



UNIVERSITA' DELLA CALABRIA

Dipartimento di Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio e Ingegneria Chimica
(Sede amministrativa del Corso di Dottorato)

Scuola di Dottorato in Scienze Ingegneristiche "PITAGORA"

Dottorato di Ricerca in
INGEGNERIA IDRAULICA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO

CICLO
XXVII

SVILUPPO DI UN MODELLO ECO-IDROLOGICO COMPLETO:
CRITERI PER LA CONVERGENZA ED
APPLICAZIONE AL CASO BIOSPHERE

Settore Scientifico Disciplinare ICAR/02

Coordinatore: Ch.mo Prof. FRANCESCO MACCHIONE

Supervisore: Ch.mo Prof. GIUSEPPE MENDICINO

Dottoranda:

Ing. JESSICA PEDACE

Indice

INTRODUZIONE	1
--------------------	---

CAPITOLO 1 – I MODELLI ACCOPPIATI: OBIETTIVI, EVOLUZIONE E COMPLESSITÀ

1.1 Obiettivi ed interdisciplinarietà dei modelli accoppiati	4
1.2 Evoluzione nella letteratura scientifica dei modelli accoppiati tra superficie e sottosuolo	8
1.2.1 Il modello CATHY	12
1.2.2 Il modello HydroGeoSphere	12
1.2.3 Il modello OGS.....	13
1.2.4 Il modello ParFlow	13
1.2.5 Il modello PAWS	14
1.2.6 Il modello PIHM.....	15
1.2.7 Il modello tRIBS+VEGGIE.....	15
1.2.8 Il modello UMSM.....	16
1.3 La stabilità dei sistemi di modellazione accoppiata.....	16

CAPITOLO 2 – IL MODELLO ECO-IDROLOGICO ACCOPPIATO: SCHEMA SVAT, MODELLO VDM E FLUSSO IDRICO NEL SUOLO

2.1 Il modello Eco-Idrologico completo.....	19
2.2 Schema di trasferimento suolo – vegetazione – atmosfera (SVAT)	21
2.2.1 <i>Flussi radiativi</i>	22
2.2.1.1 Radiazione netta	22
2.2.1.2 Flusso di calore al suolo	23
2.2.2 <i>Componenti turbolente</i>	24
2.2.2.1 Flusso di calore sensibile	24
2.2.2.2 Flusso di calore latente (l'evapotraspirazione).....	28
2.2.2.2.1 Procedura per il calcolo dell'intercezione.....	30

2.2.2.2.2	Procedura per il calcolo del flusso di calore latente dal velo idrico superficiale e per il calcolo dell'evaporazione dalla copertura fogliare umida	30
2.2.2.2.3	Procedura per il calcolo del flusso di calore latente dal suolo nudo	32
2.2.2.2.4	Procedura per il calcolo del flusso di calore latente dalla componente vegetata	32
2.2.2.2.5	Procedura per il calcolo della traspirazione	33
2.3	Modello di dinamica della vegetazione (VDM).....	35
2.3.1	<i>Stima della biomassa e crescita della vegetazione</i>	<i>36</i>
2.3.2	<i>Fotosintesi.....</i>	<i>37</i>
2.3.3	<i>Respirazione, senescenza e caduta della biomassa morta</i>	<i>39</i>
2.3.4	<i>L'indice areale delle foglie (LAI)</i>	<i>40</i>
2.4	Flusso idrico nel suolo non saturo	41
2.4.1	<i>Relazioni tra i parametri che caratterizzano il suolo non saturo</i>	<i>45</i>

CAPITOLO 3 – IL MODELLO DI DEFLUSSO IDRICO SUPERFICIALE

3.1	Premessa	47
3.2	Equazioni del processo	49
3.2.1	<i>Depressioni ed ostruzioni</i>	<i>51</i>
3.2.2	<i>Interazione superficie- evapotraspirazione</i>	<i>56</i>
3.2.2.1	<i>Influenza depressioni</i>	<i>57</i>
3.2.2.2	<i>Influenza ostruzioni.....</i>	<i>59</i>
3.2.3	<i>Interazione superficie-sottosuolo.....</i>	<i>61</i>

CAPITOLO 4 – FORMULAZIONE DISCRETA DIRETTA PER LO SVILUPPO DEL MODELLO ECO-IDROLOGICO ACCOPPIATO CON GLI AUTOMI CELLULARI

4.1	I metodi di modellazione numerica e la formulazione discreta diretta ...	63
4.2	Formulazione discreta diretta per il moto del flusso in un mezzo non saturo.....	66
4.3	Formulazione discreta diretta per il moto del flusso in superficie	72
4.3.1	<i>Introduzione dell'altezza volumetrica</i>	<i>76</i>
4.4	Gli Automi Cellulari	78
4.4.1	<i>Definizione informale</i>	<i>79</i>
4.4.2	<i>Definizione formale</i>	<i>81</i>
4.5	Modellazione con automi cellulari.....	82
4.6	Il modello AC per la simulazione del flusso in un mezzo non saturo.....	85
4.7	Il modello AC per la simulazione dello schema SVAT-VDM	89
4.8	Il modello AC per la simulazione del deflusso idrico in superficie.....	90
4.9	L'ambiente CAMELOT per la simulazione del modello AC.....	94

CAPITOLO 5 – IL PROBLEMA DELLA STABILITÀ

5.1 Accuratezza, convergenza, stabilità e metodo computazionale	95
5.2 Analisi della stabilità ed individuazione del passo temporale	103
5.3 Controlli di tipo empirico	104
5.4 La condizione di Courant-Friedrich-Lewy	106
5.5 La condizione di Ponce–Theurer	110
5.6 La condizione di von Neumann	111
5.7 Accortezze numeriche	114
5.8 Implementazione metodologie particolari	116
5.8.1 <i>Modello quasi inerziale</i>	116
5.8.2 <i>Modello con intervallo temporale locale</i>	119

CAPITOLO 6 - APPLICAZIONE DEL MODELLO

6.1 Presentazione e classificazione dei risultati	122
6.1.1 <i>Biosphere 2 Landscape Evolution Observatory (LEO)</i>	123
6.2 Validazione preliminare del modello con esperimenti numerici presenti in letteratura	124
6.2.1 <i>Test case numerico 1: Return Flow</i>	125
6.2.2 <i>Test case numerico 2: Deflusso superficiale</i>	128
6.3 Test case per l'analisi della stabilità numerica	130
6.3.1 <i>Discretizzazione delle perdite di carico e stabilità</i>	133
6.3.2 <i>Test case numerici ed individuazione di due criteri per la scelta del passo temporale</i>	135
6.3.3 <i>Analisi di scalabilità</i>	144
6.4 Esperimento eseguito su Biosphere 2 LEO	146
6.4.1 <i>L'esperimento e l'implementazione dei dati</i>	147
6.4.2 <i>Analisi delle condizioni di umidità</i>	150
6.4.3 <i>Correzione delle registrazioni di contenuto di umidità</i>	153
6.4.4 <i>Analisi dei dati meteorologici</i>	166
6.4.5 <i>Analisi dei parametri idraulici del suolo ed implementazione del modello</i>	169
6.4.6 <i>Spiegazione dei risultati ottenuti</i>	174

CONCLUSIONI	178
--------------------------	------------

BIBLIOGRAFIA	181
---------------------------	------------

INTRODUZIONE

Il presente lavoro di tesi riguarda lo sviluppo di un modello Eco-Idrologico completo e l'esamina di due aspetti importanti: i criteri per la convergenza e l'applicabilità del modello.

Il modello Eco-Idrologico è stato introdotto da Mendicino et al., (2006), che ha proposto nel modello originale, un modello di dinamica della vegetazione (VDM) accoppiato ad uno schema di trasferimento suolo-vegetazione-atmosfera, SVAT, e ai processi legati al flusso idrico e di diffusione di calore nel suolo non saturo. La nuova versione del modello Eco-Idrologico, implementata nel presente lavoro di tesi, ha come obiettivo l'estensione di un modulo relativo alla generazione e alla propagazione del deflusso superficiale, che consente, di governare le interazioni tra i domini superficiali e quelli sotterranei e nel caso in cui la superficie non sia piana, di quantificare come depressioni e ostruzioni influiscano sullo scorrimento dell'acqua.

Una ricerca di questo tipo, di natura eco-idrologica, è, di notevole interesse sia dal punto di vista scientifico che da quello ingegneristico, in quanto permette di collegare due importanti settori, l'idrologia e l'ecologia, con l'obiettivo di investigare le interazioni tra i due sistemi ed analizzare i molteplici aspetti che collegano il ruolo dell'umidità del suolo con l'acqua, l'anidride carbonica e lo scambio di energia con l'atmosfera, ovvero il ruolo dell'umidità del suolo sulla crescita della vegetazione, che influenza con le sue proprietà i processi idrologici, e con la sua crescita la scabrezza e la propagazione del deflusso. È per questo motivo che uno studio di questo calibro, in cui la modellazione è estesa da scala di bacino a larga scala e il sistema deve sviluppare, in maniera efficiente, sistemi dinamici e interattivi, richiede una elevata richiesta computazionale. A tal proposito, l'ambiente di sviluppo adottato utilizza il paradigma degli automi cellulari macroscopici (ACM) sia come strumento di simulazione di fenomeni così complessi e interattivi che di elaborazione di

processi paralleli. L'approccio agli ACM realizzato nell'ambiente di simulazione CAMELOT richiede una formulazione discreta.

Il modello, così sviluppato ha due importanti caratteristiche, è un modello diffusivo ed è un modello esplicito agli automi cellulari. La chiave di analisi per un efficiente schema esplicito alle differenze finite è che il criterio di stabilità numerica adottato tenda a limitare il passo temporale in modo da evitare aumenti improvvisi nei risultati analizzati e che non sia troppo grande per completare la simulazione in un tempo di calcolo ragionevole. L'obiettivo preposto è quello di individuare un criterio numerico e un'equazione utilizzabile per la scelta dell'intervallo temporale per il modello superficiale. Sono necessarie norme più severe per la scelta dell'intervallo temporale per diverse ragioni: maggiore velocità del deflusso idrico in superficie rispetto al deflusso sotterraneo; problemi connessi con valori molto bassi del tirante idrico; cambiamenti nello stato delle celle da secco ad umido e viceversa.

Un ulteriore obiettivo è quello di conoscere la formulazione appropriata per il calcolo della cadente idraulica che costituisce un'accortezza numerica non indifferente per una soluzione stabile del problema.

Ulteriore applicazione introdotta è l'implementazione del modello con dati reali, registrati su un bacino a grande scala e provenienti da esperimenti realizzati sul bacino Biosphere 2 LEO. I risultati ottenuti sono confrontati con quelli registrati dai ricercatori che fanno parte del team di studio della struttura, evidenziando le differenze riscontrate e le possibili criticità.

Nel primo capitolo della tesi è presentata una rassegna relativa ai modelli accoppiati presenti in letteratura, agli obiettivi che si prefiggono e agli ostacoli che devono superare.

