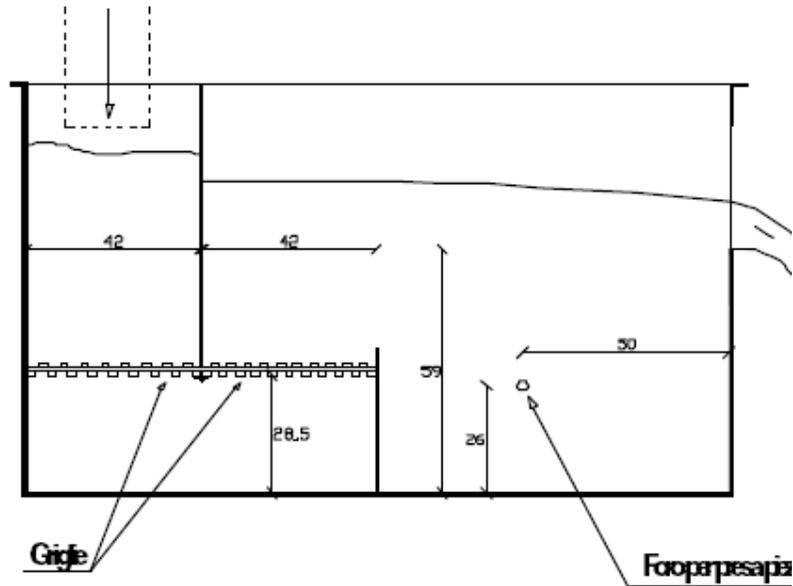


Fig 4.7.b – Stramazzo Thomson, sezione trasversale

Lo spigolo a monte dell'apertura è vivo con spessore di 1,5 mm. La faccia di valle dello stramazzo è raccordata da uno smusso a 45°; il petto dello stramazzo misurato dal fondo del cassone è pari 0,59 m.

La presa piezometrica è collocata a 0,26 m dal fondo e a 0,50 m dalla parete del cassone in cui è inserito lo stramazzo.

Il procedimento con cui avviene la misurazione del carico, può essere così sintetizzato: attraverso una tubazione d'arrivo, l'acqua è immessa in un primo settore occupante la porzione superiore della parte di monte del cassone. Questo settore, avente la larghezza di 42 cm, è separato dal fondo in lamiera del cassone da due griglie poste orizzontalmente a 28,5 cm dal fondo e dal resto del cassone da una parete in lamiera. Attraverso le griglie l'acqua giunge nella parte di valle del cassone e s'innalza fino a passare attraverso lo stramazzo. La misurazione del carico è riferita al vertice del triangolo ed è eseguita attraverso un'asta idrometrica a punta scorrevole, munita di nonio, posizionata su una guida posta al di sopra del cassone in un punto posto a circa 0,50 a monte del piatto. Noto il carico h_{Th} , attraverso la relazione sotto riportata, ricavata in (Calomino et al, 1988) è possibile valutare il coefficiente d'efflusso μ_{Th}

$$\mu_{Th} = \left(\mu_0 + \frac{\alpha}{h_{Th}} \right) \left[1 + \frac{h_{Th}^4}{rB^2 (h_{Th} + P)^2} \right] \quad (4.1)$$

dove:

$$\mu_0 = 0.296$$

$$\alpha = 0,0022$$

$$B = 1,2 \quad (\text{larghezza dello stramazzo})$$

$$r = 0,17 \quad (\text{parametro di taratura})$$

Il valore del coefficiente d'efflusso risulta variabile col carico, dando conto del particolare fenomeno di contrazione che si riscontra nel cassone.

La portata viene infine calcolata con la formula:

$$Q = \mu \sqrt{2gh}^{2.5} \quad (4.2)$$

4.3.2 Aste idrometriche

Nelle prove di laboratorio sono state utilizzate due aste idrometriche; la prima, posta su una guida al di sopra del cassone dello stramazzo Thomson e munita di nonio decimale, è stata utilizzata per valutare i carichi piezometrici riferiti al vertice dello stramazzo.

La seconda asta (*Fig. 4.8*), a lettura di digitale, è stata montata su un ponte metallico realizzato al di sopra del modello e, tramite delle guide, può scorrere nelle due direzioni tra di loro perpendicolari; essa è stata utilizzata per valutare l'altezza idrica nella vasca e nel canale.



Fig. 4.8 *Asta idrometrica per le misure dei livelli idrici nella vasca*

4.3.3 *Piezometro*

Per ulteriore controllo dei carichi piezometrici a monte dello stramazzo è possibile utilizzare un piezometro il cui foro di presa nel cassone è situato a 0,26 m dal fondo e a 0,50 m da parete in cui è inserito lo stramazzo. Esso è costituito da un tubo in vetro trasparente nel quale l'acqua, proveniente dal tubicino di gomma collegato alla presa, s'innalza fino a raggiungere lo stesso livello dell'acqua nel cassone; all'interno del tubo è posta un'asta idrometrica a punta munita di vite per spostamenti micrometrici con nonio decimale.

4.3.4 *Misuratore di portata elettromagnetico*

All'interno del circuito di alimentazione, su un cavallotto con tubazione da 200 mm che bypassa il circuito principale, è posto un misuratore di portata ad induzione elettromagnetica.

Durante le prove sperimentali si è constatato che lo strumento presenta una buona precisione per portate superiori a 1,6 – 1,7 l/s, valore comunque sempre superato in tutti i test effettuati. Il confronto con i valori misurati allo stramazzo Thomson ha infine evidenziato che i valori forniti dai due strumenti sono risultati sempre praticamente coincidenti.

4.3.5 *Misuratore di portata ultrasonico*

Per la misura delle portate evacuate dalla luce, è stato impiegato un misuratore

ultrasonico ALTOSONIC del tipo clamp-on. I sensori sono stati fissati in posizione diametrale all'esterno di una tubazione in PVC da 100 mm nella quale veniva convogliata la portata da misurare. Lo sbocco della tubazione era munito di una curva verticale, sicchè l'efflusso da questa avveniva qualche decimetro più alto della sezione di misura, assicurando che il moto nella tubazione avvenisse in pressione.

4.3.6 Sistema di acquisizione dati

E' stato usato il sistema di acquisizione dati del Laboratorio G.M.I., che consiste in una centralina alla quale pervengono i segnali analogici del misuratore ultrasonico e del trasduttore di pressione. La centralina compie la trasformazione analogico-digitale e invia i dati a un computer, dotato del software specifico PROSIG per l'analisi e l'archiviazione degli stessi.

4.3.7 Trasduttore di pressione

Per rilevare il livello liquido all'interno della traversa è stato anche utilizzato un trasduttore di pressione Druck PDCR 930 dotato di una membrana interna affacciata.

La membrana affacciata permette di eseguire la pulizia del sensore ed evitare che si formino residui sulla zona di misura che renderebbero imprecisa la misurazione. La parte sensibile del trasduttore è quindi la membrana: il diaframma si flette sotto l'azione della pressione dell'acqua e una volta valutata la deformazione viene generato un segnale elettrico proporzionale alla deformazione meccanica e quindi alla pressione applicata.

Il trasduttore usato nelle prove di laboratorio è collegato ad un indicatore digitale di processo, modello Druck serie DPI 270, strumento che consente di visualizzare il dato indicante la misura.

Il trasduttore presenta una forma quasi cilindrica con lunghezza di circa 10 cm e un diametro di circa 1,75 cm.

Il collegamento del trasduttore con il modello avviene mediante una tubazione flessibile costituita da due tratti separati da una piccola saracinesca: il primo tratto di tubazione è collegato alla presa di pressione posizionata sul fondo della cassa di

espansione, come rappresentato nelle Fig. 4.9 ; il secondo tratto è collegato a monte con la saracinesca e all'altro estremo con un tubo in plexiglas chiuso, contenente il trasduttore.



Fig. 4.9 Presa piezometrica nella vasca. Vista dall'alto

4.3.8 Micromulinello

Per la misura delle velocità assiali è stato adoperato un micromulinello del tipo “Nixon – Streamflow velocità 403“. All'estremità dello strumento è posto un rotore in pvc del diametro di 11.6 mm, che ruota all'interno di un anello toroidale dello spessore di 2 mm. Il baricentro del rotore si trova pertanto a circa 6 mm dall'estremità inferiore dell'anello. Lo strumento è collegato ad un indicatore digitale di frequenza con display lcd.

Questo strumento è indicato per la misura delle velocità in correnti prevalentemente monodimensionali, nel campo 0.05 – 1.50 m/s.

Lo strumento fornisce in output la frequenza di rotazione, F , espressa in Hertz. La conversione in velocità avviene mediante le seguenti espressioni:

$$- v_m = \frac{19}{32}F + 3.25 \quad \text{per } v_m < 30 \text{ cm/s} \quad (4.3a)$$

$$- v_m = \frac{19}{32}F + 2.50 \quad \text{per } v_m > 30 \text{ cm/s} \quad (4.3b)$$

4.3.9 Sonda ADV - Vector

Le velocità sono state misurate anche mediante la sonda Nortek ADV – Vector, che consente di acquisire le tre componenti del vettore velocità della corrente.

Lo strumento ha dei vincolanti limiti di funzionamento, legati al fatto che la sonda deve essere completamente immersa nel mezzo in cui vanno effettuate le misure, ed inoltre le componenti del vettore velocità vengono valutate all'interno di un volumetto di controllo posto all'incirca a 5 cm più in basso rispetto alla sonda stessa. Questi vincoli comportano che, in sostanza, le misure possano essere eseguite soltanto per altezze idriche superiori a 7 – 8 cm, valori raggiunti nella vasca in prossimità della traversa, e soltanto per le portate più elevate.

4.4 Procedura di svolgimento delle prove sperimentali

Le prove eseguite in laboratorio sono state eseguite seguendo la procedura di seguito riportata:

- a) Rilevamento dello zero idrometrico dell'asta all'interno del cassone con lo stramazzo Thomson.
- b) Rilevamento dello zero idrometrico del piezometro collegato al cassone.
- c) Rilevamento dello zero del trasduttore di pressione Druck (quota della soglia o del fondo in corrispondenza della luce).
- d) Rilevamento dello zero (quota della soglia o del fondo) attraverso l'asta idrometrica .
- e) Immissione dell'acqua nel cassone dello stramazzo Thomson
- f) Lettura della portata attraverso l'elettromagnetico.
- g) Controllo della vena d'acqua stramazzone dal Thomson.
- h) Lettura del piezometro collegato allo stramazzo Thomson.

- i) Valutazione della portata attraverso l'altezza idrica ricavata dallo stramazzo Thomson.
- j) Misura in continuo della portata laminata mediante misuratore di portata ad ultrasuoni, con frequenza 50 Hz
- k) Misura in continuo del livello dell'acqua in vasca mediante trasduttore di pressione collegato con una presa piezometrica posta 20 cm a monte della luce e controllato con asta idrometrica a punta, con frequenza 50 Hz.
- l) Registrazione dei valori delle portate e dei livelli mediante sistema di acquisizione dati alla frequenza di 50 Hz, quindi immagazzinati in un calcolatore e successivamente elaborati. Le misure di livello in vasca e le corrispondenti misure di portata nella condotta sono state acquisite con uno sfasamento temporale dell'ordine di qualche secondo per tenere conto del diverso posizionamento degli strumenti di misura.
- m) Controllo della portata immessa nella vasca a regime tramite stramazzo Thomson.
- n) Misurazione di velocità locale a monte della luce con ADV o micromulinello
- o) Osservazione del fenomeno dell'efflusso
- p) Elaborazione dei dati relativi a ciascuna prova per ricavare il coefficiente d'efflusso.

Per ciascuna prova veniva elaborata una tabella come quella di seguito riportata a titolo di esempio.

I valori dei livelli e delle portate ricavati dai dati sperimentali venivano rappresentati in grafici come quello riportato a titolo di esempio in fig. 4.10.

Le tabelle e i grafici relativi a ciascuna delle 66 prove eseguite, per un totale di 1385 punti sperimentali, sono riportati nell'appendice.

L_{Zero Trasd}	h_{TH} (m)	Q_{TH} (l/s)	a (m)	b (m)	alfa (°)	h_{MaxD} (m)
558,60	0,4665	7,7	0,060	0,142	90	707,3

t (s)	t (min)	h_{Trasd} (V)	Q (V)	h_{Trasd} (mm)	Q (l/s)	a/h₀	Cd
0	0,00						
20	0,33	0,735206	0,649473	115,5	6,1	0,520	0,47
40	0,67	0,746521	0,679338	124,6	6,4	0,482	0,48
60	1,00	0,755757	0,741266	132,0	7,1	0,455	0,52
80	1,33	0,761719	0,734657	136,8	7,0	0,439	0,50
100	1,67	0,766307	0,735442	140,5	7,0	0,427	0,50
120	2,00	0,770975	0,779152	144,2	7,5	0,416	0,53
140	2,33	0,771543	0,779524	144,7	7,6	0,415	0,53
160	2,67	0,772700	0,798036	145,6	7,8	0,412	0,54
180	3,00	0,775563	0,786564	147,9	7,6	0,406	0,53
200	3,33	0,776328	0,810625	148,5	7,9	0,404	0,55
220	3,67	0,776348	0,797977	148,6	7,8	0,404	0,53
240	4,00	0,776367	0,793741	148,6	7,7	0,404	0,53
260	4,33	0,776406	0,796644	148,6	7,8	0,404	0,53
280	4,67	0,776367	0,811037	148,6	7,9	0,404	0,55
300	5,00	0,776465	0,794722	148,7	7,7	0,404	0,53
320	5,33	0,776348	0,809880	148,6	7,9	0,404	0,54
340	5,67	0,776465	0,804076	148,7	7,9	0,404	0,54
360	6,00	0,776406	0,779034	148,6	7,5	0,404	0,52
380	6,33	0,776367	0,784152	148,6	7,6	0,404	0,52
400	6,67	0,776387	0,805154	148,6	7,9	0,404	0,54
420	7,00	0,776681	0,798310	148,8	7,8	0,403	0,53
440	7,33	0,776504	0,801664	148,7	7,8	0,404	0,54
460	7,67	0,776544	0,772230	148,7	7,5	0,403	0,51
480	8,00	0,776348	0,807566	148,6	7,9	0,404	0,54
500	8,33	0,776465	0,798722	148,7	7,8	0,404	0,54
520	8,67	0,776426	0,790035	148,6	7,7	0,404	0,53
540	9,00	0,776367	0,792879	148,6	7,7	0,404	0,53
560	9,33	0,776524	0,785309	148,7	7,6	0,403	0,52

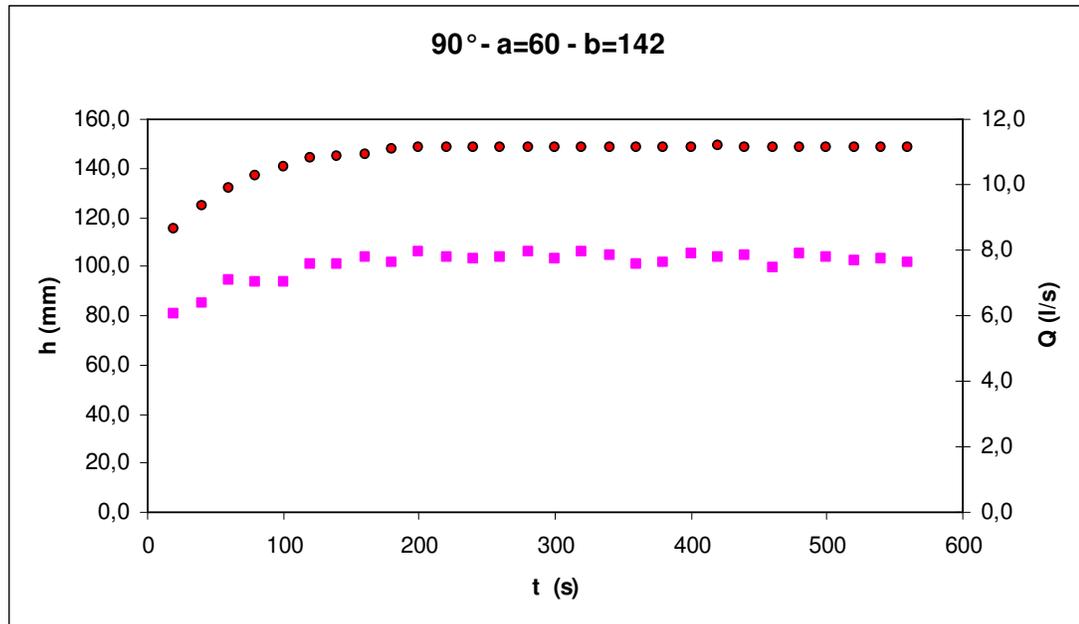


Fig.4.10 Misura di livelli e portate nel tempo

4.5 Risultati sperimentali

4.5.1 Prima serie

Con la procedura descritta nel paragrafo precedente, sono state svolte 15 prove, le cui caratteristiche sono compendiate nella tabella 4.1. Per ogni prova, fissata la larghezza b e l'apertura a della paratoia, sono state misurate diverse portate, Q , con le relative altezze in vasca, h ; per ciascuna coppia (h ; Q), calcolati i rapporti a/h (apertura relativa) e b/a (rapporto di forma), sono stati successivamente determinati i numeri di Reynolds (Eq. 12) e Weber (Eq. 13) in corrispondenza dell'apertura a , oltre che il coefficiente di efflusso, C_d (Eq. 5).

Nell'appendice 1 sono riportati i dati relativi alle singole prove.

In figura 4.11 sono riportati – per ogni punto sperimentale acquisito – i valori del coefficiente di efflusso, C_d , in funzione dell'apertura relativa della luce, a/h .

Dal diagramma si evince che:

i valori del coefficiente d'efflusso variano in un range abbastanza ampio, e cioè da 0.45 a 0.64; essi decrescono con l'apertura relativa, a/h , e appaiono influenzati anche

dal rapporto di forma b/a ;

le curve $C_d - a/h$ con $a < 4.0$ cm, soprattutto quelle relative ad altezze della luce pari a 2.0 cm (T-01) e 2.4 cm (T-02), sembrano influenzate dagli effetti dovuti alla viscosità e alla tensione superficiale;

le curve $C_d - a/h$ relative ad aperture $a \geq 5.0$ cm (T-08÷T-15), caratterizzate da un rapporto $b/a \leq 2.84$, presentano sostanzialmente la stessa inclinazione, mentre hanno una maggiore inclinazione rispetto a quelle con aperture minori (T-01÷T-07).

In merito al punto b), seguendo la metodologia proposta da Roth e Hager (1999), che consiste nell'analizzare il coefficiente di efflusso minimo, $C_{d,min}$, in funzione del numero di Reynolds, è possibile individuare un valore soglia di tale numero, al di sotto del quale la viscosità influenza in modo sostanziale il fenomeno. Dall'andamento dei punti sperimentali (Re ; $C_{d,min}$) riportati in figura 4.12 si evince che per valori di $Re \leq 2.0 \cdot 10^4$ il coefficiente di efflusso varia rapidamente, mentre per valori maggiori esso rimane pressoché costante.

Tab. 4.1 – Prima serie - Dati sperimentali

Test	N° punti	a (mm)	b (mm)	h (mm)	Q (l/s)	b/a	a/h	C_d
T-01	32	20	142	43.4	1.58	7.10	0.17	0.60
				÷	÷		÷	÷
				116.4	2.74		0.46	0.64
T-02	35	24	86	40.7	1.02	3.55	0.22	0.55
				÷	÷		÷	÷
				109.1	1.85		0.60	0.61
T-03	34	30	86	57.6	1.45	2.84	0.22	0.52
				÷	÷		÷	÷
				140.9	2.53		0.53	0.58
T-04	43	30	106	52.6	1.62	3.55	0.23	0.50
				÷	÷		÷	÷
				130.4	3.04		0.57	0.60
T-05	31	30	142	56.4	2.43	4.73	0.20	0.54
				÷	÷		÷	÷

				151.4	4.44		0.53	0.61
T-06	30	37	106	64.9 ÷ 121.8	2.15 ÷ 3.41	2.84	0.31 ÷ 0.58	0.48 ÷ 0.56
T-07	10	40	142	91.9 ÷ 131.4	4.08 ÷ 5.03	3.55	0.30 ÷ 0.44	0.54 ÷ 0.55
T-08	5	50	86	89.0 ÷ 105.0	2.73 ÷ 3.13	1.72	0.48 ÷ 0.56	0.48 ÷ 0.51
T-09	12	50	142	86.8 ÷ 128.8	4.33 ÷ 6.08	2.84	0.39 ÷ 0.58	0.47 ÷ 0.54
T-10	10	53	106	90.5 ÷ 123.6	3.45 ÷ 4.40	2.00	0.43 ÷ 0.59	0.46 ÷ 0.50
T-11	9	60	86	104.8 ÷ 136.9	3.45 ÷ 4.25	1.43	0.44 ÷ 0.57	0.47 ÷ 0.50
T-12	11	60	142	100.9 ÷ 144.5	5.65 ÷ 7.48	2.37	0.42 ÷ 0.59	0.47 ÷ 0.52
T-13	12	62	106	102.1 ÷ 142.6	4.15 ÷ 5.46	1.72	0.43 ÷ 0.61	0.45 ÷ 0.50
T-14	8	74	106	122.8 ÷ 145.9	5.55 ÷ 6.43	1.43	0.51 ÷ 0.60	0.46 ÷ 0.48
T-15	6	75	86	124.8 ÷ 140.5	4.52 ÷ 5.02	1.15	0.53 ÷ 0.60	0.45 ÷ 0.47

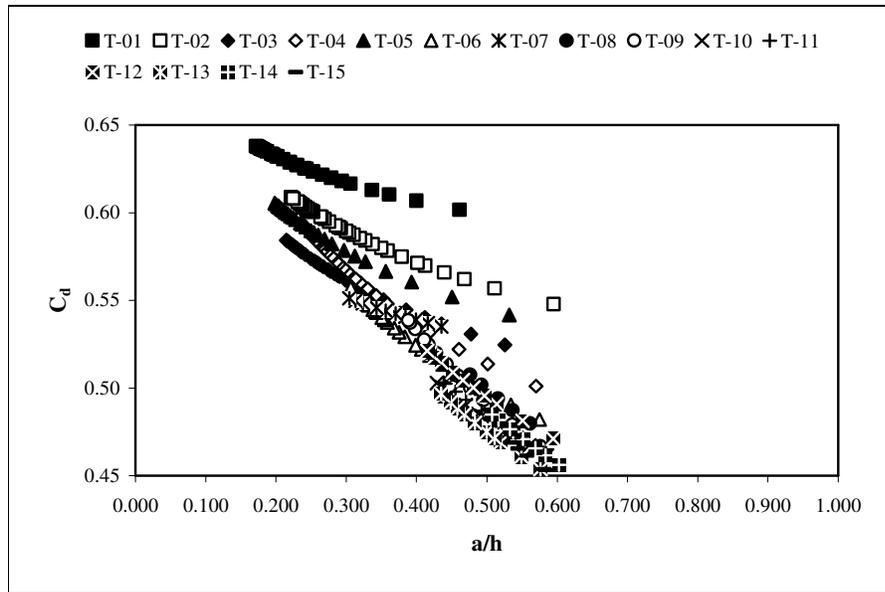


Fig. 4.11– Diagramma coefficiente di efflusso, C_d – apertura relativa della luce, a/h

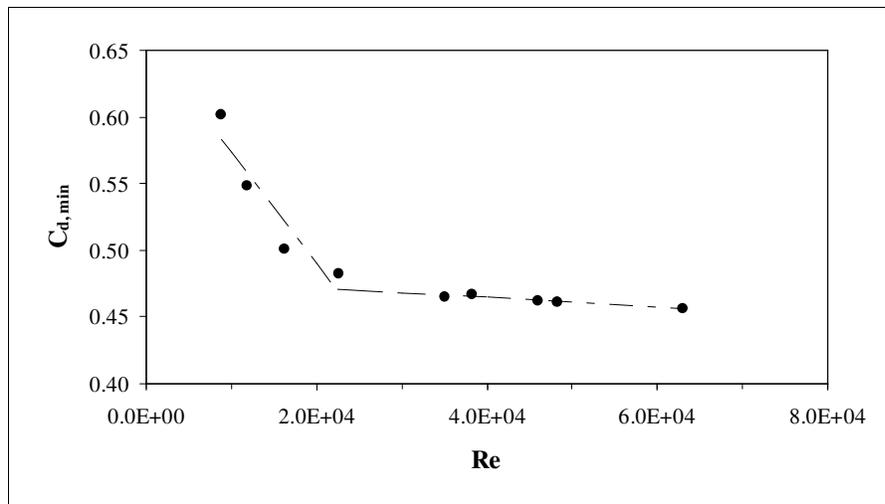


Fig. 4.12 – Diagramma $C_{d, \min}$ – Re

Sotto tale riguardo, quindi, i risultati ottenuti mettono in evidenza che, per $a \geq 4.0$. $We > 220$ e $Re > 2.3 \cdot 10^4$, è possibile trascurare gli effetti della viscosità e della tensione superficiale, in accordo con quanto riportato in letteratura (Novak e Čábelka, 1981; Sinniger e Hager, 1988; Novak et al., 1996).

E' possibile inoltre valutare il rapporto tra le perdite di carico continue dovute agli effetti viscosi e l'altezza cinetica, secondo la procedura indicata da Roth e Hager.

Nel caso in esame, a causa della presenza delle onde stazionarie a valle della luce, è

opportuno non tener conto del coefficiente di contrazione, ma considerare una sezione liquida di base b e altezza a per tutta la lunghezza $2a$. Il rapporto Φ è valutato con la formula (1.6)

$$\Phi = \frac{0,4a}{4R_i R_e^{0,2}} \quad (4.4)$$

I risultati relativi alle portate minime e massime delle prove in tab. 1. sono riportati nel grafico in fig. 4.13 .

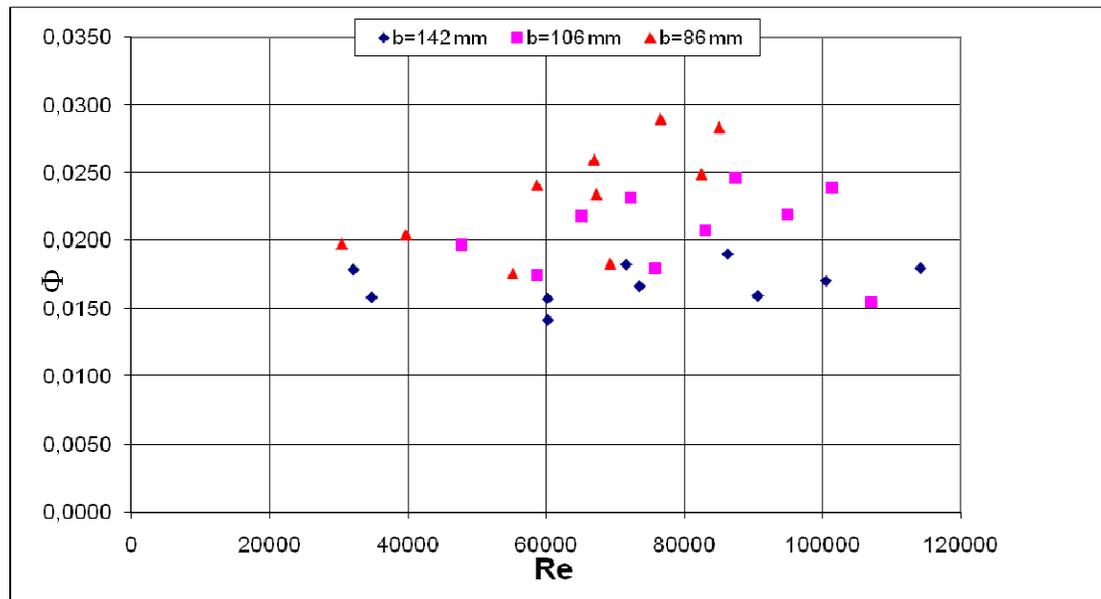


Fig. 4.13 Φ in funzione di Re

Il rapporto Φ rimane al massimo del 3%, sicchè si può considerare limitata l'influenza delle forze viscosse. Per l'apertura $b=142$ mm Φ rimane inferiore al 2%.

L'osservazione del processo di efflusso ha messo in evidenza inoltre tre aspetti significativi:

la formazione di un solo vortice ad asse verticale immediatamente a monte della paratoia;

la formazione immediatamente a monte della paratoia di una zona di ricircolazione caratterizzata da modestissime increspature della superficie libera;

la formazione immediatamente a valle della paratoia di due fronti d'onda simmetrici.

In merito al vortice, si è osservato che esso stazionava in prossimità della paratoia muovendosi parallelamente alla stessa, e che le fasi evolutive del suo sviluppo dipendevano dall'apertura relativa della luce, a/h , e si possono mettere in relazione con le osservazioni di Roth e Hager (1999) sui vortici a monte di paratoie piane verticali. Infatti, per bassi rapporti a/h , il vortice si presentava completamente sviluppato (Fig. 4.13 – configurazione 6), mentre per valori crescenti del rapporto a/h si passava dalla configurazione di “vortice completamente sviluppato” con trascinamento d'aria al suo interno a quella di “mulinello incoerente superficiale” (Fig. 4.13 – configurazione 1).

Nel caso oggetto di studio si forma un solo vortice ad asse verticale che si muove parallelamente alla paratoia e in prossimità della stessa (Fig. 4.13), mentre in canali rettangolari si formano lateralmente e a monte della paratoia due vortici ad asse verticale oltre che un vortice ad asse orizzontale parallelo alla paratoia. come riportato nello schema di figura 4.15 (Montes. 1997).

Nel caso oggetto di studio, nella configurazione di “vortice completamente sviluppato”, è emerso che esso interferisce debolmente con la superficie libera immediatamente a valle

della paratoia, mentre nel caso di paratoia posta in un canale a sezione rettangolare esso genera due fronti d'onda simmetrici che interferiscono in modo significativo con la superficie libera. poiché l'altezza dei fronti è dello stesso ordine di grandezza dell'altezza della corrente nella sezione contratta (Roth e Hager. 1999).

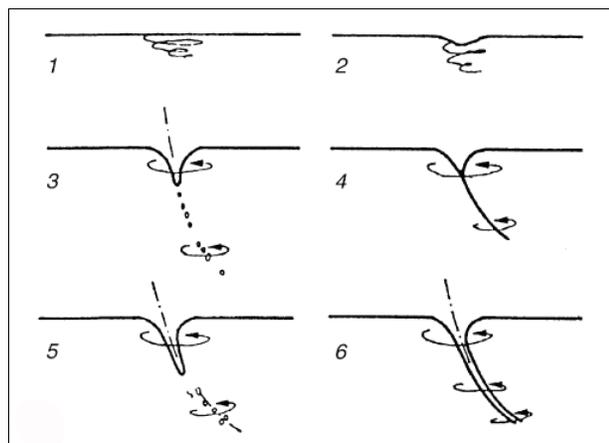


Fig. 4.13 Sviluppo di un vortice secondo Hecker (1984) (da Roth e Hager. 1999)

La conformazione della superficie libera immediatamente a monte della paratoia si presentava poco disturbata in conseguenza dei ridotti valori delle velocità in vasca (Fig. 4.14): infatti, le velocità assiali misurate con l'ADV a una distanza di 50.0 cm dalla paratoia variavano tra 1.0 e 2.0 cm/s, mentre quelle misurate a soli 3.0 cm dalla paratoia variavano tra 8.0 e 12.0 cm/s. È noto invece che, quando la paratoia è posta in un canale a sezione rettangolare, la superficie libera presenta un incremento di altezza in prossimità della paratoia, come mostrano diversi studi sperimentali (Rajaratnam, 1977; Nago, 1984; Roth e Hager, 1999).



Fig. 4.14 – Configurazione di “vortice completamente sviluppato” immediatamente a monte della paratoia

Riguardo alla formazione dei due fronti d'onda simmetrici immediatamente a valle della paratoia, si è osservato che essi si sviluppavano a causa della contrazione laterale che la vena liquida subiva nel passare dalla vasca al canale a valle della paratoia (Fig. 4.15). Inoltre, si è osservato che tale contrazione si amplificava con la riduzione del rapporto b/a , ossia quando la forma della luce passava da una sezione rettangolare (b/a) ad una sezione prossima a quella quadrata ($b \cong a$).



Fig. 4.15 – Formazione dei due fronti d'onda simmetrici immediatamente a valle della paratoia generati dalla contrazione laterale della vena liquida nel passaggio sotto la paratoia

Per esplicitare il legame funzionale (Eq. 15) tra il coefficiente di efflusso e i parametri da cui esso dipende, ossia a/h , b/a e Re , è stata effettuata una regressione multipla considerando i valori delle variabili sperimentali (a , b , h , Q) relative alle 15 prove sintetizzate in Tab. 1, per un totale di 288 valori di portata, ottenendo la seguente equazione:

$$C_d = 0.894 \cdot \left(\frac{a}{h}\right)^{-0.133} \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^{0.033} \cdot Re^{-0.067} \quad (4.5)$$

valida nei campi $0.17 \leq a/h \leq 0.61$, $1.15 \leq b/a \leq 7.10$, $0.9 \cdot 10^4 \leq Re \leq 6.5 \cdot 10^4$, con coefficiente di determinazione $R^2=0.968$, errore standard della stima $SEE=0.016$, massimo errore percentuale $e_{max}=5.5\%$, errore percentuale medio $e_{medio}=1.0\%$, e deviazione standard $se=0.9\%$. Si fa osservare che nell'Eq. 4.5 il numero di Reynolds (e di conseguenza il numero di Weber, per la relazione che lega We e Re) ha una certa influenza sul valore del coefficiente di efflusso, e ciò significa che gli effetti di scala influenzano alcune delle prove eseguite.

Al fine di poter analizzare il processo di efflusso mediante la similitudine di Froude, e quindi eliminare gli effetti di scala dovuti alla viscosità e alla tensione superficiale, si sono considerate – sulla base delle indicazioni fornite dalla Fig. 4.12 – solo le aperture caratterizzate da $Re > 2.3 \cdot 10^4$, quindi con $a \geq 4.0$ cm (8 prove con 84 valori di portata).

La relazione ottenuta è la seguente:

$$C_d = 0.446 \cdot \left(\frac{a}{h}\right)^{-0.265} \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^{0.035} \cdot Re^{-0.011} \quad (4.6)$$

valida per aperture $a \geq 4.0$ e nei campi $0.30 \leq a/h \leq 0.61$, $1.15 \leq b/a \leq 3.55$, $2.5 \cdot 10^4 \leq Re \leq 6.5 \cdot 10^4$, con coefficiente di determinazione $R^2=0.927$, errore standard della stima $SEE=0.015$, massimo errore percentuale $e_{max}=3.6\%$, errore percentuale medio $e_{medio}=1.3\%$, e deviazione standard $se=0.8\%$.

Si fa osservare che nell'Eq. 4.6 il numero di Reynolds ha una influenza del tutto trascurabile sul valore del coefficiente di efflusso.

Eliminando il numero di Reynolds dall'analisi di regressione multipla e considerando solo le aperture $a \geq 4.0$ cm si ottiene la seguente relazione:

$$C_d = 0.393 \cdot \left(\frac{a}{h}\right)^{-0.269} \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^{0.042} \quad (4.7)$$

valida per aperture $a \geq 4.0$ e nei campi $0.30 \leq a/h \leq 0.61$, $1.15 \leq b/a \leq 3.55$, $2.5 \cdot 10^4 \leq Re \leq 6.5 \cdot 10^4$, con coefficiente di determinazione $R^2 = 0.927$, errore standard della stima $SEE = 0.015$, massimo errore percentuale $e_{max} = 3.6\%$, errore percentuale medio $e_{medio} = 1.3\%$, e deviazione standard $se = 0.8\%$.

La fig. 4.16.1-9 mostra i valori sperimentali e quelli calcolati per i diversi rapporti b/a .

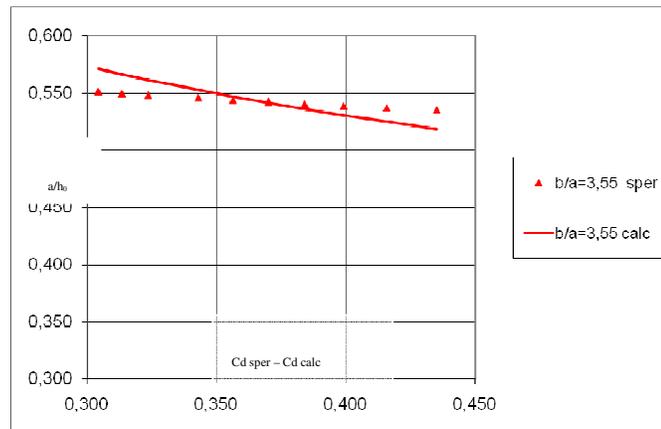


Fig. 4.16.1

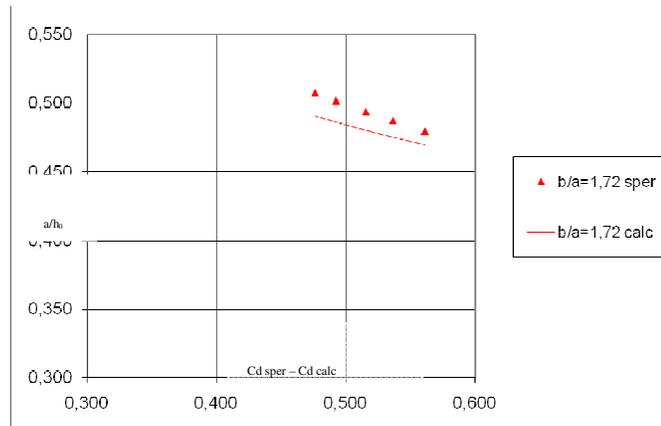


Fig. 4.16.2

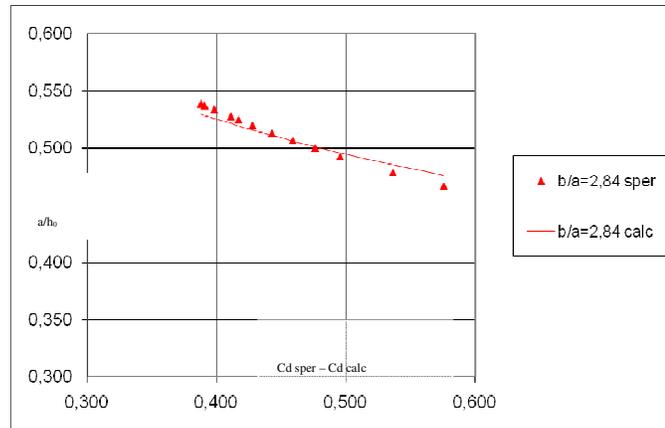


Fig. 4.16.3

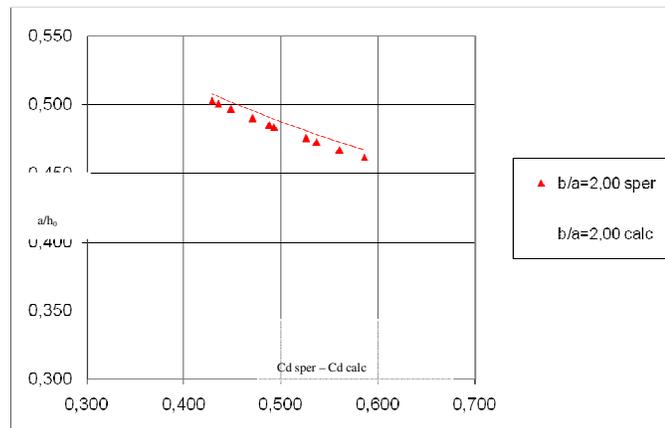


Fig. 4.16.4

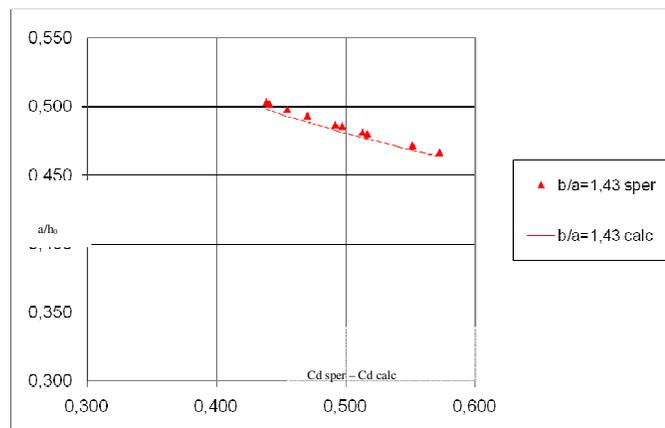


Fig. 4.16.5

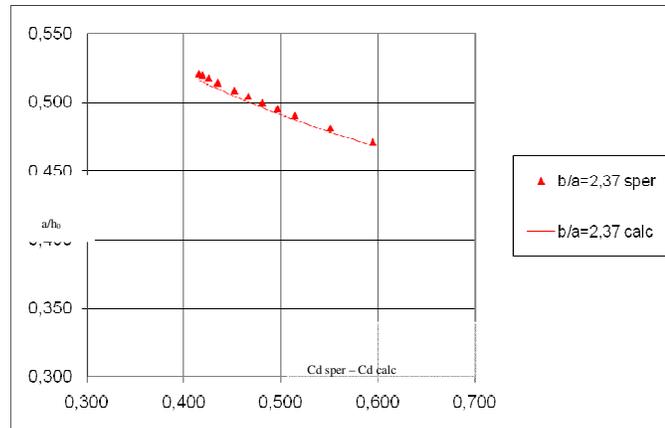


Fig. 4.16.6

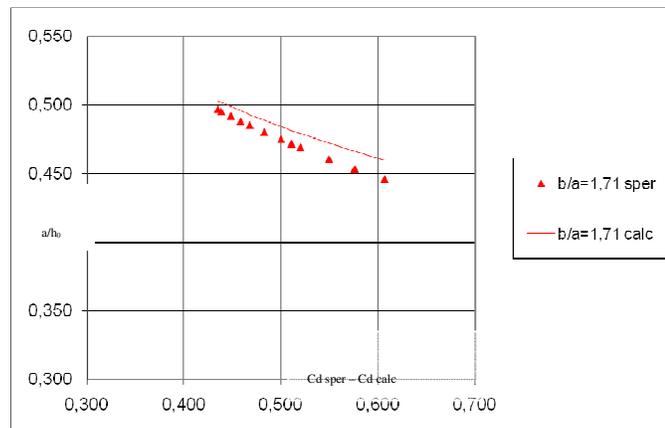


Fig. 4.16.7

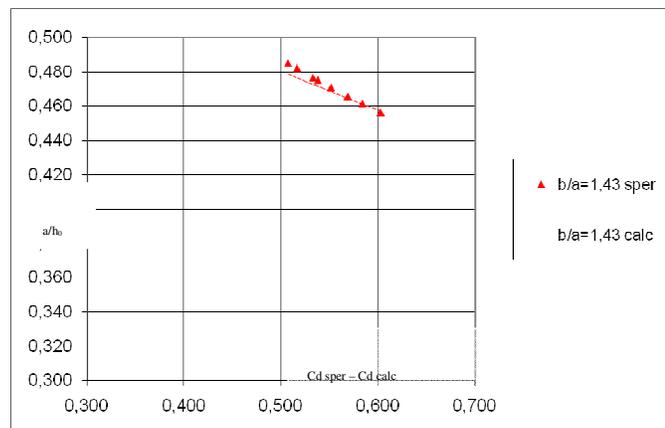


Fig. 4.16.8

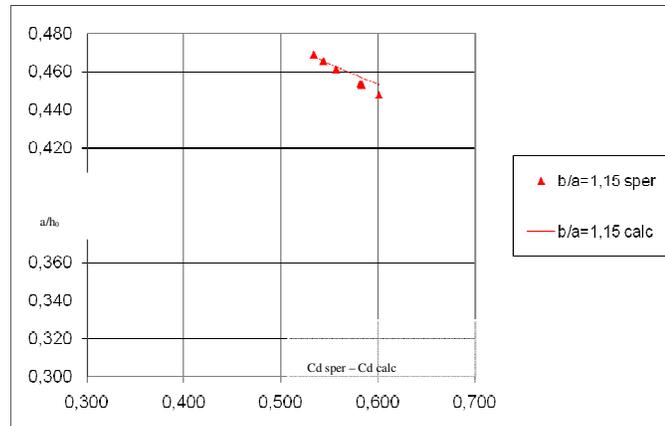


Fig. 4.16.9

Dal confronto tra i coefficienti di efflusso calcolati determinati rispettivamente tramite le relazioni (4.7), $C_{d,Calc}$, e quelli sperimentali, $C_{d,Exp}$, si osserva un sostanziale accordo. Infatti, come si evince dalla figura 4.17, la maggior parte dei punti ($C_{d,Calc}$; $C_{d,Exp}$) sono compresi tra $\pm 3 \cdot s_e = \pm 3 \cdot 0.8 = \pm 2.4\%$ rispetto alla linea di perfetto accordo (o bisettrice).

Infine, in figura 4.18 si mostra l'andamento dei coefficienti di efflusso calcolati in funzione dell'apertura relativa a/h e del rapporto b/a : essi diminuiscono con il rapporto a/h e aumentano con il rapporto b/a ; tale andamento è simile a quello dei coefficienti di efflussi determinati da Gentilini (1941), Rajaratnam e Subramanya (1967), Rajaratnam (1977), Roth e Hager (1999) per paratoie verticali poste in canali a sezione rettangolare.

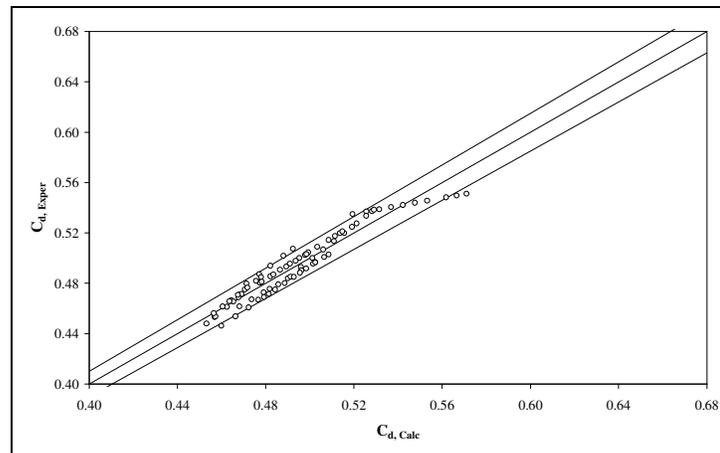


Fig. 4.17 – $C_{d,Calc} - C_{d,Exp}$ per $a \geq 4.0$ cm.

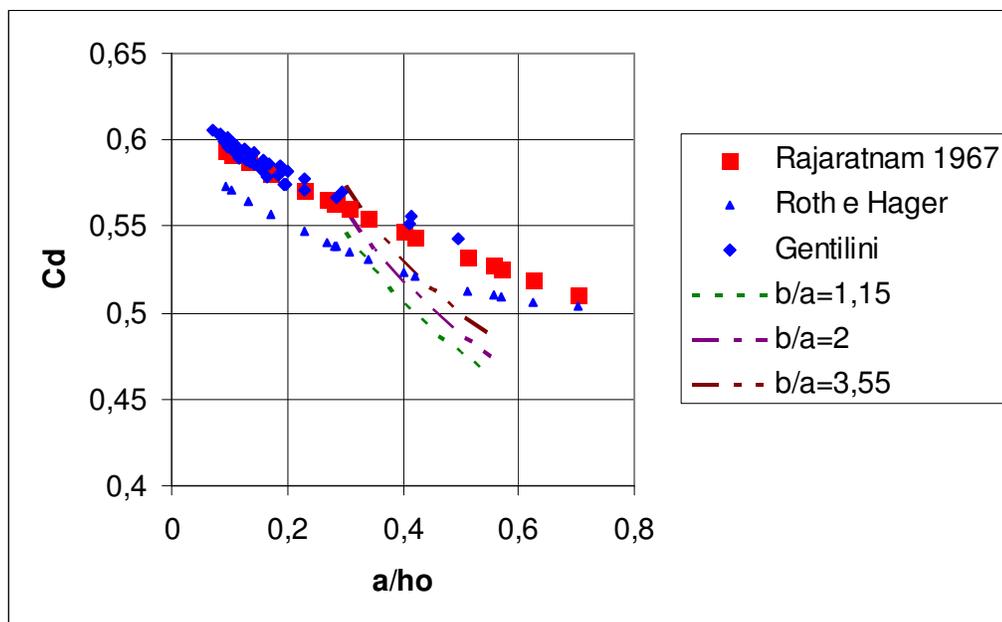


Fig. 4.18 . Confronto con Cd di letteratura

La differenza tra i valori dei coefficienti di efflusso determinati per la configurazione oggetto di studio e quelli indicati dai citati autori è imputabile al fatto che nella configurazione in esame è presente anche una contrazione laterale della vena liquida indotta dal passaggio dalla vasca al canale (quindi da una sezione più larga ad una più stretta), mentre nel caso di paratoie poste in canali a sezione rettangolare non si ha alcuna contrazione laterale. Per i valori del carico più bassi questo fenomeno dà luogo a valori del coefficiente d'efflusso più bassi di quelli relativi alla paratoia in canale rettangolare.

4.5.2 Seconda serie

Dai risultati delle prove svolte con inclinazione del paramento di $63,4^\circ$ si è potuto concludere che le aperture al di sotto dei 4 cm sono influenzate da viscosità e tensione superficiale. Per maggior sicurezza, come anche suggerito da Roth e Hager (1999), si sono impiegate per le successive prove aperture a non inferiori a 5 cm.

E' stata quindi eseguita una seconda serie di prove, assegnando all'inclinazione del paramento monte i valori di 90° , $63,4^\circ$ e $56,3^\circ$ (1,57 rad, 1,11 rad e 0,98 rad) e tenendo conto solo delle aperture con $a \geq 5$ cm.

Le prove eseguite sono riportate in dettaglio nell'appendice 2.

Nella seguente tabella 4.2 sono riportate in sintesi tutte le prove della seconda serie.

Tab. 4.2 – Seconda serie - Dati sperimentali

Test	N° punti	a (mm)	b (mm)	θ (rad)	h (mm)	Q (l/s)	b/a	a/h	C _d
T2-01	12	50	142	1,11	86,8	4,3	2,84	0,58	0,47
					÷	÷		÷	
T2-02	11	60	142	1,11	128,0	6,1	2,37	0,39	0,54
					÷	÷		÷	
T2-03	5	50	86	1,11	100,9	5,6	1,72	0,59	0,47
					÷	÷		÷	
T2-04	9	60	86	1,11	144,5	7,5	1,43	0,41	0,52
					÷	÷		÷	
T-05	6	75	86	1,11	89,0	2,7	1,15	0,56	0,48
					÷	÷		÷	
T-06	11	53	106	1,11	104,8	3,5	2,00	0,48	0,51
					÷	÷		÷	
T-07	12	62	106	1,11	104,8	4,3	1,72	0,57	0,47
					÷	÷		÷	
T-08	8	74	106	1,11	124,8	4,5	1,43	0,60	0,45
					÷	÷		÷	
T-09	9	50	86	1,57	140,5	5,0	1,72	0,53	0,47
					÷	÷		÷	
T-10	9	60	86	1,57	90,5	3,5	1,43	0,59	0,46
					÷	÷		÷	
T-11	8	75	86		123,6	4,4	1,15	0,43	0,50
					÷	÷		÷	
T-12	12	62	106	1,11	102,1	4,2	1,72	0,60	0,46
					÷	÷		÷	
T-13	8	74	106	1,11	142,6	5,5	1,43	0,43	0,50
					÷	÷		÷	
T-14	9	50	86	1,57	122,8	5,6	1,72	0,60	0,46
					÷	÷		÷	
T-15	9	60	86	1,57	143,3	6,4	1,43	0,51	0,48
					÷	÷		÷	
T-16	9	50	86	1,57	73,5	2,4	1,72	0,68	0,47
					÷	÷		÷	
T-17	9	60	86	1,57	97,0	3,2	1,43	0,51	0,53
					÷	÷		÷	
T-18	9	60	86	1,57	98,2	3,5	1,43	0,61	0,49
					÷	÷		÷	
T-19	8	75	86		124,8	4,3	1,15	0,48	0,53
					÷	÷		÷	
T-20	8	75	86		109,7	4,4	1,15	0,68	0,46
					÷	÷		÷	

				1,57	÷ 129,1	÷ 5,1		÷ 0,58	÷ 0,50
T2-12	7	53	106	1,57	91,1 ÷ 112,1	3,8 ÷ 4,4	2,00	÷ 0,47	÷ 0,53
T2-13	9	62	106	1,57	103,9 ÷ 124,5	4,6 ÷ 5,4	1,71	÷ 0,50	÷ 0,52
T2-14	8	74	106	1,57	108,4 ÷ 131,2	5,6 ÷ 6,3	1,43	÷ 0,56	÷ 0,50
T2-15	9	50	142	1,57	101,5 ÷ 123,9	5,3 ÷ 6,4	2,84	÷ 0,40	÷ 0,57
T2-16	11	60	142	1,57	109,6 ÷ 138,6	6,2 ÷ 7,6	2,37	÷ 0,43	÷ 0,54
T2-17	12	50	142	0,98	78,8 ÷ 155,0	4,3 ÷ 6,6	2,84	÷ 0,32	÷ 0,53
T2-18	13	60	142	0,98	90,0 ÷ 153,9	5,2 ÷ 7,6	2,37	÷ 0,39	÷ 0,52
T2-19	11	53	106	0,98	81,4 ÷ 125,9	3,3 ÷ 4,5	2,00	÷ 0,42	÷ 0,51
T2-20	11	62	106	0,98	93,9 ÷ 139,7	4,0 ÷ 5,5	1,71	÷ 0,44	÷ 0,50
T2-21	11	74	106	0,98	104,6 ÷ 143,8	4,9 ÷ 6,5	1,43	÷ 0,51	÷ 0,49
T2-22	10	50	86	0,98	72,0 ÷ 102,8	2,3 ÷ 3,2	1,72	÷ 0,49	÷ 0,52
T2-23	12	60	86	0,98	88,4 ÷	3,0 ÷	1,43	÷	÷

					136,5	4,3		0,44	0,51
T2-					100,8	3,9		0,74	0,43
24	10	75	86	0,98	÷	÷	1,15	÷	÷
					137,1	5,0		0,55	0,47

Dall' analisi dei dati si è ricavata la legge interpolare

$$C_d = 0,398 \cdot \left(\frac{a}{h}\right)^{-0,288} \theta^{0,146} \quad (4.8)$$

valida per aperture $a \geq 5.0$ cm e nei campi $0.32 \leq a/h \leq 0.75$, $1.15 \leq b/a \leq 2.84$, $3.5 \cdot 10^4 \leq Re \leq 6.5 \cdot 10^4$, con coefficiente di determinazione $R^2 = 0.865$, errore standard della stima $SEE = 0.02$ massimo errore percentuale $e_{max} = 3.8\%$, errore percentuale medio $e_{medio} = 1.0\%$.

Nella fig. 4.19 sono riportati i punti sperimentali e le curve interpolari, mentre nella fig. 4.20 si riporta il confronto tra valori sperimentali e valori calcolati.

Come si vede, si è ottenuta una buona legge di regressione senza tener conto del parametro di forma b/a . La legge è valida per $1,43 \leq b/a \leq 2,84$.

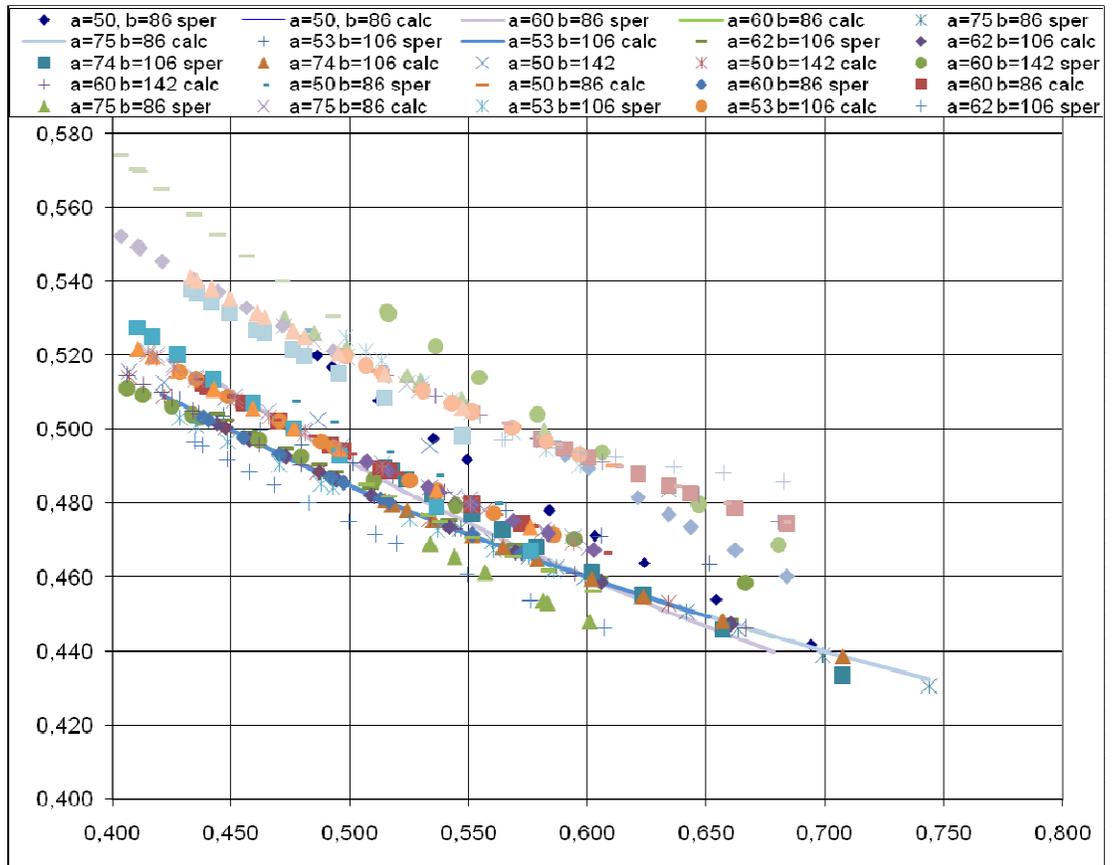


Fig. 4.19 Seconda serie . Cd sperimentali e curve interpolari

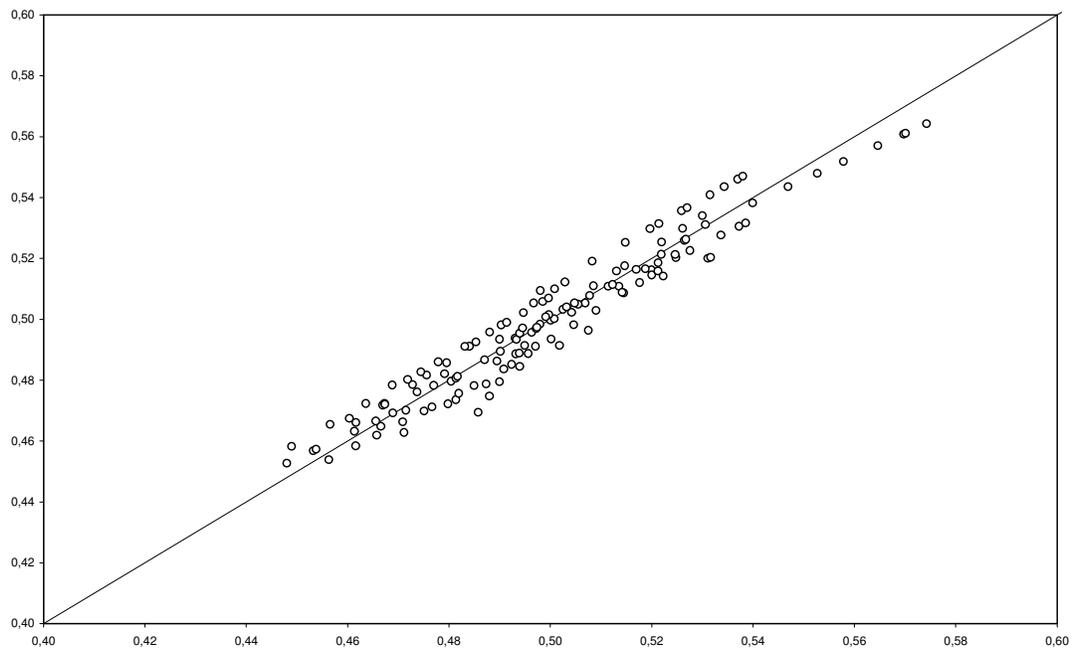


Fig. 4.20 Confronto tra Cd sperimentali e calcolati

4.5.3 Terza serie

La terza serie è stata eseguita con inclinazioni del paramento a monte di 90°, 63,4 ° e 45° (1,57 rad, 1,11 rad e 0,78 rad) larghezze della luce di 86, 106 e 142 mm e aperture di 50, 50 e 70 mm, eliminando la soglia.

Con la procedura descritta precedentemente, sono state svolte 27 prove per un totale di 864 punti, i dati delle quali sono riportati nell'appendice 3.

Nella tabella 4.3 sono riportati – per ogni prova – i valori sperimentali della portata a regime e del corrispondente coefficiente di efflusso, C_d , in funzione dell'apertura relativa della luce, a/h . Dalla tabella si evince che i valori del coefficiente d'efflusso a regime variano in un range abbastanza ampio, e cioè da 0.44 a 0.56.

Tabella 4.3 – Terza serie – Dati sperimentali

Test	θ (°)	a (mm)	b (mm)	h (mm)	Q (l/s)	b/a	a/h	C_d
T-01	90	50	142	176.1	7,40	2.84	0.28	0.56
T-02	90	60	142	148.6	7,70	2.36	0.4	0.53
T-03	90	70	142	122.2	7,50	2.03	0.57	0.5
T-04	90	50	106	142	4,90	2.12	0.352	0.55
T-05	90	60	106	156.4	6,00	1.76	0.385	0.55
T-06	90	70	106	180.1	7,60	1.51	0.389	0.54
T-07	90	50	86	152.5	4,20	1.72	0.33	0.58
T-08	90	60	86	151.5	4,80	1.43	0.40	0.54
T-09	90	70	86	154	5,50	1.23	0.45	0.55
T-10	63.4	50	142	144.06	6,30	2.84	0.35	0.54
T-11	63.4	60	142	156.3	7,60	2.36	0.38	0.51
T-12	63.4	70	142	128.8	7,40	2.03	0.54	0.47
T-13	63.4	50	106	148.7	4,70	2.12	0.34	0.51
T-14	63.4	60	106	147.5	5,50	1.76	0.41	0.50
T-15	63.4	70	106	148.4	6,10	1.51	0.47	0.50
T-16	63.4	50	86	131	3,60	1.72	0.38	0.52
T-17	63.4	60	86	144.6	4,30	1.43	0.41	0.51
T-18	63.4	70	86	152.8	5,10	1.23	0.46	0.49
T-19	45	50	142	109	5,20	2.84	0.46	0.50
T-20	45	60	142	141.5	7,20	2.36	0.42	0.50
T-21	45	70	142	125.9	7,40	2.03	0.56	0.47

T-22	45	50	106	117.3	4,10	2.12	0.43	0.51
T-23	45	60	106	144.62	5,40	1.76	0.41	0.50
T-24	45	70	106	154.6	6,30	1.51	0.45	0.48
T-25	45	50	86	125.1	3,50	1.72	0.40	0.53
T-26	45	60	86	136.0	4,20	1.43	0.44	0.50
T-27	45	70	86	140.3	4,80	1.23	0.50	0.48

Anche in questo caso è stata ricavata la legge di regressione

$$C_d = 0,390 \cdot \left(\frac{a}{h}\right)^{-0,297} \theta^{0,056} \quad (4.9)$$

valida per $45^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$, per aperture $a \geq 5.0$ cm e nei campi $0.30 \leq a/h \leq 0.60$, $1.23 \leq b/a \leq 2.84$, con coefficiente di determinazione $R^2=0.729$, errore standard della stima $SEE=0.034$, massimo errore percentuale $e_{max}=9,6\%$, errore percentuale medio $e_{medio}=2,8\%$. Nella fig. 4.21 sono riportati i punti sperimentali e le curve interpolari, mentre nella fig. 4.22 si riporta il confronto tra valori sperimentali e valori calcolati.

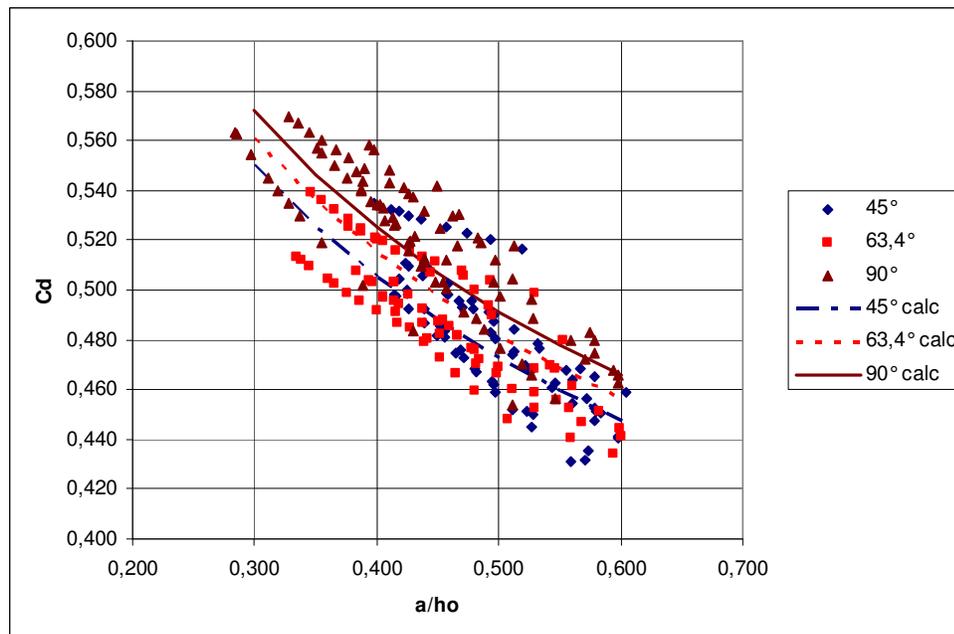


Fig. 4.21 – Terza serie – C_d sperimentali e calcolati

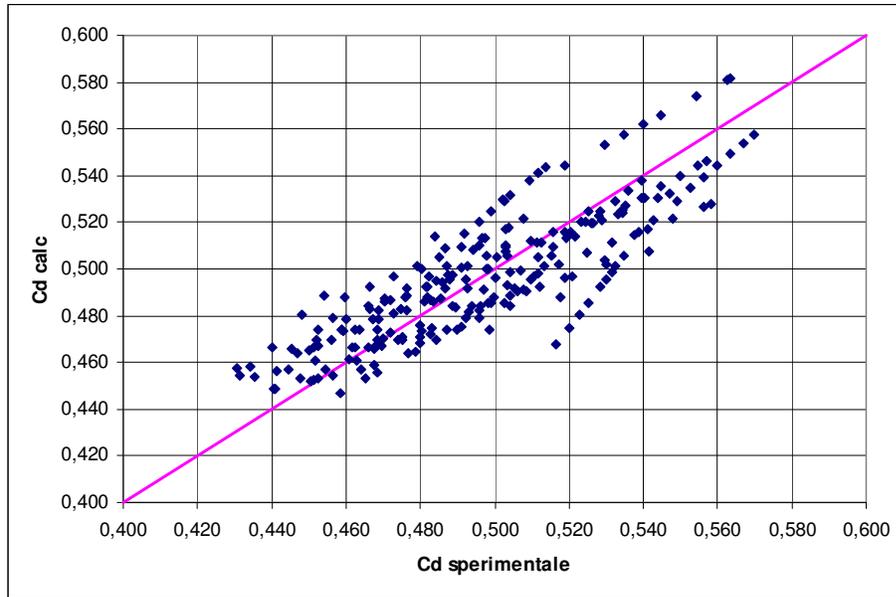


Fig. 4.22 – Terza serie – Confronto C_d sperimentali e calcolati

Questa legge presenta modestissimi scostamenti dalla precedente, ottenuta per diverse inclinazioni del paramento della traversa, ma con la soglia, come evidenziato dal confronto in fig. 4.23 a, b e c, dove si riportano le curve C_d - a/h_0 ottenute, per valori di θ pari a 45° , $63,4^\circ$ e 90° , impiegando le equazioni (4.8) e (4.9).