Nel secondo capitolo sono proposte le equazioni del processo SVAT, del modello VDM e del flusso idrico nel suolo non saturo. Per il modello SVAT, lo schema generale seguito è basato sulla soluzione classica delle equazioni di bilancio idrico ed energia in superficie proposta da Noilhan & Planton (1989) e Mengelkamp et al. (1999). Per quel che riguarda il modello di dinamica della vegetazione, VDM, è stato seguito il modello pubblicato da Montaldo et al. (2005, 2008), che è derivato a sua volta da Cayrol et al. (2000a; 2000b). Il moto nei mezzi insaturi presenta molti problemi nell'ambito della modellazione perché è fortemente non lineare e per questo motivo, nel quarto capitolo è stato presentato un modello discreto per la simulazione del flusso in un mezzo non saturo,

Nel terzo capitolo viene implementato un modulo relativo alla generazione e alla propagazione del deflusso superficiale. Esso permette di valutare come la presenza dell'acqua

in superficie influenzi molti aspetti: il calcolo dell'evapotraspirazione nello schema SVAT; il graduale sommergimento della pianta che implica una diminuzione progressiva del valore della traspirazione della vegetazione; il flusso attraverso l'area totale dell'interfaccia dal deflusso superficiale a quello sotterraneo; il cambiamento della scabrezza.

Nel quarto capitolo sono presentati gli Automi Cellulari Macroscopici e le formulazioni discrete delle equazioni implementate nei moduli introdotti nei primi tre capitoli. In questo capitolo si è fatto lo sforzo di descrivere per ciascun modulo del modello Eco-Idrologico la definizione matematica e formale, i parametri e le funzioni di transizione che descrivono l'Automa.

Nel quinto capitolo sono state analizzate in letteratura diversi criteri che sono stati riadattati per il modello Eco-Idrologico sviluppato agli Automi Cellulari: la condizione di Courant-Friedrich-Lewy, la condizione di Ponce-Theurer e la condizione di von Neumann. Altro aspetto rilevante per una performance soddisfacente del modello è legata ad una corretta discretizzazione delle perdite di carico e dall'adattamento della formulazione più appropriata per il calcolo della cadente idraulica.

Infine, nel sesto capitolo, sono state eseguite tre serie di applicazioni del modello Eco-Idrologico sviluppato agli automi cellulari.

La prima serie di test case comprende due test case numerici che hanno permesso di ricavare l'evoluzione del deflusso superficiale e la posizione di intersezione tra la falda ed il piano campagna al fine di realizzare una validazione preliminare del sistema di modellazione.

Il secondo gruppo di test case è formato da 13 test case numerici distinguibili in 4 tipi, in cui è stata modificata una variabile per volta tra la pendenza, la precipitazione, la copertura della vegetazione presente e l'altezza delle depressioni. Il fine di queste simulazioni è quello di analizzare la stabilità numerica del modello ed individuare una connessione tra l'intervallo temporale adoperato durante l'intera simulazione e le oscillazioni dei risultati. Per ciascuna simulazione è stato ricavato l'intervallo temporale mediante il criterio CFL e di von Neumann, e poi sono stati ricavati degli intervalli temporali sperimentali scelti in maniera tale che all'interno dell'idrogramma non fosse presente nessuna micro-oscillazione. Grazie a questo tipo di test case sono state proposte due formulazioni alternative che permettono di ottenere intervalli temporali simili a quelli sperimentali che assicurano la stabilità del modello.

Nell'ultima parte del progetto, un esperimento completamente realizzato sul bacino Biosphere è stato implementato col modello eco-idrologico. L'esperimento costituito da quattro impulsi di pioggia ha generato un evento che non è caratterizzato da deflusso superficiale ma soltanto da *seepage flow*, monitorato in corrispondenza della facciata terminale del bacino. Radiazioni ad onde lunghe e ad onde corte in ingresso e in uscita, velocità e direzione del vento, temperatura, umidità relativa ed umidità del suolo sono stati analizzati, corretti e introdotti nel modello. Dopo aver osservato che i parametri idraulici del terreno a disposizione e i coefficienti delle equazioni di van Genuchten sono, poco affidabili sono state eseguite delle calibrazioni dei parametri idraulici del suolo rispetto al *seepage flow* sperimentale con il software PEST. Il risultato ottenuto sottolinea come i modelli possano aiutare con l'interpretazione dei dati misurati.

CAPITOLO 1

I MODELLI ACCOPPIATI: OBIETTIVI, EVOLUZIONE E COMPLESSITÀ

1.1. Obiettivi ed interdisciplinarietà dei modelli accoppiati

Conoscere il nostro ambiente, modificare alcuni aspetti per ottenere una vita migliore ed imparare a modellarli per prevedere lo sviluppo futuro sono parte dell'esistenza del genere umano. Abbiamo analizzato il nostro ambiente per migliaia di anni in varie direzioni: i cambiamenti climatici e biologici sono stati importantissimi per lo sviluppo del genere umano.

In termini di approvvigionamento idrico e di uso dei corsi d'acqua, l'umanità ha modificato l'ambiente fin dai tempi più antichi. Sono esempi di queste modifiche le cisterne, l'irrigazione, l'approvvigionamento idrico, i pozzi, le modifiche alle forme dei fiumi, il drenaggio delle zone umide. Il più delle volte l'uomo non ha avuto la capacità di prevedere tutti i risultati di questi cambiamenti, né gli sviluppi naturali dell'ambiente - in particolare le variazioni del bilancio idrico hanno influenzato proprio lo sviluppo delle popolazioni.

Il divario tra le conoscenze sui processi e le modifiche involontarie all'ambiente è stato aiutato dall'utilizzo dei computer in quanto sono stati sviluppati modelli per i processi di equilibrio idrico e per i processi chimici. La complessità di questi processi è molto problematica anche oggi, a causa dell'elevato numero di processi e delle diverse discipline a cui si riferiscono. I modelli inizialmente si sono concentrati solo su aspetti specifici, per parti

del ciclo dell'acqua per il quale sono altamente dettagliati, ma emerge la necessità di interagire gli aspetti analizzati con altri fenomeni che coinvolgono altre discipline:

- Tutti i modelli numerici che analizzano il deflusso nel sottosuolo hanno bisogno di interagire con un modello geologico che contribuisce alla conoscenza delle strutture e dei parametri del suolo;

- Le tematiche relative alla gestione delle risorse idriche ed alla protezione dell'acqua potabile prevedono un modello di ricarica della falda, un modello per il flusso idrico nel suolo ed un modello di trasporto solido;

- Le inondazioni e gli scenari che descrivono la siccità dipendono dall'accoppiamento di modelli del deflusso idrico sotterraneo con il deflusso idrico superficiale;

- La pianificazione urbana e la progettazione tecnica hanno bisogno di nuove distribuzioni di parametri e di particolari condizioni al contorno, ma anche dello sviluppo di nuovi strumenti;

- Il calcolo delle sostanze rischiose nelle falde prevede modelli di trasporto accoppiati a modelli idro-chimici, dopo aver adeguatamente analizzato l'uso del suolo, l'estrazione e l'utilizzo delle acque sotterranee, lo sviluppo biologico ed ecologico.

L'idrologia sta diventando una scienza sempre più integrata ed interdisciplinare. Anche le interfacce e l'interazione dei sistemi di modellazione devono essere chiariti ed analizzati. La considerazione sistematica di connessioni tra un sistema di modellazione ad alta complessità per alcune parti del ciclo idrologico apre la porta a diversi settori che coinvolgono la modellazione numerica di processi idrici, dei trasporti, e delle reazioni idro-chimiche.

Ci sono un numero crescente di modelli idrologici, accoppiati ed integrati, utilizzati per affrontare una vasta gamma di domande scientifiche. Questi modelli accoppiano il deflusso in superficie e nel sottosuolo con lo scopo di rappresentare i rilevanti processi fisici che influenzano la risposta idrologica a diverse scale, che variano da piccoli bacini a grandi versanti.

Essi non solo implementano un differente set di rappresentazioni monodimensionali, bidimensionali, completamente tridimensionali e tecniche di soluzioni numeriche ma sono in grado di riprodurre una varietà di metodologie che accoppiano svariati processi idrologici. Inoltre, questi modelli idrologici sono accoppiati ai processi di interazione tra energia superficie e atmosfera, all'ecologia, alla biogeochimica, alla dinamica della vegetazione, al trasporto solido ed ai modelli atmosferici.

Nella tabella 1.1 viene proposta una rassegna dei campi di applicazione dei modelli e i riferimenti bibliografici per studiare i rispettivi modelli accoppiati (Maxwell et al., 2014).

Focus	Reference(s)
Agricultural sustainability	Schoups et al., 2005
Atmosphere-subsurface water and energy fluxes	Maxwell and Miller, 2005 Maxwell et al., 2007, 2011 Kollet and Maxwell, 2008a Maxwell and Kollet, 2008a Niu et al., 2013
Climate change impacts/feedbacks	Maxwell and Kollet, 2008a Ferguson and Maxwell, 2010 Sulis et al., 2011a, 2012
Dam removal	Heppner and Loague, 2008 Li and Duffy, 2011
Groundwater recharge	Lemieux et al., 2009 Markstrom et al., 2008 Smerdon et al., 2008 Guay et al., 2013
Groundwater-lake interaction	Smerdon et al., 2007 Hunt et al., 2008
New-old water/residence times	VanderKwaak and Sudicky, 2001 Jones et al., 2006 Cardenas et al., 2008 Cardenas, 2008a, 2008b Kollet and Maxwell, 2008b
Pore-water pressure development and slope instability	Ebel et al., 2007 Mirus et al., 2007 Ebel and Loague, 2008 Ebel et al., 2008
Radionuclide contamination/vulnerability	McLaren et al., 2001 Bixio et al., 2002
Sediment transport	Heppner et al., 2007 Heppner et al., 2007 Ran et al., 2007 Li and Duffy, 2011
Solute transport	VanderKwaak and Sudicky, 2000 Ebel et al., 2007 Sudicky et al., 2008 Weill et al., 2011

Tabella 1.1 Indagine sui modelli idrologici integrati

Focus	Reference(s)
Stream-aquifer exchange	Weng et al., 1999 Gunduz and Aral, 2003, 2005 Cardenas, 2008a, 2008b Brookfield et al., 2008 Cardenas and Gooseff, 2008 Peyrard et al., 2008 Frei et al., 2009
Wetland-estuary exchange	Langevin et al., 2005
Urban systems	Delfs et al., 2012
Runoff generation	VanderKwaak and Loague, 2002 Morita and Yen, 2002 Loague et al., 2005 Kollet and Maxwell, 2006 Ebel et al., 2007, 2008 Heppner et al., 2007 Qu and Duffy, 2007 Jones et al., 2008 Li et al., 2008 Maxwell and Kollet, 2008b Mirus et al., 2009 Camporese et al., 2009 Gauthier et al., 2009 Sulis et al., 2011b Meyerhoff and Maxwell, 2011 Delfs et al., 2013

Tabella 1.1 Segue

1.2. Evoluzione nella letteratura scientifica dei modelli accoppiati tra superficie e sottosuolo

I processi fluidodinamici governano le dinamiche spaziali e temporali delle condizioni di umidità del terreno, il movimento idrico in superficie e nel sottosuolo, lo scambio energetico e di massa, il ciclo idrologico negli ecosistemi.

In particolare, gli scorrimenti idrici influenzano la dinamica dei processi biogeochimici, nelle aree di interazione tra la superficie ed il sottosuolo in cui le attività microbiche sono colpite da frequenti scambi di acqua, che controllano le forniture organiche di carbonio e di nutrienti per la crescita e la sopravvivenza microbica, dal trasporto di sedimenti e dalla modifica della saturazione che influenza la respirazione microbica e dei suoi prodotti (Mitsch e Gosselink 2000; Cherry, 2011). Inoltre, le zone di interazione tra la superficie ed il

sottosuolo, sono fonti importanti per lo scambio globale di carbonio e di azoto, per ostacolare e degradare metalli e contaminanti organici, e per produrre e mitigare i gas serra.

Vari modelli sono stati sviluppati per rappresentare matematicamente i processi di flusso idrico negli ecosistemi. Questi modelli in genere separano l'ecosistema superficiale da quello sotterraneo e sviluppano diverse leggi fisiche ed equazioni matematiche per descrivere indipendentemente le equazioni di conservazione di massa e di quantità di moto dei due ecosistemi. Le equazioni matematiche vengono poi accoppiate nelle aree di interfaccia utilizzando approcci diversi di accoppiamento in modo da ottenere un sistema unico integrato capace di simulare i processi idrologici negli ecosistemi.

In generale, la propagazione del deflusso superficiale è tipicamente descritta utilizzando le equazioni di Saint-Venant, che possono essere derivate dalle equazioni tridimensionali di Navier-Stokes (N-S), mentre il flusso idrico nel sottosuolo è comunemente descritto usando la legge di Darcy tridimensionale e le equazioni di conservazione di massa.

Gli approcci di accoppiamento richiedono delle iterazioni nelle zone che rappresentano l'interfaccia tra i due domini, in grado di assicurare la convergenza numerica e l'accuratezza. Le iterazioni possono diventare un problema difficoltoso quando le interfacce tra i due domini sono o inondate o drenate.

Anche nell'ambito dei processi idrologici e dei processi che caratterizzano la superficie terrestre possono realizzarsi due classificazioni: la prima riguarda i modelli basati su formulazioni e studi incrociati condotti per diversi *range* di climatologia; la seconda confronta modelli idrologici distribuiti con modelli concentrati in siti specifici.

I modelli idrologici integrati possono essere classificati in base alla loro formulazione; essi includono modelli con una fisica semplice e vengono confrontati con test case idealizzati.

È possibile distinguere tra modelli idrologici integrati e modelli accoppiati che risolvono le equazioni del deflusso superficiale e sub-superficiale in modo combinato con tecniche di soluzione numerica spazialmente esplicite e modelli che semplificano questi processi. Questi modelli sono capaci di risolvere le interazioni ed i feedback tra il deflusso superficiale e sub-superficiale. Essi hanno come obiettivo comune quello di assicurare un bilancio di massa completo tra i sistemi superficiali e sub-superficiali; sono, quindi, conservativi. In genere, i problemi idealizzati che vengono usati come test case enfatizzano il ruolo di alcune componenti del modello e le loro interazioni.

Il progetto che esamina la modellazione completamente integrata dei processi superficiali, sub-superficiali, e della superficie terrestre è stato originariamente ideato 45 anni fa (Fermo e Harlan, 1969) e sta lentamente diventando una realtà.

In letteratura sono presenti un crescente numero di modelli idrologici complessi a larga scala (VanderKwaak e Loague, 2001; Bixio et al, 2002;. Panday e Huyakorn, 2004. Jones et al, 2006; Kollet e Maxwell, 2006; Qu e Duffy , 2007; Kollet e Maxwell, 2008a), capaci di simulare in maniera integrata il deflusso superficiale e quello sub-superficiale, a cui sono stati accoppiati modelli di bilancio energetico, modelli di processi ecologici e biochimici e modelli atmosferici, ed una comunità di modellisti in espansione che contribuisce notevolmente alla comprensione dei cicli idrologici ed energetici in maniera accoppiata.

Sebbene, l'applicazione dei modelli stia incrementando per migliorare le previsioni idrologiche ed estendere le comprensioni dell'ambiente, esistono poche verifiche e benchmark dei modelli realizzati.

I progressi nelle tecnologie numeriche e computazionali hanno, in parte, consentito nuovi approcci per la modellazione di queste interazioni accoppiate. I modelli si diversificano in base alle discretizzazioni numeriche e agli approcci di accoppiamento diversi, mentre, tutti condividono il comune e rigoroso obiettivo di modellare matematicamente il ciclo idrologico ed energetico come un sistema integrato. La ricerca che affronta questi temi comprende una serie di scale diverse ed include una varietà di processi.

Sono stati esaminati diversi modelli presenti in letteratura, otto dei quali sono stati scelti, classificati nella tabella 1.2 ed esaminati nei paragrafi che seguono.

Le differenze tra i modelli riportati sono dovute a diverse caratteristiche, di cui le più importanti sono:

- i) La formulazione e le dimensioni spaziali delle equazioni di controllo;
- ii) Le condizioni al contorno all'interfaccia;
- iii) L'approccio numerico per la discretizzazione spaziale, temporale e per l'accoppiamento.

Per il flusso in superficie le equazioni superficiali sono risolte o monodimensionalmente, o bidimensionalmente, concettualizzazioni, definite rispettivamente come *rill flow* e *sheet flow*, mentre le equazioni per il deflusso sub-superficiale di Richards sono risolte o nelle tre dimensioni o in maniera semplificata (verticalmente (1D) per la zona insatura ed accoppiate ad equazioni 2D per le acque sotterranee).

I modelli idrologici accoppiati possono essere classificati in accordo alla tecnica di soluzione oppure alla strategia di accoppiamento. Esistono tre diversi approcci per risolvere il sistema accoppiato delle equazioni specificate: l'approccio di collegamento asincrono, di iterazione sequenziale e globalmente implicito.

La prima strategia fa evolvere le variabili dipendenti in ritardo in modo che le diverse equazioni possano essere risolte in modo asincrono. La seconda procedura può essere identificata come una metodologia di suddivisione del tempo, nel quale le variabili ritardate vengono utilizzate per definire un'iterazione funzionale che viene effettuata fino alla convergenza. Infine, gli schemi globalmente impliciti fondono tutte le variabili in un unico sistema di equazioni non lineari.

In termini di strategia di accoppiamento, ci sono tre distinte formulazioni per l'integrazione idrostatica del deflusso superficiale e sub-superficiale: lo scambio del primo ordine (VanderKwaak & Loague, 2001; Panday & Huyakorn, 2004; Therrien et al., 2012), la continuità idrostatica (Kollet & Maxwell, 2006; Dawson, 2008; Therrien et al., 2012), e lo *switch* delle condizioni al contorno (Camporese et al., 2010).

Si può notare che la complessità dei fenomeni fisici coinvolti nelle formulazioni e le loro rappresentazioni numeriche impongono semplificazioni che sono adottate in varia misura nei diversi modelli. Per tutti gli approcci lo scopo principale è mantenere il bilancio idrico all'interfaccia tra superficie e sottosuolo, mentre un'ipotesi comune è trascurare alcune forze. I modelli usano *meshes* strutturate o non strutturate per la discretizzazione delle equazioni di Richards e di Saint Venant. Le griglie non strutturate offrono flessibilità nella gestione di caratteristiche complesse mentre le griglie strutturate offrono vantaggi a livello computazionale e sono riconducibili ad una parallelizzazione efficiente.

Modello	Tecnica risolutiva		Strategia di accoppiamento	Griglia
CATHY	BC	Switching	Sequenziale Iterativa	Non strutturata
HydroGeoSphere	Scambio del primo ordine		Globalmente Implicita	Non strutturata
OGS	Scambio del primo ordine		Sequenziale Iterativa	Non strutturata
PIHM	Scambio del primo ordine		Globalmente Implicita	Non strutturata
ParFlow	Continuità idrostatica		Globalmente Implicita	Strutturata
PAWS	Scambio del primo ordine		Asincrona	Strutturata
tRIBS-VEGGIE	Scambio del primo ordine		Asincrona	Non strutturata

Tabella 1.2. Classificazione dei più noti modelli idrologici di tipo surface-subsurface

1.2.1 Il modello Cathy

Il modello Cathy (CATchment HYdrology) (Bixio et al., 2002; Camporese et al., 2010) combina un approccio agli elementi finiti per la risoluzione dell'equazione tridimensionale di Richards con una discretizzazione alle differenze finite dell'equazione cinematica. Le equazioni sono accoppiate tramite un metodo *time-splitting* basato su una procedura sequenziale iterativa. Il termine diffusivo viene introdotto nell'equazione cinematica usando la tecnica di Muskingum-Cunge in modo che la dispersione numerica sia usata per rappresentare la diffusione idrodinamica. L'accoppiamento superficie-sottosuolo è basato su una procedura che scambia le condizioni al contorno in modo da ripartire i flussi potenziali (precipitazione ed evapotraspirazione) in flussi effettivi su tutta la superficie terrestre, e calcolare le variazioni di immagazzinamento in superficie.

Questa procedura, che è eseguita ad ogni intervallo temporale nel sottosuolo determina se un nodo in superficie è stagnato, saturo, insaturo, o è solo aria secca, e assicura che il bilancio idrico e la pressione vengano applicate all'interfaccia superficie/sottosuolo.

Una rete di drenaggio unidimensionale viene calcolata a partire dal piano campagna (Orlandini & Moretti, 2009), e viene usata per definire la geometria al fine di risolvere le equazioni di Saint Venant. Il modulo in superficie considera la generazione del deflusso sia sul versante che sul corso d'acqua. Si presume che il deflusso sul versante si verifichi su tutte le celle superficiali ove l'area di drenaggio a monte non supera un valore soglia predefinito, mentre il flusso nei canali è impiegato per tutte le altre celle. L'approssimazione numerica dell'equazione di Richards si basa su elementi finiti tetraedrici combinati con un risolutore non lineare basato sulle applicazioni di Krylov e sull'adattamento di un intervallo temporale per garantire la convergenza ad ogni passo (Paniconi e Putti, 1994). Per la risoluzione del deflusso in superficie, la celerità cinematica e la diffusività idraulica sono calcolate a partire da parametri di scala che variano a seconda del coefficiente di Manning e della larghezza della superficie d'acqua (Leopold & Maddock, 1953; Orlandini & Rosso, 1998).

1.2.2 Il modello HydroGeoSphere

Il modello HydroGeoSphere (HGS) (Aquanty Inc, 2013), progettato per simulare l'intero ciclo idrologico della terra, sviluppa un codice ad elementi finiti tridimensionale con controllo del volume.

Esso utilizza un approccio globale per risolvere simultaneamente l'equazione diffusiva 2D e l'equazione di Richards 3D. Inoltre integra dinamicamente componenti chiave del ciclo idrologico, come l'evaporazione dal suolo e dai corsi idrici, la traspirazione della vegetazione e la sua dipendenza con l'assorbimento radicale, lo scioglimento della neve e il disgelo. Le caratteristiche come i macropori, le fratture, e i canali di scolo possono essere incorporati in modo discreto oppure utilizzando formulazioni a doppia permeabilità. Come per la soluzione delle equazioni accoppiate di deflusso idrico, HydroGeoSphere risolve le equazioni dei contaminanti e di trasporto energetico sulla superficie terrestre e nel sottosuolo, consentendo così le interazioni tra i due regimi. HydroGeoSphere utilizza l'iterazione di Newton per gestire le equazioni del deflusso non lineari.

Il modello è stato parallelizzato al fine di utilizzare risorse di calcolo ad alte prestazioni e risolvere problemi a larga scala.

1.2.3 Il modello OGS

Il modello OGS (OpenGeoSys) è una piattaforma open-source per la simulazione numerica dei processi chimico-termo-idro-meccanici accoppiati in mezzi porosi e fratturati. Il codice orientato agli oggetti è stato progettato per applicazioni geo-meccaniche, idrologiche ed energetiche. Il deflusso in superficie e nel sottosuolo sono accoppiati mediante un approccio sequenziale iterativo (Delfs et al., 2009, 2012), mentre alcuni processi in domini particolari (bifase, a doppia porosità) sono risolti implicitamente (Delfs et al., 2013). Le equazioni, diffusiva superficiale e di Richards, sono discretizzate nello spazio, rispettivamente, con un metodo di controllo del volume e col metodo di Galerkin centrato agli elementi finiti.