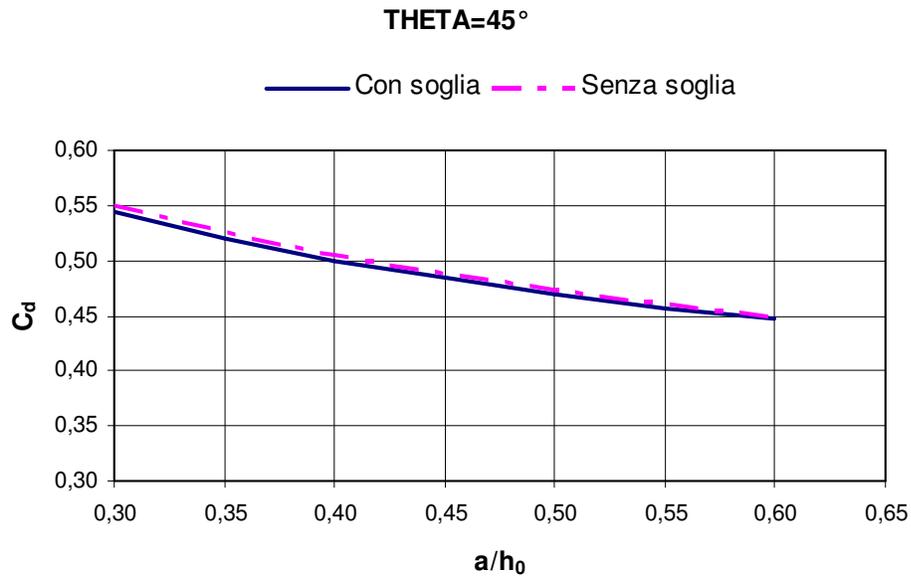


Fig. 4.23 a Confronto C_d Seconda e terza serie – 45°

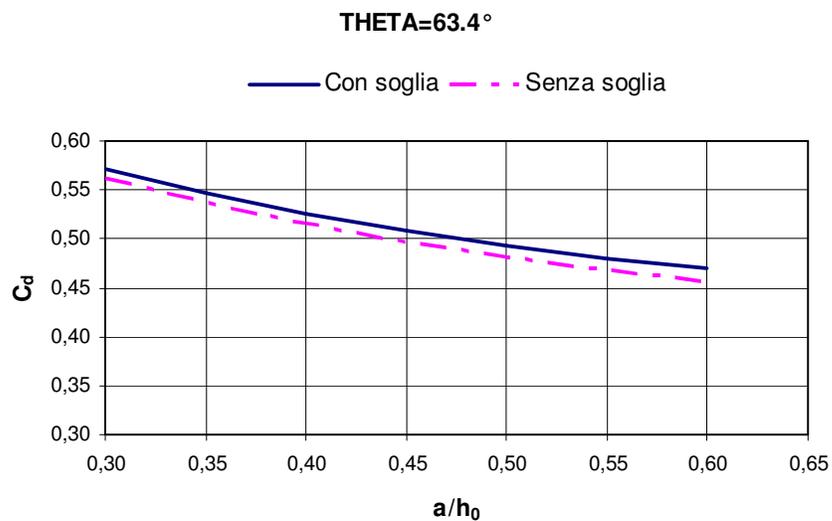


Fig. 4.23 b Confronto Cd Seconda e terza serie – 63,4 °

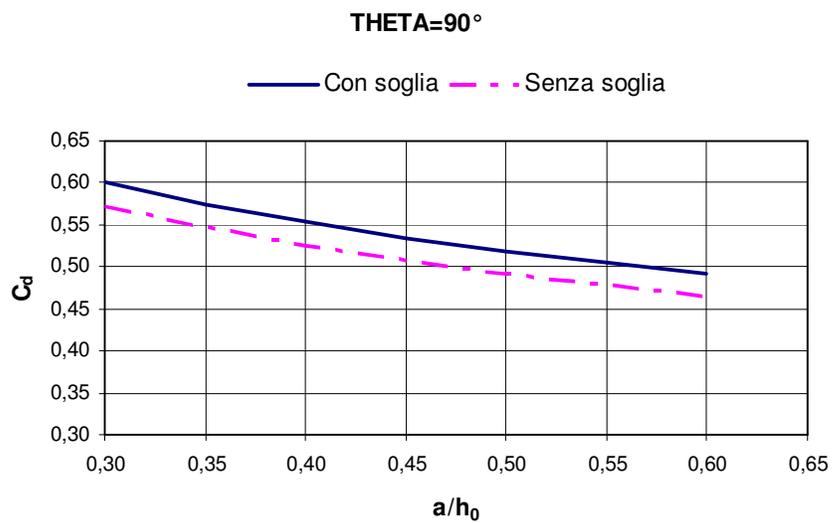


Fig. 4.23 c Confronto Cd Seconda e terza serie – 90°

Si riportano infine nella figura 4.24 la curva sperimentale per paratoia a 90° insieme a quelle ottenute da Roth e Hager (1999) e Nago (1984).

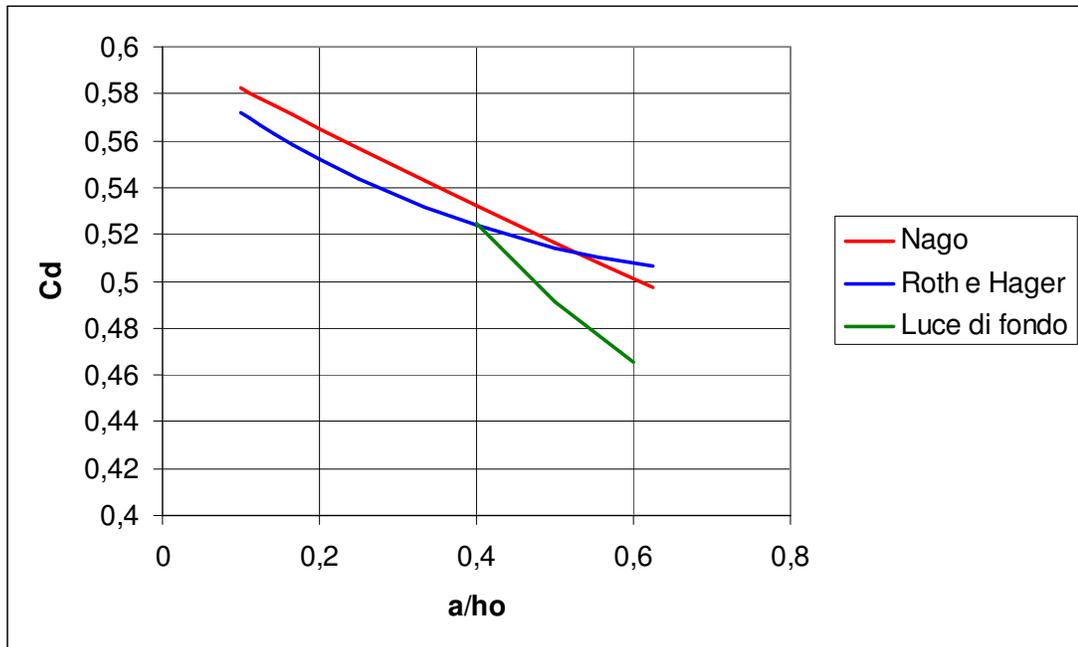


Fig. 4.24 *Curva sperimentale per luce di fondo e inclinazione della paratoia di 90°*

CAPITOLO 5

IMPLEMENTAZIONE DEL MODELLO NUMERICO E VERIFICA DEI RISULTATI OTTENUTI

5.1 Implementazione con il codice Flow – 3D

Per le simulazioni numeriche del fenomeno oggetto di studio è stato utilizzato il modello di fluidodinamica computazionale FLOW-3D della *Flow Science Inc. (USA)*, che permette la risoluzione approssimata delle equazioni di Navier-Stokes in campo turbolento con un codice di calcolo ai volumi finiti (VOF). I risultati numerici sono stati quindi verificati con i dati rilevati nell'istallazione di laboratorio descritta nel precedente Cap. 4.

5.2 Definizione della griglia e della geometria

Il primo passo per poter utilizzare il codice di calcolo è la creazione della geometria del problema e la sua suddivisione nei volumetti elementari che saranno poi i volumi di calcolo utilizzati dal solutore stesso.

L'aspetto della creazione della griglia di calcolo è fondamentale e determinante nella risoluzione di problemi di fluidodinamica computazionale, poiché dalla qualità della griglia di calcolo dipendono sia la qualità della simulazione sia la possibilità stessa che il solutore arrivi a convergenza. In fluidodinamica sussistono complessi meccanismi che si formano quando il fluido interagisce con delle strutture; pertanto la possibilità di cogliere le effettive caratteristiche del moto dipende fortemente dalla configurazione della griglia di calcolo. Simulazioni che convergono numericamente, a parità di condizioni iniziali e al contorno, possono risultare completamente non rappresentative

dell'effettivo campo di moto che si instaura nella realtà proprio a causa di una griglia di calcolo incapace di catturare e seguire le caratteristiche del flusso che variano molto repentinamente sia nello spazio che nel tempo. Spesso accade, come nel nostro caso, che per risolvere un problema l'aspetto fondamentale dell'impostazione della griglia di calcolo sia dettato dalle risorse di calcolo. Si deve scendere a compromessi con le risorse computazionali disponibili e si lavora al loro limite. In queste situazioni si deve procedere ad eventuali semplificazioni della geometria e comunque ad un "utilizzo" ottimizzato delle celle disponibili cercando di infittirle nelle zone più critiche e/o di maggior interesse.

Facendo questo bisogna però prestare molta attenzione a non superare il limite che influenza la stabilità o la correttezza della simulazione nelle zone di griglia più larga. Tale limite non è facilmente individuabile e dipende da svariati fattori come gli schemi numerici, i modelli di turbolenza, gli errori introdotti dai vari schemi di discretizzazione.

Si è cercato di mantenere il controllo "diretto" della griglia di calcolo cercando di stimare in base anche ad altri lavori la densità minima della griglia. Quando è stato necessario ricorrere ad una maggiore densità di punti si è quindi proceduto alla ricostruzione della griglia affinando quella disponibile, controllandone la distribuzione in maniera diretta in ciascuna zona del dominio.

Il primo passo consiste quindi nel valutare le zone che richiedono la massima risoluzione della griglia e le zone dove invece essa può essere più larga.

La qualità della griglia di calcolo gioca un ruolo molto importante nell'accuratezza e nella stabilità del calcolo numerico. Gli attributi che identificano la qualità della mesh sono la distribuzione dei nodi, l'uniformità, la "skewness" e l'"aspect ratio".

Per distribuzione dei nodi si intende la loro densità: da essa dipende la bontà della discretizzazione del dominio fluido e la velocità con cui le celle cambiano di dimensioni (in pratica il gradiente del volume della cella).

Cambiamenti troppo rapidi del volume tra celle adiacenti si traducono in maggiori errori di troncamento. L'incremento delle dimensioni delle celle tra una zona molto discretizzata e una più rada deve quindi essere il più graduale possibile compatibilmente al numero di celle da utilizzare. Skewness e aspect ratio sono due grandezze che indicano la qualità delle celle in base alla loro forma e sono un buon indice per determinare se una griglia sarà stabile e accurata. La skewness è un indice di quanto la cella si scosta dalla forma di una cella equilatera di pari volume.

Alti valori della skewness possono far diminuire fortemente l'accuratezza e instabilizzare se non addirittura inficiare la convergenza del solutore.

L'aspect ratio misura invece l'allungamento della cella ed è definito come rapporto tra i lati in diverse direzioni. Per ottenere una buona accuratezza è consigliabile non superare (a parte alcune eccezioni) rapporti di 5:1 tra i vari lati.

Fatte queste premesse si può adesso analizzare come sono state realizzate le griglie di calcolo per il caso esaminato in questo lavoro.

La premessa da fare riguarda la disponibilità di memoria della macchina utilizzata, infatti per poter avere delle simulazioni effettuabili in tempi accettabili bisogna fare in modo che tutta la griglia di calcolo sia contenuta nella memoria fisica del calcolatore e non sia necessario, da parte del solutore, l'utilizzo della memoria virtuale (il file di swap) che allunga in modo inaccettabile i tempi di calcolo necessari al raggiungimento della soluzione.

La procedura di generazione della griglia di calcolo comincia con la realizzazione della geometria; in questo caso il problema è stato risolto importando la geometria dall'esterno, trasformando un modello creato in ambiente CAD in formato *.stl.

Per ottimizzare i tempi computazionali si è deciso di introdurre nel codice metà modello, sfruttando la simmetria rispetto all'asse longitudinale.

Il modello introdotto nel codice, pertanto, è caratterizzato da una pianta rettangolare di dimensioni 775 mm x 882 mm e da un profilo longitudinale del fondo orizzontale (Figg. 5.1 – 5.2).

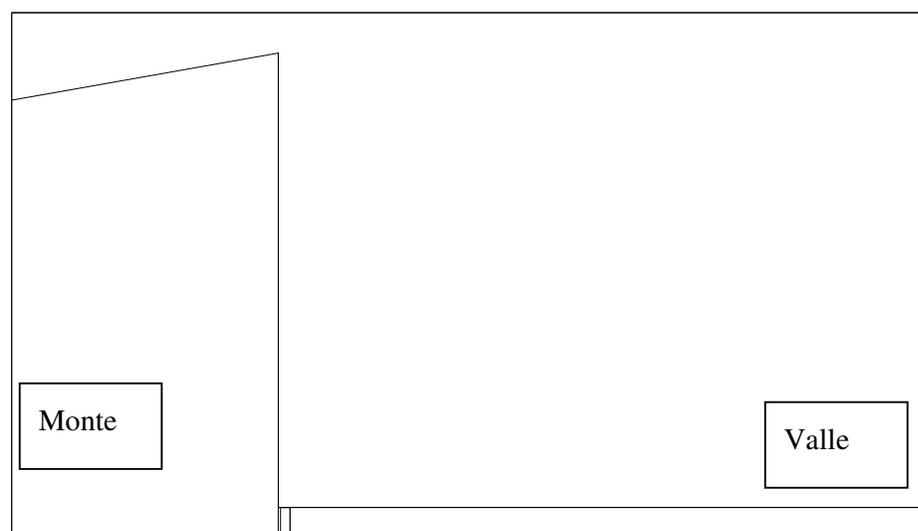


Fig. 5.1. *Modello fisico. Pianta*

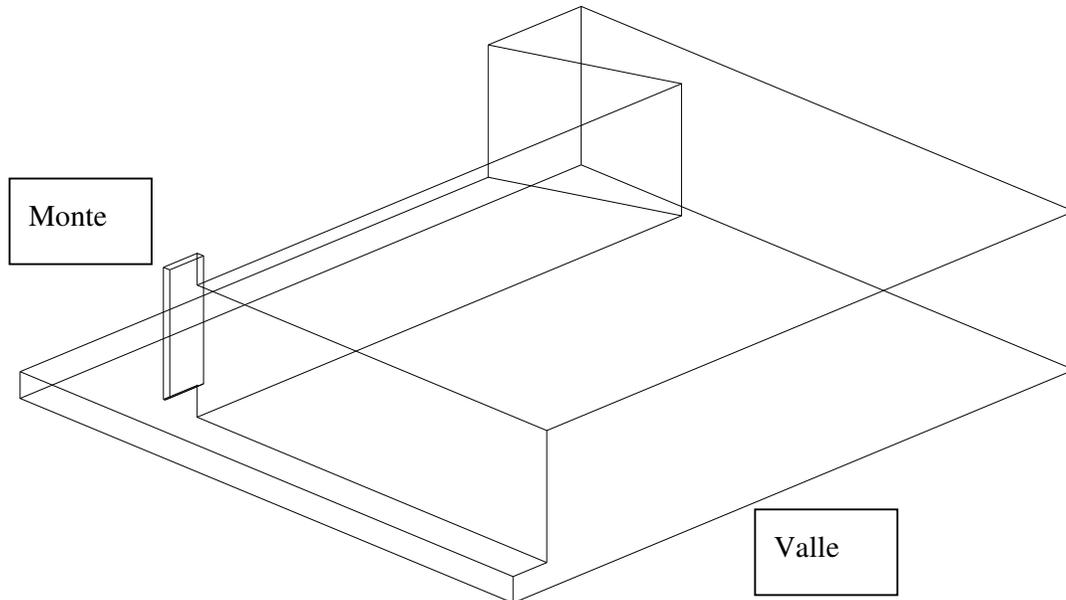


Fig. 5.2. *Modello fisico. Vista 3D*

Una volta definita la geometria del sistema, è necessario costruire il dominio di calcolo definendo una opportuna mesh per l'approssimazione della risoluzione discreta delle equazioni di Navier – Stokes.

La discretizzazione del dominio è stata realizzata con un unico blocco di celle che si estende per tutta la lunghezza del modello a partire da 225 mm a monte dell'imbocco del canale fino a 271 mm a valle dello stesso, per complessivi 496 mm di lunghezza, mentre la larghezza del blocco è di 400 mm e l'altezza è di 180 mm.

Si è scelto di adoperare celle di forma quadrata e rettangolare con dimensione costante lungo l'altezza z del blocco pari a 2 mm, variabile nelle altre due direzioni x e y , infittendo il passo dove si ritiene di aver bisogno di una accuratezza maggiore.

In particolare, nella direzione trasversale al moto è stato infittito il passo Δy in corrispondenza della luce di fondo della traversa, dove si passa da 8 mm a 2 mm.

Nella direzione del moto è stato infittito il passo Δx in corrispondenza dell'imbocco del canale rettangolare, a partire da una distanza di 45 mm a monte dell'imbocco e per una lunghezza di 180 mm, passando da una dimensione di 8 mm a 2 mm per la cella.

In tal modo si è pensato di definire con più precisione la griglia di calcolo per simulare con più accuratezza la corrente nella zona prossima alla luce di fondo e all'imbocco del canale.

Il numero di celle utilizzato per riempire il volume del dominio risulta essere pari a 1204875.

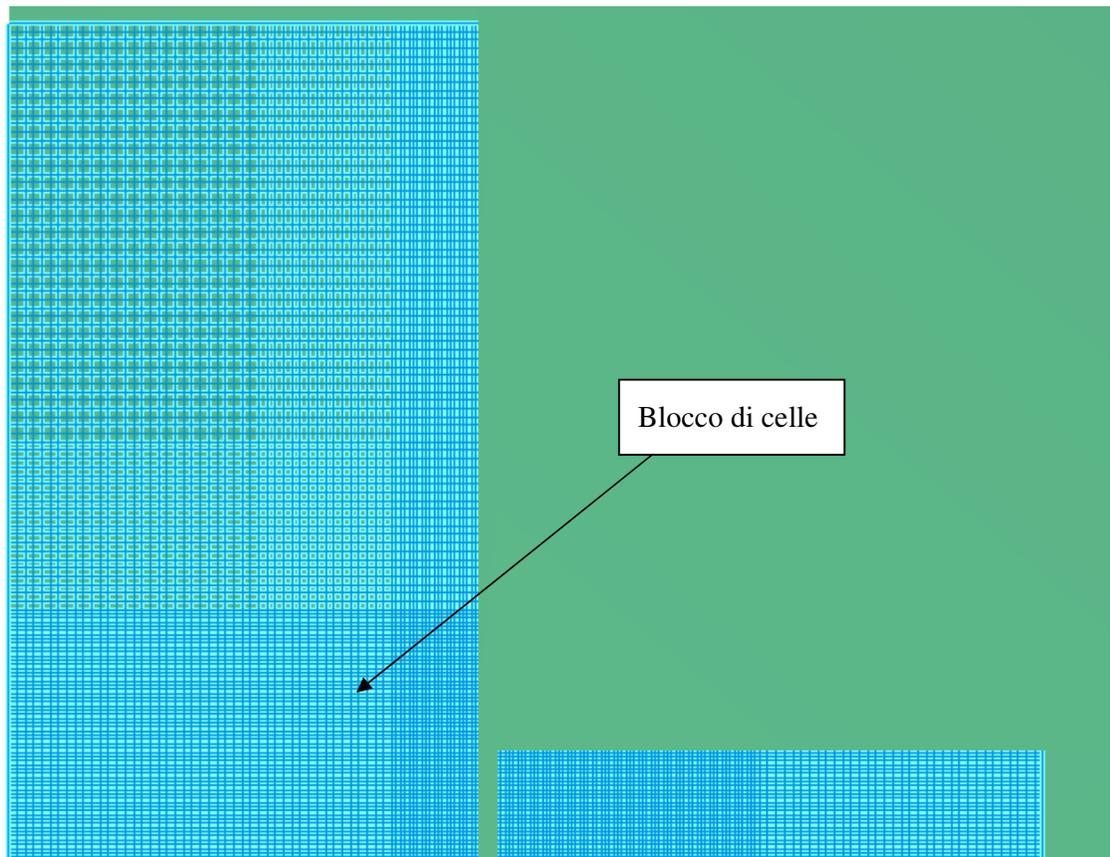


Fig. 5.4. *Modello numerico. Mesh di calcolo (pianta)*

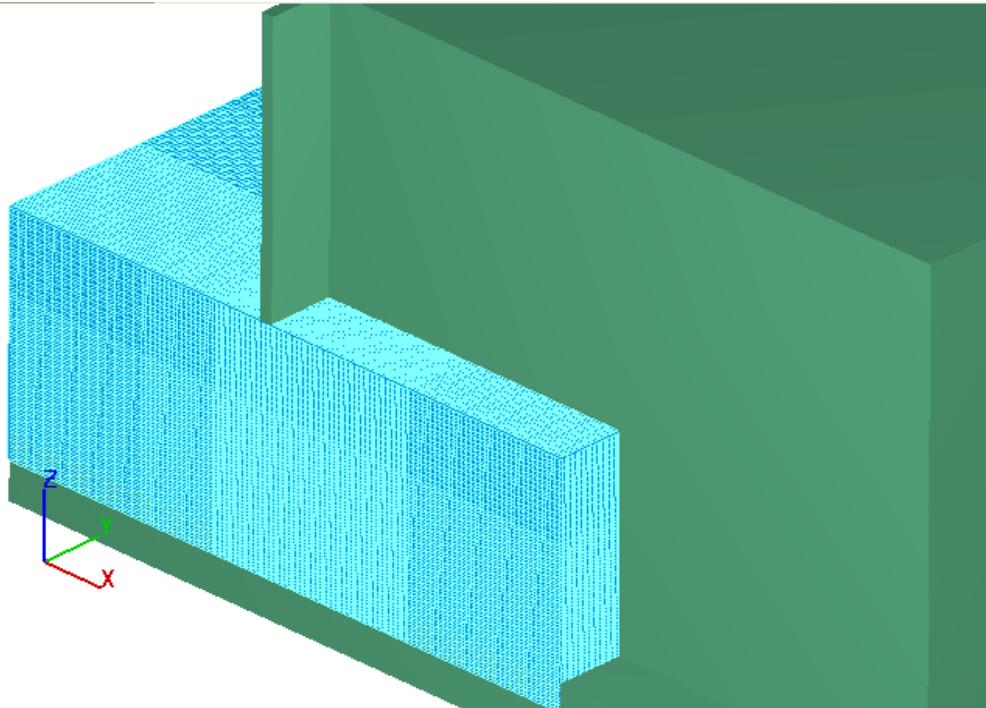


Fig. 5.5. *Modello numerico. Mesh di calcolo (vista 3D)*

5.3 Condizioni al contorno

In questa sezione, illustrata in *Fig. 5.6*, vengono specificate le condizioni al contorno utilizzate alle estremità della mesh di calcolo per il blocco definito in precedenza, con riferimento a velocità, pressione, altezza del fluido, ed altri parametri atti a descrivere le condizioni del fluido, definendo eventualmente una loro variazione nel tempo. Poiché si volevano simulare 15 prove eseguite sul modello fisico, in corrispondenza di altrettanti valori di portata, le simulazioni numeriche sono state eseguite impostando condizioni al contorno tali da approssimare quanto più possibile quelle sperimentali.

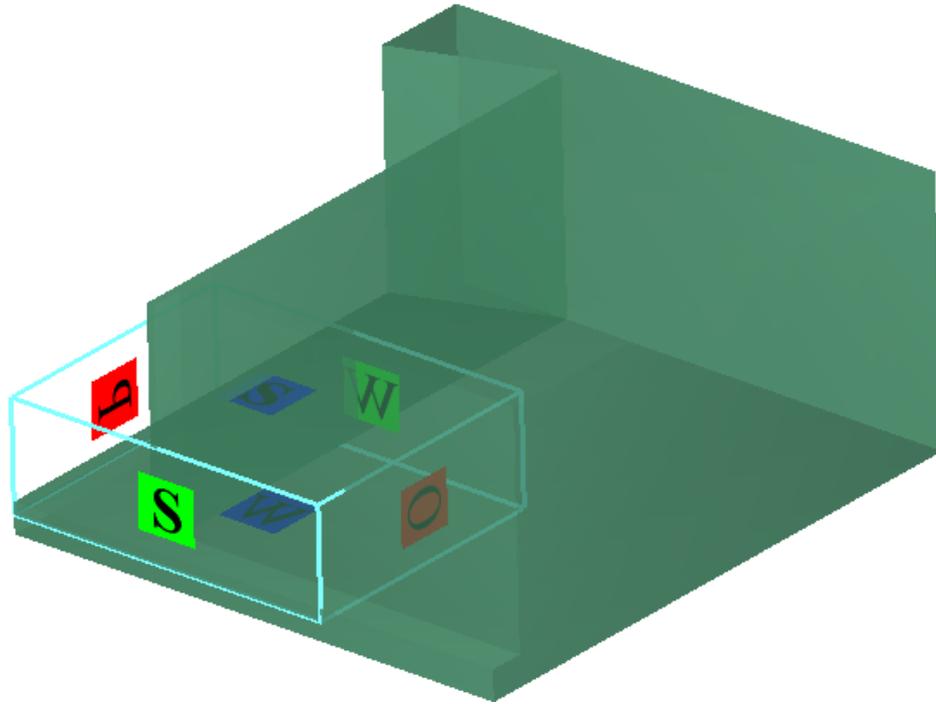


Fig. 5.6. *Modello numerico. Condizioni al contorno*

Nello specifico sono state adottate le seguenti condizioni al contorno, per il cui significato si rimanda al cap. 3.

- X_{min} = Pressione specificata (**P**)
- X_{max} = Outflow (**O**)
- Y_{min} = Condizione di Simmetria (**S**)
- Y_{max} = Parete solida (**W**)
- Z_{min} = Parete solida (**W**)
- Z_{max} = Condizione di simmetria (**S**)

5.4 Condizioni iniziali

Dopo aver impostato le condizioni al contorno per la mesh di calcolo, sono state definite le condizioni iniziali al tempo $t = 0$ della simulazione numerica.

Per le prove eseguite si è pensato di riprodurre una condizione idrostatica con vasca piena, definendo un blocco di acqua in quiete compreso tra la sezione più a monte della vasca e la paratoia, immaginando di fatto una istantanea apertura della luce di fondo

(Fig. 5.7); è stata inoltre definita un'altezza costante, pari a quella di regime delle prove sperimentali, coincidente con l'altezza imposta nella condizione al contorno relativa alla sezione più a monte del blocco di mesh.

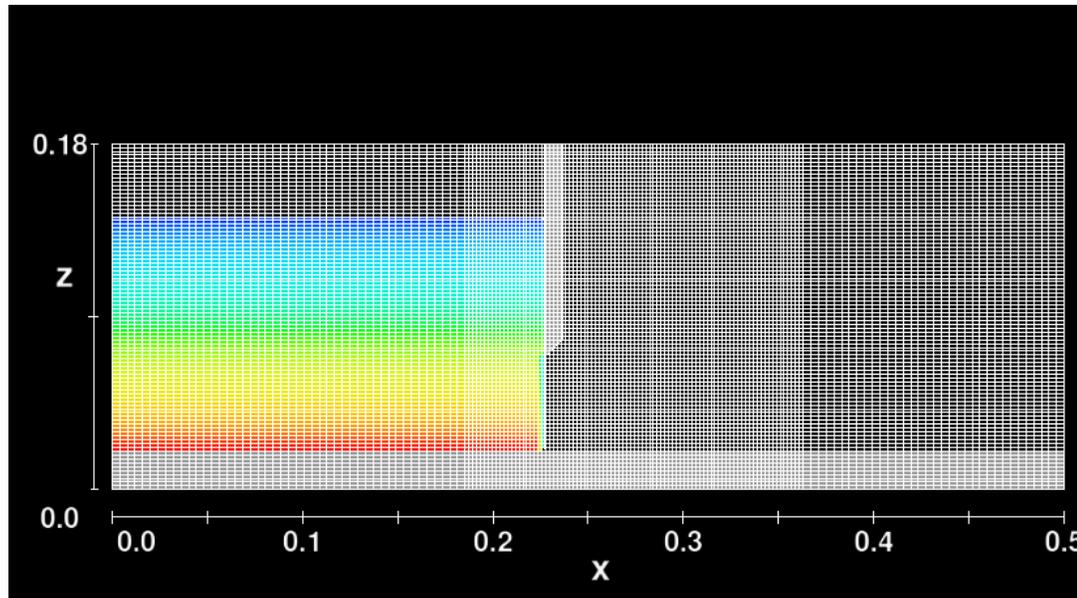


Fig. 5.7. *Modello numerico. Condizione iniziale idrostatica*

5.5 Simulazioni numeriche

5.5.1 Risultati numerici

Le simulazioni numeriche sono state eseguite utilizzando un computer parallelo biprocessore doppio Xeon HP Workstation XW 8000.

Sono state effettuate, con inclinazione del paramento a monte di 90° , nove simulazioni nella condizione inviscid flow (fluido perfetto) e nove simulazioni nella condizione di fluido reale, ipotizzando in queste ultime una scabrezza assoluta del fondo K pari a 0,5 mm; sono state inoltre effettuate tre simulazioni con inclinazione del paramento a monte di 45° e tre con inclinazione del paramento di $63,4$ nella sola condizione di inviscid flow.

I tempi di calcolo necessari per lo svolgimento delle simulazioni sono di 48 ore (nella condizione Inviscid Flow) mentre di 72 ore nella condizione di fluido reale.

La durata delle simulazioni è stata imposta pari a 10 secondi per tutte le prove.

L'analisi delle soluzioni ha riguardato innanzitutto il calcolo della portata, che è stata valutata nella sezione più a valle del dominio di calcolo nel canale.

Sono state quindi acquisite le velocità, le pressioni ed i livelli idrici all'interno sia della vasca che del canale. Nell'appendice 4 si riporta un tipico output estrapolato dal codice. I riscontri con il modello fisico, al fine di verificare la rispondenza dei risultati numerici delle elaborazioni, hanno riguardato le portate e i livelli a monte.

Nel seguito si riportano, per la sola prova con inclinazione del paramento a monte di 90° , $b = 142$ mm e $a = 50$ mm, la raffigurazione 3D del modello all'istante finale della simulazione (Fig. 5.8), e la rappresentazione, ai diversi istanti, dell'andamento della corrente nella sezione longitudinale corrispondente alla mezzeria del modello (Fig. 5.9).

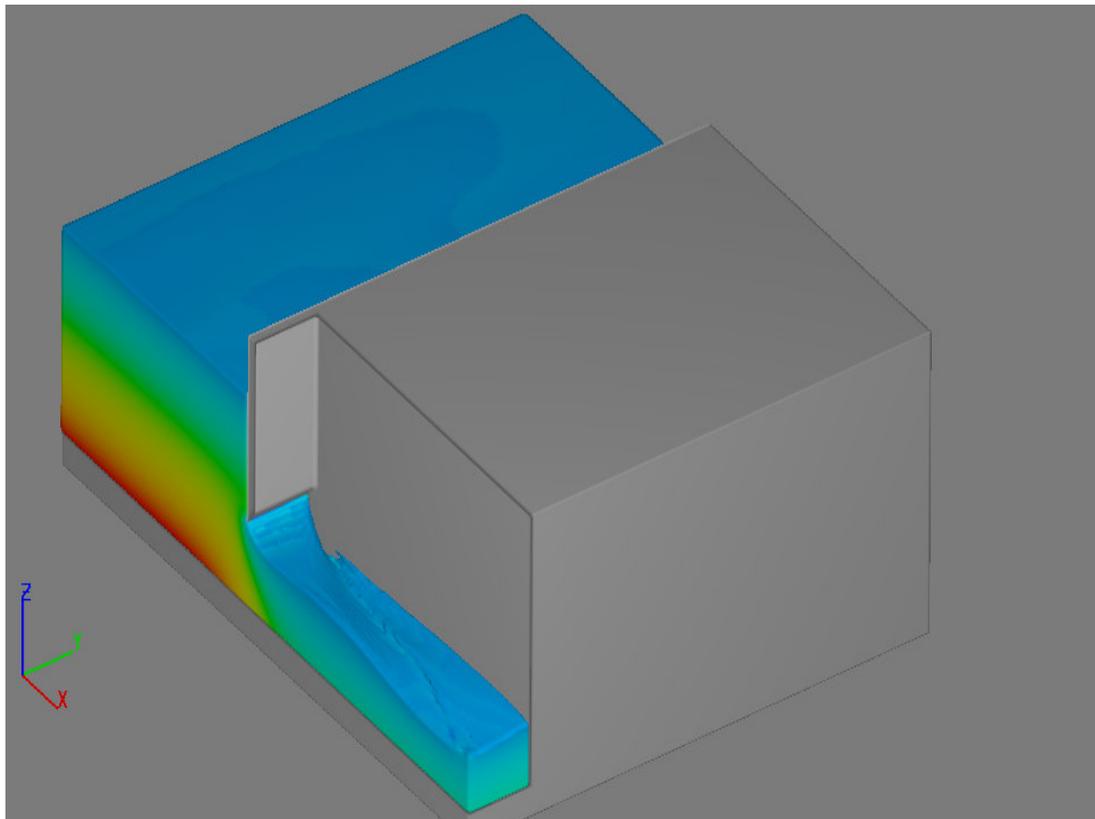


Fig. 5.8. Modello numerico. Prova con paratoia a 90° , $b = 142$ mm, $a = 50$ mm. Istante finale della simulazione. Rappresentazione 3D

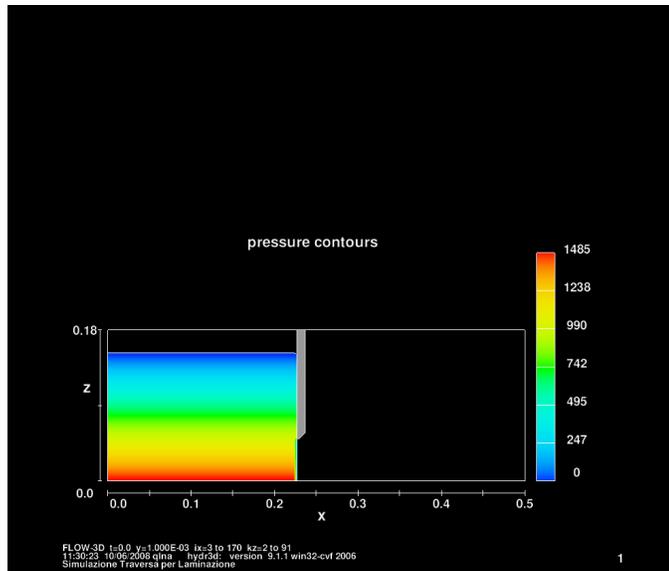


Fig. 5.9.1 Modello numerico. Prova con paratoia a 90° , $b = 142$ mm, $a = 50$ mm. Sezione longitudinale.
Istante iniziale

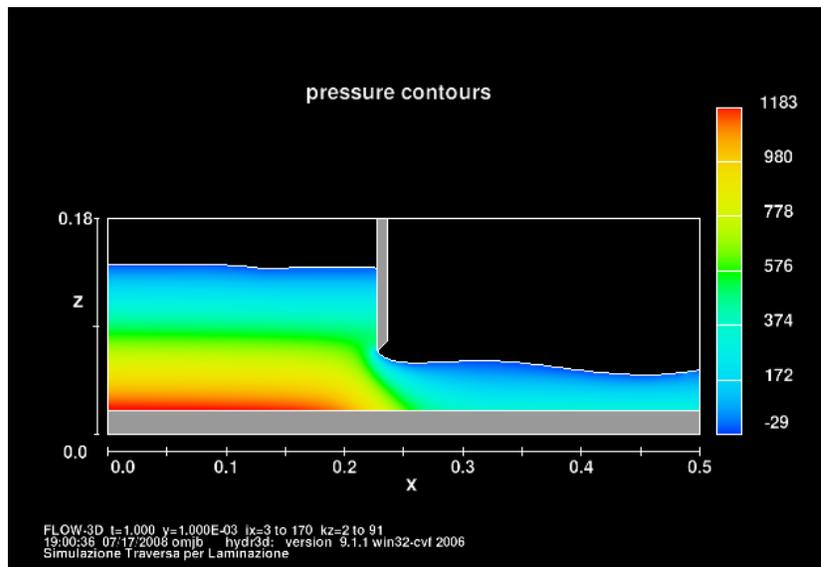


Fig. 5.9.2 Modello numerico. Prova con paratoia a 90° , $b = 142$ mm, $a = 50$ mm. Sezione longitudinale.
 $T = 1$ s

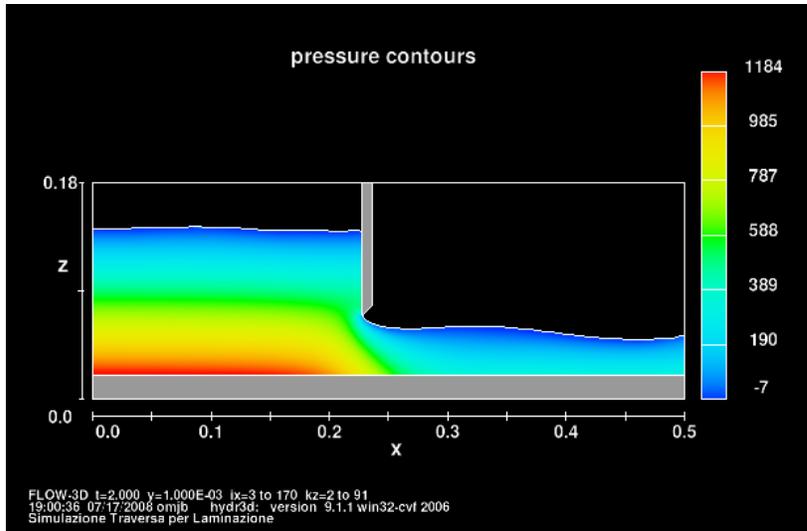


Fig. 5.9.3 Modello numerico. Prova con paratoia a 90° , $b = 142$ mm, $a = 50$ mm. Sezione longitudinale.
 $T = 2$ s

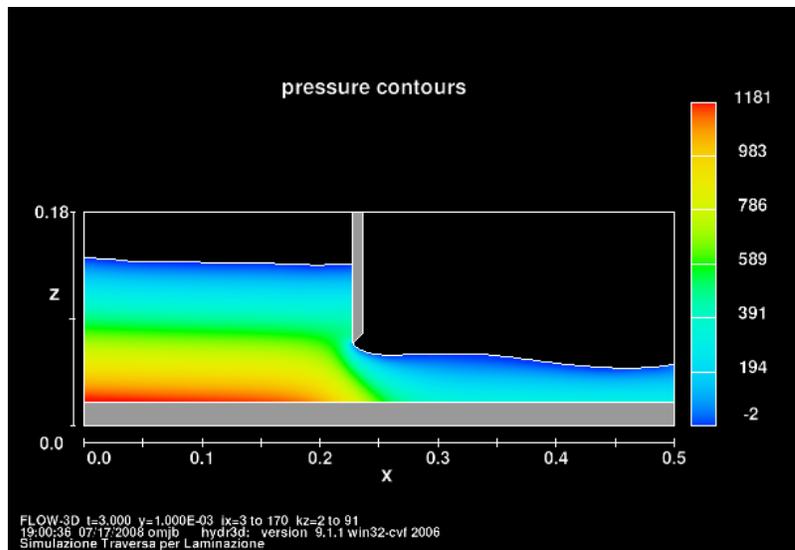


Fig. 5.9.4 Modello numerico. Prova con paratoia a 90° , $b = 142$ mm, $a = 50$ mm.. Sezione longitudinale.
 $T = 3$ s

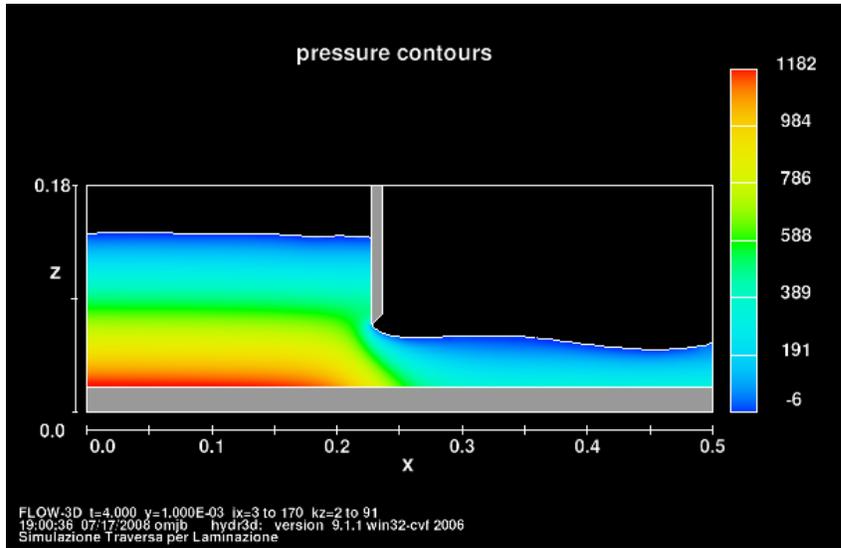


Fig. 5.9.5 Modello numerico. Prova con paratoia a 90° , $b = 142$ mm, $a = 50$ mm. Sezione longitudinale.

$T = 4$ s

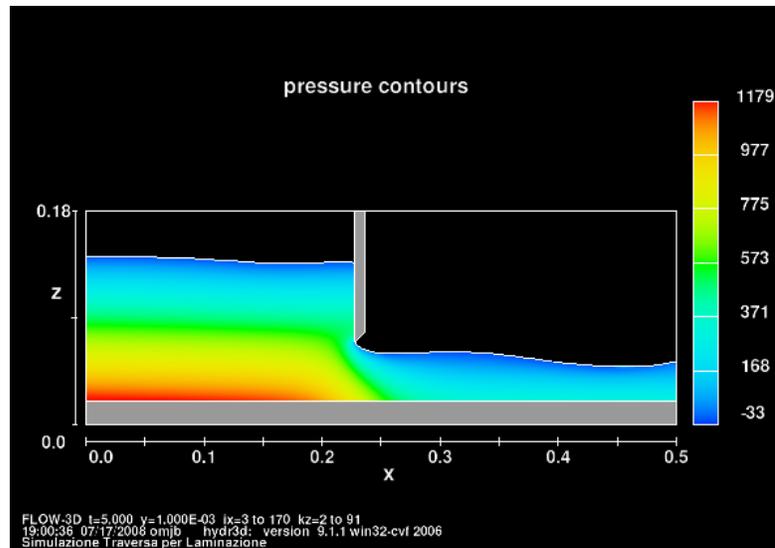


Fig. 5.9.6 Modello numerico. Prova con paratoia a 90° , $b = 142$ mm, $a = 50$ mm. Sezione longitudinale.

$T = 5$ s

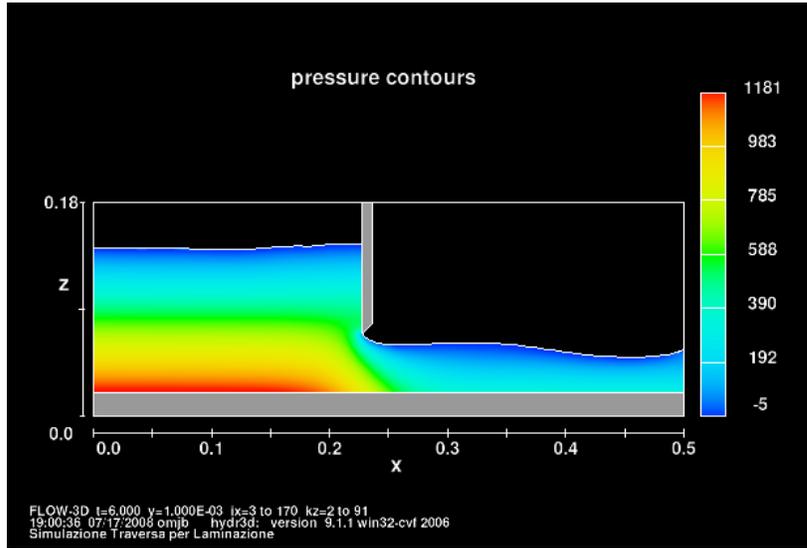


Fig. 5.9.7 Modello numerico. Prova con paratoia a 90° , $b = 142$ mm, $a = 50$ mm. Sezione longitudinale.

$T = 6$ s

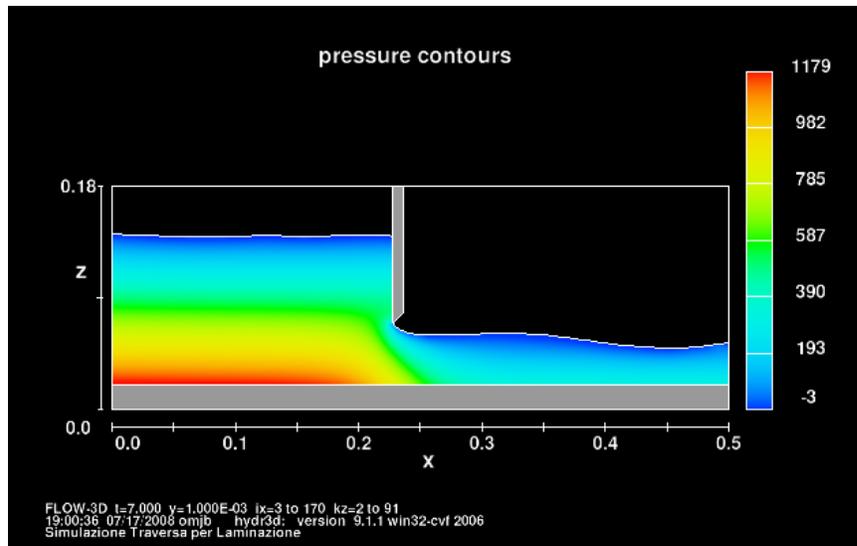


Fig. 5.9.8 Modello numerico. Prova con paratoia a 90° , $b = 142$ mm, $a = 50$ mm. Sezione longitudinale.

$T = 7$ s

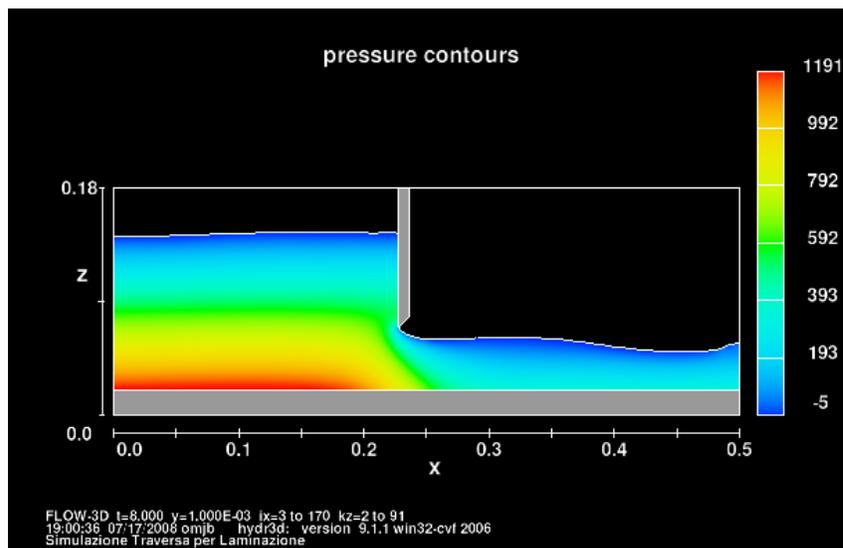


Fig. 5.9.9 Modello numerico. Prova con paratoia a 90° , $b = 142$ mm, $a = 50$ mm. Sezione longitudinale.

$T = 8$ s

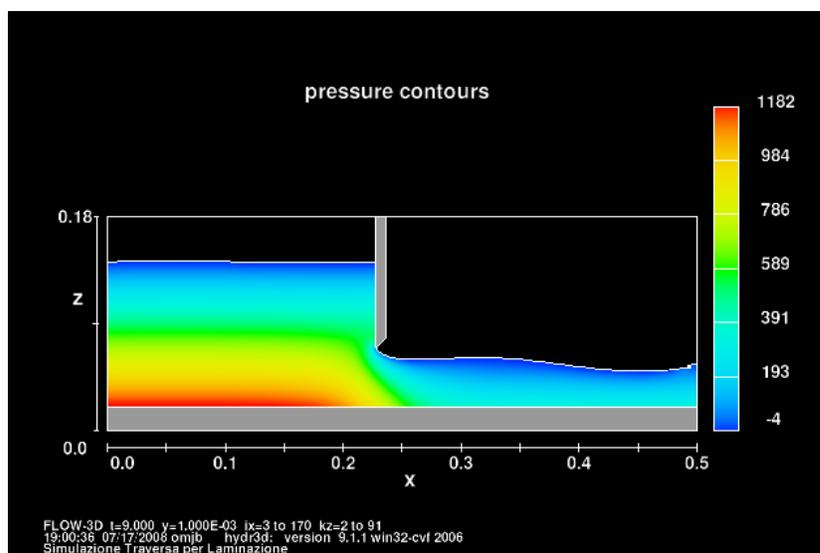


Fig. 5.9.10 Modello numerico. Prova con paratoia a 90° , $b = 142$ mm, $a = 50$ mm. Sezione

longitudinale. $T = 9$ s

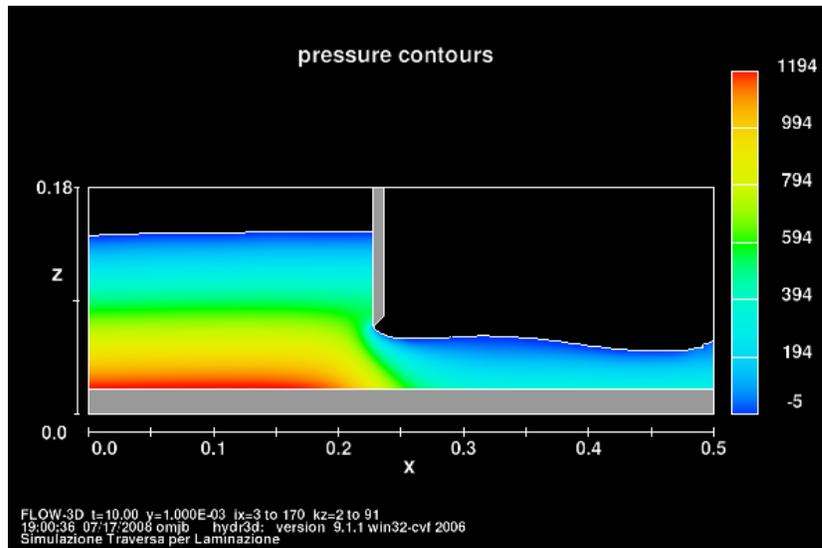


Fig. 5.9.11 Modello numerico. Prova con paratoia a 90° , $b = 142$ mm, $a = 50$ mm. Sezione longitudinale. $T = 10$ s

5.5.2 Verifiche. Calcolo della portata

Per il calcolo della portata si è fatto riferimento alla sezione terminale del blocco e all'istante finale della simulazione, nel quale si è potuto osservare che la corrente si trova in condizioni di moto sostanzialmente stazionario.

Tra le grandezze calcolate vi sono le tre componenti di velocità (u , v , w) e la frazione di fluido f (*fluid fraction*). Le prime sono riferite al baricentro di ogni singola cella della mesh di calcolo; la frazione di fluido indica, in termini percentuali, la frazione di riempimento del volume ogni cella: valori di f pari all'unità sono indicativi di una cella interamente piena di fluido, viceversa un valore nullo indica che la cella è vuota.

Il volume fluido nella cella si ottiene pertanto come

$$V_i = f \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \quad (5.1)$$

essendo Δx , Δy , Δz le dimensioni delle celle.

L'area della sezione trasversale occupata dal fluido risulta quindi pari a

$$A_i = f \cdot \Delta y \cdot \Delta z \quad (5.2)$$

La portata che attraversa la singola cella si ottiene quindi attraverso l'equazione di continuità

$$q_i = f \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot u_i \quad (5.3)$$

Per determinare la portata nell'intera sezione trasversale bisogna pertanto sommare le portate calcolate singolarmente nelle n celle

$$Q_i = \sum_{i=1}^n f_i \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot u_i \quad (5.4)$$

Il valore della portata risultante dal calcolo per come appena illustrato è stato quindi confrontato con quello misurato nel modello di laboratorio, ottenuto sia dalla misura con lo stramazzo Thomson che mediante il misuratore elettromagnetico presenti nel circuito di alimentazione del modello. I risultati completi sono riportati nel par. 5.6 .

È stata poi eseguita una verifica all'interno del dominio di calcolo, allo scopo di accertare il rispetto della continuità per la corrente. Scelta la prova con inclinazione del paramento di 90° , $b= 142$ mm e $a =50$ mm nella condizione di inviscid flow, sono state individuate due sezioni, una a monte a 0.18 m dall'origine, ed una a valle a 0.496 m dall'origine, nelle quali sono state calcolate le portate entranti , con i risultati seguenti :

$$x = 0.18 \text{ m}$$

$$x = 0.496 \text{ m}$$

$$Q_i = \sum_{i=1}^n f_i \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot u_i = 0.0042 \frac{m^3}{s}$$

$$Q_i = \sum_{i=1}^n f_i \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot u_i = 0.0042 \frac{m^3}{s}$$

Sulle stesse sezioni è stata effettuata una verifica del carico totale, che per la condizione inviscid flow vale :

$$Z_M + \frac{P}{\gamma} + \left(\frac{u_M^2 + v_M^2 + w_M^2}{2 \cdot g} \right) = Z_V + \frac{P}{\gamma} + \left(\frac{u_V^2 + v_V^2 + w_V^2}{2 \cdot g} \right)$$

con i seguenti risultati :

$$x = 0.18 \text{ m}$$

$$x = 0.496 \text{ m}$$

$$Z_M + \frac{P}{\gamma} + \left(\frac{u_M^2 + v_M^2 + w_M^2}{2 \cdot g} \right) = 0.1488 \text{ m}$$

$$Z_V + \frac{P}{\gamma} + \left(\frac{u_V^2 + v_V^2 + w_V^2}{2 \cdot g} \right) = 0.1490 \text{ m}$$

Con riferimento alla Fig 5.10 è stata effettuata una verifica di continuità in forma locale, in termini di bilancio di massa, sul volume elementare posizionato tra la sezione $x=0,490$ e $x=0,496$ dall'origine.

Sono state individuate le componenti della velocità nelle tre direzioni u , v e w , ottenendo i seguenti risultati:

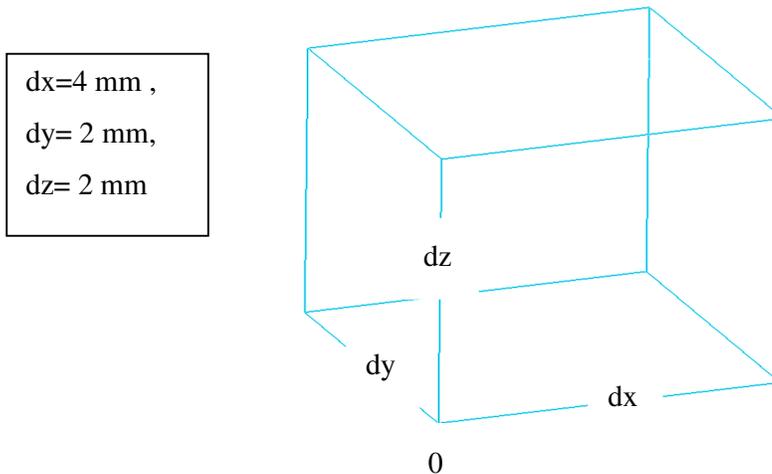


Fig. 5.10 *Volume elementare*

$$u = 1,51783 \text{ m/s}$$

$$u+du = 1,51788 \text{ m/s}$$

$$v = -0,00052 \text{ m/s}$$

$$v+dv = -0,00160 \text{ m/s}$$

$$w = 0,00383 \text{ m/s}$$

$$w+dw = 0,00498 \text{ m/s}$$

In termini di bilancio di massa: $Q_e = 0,0178 \text{ mm}^3/\text{s}$ $Q_u = 0,0200 \text{ mm}^3/\text{s}$.

Il risultato ottenuto è meno buono rispetto alla verifica della continuità per la corrente.

5.5.3 Distribuzione delle pressioni

Come accennato in precedenza, i dati forniti in output dal codice sono stati elaborati per

ottenere i valori della variabili significative (portate, velocità, pressioni, altezze) nel dominio di calcolo ai diversi istanti di tempo. Sempre con riferimento alla prova con inclinazione del paramento di 90° , $b=142$ mm e $a=50$ mm nella condizione di inviscid flow sono state estrapolate, all'istante finale, le distribuzioni delle pressioni nei punti indicati nella Fig. 5.11, mentre nelle Fig. 5.12 vengono rappresentate le distribuzioni della pressione.

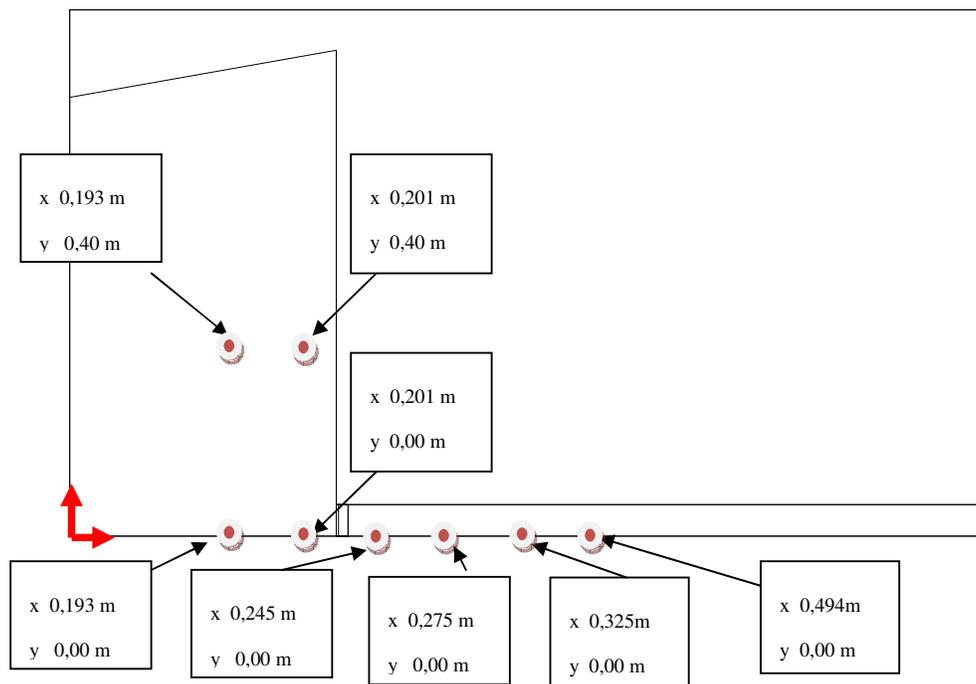


Fig. 5.11 Distribuzione delle pressioni. Localizzazione delle sezioni

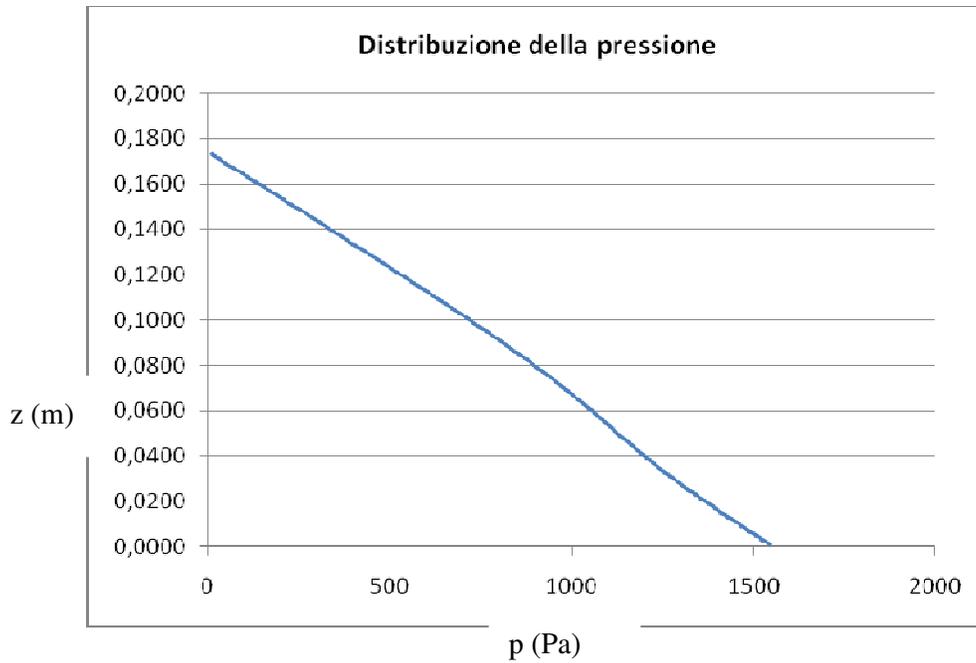


Fig. 5.12.1 Distribuzione della pressione alle coordinate $x = 0,193m$ $y = 0,00 m$ (vasca)

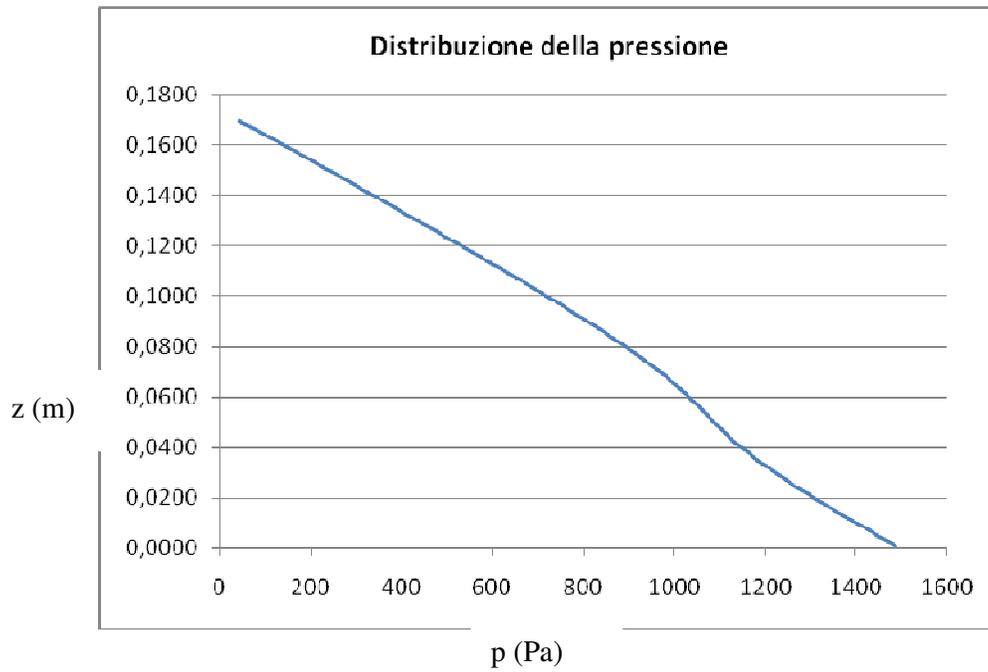


Fig. 5.12.2 Distribuzione della pressione alle coordinate $x = 0,201m$ $y = 0,00 m$ (vasca)

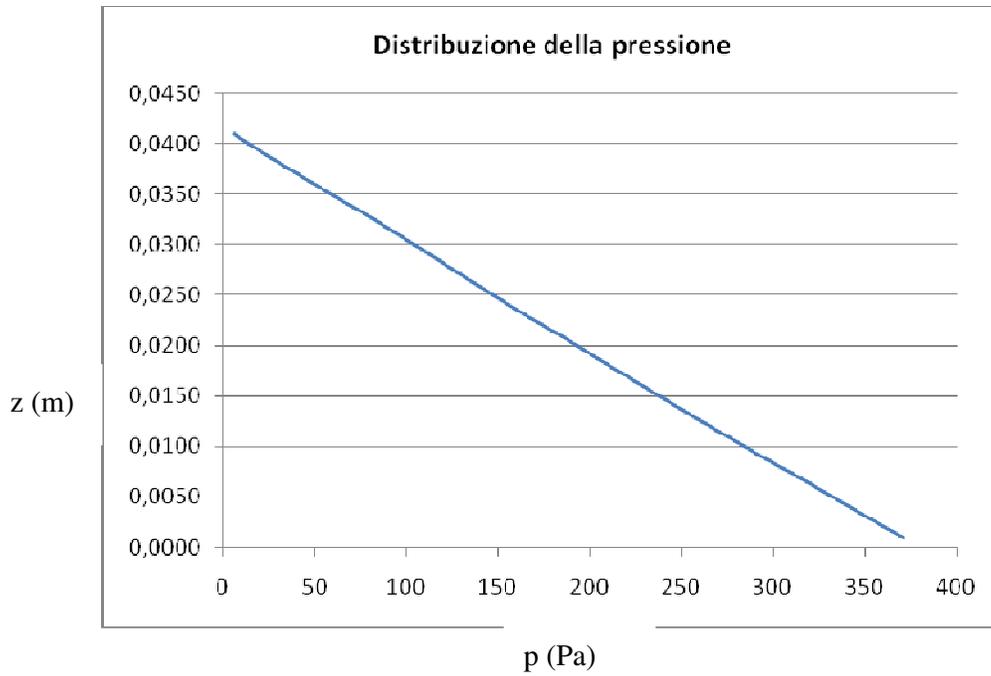


Fig. 5.12.3 Distribuzione della pressione alle coordinate $x = 0,325$ m, $y = 0,00$ m (Canale rettangolare)

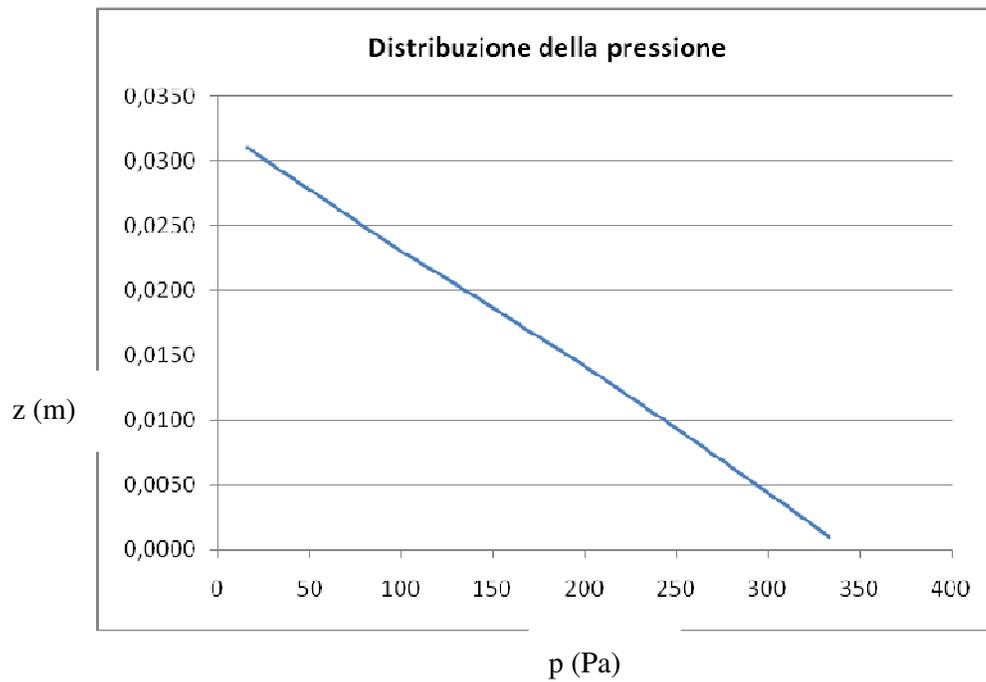


Fig. 5.12.4 Distribuzione della pressione alle coordinate $x = 0,494$ m, $y = 0,00$ m (Canale rettangolare)

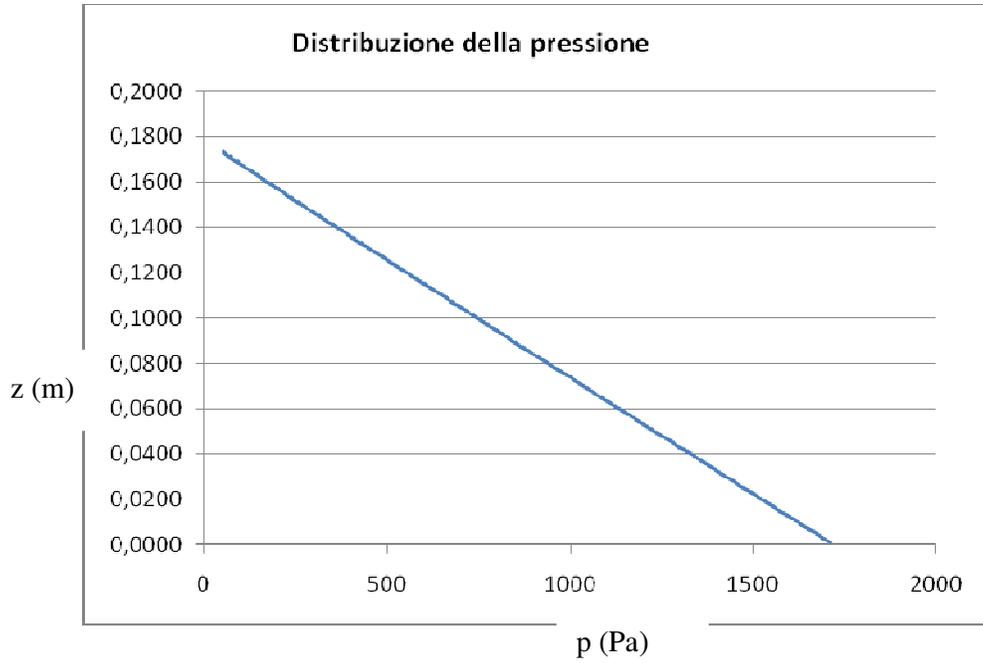


Fig. 5.12.5 Distribuzione della pressione alle coordinate $x = 0,193m$ $y = 0,40 m$ (vasca)

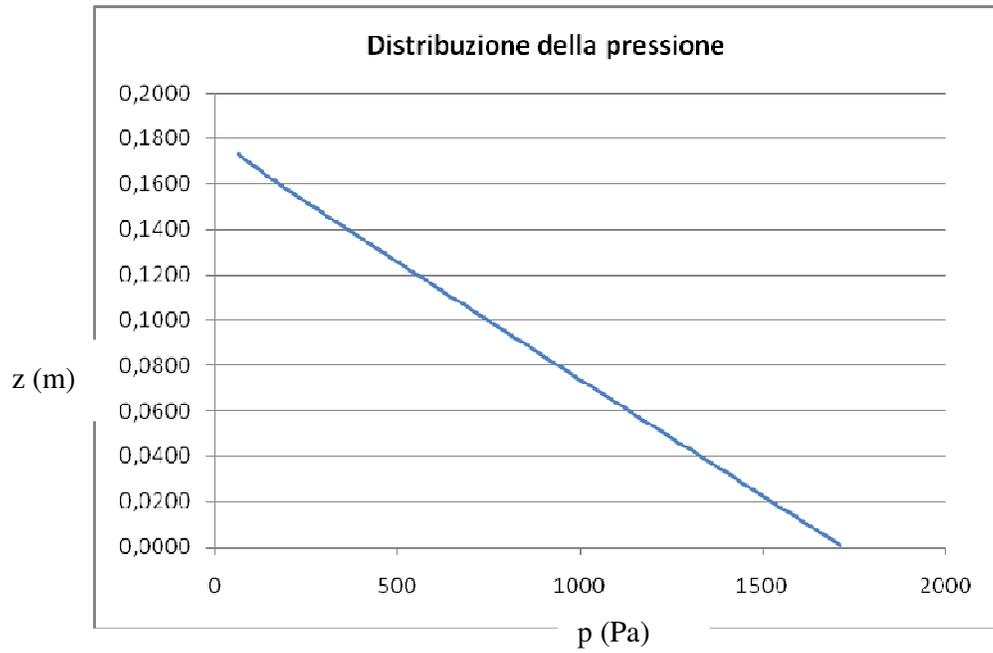


Fig. 5.12.6 Distribuzione della pressione alle coordinate $x = 0,201m$ $y = 0,40 m$ (vasca)

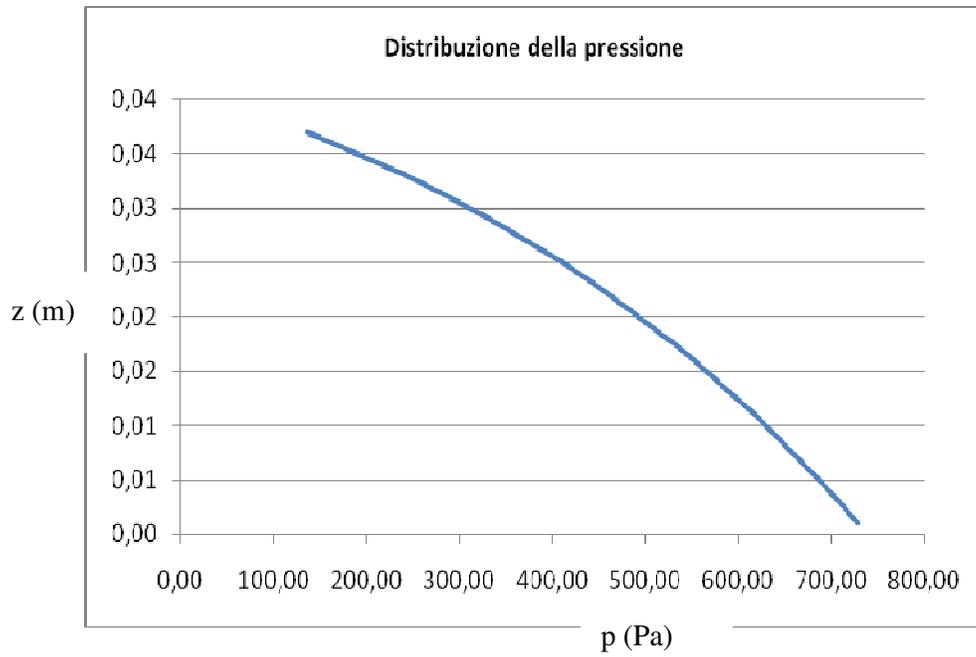


Fig. 5.12.7 Distribuzione della pressione alle coordinate $x = 0,245m$ $y = 0 m$ (canale rettangolare)

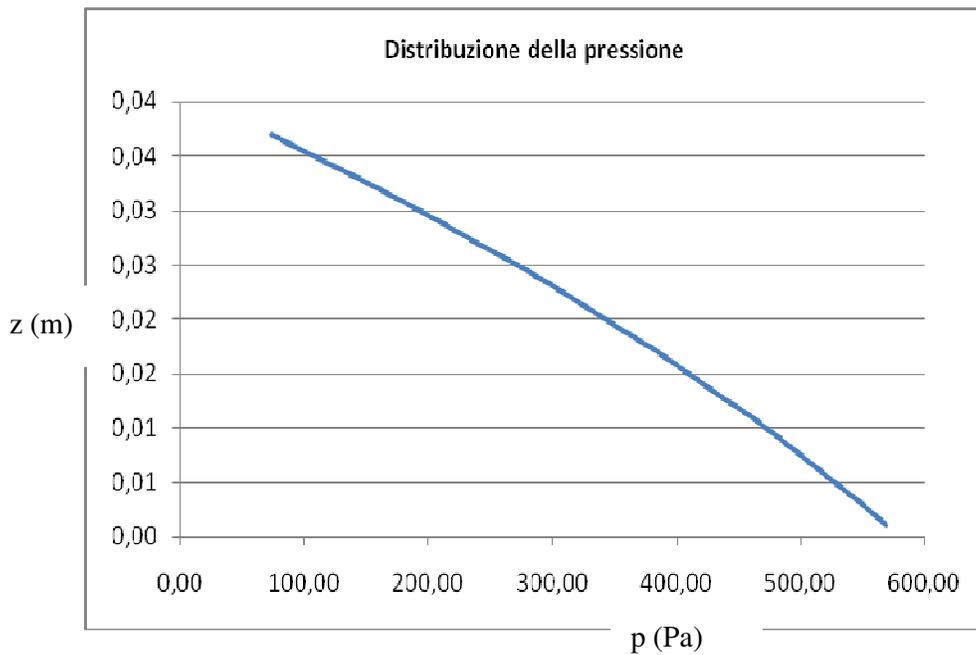


Fig. 5.12.8 Distribuzione della pressione alle coordinate $x = 0,257m$ $y = 0 m$ (canale rettangolare)

5.5.4 Velocità nella vasca

Con riferimento alla prova con inclinazione del paramento di 90° , $b=142$ mm e $a=50$ mm, sono state estrapolati, all'istante finale, i profili della velocità lungo le tre direzioni nel punto indicato nella Fig. 5.13, mentre nelle Fig. 5.14 vengono rappresentati i profili di velocità nella sezione $x=0,205$ m , $y=0,00$ m.

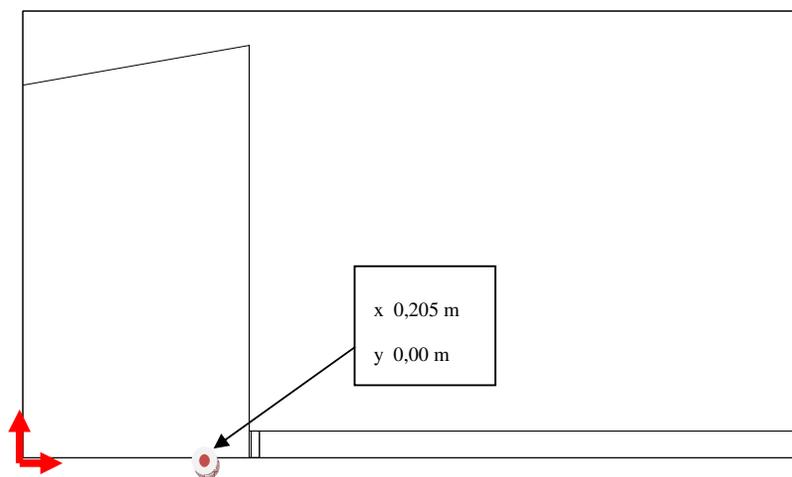


Fig. 5.13 Verifica delle velocità. Localizzazione delle sezioni

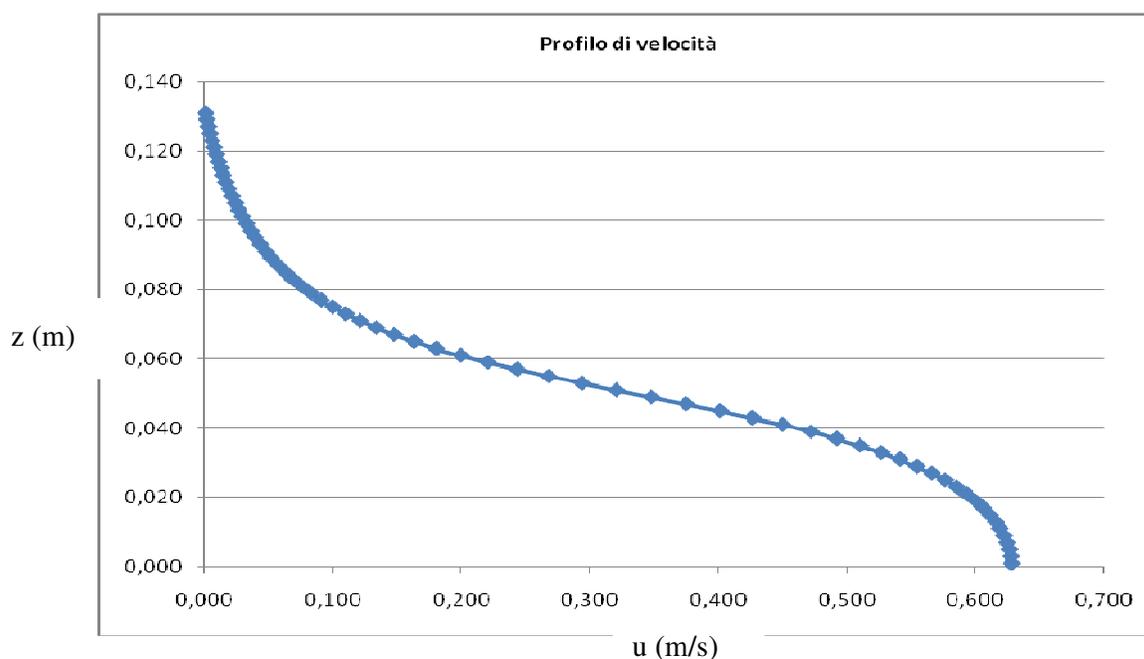


Fig. 5.14.1 Profilo della velocità u alle coordinate $x = 0,205$ m $y = 0$ m (vasca)

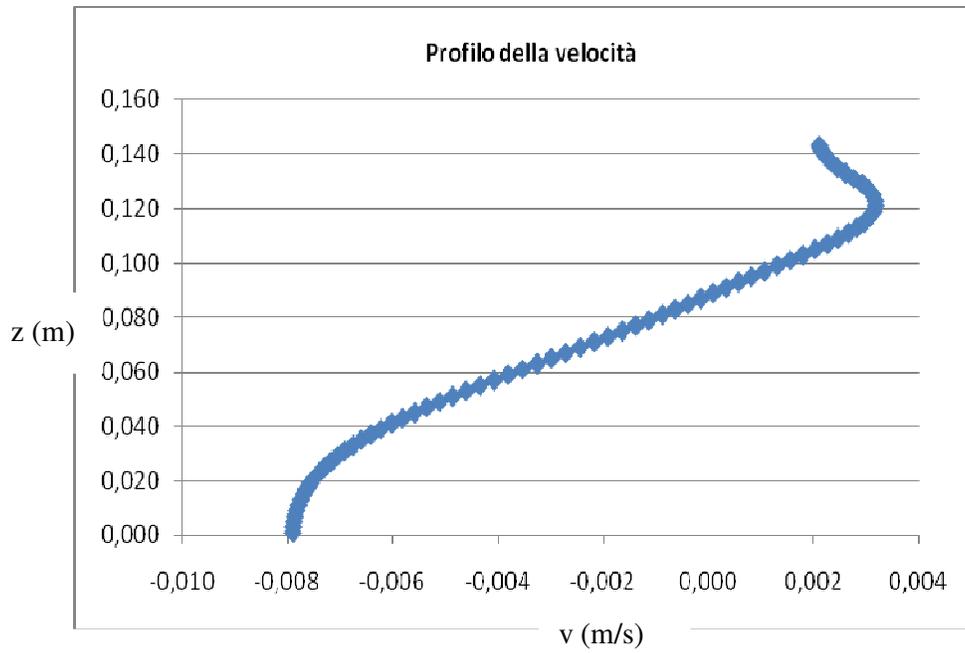


Fig. 5.14.2 *Profilo della velocità v alle coordinate $x = 0,205m$ $y = 0$ m (vasca)*

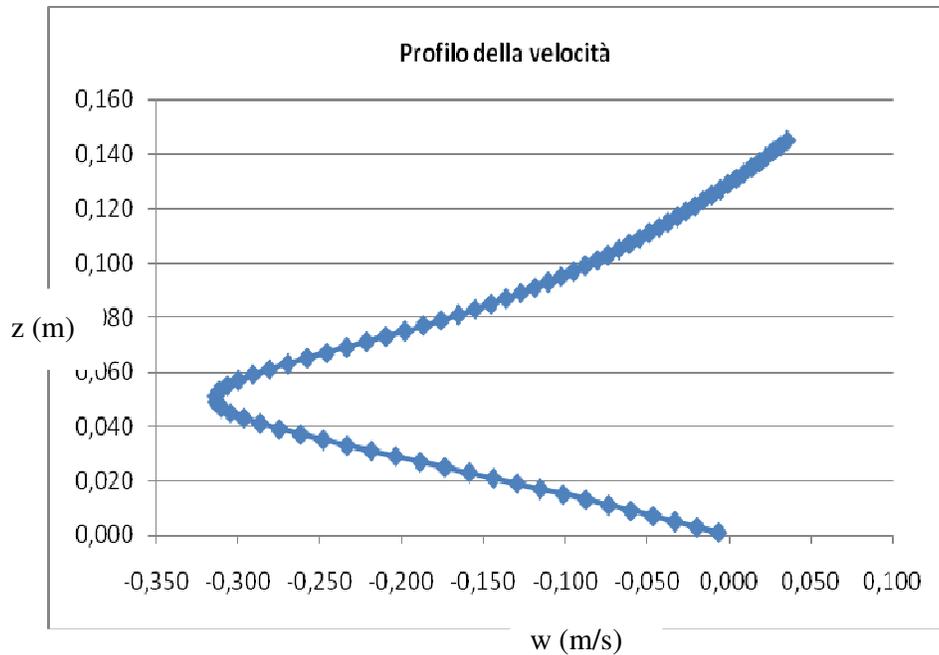


Fig. 5.14.3 *Profilo della velocità w alle coordinate $x = 0,205m$ $y = 0$ m (vasca)*

5.5.5 Profilo della corrente

Sono state estrapolate le altezze idriche per la determinazione dei profili longitudinali e trasversali della corrente nel canale all'istante finale .

Con riferimento alla prova con inclinazione del paramento di 90° , $b= 142$ mm e $a = 50$ mm, vengono indicate nella figura 5.15 le posizioni delle sezioni di misura, mentre nelle Fig. 5.15 vengono rappresentati i profili della corrente.

Nelle fig. 5.15.1, 5.15.2 sono rappresentati i profili della corrente a monte della paratoia, nelle fig. 5.15.3 e 5.15.4 i profili trasversali sempre a monte della paratoia.

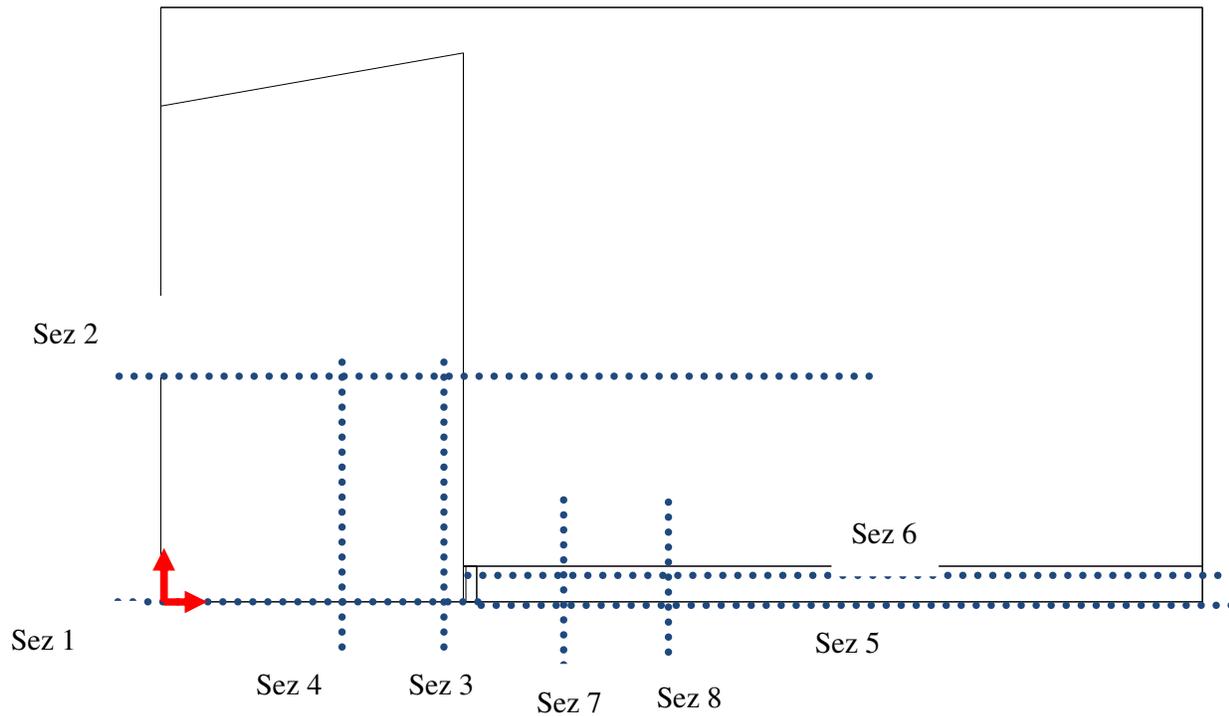


Fig. 5.15 Profilo della corrente. Localizzazione delle sezioni

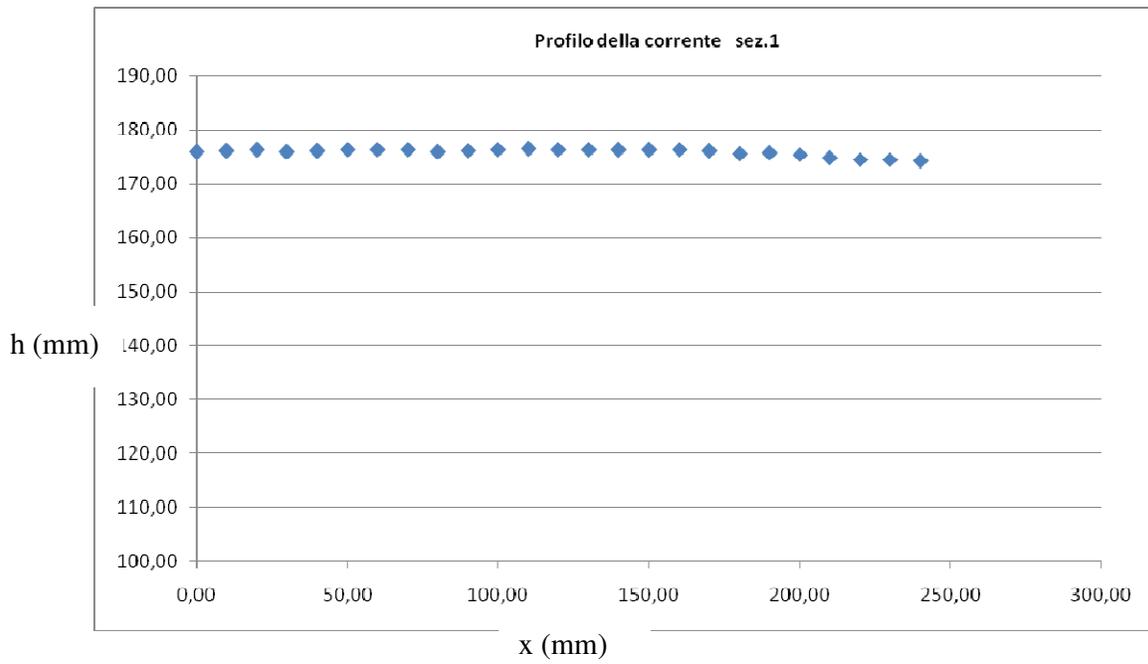


Fig. 5.15.1. *Profilo della corrente. Sezione longitudinale ($y=0,00$ m)*

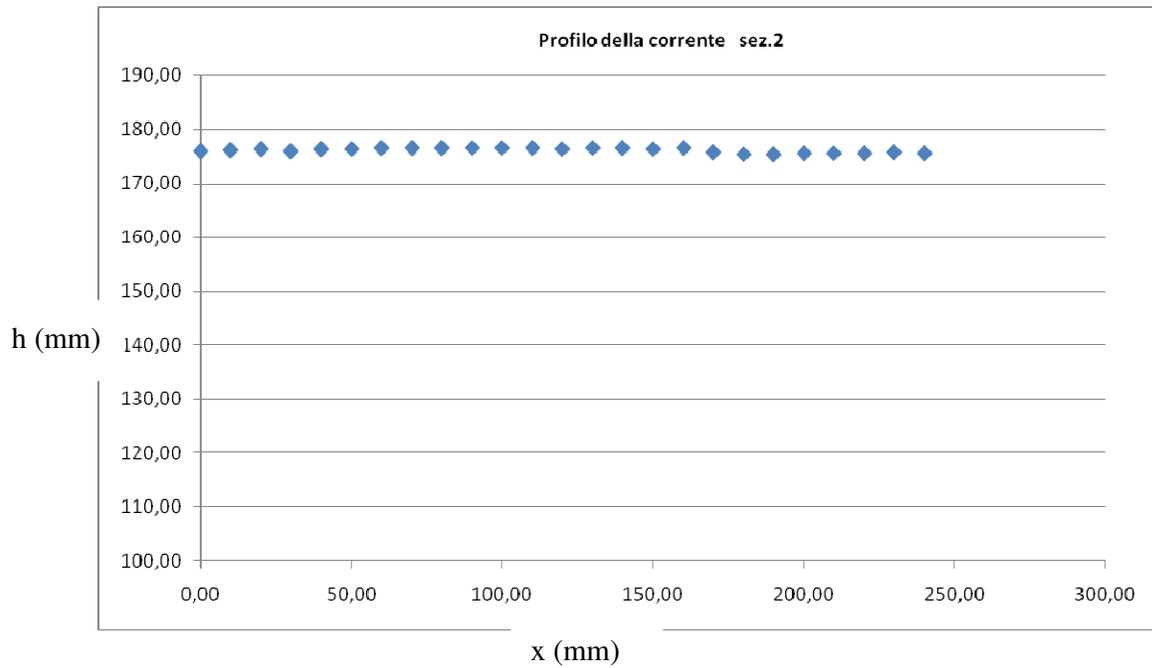


Fig. 5.15.2. *Profilo della corrente. Sezione longitudinale ($y=0,40$ m)*

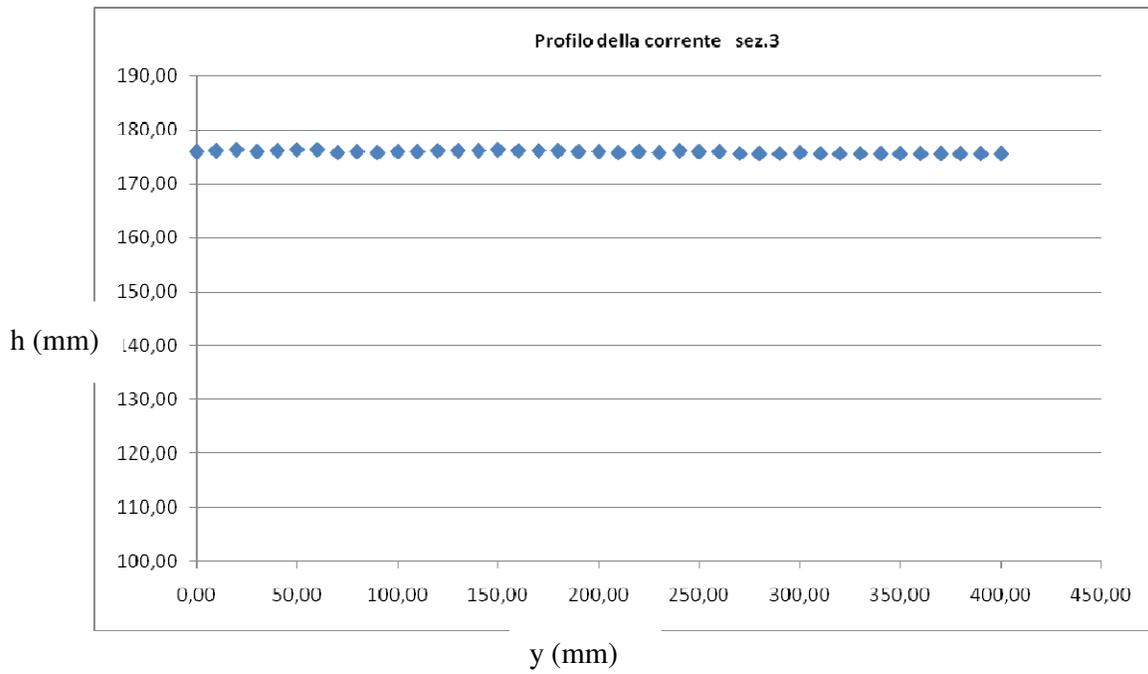


Fig. 5.15.3. *Profilo della corrente. Sezione trasversale ($x=0,205$ m)*

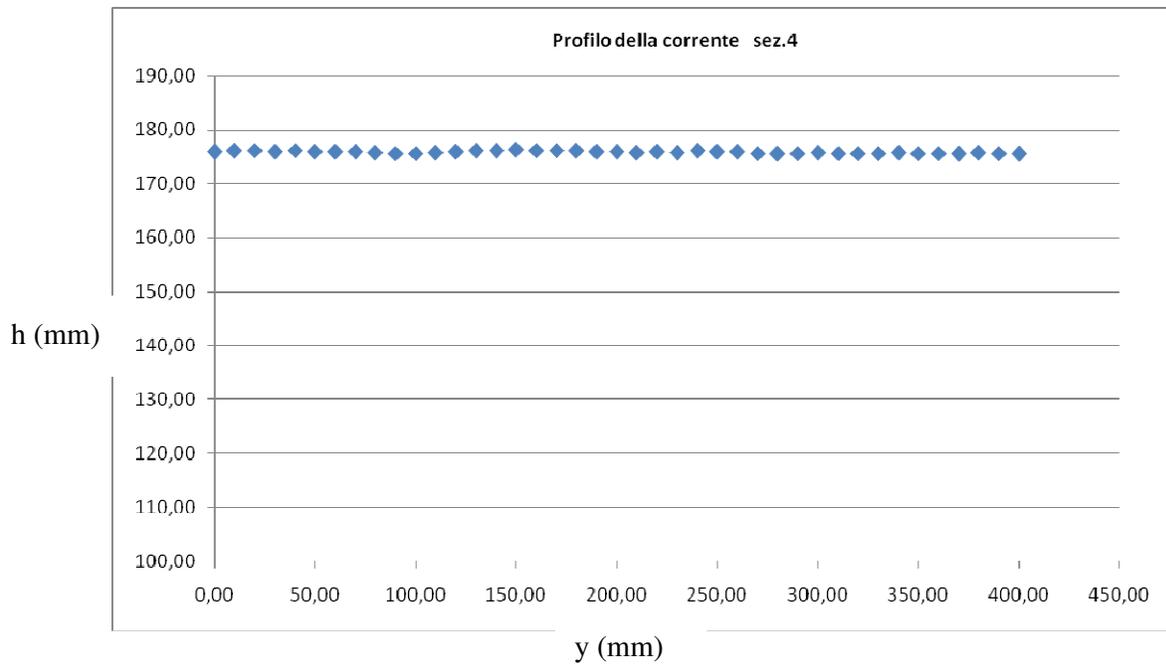


Fig. 5.15.4. *Profilo della corrente. Sezione trasversale ($x=0,106$ m)*

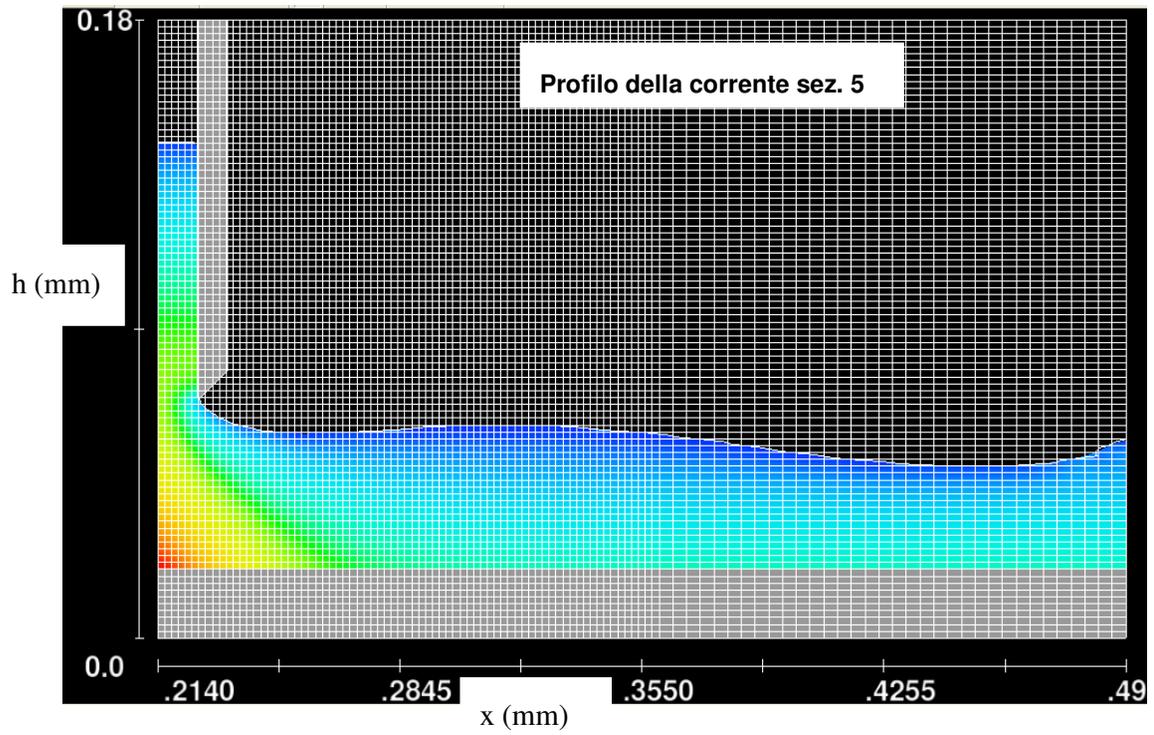


Fig. 5.15.5. *Profilo della corrente. Sezione longitudinale (y=0,00 m)*

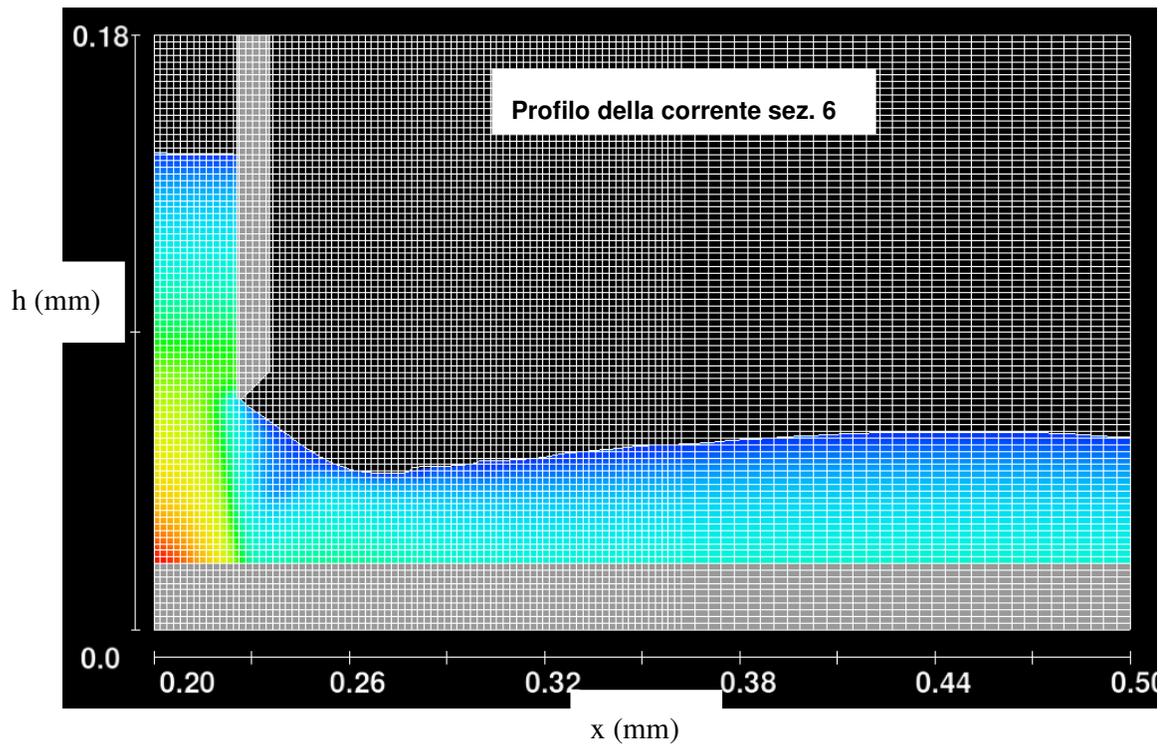


Fig. 5.15.6. *Profilo della corrente. Sezione longitudinale ($y=0,051$ m)*

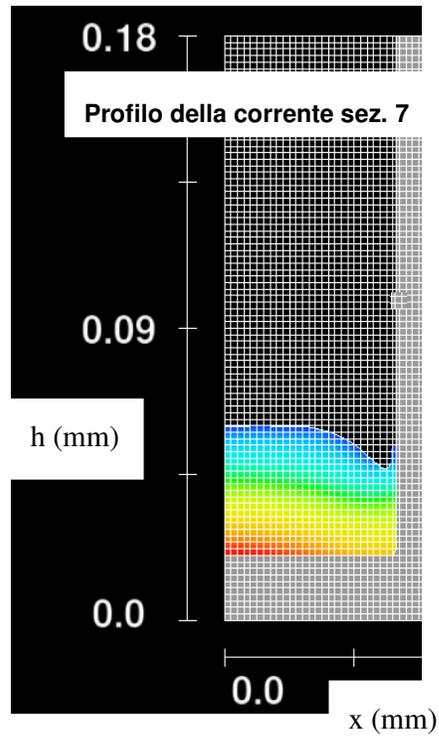


Fig. 5.15.7. *Profilo della corrente. Sezione trasversale ($x=0,261$ m)*

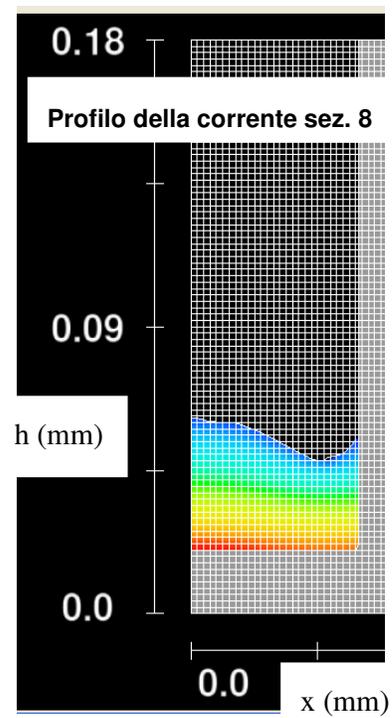


Fig. 5.15.8. *Profilo della corrente. Sezione trasversale ($x=0,293$ m)*

5.5.6 Confronto con i dati sperimentali

In questo paragrafo si riportano i risultati ottenuti dal modello numerico ed il loro confronto con i dati sperimentali. Vengono indicati, nella tabella 5.1, i risultati ottenuti dalle simulazioni delle prove con inclinazione del paramento rispetto all'orizzontale di 90 gradi, nella sola condizione di inviscid flow, nella tabella 5.2 quelli relativi all'inclinazione del paramento di 63,4° e nella tabella 5.3 quelli all'inclinazione del paramento di 45°

Tab. 5.1 – Risultati ottenuti con inclinazione del paramento di 90°

Test	b (m)	a (m)	h_{Exp} (m)	h_{Num} (m)	h_{Exp} (mm)	h_{Num} (mm)	e_h (%)
a=50 mm, b=86 mm	0,086	0,050	0,1525	0,1510	152,5	151,0	-1,0
a=60 mm, b=86 mm	0,086	0,060	0,1516	0,1510	151,6	151,0	-0,4
a=70 mm, b=86 mm	0,086	0,070	0,1555	0,1552	155,5	155,2	-0,2
a=50 mm, b=106 mm	0,106	0,050	0,1419	0,1410	141,9	141,0	-0,6
a=60 mm, b=106 mm	0,106	0,060	0,1564	0,1543	156,4	154,3	-1,3
a=70 mm, b=106 mm	0,106	0,070	0,1801	0,1783	180,1	178,3	-1,0
a=50 mm, b=142 mm	0,142	0,050	0,1761	0,1745	176,1	174,5	-0,9
a=60 mm, b=142 mm	0,142	0,060	0,1486	0,1470	148,6	147,0	-1,1
a=70 mm, b=142 mm	0,142	0,070	0,1222	0,1230	122,2	123,0	0,6

Test	b (m)	a (m)	Q_{Exp} (m ³ /s)	Q_{Num} (m ³ /s)	Q_{Exp} (l/s)	Q_{Num} (l/s)	e_Q (%)
a=50 mm, b=86 mm	0,086	0,050	0,00422	0,0042	4,22	4,2	-0,5
a=60 mm, b=86 mm	0,086	0,060	0,00478	0,00486	4,78	4,86	1,7
a=70 mm, b=86 mm	0,086	0,070	0,00551	0,00557	5,51	5,57	1,1
a=50 mm, b=106 mm	0,106	0,050	0,00487	0,00486	4,87	4,86	-0,2
a=60 mm, b=106 mm	0,106	0,060	0,00595	0,00608	5,95	6,08	2,2
a=70 mm, b=106 mm	0,106	0,070	0,00758	0,0076	7,58	7,6	0,3
a=50 mm, b=142 mm	0,142	0,050	0,00744	0,00742	7,44	7,42	-0,3
a=60 mm, b=142 mm	0,142	0,060	0,00768	0,0077	7,68	7,7	0,3
a=70 mm, b=142 mm	0,142	0,070	0,00754	0,0074	7,54	7,4	-1,9

Test	b (m)	a (m)	$C_{d,Exp}$	$C_{d,Num}$	e_{Cd} (%)
a=50 mm, b=86 mm	0,086	0,050	0,567	0,568	0,02
a=60 mm, b=86 mm	0,086	0,060	0,537	0,547	1,88
a=70 mm, b=86 mm	0,086	0,070	0,524	0,530	1,19

a=50 mm, b=106 mm	0,106	0,050	0,551	0,551	0,11
a=60 mm, b=106 mm	0,106	0,060	0,534	0,550	2,88
a=70 mm, b=106 mm	0,106	0,070	0,544	0,548	0,79
a=50 mm, b=142 mm	0,142	0,050	0,564	0,565	0,19
a=60 mm, b=142 mm	0,142	0,060	0,528	0,532	0,81
a=70 mm, b=142 mm	0,142	0,070	0,490	0,479	-2,17

Tab. 5.2 – Risultati ottenuti con inclinazione del paramento di 63,4°

Test	b (m)	a (m)	h_{Exp} (m)	h_{Num} (m)	h_{Exp} (mm)	h_{Num} (mm)	e_h (%)
a=50 mm, b=142 mm	0,142	0,050	0,1441	0,1437	144,1	143,7	-0,3
a=60 mm, b=142 mm	0,142	0,060	0,1563	0,1567	156,3	156,7	0,3
a=70 mm, b=142 mm	0,142	0,070	0,1288	0,1281	128,8	128,1	-0,5

Test	b (m)	a (m)	Q_{Exp}^3 (m ³ /s)	Q_{Num}^3 (m ³ /s)	Q_{Exp} (l/s)	Q_{Num} (l/s)	e_Q (%)
a=50 mm, b=142 mm	0,142	0,050	0,0063	0,00618	6,3	6,18	-1,9
a=60 mm, b=142 mm	0,142	0,060	0,0076	0,0077	7,6	7,7	1,3
a=70 mm, b=142 mm	0,142	0,070	0,0074	0,00734	7,4	7,34	-0,8

Test	b (m)	a (m)	$C_{d,Exp}$	$C_{d,Num}$	e_{Cd} (%)
a=50 mm, b=142 mm	0,142	0,050	0,528	0,518	-1,77
a=60 mm, b=142 mm	0,142	0,060	0,509	0,516	1,19
a=70 mm, b=142 mm	0,142	0,070	0,468	0,466	-0,54

Tab. 5.3 – Risultati ottenuti con inclinazione del paramento di 45°

Test	b (m)	a (m)	h_{Exp} (m)	h_{Num} (m)	h_{Exp} (mm)	h_{Num} (mm)	e_h (%)
a=50 mm, b=142 mm	0,142	0,050	0,1088	0,1080	108,8	108,0	-0,7
a=60 mm, b=142 mm	0,142	0,060	0,1417	0,1411	141,7	141,1	-0,4
a=70 mm, b=142 mm	0,142	0,070	0,1260	0,1268	126,0	126,8	0,6

Test	b (m)	a (m)	$Q_{Exp} (m^3/s)$	$Q_{Num} (m^3/s)$	$Q_{Exp} (l/s)$	$Q_{Num} (l/s)$	$e_Q (%)$
a=50 mm, b=142 mm	0,142	0,050	0,0052	0,00509	5,2	5,09	-2,1
a=60 mm, b=142 mm	0,142	0,060	0,0072	0,0071	7,2	7,1	-1,4
a=70 mm, b=142 mm	0,142	0,070	0,0074	0,0075	7,4	7,5	1,4

Test	b (m)	a (m)	$C_{d,Exp}$	$C_{d,Num}$	$e_{Cd} (%)$
a=50 mm, b=142 mm	0,142	0,050	0,501	0,493	-1,75
a=60 mm, b=142 mm	0,142	0,060	0,507	0,501	-1,18
a=70 mm, b=142 mm	0,142	0,070	0,474	0,478	1,03

Nella seguente fig. 5. 16, per le sole simulazioni con paratoia a 90° , sono riportati i punti (Q, h) numerici per confronto con i punti (Q, h) sperimentali.

Dalla figura si vede bene che le simulazioni effettuate con la condizione di fluido reale danno risultati pochissimo differenti da quelle con la condizione di inviscid flow. I punti simulati sono tutti molto vicini a quelli osservati.

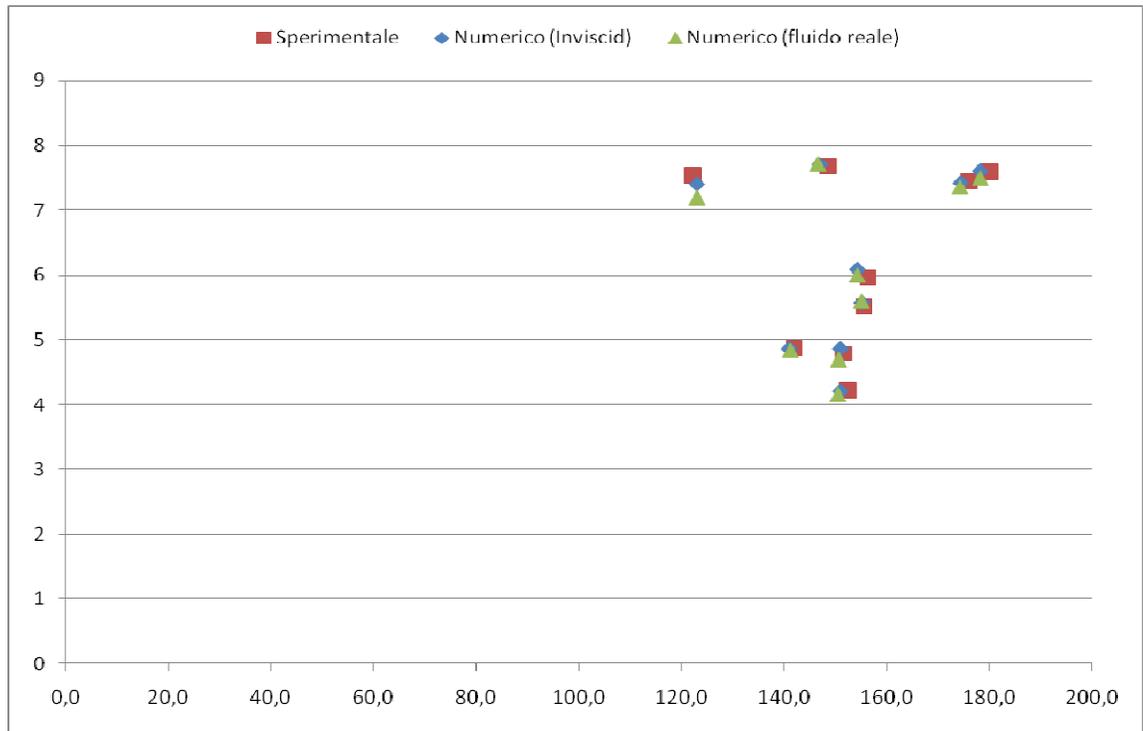


Fig. 5.16. Grafico portate - livelli

Nelle seguenti fig. 5.17, 5.18 e 5.19 è stato eseguito il confronto dei coefficienti d'efflusso calcolati con quelli sperimentali. Nelle stesse figure sono riportate la retta a 45° e le rette che indicano le fasce di errore sperimentale (v. cap. 4).

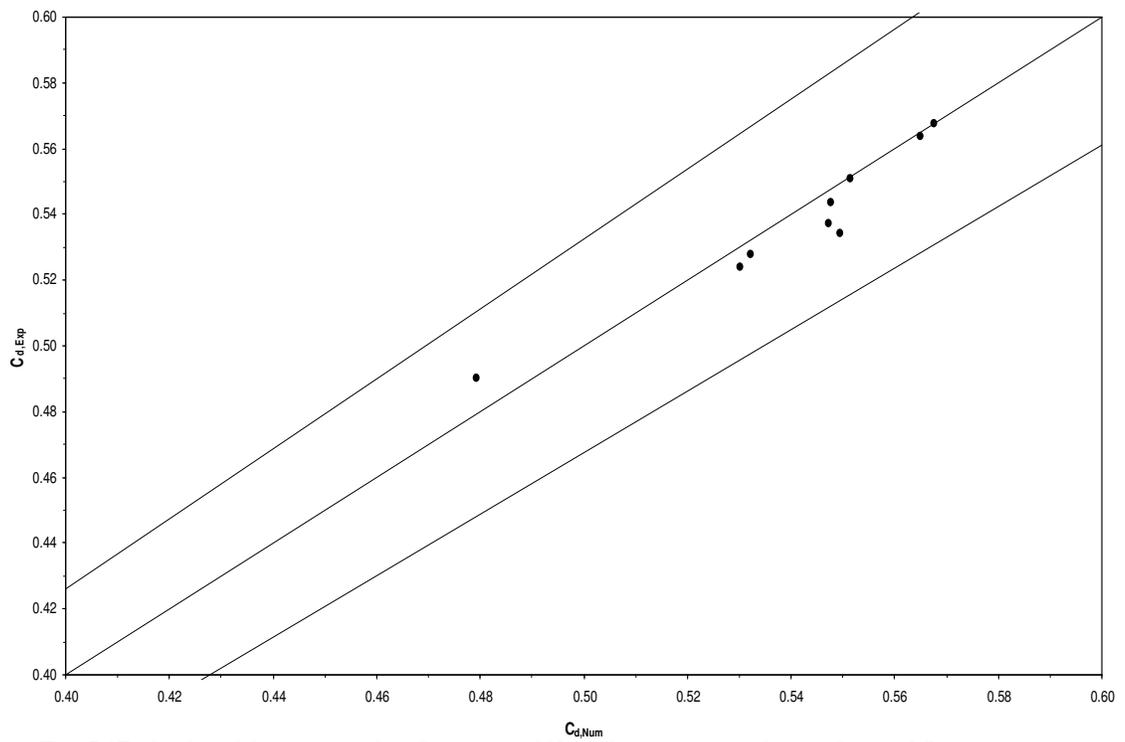


Fig. 5.17. Grafico C_d sperimentale – Paratoia a 90°. C_d numerico condizione Inviscid flow

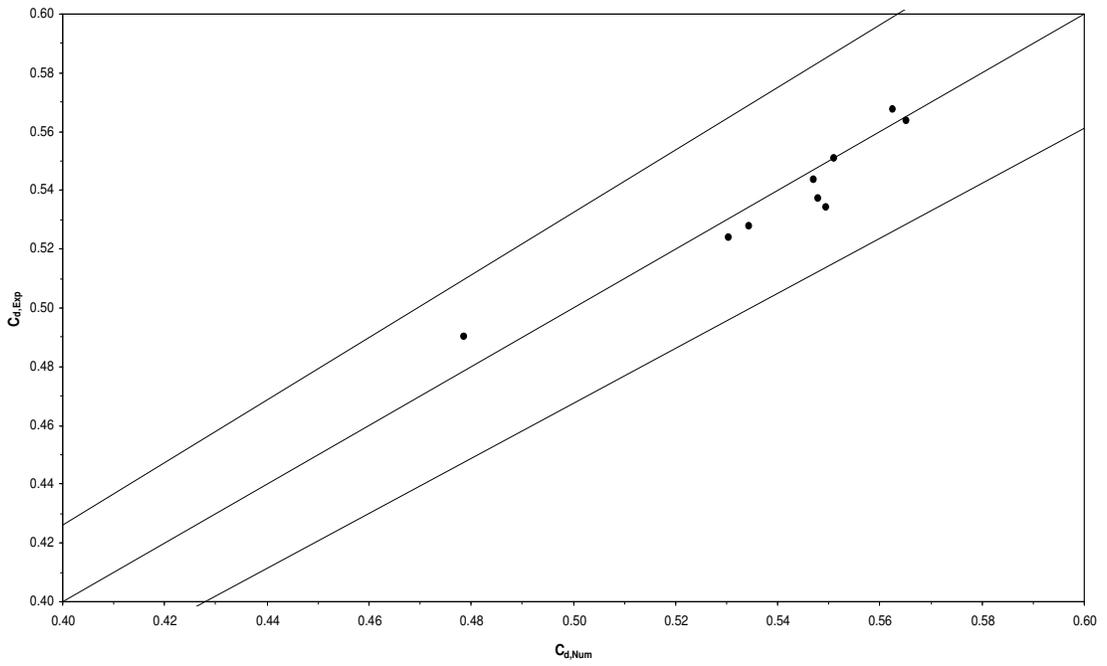


Fig. 5.18. Grafico C_d sperimentale – Paratoia a 90° - C_d numerico condizione fluido reale

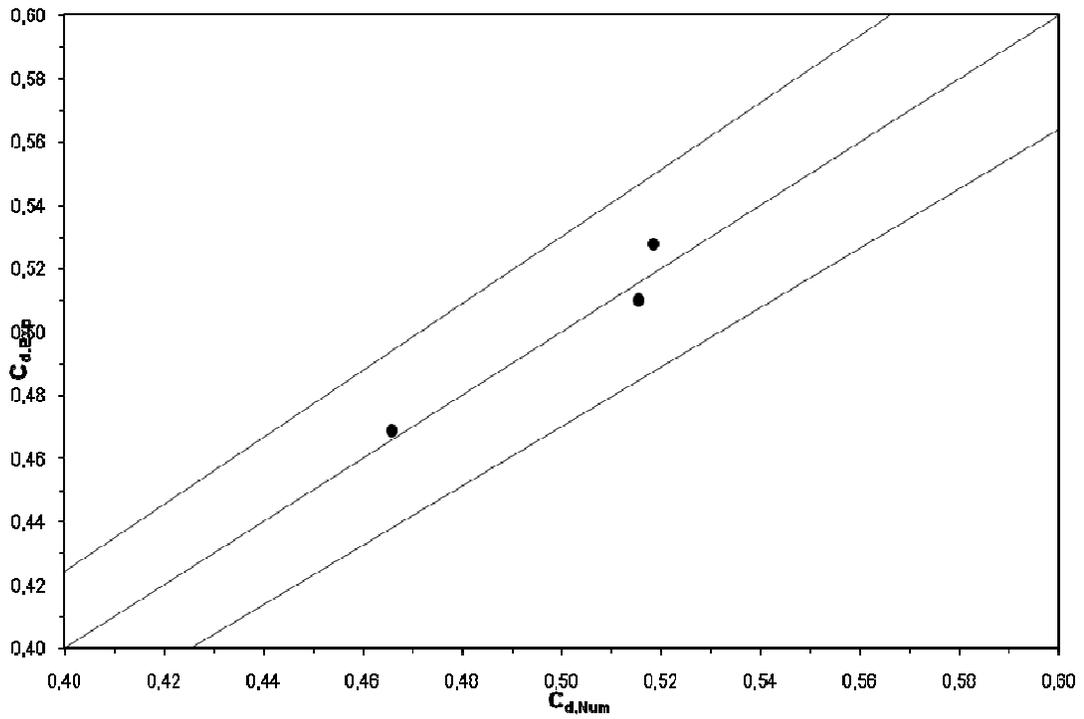


Fig. 5.19. Grafico C_d sperimentale – C_d numerico condizione inviscid flow, inclinazione del paramento di $63,4^\circ$

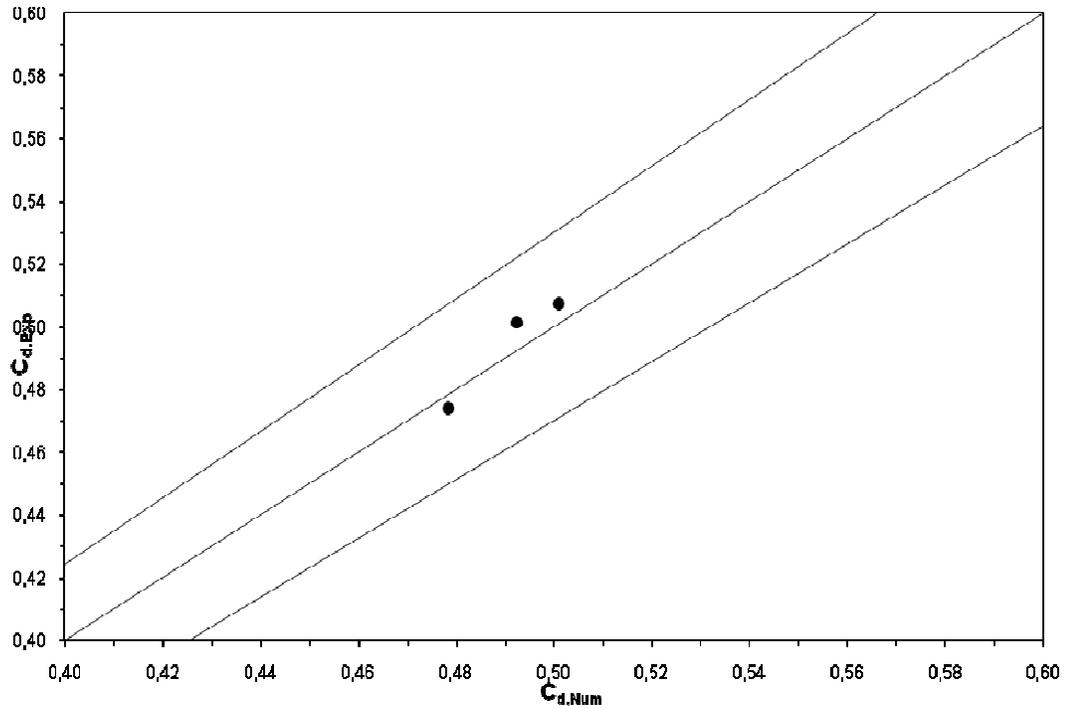


Fig. 5.20. Grafico C_d sperimentale – C_d numerico condizione inviscid flow, inclinazione del paramento di 45°

Si può osservare che tutti i punti ricadono ampiamente all'interno delle fasce d'errore.

Infine, dai risultati delle simulazioni numeriche è possibile mettere in evidenza la formazione, immediatamente a valle della paratoia, di due fronti d'onda simmetrici che si può confrontare con le osservazione sperimentali (Fig . 5.21).



Fig. 5.21.a Fronti d'onda simmetrici sperimentali e simulati



Fig. 5.21.b Fronti d'onda simmetrici sperimentali e simulati

E' infine possibile osservare anche dai risultati numerici la formazione di una zona di ricircolazione immediatamente a monte della paratoia (Fig. 5.22), che è tipica dell'efflusso da paratoia.

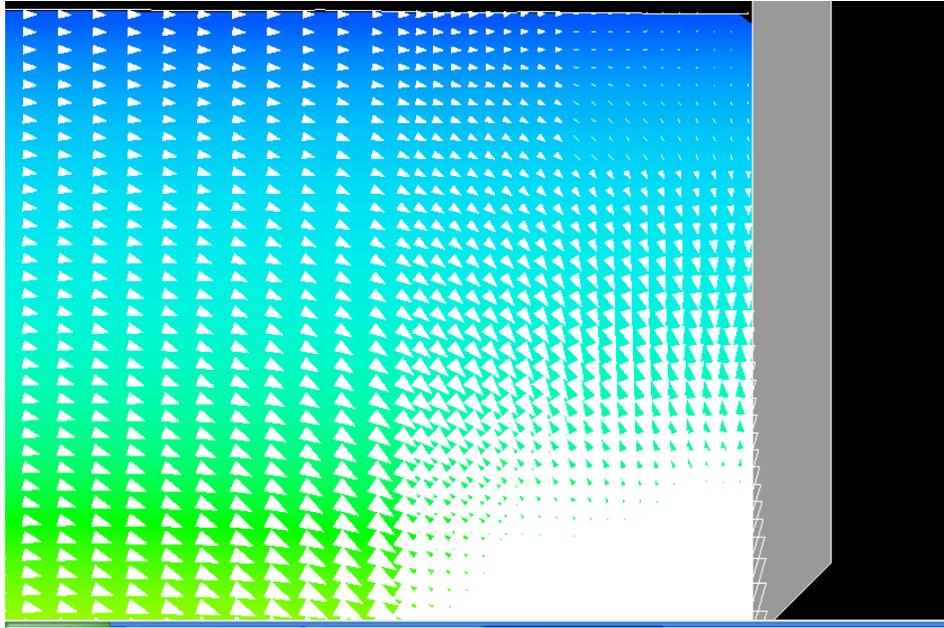


Fig. 5.22. Zona di ricircolo a monte della paratoia

5.5.7 Conclusioni

Il modello numerico ha dato riscontri positivi rispetto alle verifiche dei risultati per quanto riguarda la continuità della corrente e il carico totale (condizione di inviscid flow); meno soddisfacente è stata la verifica di continuità in forma locale. Il modello numerico ha dimostrato di poter rappresentare il fenomeno nelle sue linee essenziali, riproducendone caratteristiche fisiche come la formazione dei fronti d'onda stazionari a valle della paratoia e della zona di ricircolazione a monte.

I diagrammi di pressione e i diagrammi di velocità sono confrontabili con quelli ricavati sperimentalmente per efflusso da paratoie.

Le portate simulate e i livelli idrici sono molto prossimi a quelli sperimentali; i coefficienti d'efflusso numerici sono molto prossimi a quelli sperimentali, ricadendo all'interno delle fasce d'errore.

Si deve notare infine che l'influenza delle forze viscosive, presa in conto nelle simulazioni con la condizione di fluido reale, appare del tutto trascurabile.

APPENDICE 1

Tabella a.1.1 - Dati sperimentali test con soglia (test T1).