La comunità OGS ha creato una vasta gamma di interfacce software per simulare flussi esterni e chimici, pre- e post-*processing* (Kolditz et al., 2012).

1.2.4 Il modello ParFlow

ParFlow (Parallel Flow) è una piattaforma open source, orientata agli oggetti che risolve la forma tridimensionale dell'equazione di Richards in mezzi saturi. Le equazioni accoppiate tra superficie e sottosuolo vengono risolte in modo globalmente implicito utilizzando un efficiente e robusto metodo di Newton-Krylov con una multigriglia (Ashby e Falgout, 1996;

Jones e Woodward, 2001), che presenta eccellenti risultati di scalabilità e permette la simulazione di problemi molto eterogenei a grandi-scale (Kollet e Maxwell, 2006. Kollet et al, 2010; Maxwell, 2013). Una soluzione simultanea garantisce la piena interazione tra i flussi in superficie e nel sottosuolo.

ParFlow è stato accoppiato col modello Common Land Model (CLM, Maxwell e Miller, 2005; Kollet e Maxwell, 2008b) che prevede molti processi della superficie terrestre, e con il Advanced Regional Prediction System (ARPS, Maxwell et al., 2007) e con il Weather Research and Forecasting System (WRF, Maxwell et al., 2011) che fornisce un accoppiamento con l'atmosfera.

1.2.5 Il modello PAWS

Il modello PAWS (Process-based Adaptive Watershed Simulator) (Shen e Phanikumar, 2010;. Shen et al, 2013) è stato sviluppato per simulare i processi idrologici in grandi bacini idrografici. Al fine di descrivere la risposta idrologica del sistema integrato tra superficie e sottosuolo, PAWS utilizza il collegamento asincrono ed accoppia l'equazione 1D di Richards per la zona insatura con un modello di Darcy quasi-3D (2D per l'acquifero non confinato e 3D per quello confinato) per il dominio completamente saturo. Le celle della griglia superficiale sono collegate alla falda attraverso una stringa di celle 1D che rappresentano la zona insatura. Lo schema di accoppiamento, derivato dall'applicazione di ipotesi semplificative all'equazione 3D di Richards fornisce, stime di flusso che vanno dalla falda alla colonna di terreno. L'ultima cella della griglia nella zona insatura, il cui spessore può variare a seconda della posizione della falda freatica, incorpora la dinamica della falda. Il profilo di umidità del terreno ottenuto con questo metodo è coerente con il carico della falda, come descritto da Shen e Phanikumar (2010). Un'equazione di bilancio di massa è scritta per lo strato in superficie in cui si accumula l'acqua e l'equazione è risolta simultaneamente nella zona insatura usando l'iterazione di Picard.

Le equazioni del deflusso nel sottosuolo vengono risolte utilizzando un risolutore iterativo, mentre l'equazione dello scorrimento superficiale è risolta con uno schema Runge-Kutta ed è prevista una diminuzione della variazione totale del terzo ordine (Shu, 1988). Per applicare le equazioni di continuità all'interfaccia tra lo strato superficiale ed il sottosuolo, la condizione al contorno superiore per l'equazione di Richards cambia tra una equazione di

bilancio di massa ed una condizione al contorno di moto a seconda che l'acqua stagnata riesca completamente ad infiltrarsi nell'intervallo temporale.

1.2.6 Il modello PIHM

Il modello PIHM (Penn State Integrated idrologico Model) è un modello idrologico completamente accoppiato e distribuito per prevedere come l'acqua si suddivide tra neve, intercettazione, scorrimento superficiale, umidità del suolo, profondità delle acque sotterranee, e flussi idrologici associati, come deflusso, ricarica, ed evapotraspirazione (Qu e Duffy, 2007;. Kumar et al, 2009). Una ricostruzione lineare multidimensionale dei gradienti viene utilizzata per ottenere un'accuratezza spaziale del secondo ordine. L'accoppiamento dei due domini è basato sulle equazioni di continuità.

L'adattabilità spaziale degli elementi della griglia e l'adattabilità temporale numerica facilita il conseguimento di molteplici scale spaziali e temporali.

1.2.7 Il modello tRIBS+VEGGIE

Il modello tRIBS (Triangulated Irregular Network (TIN)-Based Real Time Integrated Basin Simulator) è un modello eco-idrologico distribuito che considera i processi idrologici quali l'intercettazione, il bilancio energetico, l'evapotraspirazione, l'infiltrazione e la generazione del deflusso (Ivanov et al., 2004). La versione aggiornata, tRIBS + VEGGIE + OFM (Ivanov et al, 2008, 2010.; Kim et al., 2013), sviluppa un modulo di dinamica della vegetazione ed incorpora una struttura quasi-3D per descrivere la dinamica della zona tra saturo ed insaturo del sottosuolo. In particolare, un dominio computazionale è rappresentato utilizzando una *mesh* non strutturata che identifica i singoli elementi di calcolo. La formulazione mista 1D dell'equazione di Richards è risolta su un'unica maglia nella direzione normale alla superficie. L'approssimazione numerica si basa su un'iterazione implicita di Picard con adattamento del passo temporale (Celia et al., 1990). Lo schema numerico utilizza un accoppiamento asincrono modellato nella zona di saturazione, in cui la risoluzione viene realizzata elemento per elemento utilizzando la stessa rete, basandosi sull'equazione di Boussinesq sotto le ipotesi Dupuit-Forchheimer (Orso, 1979). tRIBS + VEGGIE è stato accoppiato al modello di flusso idrodinamico superficiale OFM (Kim et al., 2012, 2013). Questo modello risolve la versione completa delle equazioni 2D di Saint Venant. Rispetto alle

formulazioni cinematiche, tRIBS + VEGGIE + OFM risolve il problema di Riemann causato dalle diverse velocità delle onde. Il modello simula l'intero dominio, comprese le aree di versante e di canale, in modo trasparente.

1.2.8 Il modello UMSM

Un lavoro originale viene proposto da Yang et al., (2014) che presentano un modello unificato a multi-scala (UMSM) per simulare il flusso idrico accoppiato tra la superficie ed il sottosuolo negli ecosistemi. I modelli UMSM combinano l'equazione N-S con la legge di Darcy in una singola equazione al fine di descrivere l'equazione del moto del fluido, ed utilizzano un'equazione generalizzata per descrivere la conservazione della massa sia in condizioni sature che insature. Numericamente, il metodo UMSM si addice all'equazione N-S in superficie, e si addice alla legge di Darcy nel sottosuolo. Usando le equazioni di N-S per descrivere il flusso superficiale si evitano delle semplificazioni nei trattamenti numerici. Il metodo UMSM, in una versione precedente è stato proposto, e dimostrato con successo, per descrivere il flusso idrico in terreni contenenti mezzi porosi e misti, in modo che il flusso nei pori segua l'equazione N-S e nei mezzi porosi sia rappresentata dalla legge di Darcy. Nella versione aggiornata, è stato verificato che, analogamente al caso precedente, il modello UMSM è in grado di simulare i processi idrologici negli ecosistemi trattando i corpi idrici superficiali come pori ed il sottosuolo come un mezzo poroso. Il vantaggio di questo approccio è che lo stesso insieme di equazioni può simulare processi in genere separati, in modo univoco. In tal modo l'ecosistema è visto come un unico sistema integrato.

1.3 La stabilità dei sistemi di modellazione accoppiata

La maggior parte dei sistemi di modellazione sono non lineari, cioè, un cambiamento di una certa variabile (condizione iniziale, condizione al contorno o un parametro) non produrrà un cambiamento proporzionale nel risultato della modellazione. Ogni sistema di modellazione ha un proprio fenomeno di instabilità, come Hinrichsen & Pritchard, (2005) hanno sottolineato per la soluzione numerica delle equazioni differenziali con diversi (per lo più *multi-step*) metodi. In alcuni casi, la soluzione diverge rapidamente, e in altri casi oscilla a causa di piccoli errori di arrotondamento. Gli esempi forniti in letteratura sono rivolti a modelli dipendenti dal tempo, ma sono presenti anche delle instabilità spaziali. Alcuni metodi

di interpolazione, come la maggior parte dei metodi geometrici, evitano questo fenomeno, ma altri, come i metodi geostatistici, sono molto sensibili. Inoltre, metodi robusti possono diventare deboli se le dimensioni della griglia e alcuni parametri di calcolo, come il numero di vicini considerati o il raggio di ricerca, sono mal definiti.

Per iniziare, è possibile, attraverso le considerazioni elencate, realizzare la seguente classificazione delle instabilità dei sistemi di modellazione e delle loro risoluzioni numeriche:

1. Risoluzione numerica delle equazioni differenziali:

Molti sistemi di modellazione sono basati sulla soluzione di equazioni differenziali. Nei sistemi di modellazione dinamici, i metodi di interpolazione ed il valore dell'intervallo temporale dominano la debolezza o la robustezza di un modello. Metodi in cui il tempo viene interpolato, come il Runge-Kutta o il metodo di Adams-Bashforth, possono migliorare le prestazioni ed evitare instabilità, ma se l'intervallo temporale è mal definito, possono produrre modelli divergenti o oscillanti;

2. Formulazione delle equazioni differenziali:

In alcuni sistemi di modellazione, la formulazione delle equazioni differenziali o delle operazioni matriciali è definita in maniera scarsa. Questi sistemi di modellazione sono in genere esclusi dalla fase di verifica;

3. Risoluzioni del modello:

Il dimensionamento e la risoluzione di un modello possono essere poco definiti. Per la dimensione temporale, una possibile causa di instabilità è l'uso di intervalli temporali troppo lunghi. Per la dimensione spaziale, le interpolazioni sono le principali ragioni di instabilità, Inoltre dimensionamento e risoluzione del modello devono essere compatibili tra loro;

4. I dati di ingresso:

I dati di ingresso sono una fonte significativa per l'instabilità del modello, ne sono un esempio i modelli tridimensionali. Per la dimensione verticale, il database è spesso così scarso che l'algoritmo di interpolazione è necessario per coprire le lacune nel database. Nei modelli transitori, le condizioni iniziali devono essere scelte con molta attenzione - da un lato, per evitare una lunga fase di adattamento alle condizioni reali, e dall'altro per evitare modelli divergenti.

Quindi, passando alla stima delle instabilità nei sistemi di modellazione accoppiata, deve essere considerato un nuovo livello. A prima vista, secondo (Gossel, 2011), l'accoppiamento dei sistemi di modellazione dovrebbe portare ad una somma dei risultati. Una considerazione più attenta indica che l'elevata non linearità dei sistemi di modellazione idrologica non

supporta questa aspettativa. La stima di instabilità non è semplicemente la somma delle tendenze all'instabilità dei sistemi di modellazione. Stabilizzare un modello debole, mediante l'accoppiamento di un altro sistema di modellazione al fine di sostituire i parametri o le condizioni al contorno deboli, e nella maggior parte dei casi sensibili, è un'occasione non realistica. Infatti, la funzione che dipende dal tempo o è spazialmente distribuita genererà maggiore instabilità a causa della maggiore diversità dei valori di ingresso. Tuttavia, nei modelli di accoppiamento possono comunque delinearsi alcune regole pratiche.