Test	n° prova	a (m)	b (m)	Q (l/s)	h ₀ (mm)
T1_20_142_63.4°	1	20	142	1.58	43.4
T1_20_142_63.4°	2	20	142	1.71	50.0
T1_20_142_63.4°	3	20	142	1.81	55.4
T1_20_142_63.4°	4	20	142	1.88	59.4
T1_20_142_63.4°	5	20	142	1.98	65.3
T1_20_142_63.4°	6	20	142	2.03	68.1
T1_20_142_63.4°	7	20	142	2.09	71.7
T1_20_142_63.4°	8	20	142	2.14	75.2
T1_20_142_63.4°	9	20	142	2.21	79.1
T1_20_142_63.4°	10	20	142	2.25	82.2
T1_20_142_63.4°	11	20	142	2.27	83.1
T1_20_142_63.4°	12	20	142	2.32	86.8
T1_20_142_63.4°	13	20	142	2.33	87.2
T1_20_142_63.4°	14	20	142	2.38	90.9
T1_20_142_63.4°	15	20	142	2.39	91.2
T1_20_142_63.4°	16	20	142	2.44	95.1
T1_20_142_63.4°	17	20	142	2.50	99.0
T1_20_142_63.4°	18	20	142	2.51	99.5
T1_20_142_63.4°	19	20	142	2.54	101.8
T1_20_142_63.4°	20	20	142	2.55	102.7
T1_20_142_63.4°	21	20	142	2.56	103.2
T1_20_142_63.4°	22	20	142	2.61	106.9
T1_20_142_63.4°	23	20	142	2.63	108.6
T1_20_142_63.4°	24	20	142	2.65	109.9
T1_20_142_63.4°	25	20	142	2.66	110.8
T1_20_142_63.4°	26	20	142	2.67	111.3
T1_20_142_63.4°	27	20	142	2.68	112.2
T1_20_142_63.4°	28	20	142	2.70	113.4
T1_20_142_63.4°	29	20	142	2.71	114.6
T1_20_142_63.4°	30	20	142	2.72	115.2
T1_20_142_63.4°	31	20	142	2.73	116.0
T1_20_142_63.4°	32	20	142	2.74	116.4
T1_24_86_63.4°	1	24	86	1.02	40.7
T1_24_86_63.4°	2	24	86	1.12	47.3
T1_24_86_63.4°	3	24	86	1.18	51.7
T1_24_86_63.4°	4	24	86	1.22	55.0
T1_24_86_63.4°	5	24	86	1.27	58.7
T1_24_86_63.4°	6	24	86	1.29	60.3
T1_24_86_63.4°	7	24	86	1.34	63.8
T1_24_86_63.4°	8	24	86	1.38	67.4
T1_24_86_63.4°	9	24	86	1.41	69.2
T1_24_86_63.4°	10	24	86	1.44	71.7
T1_24_86_63.4°	11	24	86	1.46	74.0
T1_24_86_63.4°	12	24	86	1.48	75.7
T1_24_86_63.4°	13	24	86	1.51	77.9
T1_24_86_63.4°	14	24	86	1.53	79.5
T1_24_86_63.4°	15	24	86	1.54	80.7
T1_24_86_63.4°	16	24	86	1.57	82.8
T1_24_86_63.4°	17	24	86	1.58	83.6

T1_24_86_63.4°	18	24	86	1.59	84.8
T1_24_86_63.4°	19	24	86	1.62	87.8
T1_24_86_63.4°	20	24	86	1.65	89.9
T1_24_86_63.4°	21	24	86	1.66	91.3
T1_24_86_63.4°	22	24	86	1.67	91.9
T1_24_86_63.4°	23	24	86	1.71	95.8
T1_24_86_63.4°	24	24	86	1.72	96.6
T1_24_86_63.4°	25	24	86	1.73	97.5
T1_24_86_63.4°	26	24	86	1.74	98.7
T1_24_86_63.4°	27	24	86	1.76	100.1
T1_24_86_63.4°	28	24	86	1.77	101.6
T1_24_86_63.4°	29	24	86	1.78	102.5
T1_24_86_63.4°	30	24	86	1.79	103.4
T1_24_86_63.4°	31	24	86	1.80	103.7
T1_24_86_63.4°	32	24	86	1.81	104.8
T1_24_86_63.4°	33	24	86	1.83	107.2
T1_24_86_63.4°	34	24	86	1.85	109.1
T1_24_86_63.4°	35	24	86	1.84	108.0
T1_30_86_63.4°	1	30	86	1.45	57.6
T1_30_86_63.4°	2	30	86	1.54	63.5
T1_30_86_63.4°	3	30	86	1.63	69.6
T1_30_86_63.4°	4	30	86	1.69	73.6
T1_30_86_63.4°	5	30	86	1.76	78.7
T1_30_86_63.4°	6	30	86	1.86	85.8
T1_30_86_63.4°	7	30	86	1.91	89.4
T1_30_86_63.4°	8	30	86	1.96	93.2
T1_30_86_63.4°	9	30	86	2.00	96.4
T1_30_86_63.4°	10	30	86	2.04	99.4
T1_30_86_63.4°	11	30	86	2.06	101.3
T1_30_86_63.4°	12	30	86	2.10	104.4
T1_30_86_63.4°	13	30	86	2.11	105.4
T1_30_86_63.4°	14	30	86	2.13	107.1
T1_30_86_63.4°	15	30	86	2.16	109.2
T1_30_86_63.4°	16	30	86	2.18	110.5
T1_30_86_63.4°	17	30	86	2.21	113.5
T1_30_86_63.4°	18	30	86	2.24	115.7
T1_30_86_63.4°	19	30	86	2.26	117.1
T1_30_86_63.4°	20	30	86	2.26	117.2
T1_30_86_63.4°	21	30	86	2.28	118.7
T1_30_86_63.4°	22	30	86	2.30	121.2
T1_30_86_63.4°	23	30	86	2.35	125.4
T1_30_86_63.4°	24	30	86	2.38	128.0
T1_30_86_63.4°	25	30	86	2.39	128.8
T1_30_86_63.4°	26	30	86	2.40	129.5
T1_30_86_63.4°	27	30	86	2.43	132.2
T1_30_86_63.4°	28	30	86	2.44	133.0
T1_30_86_63.4°	29	30	86	2.46	134.4
T1_30_86_63.4°	30	30	86	2.47	135.6
T1_30_86_63.4°	31	30	86	2.49	137.3
T1_30_86_63.4°	32	30	86	2.51	139.1
T1_30_86_63.4°	33	30	86	2.52	140.4
T1_30_86_63.4°	34	30	86	2.53	140.9
T1_30_106_63.4°	1	30	106	1.62	52.6
T1_30_106_63.4°	2	30	106	1.77	59.9
T1_30_106_63.4°	3	30	106	1.88	65.1
T1_30_106_63.4°	4	30	106	2.00	71.7
T1_30_106_63.4°	5	30	106	2.08	75.7
T1_30_106_63.4°	6	30	106	2.16	79.7
T1_30_106_63.4°	7	30	106	2.23	83.6
T1_30_106_63.4°	8	30	106	2.30	87.6
T1_30_106_63.4°	9	30	106	2.36	90.7
T1_30_106_63.4°	10	30	106	2.41	93.6
T1_30_106_63.4°	11	30	106	2.45	95.6
T1_30_106_63.4°	12	30	106	2.51	99.3

T1_30_106_63.4°	13	30	106	2.54	101.1	T1_30_142_63.4°	30	30	142	4.43	150.6
T1_30_106_63.4°	14	30	106	2.58	103.3	T1_30_142_63.4°	31	30	142	4.44	151.4
T1_30_106_63.4°	15	30	106	2.61	104.7	T1_37_106_63.4°	1	37	106	2.15	64.9
T1_30_106_63.4°	16	30	106	2.65	107.0	T1_37_106_63.4°	2	37	106	2.27	69.9
T1_30_106_63.4°	17	30	106	2.66	107.5	T1_37_106_63.4°	3	37	106	2.41	75.9
T1_30_106_63.4°	18	30	106	2.70	109.9	T1_37_106_63.4°	4	37	106	2.54	81.5
T1_30_106_63.4°	19	30	106	2.72	111.6	T1_37_106_63.4°	5	37	106	2.63	85.4
T1_30_106_63.4°	20	30	106	2.76	113.6	T1_37_106_63.4°	6	37	106	2.71	89.1
T1_30_106_63.4°	21	30	106	2.78	115.0	T1_37_106_63.4°	7	37	106	2.77	91.7
T1_30_106_63.4°	22	30	106	2.79	115.4	T1_37_106_63.4°	8	37	106	2.81	93.5
T1_30_106_63.4°	23	30	106	2.80	115.9	T1_37_106_63.4°	9	37	106	2.89	97.4
T1_30_106_63.4°	24	30	106	2.81	116.5	T1_37_106_63.4°	10	37	106	2.94	99.4
T1_30_106_63.4°	25	30	106	2.84	118.4	T1_37_106_63.4°	11	37	106	2.98	101.3
T1_30_106_63.4°	26	30	106	2.85	119.3	T1_37_106_63.4°	12	37	106	3.03	104.0
T1_30_106_63.4°	27	30	106	2.86	119.6	T1_37_106_63.4°	13	37	106	3.06	105.3
T1_30_106_63.4°	28	30	106	2.87	120.1	T1_37_106_63.4°	14	37	106	3.08	106.3
T1_30_106_63.4°	29	30	106	2.89	121.5	T1_37_106_63.4°	15	37	106	3.14	108.9
T1_30_106_63.4°	30	30	106	2.90	121.9	T1_37_106_63.4°	16	37	106	3.15	109.3
T1_30_106_63.4°	31	30	106	2.91	122.9	T1_37_106_63.4°	17	37	106	3.17	110.3
T1_30_106_63.4°	32	30	106	2.92	123.4	T1_37_106_63.4°	18	37	106	3.22	112.6
T1_30_106_63.4°	33	30	106	2.93	123.6	T1_37_106_63.4°	19	37	106	3.23	113.2
T1_30_106_63.4°	34	30	106	2.94	124.4	T1_37_106_63.4°	20	37	106	3.24	113.6
T1_30_106_63.4°	35	30	106	2.96	125.5	T1_37_106_63.4°	21	37	106	3.28	115.8
T1_30_106_63.4°	36	30	106	2.97	126.2	T1_37_106_63.4°	22	37	106	3.30	116.6
T1_30_106_63.4°	37	30	106	2.98	127.2	T1_37_106_63.4°	23	37	106	3.31	117.2
T1_30_106_63.4°	38	30	106	2.99	127.3	T1_37_106_63.4°	24	37	106	3.32	117.4
T1_30_106_63.4°	39	30	106	3.00	128.1	T1_37_106_63.4°	25	37	106	3.34	118.7
T1_30_106_63.4°	40	30	106	3.01	128.6	T1_37_106_63.4°	26	37	106	3.37	120.2
T1_30_106_63.4°	41	30	106	3.02	129.6	T1_37_106_63.4°	27	37	106	3.36	119.5
T1_30_106_63.4°	42	30	106	3.04	130.4	T1_37_106_63.4°	28	37	106	3.39	121.2
T1_30_106_63.4°	43	30	106	3.03	129.9	T1_37_106_63.4°	29	37	106	3.40	121.4
T1_30_142_63.4°	1	30	142	2.43	56.4	T1_37_106_63.4°	30	37	106	3.41	121.8
T1_30_142_63.4°	2	30	142	2.69	66.6	T1_40_142_63.4°	1	40	142	4.08	91.9
T1_30_142_63.4°	3	30	142	2.92	76.3	T1_40_142_63.4°	2	40	142	4.19	96.2
T1_30_142_63.4°	4	30	142	3.10	84.2	T1_40_142_63.4°	3	40	142	4.29	100.2
T1_30_142_63.4°	5	30	142	3.27	91.7	T1_40_142_63.4°	4	40	142	4.39	104.2
T1_30_142_63.4°	6	30	142	3.37	96.2	T1_40_142_63.4°	5	40	142	4.48	108.1
T1_30_142_63.4°	7	30	142	3.47	101.1	T1_40_142_63.4°	6	40	142	4.58	112.2
T1_30_142_63.4°	8	30	142	3.60	107.3	T1_40_142_63.4°	7	40	142	4.69	116.6
T1_30_142_63.4°	9	30	142	3.69	111.6	T1_40_142_63.4°	8	40	142	4.85	123.6
T1_30_142_63.4°	10	30	142	3.76	115.5	T1_40_142_63.4°	9	40	142	4.94	127.6
T1_30_142_63.4°	11	30	142	3.82	118.3	T1_40_142_63.4°	10	40	142	5.03	131.4
T1_30_142_63.4°	12	30	142	3.86	120.1	T1_50_86_63.4°	1	50	86	2.73	89.0
T1_30_142_63.4°	13	30	142	3.93	123.9	T1_50_86_63.4°	2	50	86	2.83	93.2
T1_30_142_63.4°	14	30	142	3.98	126.5	T1_50_86_63.4°	3	50	86	2.93	97.0
T1_30_142_63.4°	15	30	142	4.01	127.9	T1_50_86_63.4°	4	50	86	3.05	101.6
T1_30_142_63.4°	16	30	142	4.08	131.9	T1_50_86_63.4°	5	50	86	3.13	105.0
T1_30_142_63.4°	17	30	142	4.13	134.2	T1_50_142_63.4°	1	50	142	4.33	86.8
T1_30_142_63.4°	18	30	142	4.16	136.0	T1_50_142_63.4°	2	50	142	4.60	93.2
T1_30_142_63.4°	19	30	142	4.20	138.3	T1_50_142_63.4°	3	50	142	4.92	100.9
T1_30_142_63.4°	20	30	142	4.23	139.8	T1_50_142_63.4°	4	50	142	5.09	104.9
T1_30_142_63.4°	21	30	142	4.25	141.0	T1_50_142_63.4°	5	50	142	5.26	108.9
T1_30_142_63.4°	22	30	142	4.28	142.6	T1_50_142_63.4°	6	50	142	5.43	112.9
T1_30_142_63.4°	23	30	142	4.30	143.8	T1_50_142_63.4°	7	50	142	5.59	116.9
T1_30_142_63.4°	24	30	142	4.31	144.1	T1_50_142_63.4°	8	50	142	5.71	119.9
T1_30_142_63.4°	25	30	142	4.33	145.2	T1_50_142_63.4°	9	50	142	5.79	121.6
T1_30_142_63.4°	26	30	142	4.36	147.0	T1_50_142_63.4°	10	50	142	5.95	125.6
T1_30_142_63.4°	27	30	142	4.37	147.5	T1_50_142_63.4°	11	50	142	6.04	127.9
T1_30_142_63.4°	28	30	142	4.38	147.9	T1_50_142_63.4°	12	50	142	6.08	128.8
T1_30_142_63.4°	29	30	142	4.39	148.6	T1_53_106_63.4°	1	53	106	3.45	90.5

T1_53_106_63.4°	2	53	106	3.58	94.6
T1_53_106_63.4°	3	53	106	3.70	98.7
T1_53_106_63.4°	4	53	106	3.76	100.9
T1_53_106_63.4°	5	53	106	3.95	107.5
T1_53_106_63.4°	6	53	106	3.98	108.6
T1_53_106_63.4°	7	53	106	4.10	112.7
T1_53_106_63.4°	8	53	106	4.25	118.2
T1_53_106_63.4°	9	53	106	4.35	121.8
T1_53_106_63.4°	10	53	106	4.40	123.6
T1_60_86_63.4°	1	60	86	3.45	104.8
T1_60_86_63.4°	2	60	86	3.55	108.7
T1_60_86_63.4°	3	60	86	3.74	116.2
T1_60_86_63.4°	4	60	86	3.76	117.0
T1_60_86_63.4°	5	60	86	3.85	120.7
T1_60_86_63.4°	6	60	86	3.89	121.9
T1_60_86_63.4°	7	60	86	4.03	127.6
T1_60_86_63.4°	8	60	86	4.13	131.9
T1_60_86_63.4°	9	60	86	4.24	136.2
T1_60_86_63.4°	10	60	86	4.25	136.9
T1_60_142_63.4°	1	60	142	5.65	100.9
T1_60_142_63.4°	2	60	142	5.99	108.9
T1_60_142_63.4°	3	60	142	6.33	116.7
T1_60_142_63.4°	4	60	142	6.50	120.8
T1_60_142_63.4°	5	60	142	6.67	124.8
T1_60_142_63.4°	6	60	142	6.83	128.8
T1_60_142_63.4°	7	60	142	7.00	132.8
T1_60_142_63.4°	8	60	142	7.21	137.9
T1_60_142_63.4°	9	60	142	7.33	140.9
T1_60_142_63.4°	10	60	142	7.43	143.2
T1_60_142_63.4°	11	60	142	7.48	144.5
T1_62_106_63.4°	1	62	106	4.15	102.1
T1_62_106_63.4°	2	62	106	4.33	107.6
T1_62_106_63.4°	3	62	106	4.51	112.9
T1_62_106_63.4°	4	62	106	4.71	119.3
T1_62_106_63.4°	5	62	106	4.78	121.3
T1_62_106_63.4°	6	62	106	4.87	124.1
T1_62_106_63.4°	7	62	106	5.01	128.4
T1_62_106_63.4°	8	62	106	5.14	132.5
T1_62_106_63.4°	9	62	106	5.23	135.3
T1_62_106_63.4°	10	62	106	5.32	138.2
T1_62_106_63.4°	11	62	106	5.43	141.6
T1_62_106_63.4°	12	62	106	5.46	142.6
T1_74_106_63.4°	1	74	106	5.55	122.8
T1_74_106_63.4°	2	74	106	5.71	126.8
T1_74_106_63.4°	3	74	106	5.83	130.1
T1_74_106_63.4°	4	74	106	5.99	134.2
T1_74_106_63.4°	5	74	106	6.12	137.6
T1_74_106_63.4°	6	74	106	6.17	138.9
T1_74_106_63.4°	7	74	106	6.34	143.3
T1_74_106_63.4°	8	74	106	6.43	145.9
T1_75_86_63.4°	1	75	86	4.52	124.8
T1_75_86_63.4°	2	75	86	4.64	128.6
T1_75_86_63.4°	3	75	86	4.66	129.0
T1_75_86_63.4°	4	75	86	4.84	134.7
T1_75_86_63.4°	5	75	86	4.94	137.9
T1_75_86_63.4°	6	75	86	5.02	140.5

Tabella a.1.2 - Coefficienti di efflusso sperimentali, $C_{d,Exp}$, e calcolati, $C_{d,Calc}$, relativi ai test con soglia (test T1).

Test	n° prova	a (m)	b (m)	Q (l/s)	h ₀ (mm)	Re	We	a/h ₀	b/a	C _d	C _{d, Calc}	e (%)	e (%)
T1_20_142_63.4°	1	20	142	1.58	43.4	8857	55	0.461	7.10	0.602	0.574	4.55	4.55
T1_20_142_63.4°	2	20	142	1.71	50.0	8857	55	0.400	7.10	0.607	0.585	3.55	3.55
T1_20_142_63.4°	3	20	142	1.81	55.4	8857	55	0.361	7.10	0.610	0.593	2.83	2.83
T1_20_142_63.4°	4	20	142	1.88	59.4	8857	55	0.337	7.10	0.613	0.599	2.34	2.34
T1_20_142_63.4°	5	20	142	1.98	65.3	8857	55	0.306	7.10	0.616	0.606	1.66	1.66
T1_20_142_63.4°	6	20	142	2.03	68.1	8857	55	0.294	7.10	0.618	0.609	1.37	1.37
T1_20_142_63.4°	7	20	142	2.09	71.7	8857	55	0.279	7.10	0.620	0.614	0.99	0.99
T1_20_142_63.4°	8	20	142	2.14	75.2	8857	55	0.266	7.10	0.622	0.618	0.65	0.65
T1_20_142_63.4°	9	20	142	2.21	79.1	8857	55	0.253	7.10	0.623	0.622	0.28	0.28
T1_20_142_63.4°	10	20	142	2.25	82.2	8857	55	0.243	7.10	0.625	0.625	0.00	0.00
T1_20_142_63.4°	11	20	142	2.27	83.1	8857	55	0.241	7.10	0.625	0.626	-0.08	0.08
T1_20_142_63.4°	12	20	142	2.32	86.8	8857	55	0.230	7.10	0.627	0.629	-0.40	0.40
T1_20_142_63.4°	13	20	142	2.33	87.2	8857	55	0.229	7.10	0.627	0.630	-0.43	0.43
T1_20_142_63.4°	14	20	142	2.38	90.9	8857	55	0.220	7.10	0.629	0.633	-0.73	0.73
T1_20_142_63.4°	15	20	142	2.39	91.2	8857	55	0.219	7.10	0.629	0.634	-0.75	0.75
T1_20_142_63.4°	16	20	142	2.44	95.1	8857	55	0.210	7.10	0.630	0.637	-1.06	1.06
T1_20_142_63.4°	17	20	142	2.50	99.0	8857	55	0.202	7.10	0.632	0.640	-1.36	1.36
T1_20_142_63.4°	18	20	142	2.51	99.5	8857	55	0.201	7.10	0.632	0.641	-1.40	1.40
T1_20_142_63.4°	19	20	142	2.54	101.8	8857	55	0.196	7.10	0.633	0.643	-1.57	1.57
T1_20_142_63.4°	20	20	142	2.55	102.7	8857	55	0.195	7.10	0.633	0.644	-1.64	1.64
T1_20_142_63.4°	21	20	142	2.56	103.2	8857	55	0.194	7.10	0.633	0.644	-1.67	1.67
T1_20_142_63.4°	22	20	142	2.61	106.9	8857	55	0.187	7.10	0.635	0.647	-1.93	1.93
T1_20_142_63.4°	23	20	142	2.63	108.6	8857	55	0.184	7.10	0.635	0.648	-2.05	2.05
T1_20_142_63.4°	24	20	142	2.65	109.9	8857	55	0.182	7.10	0.636	0.649	-2.14	2.14
T1_20_142_63.4°	25	20	142	2.66	110.8	8857	55	0.181	7.10	0.636	0.650	-2.20	2.20
T1_20_142_63.4°	26	20	142	2.67	111.3	8857	55	0.180	7.10	0.636	0.650	-2.23	2.23
T1_20_142_63.4°	27	20	142	2.68	112.2	8857	55	0.178	7.10	0.637	0.651	-2.29	2.29
T1_20_142_63.4°	28	20	142	2.70	113.4	8857	55	0.176	7.10	0.637	0.652	-2.37	2.37
T1_20_142_63.4°	29	20	142	2.71	114.6	8857	55	0.174	7.10	0.637	0.653	-2.45	2.45
T1_20_142_63.4°	30	20	142	2.72	115.2	8857	55	0.174	7.10	0.638	0.653	-2.49	2.49
T1_20_142_63.4°	31	20	142	2.73	116.0	8857	55	0.172	7.10	0.638	0.654	-2.54	2.54
T1_20_142_63.4°	32	20	142	2.74	116.4	8857	55	0.172	7.10	0.638	0.654	-2.56	2.56
T1_24_86_63.4°	1	24	86	1.02	40.7	11643	79	0.590	3.58	0.552	0.536	3.00	3.00
T1_24_86_63.4°	2	24	86	1.12	47.3	11643	79	0.507	3.58	0.561	0.547	2.62	2.62
T1_24_86_63.4°	3	24	86	1.18	51.7	11643	79	0.464	3.58	0.567	0.553	2.40	2.40
T1_24_86_63.4°	4	24	86	1.22	55.0	11643	79	0.436	3.58	0.571	0.558	2.25	2.25
T1_24_86_63.4°	5	24	86	1.27	58.7	11643	79	0.409	3.58	0.574	0.562	2.09	2.09
T1_24_86_63.4°	6	24	86	1.29	60.3	11643	79	0.398	3.58	0.576	0.565	2.02	2.02
T1_24_86_63.4°	7	24	86	1.34	63.8	11643	79	0.376	3.58	0.580	0.569	1.88	1.88
T1_24_86_63.4°	8	24	86	1.38	67.4	11643	79	0.356	3.58	0.583	0.573	1.74	1.74
T1_24_86_63.4°	9	24	86	1.41	69.2	11643	79	0.347	3.58	0.585	0.575	1.68	1.68
T1_24_86_63.4°	10	24	86	1.44	71.7	11643	79	0.335	3.58	0.587	0.578	1.59	1.59
T1_24_86_63.4°	11	24	86	1.46	74.0	11643	79	0.324	3.58	0.589	0.580	1.51	1.51
T1_24_86_63.4°	12	24	86	1.48	75.7	11643	79	0.317	3.58	0.590	0.582	1.45	1.45
T1_24_86_63.4°	13	24	86	1.51	77.9	11643	79	0.308	3.58	0.592	0.584	1.38	1.38
T1_24_86_63.4°	14	24	86	1.53	79.5	11643	79	0.302	3.58	0.593	0.586	1.33	1.33
T1_24_86_63.4°	15	24	86	1.54	80.7	11643	79	0.298	3.58	0.594	0.587	1.29	1.29
T1_24_86_63.4°	16	24	86	1.57	82.8	11643	79	0.290	3.58	0.596	0.589	1.23	1.23
T1_24_86_63.4°	17	24	86	1.58	83.6	11643	79	0.287	3.58	0.597	0.590	1.20	1.20

T1_24_86_63.4°	18	24	86	1.59	84.8	11643	79	0.283	3.58	0.598	0.591	1.16	1.16
T1_24_86_63.4°	19	24	86	1.62	87.8	11643	79	0.273	3.58	0.600	0.593	1.08	1.08
T1_24_86_63.4°	20	24	86	1.65	89.9	11643	79	0.267	3.58	0.601	0.595	1.02	1.02
T1_24_86_63.4°	21	24	86	1.66	91.3	11643	79	0.263	3.58	0.602	0.596	0.98	0.98
T1_24_86_63.4°	22	24	86	1.67	91.9	11643	79	0.261	3.58	0.603	0.597	0.96	0.96
T1_24_86_63.4°	23	24	86	1.71	95.8	11643	79	0.251	3.58	0.605	0.600	0.86	0.86
T1_24_86_63.4°	24	24	86	1.72	96.6	11643	79	0.248	3.58	0.606	0.601	0.84	0.84
T1_24_86_63.4°	25	24	86	1.73	97.5	11643	79	0.246	3.58	0.607	0.602	0.82	0.82
T1_24_86_63.4°	26	24	86	1.74	98.7	11643	79	0.243	3.58	0.607	0.603	0.78	0.78
T1_24_86_63.4°	27	24	86	1.76	100.1	11643	79	0.240	3.58	0.608	0.604	0.75	0.75
T1_24_86_63.4°	28	24	86	1.77	101.6	11643	79	0.236	3.58	0.609	0.605	0.71	0.71
T1_24_86_63.4°	29	24	86	1.78	102.5	11643	79	0.234	3.58	0.610	0.606	0.69	0.69
T1_24_86_63.4°	30	24	86	1.79	103.4	11643	79	0.232	3.58	0.610	0.606	0.67	0.67
T1_24_86_63.4°	31	24	86	1.80	103.7	11643	79	0.231	3.58	0.611	0.607	0.66	0.66
T1_24_86_63.4°	32	24	86	1.81	104.8	11643	79	0.229	3.58	0.611	0.607	0.63	0.63
T1_24_86_63.4°	33	24	86	1.83	107.2	11643	79	0.224	3.58	0.613	0.609	0.57	0.57
T1_24_86_63.4°	34	24	86	1.85	109.1	11643	79	0.220	3.58	0.614	0.611	0.53	0.53
T1_24_86_63.4°	35	24	86	1.84	108.0	11643	79	0.222	3.58	0.613	0.610	0.56	0.56
T1_30_86_63.4°	1	30	86	1.45	57.6	16272	123	0.520	2.87	0.530	0.528	0.27	0.27
T1_30_86_63.4°	2	30	86	1.54	63.5	16272	123	0.473	2.87	0.536	0.535	0.16	0.16
T1_30_86_63.4°	3	30	86	1.63	69.6	16272	123	0.431	2.87	0.542	0.542	0.05	0.05
T1_30_86_63.4°	4	30	86	1.69	73.6	16272	123	0.408	2.87	0.546	0.546	-0.02	0.02
T1_30_86_63.4°	5	30	86	1.76	78.7	16272	123	0.381	2.87	0.550	0.551	-0.10	0.10
T1_30_86_63.4°	6	30	86	1.86	85.8	16272	123	0.350	2.87	0.556	0.557	-0.21	0.21
T1_30_86_63.4°	7	30	86	1.91	89.4	16272	123	0.335	2.87	0.559	0.560	-0.26	0.26
T1_30_86_63.4°	8	30	86	1.96	93.2	16272	123	0.322	2.87	0.561	0.563	-0.31	0.31
T1_30_86_63.4°	9	30	86	2.00	96.4	16272	123	0.311	2.87	0.564	0.566	-0.35	0.35
T1_30_86_63.4°	10	30	86	2.04	99.4	16272	123	0.302	2.87	0.566	0.568	-0.38	0.38
T1_30_86_63.4°	11	30	86	2.06	101.3	16272	123	0.296	2.87	0.567	0.569	-0.41	0.41
T1_30_86_63.4°	12	30	86	2.10	104.4	16272	123	0.287	2.87	0.569	0.572	-0.44	0.44
T1_30_86_63.4°	13	30	86	2.11	105.4	16272	123	0.285	2.87	0.570	0.572	-0.45	0.45
T1_30_86_63.4°	14	30	86	2.13	107.1	16272	123	0.280	2.87	0.571	0.574	-0.47	0.47
T1_30_86_63.4°	15	30	86	2.16	109.2	16272	123	0.275	2.87	0.572	0.575	-0.50	0.50
T1_30_86_63.4°	16	30	86	2.18	110.5	16272	123	0.271	2.87	0.573	0.576	-0.51	0.51
T1_30_86_63.4°	17	30	86	2.21	113.5	16272	123	0.264	2.87	0.575	0.578	-0.54	0.54
T1_30_86_63.4°	18	30	86	2.24	115.7	16272	123	0.259	2.87	0.576	0.579	-0.57	0.57
T1_30_86_63.4°	19	30	86	2.26	117.1	16272	123	0.256	2.87	0.577	0.580	-0.58	0.58
T1_30_86_63.4°	20	30	86	2.26	117.2	16272	123	0.256	2.87	0.577	0.580	-0.58	0.58
T1_30_86_63.4°	21	30	86	2.28	118.7	16272	123	0.253	2.87	0.578	0.581	-0.60	0.60
T1_30_86_63.4°	22	30											

T1_50_142_63.4°	10	50	142	5.95	125.6	35011	342	0.398	2.84	0.534	0.516	3.25	3.25
T1_50_142_63.4°	11	50	142	6.04	127.9	35011	342	0.391	2.84	0.537	0.518	3.66	3.66
T1_50_142_63.4°	12	50	142	6.08	128.8	35011	342	0.388	2.84	0.539	0.518	3.80	3.80
T1_53_106_63.4°	1	53	106	3.45	90.5	38208	385	0.586	2.00	0.462	0.483	-4.73	4.73
T1_53_106_63.4°	2	53	106	3.58	94.6	38208	385	0.560	2.00	0.467	0.486	-4.07	4.07
T1_53_106_63.4°	3	53	106	3.70	98.7	38208	385	0.537	2.00	0.473	0.489	-3.44	3.44
T1_53_106_63.4°	4	53	106	3.76	100.9	38208	385	0.525	2.00	0.476	0.490	-3.13	3.13
T1_53_106_63.4°	5	53	106	3.95	107.5	38208	385	0.493	2.00	0.484	0.495	-2.19	2.19
T1_53_106_63.4°	6	53	106	3.98	108.6	38208	385	0.488	2.00	0.485	0.495	-2.06	2.06
T1_53_106_63.4°	7	53	106	4.10	112.7	38208	385	0.470	2.00	0.490	0.498	-1.52	1.52
T1_53_106_63.4°	8	53	106	4.25	118.2	38208	385	0.448	2.00	0.497	0.501	-0.84	0.84
T1_53_106_63.4°	9	53	106	4.35	121.8	38208	385	0.435	2.00	0.501	0.503	-0.41	0.41
T1_53_106_63.4°	10	53	106	4.40	123.6	38208	385	0.429	2.00	0.503	0.504	-0.20	0.20
T1_60_86_63.4°	1	60	86	3.45	104.8	46023	493	0.573	1.43	0.467	0.474	-1.70	1.70
T1_60_86_63.4°	2	60	86	3.55	108.7	46023	493	0.552	1.43	0.472	0.477	-1.13	1.13
T1_60_86_63.4°	3	60	86	3.74	116.2	46023	493	0.516	1.43	0.480	0.481	-0.12	0.12
T1_60_86_63.4°	4	60	86	3.76	117.0	46023	493	0.513	1.43	0.481	0.481	-0.02	0.02
T1_60_86_63.4°	5	60	86	3.85	120.7	46023	493	0.497	1.43	0.486	0.483	0.45	0.45
T1_60_86_63.4°	6	60	86	3.89	121.9	46023	493	0.492	1.43	0.487	0.484	0.60	0.60
T1_60_86_63.4°	7	60	86	4.03	127.6	46023	493	0.470	1.43	0.493	0.487	1.28	1.28
T1_60_86_63.4°	8	60	86	4.13	131.9	46023	493	0.455	1.43	0.498	0.489	1.77	1.77
T1_60_86_63.4°	9	60	86	4.24	136.2	46023	493	0.441	1.43	0.503	0.491	2.24	2.24
T1_60_86_63.4°	10	60	86	4.25	136.9	46023	493	0.438	1.43	0.503	0.492	2.32	2.32
T1_60_142_63.4°	1	60	142	5.65	100.9	46023	493	0.594	2.37	0.471	0.478	-1.37	1.37
T1_60_142_63.4°	2	60	142	5.99	108.9	46023	493	0.551	2.37	0.481	0.482	-0.22	0.22
T1_60_142_63.4°	3	60	142	6.33	116.7	46023	493	0.514	2.37	0.491	0.487	0.81	0.81
T1_60_142_63.4°	4	60	142	6.50	120.8	46023	493	0.497	2.37	0.496	0.489	1.32	1.32
T1_60_142_63.4°	5	60	142	6.67	124.8	46023	493	0.481	2.37	0.500	0.491	1.80	1.80
T1_60_142_63.4°	6	60	142	6.83	128.8	46023	493	0.466	2.37	0.505	0.493	2.25	2.25
T1_60_142_63.4°	7	60	142	7.00	132.8	46023	493	0.452	2.37	0.509	0.495	2.70	2.70
T1_60_142_63.4°	8	60	142	7.21	137.9	46023	493	0.435	2.37	0.514	0.498	3.25	3.25
T1_60_142_63.4°	9	60	142	7.33	140.9	46023	493	0.426	2.37	0.518	0.499	3.56	3.56
T1_60_142_63.4°	10	60	142	7.43	143.2	46023	493	0.419	2.37	0.520	0.500	3.80	3.80
T1_60_142_63.4°	11	60	142	7.48	144.5	46023	493	0.415	2.37	0.521	0.501	3.92	3.92
T1_62_106_63.4°	1	62	106	4.15	102.1	48343	526	0.607	1.71	0.446	0.471	-5.53	5.53
T1_62_106_63.4°	2	62	106	4.33	107.6	48343	526	0.576	1.71	0.454	0.474	-4.50	4.50
T1_62_106_63.4°	3	62	106	4.51	112.9	48343	526	0.549	1.71	0.461	0.477	-3.56	3.56
T1_62_106_63.4°	4	62	106	4.71	119.3	48343	526	0.520	1.71	0.469	0.481	-2.50	2.50
T1_62_106_63.4°	5	62	106	4.78	121.3	48343	526	0.511	1.71	0.472	0.482	-2.17	2.17
T1_62_106_63.4°	6	62	106	4.87	124.1	48343	526	0.500	1.71	0.475	0.483	-1.74	1.74
T1_62_106_63.4°	7	62	106	5.01	128.4	48343	526	0.483	1.71	0.480	0.485	-1.09	1.09
T1_62_106_63.4°	8	62	106	5.14	132.5	48343	526	0.468	1.71	0.485	0.487	-0.49	0.49
T1_62_106_63.4°	9	62	106	5.23	135.3	48343	526	0.458	1.71	0.488	0.489	-0.09	0.09
T1_62_106_63.4°	10	62	106	5.32	138.2	48343	526	0.449	1.71	0.492	0.490	0.31	0.31
T1_62_106_63.4°	11	62	106	5.43	141.6	48343	526	0.438	1.71	0.496	0.492	0.75	0.75
T1_62_106_63.4°	12	62	106	5.46	142.6	48343	526	0.435	1.71	0.497	0.492	0.89	0.89
T1_74_106_63.4°	1	74	106	5.55	122.8	63037	750	0.603	1.43	0.456	0.460	-0.83	0.83
T1_74_106_63.4°	2	74	106	5.71	126.8	63037	750	0.583	1.43	0.462	0.462	-0.11	0.11
T1_74_106_63.4°	3	74	106	5.83	130.1	63037	750	0.569	1.43	0.466	0.464	0.45	0.45
T1_74_106_63.4°	4	74	106	5.99	134.2	63037	750	0.551	1.43	0.471	0.466	1.13	1.13
T1_74_106_63.4°	5	74	106	6.12	137.6	63037	750	0.538	1.43	0.475	0.467	1.68	1.68
T1_74_106_63.4°	6	74	106	6.17	138.9	63037	750	0.533	1.43	0.477	0.468	1.88	1.88
T1_74_106_63.4°	7	74	106	6.34	143.3	63037	750	0.516	1.43	0.482	0.470	2.55	2.55
T1_74_106_63.4°	8	74	106	6.43	145.9	63037	750	0.507	1.43	0.485	0.471	2.93	2.93
T1_75_86_63.4°	1	75	86	4.52	124.8	64319	770	0.601	1.15	0.448	0.457	-2.06	2.06
T1_75_86_63.4°	2	75	86	4.64	128.6	64319	770	0.583	1.15	0.453	0.459	-1.29	1.29
T1_75_86_63.4°	3	75	86	4.66	129.0	64319	770	0.581	1.15	0.454	0.459	-1.21	1.21
T1_75_86_63.4°	4	75	86	4.84	134.7	64319	770	0.557	1.15	0.461	0.462	-0.12	0.12
T1_75_86_63.4°	5	75	86	4.94	137.9	64319	770	0.544	1.15	0.466	0.463	0.48	0.48
T1_75_86_63.4°	6	75	86	5.02	140.5	64319	770	0.534	1.15	0.469	0.464	0.94	0.94

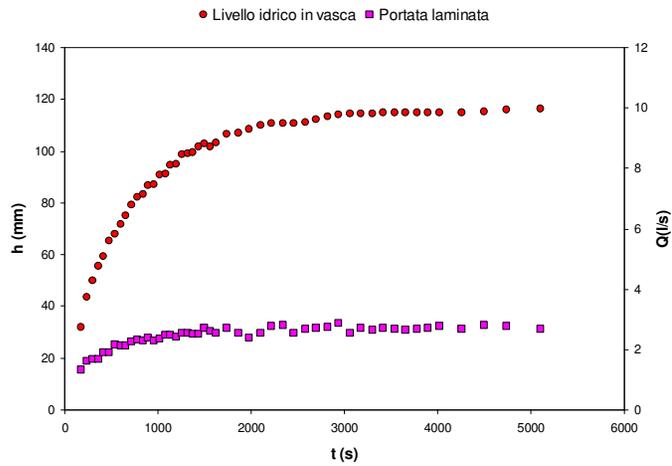


Fig. 1. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia con soglia, con apertura $a=20$ mm, larghezza $b=142$ mm, angolo di inclinazione $\theta=63.4^\circ$.

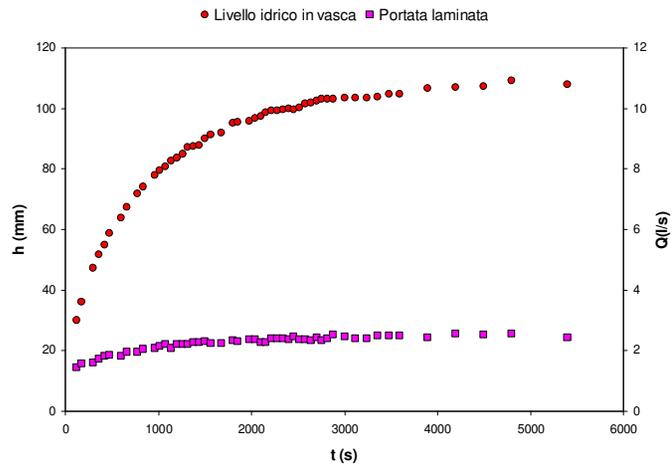


Fig. 2. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia con soglia, con apertura $a=24$ mm, larghezza $b=86$ mm, angolo di inclinazione $\theta=63.4^\circ$.

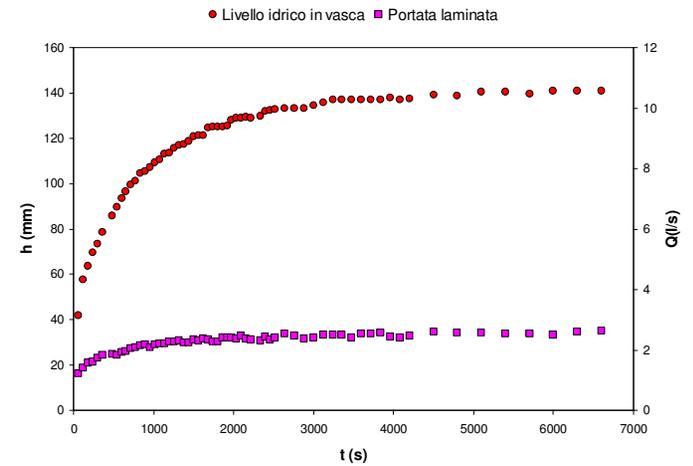


Fig. 3. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia con soglia, con apertura $a=30$ mm, larghezza $b=86$ mm, angolo di inclinazione $\theta=63.4^\circ$.

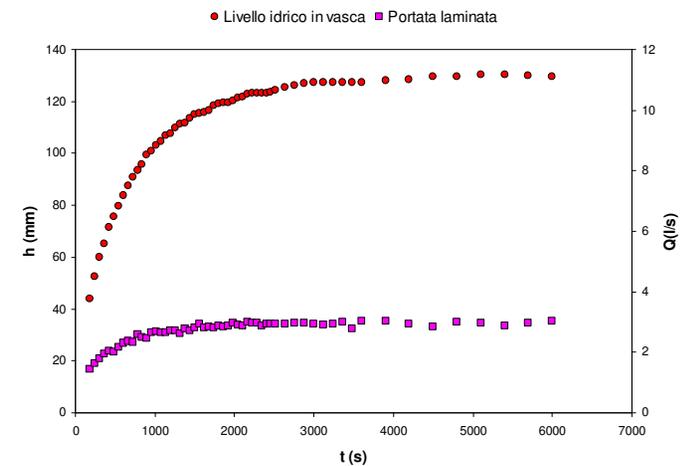


Fig. 4. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia con soglia, con apertura $a=30$ mm, larghezza $b=106$ mm, angolo di inclinazione $\theta=63.4^\circ$.

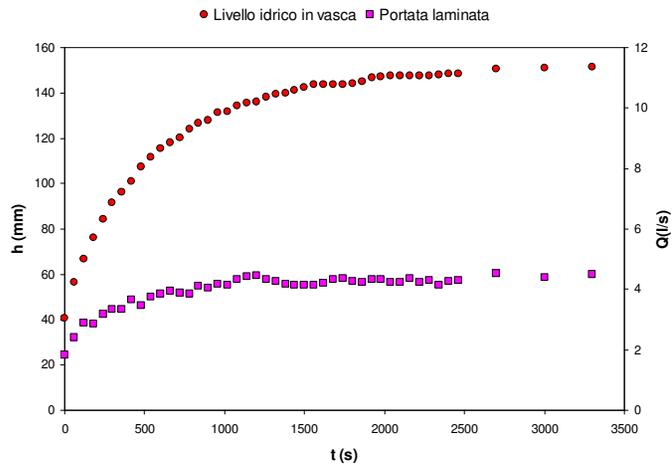


Fig. 5. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia con soglia, con apertura $a=30$ mm, larghezza $b=142$ mm, angolo di inclinazione $\theta=63.4^\circ$.

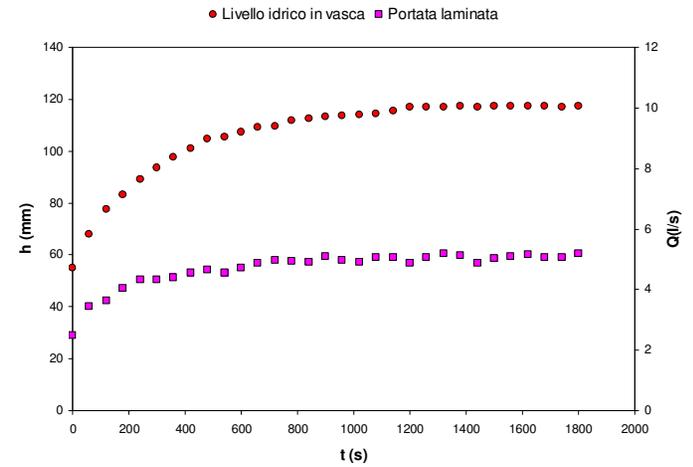


Fig. 7. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia con soglia, con apertura $a=40$ mm, larghezza $b=142$ mm, angolo di inclinazione $\theta=63.4^\circ$.

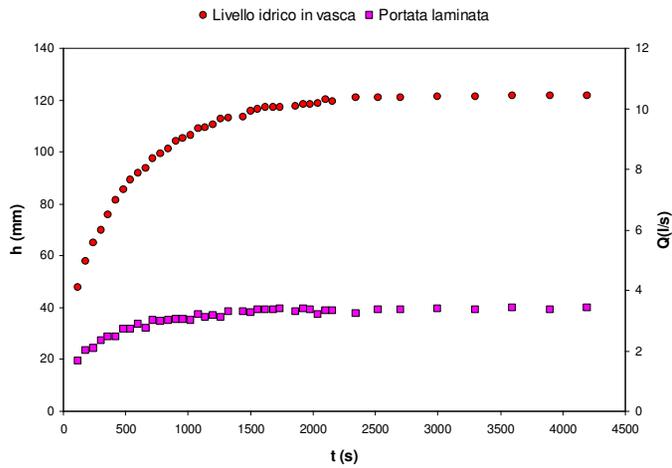


Fig. 6. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia con soglia, con apertura $a=37$ mm, larghezza $b=106$ mm, angolo di inclinazione $\theta=63.4^\circ$.

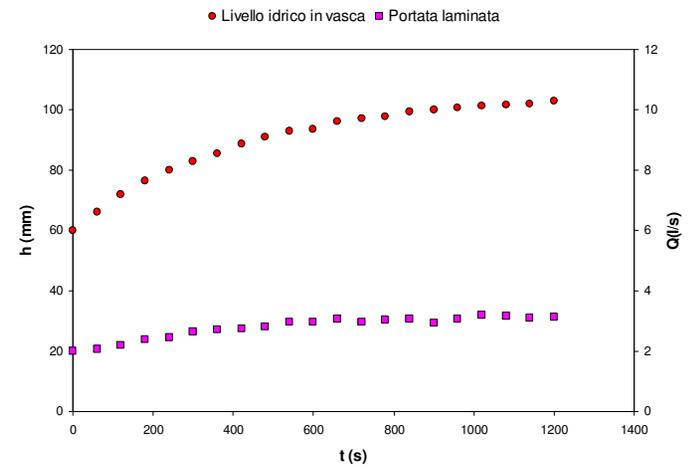


Fig. 8. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia con soglia, con apertura $a=50$ mm, larghezza $b=86$ mm, angolo di inclinazione $\theta=56.3^\circ$.

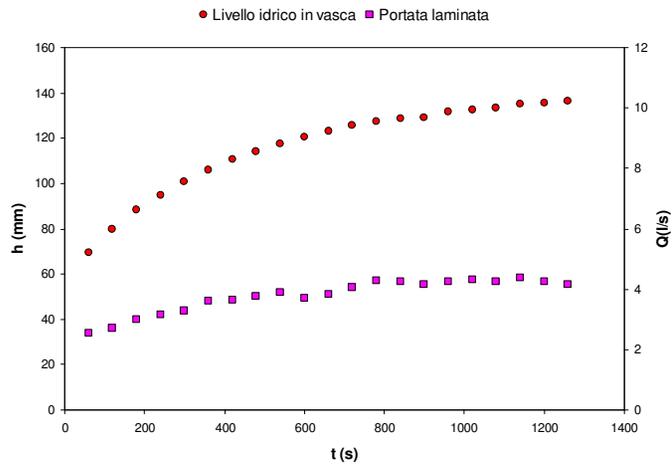


Fig. 9. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia con soglia, con apertura $a=60$ mm, larghezza $b=86$ mm, angolo di inclinazione $\theta=56.3^\circ$.

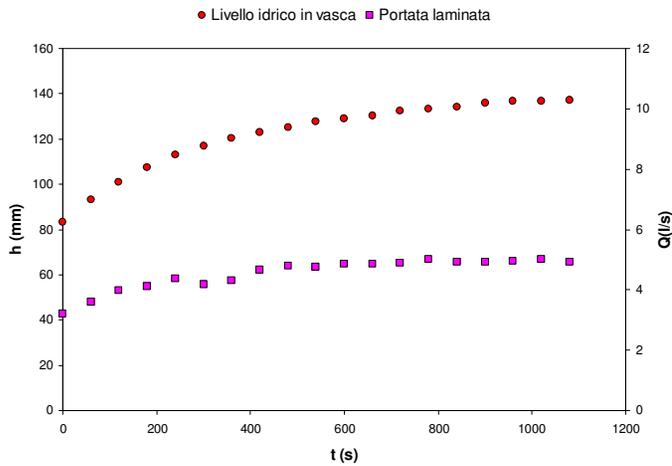


Fig. 10. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia con soglia, con apertura $a=75$ mm, larghezza $b=86$ mm, angolo di inclinazione $\theta=56.3^\circ$.

APPENDICE 2

Tabella a.2.1 - Dati sperimentali test con soglia (test T2).

Test	n° prova	a (mm)	b (mm)	θ (°)	θ (rad)	Q (l/s)	h_0 (mm)
T2_50_86_56.3°	1	50	86	56.3	0.98	2.26	72.0
T2_50_86_56.3°	2	50	86	56.3	0.98	2.39	76.4
T2_50_86_56.3°	3	50	86	56.3	0.98	2.50	80.2
T2_50_86_56.3°	4	50	86	56.3	0.98	2.58	82.9
T2_50_86_56.3°	5	50	86	56.3	0.98	2.66	85.6
T2_50_86_56.3°	6	50	86	56.3	0.98	2.83	91.1
T2_50_86_56.3°	7	50	86	56.3	0.98	2.90	93.4
T2_50_86_56.3°	8	50	86	56.3	0.98	3.02	97.6
T2_50_86_56.3°	9	50	86	56.3	0.98	3.14	101.5
T2_50_86_56.3°	10	50	86	56.3	0.98	3.17	102.8
T2_60_86_56.3°	1	60	86	56.3	0.98	2.99	88.4
T2_60_86_56.3°	2	60	86	56.3	0.98	3.17	94.8
T2_60_86_56.3°	3	60	86	56.3	0.98	3.35	101.0
T2_60_86_56.3°	4	60	86	56.3	0.98	3.50	106.0
T2_60_86_56.3°	5	60	86	56.3	0.98	3.63	110.7
T2_60_86_56.3°	6	60	86	56.3	0.98	3.72	114.1
T2_60_86_56.3°	7	60	86	56.3	0.98	3.82	117.4
T2_60_86_56.3°	8	60	86	56.3	0.98	3.90	120.5
T2_60_86_56.3°	9	60	86	56.3	0.98	4.04	125.5
T2_60_86_56.3°	10	60	86	56.3	0.98	4.15	129.3
T2_60_86_56.3°	11	60	86	56.3	0.98	4.24	132.7
T2_60_86_56.3°	12	60	86	56.3	0.98	4.35	136.5
T2_75_86_56.3°	1	75	86	56.3	0.98	3.91	100.8
T2_75_86_56.3°	2	75	86	56.3	0.98	4.11	107.3
T2_75_86_56.3°	3	75	86	56.3	0.98	4.28	113.0
T2_75_86_56.3°	4	75	86	56.3	0.98	4.40	116.9
T2_75_86_56.3°	5	75	86	56.3	0.98	4.51	120.5
T2_75_86_56.3°	6	75	86	56.3	0.98	4.65	125.2
T2_75_86_56.3°	7	75	86	56.3	0.98	4.73	127.7
T2_75_86_56.3°	8	75	86	56.3	0.98	4.81	130.4
T2_75_86_56.3°	9	75	86	56.3	0.98	4.91	133.9
T2_75_86_56.3°	10	75	86	56.3	0.98	5.00	137.1
T2_53_106_56.3°	1	53	106	56.3	0.98	3.29	81.4
T2_53_106_56.3°	2	53	106	56.3	0.98	3.47	87.5
T2_53_106_56.3°	3	53	106	56.3	0.98	3.64	93.7
T2_53_106_56.3°	4	53	106	56.3	0.98	3.76	98.1
T2_53_106_56.3°	5	53	106	56.3	0.98	3.88	102.3
T2_53_106_56.3°	6	53	106	56.3	0.98	3.97	105.7
T2_53_106_56.3°	7	53	106	56.3	0.98	4.10	110.5
T2_53_106_56.3°	8	53	106	56.3	0.98	4.21	114.7
T2_53_106_56.3°	9	53	106	56.3	0.98	4.31	118.6
T2_53_106_56.3°	10	53	106	56.3	0.98	4.44	123.6
T2_53_106_56.3°	11	53	106	56.3	0.98	4.50	125.9
T2_62_106_56.3°	1	62	106	56.3	0.98	4.00	93.9
T2_62_106_56.3°	2	62	106	56.3	0.98	4.28	102.3
T2_62_106_56.3°	3	62	106	56.3	0.98	4.50	108.8
T2_62_106_56.3°	4	62	106	56.3	0.98	4.68	114.4
T2_62_106_56.3°	5	62	106	56.3	0.98	4.92	121.8
T2_62_106_56.3°	6	62	106	56.3	0.98	5.03	125.4
T2_62_106_56.3°	7	62	106	56.3	0.98	5.09	127.3

T2_62_106_56.3°	8	62	106	56.3	0.98	5.21	131.1
T2_62_106_56.3°	9	62	106	56.3	0.98	5.35	135.4
T2_62_106_56.3°	10	62	106	56.3	0.98	5.45	138.5
T2_62_106_56.3°	11	62	106	56.3	0.98	5.48	139.7
T2_74_106_56.3°	1	74	106	56.3	0.98	4.87	104.6
T2_74_106_56.3°	2	74	106	56.3	0.98	5.20	112.7
T2_74_106_56.3°	3	74	106	56.3	0.98	5.45	118.7
T2_74_106_56.3°	4	74	106	56.3	0.98	5.62	123.0
T2_74_106_56.3°	5	74	106	56.3	0.98	5.82	127.9
T2_74_106_56.3°	6	74	106	56.3	0.98	5.95	131.1
T2_74_106_56.3°	7	74	106	56.3	0.98	6.07	134.1
T2_74_106_56.3°	8	74	106	56.3	0.98	6.23	138.3
T2_74_106_56.3°	9	74	106	56.3	0.98	6.35	141.2
T2_74_106_56.3°	10	74	106	56.3	0.98	6.42	142.9
T2_74_106_56.3°	11	74	106	56.3	0.98	6.45	143.8
T2_50_142_56.3°	1	50	142	56.3	0.98	4.27	78.8
T2_50_142_56.3°	2	50	142	56.3	0.98	4.77	93.6
T2_50_142_56.3°	3	50	142	56.3	0.98	5.06	102.7
T2_50_142_56.3°	4	50	142	56.3	0.98	5.34	111.6
T2_50_142_56.3°	5	50	142	56.3	0.98	5.55	118.5
T2_50_142_56.3°	6	50	142	56.3	0.98	5.68	122.7
T2_50_142_56.3°	7	50	142	56.3	0.98	5.86	128.9
T2_50_142_56.3°	8	50	142	56.3	0.98	6.05	135.4
T2_50_142_56.3°	9	50	142	56.3	0.98	6.25	142.4
T2_50_142_56.3°	10	50	142	56.3	0.98	6.33	145.5
T2_50_142_56.3°	11	50	142	56.3	0.98	6.45	149.5
T2_50_142_56.3°	12	50	142	56.3	0.98	6.60	155.0
T2_60_142_56.3°	1	60	142	56.3	0.98	5.19	90.0
T2_60_142_56.3°	2	60	142	56.3	0.98	5.63	100.9
T2_60_142_56.3°	3	60	142	56.3	0.98	6.00	110.2
T2_60_142_56.3°	4	60	142	56.3	0.98	6.29	117.6
T2_60_142_56.3°	5	60	142	56.3	0.98	6.57	125.0
T2_60_142_56.3°	6	60	142	56.3	0.98	6.76	129.9
T2_60_142_56.3°	7	60	142	56.3	0.98	7.04	137.5
T2_60_142_56.3°	8	60	142	56.3	0.98	7.07	138.3
T2_60_142_56.3°	9	60	142	56.3	0.98	7.18	141.2
T2_60_142_56.3°	10	60	142	56.3	0.98	7.32	145.3
T2_60_142_56.3°	11	60	142	56.3	0.98	7.41	147.6
T2_60_142_56.3°	12	60	142	56.3	0.98	7.55	151.5
T2_60_142_56.3°	13	60	142	56.3	0.98	7.63	153.9
T2_50_86_63.4°	1	50	86	63.4	1.11	2.73	89.0
T2_50_86_63.4°	2	50	86	63.4	1.11	2.83	93.2
T2_50_86_63.4°	3	50	86	63.4	1.11	2.93	97.0
T2_50_86_63.4°	4	50	86	63.4	1.11	3.05	101.6
T2_50_86_63.4°	5	50	86	63.4	1.11	3.13	105.0
T2_60_86_63.4°	1	60	86	63.4	1.11	3.45	104.8
T2_60_86_63.4°	2	60	86	63.4	1.11	3.55	108.7
T2_60_86_63.4°	3	60	86	63.4	1.11	3.74	116.2
T2_60_86_63.4°	4	60	86	63.4	1.11	3.76	117.0
T2_60_86_63.4°	5	60	86	63.4	1.11	3.85	120.7
T2_60_86_63.4°	6	60	86	63.4	1.11	3.89	121.9
T2_60_86_63.4°	7	60	86	63.4	1.11	4.03	127.6
T2_60_86_63.4°	8	60	86	63.4	1.11	4.13	131.9
T2_60_86_63.4°	9	60	86	63.4	1.11	4.24	136.2
T2_60_86_63.4°	10	60	86	63.4	1.11	4.25	136.9
T2_75_86_63.4°	1	75	86	63.4	1.11	4.52	124.8
T2_75_86_63.4°	2	75	86	63.4	1.11	4.64	128.6
T2_75_86_63.4°	3	75	86	63.4	1.11	4.66	129.0
T2_75_86_63.4°	4	75	86	63.4	1.11	4.84	134.7
T2_75_86_63.4°	5	75	86	63.4	1.11	4.94	137.9

T2_75_86_63.4°	6	75	86	63.4	1.11	5.02	140.5
T2_53_106_63.4°	1	53	106	63.4	1.11	3.45	90.5
T2_53_106_63.4°	2	53	106	63.4	1.11	3.58	94.6
T2_53_106_63.4°	3	53	106	63.4	1.11	3.70	98.7
T2_53_106_63.4°	4	53	106	63.4	1.11	3.76	100.9
T2_53_106_63.4°	5	53	106	63.4	1.11	3.95	107.5
T2_53_106_63.4°	6	53	106	63.4	1.11	3.98	108.6
T2_53_106_63.4°	7	53	106	63.4	1.11	4.10	112.7
T2_53_106_63.4°	8	53	106	63.4	1.11	4.25	118.2
T2_53_106_63.4°	9	53	106	63.4	1.11	4.35	121.8
T2_53_106_63.4°	10	53	106	63.4	1.11	4.40	123.6
T2_62_106_63.4°	1	62	106	63.4	1.11	4.15	102.1
T2_62_106_63.4°	2	62	106	63.4	1.11	4.33	107.6
T2_62_106_63.4°	3	62	106	63.4	1.11	4.51	112.9
T2_62_106_63.4°	4	62	106	63.4	1.11	4.71	119.3
T2_62_106_63.4°	5	62	106	63.4	1.11	4.78	121.3
T2_62_106_63.4°	6	62	106	63.4	1.11	4.87	124.1
T2_62_106_63.4°	7	62	106	63.4	1.11	5.01	128.4
T2_62_106_63.4°	8	62	106	63.4	1.11	5.14	132.5
T2_62_106_63.4°	9	62	106	63.4	1.11	5.23	135.3
T2_62_106_63.4°	10	62	106	63.4	1.11	5.32	138.2
T2_62_106_63.4°	11	62	106	63.4	1.11	5.43	141.6
T2_62_106_63.4°	12	62	106	63.4	1.11	5.46	142.6
T2_74_106_63.4°	1	74	106	63.4	1.11	5.55	122.8
T2_74_106_63.4°	2	74	106	63.4	1.11	5.71	126.8
T2_74_106_63.4°	3	74	106	63.4	1.11	5.83	130.1
T2_74_106_63.4°	4	74	106	63.4	1.11	5.99	134.2
T2_74_106_63.4°	5	74	106	63.4	1.11	6.12	137.6
T2_74_106_63.4°	6	74	106	63.4	1.11	6.17	138.9
T2_74_106_63.4°	7	74	106	63.4	1.11	6.34	143.3
T2_74_106_63.4°	8	74	106	63.4	1.11	6.43	145.9
T2_50_142_63.4°	1	50	142	63.4	1.11	4.33	86.8
T2_50_142_63.4°	2	50	142	63.4	1.11	4.60	93.2
T2_50_142_63.4°	3	50	142	63.4	1.11	4.92	100.9
T2_50_142_63.4°	4	50	142	63.4	1.11	5.09	104.9
T2_50_142_63.4°	5	50	142	63.4	1.11	5.26	108.9
T2_50_142_63.4°	6	50	142	63.4	1.11	5.43	112.9
T2_50_142_63.4°	7	50	142	63.4	1.11	5.59	116.9
T2_50_142_63.4°	8	50	142	63.4	1.11	5.71	119.9
T2_50_142_63.4°	9	50	142	63.4	1.11	5.79	121.6
T2_50_142_63.4°	10	50	142	63.4	1.11	5.95	125.6
T2_50_142_63.4°	11	50	142	63.4	1.11	6.04	127.9
T2_50_142_63.4°	12	50	142	63.4	1.11	6.08	128.8
T2_60_142_63.4°	1	60	142	63.4	1.11	5.65	100.9
T2_60_142_63.4°	2	60	142	63.4	1.11	5.99	108.9
T2_60_142_63.4°	3	60	142	63.4	1.11	6.33	116.7
T2_60_142_63.4°	4	60	142	63.4	1.11	6.50	120.8
T2_60_142_63.4°	5	60	142	63.4	1.11	6.67	124.8
T2_60_142_63.4°	6	60	142	63.4	1.11	6.83	128.8
T2_60_142_63.4°	7	60	142	63.4	1.11	7.00	132.8
T2_60_142_63.4°	8	60	142	63.4	1.11	7.21	137.9
T2_60_142_63.4°	9	60	142	63.4	1.11	7.33	140.9
T2_60_142_63.4°	10	60	142	63.4	1.11	7.43	143.2
T2_60_142_63.4°	11	60	142	63.4	1.11	7.48	144.5
T2_50_86_90°	1	50	86	90.0	1.57	2.42	73.5
T2_50_86_90°	2	50	86	90.0	1.57	2.54	77.3
T2_50_86_90°	3	50	86	90.0	1.57	2.70	82.5
T2_50_86_90°	4	50	86	90.0	1.57	2.82	86.3
T2_50_86_90°	5	50	86	90.0	1.57	2.94	90.1
T2_50_86_90°	6	50	86	90.0	1.57	3.04	93.3

T2_50_86_90°	7	50	86	90.0	1.57	3.15	96.8
T2_50_86_90°	8	50	86	90.0	1.57	3.15	97.0
T2_60_86_90°	1	60	86	90.0	1.57	3.51	98.2
T2_60_86_90°	2	60	86	90.0	1.57	3.63	102.4
T2_60_86_90°	3	60	86	90.0	1.57	3.72	105.5
T2_60_86_90°	4	60	86	90.0	1.57	3.81	108.8
T2_60_86_90°	5	60	86	90.0	1.57	3.93	113.1
T2_60_86_90°	6	60	86	90.0	1.57	4.04	117.2
T2_60_86_90°	7	60	86	90.0	1.57	4.15	121.0
T2_60_86_90°	8	60	86	90.0	1.57	4.25	124.5
T2_60_86_90°	9	60	86	90.0	1.57	4.25	124.8
T2_75_86_90°	1	75	86	90.0	1.57	4.35	109.7
T2_75_86_90°	2	75	86	90.0	1.57	4.49	113.2
T2_75_86_90°	3	75	86	90.0	1.57	4.62	116.6
T2_75_86_90°	4	75	86	90.0	1.57	4.69	118.3
T2_75_86_90°	5	75	86	90.0	1.57	4.78	120.7
T2_75_86_90°	6	75	86	90.0	1.57	4.94	124.9
T2_75_86_90°	7	75	86	90.0	1.57	5.02	127.0
T2_75_86_90°	8	75	86	90.0	1.57	5.10	129.1
T2_53_106_90°	1	53	106	90.0	1.57	3.75	91.1
T2_53_106_90°	2	53	106	90.0	1.57	3.94	96.9
T2_53_106_90°	3	53	106	90.0	1.57	4.04	100.0
T2_53_106_90°	4	53	106	90.0	1.57	4.07	101.1
T2_53_106_90°	5	53	106	90.0	1.57	4.23	106.2
T2_53_106_90°	6	53	106	90.0	1.57	4.33	109.2
T2_53_106_90°	7	53	106	90.0	1.57	4.42	112.1
T2_62_106_90°	1	62	106	90.0	1.57	4.60	103.9
T2_62_106_90°	2	62	106	90.0	1.57	4.70	106.4
T2_62_106_90°	3	62	106	90.0	1.57	4.80	109.1
T2_62_106_90°	4	62	106	90.0	1.57	4.92	112.4
T2_62_106_90°	5	62	106	90.0	1.57	4.99	114.2
T2_62_106_90°	6	62	106	90.0	1.57	5.10	116.8
T2_62_106_90°	7	62	106	90.0	1.57	5.25	120.8
T2_62_106_90°	8	62	106	90.0	1.57	5.31	122.4
T2_62_106_90°	9	62	106	90.0	1.57	5.39	124.5
T2_74_106_90°	1	74	106	90.0	1.57	5.56	108.4
T2_74_106_90°	2	74	106	90.0	1.57	5.69	112.6
T2_74_106_90°	3	74	106	90.0	1.57	5.80	116.3
T2_74_106_90°	4	74	106	90.0	1.57	5.95	120.9
T2_74_106_90°	5	74	106	90.0	1.57	6.04	124.0
T2_74_106_90°	6	74	106	90.0	1.57	6.11	126.2
T2_74_106_90°	7	74	106	90.0	1.57	6.25	130.9
T2_74_106_90°	8	74	106	90.0	1.57	6.26	131.2
T2_50_142_90°	1	50	142	90.0	1.57	5.31	101.5
T2_50_142_90°	2	50	142	90.0	1.57	5.53	106.0
T2_50_142_90°	3	50	142	90.0	1.57	5.69	109.5
T2_50_142_90°	4	50	142	90.0	1.57	5.83	112.5
T2_50_142_90°	5	50	142	90.0	1.57	5.95	115.2
T2_50_142_90°	6	50	142	90.0	1.57	6.12	118.7
T2_50_142_90°	7	50	142	90.0	1.57	6.24	121.5
T2_50_142_90°	8	50	142	90.0	1.57	6.25	121.7
T2_50_142_90°	9	50	142	90.0	1.57	6.36	123.9
T2_60_142_90°	1	60	142	90.0	1.57	6.22	109.6
T2_60_142_90°	2	60	142	90.0	1.57	6.55	116.5
T2_60_142_90°	3	60	142	90.0	1.57	6.76	121.2
T2_60_142_90°	4	60	142	90.0	1.57	6.92	124.7
T2_60_142_90°	5	60	142	90.0	1.57	6.98	126.0
T2_60_142_90°	6	60	142	90.0	1.57	7.14	129.3
T2_60_142_90°	7	60	142	90.0	1.57	7.17	130.1
T2_60_142_90°	8	60	142	90.0	1.57	7.33	133.5

T2_60_142_90°	9	60	142	90.0	1.57	7.43	135.7
T2_60_142_90°	10	60	142	90.0	1.57	7.52	137.8
T2_60_142_90°	11	60	142	90.0	1.57	7.56	138.6

Tabella a.2.2 - Coefficienti di efflusso sperimentali, $C_{d,Exp}$, e calcolati, $C_{d,Calc}$, relativi ai test con soglia (test T2).

Test	n° prova	a (mm)	b (mm)	θ (°)	θ (rad)	Q (l/s)	h_0 (mm)	a/h_0	b/a	C_d	$C_{d,Calc}$	e (%)	e (%)
T2_50_86_56.3°	1	50	86	56.3	0.98	2.26	72.0	0.694	1.72	0.442	0.441	0.17	0.17
T2_50_86_56.3°	2	50	86	56.3	0.98	2.39	76.4	0.654	1.72	0.454	0.449	1.16	1.16
T2_50_86_56.3°	3	50	86	56.3	0.98	2.50	80.2	0.624	1.72	0.464	0.455	1.96	1.96
T2_50_86_56.3°	4	50	86	56.3	0.98	2.58	82.9	0.603	1.72	0.471	0.459	2.53	2.53
T2_50_86_56.3°	5	50	86	56.3	0.98	2.66	85.6	0.584	1.72	0.478	0.464	3.05	3.05
T2_50_86_56.3°	6	50	86	56.3	0.98	2.83	91.1	0.549	1.72	0.492	0.472	4.06	4.06
T2_50_86_56.3°	7	50	86	56.3	0.98	2.90	93.4	0.535	1.72	0.498	0.475	4.48	4.48
T2_50_86_56.3°	8	50	86	56.3	0.98	3.02	97.6	0.512	1.72	0.508	0.481	5.19	5.19
T2_50_86_56.3°	9	50	86	56.3	0.98	3.14	101.5	0.493	1.72	0.517	0.487	5.81	5.81
T2_50_86_56.3°	10	50	86	56.3	0.98	3.17	102.8	0.486	1.72	0.520	0.489	6.02	6.02
T2_60_86_56.3°	1	60	86	56.3	0.98	2.99	88.4	0.678	1.43	0.440	0.444	-0.97	0.97
T2_60_86_56.3°	2	60	86	56.3	0.98	3.17	94.8	0.633	1.43	0.451	0.453	-0.44	0.44
T2_60_86_56.3°	3	60	86	56.3	0.98	3.35	101.0	0.594	1.43	0.461	0.461	0.03	0.03
T2_60_86_56.3°	4	60	86	56.3	0.98	3.50	106.0	0.566	1.43	0.470	0.468	0.40	0.40
T2_60_86_56.3°	5	60	86	56.3	0.98	3.63	110.7	0.542	1.43	0.477	0.474	0.72	0.72
T2_60_86_56.3°	6	60	86	56.3	0.98	3.72	114.1	0.526	1.43	0.482	0.478	0.94	0.94
T2_60_86_56.3°	7	60	86	56.3	0.98	3.82	117.4	0.511	1.43	0.487	0.482	1.16	1.16
T2_60_86_56.3°	8	60	86	56.3	0.98	3.90	120.5	0.498	1.43	0.492	0.485	1.34	1.34
T2_60_86_56.3°	9	60	86	56.3	0.98	4.04	125.5	0.478	1.43	0.499	0.491	1.65	1.65
T2_60_86_56.3°	10	60	86	56.3	0.98	4.15	129.3	0.464	1.43	0.505	0.495	1.87	1.87
T2_60_86_56.3°	11	60	86	56.3	0.98	4.24	132.7	0.452	1.43	0.509	0.499	2.06	2.06
T2_60_86_56.3°	12	60	86	56.3	0.98	4.35	136.5	0.440	1.43	0.515	0.503	2.27	2.27
T2_75_86_56.3°	1	75	86	56.3	0.98	3.91	100.8	0.744	1.15	0.431	0.432	-0.40	0.40
T2_75_86_56.3°	2	75	86	56.3	0.98	4.11	107.3	0.699	1.15	0.439	0.440	-0.30	0.30
T2_75_86_56.3°	3	75	86	56.3	0.98	4.28	113.0	0.664	1.15	0.446	0.447	-0.21	0.21
T2_75_86_56.3°	4	75	86	56.3	0.98	4.40	116.9	0.642	1.15	0.451	0.451	-0.16	0.16
T2_75_86_56.3°	5	75	86	56.3	0.98	4.51	120.5	0.622	1.15	0.455	0.455	-0.11	0.11
T2_75_86_56.3°	6	75	86	56.3	0.98	4.65	125.2	0.599	1.15	0.460	0.460	-0.04	0.04
T2_75_86_56.3°	7	75	86	56.3	0.98	4.73	127.7	0.587	1.15	0.463	0.463	-0.01	0.01
T2_75_86_56.3°	8	75	86	56.3	0.98	4.81	130.4	0.575	1.15	0.466	0.466	0.02	0.02
T2_75_86_56.3°	9	75	86	56.3	0.98	4.91	133.9	0.560	1.15	0.470	0.469	0.07	0.07
T2_75_86_56.3°	10	75	86	56.3	0.98	5.00	137.1	0.547	1.15	0.473	0.472	0.10	0.10
T2_53_106_56.3°	1	53	106	56.3	0.98	3.29	81.4	0.651	2.00	0.464	0.449	3.11	3.11
T2_53_106_56.3°	2	53	106	56.3	0.98	3.47	87.5	0.606	2.00	0.471	0.459	2.62	2.62
T2_53_106_56.3°	3	53	106	56.3	0.98	3.64	93.7	0.566	2.00	0.478	0.468	2.16	2.16
T2_53_106_56.3°	4	53	106	56.3	0.98	3.76	98.1	0.540	2.00	0.483	0.474	1.85	1.85
T2_53_106_56.3°	5	53	106	56.3	0.98	3.88	102.3	0.518	2.00	0.487	0.480	1.57	1.57
T2_53_106_56.3°	6	53	106	56.3	0.98	3.97	105.7	0.502	2.00	0.491	0.484	1.35	1.35
T2_53_106_56.3°	7	53	106	56.3	0.98	4.10	110.5	0.479	2.00	0.496	0.491	1.04	1.04
T2_53_106_56.3°	8	53	106	56.3	0.98	4.21	114.7	0.462	2.00	0.500	0.496	0.79	0.79
T2_53_106_56.3°	9	53	106	56.3	0.98	4.31	118.6	0.447	2.00	0.504	0.501	0.56	0.56
T2_53_106_56.3°	10	53	106	56.3	0.98	4.44	123.6	0.429	2.00	0.508	0.507	0.28	0.28
T2_53_106_56.3°	11	53	106	56.3	0.98	4.50	125.9	0.421	2.00	0.510	0.509	0.15	0.15
T2_62_106_56.3°	1	62	106	56.3	0.98	4.00	93.9	0.660	1.71	0.449	0.447	0.24	0.24
T2_62_106_56.3°	2	62	106	56.3	0.98	4.28	102.3	0.606	1.71	0.460	0.459	0.29	0.29
T2_62_106_56.3°	3	62	106	56.3	0.98	4.50	108.8	0.570	1.71	0.468	0.467	0.32	0.32
T2_62_106_56.3°	4	62	106	56.3	0.98	4.68	114.4	0.542	1.71	0.475	0.474	0.35	0.35
T2_62_106_56.3°	5	62	106	56.3	0.98	4.92	121.8	0.509	1.71	0.484	0.482	0.39	0.39
T2_62_106_56.3°	6	62	106	56.3	0.98	5.03	125.4	0.494	1.71	0.488	0.486	0.40	0.40
T2_62_106_56.3°	7	62	106	56.3	0.98	5.09	127.3	0.487	1.71	0.490	0.488	0.41	0.41
T2_62_106_56.3°	8	62	106	56.3	0.98	5.21	131.1	0.473	1.71	0.495	0.493	0.43	0.43
T2_62_106_56.3°	9	62	106	56.3	0.98	5.35	135.4	0.458	1.71	0.499	0.497	0.44	0.44
T2_62_106_56.3°	10	62	106	56.3	0.98	5.45	138.5	0.447	1.71	0.503	0.500	0.46	0.46
T2_62_106_56.3°	11	62	106	56.3	0.98	5.48	139.7	0.444	1.71	0.504	0.502	0.46	0.46
T2_74_106_56.3°	1	74	106	56.3	0.98	4.87	104.6	0.708	1.43	0.433	0.439	-1.21	1.21
T2_74_106_56.3°	2	74	106	56.3	0.98	5.20	112.7	0.657	1.43	0.446	0.448	-0.48	0.48
T2_74_106_56.3°	3	74	106	56.3	0.98	5.45	118.7	0.623	1.43	0.455	0.455	0.02	0.02
T2_74_106_56.3°	4	74	106	56.3	0.98	5.62	123.0	0.602	1.43	0.461	0.460	0.37	0.37
T2_74_106_56.3°	5	74	106	56.3	0.98	5.82	127.9	0.579	1.43	0.468	0.465	0.74	0.74
T2_74_106_56.3°	6	74	106	56.3	0.98	5.95	131.1	0.565	1.43	0.473	0.468	0.98	0.98
T2_74_106_56.3°	7	74	106	56.3	0.98	6.07	134.1	0.552	1.43	0.477	0.471	1.20	1.20

T2_74_106_56.3°	8	74	106	56.3	0.98	6.23	138.3	0.535	1.43	0.483	0.475	1.49	1.49
T2_74_106_56.3°	9	74	106	56.3	0.98	6.35	141.2	0.524	1.43	0.486	0.478	1.69	1.69
T2_74_106_56.3°	10	74	106	56.3	0.98	6.42	142.9	0.518	1.43	0.489	0.480	1.80	1.80
T2_74_106_56.3°	11	74	106	56.3	0.98	6.45	143.8	0.515	1.43	0.490	0.481	1.86	1.86
T2_50_142_56.3°	1	50	142	56.3	0.98	4.27	78.8	0.634	2.84	0.484	0.453	6.37	6.37
T2_50_142_56.3°	2	50	142	56.3	0.98	4.77	93.6	0.534	2.84	0.496	0.476	4.03	4.03
T2_50_142_56.3°	3	50	142	56.3	0.98	5.06	102.7	0.487	2.84	0.502	0.489	2.74	2.74
T2_50_142_56.3°	4	50	142	56.3	0.98	5.34	111.6	0.448	2.84	0.508	0.500	1.58	1.58
T2_50_142_56.3°	5	50	142	56.3	0.98	5.55	118.5	0.422	2.84	0.513	0.509	0.73	0.73
T2_50_142_56.3°	6	50	142	56.3	0.98	5.68	122.7	0.407	2.84	0.515	0.514	0.23	0.23
T2_50_142_56.3°	7	50	142	56.3	0.98	5.86	128.9	0.388	2.84	0.519	0.522	-0.48	0.48
T2_50_142_56.3°	8	50	142	56.3	0.98	6.05	135.4	0.369	2.84	0.523	0.529	-1.19	1.19
T2_50_142_56.3°	9	50	142	56.3	0.98	6.25	142.4	0.351	2.84	0.527	0.537	-1.92	1.92
T2_50_142_56.3°	10	50	142	56.3	0.98	6.33	145.5	0.344	2.84	0.528	0.540	-2.24	2.24
T2_50_142_56.3°	11	50	142	56.3	0.98	6.45	149.5	0.334	2.84	0.530	0.544	-2.64	2.64
T2_50_142_56.3°	12	50	142	56.3	0.98	6.60	155.0	0.323	2.84	0.533	0.550	-3.17	3.17
T2_60_142_56.3°	1	60	142	56.3	0.98	5.19	90.0	0.667	2.37	0.459	0.446	2.68	2.68
T2_60_142_56.3°	2	60	142	56.3	0.98	5.63	100.9	0.595	2.37	0.470	0.461	1.91	1.91
T2_60_142_56.3°	3	60	142	56.3	0.98	6.00	110.2	0.544	2.37	0.479	0.473	1.31	1.31
T2_60_142_56.3°	4	60	142	56.3	0.98	6.29	117.6	0.510	2.37	0.486	0.482	0.87	0.87
T2_60_142_56.3°	5	60	142	56.3	0.98	6.57	125.0	0.480	2.37	0.493	0.491	0.45	0.45
T2_60_142_56.3°	6	60	142	56.3	0.98	6.76	129.9	0.462	2.37	0.497	0.496	0.18	0.18
T2_60_142_56.3°	7	60	142	56.3	0.98	7.04	137.5	0.436	2.37	0.503	0.504	-0.21	0.21
T2_60_142_56.3°	8	60	142	56.3	0.98	7.07	138.3	0.434	2.37	0.504	0.505	-0.25	0.25
T2_60_142_56.3°	9	60	142	56.3	0.98	7.18	141.2	0.425	2.37	0.506	0.508	-0.40	0.40
T2_60_142_56.3°	10	60	142	56.3	0.98	7.32	145.3	0.413	2.37	0.509	0.512	-0.59	0.59
T2_60_142_56.3°	11	60	142	56.3	0.98	7.41	147.6	0.407	2.37	0.511	0.515	-0.70	0.70
T2_60_142_56.3°	12	60	142	56.3	0.98	7.55	151.5	0.396	2.37	0.514	0.518	-0.88	0.88
T2_60_142_56.3°	13	60	142	56.3	0.98	7.63	153.9	0.390	2.37	0.516	0.521	-0.99	0.99
T2_50_86_63.4°	1	50	86	63.4	1.11	2.73	89.0	0.562	1.72	0.480	0.477	0.57	0.57
T2_50_86_63.4°	2	50	86	63.4	1.11	2.83	93.2	0.537	1.72	0.487	0.483	0.81	0.81
T2_50_86_63.4°	3	50	86	63.4	1.11	2.93	97.0	0.516	1.72	0.494	0.489	1.02	1.02
T2_50_86_63.4°	4	50	86	63.4	1.11	3.05	101.6	0.492	1.72	0.502	0.496	1.26	1.26
T2_50_86_63.4°	5	50	86	63.4	1.11	3.13	105.0	0.476	1.72	0.508	0.500	1.43	1.43
T2_60_86_63.4°	1	60	86	63.4	1.11	3.45	104.8	0.573	1.43	0.467	0.474	-1.68	1.68
T2_60_86_63.4°	2	60	86	63.4	1.11	3.55	108.7	0.552	1.43	0.472	0.480	-1.70	1.70
T2_60_86_63.4°	3	60	86	63.4	1.11	3.74	116.2	0.516	1.43	0.480	0.489	-1.73	1.73
T2_60_86_63.4°	4	60	86	63.4	1.11	3.76	117.0	0.513	1.43	0.481	0.490	-1.73	1.73
T2_60_86_63.4°	5	60	86	63.4	1.11	3.85	120.7	0.497	1.43	0.486	0.494	-1.74	1.74
T2_60_86_63.4°	6	60	86	63.4	1.11	3.89	121.9	0.492	1.43	0.487	0.496	-1.75	1.75
T2_60_86_63.4°	7	60	86	63.4	1.11	4.03	127.6	0.470	1.43	0.493	0.502	-1.77	1.77
T2_60_86_63.4°	8	60	86	63.4	1.11	4.13	131.9	0.455	1.43	0.498	0.507	-1.79	1.79
T2_60_86_63.4°	9	60	86	63.4	1.11	4.24	136.2	0.441	1.43	0.503	0.512	-1.80	1.80
T2_60_86_63.4°	10	60	86	63.4	1.11	4.25	136.9	0.438	1.43	0.503	0.512	-1.80	1.80
T2_75_86_63.4°	1	75	86	63.4	1.11	4.52	124.8	0.601	1.15	0.448	0.468	-4.43	4.43
T2_75_86_63.4°	2	75	86	63.4	1.11	4.64	128.6	0.583	1.15	0.453	0.472	-4.12	4.12
T2_75_86_63.4°	3	75	86	63.4	1.11	4.66	129.0	0.581	1.15	0.454	0.472	-4.09	4.09
T2_75_86_63.4°	4	75	86	63.4	1.11	4.84	134.7	0.557	1.15	0.461	0.478	-3.66	3.66
T2_75_86_63.4°	5	75	86	63.4	1.11	4.94	137.9	0.544	1.15	0.466	0.481	-3.42	3.42
T2_75_86_63.4°	6	75	86	63.4	1.11	5.02	140.5	0.534	1.15	0.469	0.484	-3.23	3.23
T2_53_106_63.4°	1	53	106	63.4	1.11	3.45	90.5	0.586	2.00	0.462	0.471	-2.10	2.10
T2_53_106_63.4°	2	53	106	63.4	1.11	3.58	94.6	0.560	2.00	0.467	0.477	-2.16	2.16
T2_53_106_63.4°	3	53	106	63.4	1.11	3.70	98.7	0.537	2.00	0.473	0.483	-2.22	2.22
T2_53_106_63.4°	4	53	106	63.4	1.11	3.76	100.9	0.525	2.00	0.476	0.486	-2.25	2.25
T2_53_106_63.4°	5	53	106	63.4	1.11	3.95	107.5	0.493	2.00	0.484	0.495	-2.34	2.34
T2_53_106_63.4°	6	53	106	63.4	1.11	3.98	108.6	0.488	2.00	0.485	0.497	-2.35	2.35
T2_53_106_63.4°	7	53	106	63.4	1.11	4.10	112.7	0.470	2.00	0.490	0.502	-2.40	2.40
T2_53_106_63.4°	8	53	106	63.4	1.11	4.25	118.2	0.448	2.00	0.497	0.509	-2.47	2.47
T2_53_106_63.4°	9	53	106	63.4	1.11	4.35	121.8	0.435	2.00	0.501	0.513	-2.51	2.51
T2_53_106_63.4°	10	53	106	63.4	1.11	4.40	123.6	0.429	2.00	0.503	0.516	-2.53	2.53
T2_62_106_63.4°	1	62	106	63.4	1.11	4.15	102.1	0.607	1.71	0.446	0.467	-4.53	4.53
T2_62_106_63.4°	2	62	106	63.4	1.11	4.33	107.6	0.576	1.71	0.454	0.474	-4.36	4.36
T2_62_106_63.4°	3	62	106	63.4	1.11	4.51	112.9	0.549	1.71	0.461	0.480	-4.19	4.19
T2_62_106_63.4°	4	62	106	63.4	1.11	4.71	119.3	0.520	1.71	0.469	0.488	-4.00	4.00
T2_62_106_63.4°	5	62	106	63.4	1.11	4.78	121.3	0.511	1.71	0.472	0.490	-3.94	3.94
T2_62_106_63.4°	6	62	106	63.4	1.11	4.87	124.1	0.500	1.71	0.475	0.493	-3.87	3.87
T2_62_106_63.4°	7	62	106	63.4	1.11	5.01	128.4	0.483	1.71	0.480	0.498	-3.75	3.75
T2_62_106_63.4°	8	62	106	63.4	1.11	5.14	132.5	0.468	1.71	0.485	0.503	-3.64	3.64
T2_62_106_63.4°	9	62	106	63.4	1.11	5.23	135.3	0.458	1.71	0.488	0.506	-3.57	3.57
T2_62_106_63.4°	10	62	106	63.4	1.11	5.32	138.2	0.449	1.71	0.492	0.509	-3.50	3.50

T2_62_106_63.4°	11	62	106	63.4	1.11	5.43	141.6	0.438	1.71	0.496	0.512	-3.42	3.42
T2_62_106_63.4°	12	62	106	63.4	1.11	5.46	142.6	0.435	1.71	0.497	0.514	-3.39	3.39
T2_74_106_63.4°	1	74	106	63.4	1.11	5.55	122.8	0.603	1.43	0.456	0.467	-2.44	2.44
T2_74_106_63.4°	2	74	106	63.4	1.11	5.71	126.8	0.583	1.43	0.462	0.472	-2.22	2.22
T2_74_106_63.4°	3	74	106	63.4	1.11	5.83	130.1	0.569	1.43	0.466	0.475	-2.05	2.05
T2_74_106_63.4°	4	74	106	63.4	1.11	5.99	134.2	0.551	1.43	0.471	0.480	-1.85	1.85
T2_74_106_63.4°	5	74	106	63.4	1.11	6.12	137.6	0.538	1.43	0.475	0.483	-1.68	1.68
T2_74_106_63.4°	6	74	106	63.4	1.11	6.17	138.9	0.533	1.43	0.477	0.484	-1.62	1.62
T2_74_106_63.4°	7	74	106	63.4	1.11	6.34	143.3	0.516	1.43	0.482	0.489	-1.41	1.41
T2_74_106_63.4°	8	74	106	63.4	1.11	6.43	145.9	0.507	1.43	0.485	0.491	-1.29	1.29
T2_50_142_63.4°	1	50	142	63.4	1.11	4.33	86.8	0.576	2.84	0.467	0.474	-1.43	1.43
T2_50_142_63.4°	2	50	142	63.4	1.11	4.60	93.2	0.536	2.84	0.479	0.483	-0.90	0.90
T2_50_142_63.4°	3	50	142	63.4	1.11	4.92	100.9	0.495	2.84	0.493	0.495	-0.31	0.31
T2_50_142_63.4°	4	50	142	63.4	1.11	5.09	104.9	0.477	2.84	0.500	0.500	-0.02	0.02
T2_50_142_63.4°	5	50	142	63.4	1.11	5.26	108.9	0.459	2.84	0.507	0.506	0.26	0.26
T2_50_142_63.4°	6	50	142	63.4	1.11	5.43	112.9	0.443	2.84	0.514	0.511	0.53	0.53
T2_50_142_63.4°	7	50	142	63.4	1.11	5.59	116.9	0.428	2.84	0.520	0.516	0.78	0.78
T2_50_142_63.4°	8	50	142	63.4	1.11	5.71	119.9	0.417	2.84	0.525	0.520	0.97	0.97
T2_50_142_63.4°	9	50	142	63.4	1.11	5.79	121.6	0.411	2.84	0.528</			

T2_62_106_90°	6	62	106	90.0	1.57	5.10	116.8	0.531	1.71	0.512	0.510	0.37	0.37
T2_62_106_90°	7	62	106	90.0	1.57	5.25	120.8	0.513	1.71	0.519	0.515	0.67	0.67
T2_62_106_90°	8	62	106	90.0	1.57	5.31	122.4	0.507	1.71	0.521	0.517	0.79	0.79
T2_62_106_90°	9	62	106	90.0	1.57	5.39	124.5	0.498	1.71	0.525	0.520	0.94	0.94
T2_74_106_90°	1	74	106	90.0	1.57	5.56	108.4	0.683	1.43	0.486	0.475	2.28	2.28
T2_74_106_90°	2	74	106	90.0	1.57	5.69	112.6	0.657	1.43	0.488	0.480	1.67	1.67
T2_74_106_90°	3	74	106	90.0	1.57	5.80	116.3	0.636	1.43	0.490	0.484	1.15	1.15
T2_74_106_90°	4	74	106	90.0	1.57	5.95	120.9	0.612	1.43	0.492	0.490	0.51	0.51
T2_74_106_90°	5	74	106	90.0	1.57	6.04	124.0	0.597	1.43	0.494	0.493	0.10	0.10
T2_74_106_90°	6	74	106	90.0	1.57	6.11	126.2	0.587	1.43	0.495	0.496	-0.18	0.18
T2_74_106_90°	7	74	106	90.0	1.57	6.25	130.9	0.565	1.43	0.497	0.501	-0.79	0.79
T2_74_106_90°	8	74	106	90.0	1.57	6.26	131.2	0.564	1.43	0.497	0.502	-0.84	0.84
T2_50_142_90°	1	50	142	90.0	1.57	5.31	101.5	0.493	2.84	0.531	0.521	1.75	1.75
T2_50_142_90°	2	50	142	90.0	1.57	5.53	106.0	0.472	2.84	0.540	0.528	2.22	2.22
T2_50_142_90°	3	50	142	90.0	1.57	5.69	109.5	0.456	2.84	0.547	0.533	2.56	2.56
T2_50_142_90°	4	50	142	90.0	1.57	5.83	112.5	0.445	2.84	0.553	0.537	2.83	2.83
T2_50_142_90°	5	50	142	90.0	1.57	5.95	115.2	0.434	2.84	0.558	0.541	3.08	3.08
T2_50_142_90°	6	50	142	90.0	1.57	6.12	118.7	0.421	2.84	0.565	0.545	3.40	3.40
T2_50_142_90°	7	50	142	90.0	1.57	6.24	121.5	0.412	2.84	0.570	0.549	3.63	3.63
T2_50_142_90°	8	50	142	90.0	1.57	6.25	121.7	0.411	2.84	0.570	0.549	3.65	3.65
T2_50_142_90°	9	50	142	90.0	1.57	6.36	123.9	0.403	2.84	0.574	0.552	3.84	3.84
T2_60_142_90°	1	60	142	90.0	1.57	6.22	109.6	0.548	2.37	0.498	0.506	-1.54	1.54
T2_60_142_90°	2	60	142	90.0	1.57	6.55	116.5	0.515	2.37	0.508	0.515	-1.29	1.29
T2_60_142_90°	3	60	142	90.0	1.57	6.76	121.2	0.495	2.37	0.515	0.521	-1.13	1.13
T2_60_142_90°	4	60	142	90.0	1.57	6.92	124.7	0.481	2.37	0.520	0.525	-1.01	1.01
T2_60_142_90°	5	60	142	90.0	1.57	6.98	126.0	0.476	2.37	0.521	0.526	-0.97	0.97
T2_60_142_90°	6	60	142	90.0	1.57	7.14	129.3	0.464	2.37	0.526	0.530	-0.86	0.86
T2_60_142_90°	7	60	142	90.0	1.57	7.17	130.1	0.461	2.37	0.527	0.531	-0.84	0.84
T2_60_142_90°	8	60	142	90.0	1.57	7.33	133.5	0.449	2.37	0.531	0.535	-0.73	0.73
T2_60_142_90°	9	60	142	90.0	1.57	7.43	135.7	0.442	2.37	0.534	0.538	-0.67	0.67
T2_60_142_90°	10	60	142	90.0	1.57	7.52	137.8	0.436	2.37	0.537	0.540	-0.60	0.60
T2_60_142_90°	11	60	142	90.0	1.57	7.56	138.6	0.433	2.37	0.538	0.541	-0.58	0.58

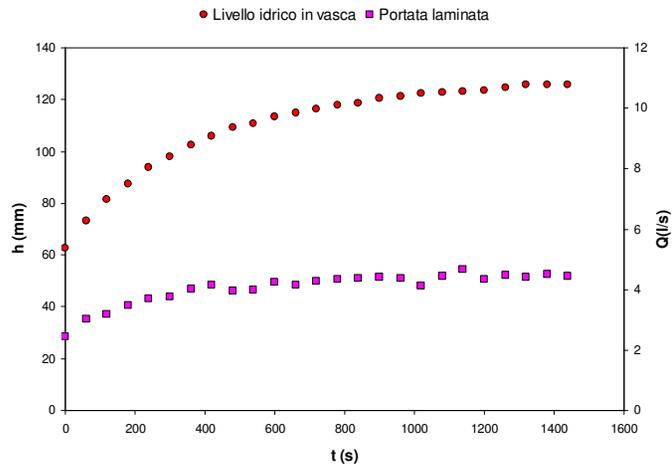


Fig. 11. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia con soglia, con apertura $a=53$ mm, larghezza $b=106$ mm, angolo di inclinazione $\theta=56.3^\circ$.

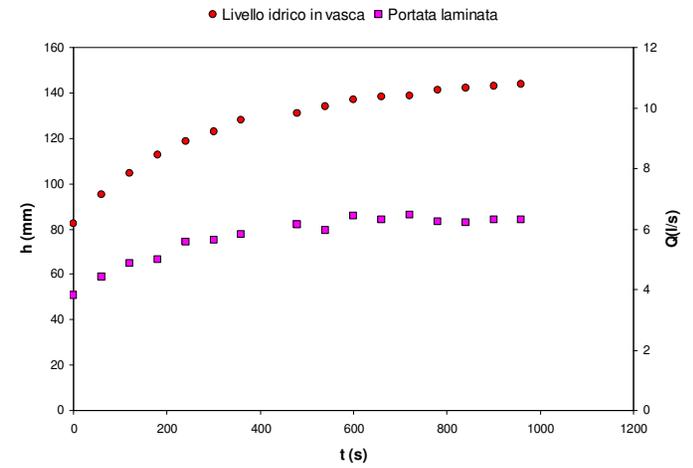


Fig. 13. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia con soglia, con apertura $a=74$ mm, larghezza $b=106$ mm, angolo di inclinazione $\theta=56.3^\circ$.

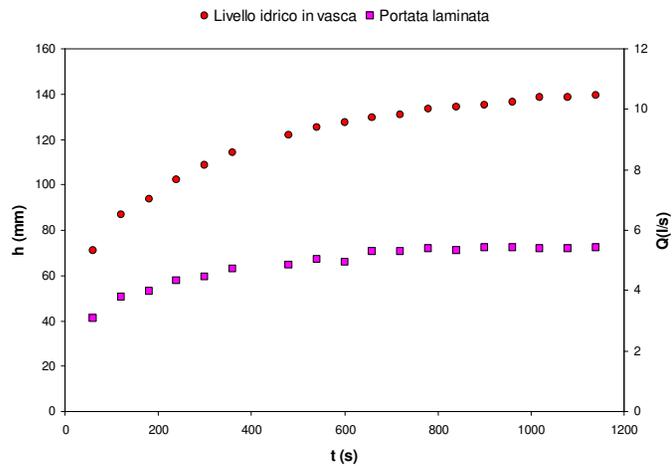


Fig. 12. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia con soglia, con apertura $a=62$ mm, larghezza $b=106$ mm, angolo di inclinazione $\theta=56.3^\circ$.

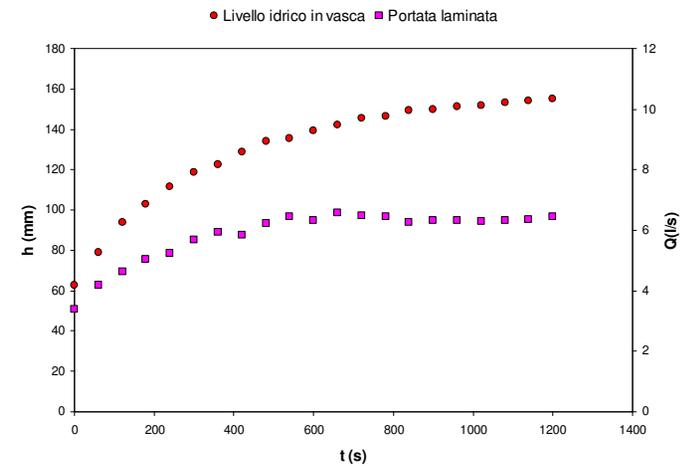


Fig. 14. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia con soglia, con apertura $a=50$ mm, larghezza $b=142$ mm, angolo di inclinazione $\theta=56.3^\circ$.

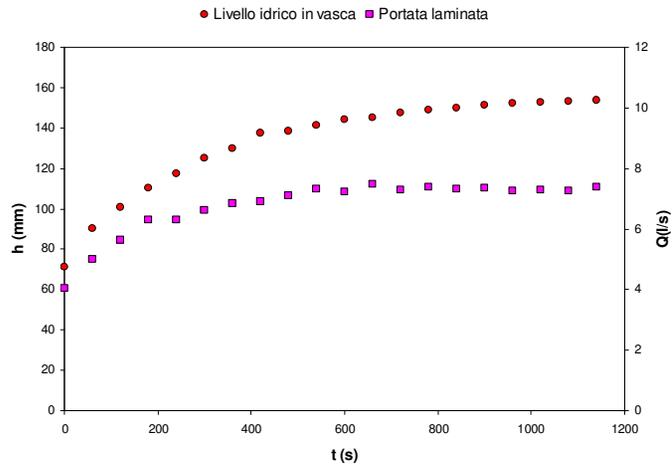


Fig. 15. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia con soglia, con apertura $a=60$ mm, larghezza $b=142$ mm, angolo di inclinazione $\theta=56.3^\circ$.

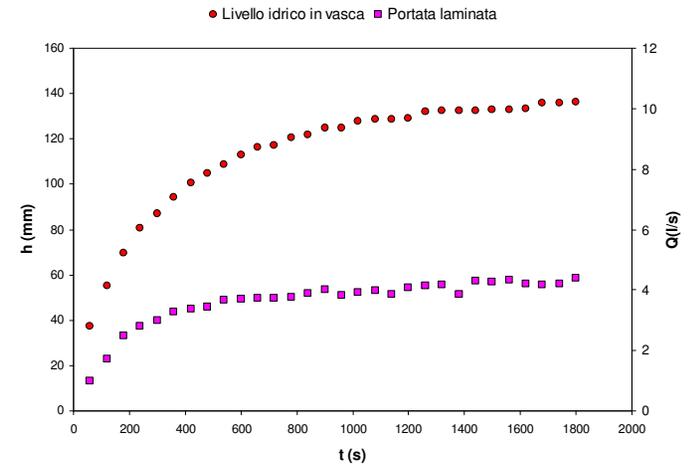


Fig. 17. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia con soglia, con apertura $a=60$ mm, larghezza $b=86$ mm, angolo di inclinazione $\theta=63.4^\circ$.

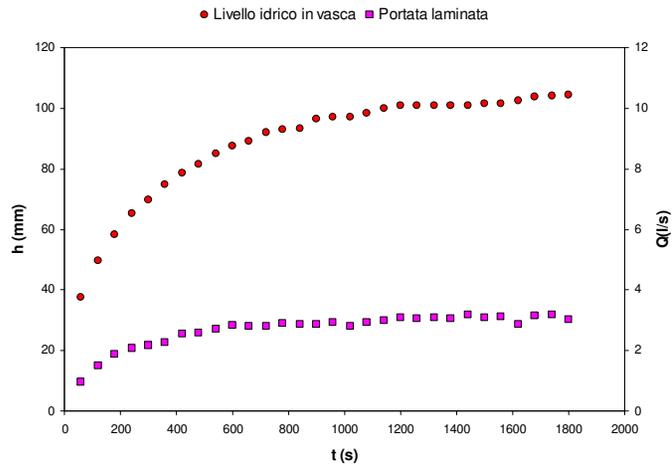


Fig. 16. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia con soglia, con apertura $a=50$ mm, larghezza $b=86$ mm, angolo di inclinazione $\theta=63.4^\circ$.

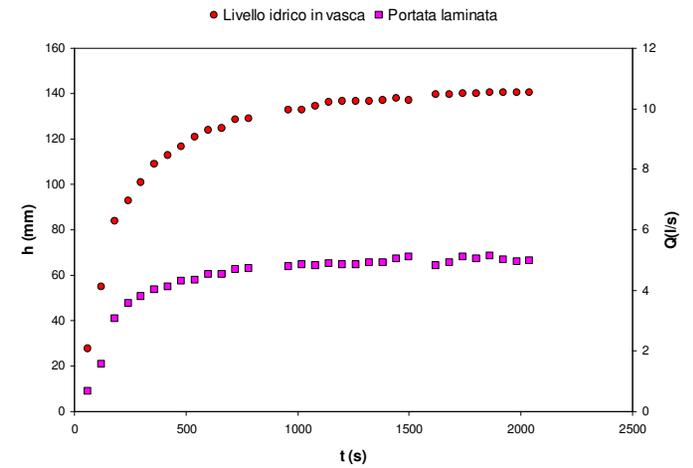


Fig. 18. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia con soglia, con apertura $a=75$ mm, larghezza $b=86$ mm, angolo di inclinazione $\theta=63.4^\circ$.

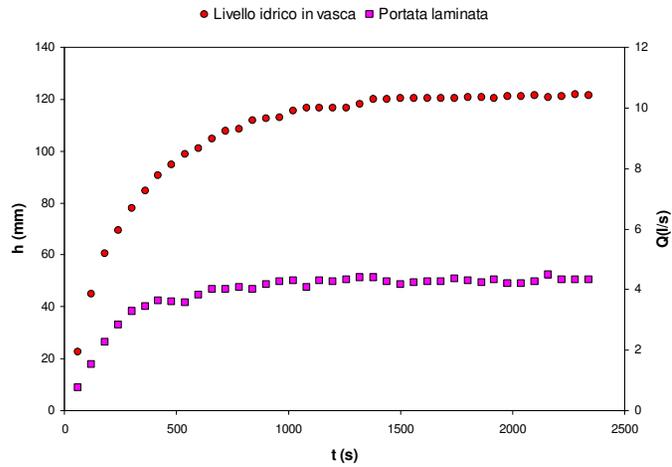


Fig. 19. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia con soglia, con apertura $a=53$ mm, larghezza $b=106$ mm, angolo di inclinazione $\theta=63.4^\circ$.

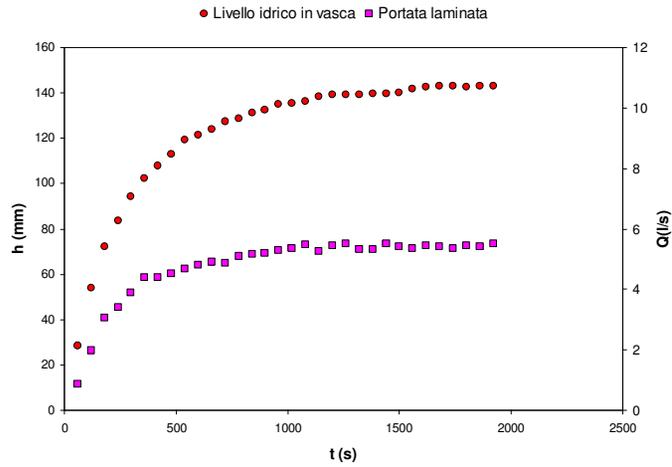


Fig. 20. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia con soglia, con apertura $a=62$ mm, larghezza $b=106$ mm, angolo di inclinazione $\theta=63.4^\circ$.

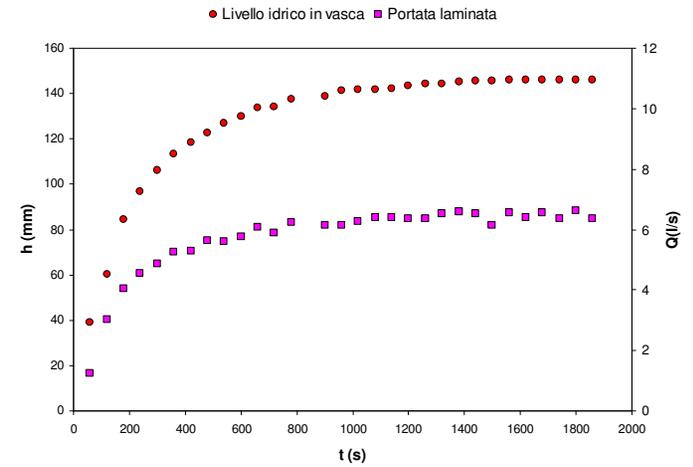


Fig. 21. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia con soglia, con apertura $a=74$ mm, larghezza $b=106$ mm, angolo di inclinazione $\theta=63.4^\circ$.

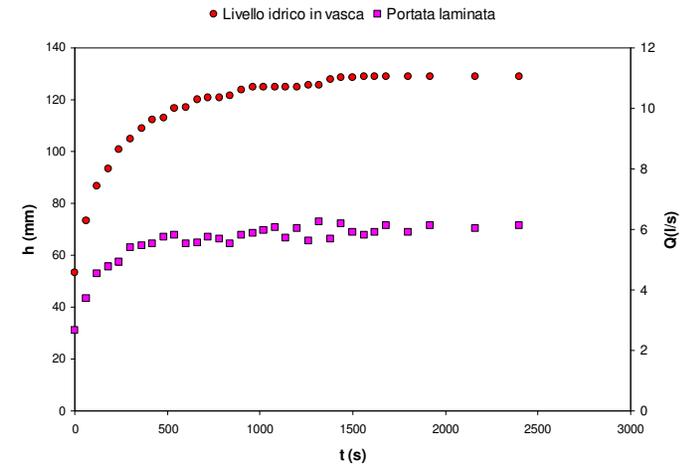


Fig. 22. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia con soglia, con apertura $a=50$ mm, larghezza $b=142$ mm, angolo di inclinazione $\theta=63.4^\circ$.

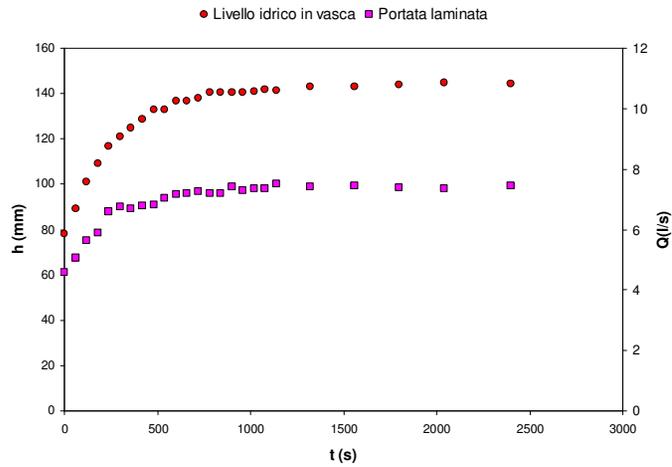


Fig. 23. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia con soglia, con apertura $a=60$ mm, larghezza $b=142$ mm, angolo di inclinazione $\theta=63.4^\circ$.

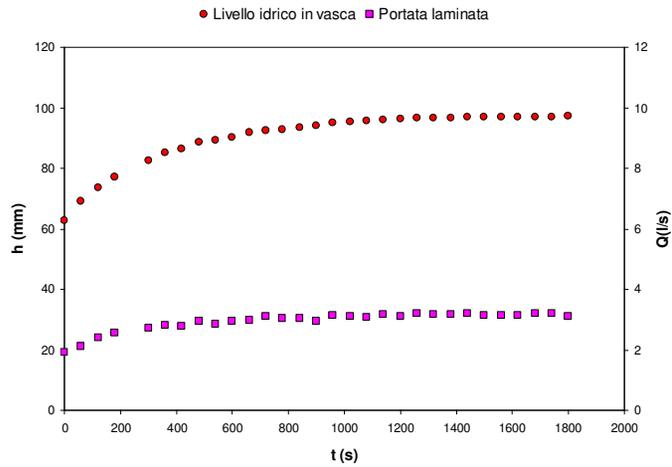


Fig. 24. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia con soglia, con apertura $a=50$ mm, larghezza $b=86$ mm, angolo di inclinazione $\theta=90^\circ$.

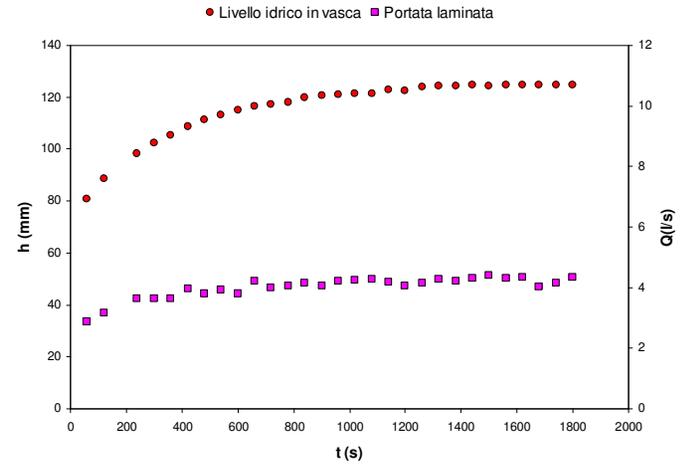


Fig. 25. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia con soglia, con apertura $a=60$ mm, larghezza $b=86$ mm, angolo di inclinazione $\theta=90^\circ$.

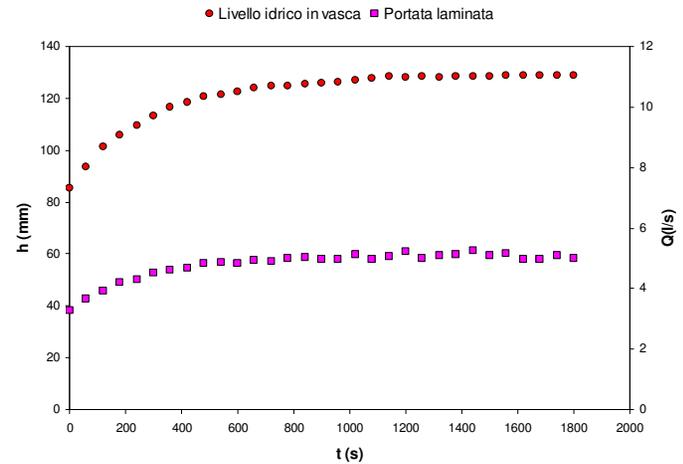


Fig. 26. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia con soglia, con apertura $a=75$ mm, larghezza $b=86$ mm, angolo di inclinazione $\theta=90^\circ$.

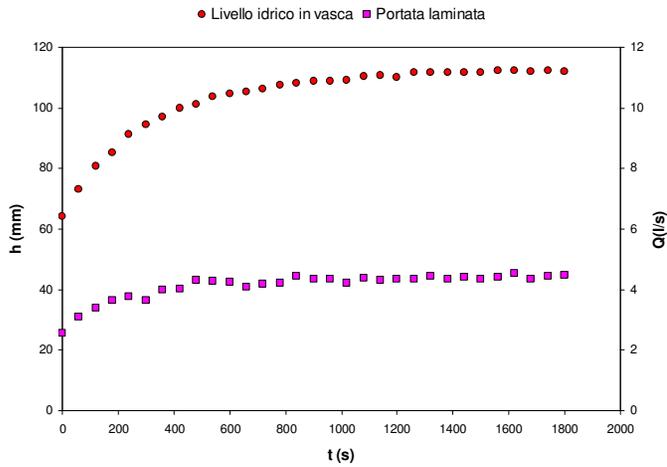


Fig. 27. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia con soglia, con apertura $a=53$ mm, larghezza $b=106$ mm, angolo di inclinazione $\theta=90^\circ$.

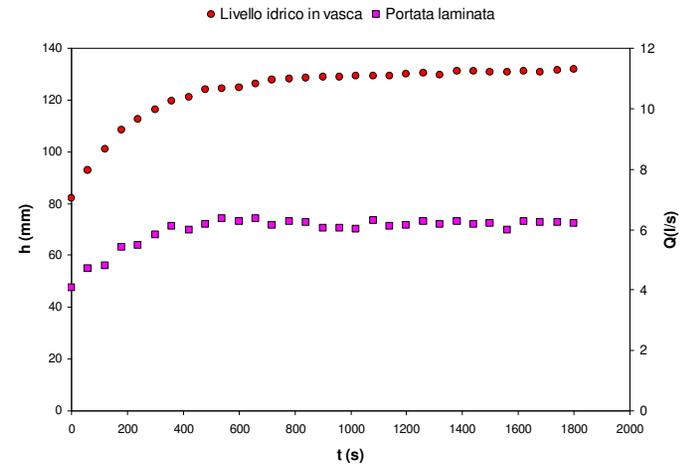


Fig. 29. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia con soglia, con apertura $a=74$ mm, larghezza $b=106$ mm, angolo di inclinazione $\theta=90^\circ$.

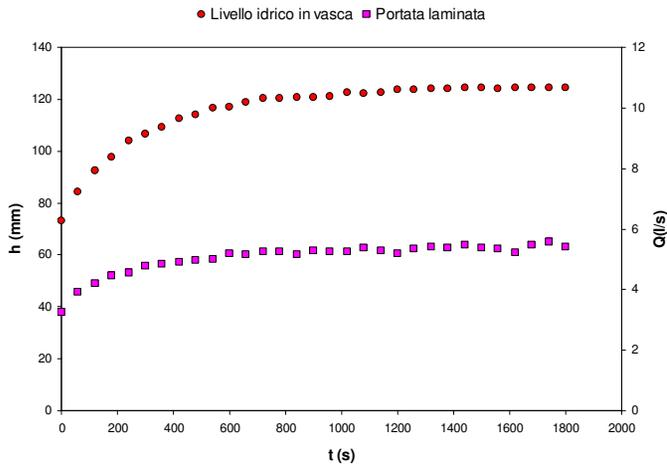


Fig. 28. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia con soglia, con apertura $a=62$ mm, larghezza $b=106$ mm, angolo di inclinazione $\theta=90^\circ$.

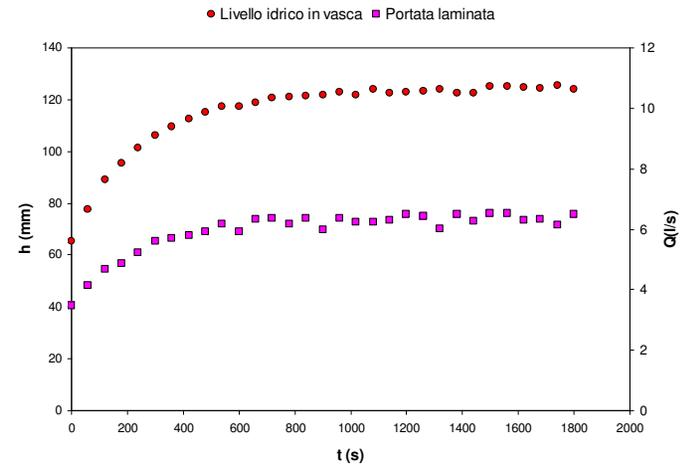


Fig. 30. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia con soglia, con apertura $a=50$ mm, larghezza $b=142$ mm, angolo di inclinazione $\theta=90^\circ$.

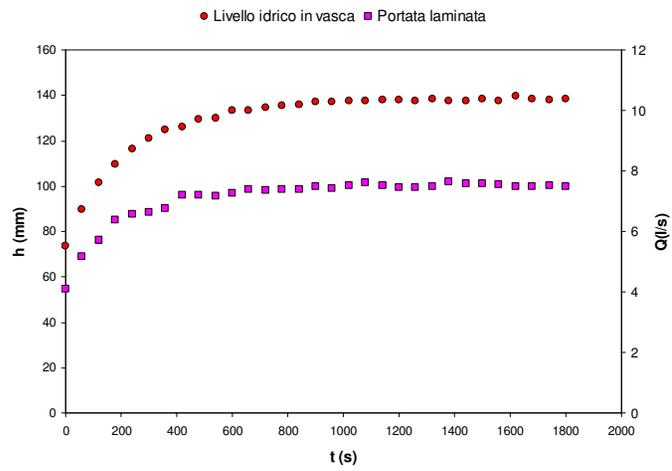


Fig. 31. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia con soglia, con apertura $a=60$ mm, larghezza $b=142$ mm, angolo di inclinazione $\theta=90^\circ$.

APPENDICE 3

Tabella a.3.1 - Dati sperimentali test senza soglia (test T3).

Test	n° prova	a (m)	b (m)	θ (°)	θ (rad)	Q (l/s)	h_0 (mm)
T3_50_86_45°	1	50	86	45	0.785	3.05	96.2
T3_50_86_45°	2	50	86	45	0.785	3.15	101.3
T3_50_86_45°	3	50	86	45	0.785	3.23	105.4
T3_50_86_45°	4	50	86	45	0.785	3.31	109.3
T3_50_86_45°	5	50	86	45	0.785	3.41	114.6
T3_50_86_45°	6	50	86	45	0.785	3.46	117.2
T3_50_86_45°	7	50	86	45	0.785	3.50	119.6
T3_50_86_45°	8	50	86	45	0.785	3.54	121.5
T3_50_86_45°	9	50	86	45	0.785	3.61	125.5
T3_60_86_45°	1	60	86	45	0.785	3.30	99.3
T3_60_86_45°	2	60	86	45	0.785	3.48	105.9
T3_60_86_45°	3	60	86	45	0.785	3.67	112.9
T3_60_86_45°	4	60	86	45	0.785	3.79	117.2
T3_60_86_45°	5	60	86	45	0.785	3.89	121.1
T3_60_86_45°	6	60	86	45	0.785	3.92	121.9
T3_60_86_45°	7	60	86	45	0.785	4.01	125.5
T3_60_86_45°	8	60	86	45	0.785	4.16	130.9
T3_60_86_45°	9	60	86	45	0.785	4.28	135.7
T3_70_86_45°	1	70	86	45	0.785	4.02	117.1
T3_70_86_45°	2	70	86	45	0.785	4.15	121.1
T3_70_86_45°	3	70	86	45	0.785	4.28	125.0
T3_70_86_45°	4	70	86	45	0.785	4.41	128.8
T3_70_86_45°	5	70	86	45	0.785	4.54	132.8
T3_70_86_45°	6	70	86	45	0.785	4.58	134.1
T3_70_86_45°	7	70	86	45	0.785	4.67	136.8
T3_70_86_45°	8	70	86	45	0.785	4.80	140.7
T3_50_106_45°	1	50	106	45	0.785	3.21	86.4
T3_50_106_45°	2	50	106	45	0.785	3.43	93.8
T3_50_106_45°	3	50	106	45	0.785	3.63	100.9
T3_50_106_45°	4	50	106	45	0.785	3.74	104.5
T3_50_106_45°	5	50	106	45	0.785	3.81	107.0
T3_50_106_45°	6	50	106	45	0.785	3.87	109.3
T3_50_106_45°	7	50	106	45	0.785	4.01	114.1
T3_50_106_45°	8	50	106	45	0.785	4.10	117.3
T3_50_106_45°	9	50	106	45	0.785	4.12	118.0
T3_60_106_45°	1	60	106	45	0.785	3.97	104.7
T3_60_106_45°	2	60	106	45	0.785	4.27	113.5
T3_60_106_45°	3	60	106	45	0.785	4.53	121.0
T3_60_106_45°	4	60	106	45	0.785	4.67	125.0
T3_60_106_45°	5	60	106	45	0.785	4.80	128.9
T3_60_106_45°	6	60	106	45	0.785	4.96	133.6
T3_60_106_45°	7	60	106	45	0.785	5.07	136.8
T3_60_106_45°	8	60	106	45	0.785	5.20	140.7
T3_60_106_45°	9	60	106	45	0.785	5.33	144.5
T3_60_106_45°	10	60	106	45	0.785	5.34	144.9
T3_70_106_45°	1	70	106	45	0.785	5.01	125.0

T3_70_106_45°	2	70	106	45	0.785	5.33	132.9
T3_70_106_45°	3	70	106	45	0.785	5.50	136.8
T3_70_106_45°	4	70	106	45	0.785	5.66	140.7
T3_70_106_45°	5	70	106	45	0.785	5.85	145.4
T3_70_106_45°	6	70	106	45	0.785	5.98	148.5
T3_70_106_45°	7	70	106	45	0.785	6.19	153.4
T3_70_106_45°	8	70	106	45	0.785	6.23	154.3
T3_50_142_45°	1	50	142	45	0.785	4.15	85.7
T3_50_142_45°	2	50	142	45	0.785	4.40	91.4
T3_50_142_45°	3	50	142	45	0.785	4.67	97.5
T3_50_142_45°	4	50	142	45	0.785	4.83	101.3
T3_50_142_45°	5	50	142	45	0.785	5.06	106.5
T3_50_142_45°	6	50	142	45	0.785	5.18	109.2
T3_60_142_45°	1	60	142	45	0.785	5.27	105.0
T3_60_142_45°	2	60	142	45	0.785	5.77	114.8
T3_60_142_45°	3	60	142	45	0.785	6.09	121.2
T3_60_142_45°	4	60	142	45	0.785	6.43	127.9
T3_60_142_45°	5	60	142	45	0.785	6.62	131.8
T3_60_142_45°	6	60	142	45	0.785	6.68	132.9
T3_60_142_45°	7	60	142	45	0.785	6.87	136.8
T3_60_142_45°	8	60	142	45	0.785	7.09	141.1
T3_60_142_45°	9	60	142	45	0.785	7.20	143.3
T3_70_142_45°	1	70	142	45	0.785	6.64	117.2
T3_70_142_45°	2	70	142	45	0.785	6.90	120.7
T3_70_142_45°	3	70	142	45	0.785	6.93	121.1
T3_70_142_45°	4	70	142	45	0.785	7.03	122.4
T3_70_142_45°	5	70	142	45	0.785	7.22	125.0
T3_70_142_45°	6	70	142	45	0.785	7.31	126.2
T3_50_86_63.4°	1	50	86	63.4	1.107	2.92	94.5
T3_50_86_63.4°	2	50	86	63.4	1.107	3.06	101.5
T3_50_86_63.4°	3	50	86	63.4	1.107	3.15	106.3
T3_50_86_63.4°	4	50	86	63.4	1.107	3.26	111.7
T3_50_86_63.4°	5	50	86	63.4	1.107	3.30	114.1
T3_50_86_63.4°	6	50	86	63.4	1.107	3.36	117.1
T3_50_86_63.4°	7	50	86	63.4	1.107	3.47	123.4
T3_50_86_63.4°	8	50	86	63.4	1.107	3.51	125.3
T3_50_86_63.4°	9	50	86	63.4	1.107	3.58	129.3
T3_50_86_63.4°	10	50	86	63.4	1.107	3.64	132.7
T3_60_86_63.4°	1	60	86	63.4	1.107	3.32	105.5
T3_60_86_63.4°	2	60	86	63.4	1.107	3.53	113.2
T3_60_86_63.4°	3	60	86	63.4	1.107	3.71	120.0
T3_60_86_63.4°	4	60	86	63.4	1.107	3.85	125.0
T3_60_86_63.4°	5	60	86	63.4	1.107	3.95	128.9
T3_60_86_63.4°	6	60	86	63.4	1.107	4.07	133.2
T3_60_86_63.4°	7	60	86	63.4	1.107	4.16	136.9
T3_60_86_63.4°	8	60	86	63.4	1.107	4.27	140.8
T3_60_86_63.4°	9	60	86	63.4	1.107	4.37	144.6
T3_60_86_63.4°	10	60	86	63.4	1.107	4.37	144.8
T3_70_86_63.4°	1	70	86	63.4	1.107	4.15	125.1
T3_70_86_63.4°	2	70	86	63.4	1.107	4.38	132.1
T3_70_86_63.4°	3	70	86	63.4	1.107	4.54	136.7
T3_70_86_63.4°	4	70	86	63.4	1.107	4.66	140.6
T3_70_86_63.4°	5	70	86	63.4	1.107	4.86	146.7
T3_70_86_63.4°	6	70	86	63.4	1.107	4.98	150.1
T3_70_86_63.4°	7	70	86	63.4	1.107	5.05	152.4
T3_70_86_63.4°	8	70	86	63.4	1.107	5.10	153.8
T3_50_106_63.4°	1	50	106	63.4	1.107	3.24	91.4
T3_50_106_63.4°	2	50	106	63.4	1.107	3.56	103.9
T3_50_106_63.4°	3	50	106	63.4	1.107	3.79	113.2
T3_50_106_63.4°	4	50	106	63.4	1.107	3.95	119.8

T3_50_106_63.4°	5	50	106	63.4	1.107	4.08	125.0
T3_50_106_63.4°	6	50	106	63.4	1.107	4.19	129.3
T3_50_106_63.4°	7	50	106	63.4	1.107	4.27	132.9
T3_50_106_63.4°	8	50	106	63.4	1.107	4.36	136.8
T3_50_106_63.4°	9	50	106	63.4	1.107	4.41	138.8
T3_50_106_63.4°	10	50	106	63.4	1.107	4.55	144.8
T3_50_106_63.4°	11	50	106	63.4	1.107	4.61	147.6
T3_50_106_63.4°	12	50	106	63.4	1.107	4.66	149.7
T3_60_106_63.4°	1	60	106	63.4	1.107	4.34	118.4
T3_60_106_63.4°	2	60	106	63.4	1.107	4.58	125.0
T3_60_106_63.4°	3	60	106	63.4	1.107	4.72	129.0
T3_60_106_63.4°	4	60	106	63.4	1.107	4.86	132.9
T3_60_106_63.4°	5	60	106	63.4	1.107	4.99	136.7
T3_60_106_63.4°	6	60	106	63.4	1.107	5.12	140.3
T3_60_106_63.4°	7	60	106	63.4	1.107	5.25	144.3
T3_60_106_63.4°	8	60	106	63.4	1.107	5.38	147.8
T3_60_106_63.4°	9	60	106	63.4	1.107	5.39	148.2
T3_70_106_63.4°	1	70	106	63.4	1.107	4.90	117.9
T3_70_106_63.4°	2	70	106	63.4	1.107	5.27	125.6
T3_70_106_63.4°	3	70	106	63.4	1.107	5.59	132.2
T3_70_106_63.4°	4	70	106	63.4	1.107	6.05	141.4
T3_70_106_63.4°	5	70	106	63.4	1.107	6.27	145.8
T3_70_106_63.4°	6	70	106	63.4	1.107	6.41	148.5
T3_50_142_63.4°	1	50	142	63.4	1.107	4.54	90.5
T3_50_142_63.4°	2	50	142	63.4	1.107	4.95	101.5
T3_50_142_63.4°	3	50	142	63.4	1.107	5.35	112.6
T3_50_142_63.4°	4	50	142	63.4	1.107	5.62	120.4
T3_50_142_63.4°	5	50	142	63.4	1.107	5.79	125.1
T3_50_142_63.4°	6	50	142	63.4	1.107	5.92	128.9
T3_50_142_63.4°	7	50	142	63.4	1.107	6.05	132.8
T3_50_142_63.4°	8	50	142	63.4	1.107	6.19	136.8
T3_50_142_63.4°	9	50	142	63.4	1.107	6.32	140.7
T3_50_142_63.4°	10	50	142	63.4	1.107	6.44	144.3
T3_60_142_63.4°	1	60	142	63.4	1.107	5.26	99.9
T3_60_142_63.4°	2	60	142	63.4	1.107	5.83	113.3
T3_60_142_63.4°	3	60	142	63.4	1.107	6.27	123.9
T3_60_142_63.4°	4	60	142	63.4	1.107	6.63	132.8
T3_60_142_63.4°	5	60	142	63.4	1.107	6.80	136.9
T3_60_142_63.4°	6	60	142	63.4	1.107	7.06	143.4
T3_60_142_63.4°	7	60	142	63.4	1.107	7.12	144.8
T3_60_142_63.4°	8	60	142	63.4	1.107	7.39	151.6
T3_60_142_63.4°	9	60	142	63.4	1.107	7.42	152.5
T3_60_142_63.4°	10	60	142	63.4	1.107	7.58	156.4
T3_70_142_63.4°	1	70	142	63.4	1.107	6.69	116.9
T3_70_142_63.4°	2	70	142	63.4	1.107	6.89	120.2
T3_70_142_63.4°	3	70	142	63.4	1.107	7.18	125.0
T3_70_142_63.4°	4	70	142	63.4	1.107	7.38	128.2
T3_70_142_63.4°	5	70	142	63.4	1.107	7.43	128.9
T3_50_86_90°	1	50	86	90	1.571	3.08	97.5
T3_50_86_90°	2	50	86	90	1.571	3.32	108.3
T3_50_86_90°	3	50	86	90	1.571	3.49	116.2
T3_50_86_90°	4	50	86	90	1.571	3.60	121.6
T3_50_86_90°	5	50	86	90	1.571	3.74	128.2
T3_50_86_90°	6	50	86	90	1.571	3.83	132.5
T3_50_86_90°	7	50	86	90	1.571	3.92	136.5
T3_50_86_90°	8	50	86	90	1.571	4.00	140.7
T3_50_86_90°	9	50	86	90	1.571	4.08	144.9
T3_50_86_90°	10	50	86	90	1.571	4.17	149.0
T3_50_86_90°	11	50	86	90	1.571	4.24	152.5
T3_60_86_90°	1	60	86	90	1.571	3.50	105.2

T3_60_86_90°	2	60	86	90	1.571	3.77	113.6
T3_60_86_90°	3	60	86	90	1.571	4.00	121.1
T3_60_86_90°	4	60	86	90	1.571	4.24	128.8
T3_60_86_90°	5	60	86	90	1.571	4.37	132.9
T3_60_86_90°	6	60	86	90	1.571	4.49	136.8
T3_60_86_90°	7	60	86	90	1.571	4.62	140.8
T3_60_86_90°	8	60	86	90	1.571	4.66	142.2
T3_60_86_90°	9	60	86	90	1.571	4.78	146.0
T3_60_86_90°	10	60	86	90	1.571	4.94	150.9
T3_60_86_90°	11	60	86	90	1.571	4.98	152.1
T3_70_86_90°	1	70	86	90	1.571	4.22	117.1
T3_70_86_90°	2	70	86	90	1.571	4.53	125.2
T3_70_86_90°	3	70	86	90	1.571	4.82	132.9
T3_70_86_90°	4	70	86	90	1.571	4.97	136.8
T3_70_86_90°	5	70	86	90	1.571	5.12	140.7
T3_70_86_90°	6	70	86	90	1.571	5.25	144.2
T3_70_86_90°	7	70	86	90	1.571	5.29	145.1
T3_70_86_90°	8	70	86	90	1.571	5.47	149.9
T3_70_86_90°	9	70	86	90	1.571	5.70	155.7
T3_50_106_90°	1	50	106	90	1.571	3.28	86.4
T3_50_106_90°	2	50	106	90	1.571	3.69	99.8
T3_50_106_90°	3	50	106	90	1.571	3.97	109.3
T3_50_106_90°	4	50	106	90	1.571	4.17	116.0
T3_50_106_90°	5	50	106	90	1.571	4.32	121.1
T3_50_106_90°	6	50	106	90	1.571	4.44	125.0
T3_50_106_90°	7	50	106	90	1.571	4.55	129.0
T3_50_106_90°	8	50	106	90	1.571	4.66	132.9
T3_50_106_90°	9	50	106	90	1.571	4.78	136.9
T3_50_106_90°	10	50	106	90	1.571	4.88	140.7
T3_50_106_90°	11	50	106	90	1.571	4.93	142.4
T3_60_106_90°	1	60	106	90	1.571	4.43	113.8
T3_60_106_90°	2	60	106	90	1.571	4.78	122.8
T3_60_106_90°	3	60	106	90	1.571	5.11	131.2
T3_60_106_90°	4	60	106	90	1.571	5.33	136.8
T3_60_106_90°	5	60	106	90	1.571	5.48	140.7
T3_60_106_90°	6	60	106	90	1.571	5.63	144.6
T3_60_106_90°	7	60	106	90	1.571	5.81	149.1
T3_60_106_90°	8	60	106	90	1.571	6.02	154.4
T3_60_106_90°	9	60	106	90	1.571	6.10	156.4
T3_70_106_90°	1	70	106	90	1.571	5.37	128.1
T3_70_106_90°	2	70	106	90	1.571	5.85	139.7
T3_70_106_90°	3	70	106	90	1.571	6.22	148.6
T3_70_106_90°	4	70	106	90	1.571	6.53	156.1
T3_70_106_90°	5	70	106	90	1.571	6.71	160.4
T3_70_106_90°	6	70	106	90	1.571	6.87	164.3
T3_70_106_90°	7	70	106	90	1.571	7.20	172.3
T3_70_106_90°	8	70	106	90	1.571	7.40	177.2
T3_70_106_90°	9	70	106	90	1.571	7.55	180.6
T3_50_142_90°	1	50	142	90	1.571	4.46	97.7
T3_50_142_90°	2	50	142	90	1.571	5.19	116.2
T3_50_142_90°	3	50	142	90	1.571	5.66	128.6
T3_50_142_90°	4	50	142	90	1.571	6.12	140.7
T3_50_142_90°	5	50	142	90	1.571	6.42	148.5
T3_50_142_90°	6	50	142	90	1.571	6.56	152.5
T3_50_142_90°	7	50	142	90	1.571	6.72	156.8
T3_50_142_90°	8	50	142	90	1.571	6.86	160.4
T3_50_142_90°	9	50	142	90	1.571	7.15	168.2
T3_50_142_90°	10	50	142	90	1.571	7.41	175.4
T3_50_142_90°	11	50	142	90	1.571	7.44	176.1
T3_60_142_90°	1	60	142	90	1.571	6.03	115.5

T3_60_142_90°	2	60	142	90	1.571	6.51	124.6
T3_60_142_90°	3	60	142	90	1.571	6.90	132.0
T3_60_142_90°	4	60	142	90	1.571	7.15	136.8
T3_60_142_90°	5	60	142	90	1.571	7.34	140.5
T3_60_142_90°	6	60	142	90	1.571	7.54	144.2
T3_60_142_90°	7	60	142	90	1.571	7.74	147.9
T3_60_142_90°	8	60	142	90	1.571	7.78	148.7
T3_70_142_90°	1	70	142	90	1.571	7.02	117.2
T3_70_142_90°	2	70	142	90	1.571	7.07	117.7
T3_70_142_90°	3	70	142	90	1.571	7.35	121.1
T3_70_142_90°	4	70	142	90	1.571	7.42	121.8

Tabella a.3.2 - Coefficienti di efflusso sperimentali, $C_{d,Exp}$, e calcolati, $C_{d,Calc}$, relativi ai test senza soglia (test T3).