- Le parametrizzazioni e l'accoppiamento di modelli sequenziali dovrebbero comportare delle soluzioni stabili se entrambi i modelli sono stabili;
- I modelli accoppiati sono vulnerabili ad un comportamento instabile solo se il numero di parametri di trasferimento è elevato e le scale dei modelli sono significativamente differenti. In questi casi, anche l'accoppiamento di due modelli stabili può essere instabile. In questo senso, l'applicazione dei cosiddetti parametri effettivi può essere di aiuto.
- Il comportamento dell'accoppiamento non iterativo è simile all'accoppiamento sincronizzato.

I problemi più gravi sorgono per accoppiamenti iterativi e per accoppiamenti integrati. Qui, piccole variazioni della discretizzazione spaziale e della discretizzazione temporale dominano lo stato dei passi di calcolo. Considerando che tale problema è risolto nei sistemi di modellazione integrata e negli strumenti di modellazione, i sistemi di modellazione iterativamente accoppiati lavorano in maniera indipendente l'uno dall'altro. In questo caso, il trasferimento dei dati è vincolato alle capacità di programmare l'interfaccia e alla conoscenza della sensibilità di questi parametri.

D'altro canto, vi sono ulteriori possibilità di controllare e correggere i valori, come nel caso degli errori numerici.

Infine, si deve rilevare che anche le interfacce di programmazione possono limitare notevolmente gli sviluppi dell'instabilità (Gossel, 2011).

CAPITOLO 2

IL MODELLO ECO-IDROLOGICO ACCOPPIATO: SCHEMA SVAT, MODELLO VDM E FLUSSO IDRICO NEL SUOLO NON SATURO

2.1 Il modello Eco-Idrologico completo

Le equazioni che governano il flusso idrico per modellare il ciclo idrologico e quindi descrivere il processo di circolazione dell'acqua in superficie e nel sottosuolo, seguiti dai processi di interazione e dai processi relativi all'evapotraspirazione sono presentati di seguito.

Il modello presentato, mostra l'accoppiamento nell'ambiente degli automi cellulari (AC) di un modello di flusso tridimensionale nel suolo non saturo sviluppato da Mendicino et al., (2006) con uno schema di trasferimento suolo-vegetazione-atmosfera (SVAT) ed un modello di dinamica della vegetazione (VDM). Nel terzo capitolo del presenta lavoro verrà aggiunto un modulo che implementa la generazione e propagazione del deflusso in superficie.

Mentre, lo schema generale del modello di interazione tra suolo, vegetazione ed atmosfera realizzato segue la struttura del modello SEWAB (Surface Energy and Water Balance, MENGELKAMP ET AL., 1999) a cui sono state apportate opportune modifiche così come descritto in Senatore (2006), sia per quanto riguarda alcuni specifici parametri sia per quanto riguarda la struttura generale, il processo del moto nei mezzi insaturi presenta molti problemi nell'ambito della modellazione perché è fortemente non lineare. Nella simulazione delle dinamiche inerenti il suolo si amplificano le limitazioni di carattere computazionale, a causa delle rapide risposte di questa zona alle forzanti atmosferiche, le quali vincolano la

modellazione a passi spaziali e temporali molto ridotti (Orlandini, 1999). Nella ricerca di soluzioni numeriche alternative, la modellazione basata sul modello di calcolo degli Automi Cellulari (AC) (von Neuman, 1966; Wolfram, 2002) rappresenta una valida alternativa ai metodi analitico-deduttivi classici, non solo a causa della naturale predisposizione degli AC all'implementazione su sistemi di calcolo paralleli, ma anche per la possibilità di introdurre tecniche di controllo delle interazioni tra i costituenti elementari (non attuabili con le tradizionali tecniche numeriche) in grado di migliorare ulteriormente le prestazioni del modello. Le principali caratteristiche del VDM sono derivate dal modello suggerito da Montaldo et al., (2005), che a sua volta è derivato dalle relazioni di Cayrol et al., (2000), che sono state opportunamente modificate, applicate e testate da Cervarolo et al., (2010) e da Cervarolo et al., (2011).

L'accoppiamento dei quattro moduli rappresenta uno *step* verso lo sviluppo di una modellazione più ampia, mirata a descrivere i processi eco-idrologici di interazione (dinamica della vegetazione, processi SVAT, flusso idrico nel suolo e in superficie) ad alta risoluzione per vaste aree e si tratta del primo modello Eco-Idrologico completamente accoppiato basato sugli automi cellulari presente in letteratura.

Ciascuno dei moduli rappresentati è intrinsecamente collegato agli altri. L'acqua che cade sul suolo può accumularsi negli avvallamenti presenti in superficie, infiltrarsi nel sottosuolo, evaporare o essere intercettata dalla vegetazione, scorrere in superficie. Il modello SVAT permette la valutazione del calore latente, presente nell'equazione e quindi dell'evapotraspirazione, che viene valutata, in base alle circostanze dal suolo nudo, dal velo idrico superficiale o dalla vegetazione presente, e quindi è connesso agli altri sistemi realizzati. Il VDM fornisce una stima del *LAI*, che è utilizzato nello schema SVAT per ripartire l'energia tra il suolo e la vegetazione. Quest'ultimo, interagendo con il modello tridimensionale di flusso nel suolo, consente di stimare i valori di alcune funzioni di stress ambientale per la stima della resistenza stomatale, usate anche nel VDM per il calcolo della fotosintesi. Attraverso la stima del *LAI*, inoltre, è possibile aggiornare in maniera dinamica sia nel tempo che nello spazio, l'altezza della vegetazione presente in superficie e la variazione dell'effetto del coefficiente di scabrezza, i quali influiscono sulla propagazione del deflusso superficiale. A seconda delle condizioni del sistema si può avere l'interazione tra il flusso superficiale e quello sotterraneo o il processo causato dalla saturazione degli strati superficiali per l'intercettazione del piano di campagna da parte della superficie dovuto all'innalzamento della falda.

Il modello accoppiato richiede in ingresso una serie di dati meteorologici (precipitazione, temperatura, pressione ed umidità dell'aria, velocità del vento, radiazione solare ad onde corte, albedo, radiazione fotosinteticamente attiva, concentrazione di CO₂ in atmosfera) e fornisce in uscita la quantità di biomassa verde, morta e delle radici, il *LAI*, la frazione di suolo vegetato, la resistenza stomatale, il contenuto idrico del suolo, il flusso di anidride carbonica, il flusso di calore latente, il flusso di calore sensibile, il flusso di calore al suolo e la radiazione netta, la portata del deflusso.

2.2 Schema di trasferimento suolo-vegetazione-atmosfera (SVAT)

Il modello SVAT permette l'implementazione dell'interazione tra suolo, vegetazione e atmosfera in cui sono definiti i principali processi fisici che regolano il trasferimento di massa e di energia.

Lo schema generale del modello SVAT è basato sulla soluzione classica delle equazioni di bilancio di energia (2.1) in superficie proposta da Noilhan & Planton (1989) e Mengelkamp et al. (1999) ed idrico (2.2). Assumendo che né energia né acqua siano immagazzinate nell'interfaccia tra superficie ed atmosfera, l'equazione di bilancio energetica è data dall'equazione (2.1).

$$R_n - G = \lambda E + H \quad (2.1)$$

dove R_n è la radiazione netta, G è il flusso di calore al suolo all'interfaccia, λE ed H sono rispettivamente i flussi di calore latente e sensibile.

Il flusso di calore latente accoppia l'equazione di bilancio energetico a quella del bilancio di massa. L'evapotraspirazione ed il flusso di calore sensibile nell'atmosfera, infatti, possono avvenire solo se la superficie da cui essi derivano dispone di un adeguato quantitativo di energia. La condizione al contorno fondamentale che regola i flussi energetici nell'interfaccia superficie-atmosfera è il bilancio tra l'energia disponibile e quella dissipata. La dipendenza del fenomeno evapotraspirativo dal bilancio energetico influisce anche sul bilancio idrologico, e quindi sulle interazioni tra suolo e superficie. La corretta definizione del bilancio energetico è quindi fondamentale per la conoscenza delle interazioni tra suolo, superficie ed atmosfera anche in termini di bilancio idrologico.

Il bilancio di massa è dato dalla relazione (2.2).

$$P - E - I = R \quad (2.2)$$

dove P è la precipitazione, I è l'infiltrazione intesa come la quantità di acqua che entra nel suolo, E è l'evapotraspirazione ed R è il deflusso superficiale.

L'unica incognita nell'equazione di bilancio energetico è la temperatura superficiale T_s [°C], ricavata iterativamente tramite il metodo di Newton-Raphson.

L'equazione di bilancio 2.2, è valida durante gli eventi di pioggia secondo il quale, data la precipitazione P e stimata l'infiltrazione I come verrà descritto nel seguito, la stima di λE ottenuta dall'equazione (2.1) consente di calcolare tramite l'equazione (2.2) l'eccesso di acqua che è invece destinata al deflusso superficiale R .

Di conseguenza, la quantità d'acqua che non è assorbita dal terreno, o perché esso è saturo o impermeabile, oppure perché l'intensità della precipitazione è superiore alla permeabilità dello strato superficiale del terreno stesso, è stata stimata ed introdotta nel modello di propagazione del deflusso superficiale.

In definitiva, il flusso di calore latente λE rappresenta il collegamento tra l'equazione di bilancio energetico e quella del bilancio di massa.

Nei paragrafi che seguono vengono descritte, brevemente, le grandezze presenti nell'equazione (2.1) e viene spiegato come ricavare ognuna di esse.

2.2.1 Flussi radiativi

I flussi radiativi sono, convenzionalmente, rappresentati dalla radiazione netta e dal flusso di calore al suolo, la cui differenza, $R_n - G$, descrive l'indispensabile sorgente energetica di qualsiasi processo successivo ed è definita come energia disponibile.

2.2.2.1 Radiazione netta

La radiazione netta è ottenuta dal bilancio di tre flussi: uno entrante ad onde corte, uno entrante ad onde lunghe e uno uscente ad onde lunghe. Il flusso ad onde corte è rappresentato dalla radiazione solare globale, mentre i due flussi ad onde lunghe sono costituiti dalla radiazione termica dall'atmosfera e dalla radiazione termica del suolo.

$$R_n = -R_s \cdot (1 - \alpha) - (L_{in} - L_{out}) \quad (2.3)$$

ove R_s [MT^{-3}] è la radiazione solare totale data dalla somma delle radiazioni solari ad onde corte diretta, diffusa e riflessa, α [-] è l'albedo, L_{in} [MT^{-3}] è la radiazione dall'atmosfera ad onde lunghe, L_{out} [MT^{-3}] è la radiazione ad onde lunghe emessa dal suolo. In particolare, la radiazione ad onde lunghe è derivata dalla legge di Planck, mentre la radiazione dall'atmosfera ad onde lunghe L_{in} è valutata con la relazione (2.5).

$$L_{out} = \varepsilon_s \cdot \sigma \cdot T_s^4 \quad (2.4)$$

dove σ è la costante di Stefan-Boltzmann ed è pari a $5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$, T_s [K] è la temperatura superficiale, ed ε_s rappresenta l'emissività superficiale pari a 0.97.

$$L_{in} = \varepsilon_a \cdot \sigma \cdot T_a^4 \quad (2.5)$$

dove T_a [K] è la temperatura media dell'aria ed ε_a è l'emissività atmosferica determinata con l'equazione (2.6).

$$\varepsilon_a = 1.08 \cdot (-\log 0.75)^{0.265} \quad (2.6)$$

2.2.2.2 Flusso di calore al suolo

I valori del flusso di calore al suolo all'interfaccia o a piccole profondità dipendono da una molteplicità di aspetti, tra cui l'ora del giorno e quindi l'insolazione, le proprietà fisiche ed il tipo di suolo, oppure il contenuto di umidità del suolo (Garratt, 1992). In generale, il flusso di calore al suolo G tra la superficie ed uno strato di terra a livello z' può essere descritto dalla legge di Fourier per la conduzione del calore in un corpo omogeneo, come riportato nella relazione (2.7) e discretizzato nella relazione (2.8).

$$G(z') = -k_s \frac{\partial T_s}{\partial z'} \quad (2.7)$$

$$G(z') = -k_s \frac{T_s - T'}{\Delta z'} \quad (2.8)$$

dove k_s [$Wm^{-1}K^{-1}$] è la conducibilità termica, termine che dipende fortemente dal contenuto idrico del suolo e T' è la temperatura alla profondità z' .