Test	n° prova	a (m)	b (m)	θ (°)	θ (rad)	Q (l/s)	h_0 (mm)	a/h ₀	b/a	C _d	C _{d,Calc}	e (%)	e (%)
T3_50_86_45°	1	50	86	45	0.785	3.05	96.2	0.520	1.72	0.517	0.468	9.5	9.5
T3_50_86_45°	2	50	86	45	0.785	3.15	101.3	0.493	1.72	0.520	0.475	8.7	8.7
T3_50_86_45°	3	50	86	45	0.785	3.23	105.4	0.475	1.72	0.523	0.480	8.1	8.1
T3_50_86_45°	4	50	86	45	0.785	3.31	109.3	0.457	1.72	0.525	0.486	7.5	7.5
T3_50_86_45°	5	50	86	45	0.785	3.41	114.6	0.436	1.72	0.528	0.493	6.8	6.8
T3_50_86_45°	6	50	86	45	0.785	3.46	117.2	0.427	1.72	0.530	0.496	6.5	6.5
T3_50_86_45°	7	50	86	45	0.785	3.50	119.6	0.418	1.72	0.531	0.499	6.1	6.1
T3_50_86_45°	8	50	86	45	0.785	3.54	121.5	0.411	1.72	0.533	0.501	5.9	5.9
T3_50_86_45°	9	50	86	45	0.785	3.61	125.5	0.398	1.72	0.535	0.506	5.4	5.4
T3_60_86_45°	1	60	86	45	0.785	3.30	99.3	0.604	1.43	0.459	0.447	2.5	2.5
T3_60_86_45°	2	60	86	45	0.785	3.48	105.9	0.566	1.43	0.469	0.456	2.7	2.7
T3_60_86_45°	3	60	86	45	0.785	3.67	112.9	0.531	1.43	0.479	0.464	2.9	2.9
T3_60_86_45°	4	60	86	45	0.785	3.79	117.2	0.512	1.43	0.484	0.470	3.1	3.1
T3_60_86_45°	5	60	86	45	0.785	3.89	121.1	0.496	1.43	0.490	0.474	3.2	3.2
T3_60_86_45°	6	60	86	45	0.785	3.92	121.9	0.492	1.43	0.491	0.475	3.2	3.2
T3_60_86_45°	7	60	86	45	0.785	4.01	125.5	0.478	1.43	0.496	0.479	3.3	3.3
T3_60_86_45°	8	60	86	45	0.785	4.16	130.9	0.458	1.43	0.503	0.485	3.4	3.4
T3_60_86_45°	9	60	86	45	0.785	4.28	135.7	0.442	1.43	0.509	0.491	3.6	3.6
T3_70_86_45°	1	70	86	45	0.785	4.02	117.1	0.598	1.23	0.441	0.448	-1.7	1.7
T3_70_86_45°	2	70	86	45	0.785	4.15	121.1	0.578	1.23	0.448	0.453	-1.2	1.2
T3_70_86_45°	3	70	86	45	0.785	4.28	125.0	0.560	1.23	0.455	0.457	-0.6	0.6
T3_70_86_45°	4	70	86	45	0.785	4.41	128.8	0.543	1.23	0.461	0.461	-0.1	0.1
T3_70_86_45°	5	70	86	45	0.785	4.54	132.8	0.527	1.23	0.468	0.466	0.4	0.4
T3_70_86_45°	6	70	86	45	0.785	4.58	134.1	0.522	1.23	0.470	0.467	0.6	0.6
T3_70_86_45°	7	70	86	45	0.785	4.67	136.8	0.512	1.23	0.474	0.470	0.9	0.9
T3_70_86_45°	8	70	86	45	0.785	4.80	140.7	0.497	1.23	0.480	0.474	1.4	1.4
T3_50_106_45°	1	50	106	45	0.785	3.21	86.4	0.578	2.12	0.465	0.453	2.6	2.6
T3_50_106_45°	2	50	106	45	0.785	3.43	93.8	0.533	2.12	0.477	0.464	2.6	2.6
T3_50_106_45°	3	50	106	45	0.785	3.63	100.9	0.496	2.12	0.487	0.474	2.7	2.7
T3_50_106_45°	4	50	106	45	0.785	3.74	104.5	0.478	2.12	0.492	0.479	2.7	2.7
T3_50_106_45°	5	50	106	45	0.785	3.81	107.0	0.467	2.12	0.496	0.483	2.7	2.7
T3_50_106_45°	6	50	106	45	0.785	3.87	109.3	0.457	2.12	0.499	0.486	2.7	2.7
T3_50_106_45°	7	50	106	45	0.785	4.01	114.1	0.438	2.12	0.505	0.492	2.7	2.7
T3_50_106_45°	8	50	106	45	0.785	4.10	117.3	0.426	2.12	0.510	0.496	2.7	2.7
T3_50_106_45°	9	50	106	45	0.785	4.12	118.0	0.424	2.12	0.511	0.497	2.7	2.7
T3_60_106_45°	1	60	106	45	0.785	3.97	104.7	0.573	1.77	0.435	0.454	-4.3	4.3
T3_60_106_45°	2	60	106	45	0.785	4.27	113.5	0.529	1.77	0.450	0.465	-3.3	3.3
T3_60_106_45°	3	60	106	45	0.785	4.53	121.0	0.496	1.77	0.462	0.474	-2.6	2.6
T3_60_106_45°	4	60	106	45	0.785	4.67	125.0	0.480	1.77	0.469	0.479	-2.2	2.2
T3_60_106_45°	5	60	106	45	0.785	4.80	128.9	0.465	1.77	0.475	0.483	-1.8	1.8
T3_60_106_45°	6	60	106	45	0.785	4.96	133.6	0.449	1.77	0.482	0.488	-1.4	1.4
T3_60_106_45°	7	60	106	45	0.785	5.07	136.8	0.438	1.77	0.487	0.492	-1.1	1.1
T3_60_106_45°	8	60	106	45	0.785	5.20	140.7	0.426	1.77	0.492	0.496	-0.7	0.7
T3_60_106_45°	9	60	106	45	0.785	5.33	144.5	0.415	1.77	0.498	0.500	-0.4	0.4
T3_60_106_45°	10	60	106	45	0.785	5.34	144.9	0.414	1.77	0.498	0.500	-0.4	0.4
T3_70_106_45°	1	70	106	45	0.785	5.01	125.0	0.560	1.51	0.431	0.457	-6.2	6.2
T3_70_106_45°	2	70	106	45	0.785	5.33	132.9	0.527	1.51	0.445	0.466	-4.6	4.6
T3_70_106_45°	3	70	106	45	0.785	5.50	136.8	0.512	1.51	0.452	0.470	-3.9	3.9
T3_70_106_45°	4	70	106	45	0.785	5.66	140.7	0.497	1.51	0.459	0.474	-3.2	3.2
T3_70_106_45°	5	70	106	45	0.785	5.85	145.4	0.482	1.51	0.467	0.478	-2.3	2.3
T3_70_106_45°	6	70	106	45	0.785	5.98	148.5	0.471	1.51	0.473	0.481	-1.8	1.8
T3_70_106_45°	7	70	106	45	0.785	6.19	153.4	0.456	1.51	0.481	0.486	-1.0	1.0
T3_70_106_45°	8	70	106	45	0.785	6.23	154.3	0.454	1.51	0.483	0.487	-0.9	0.9
T3_50_142_45°	1	50	142	45	0.785	4.15	85.7	0.583	2.84	0.451	0.452	-0.3	0.3
T3_50_142_45°	2	50	142	45	0.785	4.40	91.4	0.547	2.84	0.463	0.460	0.5	0.5
T3_50_142_45°	3	50	142	45	0.785	4.67	97.5	0.513	2.84	0.475	0.469	1.2	1.2
T3_50_142_45°	4	50	142	45	0.785	4.83	101.3	0.494	2.84	0.483	0.475	1.7	1.7
T3_50_142_45°	5	50	142	45	0.785	5.06	106.5	0.470	2.84	0.493	0.482	2.3	2.3
T3_50_142_45°	6	50	142	45	0.785	5.18	109.2	0.458	2.84	0.498	0.485	2.6	2.6
T3_60_142_45°	1	60	142	45	0.785	5.27	105.0	0.571	2.37	0.431	0.455	-5.4	5.4

T3_60_142_45°	2	60	142	45	0.785	5.77	114.8	0.523	2.37	0.451	0.467	-3.5	3.5
T3_60_142_45°	3	60	142	45	0.785	6.09	121.2	0.495	2.37	0.464	0.474	-2.3	2.3
T3_60_142_45°	4	60	142	45	0.785	6.43	127.9	0.469	2.37	0.476	0.482	-1.2	1.2
T3_60_142_45°	5	60	142	45	0.785	6.62	131.8	0.455	2.37	0.483	0.486	-0.6	0.6
T3_60_142_45°	6	60	142	45	0.785	6.68	132.9	0.451	2.37	0.485	0.488	-0.4	0.4
T3_60_142_45°	7	60	142	45	0.785	6.87	136.8	0.439	2.37	0.493	0.492	0.2	0.2
T3_60_142_45°	8	60	142	45	0.785	7.09	141.1	0.425	2.37	0.500	0.496	0.8	0.8
T3_60_142_45°	9	60	142	45	0.785	7.20	143.3	0.419	2.37	0.504	0.499	1.1	1.1
T3_70_142_45°	1	70	142	45	0.785	6.64	117.2	0.597	2.03	0.440	0.449	-1.8	1.8
T3_70_142_45°	2	70	142	45	0.785	6.90	120.7	0.580	2.03	0.451	0.453	-0.3	0.3
T3_70_142_45°	3	70	142	45	0.785	6.93	121.1	0.578	2.03	0.452	0.453	-0.1	0.1
T3_70_142_45°	4	70	142	45	0.785	7.03	122.4	0.572	2.03	0.456	0.454	0.4	0.4
T3_70_142_45°	5	70	142	45	0.785	7.22	125.0	0.560	2.03	0.464	0.457	1.5	1.5
T3_70_142_45°	6	70	142	45	0.785	7.31	126.2	0.555	2.03	0.468	0.459	2.0	2.0
T3_50_86_63.4°	1	50	86	63.4	1.107	2.92	94.5	0.529	1.72	0.498	0.474	4.9	4.9
T3_50_86_63.4°	2	50	86	63.4	1.107	3.06	101.5	0.493	1.72	0.504	0.484	3.9	3.9
T3_50_86_63.4°	3	50	86	63.4	1.107	3.15	106.3	0.470	1.72	0.508	0.491	3.3	3.3
T3_50_86_63.4°	4	50	86	63.4	1.107	3.26	111.7	0.448	1.72	0.512	0.498	2.6	2.6
T3_50_86_63.4°	5	50	86	63.4	1.107	3.30	114.1	0.438	1.72	0.513	0.502	2.3	2.3
T3_50_86_63.4°	6	50	86	63.4	1.107	3.36	117.1	0.427	1.72	0.515	0.505	1.9	1.9
T3_50_86_63.4°	7	50	86	63.4	1.107	3.47	123.4	0.405	1.72	0.519	0.513	1.2	1.2
T3_50_86_63.4°	8	50	86	63.4	1.107	3.51	125.3	0.399	1.72	0.521	0.516	1.0	1.0
T3_50_86_63.4°	9	50	86	63.4	1.107	3.58	129.3	0.387	1.72	0.523	0.520	0.5	0.5
T3_50_86_63.4°	10	50	86	63.4	1.107	3.64	132.7	0.377	1.72	0.525	0.524	0.2	0.2
T3_60_86_63.4°	1	60	86	63.4	1.107	3.32	105.5	0.569	1.43	0.447	0.464	-3.9	3.9
T3_60_86_63.4°	2	60	86	63.4	1.107	3.53	113.2	0.530	1.43	0.459	0.474	-3.3	3.3
T3_60_86_63.4°	3	60	86	63.4	1.107	3.71	120.0	0.500	1.43	0.469	0.482	-2.8	2.8
T3_60_86_63.4°	4	60	86	63.4	1.107	3.85	125.0	0.480	1.43	0.476	0.488	-2.5	2.5
T3_60_86_63.4°	5	60	86	63.4	1.107	3.95	128.9	0.466	1.43	0.482	0.493	-2.3	2.3
T3_60_86_63.4°	6	60	86	63.4	1.107	4.07	133.2	0.451	1.43	0.488	0.497	-2.0	2.0
T3_60_86_63													

T3_50_142_63.4°	2	50	142	63.4	1.107	4.95	101.5	0.492	2.84	0.494	0.484	1.9	1.9
T3_50_142_63.4°	3	50	142	63.4	1.107	5.35	112.6	0.444	2.84	0.507	0.499	1.5	1.5
T3_50_142_63.4°	4	50	142	63.4	1.107	5.62	120.4	0.415	2.84	0.516	0.510	1.2	1.2
T3_50_142_63.4°	5	50	142	63.4	1.107	5.79	125.1	0.400	2.84	0.520	0.515	1.0	1.0
T3_50_142_63.4°	6	50	142	63.4	1.107	5.92	128.9	0.388	2.84	0.524	0.520	0.8	0.8
T3_50_142_63.4°	7	50	142	63.4	1.107	6.05	132.8	0.377	2.84	0.528	0.525	0.7	0.7
T3_50_142_63.4°	8	50	142	63.4	1.107	6.19	136.8	0.366	2.84	0.532	0.529	0.6	0.6
T3_50_142_63.4°	9	50	142	63.4	1.107	6.32	140.7	0.355	2.84	0.536	0.534	0.4	0.4
T3_50_142_63.4°	10	50	142	63.4	1.107	6.44	144.3	0.347	2.84	0.539	0.538	0.3	0.3
T3_60_142_63.4°	1	60	142	63.4	1.107	5.26	99.9	0.601	2.37	0.441	0.457	-3.5	3.5
T3_60_142_63.4°	2	60	142	63.4	1.107	5.83	113.3	0.529	2.37	0.459	0.474	-3.3	3.3
T3_60_142_63.4°	3	60	142	63.4	1.107	6.27	123.9	0.484	2.37	0.472	0.487	-3.1	3.1
T3_60_142_63.4°	4	60	142	63.4	1.107	6.63	132.8	0.452	2.37	0.482	0.497	-3.0	3.0
T3_60_142_63.4°	5	60	142	63.4	1.107	6.80	136.9	0.438	2.37	0.487	0.501	-3.0	3.0
T3_60_142_63.4°	6	60	142	63.4	1.107	7.06	143.4	0.418	2.37	0.494	0.508	-2.9	2.9
T3_60_142_63.4°	7	60	142	63.4	1.107	7.12	144.8	0.414	2.37	0.496	0.510	-2.9	2.9
T3_60_142_63.4°	8	60	142	63.4	1.107	7.39	151.6	0.396	2.37	0.503	0.517	-2.8	2.8
T3_60_142_63.4°	9	60	142	63.4	1.107	7.42	152.5	0.393	2.37	0.504	0.518	-2.8	2.8
T3_60_142_63.4°	10	60	142	63.4	1.107	7.58	156.4	0.384	2.37	0.508	0.522	-2.7	2.7
T3_70_142_63.4°	1	70	142	63.4	1.107	6.69	116.9	0.599	2.03	0.445	0.457	-2.8	2.8
T3_70_142_63.4°	2	70	142	63.4	1.107	6.89	120.2	0.583	2.03	0.452	0.461	-2.0	2.0
T3_70_142_63.4°	3	70	142	63.4	1.107	7.18	125.0	0.560	2.03	0.462	0.466	-1.0	1.0
T3_70_142_63.4°	4	70	142	63.4	1.107	7.38	128.2	0.546	2.03	0.468	0.470	-0.3	0.3
T3_70_142_63.4°	5	70	142	63.4	1.107	7.43	128.9	0.543	2.03	0.470	0.470	-0.1	0.1
T3_50_86_90°	1	50	86	90	1.571	3.08	97.5	0.513	1.72	0.518	0.488	5.7	5.7
T3_50_86_90°	2	50	86	90	1.571	3.32	108.3	0.462	1.72	0.530	0.504	4.9	4.9
T3_50_86_90°	3	50	86	90	1.571	3.49	116.2	0.430	1.72	0.538	0.514	4.3	4.3
T3_50_86_90°	4	50	86	90	1.571	3.60	121.6	0.411	1.72	0.543	0.521	4.0	4.0
T3_50_86_90°	5	50	86	90	1.571	3.74	128.2	0.390	1.72	0.549	0.529	3.6	3.6
T3_50_86_90°	6	50	86	90	1.571	3.83	132.5	0.377	1.72	0.553	0.535	3.3	3.3
T3_50_86_90°	7	50	86	90	1.571	3.92	136.5	0.366	1.72	0.556	0.539	3.0	3.0
T3_50_86_90°	8	50	86	90	1.571	4.00	140.7	0.355	1.72	0.560	0.544	2.8	2.8
T3_50_86_90°	9	50	86	90	1.571	4.08	144.9	0.345	1.72	0.564	0.549	2.6	2.6
T3_50_86_90°	10	50	86	90	1.571	4.17	149.0	0.336	1.72	0.567	0.554	2.3	2.3
T3_50_86_90°	11	50	86	90	1.571	4.24	152.5	0.328	1.72	0.570	0.558	2.1	2.1
T3_60_86_90°	1	60	86	90	1.571	3.50	105.2	0.571	1.43	0.472	0.473	-0.2	0.2
T3_60_86_90°	2	60	86	90	1.571	3.77	113.6	0.528	1.43	0.489	0.484	1.0	1.0
T3_60_86_90°	3	60	86	90	1.571	4.00	121.1	0.495	1.43	0.503	0.493	2.0	2.0
T3_60_86_90°	4	60	86	90	1.571	4.24	128.8	0.466	1.43	0.517	0.502	2.9	2.9
T3_60_86_90°	5	60	86	90	1.571	4.37	132.9	0.452	1.43	0.525	0.507	3.4	3.4
T3_60_86_90°	6	60	86	90	1.571	4.49	136.8	0.439	1.43	0.532	0.511	3.9	3.9
T3_60_86_90°	7	60	86	90	1.571	4.62	140.8	0.426	1.43	0.539	0.516	4.3	4.3
T3_60_86_90°	8	60	86	90	1.571	4.66	142.2	0.422	1.43	0.541	0.517	4.4	4.4
T3_60_86_90°	9	60	86	90	1.571	4.78	146.0	0.411	1.43	0.548	0.521	4.8	4.8
T3_60_86_90°	10	60	86	90	1.571	4.94	150.9	0.398	1.43	0.556	0.526	5.3	5.3
T3_60_86_90°	11	60	86	90	1.571	4.98	152.1	0.394	1.43	0.558	0.528	5.5	5.5
T3_70_86_90°	1	70	86	90	1.571	4.22	117.1	0.598	1.23	0.463	0.466	-0.8	0.8
T3_70_86_90°	2	70	86	90	1.571	4.53	125.2	0.559	1.23	0.480	0.476	0.9	0.9
T3_70_86_90°	3	70	86	90	1.571	4.82	132.9	0.527	1.23	0.496	0.484	2.4	2.4
T3_70_86_90°	4	70	86	90	1.571	4.97	136.8	0.512	1.23	0.504	0.488	3.1	3.1
T3_70_86_90°	5	70	86	90	1.571	5.12	140.7	0.497	1.23	0.512	0.493	3.8	3.8
T3_70_86_90°	6	70	86	90	1.571	5.25	144.2	0.486	1.23	0.519	0.496	4.4	4.4
T3_70_86_90°	7	70	86	90	1.571	5.29	145.1	0.482	1.23	0.521	0.497	4.6	4.6
T3_70_86_90°	8	70	86	90	1.571	5.47	149.9	0.467	1.23	0.530	0.502	5.4	5.4
T3_70_86_90°	9	70	86	90	1.571	5.70	155.7	0.450	1.23	0.541	0.508	6.3	6.3
T3_50_106_90°	1	50	106	90	1.571	3.28	86.4	0.579	2.12	0.475	0.471	0.9	0.9
T3_50_106_90°	2	50	106	90	1.571	3.69	99.8	0.501	2.12	0.497	0.491	1.2	1.2
T3_50_106_90°	3	50	106	90	1.571	3.97	109.3	0.458	2.12	0.512	0.505	1.4	1.4
T3_50_106_90°	4	50	106	90	1.571	4.17	116.0	0.431	2.12	0.522	0.514	1.5	1.5
T3_50_106_90°	5	50	106	90	1.571	4.32	121.1	0.413	2.12	0.529	0.521	1.6	1.6
T3_50_106_90°	6	50	106	90	1.571	4.44	125.0	0.400	2.12	0.534	0.526	1.6	1.6
T3_50_106_90°	7	50	106	90	1.571	4.55	129.0	0.388	2.12	0.540	0.530	1.7	1.7
T3_50_106_90°	8	50	106	90	1.571	4.66	132.9	0.376	2.12	0.545	0.535	1.8	1.8
T3_50_106_90°	9	50	106	90	1.571	4.78	136.9	0.365	2.12	0.550	0.540	1.8	1.8
T3_50_106_90°	10	50	106	90	1.571	4.88	140.7	0.355	2.12	0.555	0.544	1.9	1.9
T3_50_106_90°	11	50	106	90	1.571	4.93	142.4	0.351	2.12	0.557	0.546	1.9	1.9
T3_60_106_90°	1	60	106	90	1.571	4.43	113.8	0.527	1.77	0.466	0.484	-3.9	3.9
T3_60_106_90°	2	60	106	90	1.571	4.78	122.8	0.489	1.77	0.484	0.495	-2.2	2.2
T3_60_106_90°	3	60	106	90	1.571	5.11	131.2	0.457	1.77	0.501	0.505	-0.9	0.9
T3_60_106_90°	4	60	106	90	1.571	5.33	136.8	0.439	1.77	0.511	0.511	0.0	0.0

T3_60_106_90°	5	60	106	90	1.571	5.48	140.7	0.426	1.77	0.519	0.516	0.6	0.6
T3_60_106_90°	6	60	106	90	1.571	5.63	144.6	0.415	1.77	0.526	0.520	1.2	1.2
T3_60_106_90°	7	60	106	90	1.571	5.81	149.1	0.402	1.77	0.534	0.525	1.8	1.8
T3_60_106_90°	8	60	106	90	1.571	6.02	154.4	0.388	1.77	0.544	0.530	2.5	2.5
T3_60_106_90°	9	60	106	90	1.571	6.10	156.4	0.384	1.77	0.547	0.532	2.8	2.8
T3_70_106_90°	1	70	106	90	1.571	5.37	128.1	0.546	1.51	0.457	0.479	-4.9	4.9
T3_70_106_90°	2	70	106	90	1.571	5.85	139.7	0.501	1.51	0.476	0.492	-3.2	3.2
T3_70_106_90°	3	70	106	90	1.571	6.22	148.6	0.471	1.51	0.491	0.501	-1.9	1.9
T3_70_106_90°	4	70	106	90	1.571	6.53	156.1	0.449	1.51	0.503	0.508	-1.0	1.0
T3_70_106_90°	5	70	106	90	1.571	6.71	160.4	0.436	1.51	0.510	0.512	-0.5	0.5
T3_70_106_90°	6	70	106	90	1.571	6.87	164.3	0.426	1.51	0.516	0.516	0.0	0.0
T3_70_106_90°	7	70	106	90	1.571	7.20	172.3	0.406	1.51	0.528	0.523	0.9	0.9
T3_70_106_90°	8	70	106	90	1.571	7.40	177.2	0.395	1.51	0.535	0.527	1.5	1.5
T3_70_106_90°	9	70	106	90	1.571	7.55	180.6	0.388	1.51	0.540	0.530	1.8	1.8
T3_50_142_90°	1	50	142	90	1.571	4.46	97.7	0.512	2.84	0.454	0.488	-7.6	7.6
T3_50_142_90°	2	50	142	90	1.571	5.19	116.2	0.430	2.84	0.484	0.514	-6.3	6.3
T3_50_142_90°	3	50	142	90	1.571	5.66	128.6	0.389	2.84	0.502	0.530	-5.5	5.5
T3_50_142_90°	4	50	142	90	1.571	6.12	140.7	0.355	2.84	0.519	0.544	-4.9	4.9
T3_50_142_90°	5	50	142	90	1.571	6.42	148.5	0.337	2.84	0.529	0.553	-4.5	4.5
T3_50_142_90°	6	50	142	90	1.571	6.56	152.5	0.328	2.84	0.535	0.558	-4.3	4.3
T3_50_142_90°	7	50	142	90	1.571	6.72	156.8	0.319	2.84	0.540	0.562	-4.1	4.1
T3_50_142_90°	8	50	142	90	1.571	6.86							

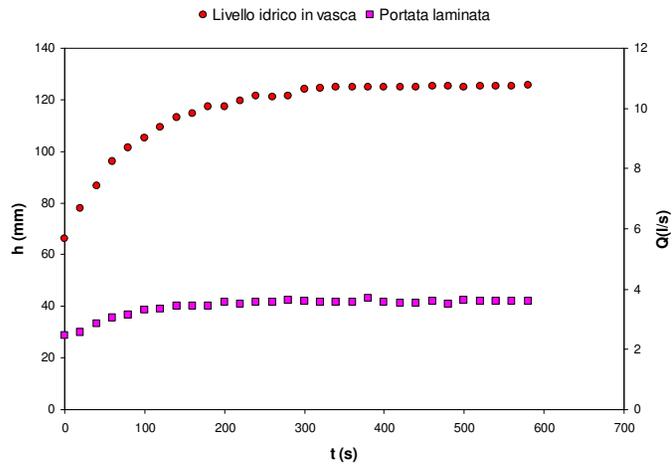


Fig. 1. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia senza soglia, con apertura $a=50$ mm, larghezza $b=86$ mm, angolo di inclinazione $\theta=45^\circ$.

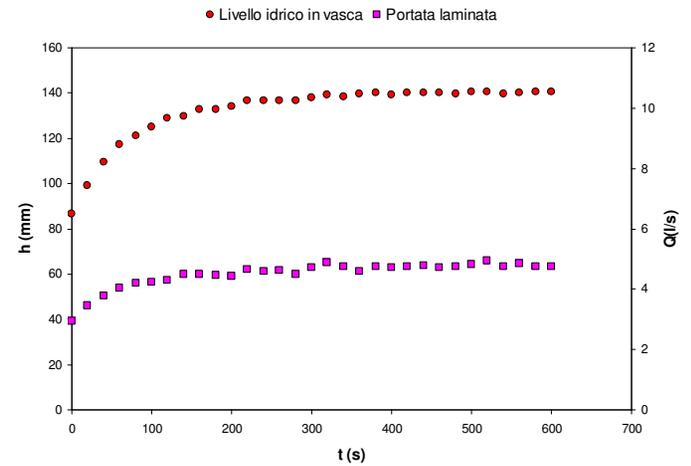


Fig. 3. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia senza soglia, con apertura $a=70$ mm, larghezza $b=86$ mm, angolo di inclinazione $\theta=45^\circ$.

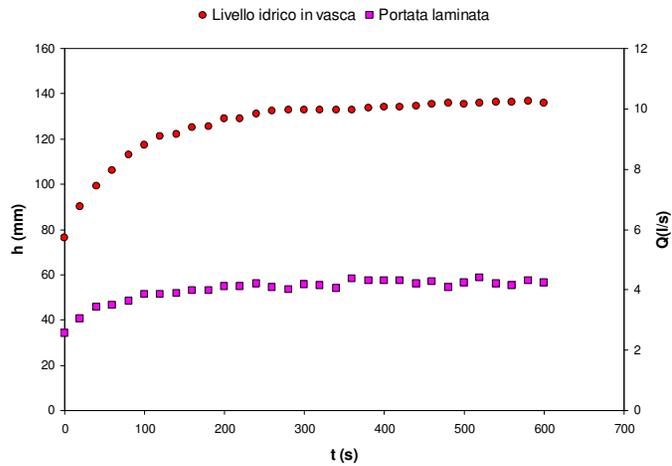


Fig. 2. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia senza soglia, con apertura $a=60$ mm, larghezza $b=86$ mm, angolo di inclinazione $\theta=45^\circ$.

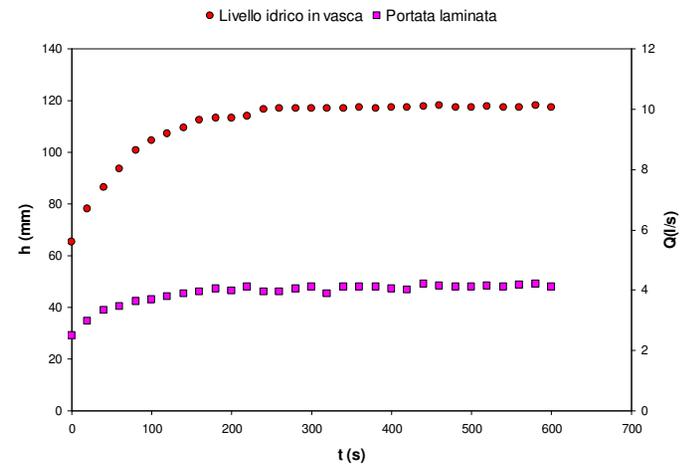


Fig. 4. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia senza soglia, con apertura $a=50$ mm, larghezza $b=106$ mm, angolo di inclinazione $\theta=45^\circ$.

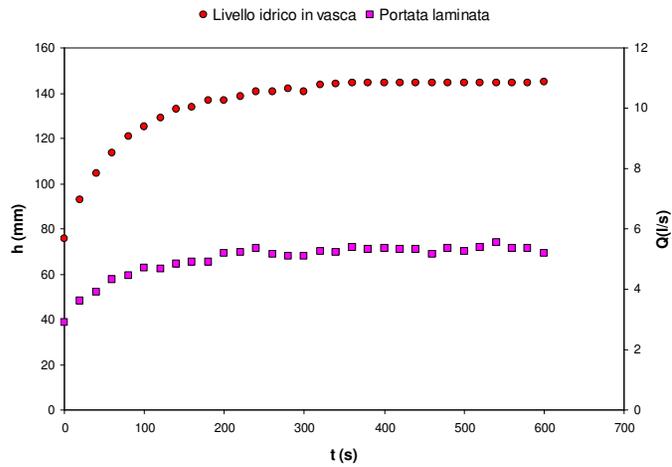


Fig. 5. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia senza soglia, con apertura $a=60$ mm, larghezza $b=106$ mm, angolo di inclinazione $\theta=45^\circ$.

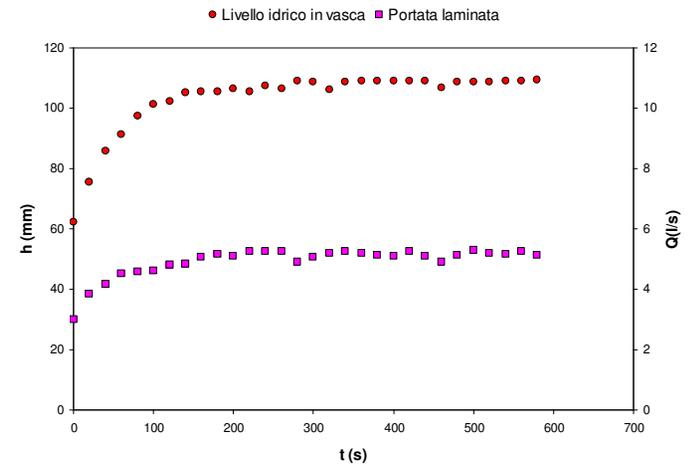


Fig. 7. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia senza soglia, con apertura $a=50$ mm, larghezza $b=142$ mm, angolo di inclinazione $\theta=45^\circ$.

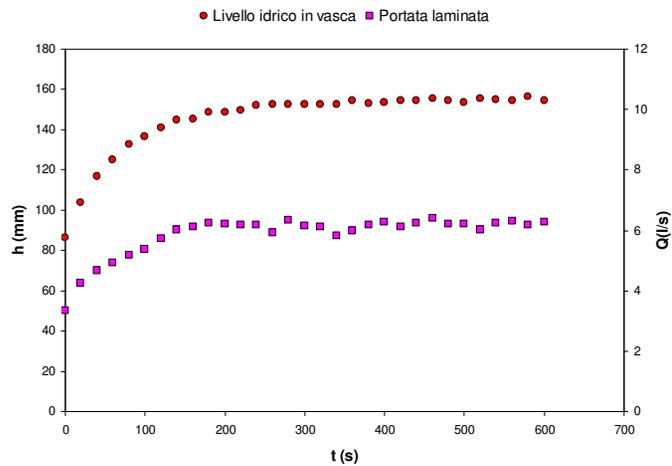


Fig. 6. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia senza soglia, con apertura $a=70$ mm, larghezza $b=106$ mm, angolo di inclinazione $\theta=45^\circ$.

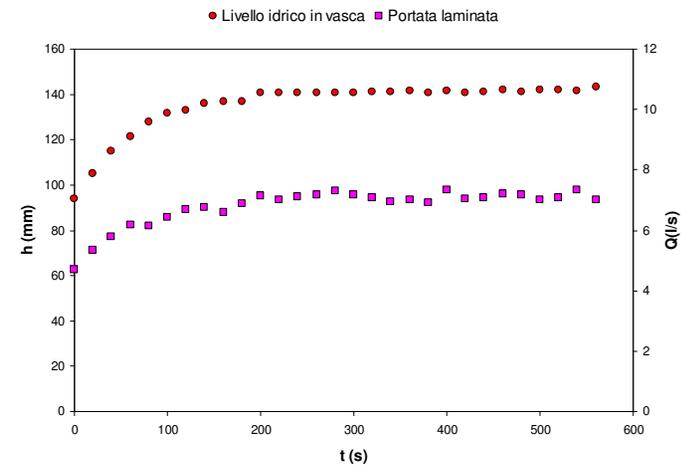


Fig. 8. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia senza soglia, con apertura $a=60$ mm, larghezza $b=142$ mm, angolo di inclinazione $\theta=45^\circ$.

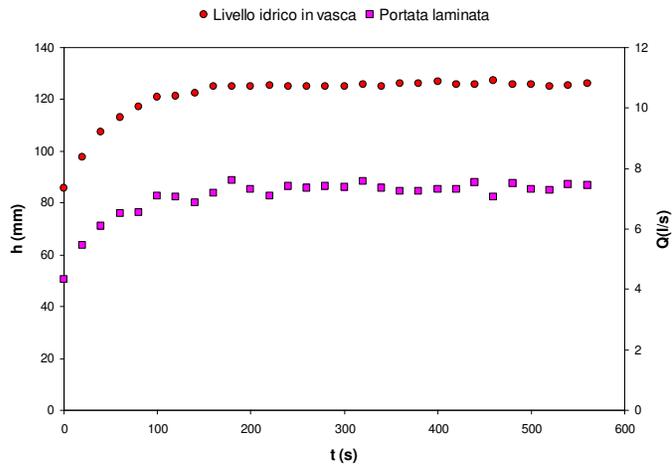


Fig. 9. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia senza soglia, con apertura $a=70$ mm, larghezza $b=142$ mm, angolo di inclinazione $\theta=45^\circ$.

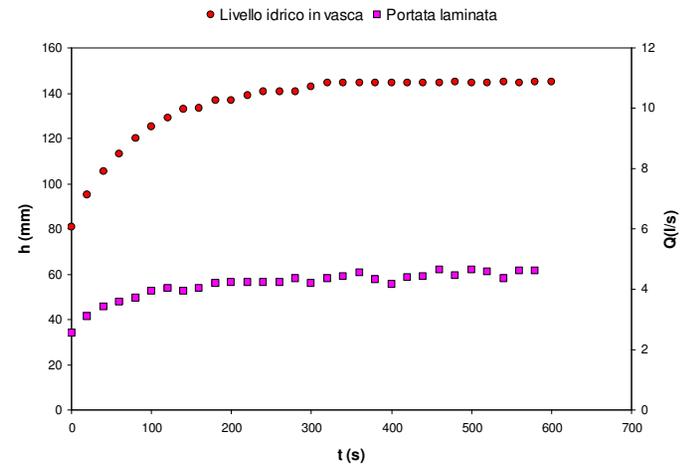


Fig. 11. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia senza soglia, con apertura $a=60$ mm, larghezza $b=86$ mm, angolo di inclinazione $\theta=63.4^\circ$.

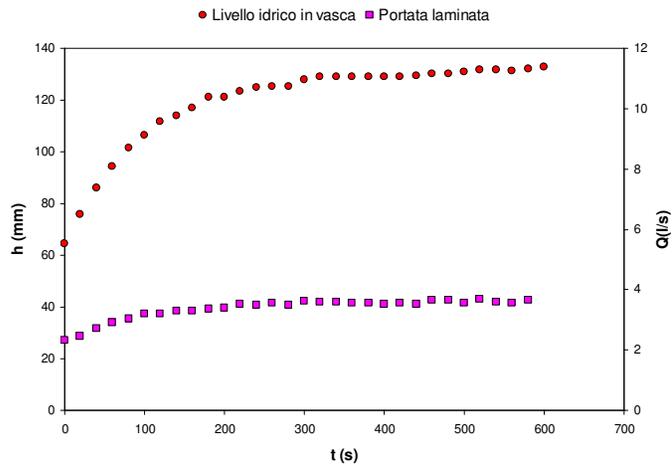


Fig. 10. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia senza soglia, con apertura $a=50$ mm, larghezza $b=86$ mm, angolo di inclinazione $\theta=63.4^\circ$.

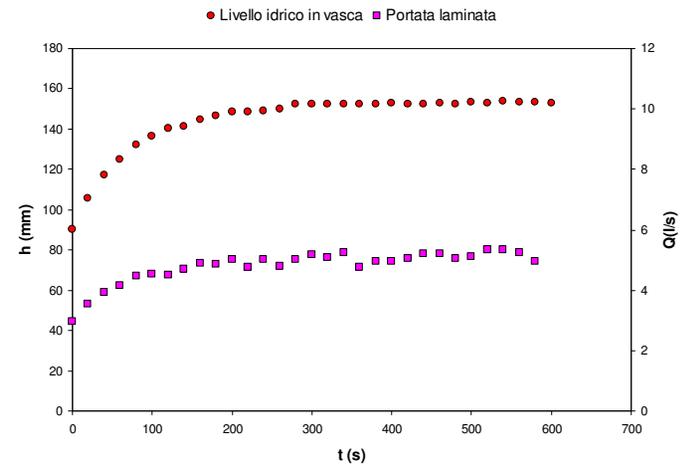


Fig. 12. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia senza soglia, con apertura $a=70$ mm, larghezza $b=86$ mm, angolo di inclinazione $\theta=63.4^\circ$.

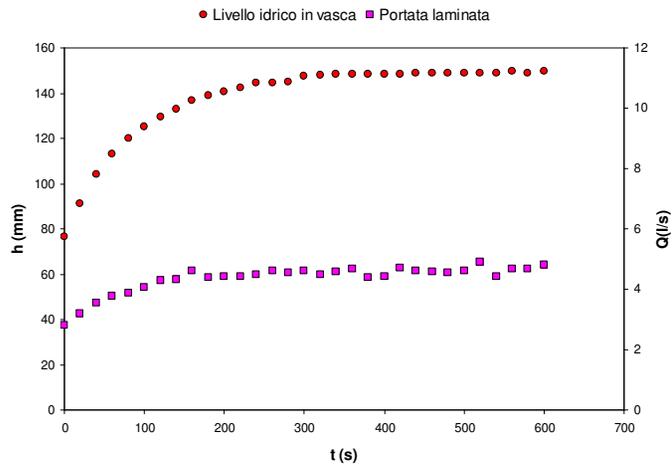


Fig. 13. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia senza soglia, con apertura $a=50$ mm, larghezza $b=106$ mm, angolo di inclinazione $\theta=63.4^\circ$.

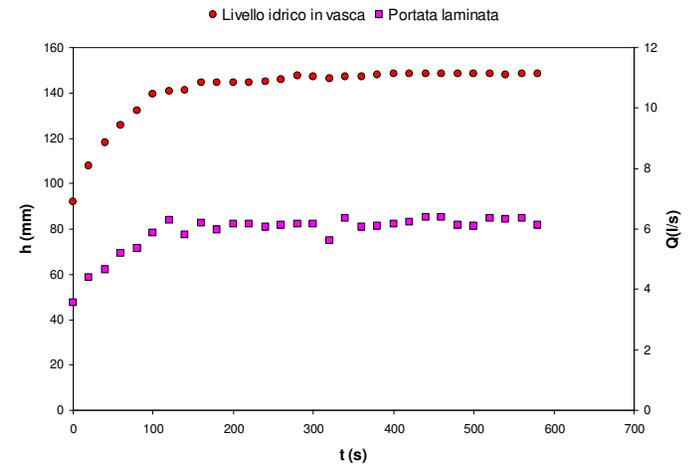


Fig. 15. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia senza soglia, con apertura $a=70$ mm, larghezza $b=106$ mm, angolo di inclinazione $\theta=63.4^\circ$.

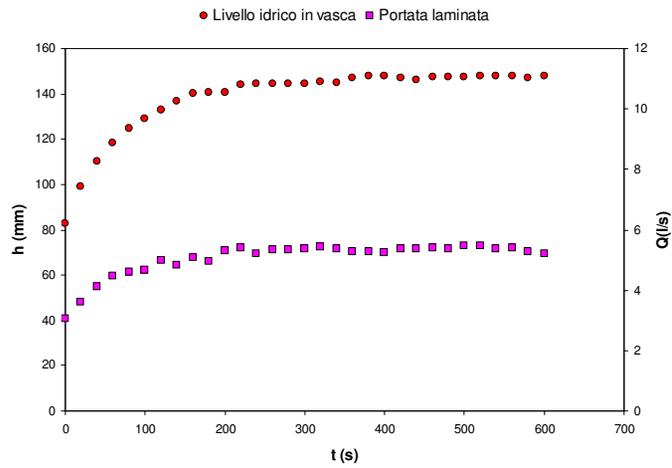


Fig. 14. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia senza soglia, con apertura $a=60$ mm, larghezza $b=106$ mm, angolo di inclinazione $\theta=63.4^\circ$.

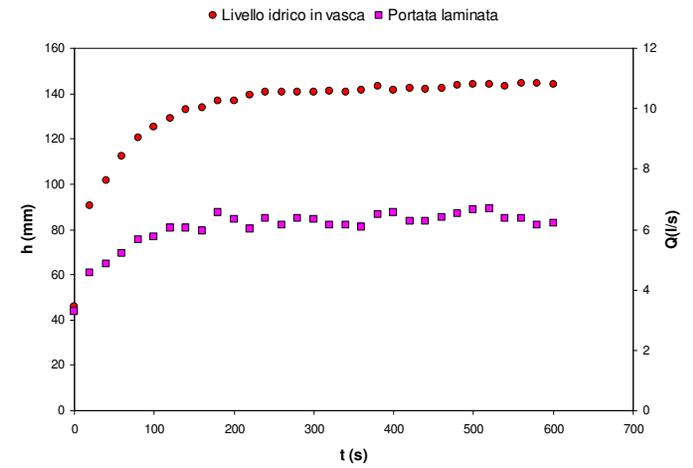


Fig. 16. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia senza soglia, con apertura $a=50$ mm, larghezza $b=142$ mm, angolo di inclinazione $\theta=63.4^\circ$.

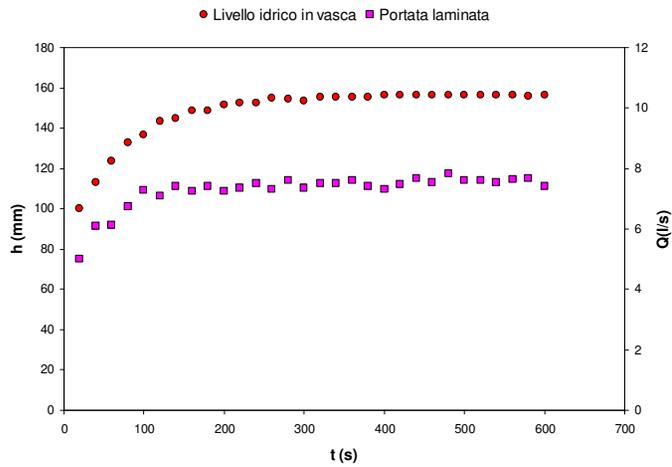


Fig. 17. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia senza soglia, con apertura $a=60$ mm, larghezza $b=142$ mm, angolo di inclinazione $\theta=63.4^\circ$.

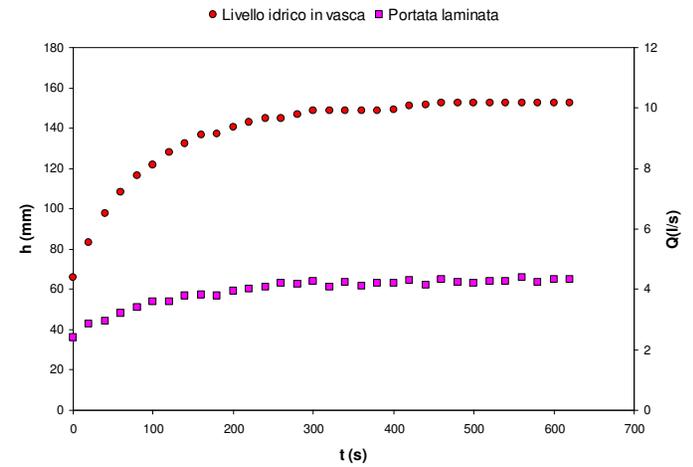


Fig. 19. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia senza soglia, con apertura $a=50$ mm, larghezza $b=86$ mm, angolo di inclinazione $\theta=90^\circ$.

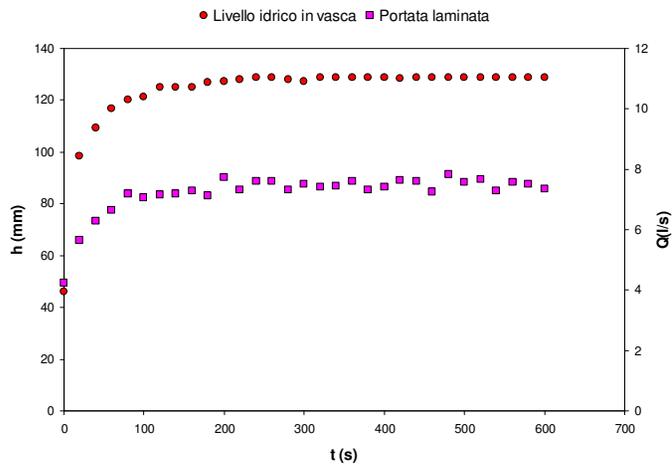


Fig. 18. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia senza soglia, con apertura $a=70$ mm, larghezza $b=142$ mm, angolo di inclinazione $\theta=63.4^\circ$.

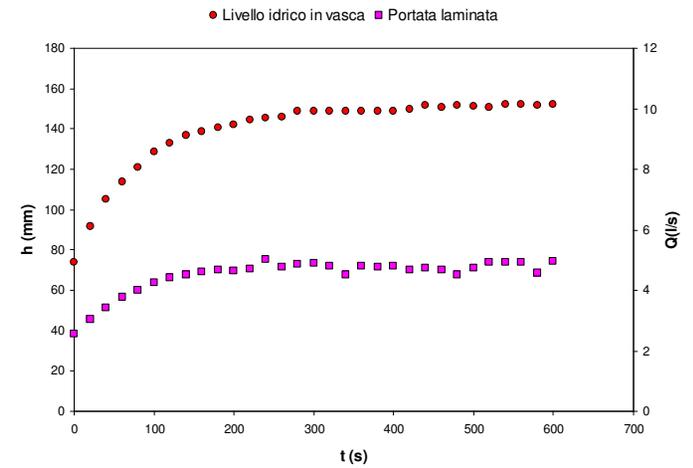


Fig. 20. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia senza soglia, con apertura $a=60$ mm, larghezza $b=86$ mm, angolo di inclinazione $\theta=90^\circ$.

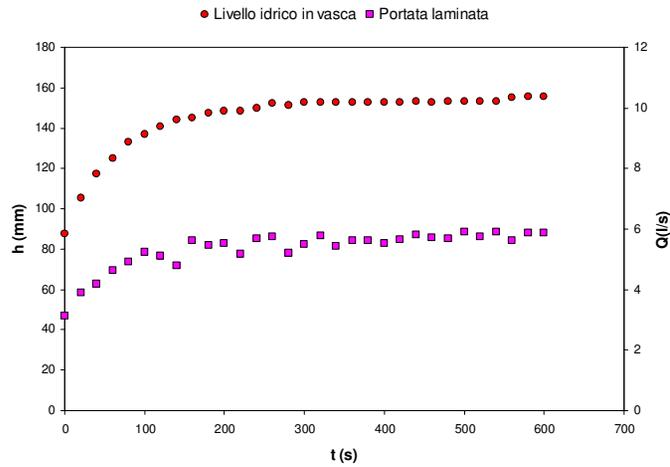


Fig. 21. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia senza soglia, con apertura $a=70$ mm, larghezza $b=86$ mm, angolo di inclinazione $\theta=90^\circ$.

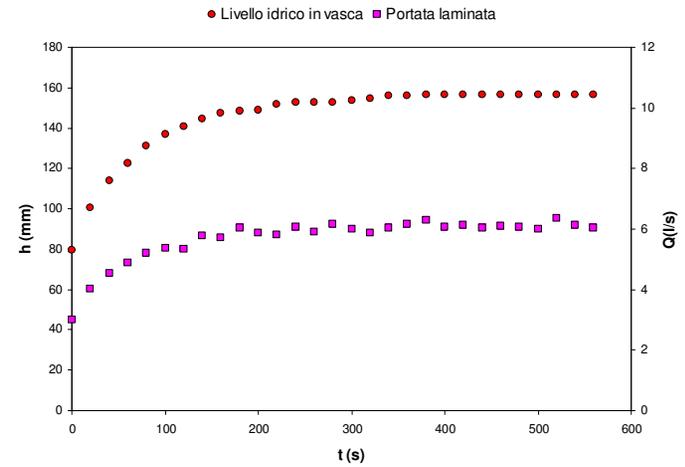


Fig. 23. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia senza soglia, con apertura $a=60$ mm, larghezza $b=106$ mm, angolo di inclinazione $\theta=90^\circ$.

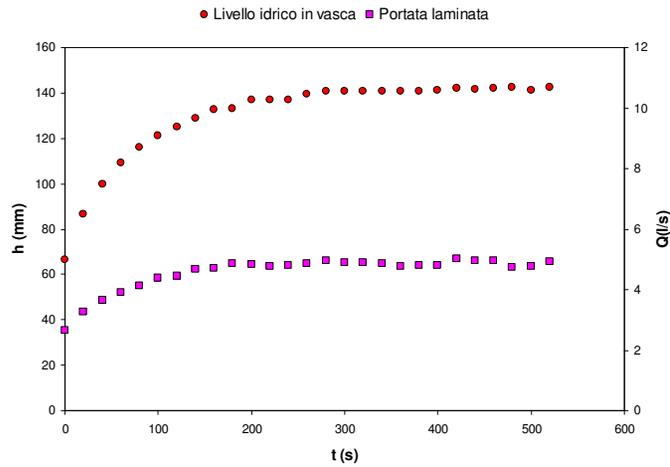


Fig. 22. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia senza soglia, con apertura $a=50$ mm, larghezza $b=106$ mm, angolo di inclinazione $\theta=90^\circ$.

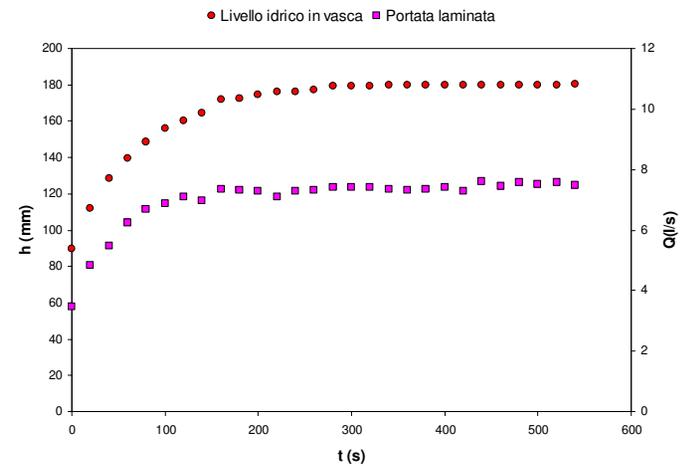


Fig. 24. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia senza soglia, con apertura $a=70$ mm, larghezza $b=106$ mm, angolo di inclinazione $\theta=90^\circ$.

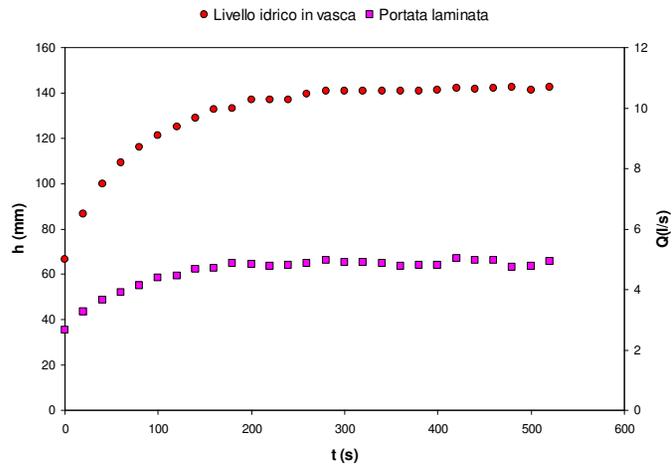


Fig. 25. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia senza soglia, con apertura $a=50$ mm, larghezza $b=142$ mm, angolo di inclinazione $\theta=90^\circ$.

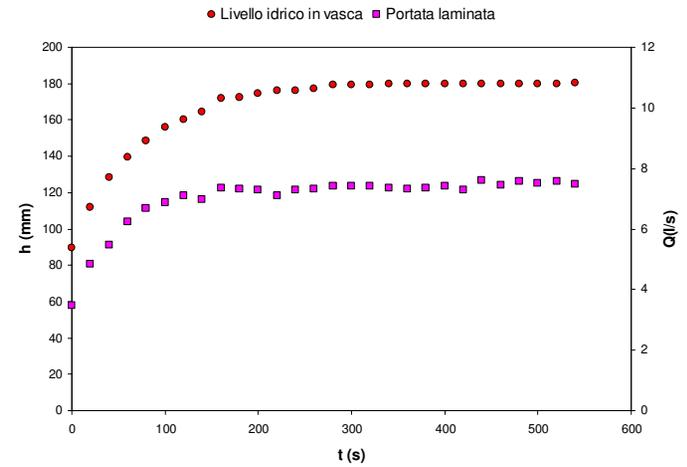


Fig. 27. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia senza soglia, con apertura $a=70$ mm, larghezza $b=142$ mm, angolo di inclinazione $\theta=90^\circ$.

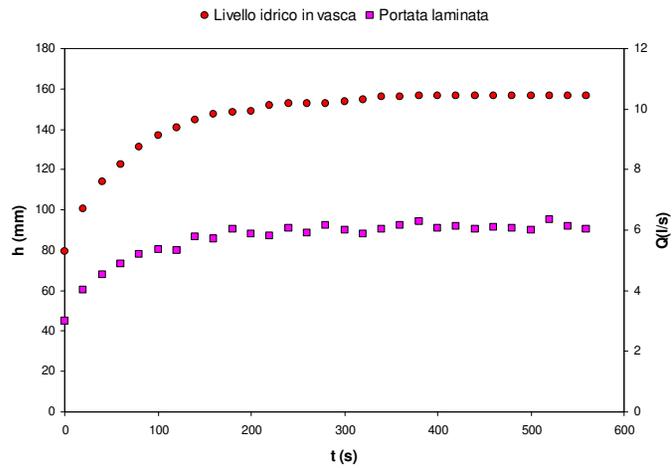


Fig. 26. Misura dei livelli idrici in vasca e delle portate laminare nel tempo. Paratoia senza soglia, con apertura $a=60$ mm, larghezza $b=142$ mm, angolo di inclinazione $\theta=90^\circ$.