Da un'analisi dei dati forniti (*Garratt*, 1992) la conducibilità termica k_s viene calcolata con la relazione (2.9).

$$\begin{aligned} k_s &= 0.1 + \frac{\theta - 0.17974}{\theta_s - 0.17974} \cdot (0.358965 - 0.1) \quad \text{se } \theta > 0.17974 \\ k_s &= 0.1 - \frac{0.17974 - \theta}{0.17974 - \theta_r} \cdot (0.1 - 0.536568) \quad \text{se } \theta < 0.17974 \end{aligned} \quad (2.9)$$

Anche conoscendo il contenuto d'umidità nel suolo, oltre all'incognita T_s l'equazione (2.8) contiene un altro termine non noto, la temperatura T' relativa al livello z' . questa grandezza, viene valutata in modo grossolano ma semplice, parametrizzandolo rispetto a grandezze associate alla quantità di energia totale disponibile.

2.2.2 Componenti turbolente

La somma dei flussi di calore latente λE e sensibile H è limitata dalla quantità di energia disponibile. È fondamentale capire come tale energia è ripartita per generare le due forme di flusso turbolento, che possono anche essere considerate come il risultato di un'interazione tra la turbolenza ed i gradienti di temperatura ed umidità che si formano nello strato limite dell'atmosfera.

2.2.2.1 Flusso di calore sensibile

La stima del calore sensibile H è data dalla rielaborazione dell'equazione di conservazione dell'entalpia rispetto alla componente media della temperatura potenziale. Numerose semplificazioni sono state introdotte al fine di facilitare il calcolo della grandezza H . In particolare, si restringe il fenomeno al caso dello strato limite (*Prandtl*, 1904), ove le variazioni maggiori della velocità del vento, della temperatura e dell'umidità hanno luogo lungo la direzione verticale ed in prossimità della superficie, in modo che i gradienti orizzontali della temperatura e dell'umidità e le velocità verticali siano trascurabili rispetto ai gradienti verticali ed alle velocità orizzontali. Si osservano le condizioni di moto uniforme, parallelo ad una superficie piana uniforme e governato da isobare rettilinee parallele ed equidistanti (*Brutsaert*, 1982) ed infine, si assume che le condizioni del moto sono assolutamente turbolente e che i flussi turbolenti verticali non cambiano in misura

apprezzabile dal loro valore in superficie, mentre i termini di trasporto molecolare sono trascurabili. In tali condizioni, il flusso di calore sensibile, in assenza di divergenza del flusso radiativo è rappresentato dalla relazione (2.10).

$$H = \rho c_p \overline{w'\Theta'} \quad (2.10)$$

dove ρ [kg m^{-3}] è la densità dell'aria, c_p [$\text{J kg}^{-3} \text{K}^{-1}$], c_p è il calore specifico dell'aria a pressione costante, w' [m s^{-1}] è la componente turbolenta della velocità verticale del vento e $\overline{\Theta'}$ [K] è la componente turbolenta della temperatura potenziale. Il valore medio del prodotto delle componenti turbolente delle due variabili rappresenta la covarianza statistica, misurabile soltanto attraverso misure ad alta frequenza.

A partire dalla consapevolezza della metodica eseguita e delle grandezze introdotte nella relazione (2.10), il flusso di calore sensibile H , all'interno del modello proposto nel seguente lavoro di tesi viene calcolato mediante la formula aerodinamica (2.11).

$$H = \rho \cdot c_p \cdot u_a \cdot C_H \cdot (\Theta_s - \Theta_a) \quad (2.11)$$

dove u_a [m s^{-1}] la velocità del vento, Θ_a e Θ_s [K] sono la temperatura potenziale dell'aria e superficiale, ed infine C_H [-] è il coefficiente di trasporto per il flusso di calore sensibile calcolato con la relazione (2.16). Il termine u_a è dato da misure di campo, i termini ρ e c_p sono calcolati seguendo la metodologia FIFE tramite le equazioni (2.12) e (2.13).

$$\rho = 1.2929 \left(p - \frac{0.3783 \cdot q_a \cdot T_a}{2164} \right) \cdot \frac{273.13}{101.323} \cdot T_a \quad (2.12)$$

dove q_a è l'umidità specifica dell'aria, p è la pressione atmosferica e T_a è la temperatura dell'aria. Anche i termini p e T_a sono date da misure di campo.

$$c_p = \frac{1004 + 1820.4 \cdot M}{1 + M} \quad (2.13)$$

dove M è la capacità del calore dell'aria a pressione costante, indicata nell'equazione (2.14).

$$M = \frac{0.622 \cdot q_a \cdot T_a}{2164 \cdot \left(p - \frac{q_a \cdot T_a}{2164} \right)} \quad (2.14)$$

La temperatura potenziale è data dalla seguente equazione:

$$\Theta = T \cdot \left(\frac{p}{p_R} \right)^{\frac{-R_d}{c_p}} \quad (2.15)$$

con p_R è la pressione di riferimento pari a 1000 hPa, p è la pressione atmosferica, R_d è la costante dei gas per aria secca uguale a $287.05 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, c_p [$\text{J kg}^{-3} \text{ K}^{-1}$] è il calore specifico dell'aria a pressione costante.

Il coefficiente di trasporto per il flusso di calore sensibile C_H [-] è calcolato secondo la formulazione di Louis, (1979), come indicato nella relazione (2.16).

$$C_H = C_{DN} \cdot F_h \quad (2.16)$$

dove C_{DN} è il coefficiente di trasporto in condizioni neutri calcolato secondo la relazione (2.17) e il termine F_h è riportato nell'equazione (2.20).

$$C_{DN} = \frac{k^2}{\left(\ln(z/z_{0m}) \right)^2} \quad (2.17)$$

dove k è la costante di Von Karman, pari a 0.4, e z è l'altezza degli strumenti di misura pari a 3 m.

La lunghezza d'attrito per il calore sensibile z_{0h} [L] e per la quantità di moto z_{0m} [L] sono calcolate secondo le relazioni (2.18) e (2.19).

$$z_{0m} = 0.123 \cdot h_s \quad (2.18)$$

$$z_{0h} = 0.1 \cdot z_{0m} \quad (2.19)$$

Il termine F_h tiene conto delle condizioni di stabilità atmosferica:

$$F_h = \left[1 - \frac{15 Ri}{1 + C_h \sqrt{|Ri|}} \right] \times \left[\frac{\ln(z/z_{0m})}{\ln(z/z_{0h})} \right] \quad Ri \leq 0 \quad (2.20)$$

$$F_h = \frac{1}{1+15Ri\sqrt{1+5Ri}} \times \left[\frac{\ln(z/z_{0m})}{\ln(z/z_{0h})} \right] \quad Ri > 0 \quad (2.21)$$

Il numero di Richardson Ri è dato dalla relazione (2.22) (GARRATT, 1992).

$$Ri = gz \frac{\Theta_{va} - \Theta_{vs}}{\Theta_{va} - u_a^2} \quad (2.22)$$

dove g [LT^{-2}] è l'accelerazione di gravità e Θ_{va} e Θ_{vs} [K] sono le temperature potenziali virtuali rispettivamente dell'aria e del suolo. La temperatura potenziale virtuale è data dall'equazione (2.23).

$$\Theta_v = T_v \cdot \left(\frac{p}{p_R} \right)^{\frac{-R_d}{c_p}} \quad (2.23)$$

dove p_R è la pressione di riferimento pari a 1000 hPa, p è la pressione atmosferica, R_d è la costante dei gas per aria secca uguale a $287.05 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, c_p [$\text{J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$] è il calore specifico dell'aria a pressione costante, e T_v è la temperatura virtuale.

$$T_v = T \cdot (1 + 0.61q) \quad (2.24)$$

dove q è l'umidità dell'aria espressa in kg m^{-3} .

Il coefficiente C_h del caso instabile è calcolato con la relazione (2.25).

$$C_h = 15C_h^* C_{DN} (z/z_{0h})^{p_h} \times \left[\frac{\ln(z/z_{0m})}{\ln(z/z_{0h})} \right] \quad (2.25)$$

dove C_h^* e p_h sono funzioni solo del parametro μ .

$$\mu = \ln \left(\frac{z_{0m}}{z_{0h}} \right) \quad (2.26)$$

$$C_h^* = 3.2165 + 4.3431 \cdot \mu + 0.536 \cdot \mu^2 - 0.0781 \mu^3 \quad (2.27)$$

$$p_h = 0.5802 - 0.1571 \cdot \mu + 0.0327 \cdot \mu^2 - 0.0026 \mu^3 \quad (2.28)$$

2.2.2.2. Flusso di calore latente (l'evapotraspirazione)

La stima del flusso di calore latente λE è ottenuta partendo dall'equazione di conservazione della componente media del vapore acqueo. Osservando la stesse semplificazioni illustrate nel paragrafo 2.2.2.1 per il calcolo del flusso di calore sensibile e considerando l'assenza di condensazione, il flusso di calore latente è costante e valutabile grazie alla relazione (2.29).

$$\lambda E = \lambda \rho \overline{w'q'} \quad (2.29)$$

dove λ [J kg⁻¹] è il calore latente di vaporizzazione, w' [m s⁻¹] è la componente turbolenta della velocità verticale del vento, ρ è espresso in kg m⁻³, c_p in J kg⁻¹ K⁻¹, Θ in K e q è a-dimensionale. Il valore medio del prodotto delle componenti turbolente delle due variabili rappresenta la covarianza statistica, misurabile soltanto attraverso misure ad alta frequenza.

A partire dalla consapevolezza della metodica eseguita e delle grandezze introdotte nella relazione (2.29), per stimare il flusso di calore latente λE e quindi l'evapotraspirazione, all'interno del modello proposto nel seguente lavoro di tesi è stato applicato il procedimento presentato nel modello ISBA (Interaction Soil Biosphere Atmosphere) del servizio meteorologico francese (Noilhan & Planton, 1989).

L'evapotraspirazione è rigorosamente modellata come la combinazione della traspirazione della pianta e dell'evaporazione dal terreno e dalle superfici d'acqua nelle aree invase nelle diverse forme. Infatti, l'evaporazione e la traspirazione non possono essere considerate distintamente in quanto l'evapotraspirazione è proprio la risultante complessa delle loro interrelazioni. In particolare l'acqua può evaporare da volumi d'acqua raccolti dagli apparati fogliari per intercezione vegetale, dal velo idrico superficiale (detenzione superficiale), dalle depressioni superficiali e invasi nella rete idrografica e nei corpi idrici superficiali e dal primo strato di suolo aerato (alimentata dal contenuto idrico del suolo).

Quindi, per includere i fenomeni relativi all'evaporazione dagli apparati fogliari, all'evaporazione dal velo idrico superficiale e dalle depressioni superficiali, il flusso di calore latente viene stimato in maniera tale da considerare la presenza combinata sul terreno della vegetazione, di piccoli invasi e del deflusso.

Il flusso di calore latente totale λE [MT^{-3}] è suddiviso tra frazione di terreno vegetata (veg) e nuda ($1-veg$) in funzione del LAI , grandezze quest'ultime che verranno esaminate in dettaglio nel paragrafo 2.3.4 del seguente capitolo. La parte di suolo nuda può essere suddivisa tra frazione di terreno in cui sono presenti abbassamenti del livello del suolo, avvallamenti o depressioni di altezza h_{ds} (f_{wds}) e frazione in cui non sono presenti tali depressioni ($1-f_{wds}$). La frazione di suolo f_{wds} insieme all'altezza delle depressioni h_{ds} e la loro influenza nel modello di propagazione del deflusso verrà illustrata meglio nel terzo capitolo.

Il flusso di calore latente totale λE viene calcolato, in definitiva, come la somma del flusso di calore latente da suolo nudo λE_g [MT^{-3}], dal velo idrico λE_d [MT^{-3}] e dalle superfici vegetate λE_f [MT^{-3}] secondo la relazione:

$$\lambda E = (1-veg) \cdot \left((1-f_{wds}) \lambda E_g + f_{wds} \cdot \lambda E_d \right) + veg \lambda E_f \quad (2.30)$$

dove veg [-] è la frazione di una cella quadrata di terreno coperta da vegetazione e f_{wds} è un coefficiente che varia tra zero ed uno, e rappresenta la frazione umida dell'area totale di una cella di terreno in cui sono presenti delle depressioni ed è influenzata dal livello del tirante idrico e dall'altezza della depressione h_{ds} , introdotte, rispettivamente, dalle relazioni (2.31) e (3.23).

$$veg = 1 - e^{-k_e LAI} \quad (2.31)$$

dove k_e [-] è il coefficiente di estinzione della radiazione nella vegetazione. Tale parametro è molto importante perché influisce direttamente sulla suddivisione del flusso di calore latente sia del flusso di CO_2 , dovuto alla vegetazione (evapotraspirazione) da quello proveniente esclusivamente da suolo nudo (evaporazione).

Con la relazione (2.30) il flusso di calore latente totale λE è influenzato, quindi, dalla vegetazione presente sull'area, dalla presenza di abbassamenti del livello del suolo e dalla presenza o meno di acqua in superficie. Il modello, è in grado di riprodurre aspetti di elevato dettaglio a piccola scala come l'influenza dell'acqua, in superficie ed in particolar modo accumulata nei piccoli invasi, sul calcolo del flusso di calore latente.

Il modo in cui stimare il flusso di calore latente da suolo nudo λE_g , dal velo idrico λE_d e dalle superfici vegetate λE_f verrà approfondito, rispettivamente, nei paragrafi 2.2.2.3, 2.2.2.2 e 2.2.2.4.

2.2.2.2.1 Procedura per il calcolo dell'intercezione

Il fenomeno dell'intercezione, come l'evapotraspirazione è un processo governato principalmente dalle piante e dalle condizioni climatiche.

L'intercezione è il processo, invece, che coinvolge la ritenzione di una certa quantità di pioggia sulle foglie, sui rami e sui steli della vegetazione. Il processo dell'intercezione viene simulato in maniera tale che la precipitazione in eccesso rispetto al fenomeno dell'intercezione raggiunga la superficie del terreno e viene valutato tramite il contenuto idrico trattenuto dalla vegetazione w_r [mL^{-2}]. Tale grandezza varia nel tempo secondo la relazione (2.32) ove si evidenzia come il termine relativo all'intercezione sia saturato dalla precipitazione ed esaurito dall'evaporazione.

$$\frac{\partial w_r}{\partial t} \cong \text{veg} \cdot P - E_r \cdot \text{veg} \cdot \delta_w \quad (2.32)$$

per $0 \leq w_r \leq w_{rmax}$, dove w_{rmax} è il contenuto idrico massimo, funzione del *LAI*, Leaf Area Index, definito come l'area totale della copertura fogliare (relativa ad un solo lato della foglia), la cui evoluzione viene aggiornata dal modello di dinamica della vegetazione, spiegato nel paragrafo 2.3, δ_w è la frazione umida della copertura fogliare.

$$w_{rmax} = 0.2 \cdot \text{veg} \cdot LAI \quad (2.33)$$

$$\delta_w = \left(\frac{w_r}{w_{rmax}} \right)^{2/3} \quad (2.34)$$

Se w_r eccede w_{rmax} lo sgocciolamento dalle foglie R_{ld} raggiunge il suolo nell'intervallo di tempo Δt .

$$R_{ld} = \frac{w_r - w_{rmax}}{\Delta t} \quad (2.35)$$

2.2.2.2.2 Procedura per il calcolo del flusso di calore latente dal velo idrico superficiale e per il calcolo dell'evaporazione dalla copertura fogliare umida

L'evaporazione dalla copertura fogliare, rappresenta l'evaporazione dalla frazione umida

della vegetazione E_r , stimabile col modello d'intercezione proposto da Mengelkamp et al., (1999). La presenza di acqua in superficie, invece, comporta che l'evaporazione non sia dal suolo ma dal velo idrico che si è accumulato sulla superficie e che rappresenta uno specchio liquido di dimensioni ridotte. Considerando che l'evaporazione che avviene da uno specchio d'acqua poco profondo può essere assunto come una prima stima dell'evaporazione che potenzialmente può avvenire da un suolo con elevato contenuto idrico e densamente vegetato, anche per il calcolo di λE_d si può utilizzare la formulazione di Mengelkamp et al., (1999). Le due equazioni che permettono il calcolo dell'evaporazione dalla frazione umida della vegetazione E_r e del flusso di calore latente dal velo idrico superficiale λE_d sono la (2.36) e la (2.37)

$$E_r = C_Q \rho u_a [q_s(T_s) - q_a] \quad (2.36)$$

$$\lambda E_d = \lambda C_Q \rho u_a [q_{sat}(T_s) - q_a] \quad (2.37)$$

dove q_a [ML^{-3}] è l'umidità specifica dell'aria data da misure di campagna, ρ [ML^{-3}] è la densità dell'aria, u_a [LT^{-1}] è la velocità del vento, λ è il calore latente di vaporizzazione dato dalla relazione (2.38) e C_Q [-] è un coefficiente di trasporto uguale a quello per il calore sensibile C_H [-] valutato con la relazione (2.16).

$$\lambda = 1000 \cdot (2501.3 - 2.366 \cdot T_a) \quad (2.38)$$

dove T_a è la temperatura dell'aria [$^{\circ}C$], data da misure di campo.

L'umidità specifica a saturazione rispetto alla temperatura superficiale $q_{sat}(T_s)$ è ottenuta con la relazione (2.39).

$$q_{sat}(T_s) = \frac{0.622 \cdot \varepsilon_{sat}}{T_s + 237.3} \quad (2.39)$$

ove la pressione di vapore a saturazione ε_{sat} è valutabile con l'equazione (2.40).

$$\varepsilon_{sat} = 0.611 \exp\left(\frac{17.27 T_s}{T_s + 237.3}\right) \quad (2.40)$$

2.2.2.2.3 Procedura per il calcolo del flusso di calore latente dal suolo nudo

L'evaporazione dal suolo è alimentata dal contenuto idrico dello strato superficiale del suolo (zona aerea del suolo). Il suolo, infatti, contiene normalmente dell'acqua nelle sue porosità.

Anche il flusso di calore latente da suolo nudo viene valutato con la relazione di Mengelkamp et al., (1999) ma con l'introduzione di un termine che mostra l'interazione tra superficie-atmosfera e suolo.

$$\lambda E_g = \lambda C_O \rho u_a \left[\alpha_{soil} \cdot q_{sat}(T_s) - q_a \right] \quad (2.41)$$

dove l'umidità relativa dell'aria in corrispondenza della superficie α_{soil} [-] rappresenta il legame tra il comparto superficie-atmosfera ed il comparto suolo, ed è calcolata in funzione della capacità di campo (Noilhan & Planton, 1989).

$$\alpha_{soil} = 0.5 \left[1 - \cos \left(\pi \frac{\theta}{\theta_{fc}} \right) \right] \quad se \quad \theta < \theta_{fc} \quad (2.42)$$

$$\alpha_{soil} = 1 \quad se \quad \theta \geq \theta_{fc}$$

La capacità di campo θ_{fc} [-] è correlata al contenuto d'acqua a saturazione θ_s .

$$\theta_{fc} = 0.75 \cdot \theta_s \quad (2.43)$$

2.2.2.2.4 Procedura per il calcolo del flusso di calore latente dalla componente vegetata

Il flusso di calore latente dalla componente vegetata λE_f è dato dalla somma della traspirazione dalla frazione secca E_{tr} [$\text{kgL}^{-2}\text{T}^{-1}$] e dell'evaporazione dalla frazione umida della vegetazione E_r [$\text{kgL}^{-2}\text{T}^{-1}$].

$$\lambda E_f = \lambda \left(\delta_w E_r + (1 - \delta_w) \left[f_s \cdot E_r + (1 - f_s) \cdot E_{tr} \right] \right) \quad (2.44)$$

dove f_s [-] è una grandezza che indica il fattore di sommersimento.

La presenza di acqua in superficie comporta un graduale sommergimento della pianta; condizione che implica una diminuzione progressiva del valore della traspirazione della vegetazione in quanto parte di essa può essere sequenzialmente coperta dall'acqua. Per valutare lo stato di sommersione della pianta si utilizza la variabile f_s . Questa grandezza varia linearmente tra zero ed uno in funzione del tirante idrico h , dell'altezza di vegetazione h_s e del parametro x [-] che è la frazione del valore dell'altezza della vegetazione a partire dal quale inizia ad operare il fattore di sommergimento. L'entità del fattore di sommergimento f_s è riportato nelle relazioni (3.26) in cui è evidenziato come l'aumentare del tirante idrico influenza sulla graduale sommersione della pianta che a sua volta è legata ad una diversificazione nel calcolo della traspirazione dalla frazione secca E_{tr} e dell'evaporazione dalla frazione umida della vegetazione E_r , e quindi, in definitiva, alla stima del flusso di calore latente dalla componente vegetata λE_f .