0,22700	0,00100	0,00900	929,19739	0,98717	-0,00811	-0,07626	0,21100	0,00100	0,01500	1101,21090	0,70538	-0,00839	-0,11445
0,22900	0,00100	0,00900	895,83099	1,02041	-0,00778	-0,07579	0,21300	0,00100	0,01500	1077,22190	0,73886	-0,00855	-0,11833
0,23100	0,00100	0,00900	862,18610	1,05276	-0,00741	-0,07495	0,21500	0,00100	0,01500	1051,41850	0,77328	-0,00867	-0,12184
0,23300	0,00100	0,00900	828,55084	1,08403	-0,00699	-0,07375	0,21700	0,00100	0,01500	1023,83370	0,80845	-0,00873	-0,12488
0,23500	0,00100	0,00900	795,20978	1,11406	-0,00655	-0,07222	0,21900	0,00100	0,01500	994,54486	0,84420	-0,00875	-0,12737
0,23700	0,00100	0,00900	762,43304	1,14271	-0,00607	-0,07040	0,22100	0,00100	0,01500	963,67828	0,88029	-0,00870	-0,12924
0,23900	0,00100	0,00900	730,46667	1,16989	-0,00559	-0,06833	0,22300	0,00100	0,01500	931,41077	0,91648	-0,00859	-0,13042
0,24100	0,00100	0,00900	699,52484	1,19552	-0,00510	-0,06606	0,22500	0,00100	0,01500	897,96863	0,95250	-0,00841	-0,13087
0,24300	0,00100	0,00900	669,78448	1,21957	-0,00462	-0,06364	0,22700	0,00100	0,01500	863,62244	0,98809	-0,00818	-0,13055
0,24500	0,00100	0,00900	641,38287	1,24204	-0,00416	-0,06111	0,22900	0,00100	0,01500	828,67877	1,02298	-0,00790	-0,12948
0,24700	0,00100	0,00900	614,41687	1,26295	-0,00371	-0,05851	0,23100	0,00100	0,01500	793,46814	1,05690	-0,00756	-0,12767
0,24900	0,00100	0,00900	588,94537	1,28233	-0,00329	-0,05589	0,23300	0,00100	0,01500	758,33063	1,08962	-0,00719	-0,12518
0,25100	0,00100	0,00900	564,99237	1,30025	-0,00290	-0,05328	0,23500	0,00100	0,01500	723,60083	1,12096	-0,00678	-0,12205
0,20100	0,00100	0,01100	1232,25020	0,56359	-0,00722	-0,06722	0,23700	0,00100	0,01500	689,59296	1,15073	-0,00635	-0,11839
0,20300	0,00100	0,01100	1216,71060	0,59102	-0,00751	-0,07046	0,23900	0,00100	0,01500	656,58807	1,17883	-0,00591	-0,11429
0,20500	0,00100	0,01100	1199,69230	0,61967	-0,00779	-0,07368	0,24100	0,00100	0,01500	624,82471	1,20517	-0,00546	-0,10984
0,20700	0,00100	0,01100	1181,11320	0,64949	-0,00805	-0,07683	0,24300	0,00100	0,01500	594,49261	1,22973	-0,00502	-0,10514
0,20900	0,00100	0,01100	1160,90480	0,68044	-0,00827	-0,07986	0,24500	0,00100	0,01500	565,73053	1,25250	-0,00459	-0,10030
0,21100	0,00100	0,01100	1139,01750	0,71242	-0,00847	-0,08273	0,24700	0,00100	0,01500	538,62744	1,27352	-0,00418	-0,09540
0,21300	0,00100	0,01100	1115,42590	0,74533	-0,00862	-0,08539	0,24900	0,00100	0,01500	513,22607	1,29286	-0,00380	-0,09051
0,21500	0,00100	0,01100	1090,13480	0,77903	-0,00873	-0,08778	0,25100	0,00100	0,01500	489,52884	1,31080	-0,00343	-0,08571
0,21700	0,00100	0,01100	1063,18380	0,81337	-0,00878	-0,08985	0,20100	0,00100	0,01700	1176,86150	0,55033	-0,00707	-0,10466
0,21900	0,00100	0,01100	1034,65280	0,84815	-0,00878	-0,09155	0,20300	0,00100	0,01700	1161,31750	0,57774	-0,00736	-0,11005
0,22100	0,00100	0,01100	1004,66360	0,88317	-0,00871	-0,09283	0,20500	0,00100	0,01700	1144,20920	0,60653	-0,00763	-0,11544
0,22300	0,00100	0,01100	973,38147	0,91820	-0,00858	-0,09366	0,20700	0,00100	0,01700	1125,43320	0,63666	-0,00789	-0,12076
0,22500	0,00100	0,01100	941,01294	0,95302	-0,00839	-0,09402	0,20900	0,00100	0,01700	1104,89840	0,66811	-0,00813	-0,12593
0,22700	0,00100	0,01100	907,80164	0,98737	-0,00813	-0,09388	0,21100	0,00100	0,01700	1082,53190	0,70080	-0,00833	-0,13087
0,22900	0,00100	0,01100	874,02057	1,02104	-0,00782	-0,09325	0,21300	0,00100	0,01700	1058,28640	0,73465	-0,00850	-0,13548
0,23100	0,00100	0,01100	839,96252	1,05381	-0,00746	-0,09213	0,21500	0,00100	0,01700	1032,14820	0,76952	-0,00862	-0,13964
0,23300	0,00100	0,01100	805,92859	1,08546	-0,00705	-0,09057	0,21700	0,00100	0,01700	1004,14460	0,80524	-0,00870	-0,14326
0,23500	0,00100	0,01100	772,21588	1,11583	-0,00661	-0,08859	0,21900	0,00100	0,01700	974,35089	0,84163	-0,00872	-0,14623
0,23700	0,00100	0,01100	739,10590	1,14479	-0,00615	-0,08625	0,22100	0,00100	0,01700	942,89581	0,87844	-0,00868	-0,14845
0,23900	0,00100	0,01100	706,85406	1,17221	-0,00568	-0,08359	0,22300	0,00100	0,01700	909,96436	0,91541	-0,00858	-0,14983
0,24100	0,00100	0,01100	675,68121	1,19805	-0,00520	-0,08069	0,22500	0,00100	0,01700	875,79694	0,95225	-0,00842	-0,15032
0,24300	0,00100	0,01100	645,76837	1,22224	-0,00473	-0,07760	0,22700	0,00100	0,01700	840,68414	0,98868	-0,00820	-0,14989
0,24500	0,00100	0,01100	617,25391	1,24481	-0,00428	-0,07439	0,22900	0,00100	0,01700	804,95740	1,02438	-0,00793	-0,14852
0,24700	0,00100	0,01100	590,23358	1,26576	-0,00384	-0,07111	0,23100	0,00100	0,01700	768,97510	1,05909	-0,00762	-0,14625
0,24900	0,00100	0,01100	564,76270	1,28514	-0,00343	-0,06779	0,23300	0,00100	0,01700	733,10596	1,09254	-0,00726	-0,14314
0,25100	0,00100	0,01100	540,86035	1,30303	-0,00305	-0,06451	0,23500	0,00100	0,01700	697,71136	1,12450	-0,00687	-0,13928
0,20100	0,00100	0,01300	1213,59350	0,55989	-0,00718	-0,07962	0,23700	0,00100	0,01700	663,12823	1,15481	-0,00646	-0,13478
0,20300	0,00100	0,01300	1198,04930	0,58733	-0,00747	-0,08354	0,23900	0,00100	0,01700	629,65454	1,18333	-0,00604	-0,12976
0,20500	0,00100	0,01300	1181,00270	0,61603	-0,00775	-0,08743	0,24100	0,00100	0,01700	597,53918	1,20999	-0,00561	-0,12435
0,20700	0,00100	0,01300	1162,36580	0,64595	-0,00800	-0,09124	0,24300	0,00100	0,01700	566,97552	1,23474	-0,00519	-0,11867
0,20900	0,00100	0,01300	1142,06470	0,67704	-0,00823	-0,09493	0,24500	0,00100	0,01700	538,10010	1,25762	-0,00478	-0,11284
0,21100	0,00100	0,01300	1120,04330	0,70923	-0,00843	-0,09842	0,24700	0,00100	0,01700	510,99478	1,27865	-0,00439	-0,10697
0,21300	0,00100	0,01300	1096,27110	0,74240	-0,00859	-0,10166	0,24900	0,00100	0,01700	485,69144	1,29792	-0,00402	-0,10116
0,21500	0,00100	0,01300	1070,74830	0,77643	-0,00870	-0,10458	0,25100	0,00100	0,01700	462,17926	1,31552	-0,00367	-0,09548
0,21700	0,00100	0,01300	1043,51170	0,81114	-0,00876	-0,10711	0,20100	0,00100	0,01900	1158,80750	0,54436	-0,00700	-0,11729
0,21900	0,00100	0,01300	1014,64010	0,84636	-0,00877	-0,10918	0,20300	0,00100	0,01900	1143,27190	0,57174	-0,00729	-0,12350
0,22100	0,00100	0,01300	984,25745	0,88186	-0,00871	-0,11075	0,20500	0,00100	0,01900	1126,13330	0,60055	-0,00756	-0,12974
0,22300	0,00100	0,01300	952,53400	0,91741	-0,00859	-0,11174	0,20700	0,00100	0,01900	1107,27800	0,63079	-0,00782	-0,13592
0,22500	0,00100	0,01300	919,68512	0,95276	-0,00840	-0,11215	0,20900	0,00100	0,01900	1086,60240	0,66243	-0,00806	-0,14196
0,22700	0,00100	0,01300	885,96600	0,98767	-0,00816	-0,11193	0,21100	0,00100	0,01900	1064,02190	0,69542	-0,00827	-0,14775
0,22900	0,00100	0,01300	851,66418	1,02188	-0,00786	-0,11111	0,21300	0,00100	0,01900	1039,47690	0,72967	-0,00844	-0,15317
0,23100	0,00100	0,01300	817,08881	1,05516	-0,00751	-0,10968	0,21500	0,00100	0,01900	1012,94320	0,76507	-0,00857	-0,15809
0,23300	0,00100	0,01300	782,55798	1,08730	-0,00712	-0,10768	0,21700	0,00100	0,01900	984,44031	0,80144	-0,00865	-0,16238
0,23500	0,00100	0,01300	748,38519	1,11810	-0,00669	-0,10518	0,21900	0,00100	0,01900	954,03998	0,83859	-0,00868	-0,16590
0,23700	0,00100	0,01300	714,86646	1,14743	-0,00625	-0,10223	0,22100	0,00100	0,01900	921,87372	0,87626	-0,00865	-0,16853
0,23900	0,00100	0,01300	682,26868	1,17516	-0,00579	-0,09891	0,22300	0,00100	0,01900	888,13635	0,91417	-0,00856	-0,17016
0,24100	0,00100	0,01300	650,82104	1,20123	-0,00532	-0,09528	0,22500	0,00100	0,01900	853,08649	0,95202	-0,00842	-0,17071
0,24300	0,00100	0,01300	620,70880	1,22560	-0,00487	-0,09145	0,22700	0,00100	0,01900	817,04071	0,98947	-0,00822	-0,17012
0,24500	0,00100	0,01300	592,07117	1,24826	-0,00442	-0,08747	0,22900	0,00100	0,01900	780,36298	1,02618	-0,00796	-0,16840
0,24700	0,00100	0,01300	565,00134	1,26926	-0,00400	-0,08342	0,23100	0,00100	0,01900	743,44824	1,06184	-0,00766	-0,16557
0,24900	0,00100	0,01300	539,54968	1,28863	-0,00360	-0,07936	0,23300	0,00100	0,01900	706,70258	1,09616	-0,00732	-0,16173
0,25100	0,00100	0,01300	515,72815	1,30645	-0,00322	-0,07535	0,23500	0,00100	0,01900	670,52161	1,12889	-0,00695	-0,15698
0,20100	0,00100	0,01500	1195,12730	0,55549	-0,00713	-0,09210	0,23700	0,00100	0,01900	635,27026	1,15982	-0,00656	-0,15148
0,20300	0,00100	0,01500	1179,58120	0,58292	-0,00742	-0,09673	0,23900	0,00100	0,01900	601,26654	1,18883	-0,00616	-0,14537
0,20500	0,00100	0,01500	1162,50420	0,61166	-0,00770	-0,10134	0,24100	0,00100	0,01900	568,76984	1,21583	-0,00576	-0,13882
0,20700	0,00100	0,01500	1143,80150	0,64169	-0,00795	-0,10588	0,24300	0,00100	0,01900	537,97559	1,24079	-0,00536	-0,13200
0,20900	0,00100	0,01500	1123,39150	0,67295	-0,00819	-0,11027</							

0,24700	0,00100	0,01900	481,95801	1,28475	-0,00460	-0,11807	0,23100	0,00100	0,02500	658,24384	1,07486	-0,00761	-0,23039
0,24900	0,00100	0,01900	456,82166	1,30389	-0,00425	-0,11121	0,23300	0,00100	0,02500	617,69934	1,11300	-0,00732	-0,22324
0,25100	0,00100	0,01900	433,57712	1,32129	-0,00392	-0,10456	0,23500	0,00100	0,02500	578,23962	1,14892	-0,00701	-0,21452
0,20100	0,00100	0,02100	1140,97940	0,53754	-0,00692	-0,12998	0,23700	0,00100	0,02500	540,35809	1,18232	-0,00669	-0,20455
0,20300	0,00100	0,02100	1125,46090	0,56484	-0,00721	-0,13708	0,23900	0,00100	0,02500	504,44482	1,21304	-0,00637	-0,19369
0,20500	0,00100	0,02100	1108,29570	0,59365	-0,00748	-0,14424	0,24100	0,00100	0,02500	470,77621	1,24103	-0,00606	-0,18228
0,20700	0,00100	0,02100	1089,35640	0,62397	-0,00774	-0,15137	0,24300	0,00100	0,02500	439,51962	1,26633	-0,00576	-0,17063
0,20900	0,00100	0,02100	1068,52540	0,65581	-0,00798	-0,15838	0,24500	0,00100	0,02500	410,74582	1,28903	-0,00547	-0,15902
0,21100	0,00100	0,02100	1045,70180	0,68912	-0,00819	-0,16513	0,24700	0,00100	0,02500	384,44473	1,30929	-0,00521	-0,14766
0,21300	0,00100	0,02100	1020,81070	0,72383	-0,00837	-0,17149	0,24900	0,00100	0,02500	360,54080	1,32731	-0,00497	-0,13672
0,21500	0,00100	0,02100	993,81360	0,75983	-0,00850	-0,17729	0,25100	0,00100	0,02500	338,90887	1,34328	-0,00474	-0,12634
0,21700	0,00100	0,02100	964,71881	0,79695	-0,00859	-0,18237	0,20100	0,00100	0,02700	1089,01840	0,51123	-0,00663	-0,16807
0,21900	0,00100	0,02100	933,59290	0,83500	-0,00862	-0,18656	0,20300	0,00100	0,02700	1073,64720	0,53796	-0,00691	-0,17829
0,22100	0,00100	0,02100	900,56952	0,87370	-0,00861	-0,18969	0,20500	0,00100	0,02700	1056,46610	0,56645	-0,00717	-0,18880
0,22300	0,00100	0,02100	865,85559	0,91275	-0,00853	-0,19163	0,20700	0,00100	0,02700	1037,28890	0,59680	-0,00743	-0,19949
0,22500	0,00100	0,02100	829,73273	0,95182	-0,00840	-0,19225	0,20900	0,00100	0,02700	1015,92920	0,62908	-0,00767	-0,21022
0,22700	0,00100	0,02100	792,55157	0,99051	-0,00821	-0,19148	0,21100	0,00100	0,02700	992,20819	0,66333	-0,00787	-0,22082
0,22900	0,00100	0,02100	754,71912	1,02846	-0,00797	-0,18933	0,21300	0,00100	0,02700	965,96838	0,69958	-0,00805	-0,23104
0,23100	0,00100	0,02100	716,67883	1,06529	-0,00769	-0,18584	0,21500	0,00100	0,02700	937,08984	0,73779	-0,00819	-0,24063
0,23300	0,00100	0,02100	678,88586	1,10066	-0,00737	-0,18111	0,21700	0,00100	0,02700	905,51086	0,77785	-0,00829	-0,24926
0,23500	0,00100	0,02100	641,77966	1,13428	-0,00702	-0,17529	0,21900	0,00100	0,02700	871,25195	0,81957	-0,00833	-0,25659
0,23700	0,00100	0,02100	605,76001	1,16595	-0,00665	-0,16858	0,22100	0,00100	0,02700	834,44012	0,86268	-0,00832	-0,26224
0,23900	0,00100	0,02100	571,16736	1,19550	-0,00627	-0,16118	0,22300	0,00100	0,02700	795,33014	0,90676	-0,00825	-0,26586
0,24100	0,00100	0,02100	538,27106	1,22286	-0,00589	-0,15329	0,22500	0,00100	0,02700	754,31720	0,95131	-0,00812	-0,26715
0,24300	0,00100	0,02100	507,26514	1,24801	-0,00552	-0,14512	0,22700	0,00100	0,02700	711,93561	0,99571	-0,00794	-0,26888
0,24500	0,00100	0,02100	478,26987	1,27100	-0,00516	-0,13685	0,22900	0,00100	0,02700	668,83856	1,03928	-0,00771	-0,26916
0,24700	0,00100	0,02100	451,33835	1,29191	-0,00481	-0,12862	0,23100	0,00100	0,02700	625,75134	1,08133	-0,00745	-0,25547
0,24900	0,00100	0,02100	426,46548	1,31084	-0,00449	-0,12058	0,23300	0,00100	0,02700	583,40491	1,12124	-0,00717	-0,24666
0,25100	0,00100	0,02100	403,59885	1,32794	-0,00419	-0,11283	0,23500	0,00100	0,02700	542,46808	1,15852	-0,00689	-0,23591
0,20100	0,00100	0,02300	1123,39270	0,52978	-0,00683	-0,14270	0,23700	0,00100	0,02700	503,94478	1,19283	-0,00661	-0,22369
0,20300	0,00100	0,02300	1107,90410	0,55696	-0,00712	-0,15076	0,23900	0,00100	0,02700	466,89493	1,22402	-0,00634	-0,21047
0,20500	0,00100	0,02300	1090,71940	0,58573	-0,00739	-0,15893	0,24100	0,00100	0,02700	432,92996	1,25207	-0,00608	-0,19670
0,20700	0,00100	0,02300	1071,69520	0,61612	-0,00765	-0,16713	0,24300	0,00100	0,02700	401,72925	1,27709	-0,00585	-0,18278
0,20900	0,00100	0,02300	1050,69560	0,64815	-0,00789	-0,17522	0,24500	0,00100	0,02700	373,31525	1,29924	-0,00563	-0,16902
0,21100	0,00100	0,02300	1027,59970	0,68179	-0,00810	-0,18308	0,24700	0,00100	0,02700	347,62592	1,31874	-0,00543	-0,15567
0,21300	0,00100	0,02300	1002,31230	0,71699	-0,00828	-0,19052	0,24900	0,00100	0,02700	324,53186	1,33584	-0,00526	-0,14295
0,21500	0,00100	0,02300	974,77557	0,75366	-0,00842	-0,19736	0,25100	0,00100	0,02700	303,85461	1,35081	-0,00510	-0,13098
0,21700	0,00100	0,02300	944,98236	0,79165	-0,00851	-0,20340	0,20100	0,00100	0,02900	1072,27230	0,50029	-0,00651	-0,18059
0,21900	0,00100	0,02300	912,99023	0,83074	-0,00855	-0,20840	0,20300	0,00100	0,02900	1057,00200	0,52664	-0,00678	-0,19202
0,22100	0,00100	0,02300	878,93414	0,87068	-0,00854	-0,21217	0,20500	0,00100	0,02900	1039,85970	0,55485	-0,00705	-0,20386
0,22300	0,00100	0,02300	843,03516	0,91111	-0,00847	-0,21449	0,20700	0,00100	0,02900	1020,63060	0,58504	-0,00730	-0,21602
0,22500	0,00100	0,02300	805,60437	0,95165	-0,00835	-0,21523	0,20900	0,00100	0,02900	999,09393	0,61732	-0,00753	-0,22834
0,22700	0,00100	0,02300	767,03705	0,99187	-0,00818	-0,21428	0,21100	0,00100	0,02900	975,03009	0,65180	-0,00774	-0,24063
0,22900	0,00100	0,02300	727,79791	1,03133	-0,00795	-0,21163	0,21300	0,00100	0,02900	948,23474	0,68855	-0,00791	-0,25264
0,23100	0,00100	0,02300	688,39587	1,06957	-0,00768	-0,20732	0,21500	0,00100	0,02900	918,53845	0,72757	-0,00805	-0,26406
0,23300	0,00100	0,02300	649,35107	1,10620	-0,00737	-0,20151	0,21700	0,00100	0,02900	885,83252	0,76882	-0,00813	-0,27449
0,23500	0,00100	0,02300	611,16003	1,14089	-0,00704	-0,19439	0,21900	0,00100	0,02900	850,10059	0,81213	-0,00816	-0,28349
0,23700	0,00100	0,02300	574,26489	1,17338	-0,00670	-0,18622	0,22100	0,00100	0,02900	811,45349	0,85724	-0,00813	-0,29059
0,23900	0,00100	0,02300	539,03088	1,20352	-0,00635	-0,17726	0,22300	0,00100	0,02900	770,16187	0,90371	-0,00804	-0,29531
0,24100	0,00100	0,02300	505,73438	1,23124	-0,00600	-0,16777	0,22500	0,00100	0,02900	726,67932	0,95095	-0,00788	-0,29719
0,24300	0,00100	0,02300	474,56158	1,25653	-0,00565	-0,15802	0,22700	0,00100	0,02900	681,64789	0,99820	-0,00768	-0,29587
0,24500	0,00100	0,02300	445,61414	1,27946	-0,00533	-0,14821	0,22900	0,00100	0,02900	635,87976	1,04456	-0,00744	-0,29114
0,24700	0,00100	0,02300	418,91922	1,30015	-0,00502	-0,13854	0,23100	0,00100	0,02900	590,28638	1,08910	-0,00719	-0,28309
0,24900	0,00100	0,02300	394,44193	1,31873	-0,00472	-0,12915	0,23300	0,00100	0,02900	545,77216	1,13099	-0,00694	-0,27209
0,25100	0,00100	0,02300	372,09821	1,33538	-0,00445	-0,12017	0,23500	0,00100	0,02900	503,13385	1,16963	-0,00670	-0,25869
0,20100	0,00100	0,02500	1106,06580	0,52104	-0,00674	-0,15542	0,23700	0,00100	0,02900	462,99164	1,20466	-0,00648	-0,24357
0,20300	0,00100	0,02500	1090,62430	0,54803	-0,00702	-0,16451	0,23900	0,00100	0,02900	425,75937	1,23597	-0,00629	-0,22738
0,20500	0,00100	0,02500	1073,43200	0,57671	-0,00729	-0,17380	0,24100	0,00100	0,02900	391,65283	1,26364	-0,00612	-0,21070
0,20700	0,00100	0,02500	1054,32630	0,60711	-0,00755	-0,18318	0,24300	0,00100	0,02900	360,73105	1,28788	-0,00598	-0,19402
0,20900	0,00100	0,02500	1033,14840	0,63929	-0,00778	-0,19251	0,24500	0,00100	0,02900	332,94418	1,30896	-0,00586	-0,17770
0,21100	0,00100	0,02500	1009,75240	0,67325	-0,00800	-0,20163	0,24700	0,00100	0,02900	308,16254	1,32719	-0,00576	-0,16204
0,21300	0,00100	0,02500	984,01587	0,70898	-0,00817	-0,21035	0,24900	0,00100	0,02900	286,18793	1,34288	-0,00567	-0,14727
0,21500	0,00100	0,02500	955,85474	0,74639	-0,00831	-0,21844	0,25100	0,00100	0,02900	266,77319	1,35638	-0,00559	-0,13352
0,21700	0,00100	0,02500	925,23981	0,78536	-0,00841	-0,22563	0,20100	0,00100	0,03100	1055,85020	0,48815	-0,00638	-0,19288
0,21900	0,00100	0,02500	892,21423	0,82568	-0,00846	-0,23166	0,20300	0,00100	0,03100	1040,72170	0,51399	-0,00665	-0,20560
0,22100	0,00100	0,02500	856,91162	0,86706	-0,00845	-0,23623	0,20500	0,00100	0,03100	1023,65610	0,54177	-0,00691	-0,21889
0,22300	0,00100	0,02500	819,56946	0,90915	-0,00839	-0,23910	0,20700	0,00100	0,03100	1004,40720	0,57165	-0,00715	-0,23266
0,22500	0,00100	0,02500	780,53589	0,95150	-0,00827	-0,24004	0,20900	0,00100	0,03100	982,71234	0,60381	-0,00738	-0,24678
0,22700	0,00100	0,02500	740,26562	0,99359	-0,00809	-0,23891	0,21100	0,00100	0,03100	958,29968	0,63839	-0,00758	-0,26104
0,22900	0,00100	0,02500	699,30212	1,03489	-0,00787	-0,23567	0,21300						

0,21500	0,00100	0,03100	900,28558	0,71535	-0,00787	-0,28880	0,25100	0,00100	0,03500	142,90872	1,33383	-0,00868	-0,11966
0,21700	0,00100	0,03100	866,26843	0,75784	-0,00794	-0,30150	0,20100	0,00100	0,03700	1008,74040	0,44402	-0,00594	-0,22698
0,21900	0,00100	0,03100	828,77649	0,80292	-0,00794	-0,31270	0,20300	0,00100	0,03700	994,39679	0,46722	-0,00618	-0,24389
0,22100	0,00100	0,03100	787,88635	0,85034	-0,00787	-0,32179	0,20500	0,00100	0,03700	977,95239	0,49245	-0,00641	-0,26249
0,22300	0,00100	0,03100	743,87750	0,89966	-0,00773	-0,32811	0,20700	0,00100	0,03700	959,03839	0,52001	-0,00663	-0,28154
0,22500	0,00100	0,03100	697,27374	0,95020	-0,00753	-0,33098	0,20900	0,00100	0,03700	937,21771	0,55025	-0,00682	-0,30229
0,22700	0,00100	0,03100	648,86517	1,00097	-0,00730	-0,32971	0,21100	0,00100	0,03700	911,97852	0,58357	-0,00697	-0,32423
0,22900	0,00100	0,03100	599,70740	1,05071	-0,00706	-0,32392	0,21300	0,00100	0,03700	882,73578	0,62043	-0,00706	-0,34718
0,23100	0,00100	0,03100	550,99756	1,09808	-0,00684	-0,31370	0,21500	0,00100	0,03700	848,84869	0,66136	-0,00707	-0,37078
0,23300	0,00100	0,03100	503,88867	1,14198	-0,00665	-0,29966	0,21700	0,00100	0,03700	809,66656	0,70684	-0,00697	-0,39448
0,23500	0,00100	0,03100	459,33838	1,18168	-0,00649	-0,28268	0,21900	0,00100	0,03700	764,61798	0,75734	-0,00673	-0,41743
0,23700	0,00100	0,03100	418,02670	1,21688	-0,00638	-0,26374	0,22100	0,00100	0,03700	713,35533	0,81317	-0,00639	-0,43837
0,23900	0,00100	0,03100	380,33301	1,24759	-0,00630	-0,24378	0,22300	0,00100	0,03700	655,95093	0,87436	-0,00604	-0,45557
0,24100	0,00100	0,03100	346,36722	1,27411	-0,00626	-0,22352	0,22500	0,00100	0,03700	593,12531	0,94010	-0,00581	-0,46607
0,24300	0,00100	0,03100	316,06326	1,29680	-0,00625	-0,20353	0,22700	0,00100	0,03700	526,64648	1,00668	-0,00579	-0,46359
0,24500	0,00100	0,03100	289,27161	1,31608	-0,00625	-0,18421	0,22900	0,00100	0,03700	460,17050	1,06854	-0,00597	-0,44723
0,24700	0,00100	0,03100	265,78787	1,33234	-0,00627	-0,16589	0,23100	0,00100	0,03700	397,23785	1,12204	-0,00626	-0,42024
0,24900	0,00100	0,03100	245,32904	1,34602	-0,00629	-0,14881	0,23300	0,00100	0,03700	340,17776	1,16612	-0,00661	-0,38662
0,25100	0,00100	0,03100	227,55791	1,35752	-0,00631	-0,13311	0,23500	0,00100	0,03700	290,14944	1,20127	-0,00698	-0,34967
0,20100	0,00100	0,03300	1039,77440	0,47475	-0,00625	-0,20481	0,23700	0,00100	0,03700	247,62404	1,22841	-0,00735	-0,31163
0,20300	0,00100	0,03300	1024,83860	0,49991	-0,00651	-0,21888	0,23900	0,00100	0,03700	212,36429	1,24902	-0,00775	-0,27521
0,20500	0,00100	0,03300	1007,90290	0,52708	-0,00676	-0,23373	0,24100	0,00100	0,03700	182,84888	1,26515	-0,00819	-0,24134
0,20700	0,00100	0,03300	988,68402	0,55647	-0,00699	-0,24928	0,24300	0,00100	0,03700	157,62054	1,27829	-0,00874	-0,20950
0,20900	0,00100	0,03300	966,86908	0,58829	-0,00721	-0,26540	0,24500	0,00100	0,03700	136,45033	1,28838	-0,00932	-0,17862
0,21100	0,00100	0,03300	942,12134	0,62278	-0,00740	-0,28192	0,24700	0,00100	0,03700	120,25957	1,29546	-0,00979	-0,15083
0,21300	0,00100	0,03300	914,09412	0,66017	-0,00755	-0,29855	0,24900	0,00100	0,03700	107,79842	1,30053	-0,01018	-0,12636
0,21500	0,00100	0,03300	882,45483	0,70066	-0,00765	-0,31491	0,25100	0,00100	0,03700	97,98638	1,30433	-0,01049	-0,10494
0,21700	0,00100	0,03300	846,92389	0,74438	-0,00769	-0,33047	0,20100	0,00100	0,03900	993,80823	0,42670	-0,00578	-0,23685
0,21900	0,00100	0,03300	807,33051	0,79133	-0,00764	-0,34457	0,20300	0,00100	0,03900	979,89288	0,44855	-0,00601	-0,25516
0,22100	0,00100	0,03300	763,68427	0,84136	-0,00751	-0,35641	0,20500	0,00100	0,03900	963,85284	0,47236	-0,00622	-0,27503
0,22300	0,00100	0,03300	716,25476	0,89405	-0,00730	-0,36509	0,20700	0,00100	0,03900	945,27582	0,49847	-0,00642	-0,29656
0,22500	0,00100	0,03300	665,64459	0,94865	-0,00704	-0,36953	0,20900	0,00100	0,03900	923,65509	0,52726	-0,00659	-0,31984
0,22700	0,00100	0,03300	612,85199	1,00378	-0,00680	-0,36840	0,21100	0,00100	0,03900	898,37006	0,55923	-0,00671	-0,34489
0,22900	0,00100	0,03300	559,33569	1,05747	-0,00660	-0,36092	0,21300	0,00100	0,03900	868,67188	0,59497	-0,00675	-0,37164
0,23100	0,00100	0,03300	506,74942	1,10776	-0,00646	-0,34742	0,21500	0,00100	0,03900	833,68280	0,63518	-0,00668	-0,39989
0,23300	0,00100	0,03300	456,59372	1,15324	-0,00640	-0,32899	0,21700	0,00100	0,03900	792,43109	0,68067	-0,00646	-0,42917
0,23500	0,00100	0,03300	410,00513	1,19317	-0,00638	-0,30707	0,21900	0,00100	0,03900	743,94995	0,73229	-0,00609	-0,45861
0,23700	0,00100	0,03300	367,68799	1,22743	-0,00642	-0,28313	0,22100	0,00100	0,03900	687,47595	0,79089	-0,00565	-0,48675
0,23900	0,00100	0,03300	329,91119	1,25636	-0,00650	-0,25844	0,22300	0,00100	0,03900	622,75500	0,85718	-0,00534	-0,51124
0,24100	0,00100	0,03300	296,56207	1,28059	-0,00661	-0,23393	0,22500	0,00100	0,03900	550,44006	0,93038	-0,00533	-0,52683
0,24300	0,00100	0,03300	267,35577	1,30076	-0,00676	-0,21011	0,22700	0,00100	0,03900	473,04330	1,00360	-0,00566	-0,52003
0,24500	0,00100	0,03300	242,02739	1,31739	-0,00691	-0,18736	0,22900	0,00100	0,03900	397,33020	1,06762	-0,00618	-0,49306
0,24700	0,00100	0,03300	220,33348	1,33097	-0,00707	-0,16608	0,23100	0,00100	0,03900	328,40140	1,11893	-0,00676	-0,45405
0,24900	0,00100	0,03300	201,88362	1,34202	-0,00720	-0,14653	0,23300	0,00100	0,03900	268,46710	1,15841	-0,00729	-0,40943
0,25100	0,00100	0,03300	186,21353	1,35105	-0,00732	-0,12881	0,23500	0,00100	0,03900	217,86925	1,18841	-0,00781	-0,36331
0,20100	0,00100	0,03500	1024,06560	0,46004	-0,00610	-0,21623	0,23700	0,00100	0,03900	176,92389	1,20994	-0,00829	-0,31623
0,20300	0,00100	0,03500	1009,38670	0,48434	-0,00635	-0,23172	0,23900	0,00100	0,03900	145,66882	1,22465	-0,00879	-0,27376
0,20500	0,00100	0,03500	992,65125	0,51067	-0,00659	-0,24820	0,24100	0,00100	0,03900	120,29787	1,23629	-0,00939	-0,23645
0,20700	0,00100	0,03500	973,53455	0,53931	-0,00682	-0,26566	0,24300	0,00100	0,03900	97,53202	1,24765	-0,01023	-0,20234
0,20900	0,00100	0,03500	951,66522	0,57052	-0,00702	-0,28401	0,24500	0,00100	0,03900	77,48403	1,25626	-0,01119	-0,16501
0,21100	0,00100	0,03500	926,62677	0,60463	-0,00720	-0,30309	0,24700	0,00100	0,03900	65,77772	1,26057	-0,01192	-0,13362
0,21300	0,00100	0,03500	897,96753	0,64198	-0,00732	-0,32265	0,24900	0,00100	0,03900	57,78359	1,26323	-0,01252	-0,10689
0,21500	0,00100	0,03500	865,22455	0,68290	-0,00739	-0,34230	0,25100	0,00100	0,03900	51,83841	1,26518	-0,01303	-0,08394
0,21700	0,00100	0,03500	827,96783	0,72769	-0,00737	-0,36148	0,20100	0,00100	0,04100	979,26752	0,40815	-0,00560	-0,24563
0,21900	0,00100	0,03500	785,87323	0,77652	-0,00724	-0,37940	0,20300	0,00100	0,04100	965,88672	0,42837	-0,00582	-0,26525
0,22100	0,00100	0,03500	738,82428	0,82940	-0,00702	-0,39507	0,20500	0,00100	0,04100	950,38702	0,45042	-0,00602	-0,28674
0,22300	0,00100	0,03500	687,03741	0,88604	-0,00673	-0,40721	0,20700	0,00100	0,04100	932,31860	0,47463	-0,00620	-0,31030
0,22500	0,00100	0,03500	631,19135	0,94563	-0,00644	-0,41410	0,20900	0,00100	0,04100	911,10748	0,50141	-0,00634	-0,33613
0,22700	0,00100	0,03500	572,58734	1,00605	-0,00624	-0,41285	0,21100	0,00100	0,04100	886,01862	0,53131	-0,00642	-0,36441
0,22900	0,00100	0,03500	513,41913	1,06402	-0,00617	-0,40232	0,21300	0,00100	0,04100	856,11310	0,56503	-0,00640	-0,39531
0,23100	0,00100	0,03500	456,07932	1,11672	-0,00621	-0,38357	0,21500	0,00100	0,04100	820,21051	0,60348	-0,00622	-0,42884
0,23300	0,00100	0,03500	402,50562	1,16258	-0,00633	-0,35877	0,21700	0,00100	0,04100	776,88269	0,64780	-0,00586	-0,46480
0,23500	0,00100	0,03500	353,96469	1,20118	-0,00651	-0,33020	0,21900	0,00100	0,04100	724,53687	0,69944	-0,00535	-0,50249
0,23700	0,00100	0,03500	311,10162	1,23283	-0,00672	-0,29987	0,22100	0,00100	0,04100	661,67615	0,76018	-0,00489	-0,54024
0,23900	0,00100	0,03500	273,95981	1,25840	-0,00697	-0,26958	0,22300	0,00100	0,04100	587,38623	0,83185	-0,00481	-0,57500
0,24100	0,00100	0,03500	241,97369	1,27906	-0,00725	-0,24034	0,22500	0,00100	0,04100	501,98065	0,91381	-0,00524	-0,59752
0,24300	0,00100	0,03500	214,46608	1,29580	-0,00758	-0,21240	0,22700	0,00100	0,04100	408,97430	0,99317	-0,00607	-0,57963
0,24500	0,00100	0,03500	191,09795	1,30912	-0,00792	-0,18585	0,22900	0,00100	0,04100	322,20618	1,05571	-0,00694	-0,53516
0,24700	0,00100	0,03500	171,78546	1,31948	-0,00822	-0,16140	0,23100	0,00100	0,04100	248,13466	1,10097	-0,00778	-0,48086
0,24900	0,00100	0,03500	155,94791	1,32751	-0,00847	-0,13934	0,23300	0,00100	0,04100	187,208			

0,23500	0,00100	0,04100	137,01073	1,15991	-0,00897	-0,37184	0,21900	0,00100	0,04700	688,85620	0,53061	-0,00332	-0,63085
0,23700	0,00100	0,04100	98,30933	1,17770	-0,00952	-0,31243	0,22100	0,00100	0,04700	599,43335	0,58356	-0,00411	-0,71650
0,23900	0,00100	0,04100	75,09975	1,18675	-0,01012	-0,26461	0,22300	0,00100	0,04700	473,47934	0,66636	-0,00660	-0,81067
0,24100	0,00100	0,04100	56,87801	1,19505	-0,01089	-0,22635	0,22500	0,00100	0,04700	354,71082	0,75449	-0,00917	-0,83871
0,24300	0,00100	0,04100	35,78591	1,21175	-0,01204	-0,19796	0,22700	0,00100	0,04700	73,86466	0,83962	-0,01111	-0,74747
0,24500	0,00100	0,04100	6,57165	1,22446	-0,01328	-0,14396	0,22900	0,00100	-0,04700	5,83421	0,89092	-0,01209	-0,58119
0,24700	0,00100	0,04100	4,79852	1,22566	-0,01457	-0,10922	0,23100	0,00100	-0,04700	12,50112	0,90104	-0,01265	-0,53840
0,24900	0,00100	0,04100	3,46370	1,22655	-0,01582	-0,08001	0,23300	0,00100	0,04700	0,00000	0,45368	0,00000	-0,20794
0,25100	0,00100	0,04100	2,52610	1,22716	-0,01699	-0,05503	0,23500	0,00100	0,04700	0,00000	0,00000	0,00000	-0,19193
0,20100	0,00100	0,04300	965,10181	0,38848	-0,00542	-0,25309	0,23700	0,00100	0,04700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20300	0,00100	0,04300	952,37122	0,40681	-0,00562	-0,27387	0,23900	0,00100	0,04700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20500	0,00100	0,04300	937,56744	0,42674	-0,00581	-0,29682	0,24100	0,00100	0,04700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20700	0,00100	0,04300	920,21527	0,44857	-0,00596	-0,32225	0,24300	0,00100	0,04700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20900	0,00100	0,04300	899,68756	0,47269	-0,00607	-0,35050	0,24500	0,00100	0,04700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21100	0,00100	0,04300	875,14423	0,49966	-0,00610	-0,38197	0,24700	0,00100	0,04700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21300	0,00100	0,04300	845,44849	0,53020	-0,00599	-0,41712	0,24900	0,00100	0,04700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21500	0,00100	0,04300	809,06042	0,56539	-0,00568	-0,45638	0,25100	0,00100	0,04700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21700	0,00100	0,04300	763,93176	0,60674	-0,00516	-0,50003	0,20100	0,00100	0,04900	924,39478	0,32488	-0,00484	-0,26570
0,21900	0,00100	0,04300	707,49481	0,65654	-0,00456	-0,54779	0,20300	0,00100	0,04900	914,28503	0,33626	-0,00499	-0,28837
0,22100	0,00100	0,04300	636,97333	0,71797	-0,00425	-0,59805	0,20500	0,00100	0,04900	902,53473	0,34804	-0,00511	-0,31376
0,22300	0,00100	0,04300	550,27313	0,79469	-0,00469	-0,64693	0,20700	0,00100	0,04900	888,74036	0,36019	-0,00517	-0,34241
0,22500	0,00100	0,04300	447,03995	0,88594	-0,00577	-0,67830	0,20900	0,00100	0,04900	872,34064	0,37265	-0,00513	-0,37504
0,22700	0,00100	0,04300	330,11349	0,96928	-0,00713	-0,63733	0,21100	0,00100	0,04900	852,52161	0,38528	-0,00492	-0,41268
0,22900	0,00100	0,04300	231,63673	1,02552	-0,00823	-0,56786	0,21300	0,00100	0,04900	828,03607	0,39793	-0,00445	-0,45681
0,23100	0,00100	0,04300	151,86813	1,06265	-0,00946	-0,50243	0,21500	0,00100	0,04900	796,82758	0,41062	-0,00371	-0,50963
0,23300	0,00100	0,04300	98,40705	1,08970	-0,00978	-0,43182	0,21700	0,00100	0,04900	755,15216	0,42434	-0,00302	-0,57445
0,23500	0,00100	0,04300	48,48573	1,12210	-0,01043	-0,38573	0,21900	0,00100	0,04900	695,19043	0,44308	-0,00310	-0,65651
0,23700	0,00100	0,04300	1,40444	1,14494	-0,01137	-0,29888	0,22100	0,00100	0,04900	596,94281	0,47994	-0,00484	-0,76529
0,23900	0,00100	-0,04300	3,00663	1,14862	-0,01233	-0,24755	0,22300	0,00100	0,04900	392,43417	0,58118	-0,00883	-0,92155
0,24100	0,00100	-0,04300	7,15465	1,15163	-0,01342	-0,20795	0,22500	0,00100	-0,04900	80,69891	0,58870	-0,01328	-1,13764
0,24300	0,00100	-0,04300	9,98559	1,16005	-0,01440	-0,19073	0,22700	0,00100	0,04900	0,00000	0,39889	-0,01365	-0,84465
0,24500	0,00100	0,04300	0,00000	0,58363	0,00000	-0,06569	0,22900	0,00100	0,04900	0,00000	0,13867	0,00000	-0,28645
0,24700	0,00100	0,04300	0,00000	0,00000	0,00000	-0,04759	0,23100	0,00100	0,04900	0,00000	0,00000	0,00000	-0,26604
0,24900	0,00100	0,04300	0,00000	0,00000	0,00000	-0,03227	0,23300	0,00100	0,04900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,25100	0,00100	0,04300	0,00000	0,00000	0,00000	-0,01914	0,23500	0,00100	0,04900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20100	0,00100	0,04500	951,27576	0,36788	-0,00523	-0,25903	0,23700	0,00100	0,04900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20300	0,00100	0,04500	939,31384	0,38407	-0,00542	-0,28075	0,23900	0,00100	0,04900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20500	0,00100	0,04500	925,37238	0,40153	-0,00558	-0,30491	0,24100	0,00100	0,04900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20700	0,00100	0,04500	908,97162	0,42051	-0,00571	-0,33190	0,24300	0,00100	0,04900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20900	0,00100	0,04500	889,45959	0,44130	-0,00578	-0,36224	0,24500	0,00100	0,04900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21100	0,00100	0,04500	865,92676	0,46436	-0,00574	-0,39657	0,24700	0,00100	0,04900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21300	0,00100	0,04500	837,07129	0,49035	-0,00552	-0,43571	0,24900	0,00100	0,04900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21500	0,00100	0,04500	800,98676	0,52032	-0,00506	-0,48069	0,25100	0,00100	0,04900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21700	0,00100	0,04500	754,85529	0,55612	-0,00441	-0,53257	0,20100	0,00100	0,05100	911,16595	0,30310	-0,00464	-0,26624
0,21900	0,00100	0,04500	694,63019	0,60108	-0,00384	-0,59204	0,20300	0,00100	0,05100	902,09009	0,31198	-0,00477	-0,28884
0,22100	0,00100	0,04500	615,21747	0,66054	-0,00393	-0,65810	0,20500	0,00100	0,05100	891,60303	0,32077	-0,00486	-0,31414
0,22300	0,00100	0,04500	512,64886	0,74086	-0,00523	-0,72582	0,20700	0,00100	0,05100	879,37836	0,32929	-0,00488	-0,34267
0,22500	0,00100	0,04500	388,91675	0,83863	-0,00704	-0,76571	0,20900	0,00100	0,05100	864,97137	0,33720	-0,00478	-0,37517
0,22700	0,00100	0,04500	227,76572	0,92214	-0,00884	-0,68799	0,21100	0,00100	0,05100	847,75391	0,34396	-0,00447	-0,41265
0,22900	0,00100	0,04500	125,43093	0,96802	-0,00981	-0,58532	0,21300	0,00100	0,05100	826,79590	0,34875	-0,00385	-0,45659
0,23100	0,00100	0,04500	48,91552	1,00867	-0,01076	-0,52880	0,21500	0,00100	0,05100	800,64130	0,35047	-0,00304	-0,50920
0,23300	0,00100	-0,04500	4,91325	1,03824	-0,01170	-0,42469	0,21700	0,00100	0,05100	766,88635	0,34789	-0,00254	-0,57371
0,23500	0,00100	-0,04500	10,92113	1,04732	-0,01238	-0,39005	0,21900	0,00100	0,05100	721,45410	0,33917	-0,00321	-0,65539
0,23700	0,00100	0,04500	0,00000	0,52676	0,00000	-0,14470	0,22100	0,00100	0,05100	657,73230	0,31759	-0,00589	-0,76465
0,23900	0,00100	0,04500	0,00000	0,00000	0,00000	-0,11851	0,22300	0,00100	0,05100	568,86896	0,25189	-0,01107	-0,92711
0,24100	0,00100	0,04500	0,00000	0,00000	0,00000	-0,09787	0,22500	0,00100	0,05100	491,28882	0,10078	-0,02029	-1,18627
0,24300	0,00100	0,04500	0,00000	0,00000	0,00000	-0,09177	0,22700	0,00100	0,05100	0,00000	0,00000	0,00000	-0,45271
0,24500	0,00100	0,04500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22900	0,00100	0,05100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,24700	0,00100	0,04500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23100	0,00100	0,05100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,24900	0,00100	0,04500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23300	0,00100	0,05100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,25100	0,00100	0,04500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23500	0,00100	0,05100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20100	0,00100	0,04700	937,73279	0,34658	-0,00504	-0,26328	0,23700	0,00100	0,05100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20300	0,00100	0,04700	926,65076	0,36043	-0,00521	-0,28564	0,23900	0,00100	0,05100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20500	0,00100	0,04700	913,73468	0,37514	-0,00535	-0,31064	0,24100	0,00100	0,05100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20700	0,00100	0,04700	898,52789	0,39085	-0,00545	-0,33875	0,24300	0,00100	0,05100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20900	0,00100	0,04700	880,39746	0,40770	-0,00547	-0,37062	0,24500	0,00100	0,05100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21100	0,00100	0,04700	858,43347	0,42591	-0,00535	-0,40713	0,24700	0,00100	0,05100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21300	0,00100	0,04700	831,27081	0,44586	-0,00501	-0,44948	0,24900	0,00100	0,05100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21500	0,00100	0,04700	796,75677	0,46831	-0,00440	-0,49936	0,25100	0,00100	0,05100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21700	0,00100	0,04700	751,32117	0,49512	-0,00367	-0,55898	0,20100	0,00100	0,05300	897,93964	0,28158	-0,00443	-0,26493

0,20300	0,00100	0,05300	889,92090	0,28802	-0,00454	-0,28709	0,23900	0,00100	0,05700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20500	0,00100	0,05300	880,73669	0,29393	-0,00460	-0,31182	0,24100	0,00100	0,05700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20700	0,00100	0,05300	870,14844	0,29894	-0,00458	-0,33960	0,24300	0,00100	0,05700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20900	0,00100	0,05300	857,84686	0,30250	-0,00441	-0,37106	0,24500	0,00100	0,05700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21100	0,00100	0,05300	843,42303	0,30371	-0,00398	-0,40709	0,24700	0,00100	0,05700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21300	0,00100	0,05300	826,32434	0,30123	-0,00325	-0,44890	0,24900	0,00100	0,05700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21500	0,00100	0,05300	805,79535	0,29327	-0,00244	-0,49807	0,25100	0,00100	0,05700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21700	0,00100	0,05300	780,86145	0,27773	-0,00225	-0,55645	0,20100	0,00100	0,05900	857,25006	0,22146	-0,00381	-0,25118
0,21900	0,00100	0,05300	750,59027	0,25141	-0,00357	-0,62604	0,20300	0,00100	0,05900	852,16650	0,22181	-0,00385	-0,27033
0,22100	0,00100	0,05300	715,28894	0,20713	-0,00686	-0,70861	0,20500	0,00100	0,05900	846,56500	0,22070	-0,00380	-0,29122
0,22300	0,00100	0,05300	680,33972	0,12815	-0,01204	-0,80262	0,20700	0,00100	0,05900	840,41022	0,21754	-0,00362	-0,31404
0,22500	0,00100	0,05300	669,51343	0,03855	-0,02084	-0,86648	0,20900	0,00100	0,05900	833,68042	0,21149	-0,00320	-0,33899
0,22700	0,00100	0,05300	1255,16800	0,00000	0,00000	0,00000	0,21100	0,00100	0,05900	826,37732	0,20134	-0,00244	-0,36629
0,22900	0,00100	0,05300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21300	0,00100	0,05900	818,53552	0,18580	-0,00156	-0,39602
0,23100	0,00100	0,05300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21500	0,00100	0,05900	810,25061	0,16424	-0,00131	-0,42778
0,23300	0,00100	0,05300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21700	0,00100	0,05900	801,78754	0,13721	-0,00251	-0,46019
0,23500	0,00100	0,05300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21900	0,00100	0,05900	793,74829	0,10592	-0,00515	-0,49089
0,23700	0,00100	0,05300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22100	0,00100	0,05900	787,09802	0,07130	-0,00836	-0,51686
0,23900	0,00100	0,05300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22300	0,00100	0,05900	782,95557	0,03424	-0,01143	-0,53455
0,24100	0,00100	0,05300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22500	0,00100	0,05900	782,59851	0,00763	-0,01632	-0,53867
0,24300	0,00100	0,05300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22700	0,00100	0,05900	1196,33200	0,00000	0,00000	0,00000
0,24500	0,00100	0,05300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22900	0,00100	0,05900	1196,33200	0,00000	0,00000	0,00000
0,24700	0,00100	0,05300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23100	0,00100	0,05900	1196,33200	0,00000	0,00000	0,00000
0,24900	0,00100	0,05300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23300	0,00100	0,05900	1196,33200	0,00000	0,00000	0,00000
0,25100	0,00100	0,05300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23500	0,00100	0,05900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20100	0,00100	0,05500	884,60815	0,26063	-0,00423	-0,26186	0,23700	0,00100	0,05900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20300	0,00100	0,05500	877,62939	0,26480	-0,00431	-0,28326	0,23900	0,00100	0,05900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20500	0,00100	0,05500	869,72632	0,26804	-0,00434	-0,30700	0,24100	0,00100	0,05900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20700	0,00100	0,05500	860,74408	0,26987	-0,00427	-0,33347	0,24300	0,00100	0,05900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20900	0,00100	0,05500	850,49854	0,26957	-0,00402	-0,36318	0,24500	0,00100	0,05900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21100	0,00100	0,05500	838,77411	0,26601	-0,00348	-0,39676	0,24700	0,00100	0,05900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21300	0,00100	0,05500	825,32410	0,25763	-0,00265	-0,43502	0,24900	0,00100	0,05900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21500	0,00100	0,05500	809,89331	0,24265	-0,00193	-0,47874	0,25100	0,00100	0,05900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21700	0,00100	0,05500	792,34235	0,21941	-0,00216	-0,52821	0,20100	0,00100	0,06100	843,07935	0,20360	-0,00361	-0,24401
0,21900	0,00100	0,05500	773,04626	0,18615	-0,00407	-0,58266	0,20300	0,00100	0,06100	838,80853	0,20245	-0,00361	-0,26182
0,22100	0,00100	0,05500	753,71051	0,13977	-0,00760	-0,63924	0,20500	0,00100	0,06100	834,17102	0,19970	-0,00353	-0,28107
0,22300	0,00100	0,05500	738,52582	0,07577	-0,01218	-0,69033	0,20700	0,00100	0,06100	829,16400	0,19477	-0,00329	-0,30185
0,22500	0,00100	0,05500	736,35834	0,01938	-0,01943	-0,71037	0,20900	0,00100	0,06100	823,80316	0,18679	-0,00277	-0,32427
0,22700	0,00100	0,05500	1235,55600	0,00000	0,00000	0,00000	0,21100	0,00100	0,06100	818,12720	0,17465	-0,00193	-0,34839
0,22900	0,00100	0,05500	1235,55600	0,00000	0,00000	0,00000	0,21300	0,00100	0,06100	812,19781	0,15740	-0,00111	-0,37410
0,23100	0,00100	0,05500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21500	0,00100	0,06100	806,12195	0,13512	-0,00121	-0,40067
0,23300	0,00100	0,05500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21700	0,00100	0,06100	800,14874	0,10927	-0,00286	-0,42652
0,23500	0,00100	0,05500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21900	0,00100	0,06100	794,75519	0,08163	-0,00560	-0,44953
0,23700	0,00100	0,05500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22100	0,00100	0,06100	790,54755	0,05323	-0,00844	-0,46765
0,23900	0,00100	0,05500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22300	0,00100	0,06100	788,06714	0,02474	-0,01087	-0,47910
0,24100	0,00100	0,05500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22500	0,00100	0,06100	787,84338	0,00529	-0,01503	-0,48149
0,24300	0,00100	0,05500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22700	0,00100	0,06100	1176,72000	0,00000	0,00000	0,00000
0,24500	0,00100	0,05500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22900	0,00100	0,06100	1176,72000	0,00000	0,00000	0,00000
0,24700	0,00100	0,05500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23100	0,00100	0,06100	1176,72000	0,00000	0,00000	0,00000
0,24900	0,00100	0,05500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23300	0,00100	0,06100	1176,72000	0,00000	0,00000	0,00000
0,25100	0,00100	0,05500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23500	0,00100	0,06100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20100	0,00100	0,05700	871,07245	0,24052	-0,00402	-0,25721	0,23700	0,00100	0,06100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20300	0,00100	0,05700	865,08093	0,24265	-0,00408	-0,27758	0,23900	0,00100	0,06100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20500	0,00100	0,05700	858,38446	0,24353	-0,00407	-0,30000	0,24100	0,00100	0,06100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20700	0,00100	0,05700	850,89716	0,24262	-0,00395	-0,32477	0,24300	0,00100	0,06100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20900	0,00100	0,05700	842,53241	0,23911	-0,00361	-0,35221	0,24500	0,00100	0,06100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21100	0,00100	0,05700	833,21149	0,23177	-0,00296	-0,38276	0,24700	0,00100	0,06100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21300	0,00100	0,05700	822,87811	0,21910	-0,00208	-0,41680	0,24900	0,00100	0,06100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21500	0,00100	0,05700	811,53485	0,19976	-0,00155	-0,45441	0,25100	0,00100	0,06100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21700	0,00100	0,05700	799,37268	0,17319	-0,00227	-0,49481	0,20100	0,00100	0,06300	828,52026	0,18700	-0,00340	-0,23594
0,21900	0,00100	0,05700	787,05365	0,13940	-0,00462	-0,53589	0,20300	0,00100	0,06300	824,96094	0,18462	-0,00338	-0,25237
0,22100	0,00100	0,05700	776,01434	0,09814	-0,00810	-0,57397	0,20500	0,00100	0,06300	821,15179	0,18058	-0,00326	-0,26995
0,22300	0,00100	0,05700	768,50854	0,04937	-0,01190	-0,60305	0,20700	0,00100	0,06300	817,10858	0,17428	-0,00295	-0,28872
0,22500	0,00100	0,05700	767,80249	0,01159	-0,01779	-0,61121	0,20900	0,00100	0,06300	812,86395	0,16490	-0,00234	-0,30870
0,22700	0,00100	0,05700	1215,94400	0,00000	0,00000	0,00000	0,21100	0,00100	0,06300	808,46600	0,15142	-0,00143	-0,32988
0,22900	0,00100	0,05700	1215,94400	0,00000	0,00000	0,00000	0,21300	0,00100	0,06300	803,97107	0,13328	-0,00074	-0,35201
0,23100	0,00100	0,05700	1215,94400	0,00000	0,00000	0,00000	0,21500	0,00100	0,06300	799,46918	0,11129	-0,00125	-0,37417
0,23300	0,00100	0,05700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21700	0,00100	0,06300	795,17865	0,08747	-0,00325	-0,39478
0,23500	0,00100	0,05700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21900	0,00100	0,06300	791,46503	0,06367	-0,00595	-0,41217
0,23700	0,00100	0,05700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22100	0,00100	0,06300	788,69574	0,04056	-0,00837	-0,42515

0,22300	0,00100	0,06300	787,12335	0,01835	-0,01029	-0,43294	0,20700	0,00100	0,06900	776,26575	0,12516	-0,00192	-0,24740
0,22500	0,00100	0,06300	786,97333	0,00376	-0,01393	-0,43444	0,20900	0,00100	0,06900	774,17944	0,11359	-0,00105	-0,26133
0,22700	0,00100	0,06300	1157,10800	0,00000	0,00000	0,00000	0,21100	0,00100	0,06900	772,10382	0,09849	-0,00014	-0,27562
0,22900	0,00100	0,06300	1157,10800	0,00000	0,00000	0,00000	0,21300	0,00100	0,06900	770,04193	0,08063	-0,00024	-0,28977
0,23100	0,00100	0,06300	1157,10800	0,00000	0,00000	0,00000	0,21500	0,00100	0,06900	768,05890	0,06238	-0,00193	-0,30267
0,23300	0,00100	0,06300	1157,10800	0,00000	0,00000	0,00000	0,21700	0,00100	0,06900	766,32263	0,04594	-0,00434	-0,31330
0,23500	0,00100	0,06300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21900	0,00100	0,06900	764,97443	0,03180	-0,00635	-0,32127
0,23700	0,00100	0,06300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22100	0,00100	0,06900	764,05865	0,01934	-0,00770	-0,32669
0,23900	0,00100	0,06300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22300	0,00100	0,06900	763,57434	0,00807	-0,00866	-0,32972
0,24100	0,00100	0,06300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22500	0,00100	0,06900	763,53070	0,00136	-0,01139	-0,33018
0,24300	0,00100	0,06300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22700	0,00100	0,06900	1098,27200	0,00000	0,00000	0,00000
0,24500	0,00100	0,06300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22900	0,00100	0,06900	1098,27200	0,00000	0,00000	0,00000
0,24700	0,00100	0,06300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23100	0,00100	0,06900	1098,27200	0,00000	0,00000	0,00000
0,24900	0,00100	0,06300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23300	0,00100	0,06900	1098,27200	0,00000	0,00000	0,00000
0,25100	0,00100	0,06300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23500	0,00100	0,06900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20100	0,00100	0,06500	813,55267	0,17169	-0,00320	-0,22719	0,23700	0,00100	0,06900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20300	0,00100	0,06500	810,60529	0,16833	-0,00315	-0,24225	0,23900	0,00100	0,06900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20500	0,00100	0,06500	807,49493	0,16328	-0,00298	-0,25820	0,24100	0,00100	0,06900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20700	0,00100	0,06500	804,24597	0,15597	-0,00261	-0,27505	0,24300	0,00100	0,06900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20900	0,00100	0,06500	800,89526	0,14559	-0,00191	-0,29279	0,24500	0,00100	0,06900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21100	0,00100	0,06500	797,48541	0,13125	-0,00096	-0,31135	0,24700	0,00100	0,06900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21300	0,00100	0,06500	794,05426	0,11283	-0,00047	-0,33038	0,24900	0,00100	0,06900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21500	0,00100	0,06500	790,67419	0,09174	-0,00139	-0,34886	0,25100	0,00100	0,06900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21700	0,00100	0,06500	787,54016	0,07034	-0,00365	-0,36533	0,20100	0,00100	0,07100	766,22253	0,13321	-0,00261	-0,19882
0,21900	0,00100	0,06500	784,92828	0,05016	-0,00618	-0,37861	0,20300	0,00100	0,07100	764,59180	0,12803	-0,00247	-0,21012
0,22100	0,00100	0,06500	783,05060	0,03138	-0,00821	-0,38812	0,20500	0,00100	0,07100	762,93390	0,12124	-0,00217	-0,22181
0,22300	0,00100	0,06500	782,01379	0,01385	-0,00972	-0,39364	0,20700	0,00100	0,07100	761,27032	0,11226	-0,00158	-0,23384
0,22500	0,00100	0,06500	781,91205	0,00270	-0,01297	-0,39463	0,20900	0,00100	0,07100	759,62000	0,10036	-0,00064	-0,24621
0,22700	0,00100	0,06500	1137,49600	0,00000	0,00000	0,00000	0,21100	0,00100	0,07100	757,98395	0,08518	0,00018	-0,25880
0,22900	0,00100	0,06500	1137,49600	0,00000	0,00000	0,00000	0,21300	0,00100	0,07100	756,35681	0,06798	-0,00028	-0,27104
0,23100	0,00100	0,06500	1137,49600	0,00000	0,00000	0,00000	0,21500	0,00100	0,07100	754,81317	0,05138	-0,00226	-0,28184
0,23300	0,00100	0,06500	1137,49600	0,00000	0,00000	0,00000	0,21700	0,00100	0,07100	753,50714	0,03723	-0,00459	-0,29041
0,23500	0,00100	0,06500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21900	0,00100	0,07100	752,52661	0,02548	-0,00632	-0,29668
0,23700	0,00100	0,06500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22100	0,00100	0,07100	751,87561	0,01530	-0,00740	-0,30088
0,23900	0,00100	0,06500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22300	0,00100	0,07100	751,53815	0,00616	-0,00817	-0,30320
0,24100	0,00100	0,06500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22500	0,00100	0,07100	751,51233	0,00092	-0,01073	-0,30352
0,24300	0,00100	0,06500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22700	0,00100	0,07100	1078,66000	0,00000	0,00000	0,00000
0,24500	0,00100	0,06500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22900	0,00100	0,07100	1078,66000	0,00000	0,00000	0,00000
0,24700	0,00100	0,06500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23100	0,00100	0,07100	1078,66000	0,00000	0,00000	0,00000
0,24900	0,00100	0,06500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23300	0,00100	0,07100	1078,66000	0,00000	0,00000	0,00000
0,25100	0,00100	0,06500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23500	0,00100	0,07100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20100	0,00100	0,06700	798,17303	0,15766	-0,00300	-0,21798	0,23700	0,00100	0,07100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20300	0,00100	0,06700	795,74451	0,15353	-0,00292	-0,23171	0,23900	0,00100	0,07100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20500	0,00100	0,06700	793,21558	0,14772	-0,00271	-0,24612	0,24100	0,00100	0,07100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20700	0,00100	0,06700	790,61279	0,13966	-0,00227	-0,26120	0,24300	0,00100	0,07100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20900	0,00100	0,06700	787,96997	0,12858	-0,00148	-0,27691	0,24500	0,00100	0,07100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21100	0,00100	0,06700	785,31702	0,11373	-0,00053	-0,29318	0,24700	0,00100	0,07100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21300	0,00100	0,06700	782,67236	0,09544	-0,00031	-0,30957	0,24900	0,00100	0,07100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21500	0,00100	0,06700	780,09949	0,07566	-0,00163	-0,32500	0,25100	0,00100	0,07100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21700	0,00100	0,06700	777,77826	0,05677	-0,00402	-0,33821	0,20100	0,00100	0,07300	749,69305	0,12262	-0,00242	-0,18914
0,21900	0,00100	0,06700	775,91193	0,03982	-0,00631	-0,34845	0,20300	0,00100	0,07300	748,36230	0,11712	-0,00225	-0,19937
0,22100	0,00100	0,06700	774,61066	0,02455	-0,00797	-0,35556	0,20500	0,00100	0,07300	747,02368	0,11002	-0,00190	-0,20988
0,22300	0,00100	0,06700	773,90839	0,01056	-0,00917	-0,35960	0,20700	0,00100	0,07300	745,69434	0,10077	-0,00124	-0,22064
0,22500	0,00100	0,06700	773,84039	0,00193	-0,01213	-0,36027	0,20900	0,00100	0,07300	744,38446	0,08864	-0,00025	-0,23165
0,22700	0,00100	0,06700	1117,88400	0,00000	0,00000	0,00000	0,21100	0,00100	0,07300	743,08441	0,07354	0,00043	-0,24279
0,22900	0,00100	0,06700	1117,88400	0,00000	0,00000	0,00000	0,21300	0,00100	0,07300	741,78442	0,05715	-0,00040	-0,25341
0,23100	0,00100	0,06700	1117,88400	0,00000	0,00000	0,00000	0,21500	0,00100	0,07300	740,57471	0,04224	-0,00259	-0,26243
0,23300	0,00100	0,06700	1117,88400	0,00000	0,00000	0,00000	0,21700	0,00100	0,07300	739,59064	0,03018	-0,00478	-0,26938
0,23500	0,00100	0,06700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21900	0,00100	0,07300	738,87543	0,02046	-0,00622	-0,27435
0,23700	0,00100	0,06700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22100	0,00100	0,07300	738,41010	0,01211	-0,00710	-0,27764
0,23900	0,00100	0,06700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22300	0,00100	0,07300	738,17419	0,00466	-0,00772	-0,27946
0,24100	0,00100	0,06700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22500	0,00100	0,07300	738,16150	0,00057	-0,01014	-0,27968
0,24300	0,00100	0,06700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22700	0,00100	0,07300	1059,04800	0,00000	0,00000	0,00000
0,24500	0,00100	0,06700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22900	0,00100	0,07300	1059,04800	0,00000	0,00000	0,00000
0,24700	0,00100	0,06700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23100	0,00100	0,07300	1059,04800	0,00000	0,00000	0,00000
0,24900	0,00100	0,06700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23300	0,00100	0,07300	1059,04800	0,00000	0,00000	0,00000
0,25100	0,00100	0,06700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23500	0,00100	0,07300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20100	0,00100	0,06900	782,39038	0,14486	-0,00280	-0,20847	0,23700	0,00100	0,07300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20300	0,00100	0,06900	780,39722	0,14013	-0,00269	-0,22094	0,23900	0,00100	0,07300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20500	0,00100	0,06900	778,34735	0,13375	-0,00244	-0,23393	0,24100	0,00100	0,07300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000

0,24300	0,00100	0,07300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22700	0,00100	0,07900	1000,21200	0,00000	0,00000	0,00000
0,24500	0,00100	0,07300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22900	0,00100	0,07900	1000,21200	0,00000	0,00000	0,00000
0,24700	0,00100	0,07300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23100	0,00100	0,07900	1000,21200	0,00000	0,00000	0,00000
0,24900	0,00100	0,07300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23300	0,00100	0,07900	1000,21200	0,00000	0,00000	0,00000
0,25100	0,00100	0,07300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23500	0,00100	0,07900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20100	0,00100	0,07500	732,82849	0,11303	-0,00224	-0,17952	0,23700	0,00100	0,00100	0,07900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20300	0,00100	0,07500	731,74506	0,10727	-0,00204	-0,18878	0,23900	0,00100	0,00100	0,07900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20500	0,00100	0,07500	730,66571	0,09997	-0,00164	-0,19824	0,24100	0,00100	0,00100	0,07900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20700	0,00100	0,07500	729,60303	0,09051	-0,00091	-0,20788	0,24300	0,00100	0,00100	0,07900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20900	0,00100	0,07500	728,55829	0,07823	0,00011	-0,21772	0,24500	0,00100	0,00100	0,07900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21100	0,00100	0,07500	727,51672	0,06331	0,00062	-0,22761	0,24700	0,00100	0,00100	0,07900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21300	0,00100	0,07500	726,46558	0,04787	-0,00060	-0,23682	0,24900	0,00100	0,00100	0,07900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21500	0,00100	0,07500	725,51489	0,03464	-0,00292	-0,24436	0,25100	0,00100	0,00100	0,07900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21700	0,00100	0,07500	724,77502	0,02444	-0,00490	-0,25000	0,20100	0,00100	0,00100	0,08100	680,49896	0,08928	-0,00172	-0,15167
0,21900	0,00100	0,07500	724,25366	0,01641	-0,00609	-0,25398	0,20300	0,00100	0,00100	0,08100	679,92261	0,08313	-0,00143	-0,15854
0,22100	0,00100	0,07500	723,92084	0,00955	-0,00680	-0,25660	0,20500	0,00100	0,00100	0,08100	679,36151	0,07547	-0,00088	-0,16550
0,22300	0,00100	0,07500	723,75647	0,00346	-0,00731	-0,25804	0,20700	0,00100	0,00100	0,08100	678,81458	0,06562	0,00006	-0,17257
0,22500	0,00100	0,07500	723,75366	0,00030	-0,00962	-0,25819	0,20900	0,00100	0,00100	0,08100	678,26709	0,05315	0,00105	-0,17977
0,22700	0,00100	0,07500	1039,43600	0,00000	0,00000	0,00000	0,21100	0,00100	0,00100	0,08100	677,69281	0,03931	0,00068	-0,18682
0,22900	0,00100	0,07500	1039,43600	0,00000	0,00000	0,00000	0,21300	0,00100	0,00100	0,08100	677,11096	0,02718	-0,00149	-0,19277
0,23100	0,00100	0,07500	1039,43600	0,00000	0,00000	0,00000	0,21500	0,00100	0,00100	0,08100	676,66162	0,01855	-0,00367	-0,19715
0,23300	0,00100	0,07500	1039,43600	0,00000	0,00000	0,00000	0,21700	0,00100	0,00100	0,08100	676,36285	0,01267	-0,00493	-0,20023
0,23500	0,00100	0,07500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21900	0,00100	0,00100	0,08100	676,16980	0,00818	-0,00556	-0,20237
0,23700	0,00100	0,07500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22100	0,00100	0,00100	0,08100	676,05518	0,00437	-0,00596	-0,20378
0,23900	0,00100	0,07500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22300	0,00100	0,00100	0,08100	676,00690	0,00105	-0,00625	-0,20456
0,24100	0,00100	0,07500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22500	0,00100	0,00100	0,08100	-676,02100	0,00025	-0,00832	-0,20459
0,24300	0,00100	0,07500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22700	0,00100	0,00100	0,08100	980,59998	0,00000	0,00000	0,00000
0,24500	0,00100	0,07500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22900	0,00100	0,00100	0,08100	980,59998	0,00000	0,00000	0,00000
0,24700	0,00100	0,07500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23100	0,00100	0,00100	0,08100	980,59998	0,00000	0,00000	0,00000
0,24900	0,00100	0,07500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23300	0,00100	0,00100	0,08100	980,59998	0,00000	0,00000	0,00000
0,25100	0,00100	0,07500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23500	0,00100	0,00100	0,08100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20100	0,00100	0,07700	715,65649	0,10432	-0,00206	-0,17004	0,23700	0,00100	0,00100	0,08100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20300	0,00100	0,07700	714,77643	0,09840	-0,00183	-0,17842	0,23900	0,00100	0,00100	0,08100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20500	0,00100	0,07700	713,90735	0,09093	-0,00138	-0,18694	0,24100	0,00100	0,00100	0,08100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20700	0,00100	0,07700	713,05719	0,08132	-0,00058	-0,19560	0,24300	0,00100	0,00100	0,08100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20900	0,00100	0,07700	712,21948	0,06894	0,00046	-0,20443	0,24500	0,00100	0,00100	0,08100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21100	0,00100	0,07700	711,37622	0,05429	0,00072	-0,21325	0,24700	0,00100	0,00100	0,08100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21300	0,00100	0,07700	710,51794	0,03990	-0,00086	-0,22122	0,24900	0,00100	0,00100	0,08100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21500	0,00100	0,07700	709,77191	0,02829	-0,00321	-0,22753	0,25100	0,00100	0,00100	0,08100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21700	0,00100	0,07700	709,21893	0,01975	-0,00496	-0,23212	0,20100	0,00100	0,00100	0,08300	662,56451	0,08278	-0,00156	-0,14284
0,21900	0,00100	0,07700	708,84039	0,01312	-0,00593	-0,23532	0,20300	0,00100	0,00100	0,08300	662,10022	0,07657	-0,00123	-0,14908
0,22100	0,00100	0,07700	708,60352	0,00748	-0,00650	-0,23744	0,20500	0,00100	0,00100	0,08300	661,65063	0,06883	-0,00063	-0,15539
0,22300	0,00100	0,07700	708,49054	0,00249	-0,00693	-0,23860	0,20700	0,00100	0,00100	0,08300	661,21045	0,05887	0,00037	-0,16181
0,22500	0,00100	0,07700	708,49506	0,00007	-0,00914	-0,23869	0,20900	0,00100	0,00100	0,08300	660,76270	0,04640	0,00129	-0,16836
0,22700	0,00100	0,07700	1019,82400	0,00000	0,00000	0,00000	0,21100	0,00100	0,00100	0,08300	660,27887	0,03310	0,00054	-0,17467
0,22900	0,00100	0,07700	1019,82400	0,00000	0,00000	0,00000	0,21300	0,00100	0,00100	0,08300	659,79974	0,02215	-0,00181	-0,17978
0,23100	0,00100	0,07700	1019,82400	0,00000	0,00000	0,00000	0,21500	0,00100	0,00100	0,08300	659,45831	0,01484	-0,00382	-0,18342
0,23300	0,00100	0,07700	1019,82400	0,00000	0,00000	0,00000	0,21700	0,00100	0,00100	0,08300	659,24475	0,01000	-0,00486	-0,18596
0,23500	0,00100	0,07700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21900	0,00100	0,00100	0,08300	659,11121	0,00631	-0,00537	-0,18773
0,23700	0,00100	0,07700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22100	0,00100	0,00100	0,08300	659,03534	0,00320	-0,00571	-0,18890
0,23900	0,00100	0,07700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22300	0,00100	0,00100	0,08300	659,00732	0,00051	-0,00595	-0,18955
0,24100	0,00100	0,07700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22500	0,00100	0,00100	0,08300	-659,02448	0,00037	-0,00796	-0,18956
0,24300	0,00100	0,07700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22700	0,00100	0,00100	0,08300	960,98798	0,00000	0,00000	0,00000
0,24500	0,00100	0,07700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22900	0,00100	0,00100	0,08300	960,98798	0,00000	0,00000	0,00000
0,24700	0,00100	0,07700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23100	0,00100	0,00100	0,08300	960,98798	0,00000	0,00000	0,00000
0,24900	0,00100	0,07700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23300	0,00100	0,00100	0,08300	960,98798	0,00000	0,00000	0,00000
0,25100	0,00100	0,07700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23500	0,00100	0,00100	0,08300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20100	0,00100	0,07900	698,20453	0,09643	-0,00189	-0,16074	0,23700	0,00100	0,00100	0,08300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20300	0,00100	0,07900	697,49133	0,09038	-0,00163	-0,16833	0,23900	0,00100	0,00100	0,08300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20500	0,00100	0,07900	696,79248	0,08280	-0,00113	-0,17602	0,24100	0,00100	0,00100	0,08300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20700	0,00100	0,07900	696,11127	0,07306	-0,00026	-0,18383	0,24300	0,00100	0,00100	0,08300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20900	0,00100	0,07900	695,43622	0,06062	0,00077	-0,19179	0,24500	0,00100	0,00100	0,08300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21100	0,00100	0,07900	694,74506	0,04634	0,00075	-0,19966	0,24700	0,00100	0,00100	0,08300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21300	0,00100	0,07900	694,03937	0,03305	-0,00116	-0,20656	0,24900	0,00100	0,00100	0,08300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21500	0,00100	0,07900	693,45734	0,02299	-0,00346	-0,21182	0,25100	0,00100	0,00100	0,08300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21700	0,00100	0,07900	693,04797	0,01588	-0,00496	-0,21557	0,20100	0,00100	0,00100	0,08500	644,42395			

0,21100	0,00100	0,08500	642,55322	0,02760	0,00033	-0,16315	0,24700	0,00100	0,08900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21300	0,00100	0,08500	642,16150	0,01784	-0,00213	-0,16752	0,24900	0,00100	0,08900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21500	0,00100	0,08500	641,90771	0,01172	-0,00392	-0,17056	0,25100	0,00100	0,08900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21700	0,00100	0,08500	641,75964	0,00776	-0,00477	-0,17266	0,20100	0,00100	0,09100	588,96338	0,06212	-0,00097	-0,11016
0,21900	0,00100	0,08500	641,67096	0,00475	-0,00519	-0,17414	0,20300	0,00100	0,09100	588,77734	0,05578	-0,00052	-0,11448
0,22100	0,00100	0,08500	641,62427	0,00222	-0,00548	-0,17512	0,20500	0,00100	0,09100	588,59570	0,04775	0,00033	-0,11886
0,22300	0,00100	0,08500	641,61121	0,00006	-0,00568	-0,17566	0,20700	0,00100	0,09100	588,40594	0,03732	0,00152	-0,12341
0,22500	0,00100	0,08500	-641,63062	0,00047	-0,00764	-0,17566	0,20900	0,00100	0,09100	588,17682	0,02521	0,00165	-0,12803
0,22700	0,00100	0,08500	941,37598	0,00000	0,00000	0,00000	0,21100	0,00100	0,09100	587,90021	0,01476	-0,00059	-0,13197
0,22900	0,00100	0,08500	941,37598	0,00000	0,00000	0,00000	0,21300	0,00100	0,09100	587,70850	0,00836	-0,00287	-0,13465
0,23100	0,00100	0,08500	941,37598	0,00000	0,00000	0,00000	0,21500	0,00100	0,09100	587,62854	0,00499	-0,00399	-0,13642
0,23300	0,00100	0,08500	941,37598	0,00000	0,00000	0,00000	0,21700	0,00100	0,09100	587,59839	0,00290	-0,00442	-0,13766
0,23500	0,00100	0,08500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21900	0,00100	0,09100	587,58917	0,00133	-0,00468	-0,13855
0,23700	0,00100	0,08500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22100	0,00100	0,09100	587,59357	0,00010	-0,00488	-0,13915
0,23900	0,00100	0,08500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22300	0,00100	0,09100	-587,60571	0,00090	-0,00498	-0,13949
0,24100	0,00100	0,08500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22500	0,00100	0,09100	-587,62933	0,00068	-0,00680	-0,13948
0,24300	0,00100	0,08500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22700	0,00100	0,09100	882,53998	0,00000	0,00000	0,00000
0,24500	0,00100	0,08500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22900	0,00100	0,09100	882,53998	0,00000	0,00000	0,00000
0,24700	0,00100	0,08500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23100	0,00100	0,09100	882,53998	0,00000	0,00000	0,00000
0,24900	0,00100	0,08500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23300	0,00100	0,09100	882,53998	0,00000	0,00000	0,00000
0,25100	0,00100	0,08500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23500	0,00100	0,09100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20100	0,00100	0,08700	626,09808	0,07149	-0,00125	-0,12597	0,23700	0,00100	0,09100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20300	0,00100	0,08700	625,80060	0,06521	-0,00087	-0,13114	0,23900	0,00100	0,09100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20500	0,00100	0,08700	625,51355	0,05733	-0,00015	-0,13637	0,24100	0,00100	0,09100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20700	0,00100	0,08700	625,22681	0,04715	0,00097	-0,14172	0,24300	0,00100	0,09100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20900	0,00100	0,08700	624,91663	0,03477	0,00159	-0,14720	0,24500	0,00100	0,09100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21100	0,00100	0,08700	624,55835	0,02276	0,00006	-0,15223	0,24700	0,00100	0,09100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21300	0,00100	0,08700	624,24231	0,01417	-0,00241	-0,15595	0,24900	0,00100	0,09100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21500	0,00100	0,08700	624,05963	0,00909	-0,00398	-0,15848	0,25100	0,00100	0,09100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21700	0,00100	0,08700	623,96173	0,00587	-0,00466	-0,16024	0,20100	0,00100	0,09300	570,18634	0,05803	-0,00084	-0,10264
0,21900	0,00100	0,08700	623,90704	0,00342	-0,00501	-0,16147	0,20300	0,00100	0,09300	570,04102	0,05166	-0,00035	-0,10660
0,22100	0,00100	0,08700	623,88232	0,00140	-0,00526	-0,16230	0,20500	0,00100	0,09300	569,89728	0,04354	0,00058	-0,11063
0,22300	0,00100	0,08700	-623,88019	0,00032	-0,00542	-0,16276	0,20700	0,00100	0,09300	569,74078	0,03298	0,00177	-0,11485
0,22500	0,00100	0,08700	-623,90167	0,00056	-0,00734	-0,16276	0,20900	0,00100	0,09300	569,53827	0,02110	0,00157	-0,11910
0,22700	0,00100	0,08700	921,76398	0,00000	0,00000	0,00000	0,21100	0,00100	0,09300	569,29401	0,01150	-0,00093	-0,12256
0,22900	0,00100	0,08700	921,76398	0,00000	0,00000	0,00000	0,21300	0,00100	0,09300	569,15289	0,00609	-0,00304	-0,12482
0,23100	0,00100	0,08700	921,76398	0,00000	0,00000	0,00000	0,21500	0,00100	0,09300	569,10883	0,00338	-0,00396	-0,12631
0,23300	0,00100	0,08700	921,76398	0,00000	0,00000	0,00000	0,21700	0,00100	0,09300	569,10095	0,00173	-0,00430	-0,12736
0,23500	0,00100	0,08700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21900	0,00100	0,09300	569,10669	0,00051	-0,00453	-0,12812
0,23700	0,00100	0,08700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22100	0,00100	0,09300	-569,12036	0,00040	-0,00470	-0,12864
0,23900	0,00100	0,08700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22300	0,00100	0,09300	-569,13727	0,00112	-0,00478	-0,12894
0,24100	0,00100	0,08700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22500	0,00100	0,09300	-569,16113	0,00073	-0,00657	-0,12893
0,24300	0,00100	0,08700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22700	0,00100	0,09300	862,92798	0,00000	0,00000	0,00000
0,24500	0,00100	0,08700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22900	0,00100	0,09300	862,92798	0,00000	0,00000	0,00000
0,24700	0,00100	0,08700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23100	0,00100	0,09300	862,92798	0,00000	0,00000	0,00000
0,24900	0,00100	0,08700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23300	0,00100	0,09300	862,92798	0,00000	0,00000	0,00000
0,25100	0,00100	0,08700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23500	0,00100	0,09300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20100	0,00100	0,08900	607,60565	0,06659	-0,00111	-0,11793	0,23700	0,00100	0,09300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20300	0,00100	0,08900	607,36951	0,06028	-0,00069	-0,12265	0,23900	0,00100	0,09300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20500	0,00100	0,08900	607,14087	0,05233	0,00009	-0,12743	0,24100	0,00100	0,09300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20700	0,00100	0,08900	606,90839	0,04203	0,00126	-0,13236	0,24300	0,00100	0,09300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20900	0,00100	0,08900	606,64410	0,02975	0,00166	-0,13739	0,24500	0,00100	0,09300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21100	0,00100	0,08900	606,33032	0,01850	-0,00025	-0,14185	0,24700	0,00100	0,09300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21300	0,00100	0,08900	606,08057	0,01103	-0,00267	-0,14501	0,24900	0,00100	0,09300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21500	0,00100	0,08900	605,95508	0,00687	-0,00400	-0,14712	0,25100	0,00100	0,09300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21700	0,00100	0,08900	605,89557	0,00427	-0,00454	-0,14859	0,20100	0,00100	0,09500	551,28784	0,05429	-0,00071	-0,09537
0,21900	0,00100	0,08900	605,86676	0,00229	-0,00484	-0,14964	0,20300	0,00100	0,09500	551,17548	0,04789	-0,00019	-0,09901
0,22100	0,00100	0,08900	605,85864	0,00070	-0,00506	-0,15034	0,20500	0,00100	0,09500	551,06238	0,03966	0,00082	-0,10273
0,22300	0,00100	0,08900	-605,86462	0,00064	-0,00519	-0,15073	0,20700	0,00100	0,09500	550,93109	0,02898	0,00198	-0,10665
0,22500	0,00100	0,08900	-605,88745	0,00063	-0,00706	-0,15073	0,20900	0,00100	0,09500	550,74860	0,01739	0,00141	-0,11056
0,22700	0,00100	0,08900	902,15198	0,00000	0,00000	0,00000	0,21100	0,00100	0,09500	550,53387	0,00868	-0,00126	-0,11358
0,22900	0,00100	0,08900	902,15198	0,00000	0,00000	0,00000	0,21300	0,00100	0,09500	550,43640	0,00416	-0,00316	-0,11549
0,23100	0,00100	0,08900	902,15198	0,00000	0,00000	0,00000	0,21500	0,00100	0,09500	550,42023	0,00201	-0,00390	-0,11674
0,23300	0,00100	0,08900	902,15198	0,00000	0,00000	0,00000	0,21700	0,00100	0,09500	550,42926	0,00072	-0,00418	-0,11764
0,23500	0,00100	0,08900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21900	0,00100	0,09500	-550,44611	0,00020	-0,00439	-0,11830
0,23700	0,00100	0,08900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22100	0,00100	0,09500	-550,46692	0,00084	-0,00455	-0,11875
0,23900	0,00100	0,08900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22300	0,00100	0,09500	-550,48737	0,00131	-0,00460	-0,11901
0,24100	0,00100	0,08900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22500	0,00100	0,09500	-550,51111	0,00076	-0,00634	-0,11901
0,24300	0,00100	0,08900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22700	0,00100	0,09500	843,31598	0,00000	0,00000	0,00000
0,24500	0,00100	0,08900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22900	0,00100	0,09500	843,31598	0,00000	0,00000	0,00000

0,23100	0,00100	0,09500	843,31598	0,00000	0,00000	0,00000	0,21500	0,00100	0,10100	-493,53119	0,00105	-0,00370	-0,09082
0,23300	0,00100	0,09500	843,31598	0,00000	0,00000	0,00000	0,21700	0,00100	0,10100	-493,56915	0,00156	-0,00386	-0,09141
0,23500	0,00100	0,09500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21900	0,00100	0,10100	-493,60583	0,00180	-0,00403	-0,09185
0,23700	0,00100	0,09500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22100	0,00100	0,10100	-493,63885	0,00180	-0,00414	-0,09216
0,23900	0,00100	0,09500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22300	0,00100	0,10100	-493,66428	0,00171	-0,00415	-0,09235
0,24100	0,00100	0,09500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22500	0,00100	0,10100	-493,68619	0,00083	-0,00576	-0,09238
0,24300	0,00100	0,09500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22700	0,00100	0,10100	784,47998	0,00000	0,00000	0,00000
0,24500	0,00100	0,09500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22900	0,00100	0,10100	784,47998	0,00000	0,00000	0,00000
0,24700	0,00100	0,09500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23100	0,00100	0,10100	784,47998	0,00000	0,00000	0,00000
0,24900	0,00100	0,09500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23300	0,00100	0,10100	784,47998	0,00000	0,00000	0,00000
0,25100	0,00100	0,09500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23500	0,00100	0,10100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20100	0,00100	0,09700	532,27966	0,05086	-0,00059	-0,08834	0,23700	0,00100	0,10100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20300	0,00100	0,09700	532,19391	0,04442	-0,00003	-0,09169	0,23900	0,00100	0,10100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20500	0,00100	0,09700	532,10504	0,03606	0,00106	-0,09514	0,24100	0,00100	0,10100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20700	0,00100	0,09700	531,99261	0,02527	0,00216	-0,09879	0,24300	0,00100	0,10100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20900	0,00100	0,09700	531,82404	0,01407	0,00118	-0,10238	0,24500	0,00100	0,10100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21100	0,00100	0,09700	531,63983	0,00624	-0,00157	-0,10500	0,24700	0,00100	0,10100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21300	0,00100	0,09700	531,57825	0,00252	-0,00324	-0,10660	0,24900	0,00100	0,10100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21500	0,00100	0,09700	531,58337	0,00084	-0,00384	-0,10767	0,25100	0,00100	0,10100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21700	0,00100	0,09700	-531,60492	0,00015	-0,00407	-0,10844	0,20100	0,00100	0,10300	474,69565	0,04216	-0,00026	-0,06855
0,21900	0,00100	0,09700	-531,63019	0,00081	-0,00426	-0,10901	0,20300	0,00100	0,10300	474,66187	0,03556	0,00046	-0,07119
0,22100	0,00100	0,09700	-531,65649	0,00121	-0,00440	-0,10940	0,20500	0,00100	0,10300	474,61780	0,02670	0,00180	-0,07398
0,22300	0,00100	0,09700	-531,67932	0,00147	-0,00444	-0,10964	0,20700	0,00100	0,10300	474,53400	0,01570	0,00243	-0,07699
0,22500	0,00100	0,09700	-531,70264	0,00079	-0,00614	-0,10964	0,20900	0,00100	0,10300	474,38849	0,00602	0,00023	-0,07967
0,22700	0,00100	0,09700	823,70398	0,00000	0,00000	0,00000	0,21100	0,00100	0,10300	474,29211	0,00078	-0,00228	-0,08131
0,22900	0,00100	0,09700	823,70398	0,00000	0,00000	0,00000	0,21300	0,00100	0,10300	-474,30188	0,00113	-0,00332	-0,08229
0,23100	0,00100	0,09700	823,70398	0,00000	0,00000	0,00000	0,21500	0,00100	0,10300	-474,34375	0,00181	-0,00362	-0,08298
0,23300	0,00100	0,09700	823,70398	0,00000	0,00000	0,00000	0,21700	0,00100	0,10300	-474,38678	0,00213	-0,00376	-0,08350
0,23500	0,00100	0,09700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21900	0,00100	0,10300	-474,42685	0,00220	-0,00393	-0,08389
0,23700	0,00100	0,09700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22100	0,00100	0,10300	-474,46173	0,00204	-0,00403	-0,08416
0,23900	0,00100	0,09700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22300	0,00100	0,10300	-474,48761	0,00180	-0,00402	-0,08434
0,24100	0,00100	0,09700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22500	0,00100	0,10300	-474,50870	0,00084	-0,00559	-0,08438
0,24300	0,00100	0,09700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22700	0,00100	0,10300	764,86798	0,00000	0,00000	0,00000
0,24500	0,00100	0,09700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22900	0,00100	0,10300	764,86798	0,00000	0,00000	0,00000
0,24700	0,00100	0,09700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23100	0,00100	0,10300	764,86798	0,00000	0,00000	0,00000
0,24900	0,00100	0,09700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23300	0,00100	0,10300	764,86798	0,00000	0,00000	0,00000
0,25100	0,00100	0,09700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23500	0,00100	0,10300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20100	0,00100	0,09900	513,17230	0,04771	-0,00048	-0,08153	0,23700	0,00100	0,10300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20300	0,00100	0,09900	513,10785	0,04123	0,00014	-0,08462	0,23900	0,00100	0,10300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20500	0,00100	0,09900	513,03802	0,03272	0,00131	-0,08782	0,24100	0,00100	0,10300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20700	0,00100	0,09900	512,93921	0,02183	0,00230	-0,09125	0,24300	0,00100	0,10300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20900	0,00100	0,09900	512,78033	0,01108	0,00090	-0,09452	0,24500	0,00100	0,10300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21100	0,00100	0,09900	512,62671	0,00414	-0,00184	-0,09678	0,24700	0,00100	0,10300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21300	0,00100	0,09900	512,59448	0,00111	-0,00329	-0,09813	0,24900	0,00100	0,10300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21500	0,00100	0,09900	-512,61548	0,00017	-0,00377	-0,09904	0,25100	0,00100	0,10300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21700	0,00100	0,09900	-512,64624	0,00090	-0,00396	-0,09971	0,20100	0,00100	0,10500	455,34171	0,03971	-0,00016	-0,06234
0,21900	0,00100	0,09900	-512,67810	0,00134	-0,00414	-0,10021	0,20300	0,00100	0,10500	455,31866	0,03303	0,00063	-0,06479
0,22100	0,00100	0,09900	-512,70837	0,00153	-0,00427	-0,10056	0,20500	0,00100	0,10500	455,28262	0,02398	0,00203	-0,06741
0,22300	0,00100	0,09900	-512,73285	0,00160	-0,00428	-0,10077	0,20700	0,00100	0,10500	455,20160	0,01298	0,00242	-0,07023
0,22500	0,00100	0,09900	-512,75549	0,00082	-0,00594	-0,10078	0,20900	0,00100	0,10500	455,06131	0,00390	-0,00013	-0,07263
0,22700	0,00100	0,09900	804,09198	0,00000	0,00000	0,00000	0,21100	0,00100	0,10500	-454,99017	0,00056	-0,00245	-0,07403
0,22900	0,00100	0,09900	804,09198	0,00000	0,00000	0,00000	0,21300	0,00100	0,10500	-455,01556	0,00202	-0,00330	-0,07487
0,23100	0,00100	0,09900	804,09198	0,00000	0,00000	0,00000	0,21500	0,00100	0,10500	-455,06378	0,00248	-0,00355	-0,07547
0,23300	0,00100	0,09900	804,09198	0,00000	0,00000	0,00000	0,21700	0,00100	0,10500	-455,11029	0,00264	-0,00367	-0,07593
0,23500	0,00100	0,09900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21900	0,00100	0,10500	-455,15265	0,00255	-0,00383	-0,07628
0,23700	0,00100	0,09900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22100	0,00100	0,10500	-455,18863	0,00224	-0,00393	-0,07653
0,23900	0,00100	0,09900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22300	0,00100	0,10500	-455,21463	0,00187	-0,00390	-0,07670
0,24100	0,00100	0,09900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22500	0,00100	0,10500	-455,23483	0,00085	-0,00543	-0,07675
0,24300	0,00100	0,09900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22700	0,00100	0,10500	745,25598	0,00000	0,00000	0,00000
0,24500	0,00100	0,09900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22900	0,00100	0,10500	745,25598	0,00000	0,00000	0,00000
0,24700	0,00100	0,09900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23100	0,00100	0,10500	745,25598	0,00000	0,00000	0,00000
0,24900	0,00100	0,09900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23300	0,00100	0,10500	745,25598	0,00000	0,00000	0,00000
0,25100	0,00100	0,09900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23500	0,00100	0,10500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20100	0,00100	0,10100	493,97491	0,04482	-0,00036	-0,07494	0,23700	0,00100	0,10500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20300	0,00100	0,10100	493,92752	0,03828	0,00030	-0,07779	0,23900	0,00100	0,10500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20500	0,00100	0,10100	493,87238	0,02961	0,00155	-0,08078	0,24100	0,00100	0,10500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20700	0,00100	0,10100	493,78284	0,01865	0,00239	-0,08399	0,24300	0,00100	0,10500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20900	0,00100	0,10100	493,63138	0,00840	0,00058	-0,08696	0,24500	0,00100	0,10500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21100	0,00100	0,10100	493,50714	0,00233	-0,00208	-0,08889	0,24700	0,00100	0,10500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21300	0,00100	0,10100	-493,49860	0,00009	-0,00331	-0,09004	0,24900	0,00100	0,10500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000

0,25100	0,00100	0,10500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23500	0,00100	0,11100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20100	0,00100	0,10700	435,91956	0,03745	-0,00006	-0,05631	0,23700	0,00100	0,11100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20300	0,00100	0,10700	435,90472	0,03067	0,00080	-0,05858	0,23900	0,00100	0,11100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20500	0,00100	0,10700	435,87415	0,02142	0,00226	-0,06105	0,24100	0,00100	0,11100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20700	0,00100	0,10700	435,79361	0,01047	0,00234	-0,06369	0,24300	0,00100	0,11100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20900	0,00100	0,10700	435,65881	0,00203	-0,00048	-0,06582	0,24500	0,00100	0,11100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21100	0,00100	0,10700	-435,60999	0,00171	-0,00258	-0,06701	0,24700	0,00100	0,11100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21300	0,00100	0,10700	-435,64801	0,00280	-0,00328	-0,06774	0,24900	0,00100	0,11100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21500	0,00100	0,10700	-435,70047	0,00307	-0,00347	-0,06827	0,25100	0,00100	0,11100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21700	0,00100	0,10700	-435,74921	0,00308	-0,00359	-0,06869	0,20100	0,00100	0,11300	377,29764	0,03166	0,00024	-0,03914
0,21900	0,00100	0,10700	-435,79300	0,00286	-0,00375	-0,06900	0,20300	0,00100	0,11300	377,29578	0,02450	0,00134	-0,04097
0,22100	0,00100	0,10700	-435,82953	0,00241	-0,00383	-0,06923	0,20500	0,00100	0,11300	377,26947	0,01464	0,00282	-0,04304
0,22300	0,00100	0,10700	-435,85532	0,00193	-0,00380	-0,06939	0,20700	0,00100	0,11300	377,18161	0,00419	0,00177	-0,04516
0,22500	0,00100	0,10700	-435,87463	0,00086	-0,00528	-0,06946	0,20900	0,00100	0,11300	-377,06085	0,00223	-0,00139	-0,04661
0,22700	0,00100	0,10700	725,64398	0,00000	0,00000	0,00000	0,21100	0,00100	0,11300	-377,07187	0,00426	-0,00277	-0,04736
0,22900	0,00100	0,10700	725,64398	0,00000	0,00000	0,00000	0,21300	0,00100	0,11300	-377,12749	0,00459	-0,00317	-0,04786
0,23100	0,00100	0,10700	725,64398	0,00000	0,00000	0,00000	0,21500	0,00100	0,11300	-377,18472	0,00444	-0,00328	-0,04826
0,23300	0,00100	0,10700	725,64398	0,00000	0,00000	0,00000	0,21700	0,00100	0,11300	-377,23499	0,00412	-0,00338	-0,04857
0,23500	0,00100	0,10700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21900	0,00100	0,11300	-377,27933	0,00356	-0,00353	-0,04881
0,23700	0,00100	0,10700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22100	0,00100	0,11300	-377,31503	0,00280	-0,00361	-0,04900
0,23900	0,00100	0,10700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22300	0,00100	0,11300	-377,33896	0,00203	-0,00354	-0,04915
0,24100	0,00100	0,10700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22500	0,00100	0,11300	-377,35541	0,00084	-0,00486	-0,04927
0,24300	0,00100	0,10700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22700	0,00100	0,11300	666,80798	0,00000	0,00000	0,00000
0,24500	0,00100	0,10700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22900	0,00100	0,11300	666,80798	0,00000	0,00000	0,00000
0,24700	0,00100	0,10700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23100	0,00100	0,11300	666,80798	0,00000	0,00000	0,00000
0,24900	0,00100	0,10700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23300	0,00100	0,11300	666,80798	0,00000	0,00000	0,00000
0,25100	0,00100	0,10700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23500	0,00100	0,11300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20100	0,00100	0,10900	416,43488	0,03537	0,00004	-0,05044	0,23700	0,00100	0,11300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20300	0,00100	0,10900	416,42612	0,02848	0,00098	-0,05255	0,23900	0,00100	0,11300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20500	0,00100	0,10900	416,39880	0,01902	0,00247	-0,05488	0,24100	0,00100	0,11300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20700	0,00100	0,10900	416,31686	0,00817	0,00221	-0,05734	0,24300	0,00100	0,11300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20900	0,00100	0,10900	416,18735	0,00040	-0,00082	-0,05922	0,24500	0,00100	0,11300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21100	0,00100	0,10900	-416,15973	0,00269	-0,00267	-0,06024	0,24700	0,00100	0,11300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21300	0,00100	0,10900	-416,20667	0,00347	-0,00324	-0,06088	0,24900	0,00100	0,11300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21500	0,00100	0,10900	-416,26178	0,00358	-0,00341	-0,06136	0,25100	0,00100	0,11300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21700	0,00100	0,10900	-416,31177	0,00347	-0,00351	-0,06173	0,20100	0,00100	0,11500	357,65384	0,03001	0,00034	-0,03369
0,21900	0,00100	0,10900	-416,35626	0,00313	-0,00367	-0,06201	0,20300	0,00100	0,11500	357,65302	0,02270	0,00152	-0,03539
0,22100	0,00100	0,10900	-416,39291	0,00256	-0,00375	-0,06223	0,20500	0,00100	0,11500	357,62442	0,01265	0,00296	-0,03735
0,22300	0,00100	0,10900	-416,41824	0,00198	-0,00370	-0,06238	0,20700	0,00100	0,11500	357,53134	0,00250	0,00148	-0,03929
0,22500	0,00100	0,10900	-416,43665	0,00085	-0,00513	-0,06246	0,20900	0,00100	0,11500	-357,41940	0,00327	-0,00160	-0,04056
0,22700	0,00100	0,10900	706,03198	0,00000	0,00000	0,00000	0,21100	0,00100	0,11500	-357,44330	0,00490	-0,00279	-0,04121
0,22900	0,00100	0,10900	706,03198	0,00000	0,00000	0,00000	0,21300	0,00100	0,11500	-357,50116	0,00505	-0,00313	-0,04167
0,23100	0,00100	0,10900	706,03198	0,00000	0,00000	0,00000	0,21500	0,00100	0,11500	-357,55750	0,00480	-0,00323	-0,04203
0,23300	0,00100	0,10900	706,03198	0,00000	0,00000	0,00000	0,21700	0,00100	0,11500	-357,60699	0,00439	-0,00332	-0,04232
0,23500	0,00100	0,10900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21900	0,00100	0,11500	-357,65051	0,00375	-0,00347	-0,04255
0,23700	0,00100	0,10900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22100	0,00100	0,11500	-357,68536	0,00289	-0,00354	-0,04273
0,23900	0,00100	0,10900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22300	0,00100	0,11500	-357,70834	0,00205	-0,00347	-0,04288
0,24100	0,00100	0,10900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22500	0,00100	0,11500	-357,72382	0,00083	-0,00474	-0,04301
0,24300	0,00100	0,10900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22700	0,00100	0,11500	647,19598	0,00000	0,00000	0,00000
0,24500	0,00100	0,10900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22900	0,00100	0,11500	647,19598	0,00000	0,00000	0,00000
0,24700	0,00100	0,10900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23100	0,00100	0,11500	647,19598	0,00000	0,00000	0,00000
0,24900	0,00100	0,10900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23300	0,00100	0,11500	647,19598	0,00000	0,00000	0,00000
0,25100	0,00100	0,10900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23500	0,00100	0,11500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20100	0,00100	0,11100	396,89270	0,03344	0,00014	-0,04472	0,23700	0,00100	0,11500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20300	0,00100	0,11100	396,88821	0,02642	0,00116	-0,04669	0,23900	0,00100	0,11500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20500	0,00100	0,11100	396,86234	0,01676	0,00266	-0,04888	0,24100	0,00100	0,11500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20700	0,00100	0,11100	396,77792	0,00608	0,00202	-0,05117	0,24300	0,00100	0,11500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20900	0,00100	0,11100	-396,65228	0,00101	-0,00112	-0,05282	0,24500	0,00100	0,11500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21100	0,00100	0,11100	-396,64554	0,00353	-0,00273	-0,05370	0,24700	0,00100	0,11500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21300	0,00100	0,11100	-396,69809	0,00407	-0,00321	-0,05426	0,24900	0,00100	0,11500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21500	0,00100	0,11100	-396,75455	0,00404	-0,00334	-0,05469	0,25100	0,00100	0,11500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21700	0,00100	0,11100	-396,80499	0,00381	-0,00344	-0,05503	0,20100	0,00100	0,11700	337,96506	0,02848	0,00044	-0,02835
0,21900	0,00100	0,11100	-396,84967	0,00336	-0,00360	-0,05529	0,20300	0,00100	0,11700	337,96384	0,02100	0,00170	-0,02994
0,22100	0,00100	0,11100	-396,88602	0,00269	-0,00367	-0,05549	0,20500	0,00100	0,11700	337,93118	0,01078	0,00307	-0,03180
0,22300	0,00100	0,11100	-396,91071	0,00201	-0,00361	-0,05564	0,20700	0,00100	0,11700	337,83081	0,00097	0,00116	-0,03356
0,22500	0,00100	0,11100	-396,92813	0,00085	-0,00500	-0,05574	0,20900	0,00100	0,11700	-337,73199	0,00416	-0,00177	-0,03467
0,22700	0,00100	0,11100	686,41998	0,00000	0,00000	0,00000	0,21100	0,00100	0,11700	-337,76404	0,00545	-0,00280	-0,03524
0,22900	0,00100	0,11100	686,41998	0,00000	0,00000	0,00000	0,21300	0,00100	0,11700	-337,82220	0,00546	-0,00310	-0,03566
0,23100	0,00100	0,11100	686,41998	0,00000	0,00000	0,00000	0,21500	0,00100	0,11700	-337,87732	0,00512	-0,00318	-0,03599
0,23300	0,00100	0,11100	686,41998	0,00000	0,00000	0,00000	0,21700	0,00100	0,11700	-337,92551	0,00463	-0,00327	-0,03627

0,21900	0,00100	0,11700	-337,96786	0,00391	-0,00342	-0,03648	0,20300	0,00100	0,12300	278,65149	0,01646	0,00225	-0,01420
0,22100	0,00100	0,11700	-338,00159	0,00297	-0,00349	-0,03666	0,20500	0,00100	0,12300	278,60025	0,00589	0,00317	-0,01578
0,22300	0,00100	0,11700	-338,02350	0,00205	-0,00340	-0,03681	0,20700	0,00100	0,12300	-278,46716	0,00274	0,00018	-0,01708
0,22500	0,00100	0,11700	-338,03799	0,00082	-0,00462	-0,03696	0,20900	0,00100	0,12300	-278,41544	0,00621	-0,00211	-0,01778
0,22700	0,00100	0,11700	627,58398	0,00000	0,00000	0,00000	0,21100	0,00100	0,12300	-278,45477	0,00675	-0,00281	-0,01821
0,22900	0,00100	0,11700	627,58398	0,00000	0,00000	0,00000	0,21300	0,00100	0,12300	-278,50705	0,00643	-0,00301	-0,01855
0,23100	0,00100	0,11700	627,58398	0,00000	0,00000	0,00000	0,21500	0,00100	0,12300	-278,55438	0,00588	-0,00306	-0,01883
0,23300	0,00100	0,11700	627,58398	0,00000	0,00000	0,00000	0,21700	0,00100	0,12300	-278,59570	0,00520	-0,00314	-0,01907
0,23500	0,00100	0,11700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21900	0,00100	0,12300	-278,63235	0,00428	-0,00330	-0,01927
0,23700	0,00100	0,11700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22100	0,00100	0,12300	-278,66141	0,00314	-0,00337	-0,01944
0,23900	0,00100	0,11700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22300	0,00100	0,12300	-278,67953	0,00203	-0,00327	-0,01961
0,24100	0,00100	0,11700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22500	0,00100	0,12300	-278,69086	0,00076	-0,00427	-0,01983
0,24300	0,00100	0,11700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22700	0,00100	0,12300	568,74799	0,00000	0,00000	0,00000
0,24500	0,00100	0,11700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22900	0,00100	0,12300	568,74799	0,00000	0,00000	0,00000
0,24700	0,00100	0,11700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23100	0,00100	0,12300	568,74799	0,00000	0,00000	0,00000
0,24900	0,00100	0,11700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23300	0,00100	0,12300	568,74799	0,00000	0,00000	0,00000
0,25100	0,00100	0,11700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23500	0,00100	0,12300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20100	0,00100	0,11900	318,23468	0,02706	0,00054	-0,02312	0,23700	0,00100	0,12300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20300	0,00100	0,11900	318,23184	0,01940	0,00189	-0,02459	0,23900	0,00100	0,12300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20500	0,00100	0,11900	318,19400	0,00903	0,00314	-0,02636	0,24100	0,00100	0,12300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20700	0,00100	0,11900	-318,08398	0,00040	0,00082	-0,02795	0,24300	0,00100	0,12300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20900	0,00100	0,11900	-318,00070	0,00493	-0,00191	-0,02891	0,24500	0,00100	0,12300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21100	0,00100	0,11900	-318,03760	0,00594	-0,00281	-0,02943	0,24700	0,00100	0,12300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21300	0,00100	0,11900	-318,09482	0,00582	-0,00307	-0,02981	0,24900	0,00100	0,12300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21500	0,00100	0,11900	-318,14798	0,00540	-0,00313	-0,03013	0,25100	0,00100	0,12300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21700	0,00100	0,11900	-318,19440	0,00484	-0,00322	-0,03038	0,20100	0,00100	0,12500	258,82394	0,02335	0,00085	-0,00798
0,21900	0,00100	0,11900	-318,23517	0,00405	-0,00338	-0,03059	0,20300	0,00100	0,12500	258,80826	0,01511	0,00242	-0,00915
0,22100	0,00100	0,11900	-318,26758	0,00304	-0,00344	-0,03077	0,20500	0,00100	0,12500	258,74802	0,00450	0,00313	-0,01062
0,22300	0,00100	0,11900	-318,28833	0,00205	-0,00335	-0,03092	0,20700	0,00100	0,12500	-258,60541	0,00372	-0,00010	-0,01178
0,22500	0,00100	0,11900	-318,30179	0,00080	-0,00450	-0,03109	0,20900	0,00100	0,12500	-258,56494	0,00673	-0,00218	-0,01239
0,22700	0,00100	0,11900	607,97198	0,00000	0,00000	0,00000	0,21100	0,00100	0,12500	-258,60315	0,00709	-0,00281	-0,01279
0,22900	0,00100	0,11900	607,97198	0,00000	0,00000	0,00000	0,21300	0,00100	0,12500	-258,65161	0,00668	-0,00298	-0,01311
0,23100	0,00100	0,11900	607,97198	0,00000	0,00000	0,00000	0,21500	0,00100	0,12500	-258,69507	0,00607	-0,00302	-0,01338
0,23300	0,00100	0,11900	607,97198	0,00000	0,00000	0,00000	0,21700	0,00100	0,12500	-258,73309	0,00534	-0,00311	-0,01361
0,23500	0,00100	0,11900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21900	0,00100	0,12500	-258,76709	0,00438	-0,00326	-0,01380
0,23700	0,00100	0,11900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22100	0,00100	0,12500	-258,79413	0,00319	-0,00334	-0,01398
0,23900	0,00100	0,11900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22300	0,00100	0,12500	-258,81079	0,00202	-0,00323	-0,01415
0,24100	0,00100	0,11900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22500	0,00100	0,12500	-258,82104	0,00074	-0,00417	-0,01439
0,24300	0,00100	0,11900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22700	0,00100	0,12500	549,13599	0,00000	0,00000	0,00000
0,24500	0,00100	0,11900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22900	0,00100	0,12500	549,13599	0,00000	0,00000	0,00000
0,24700	0,00100	0,11900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23100	0,00100	0,12500	549,13599	0,00000	0,00000	0,00000
0,24900	0,00100	0,11900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23300	0,00100	0,12500	549,13599	0,00000	0,00000	0,00000
0,25100	0,00100	0,11900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23500	0,00100	0,12500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20100	0,00100	0,12100	298,46588	0,02574	0,00064	-0,01799	0,23700	0,00100	0,12500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20300	0,00100	0,12100	298,46017	0,01789	0,00207	-0,01935	0,23900	0,00100	0,12500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20500	0,00100	0,12100	298,41635	0,00740	0,00318	-0,02102	0,24100	0,00100	0,12500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20700	0,00100	0,12100	-298,29431	0,00163	0,00049	-0,02246	0,24300	0,00100	0,12500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20900	0,00100	0,12100	-298,22809	0,00561	-0,00202	-0,02328	0,24500	0,00100	0,12500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21100	0,00100	0,12100	-298,26703	0,00637	-0,00281	-0,02375	0,24700	0,00100	0,12500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21300	0,00100	0,12100	-298,32220	0,00614	-0,00304	-0,02412	0,24900	0,00100	0,12500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21500	0,00100	0,12100	-298,37277	0,00565	-0,00309	-0,02441	0,25100	0,00100	0,12500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21700	0,00100	0,12100	-298,41687	0,00503	-0,00318	-0,02466	0,20100	0,00100	0,12700	238,95590	0,02226	0,00097	-0,00309
0,21900	0,00100	0,12100	-298,45578	0,00417	-0,00333	-0,02486	0,20300	0,00100	0,12700	238,93295	0,01382	0,00258	-0,00418
0,22100	0,00100	0,12100	-298,48660	0,00310	-0,00340	-0,02503	0,20500	0,00100	0,12700	238,86211	0,00321	0,00304	-0,00555
0,22300	0,00100	0,12100	-298,50610	0,00205	-0,00330	-0,02519	0,20700	0,00100	0,12700	-238,71152	0,00458	-0,00034	-0,00658
0,22500	0,00100	0,12100	-298,51849	0,00078	-0,00438	-0,02539	0,20900	0,00100	0,12700	-238,67873	0,00718	-0,00224	-0,00712
0,22700	0,00100	0,12100	588,35999	0,00000	0,00000	0,00000	0,21100	0,00100	0,12700	-238,71417	0,00738	-0,00280	-0,00748
0,22900	0,00100	0,12100	588,35999	0,00000	0,00000	0,00000	0,21300	0,00100	0,12700	-238,75789	0,00690	-0,00295	-0,00777
0,23100	0,00100	0,12100	588,35999	0,00000	0,00000	0,00000	0,21500	0,00100	0,12700	-238,79675	0,00624	-0,00299	-0,00803
0,23300	0,00100	0,12100	588,35999	0,00000	0,00000	0,00000	0,21700	0,00100	0,12700	-238,83089	0,00547	-0,00308	-0,00825
0,23500	0,00100	0,12100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21900	0,00100	0,12700	-238,86179	0,00446	-0,00324	-0,00844
0,23700	0,00100	0,12100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22100	0,00100	0,12700	-238,88655	0,00322	-0,00332	-0,00862
0,23900	0,00100	0,12100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22300	0,00100	0,12700	-238,90163	0,00200	-0,00321	-0,00880
0,24100	0,00100	0,12100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22500	0,00100	0,12700	-238,91080	0,00072	-0,00407	-0,00907
0,24300	0,00100	0,12100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22700	0,00100	0,12700	529,52399	0,00000	0,00000	0,00000
0,24500	0,00100	0,12100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22900	0,00100	0,12700	529,52399	0,00000	0,00000	0,00000
0,24700	0,00100	0,12100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23100	0,00100	0,12700	529,52399	0,00000	0,00000	0,00000
0,24900	0,00100	0,12100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23300	0,00100	0,12700	529,52399	0,00000	0,00000	0,00000
0,25100	0,00100	0,12100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23500	0,00100	0,12700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20100	0,00100	0,12300	278,66144	0,02450	0,00075	-0,01294	0,23700	0,00100	0,12700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000

0,23900	0,00100	0,12700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22300	0,00100	0,13300	-178,97607	0,00190	-0,00320	0,00678
0,24100	0,00100	0,12700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22500	0,00100	0,13300	-178,98099	0,00063	-0,00380	0,00638
0,24300	0,00100	0,12700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22700	0,00100	0,13300	470,68799	0,00000	0,00000	0,00000
0,24500	0,00100	0,12700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22900	0,00100	0,13300	470,68799	0,00000	0,00000	0,00000
0,24700	0,00100	0,12700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23100	0,00100	0,13300	470,68799	0,00000	0,00000	0,00000
0,24900	0,00100	0,12700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23300	0,00100	0,13300	470,68799	0,00000	0,00000	0,00000
0,25100	0,00100	0,12700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23500	0,00100	0,13300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20100	0,00100	0,12900	219,06772	0,02122	0,00108	0,00174	0,00174	0,23700	0,00100	0,13300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20300	0,00100	0,12900	219,03131	0,01258	0,00274	0,00071	0,00071	0,23900	0,00100	0,13300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20500	0,00100	0,12900	218,94560	0,00202	0,00292	-0,00057	-0,00057	0,24100	0,00100	0,13300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20700	0,00100	0,12900	-218,78732	0,00533	-0,00056	-0,00148	-0,00148	0,24300	0,00100	0,13300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20900	0,00100	0,12900	-218,75882	0,00757	-0,00229	-0,00194	-0,00194	0,24500	0,00100	0,13300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21100	0,00100	0,12900	-218,78993	0,00763	-0,00279	-0,00227	-0,00227	0,24700	0,00100	0,13300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21300	0,00100	0,12900	-218,82787	0,00708	-0,00293	-0,00254	-0,00254	0,24900	0,00100	0,13300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21500	0,00100	0,12900	-218,86127	0,00638	-0,00296	-0,00278	-0,00278	0,25100	0,00100	0,13300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21700	0,00100	0,12900	-218,89078	0,00558	-0,00305	-0,00299	-0,00299	0,20100	0,00100	0,13500	159,29321	0,01836	0,00142	0,01587
0,21900	0,00100	0,12900	-218,91797	0,00453	-0,00321	-0,00318	-0,00318	0,20300	0,00100	0,13500	159,21622	0,00926	0,00309	0,01484
0,22100	0,00100	0,12900	-218,94009	0,00325	-0,00330	-0,00335	-0,00335	0,20500	0,00100	0,13500	-159,07657	0,00088	0,00246	0,01381
0,22300	0,00100	0,12900	-218,95345	0,00197	-0,00320	-0,00355	-0,00355	0,20700	0,00100	0,13500	-158,90173	0,00697	-0,00109	0,01334
0,22500	0,00100	0,12900	-218,96167	0,00069	-0,00398	-0,00385	-0,00385	0,20900	0,00100	0,13500	-158,86880	0,00832	-0,00240	0,01309
0,22700	0,00100	0,12900	509,91199	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21100	0,00100	0,13500	-158,87791	0,00805	-0,00279	0,01290
0,22900	0,00100	0,12900	509,91199	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21300	0,00100	0,13500	-158,89182	0,00734	-0,00289	0,01271
0,23100	0,00100	0,12900	509,91199	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21500	0,00100	0,13500	-158,90240	0,00656	-0,00291	0,01254
0,23300	0,00100	0,12900	509,91199	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21700	0,00100	0,13500	-158,91173	0,00568	-0,00300	0,01239
0,23500	0,00100	0,12900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21900	0,00100	0,13500	-158,92206	0,00459	-0,00316	0,01225
0,23700	0,00100	0,12900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22100	0,00100	0,13500	-158,93153	0,00324	-0,00329	0,01210
0,23900	0,00100	0,12900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22300	0,00100	0,13500	-158,93645	0,00185	-0,00322	0,01190
0,24100	0,00100	0,12900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22500	0,00100	0,13500	-158,93977	0,00060	-0,00372	0,01145
0,24300	0,00100	0,12900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22700	0,00100	0,13500	451,07599	0,00000	0,00000	0,00000
0,24500	0,00100	0,12900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22900	0,00100	0,13500	451,07599	0,00000	0,00000	0,00000
0,24700	0,00100	0,12900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23100	0,00100	0,13500	451,07599	0,00000	0,00000	0,00000
0,24900	0,00100	0,12900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23300	0,00100	0,13500	451,07599	0,00000	0,00000	0,00000
0,25100	0,00100	0,12900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23500	0,00100	0,13500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20100	0,00100	0,13100	199,16795	0,02022	0,00120	0,00651	0,00651	0,23700	0,00100	0,13500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20300	0,00100	0,13100	199,12036	0,01139	0,00288	0,00551	0,00551	0,23900	0,00100	0,13500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20500	0,00100	0,13100	199,01894	0,00094	0,00276	0,00432	0,00432	0,24100	0,00100	0,13500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20700	0,00100	0,13100	-198,85150	0,00598	-0,00078	0,00354	0,00354	0,24300	0,00100	0,13500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20900	0,00100	0,13100	-198,82301	0,00789	-0,00234	0,00315	0,00315	0,24500	0,00100	0,13500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21100	0,00100	0,13100	-198,84682	0,00783	-0,00280	0,00286	0,00286	0,24700	0,00100	0,13500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21300	0,00100	0,13100	-198,87653	0,00722	-0,00292	0,00261	0,00261	0,24900	0,00100	0,13500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21500	0,00100	0,13100	-198,90222	0,00649	-0,00294	0,00238	0,00238	0,25100	0,00100	0,13500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21700	0,00100	0,13100	-198,92509	0,00565	-0,00303	0,00219	0,00219	0,20100	0,00100	0,13700	139,31917	0,01751	0,00152	0,02043
0,21900	0,00100	0,13100	-198,94684	0,00458	-0,00319	0,00201	0,00201	0,20300	0,00100	0,13700	139,22263	0,00837	0,00315	0,01932
0,22100	0,00100	0,13100	-198,96478	0,00326	-0,00329	0,00184	0,00184	0,20500	0,00100	0,13700	-139,06007	0,00157	0,00233	0,01837
0,22300	0,00100	0,13100	-198,97511	0,00194	-0,00319	0,00164	0,00164	0,20700	0,00100	0,13700	-138,88095	0,00730	-0,00121	0,01810
0,22500	0,00100	0,13100	-198,98128	0,00066	-0,00389	0,00129	0,00129	0,20900	0,00100	0,13700	-138,84198	0,00843	-0,00242	0,01794
0,22700	0,00100	0,13100	490,29999	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21100	0,00100	0,13700	-138,84219	0,00807	-0,00278	0,01780
0,22900	0,00100	0,13100	490,29999	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21300	0,00100	0,13700	-138,84679	0,00732	-0,00287	0,01767
0,23100	0,00100	0,13100	490,29999	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21500	0,00100	0,13700	-138,84802	0,00651	-0,00290	0,01754
0,23300	0,00100	0,13100	490,29999	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21700	0,00100	0,13700	-138,84830	0,00563	-0,00299	0,01743
0,23500	0,00100	0,13100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21900	0,00100	0,13700	-138,85039	0,00454	-0,00315	0,01734
0,23700	0,00100	0,13100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22100	0,00100	0,13700	-138,85333	0,00320	-0,00330	0,01722
0,23900	0,00100	0,13100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22300	0,00100	0,13700	-138,85396	0,00179	-0,00325	0,01703
0,24100	0,00100	0,13100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22500	0,00100	0,13700	-138,85519	0,00056	-0,00365	0,01651
0,24300	0,00100	0,13100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22700	0,00100	0,13700	431,46399	0,00000	0,00000	0,00000
0,24500	0,00100	0,13100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22900	0,00100	0,13700	431,46399	0,00000	0,00000	0,00000
0,24700	0,00100	0,13100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23100	0,00100	0,13700	431,46399	0,00000	0,00000	0,00000
0,24900	0,00100	0,13100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23300	0,00100	0,13700	431,46399	0,00000	0,00000	0,00000
0,25100	0,00100	0,13100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23500	0,00100	0,13700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20100	0,00100	0,13300	179,24272	0,01927	0,00131	0,01122	0,01122	0,23700	0,00100	0,13700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20300	0,00100	0,13300	179,18158	0,01028	0,00300	0,01023	0,01023	0,23900	0,00100	0,13700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20500	0,00100	0,13300	-179,06383	0,00004	0,00260	0,00913	0,00913	0,24100	0,00100	0,13700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20700	0,00100	0,13300	-178,89145	0,00652	-0,00095	0,00849	0,00849	0,24300	0,00100	0,13700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20900	0,00100	0,13300	-178,86250	0,00814	-0,00238	0,00816	0,00816	0,24500	0,00100	0,13700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21100	0,00100	0,13300	-178,87964	0,00797	-0,00280	0,00791	0,00791	0,24700	0,00100	0,13700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21300	0,00100	0,13300	-178,90195	0,00731	-0,00290	0,00769	0,00769	0,24900	0,00100	0,13700	0,00000	0,00000		

0,20700	0,00100	0,13900	-118,82761	0,00749	-0,00128	0,02274	0,24300	0,00100	0,14300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20900	0,00100	0,13900	-118,78159	0,00843	-0,00243	0,02269	0,24500	0,00100	0,14300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21100	0,00100	0,13900	-118,77312	0,00799	-0,00278	0,02265	0,24700	0,00100	0,14300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21300	0,00100	0,13900	-118,76802	0,00721	-0,00286	0,02258	0,24900	0,00100	0,14300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21500	0,00100	0,13900	-118,75842	0,00638	-0,00289	0,02251	0,25100	0,00100	0,14300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21700	0,00100	0,13900	-118,74702	0,00550	-0,00298	0,02246	0,20100	0,00100	0,14500	59,13131	0,01521	0,00164	0,03695
0,21900	0,00100	0,13900	-118,73766	0,00443	-0,00315	0,02244	0,20300	0,00100	0,14500	58,89110	0,00709	0,00287	0,03570
0,22100	0,00100	0,13900	-118,73093	0,00312	-0,00331	0,02236	0,20500	0,00100	0,14500	-58,63744	0,00179	0,00196	0,03557
0,22300	0,00100	0,13900	-118,72495	0,00171	-0,00329	0,02221	0,20700	0,00100	0,14500	-58,42859	0,00682	-0,00136	0,03620
0,22500	0,00100	0,13900	-118,72316	0,00051	-0,00357	0,02158	0,20900	0,00100	0,14500	-58,39356	0,00757	-0,00251	0,03674
0,22700	0,00100	0,13900	411,85199	0,00000	0,00000	0,00000	0,21100	0,00100	0,14500	-58,39735	0,00710	-0,00279	0,03709
0,22900	0,00100	0,13900	411,85199	0,00000	0,00000	0,00000	0,21300	0,00100	0,14500	-58,38437	0,00634	-0,00290	0,03721
0,23100	0,00100	0,13900	411,85199	0,00000	0,00000	0,00000	0,21500	0,00100	0,14500	-58,33175	0,00541	-0,00292	0,03725
0,23300	0,00100	0,13900	411,85199	0,00000	0,00000	0,00000	0,21700	0,00100	0,14500	-58,24629	0,00441	-0,00299	0,03754
0,23500	0,00100	0,13900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21900	0,00100	0,14500	-58,14913	0,00346	-0,00312	0,03805
0,23700	0,00100	0,13900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22100	0,00100	0,14500	-58,05869	0,00249	-0,00330	0,03835
0,23900	0,00100	0,13900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22300	0,00100	0,14500	-57,98668	0,00138	-0,00339	0,03832
0,24100	0,00100	0,13900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22500	0,00100	0,14500	-57,95249	0,00040	-0,00327	0,03689
0,24300	0,00100	0,13900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22700	0,00100	0,14500	353,01599	0,00000	0,00000	0,00000
0,24500	0,00100	0,13900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22900	0,00100	0,14500	353,01599	0,00000	0,00000	0,00000
0,24700	0,00100	0,13900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23100	0,00100	0,14500	353,01599	0,00000	0,00000	0,00000
0,24900	0,00100	0,13900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23300	0,00100	0,14500	353,01599	0,00000	0,00000	0,00000
0,25100	0,00100	0,13900	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23500	0,00100	0,14500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20100	0,00100	0,14100	99,29184	0,01611	0,00165	0,02918	0,23700	0,00100	0,14500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20300	0,00100	0,14100	99,14159	0,00717	0,00314	0,02786	0,23900	0,00100	0,14500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20500	0,00100	0,14100	-98,93354	0,00231	0,00216	0,02709	0,24100	0,00100	0,14500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20700	0,00100	0,14100	-98,73890	0,00751	-0,00133	0,02728	0,24300	0,00100	0,14500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20900	0,00100	0,14100	-98,68700	0,00831	-0,00245	0,02738	0,24500	0,00100	0,14500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21100	0,00100	0,14100	-98,67229	0,00781	-0,00277	0,02744	0,24700	0,00100	0,14500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21300	0,00100	0,14100	-98,65841	0,00700	-0,00286	0,02745	0,24900	0,00100	0,14500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21500	0,00100	0,14100	-98,63627	0,00616	-0,00289	0,02745	0,25100	0,00100	0,14500	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21700	0,00100	0,14100	-98,60908	0,00527	-0,00298	0,02749	0,20100	0,00100	0,14700	38,97495	0,01481	0,00150	0,04028
0,21900	0,00100	0,14100	-98,58277	0,00424	-0,00314	0,02757	0,20300	0,00100	0,14700	38,65984	0,00740	0,00207	0,03982
0,22100	0,00100	0,14100	-98,56078	0,00298	-0,00332	0,02757	0,20500	0,00100	0,14700	-38,38050	0,00112	0,00153	0,04042
0,22300	0,00100	0,14100	-98,54383	0,00161	-0,00333	0,02745	0,20700	0,00100	0,14700	-38,17127	0,00618	-0,00157	0,04090
0,22500	0,00100	0,14100	-98,53719	0,00046	-0,00350	0,02670	0,20900	0,00100	0,14700	-38,19790	0,00699	-0,00255	0,04160
0,22700	0,00100	0,14100	392,23999	0,00000	0,00000	0,00000	0,21100	0,00100	0,14700	-38,25187	0,00673	-0,00282	0,04218
0,22900	0,00100	0,14100	392,23999	0,00000	0,00000	0,00000	0,21300	0,00100	0,14700	-38,27218	0,00611	-0,00296	0,04221
0,23100	0,00100	0,14100	392,23999	0,00000	0,00000	0,00000	0,21500	0,00100	0,14700	-38,20381	0,00504	-0,00300	0,04201
0,23300	0,00100	0,14100	392,23999	0,00000	0,00000	0,00000	0,21700	0,00100	0,14700	-38,05647	0,00374	-0,00300	0,04238
0,23500	0,00100	0,14100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21900	0,00100	0,14700	-37,88060	0,00277	-0,00306	0,04346
0,23700	0,00100	0,14100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22100	0,00100	0,14700	-37,71667	0,00213	-0,00322	0,04403
0,23900	0,00100	0,14100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22300	0,00100	0,14700	-37,57602	0,00106	-0,00335	0,04373
0,24100	0,00100	0,14100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22500	0,00100	0,14700	-37,49436	0,00016	-0,00306	0,04211
0,24300	0,00100	0,14100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22700	0,00100	0,14700	333,40399	0,00000	0,00000	0,00000
0,24500	0,00100	0,14100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22900	0,00100	0,14700	333,40399	0,00000	0,00000	0,00000
0,24700	0,00100	0,14100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23100	0,00100	0,14700	333,40399	0,00000	0,00000	0,00000
0,24900	0,00100	0,14100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23300	0,00100	0,14700	333,40399	0,00000	0,00000	0,00000
0,25100	0,00100	0,14100	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,23500	0,00100	0,14700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20100	0,00100	0,14300	79,23170	0,01561	0,00166	0,03324	0,23700	0,00100	0,14700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20300	0,00100	0,14300	79,04330	0,00698	0,00305	0,03188	0,23900	0,00100	0,14700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20500	0,00100	0,14300	-78,81290	0,00223	0,00211	0,03130	0,24100	0,00100	0,14700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20700	0,00100	0,14300	-78,60951	0,00730	-0,00134	0,03174	0,24300	0,00100	0,14700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,20900	0,00100	0,14300	-78,55766	0,00803	-0,00247	0,03204	0,24500	0,00100	0,14700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21100	0,00100	0,14300	-78,54386	0,00751	-0,00277	0,03223	0,24700	0,00100	0,14700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21300	0,00100	0,14300	-78,52508	0,00670	-0,00287	0,03232	0,24900	0,00100	0,14700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21500	0,00100	0,14300	-78,48855	0,00582	-0,00289	0,03237	0,25100	0,00100	0,14700	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,21700	0,00100	0,14300	-78,43861	0,00492	-0,00298	0,03253	0,20100	0,00100	0,14900	18,71820	0,01219	0,00122	0,04336
0,21900	0,00100	0,14300	-78,38571	0,00393	-0,00314	0,03276	0,20300	0,00100	0,14900	18,29245	0,00648	0,00155	0,04351
0,22100	0,00100	0,14300	-78,33844	0,00278	-0,00332	0,03288	0,20500	0,00100	0,14900	-17,99497	0,00028	0,00123	0,04562
0,22300	0,00100	0,14300	-78,30217	0,00149	-0,00337	0,03281	0,20700	0,00100	0,14900	-17,77522	0,00458	-0,00206	0,04591
0,22500	0,00100	0,14300	-78,28667	0,00041	-0,00340	0,03184	0,20900	0,00100	0,14900	-17,99567	0,00426	-0,00286	0,04611
0,22700	0,00100	0,14300	372,62799	0,00000	0,00000	0,00000	0,21100	0,00100	0,14900	-18,13632	0,00336	-0,00316	0,04790
0,22900	0,00100	0,14300	372,62799	0,00000	0,00000	0,00000	0,21300	0,00100	0,14900	-18,26728	0,00354	-0,00288	0,04788
0,23100	0,00100	0,14300	372,62799	0,00000	0,00000	0,00000	0,21500	0,00100	0,14900	-18,19618	0,00368	-0,00275	0,04700
0,23300	0,00100	0,14300	372,62799	0,00000	0,00000	0,00000	0,21700	0,00100	0,14900	-17,92388	0,00309	-0,00332	0,04756
0,23500	0,00100	0,14300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,21900	0,00100	0,14900	-17,59340	0,00265	-0,00331	0,04956
0,23700	0,00100	0,14300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22100	0,00100	0,14900	-17,31514	0,00259	-0,00375	0,05055
0,23900	0,00100	0,14300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22300	0,00100	0,14900	-17,04528	0,00102	-0,00482	0,04971
0,24100	0,00100	0,14300	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,22500	0,00100	0,14900	16,80355	0,00021	-0,00270	0,04797

BIBLIOGRAFIA

1. A. Adami: *Casse d'espansione fluviali aspetti idraulici*, Atti del corso di aggiornamento La difesa idraulica dei territori fortemente antropizzati, Politecnico di Milano, 6 – 10 ottobre, pp. 91-100, 1997.
2. L. Ts. Adzhemyan, N.V. Antonov and A.N. Vasiliev: *The field theoretic Renormalization Group in Fully Developed Turbulence*, Gordon and Breach Science Publishers, ISBN 90-5699-145-0, 1999.
3. S.F. Ashby, T.A. Manteuffel and P.E. Saylor: *A Taxonomy for Conjugate Gradient Methods*, SIAM J. Num. Anal., pp.1542-1568, 1990
4. R. Barrett: *Templates for the Solution of Linear Systems Building Blocks for Iterative Methods* , (www.netlib.org/templates/Templates.html), 1994.
5. F. Calomino, C. Fallico, P. Piro: *Sul coefficiente d'efflusso di uno stramazzo Thomson a contrazione incompleta*, Università della Calabria, Dipartimento di Difesa del Suolo, 1988.
6. F. Calomino, P. Piro, P. Oliveti: *Modello idraulico dello scarico di superficie della traversa sul Laurenzana*, Memorie e Studi del Dipartimento di Difesa del Suolo, n°251, Università della Calabria, Rende, 1995.
7. F. Calomino, A. Miglio, G. Palma, A. Lauria: *Determinazione sperimentale dei coefficienti d'efflusso da paratoie per casse di espansione*, Atti 28° Corso di aggiornamento “Tecniche per la difesa dall'inquinamento”, Guardia Piemontese Terme CS (Italy), giugno 2007.
8. F. Calomino, A. Miglio, G. Palma, A. Lauria: *Discharge coefficients for sluice gates in weirs*, XXXII IAHR CONGRESS, Venezia (Italy), 2007.
9. M. Ciofalo: *Modelli di turbolenza* (UIT Summer School 2005), http://din.din.unipa.it/Struttura/Personale/Profili/ciofalo_allegati), 2005.
10. U. Cisotti: *Vene fluenti*, Rendiconti del circolo matematico di Palermo, Palermo. 25, 145-179, 1908.
11. Ven Te Chow, *Open Channel Hydraulics*, Mc Graw-Hill, 1988.
12. D. Citrini, G. Nosedà: *Idraulica*, Casa Editrice Ambrosiana, Milano, 1987.
13. L. Da Deppo: *Casse d'espansione fluviali – Aspetti costruttivi*, Atti del corso di aggiornamento, La difesa idraulica dei territori fortemente antropizzati, Politecnico di Milano, 6 – 10 ottobre, pp. 101-141, 1997.
14. F. De Paola., N. Fontana, N. A. Ranucci: *Indagine sperimentale per la verifica del comportamento idraulico di casse di espansione in linea*, IDRA2006 XXX Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche, Roma, 10 – 15 settembre, vol. III, n° pp. 10, 2006.
15. B. Gentilini: *Efflusso dalle luci soggiacenti alle paratoie piane inclinate e a settore*, L'Energia Elettrica, 18(6), 361-380,1941.

16. M. Giugni: *Il progetto delle opere idrauliche a servizio delle casse di espansione*, Atti del corso di aggiornamento La Progettazione della Difesa Idraulica, Politecnico di Milano, 2-6 ottobre, pp. 203-221, 2000.
17. F.H. Harlow, P.I. Nakayama: *Turbulence Transport Equations*, Phys. of Fluids, 10, 2323, 1967.
18. O. Hinze: *Turbulence*, Mc Graw Hill, New York 1959.
19. C.W. Hirt: *Simplified Solution Algorithms for Fluid Flow Problems*, Proc. Numerical Methods for Partial Differential Equations Seminar, University of Wisconsin, Academic Press, 1978.
20. C.W. Hirt, B.D. Nichols: *Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries*, J. Comp. Phys., 39, 201, 1981.
21. C.W. Hirt, J.M. Sicilian: *A Porosity Technique for the Definition of Obstacles in Rectangular Cell Meshes*, Proc. Fourth International Conf. Ship Hydro., National Academy of Science, Washington, DC, september 1985.
22. C.W. Hirt, J.E. Richardson: *The Modeling of Shallow Flows*, Flow-3D Technical Note #48, (FSI-99-00-TN48R), march 1999.
23. C.W. Hirt: *Automatic Limited Compressibility*, Flow-3D Technical Note #55, (FSI-00-TN55), december 2000.
24. D.K.H. Ho, K.M. Boyes and S.M. Donhoo: *Investigation of spillway behaviour under increased maximum flood by computational fluid dynamics technique*, 14th Australian Fluid Mechanics Conference, Adelaide University, 2001.
25. D. G. Kim: *Contraction and discharge coefficient of free flow past a sluice gate*, XXXI IAHR CONGRESS, Seoul Korea, 2005.
26. B.E. Launder, D.B. Spalding: *Mathematical Models of Turbulence*, Academic Press, London, 1972.
27. M. Lesieur: *Turbulence in Fluids*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1990.
28. U. Maione: *Le casse di espansione*, Linee guida per la progettazione delle casse di laminazione, Autorità di Bacino fiume Arno, 2000.
29. E. Marchi: *Sui fenomeni di efflusso piano da luci a battente*, Annali di Matematica Pura e Applicata, Cesare Zuffi, Bologna, 1953.
30. P. Mignosa: *Casse di espansione: aspetti idrologici ed idraulici*, Atti del corso di aggiornamento La sistemazione dei corsi d'acqua. Metodi avanzati nella progettazione di interventi di ingegneria naturalistica, Milano, 1999, Editoriale BIOS, Cosenza, 2000.
31. V. Milano, M. Venutelli: *Sulle casse di espansione interessate da onde di piena a differente tempo di ritorno*, Atti del 24° Corso di aggiornamento in Tecniche per la Difesa dall'Inquinamento, pp. 1-23, Giugno 2003.

32. R. V. Mises: *Berechnung von Ausfluss und Ueberfallzahlen Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*, VDI, Berlin, Germany, Band 61, 447-452, 469-474; 493-498, 1917.
33. J.S. Montes: *Irrotational flow and real fluid effects under planar sluice gates*, J. Hydraulic Eng., 123(3), 219-232, 1997.
34. P. Mosca, I. Botta: *Le casse di laminazione delle piene in Italia: pianificazione e progettazione, ruolo ed efficacia*, IDRA2006 XXX Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche, Roma, 10-15 settembre, vol. III, n° pp. 15, 2006.
35. H. Nago: *Scale Effects in Free Efflux from an Underflow Gate*, in *Scale Effects in Modeling Hydraulic Structures*, edited by H. Kobus, 2.15, pp. 1-9, Esslingen am Neckar, Germany, 1984.
36. S. Pagliata: *Idraulica delle casse di laminazione ottenute mediante inserimento di argini trasversali*, IDRA2000 XXVII Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche. Genova, 12-15 settembre, vol. III, pp. 441-444, 2000.
37. N. Rajaratnam, K. Subramanya: *Flow equation for the sluice gate*, J. Irrigation and Drainage Eng., 93(3), 167-186, 1967.
38. N. Rajaratnam: *Free flow immediately below sluice gates*, J. Hydraulics Div., ASCE, 103(4), 345-351, 1977.
39. R. Raju: *Scale effects in analysis of discharge characteristics of weirs and sluice gates*, in *Scale Effects in Modeling Hydraulic Structures*, edited by H. Kobus, 2.2: pp. 1-4, Esslingen am Neckar, Germany, 1984.
40. W.C Reynolds: *Computation of Turbulent Flows*, Ann. Rev. Fluid Mech. 8, 183 – 208, 1976.
41. A. Roth, W.H. Hager, *Underflow of standard sluice gate*, Experiments in Fluids, 27(4), 339-350, 1999.
42. W. Rodi: *Turbulence Models and Their Application in Hydraulics - A State of the Art Review*, International Association of Hydraulic Research publication, June 1980.
43. Saad Y.: *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*, 1996 (out of print; available at www-users.cs.umn.edu/~saad/books.html), 1996.
44. R. Sinniger, W.H. Hager: *Constructions Hydrauliques. Ecoulements stationnaires*, Presses Polytechniques Romandes, vol. 15, Traité de Génie Civil de l'Ecole polytechniques fédérale de Lausanne, Lausanne, 1988.
45. J. Smagorinsky: *General Circulation Experiments with the Primitive Equations*, Monthly Weather Rev., 91, pp. 99-165, 1963.
46. D.B. Spalding.: *Discussion on "Turbulence Models for Heat Transfer"*, Proc. 8th International Heat Transfer Conference, Toronto, Canada, Vol. 8, p. 8, 1978.
47. H. Tennekes, J.L. Lumley: *A first course in turbulence*, Cambridge, Mass. MIT Press., 1972.
48. G.F. Yao: *Development of New Pressure-Velocity Solvers in FLOW-3D*, Flow Science Technical

Note #68 (FSI-04-TN68).

49. V. Yakhot, S.A. Orszag: *Renormalization Group Analysis of Turbulence. I. Basic Theory*, J. Scientific Computing, 1, pp. 1-51, 1986.
50. V. Yakhot, L.M. Smith: *The Renormalization Group, the Expansion and Derivation of Turbulence Models*, J. Scientific Computing, 7, pp. 35-61, 1993.

Ringraziamenti

Il presente lavoro è stato svolto presso il Laboratorio GMI del Dipartimento di Difesa del Suolo.

Si ringraziano vivamente il Prof. Ing. Francesco Calomino, per aver ideato e seguito la presente ricerca con utili insegnamenti, il coordinatore del corso, Prof. Ing. Paolo Veltri.

Speciali ringraziamenti sono dovuti agli amici e i colleghi del Dipartimento di Difesa del Suolo, Roberto Gaudio, Giorgia Massaro, Antonio Miglio, Giulio Palma, Francesco Aristodemo, Giuseppe Maradei, per il loro supporto scientifico e morale.

Un dovuto ringraziamento va anche ai tecnici del Laboratorio Grandi Modelli Idraulici: Franco Bonanno, Claudio Capalbo, Franco Leone, Salvatore Straticò per la valida assistenza nelle prove sperimentali.

Uno speciale ringraziamento va ai miei genitori, a mio fratello e a Bianca, per i loro continui incoraggiamenti