2.2.2.2.5 Procedura per il calcolo della traspirazione

La traspirazione è controllata dalla resistenza aerodinamica e dalla resistenza stomatale, che è definita dalle condizioni dell'ambiente circostante la vegetazione, ed in funzione del LAI . Essa varia a seconda dei valori assunti da tre funzioni di stress $f_1(\theta_{RZ})$, $f_2(T_a)$ e $f_3(VPD)$, dipendenti rispettivamente dall'umidità del suolo nella root zone θ_{RZ} , dalla temperatura dell'aria T_a e dal deficit di pressione di vapore VPD .

$$E_{tr} = \frac{1}{R_a + R_{ST}} \rho [q_s(T_s) - q_a] \quad (2.45)$$

dove R_a [$L^{-1}T$] è la resistenza aerodinamica ed R_c [$L^{-1}T$] è la resistenza stomatale valutate, rispettivamente, con le relazioni (2.46) e col modello proposto da Montaldo et al., (2008) riportato nell'equazione (2.47). In particolare, la valutazione della resistenza stomatale è collegata all'applicazione del modello di dinamica della vegetazione che verrà presentato nel paragrafo 2.3.

$$R_a = \frac{1}{C_Q \cdot u_a} \quad (2.46)$$

$$R_c = \frac{R_{ST,min}}{LAI \cdot f_1(\theta) \cdot f_2(T_a) \cdot f_3(VPD)} \quad (2.47)$$

dove $R_{ST,min}$ è la resistenza minima stomatale, $f_1(\theta_{RZ})$, $f_2(T_a)$ e $f_3(VPD)$ sono tre funzioni di stress ambientali quali l'umidità del suolo, la temperatura dell'aria e il deficit di pressione di vapore, calcolabili rispettivamente con le relazioni (2.48), (2.49) e (2.50).

$$\begin{aligned}
 f_1(\theta) &= 0 & \theta < \theta_{wp} \\
 f_1(\theta) &= \frac{\theta - \theta_{wp}}{\theta_{fc} - \theta_{wp}} & \theta_{wp} \leq \theta \leq \theta_{fc} \\
 f_1(\theta) &= 1 & \theta_{fc} \leq \theta \leq \theta_0 \\
 f_1(\theta) &= 1 - \frac{\theta - \theta_{0p}}{\theta_{an} - \theta_0} & \theta_0 \leq \theta \leq \theta_{an} \\
 f_1(\theta) &= 0 & \theta < \theta_{an}
 \end{aligned} \tag{2.48}$$

dove θ_{wp} , θ_0 e θ_{an} , sono rispettivamente il wilting point, il limite ossico e il limite anossico, parametri che definiscono rispettivamente le condizioni al di sotto delle quali l'acqua limita la traspirazione della pianta e al di sotto delle quali la pianta appassisce e dunque la traspirazione cessa. Questi parametri variano fortemente con il tipo di suolo e di vegetazione.

La funzione dipendente dalla temperatura è determinata con la relazione di Nouvellon et al., (2000) e traduce l'effetto della temperatura atmosferica sull'apertura degli stomi.

$$\begin{aligned}
 f_2(T_a) &= 0 & T_a \leq T_{opt,min} \\
 f_2(T_a) &= 1 - \frac{T_{opt,max} - T_a}{T_{opt,max} - T_{opt,min}} & T_{opt,min} < T_a < T_{opt,max} \\
 f_2(T_a) &= 1 & T_a \geq T_{opt,max}
 \end{aligned} \tag{2.49}$$

dove $T_{opt,max}$ e $T_{opt,min}$ [$^{\circ}C$] sono le temperature ottimali massime e minime.

La funzione dipendente dal deficit di pressione di vapore VPD , che regola l'apertura degli stomi in funzione di quest'ultimo, è calcolato con la relazione:

$$f_3(VPD) = 1 - \omega \cdot VPD \tag{2.50}$$

dove ω [$M^{-1}L^3$] è la pendenza dell'equazione $f_3(VPD)$.

2.3 Modello di dinamica della vegetazione (VDM)

Lo sviluppo e la densità della vegetazione influenzano gli scambi idrici ed energetici tra suolo ed atmosfera, controllando l'intercettazione della pioggia, l'infiltrazione, l'evapotraspirazione, lo scorrimento superficiale e la ricarica della falda acquifera. La vegetazione influenza la ripartizione della radiazione solare incidente in flussi di calore latente e sensibile (*Larcher, 1995; Lambers et al., 1998; Eagleson, 2002*) e assume un ruolo chiave nel bilancio idrico del suolo (*Rodriguez – Iturbe et al., 2001; Montaldo et al., 2003*); infatti, cambiamenti della biomassa della vegetazione o dell'area fogliare potrebbero esercitare una significativa influenza sul ciclo dell'acqua, del carbonio e dell'intero clima a differenti scale spaziali e temporali. *Maxwell et. al. (2007)* hanno accentuato l'importanza nell'esplicitare le interazioni tra i modelli eco-idrologici ed i processi di distribuzione del contenuto idrico nel suolo. Sebbene i collegamenti tra i flussi di carbonio (CO₂) e l'umidità del suolo non siano diretti come tra i flussi energetici (soprattutto flusso di calore latente) e l'umidità del suolo, i secondi possono influire significativamente sulla respirazione e sull'assimilazione di CO₂ (*Kurc & Small, 2007*).

Con l'accoppiamento del modello di dinamica della vegetazione (VDM), si è realizzato un modello eco-idrologico completo in grado di includere:

- gli effetti della vegetazione sui flussi energetici e sul contenuto idrico del suolo;
- i fenomeni retroattivi che conseguentemente ne derivano;
- il flusso di CO₂, mediante un'equazione semplificata che descrive il processo fotosintetico in relazione alla radiazione fotosinteticamente attiva (PAR), alla resistenza aerodinamica e alla resistenza stomatale.

Le caratteristiche principali del modello di dinamica della vegetazione (VDM) proposto si basa sui lavori di *Nouvellon et al. (2000)* e *Cayrol et al. (2000)*, successivamente ripresi ed utilizzati da *Montaldo et al. (2005)*. Inoltre, in tale modello il tasso di fotosintesi lorda è stato determinato adattando a scala oraria un'equazione proposta con passo temporale giornaliero da *Montaldo et al. (2005)*.

Lo scopo principale di utilizzare all'interno di un modello idrologico, un modulo di dinamica della vegetazione, consiste nel calcolo a scala giornaliera della quantità di biomassa verde presente e nella stima di valori dinamici di *leaf area index*, che viene poi utilizzato per il calcolo sia della resistenza stomatale (approccio alla *Jarvis, 1976*) e sia della frazione di copertura vegetata. Le variazioni di biomassa nel tempo vengono quantificate mediante la

differenza tra il tasso di produzione e di distruzione della stessa (Larcher, 1995; Cayrol et al., 2000). I termini produttivi sono quelli che apportano biomassa verde, come la fotosintesi, mentre i termini distruttivi sono i responsabili della rimozione di biomassa, come ad esempio la respirazione e la senescenza.

2.3.1 Stima della biomassa e della crescita della vegetazione

Il modello VDM permette di riprodurre lo stato di crescita della pianta. Se si assume che l'area sia coperta da erba, il modello ipotizza che la vegetazione possa essere distinta in tre componenti: la biomassa verde B_g ; la biomassa dalle radici B_r ; la biomassa morta B_d . La variazione di queste componenti nel tempo viene simulata con passo temporale giornaliero mediante le seguenti equazioni differenziali ordinarie (Nouvellon et al., 2000; Cayrol et al., 2000a, b):

$$\frac{\partial B_g}{\partial t} = a_a P_g + T_{ra} - R_g - S_g \quad (2.51)$$

$$\frac{\partial B_r}{\partial t} = a_r P_g - T_{ra} - R_r - S_r \quad (2.52)$$

$$\frac{\partial B_d}{\partial t} = S_g - L_a \quad (2.53)$$

dove P_g è la fotosintesi lorda giornaliera, T_{ra} è la traslocazione dei carboidrati dalle radici alla biomassa fuori terra, R_g e R_r rappresentano la respirazione della biomassa verde e delle radici, S_g e S_r la senescenza delle componenti, ed L_a la biomassa morta che cade dalla pianta. La CO_2 fissata attraverso la fotosintesi è ripartita tra la biomassa verde e le radici secondo i coefficienti a_a [-] e a_r [-] ove $a_a + a_r = 2$. Per la determinazione di a_a e a_r si rimanda alle equazioni (2.54) e (2.55) ottenute attraverso le relazioni di Arora and Boer, (2005), per i restanti termini alle equazioni (2.65), (2.66), (2.68), (2.69), e (2.70). Tutti i termini sono espressi in $[g DM m^{-2}]$, dove DM indica la massa secca.

$$a_a = \frac{\zeta_a + \Omega \lambda_s}{1 + \Omega [1 + \lambda_s - f_1(\theta)]} \quad (2.54)$$

$$a_r = \frac{\xi_r + \Omega(1 - f_1(\theta))}{1 + \Omega[1 + \lambda_s - f_1(\theta)]} \quad (2.55)$$

dove Ω [-], ξ_a [-] e ξ_r [-] sono coefficienti di allocazione e traslocazione, mentre λ_s [-] è calcolato con la relazione che segue.

$$\lambda_s = -e^{-k_e LAI} \quad (2.56)$$

2.3.2 Fotosintesi

Il metabolismo delle piante è basato sulle reazioni fotosintetiche in cui la radiazione ad onde corte è utilizzata per combinare l'acqua e la CO₂ in zuccheri, amido e altri composti organici. La porzione di radiazione ad onde corte compresa nello spettro visibile (0.4 e 0.7 μm) è chiamata radiazione fotosinteticamente attiva (PAR) ed è la radiazione utilizzata dalle piante. Per la fotosintesi, le piante devono regolare il flusso di CO₂ attraverso gli stomi, ovvero l'apertura attraverso la quale avviene la perdita di acqua. La fotosintesi e le perdite traspirative che sono così fortemente collegate ed entrambe dipendono dalla quantità di energia disponibile. Se la fotosintesi è simulata con un passo temporale breve, tra i 20 e i 60 minuti, l'accoppiamento tra il carbonio, l'acqua e i flussi di energia può essere relativamente rappresentato bene.

Dall'analisi del modello si evince che il bilancio della biomassa è correlato al bilancio della CO₂ e nel modello, la fotosintesi netta F_c [gm⁻²s⁻¹] introdotta è definita dalla somma di un termine per la frazione vegetata $F_{c_{veg}}$ [gm⁻²s⁻¹] ed uno per il suolo nudo $F_{c_{bs}}$ [gm⁻²s⁻¹].

$$F_c = veg \cdot F_{c_{veg}} + (1 - veg) \cdot F_{c_{bs}} \quad (2.57)$$

dove la fotosintesi lorda per la frazione vegetata $F_{c_{veg}}$ è stimato tramite l'equazione (2.58).

$$F_{c_{veg}} = P_g - R_g - R_r \quad (2.58)$$

mentre la fotosintesi lorda da suolo $F_{c_{bs}}$ è l'opposto del flusso di CO₂ dal suolo, R_{soil} ed è pari a:

$$Fc_{bs} = -R_{soil} \quad (2.59)$$

dove la fotosintesi lorda giornaliera P_g rappresenta l'incremento giornaliero di anidride carbonica per l'intero sistema e può essere espresso con la relazione di Montaldo et al., (2005) secondo la relazione (2.60), R_g ed R_r sono la respirazione della biomassa verde e la biomassa delle radici illustrate nel paragrafo seguente.

$$P_g = \varepsilon_p (PAR) f_{PAR} PAR \left[\frac{(1.37r_a + 1.6r_{ST,min})}{(1.37r_a + 1.6r_c)} \right] \quad (2.60)$$

dove f_{PAR} è la frazione di radiazione incidente fotosinteticamente attiva assorbita dalla vegetazione che è simulato giornalmente attraverso un'equazione empirica dipendente dal LAI .

$$f_{PAR} = 1 - e^{-k_{PAR}LAI} \quad (2.61)$$

dove k_{PAR} [-] è il coefficiente di estinzione della radiazione nella vegetazione ed ε_p [gDMm⁻²d⁻¹] è l'efficienza fotochimica, che stima la quantità di carbonio assimilato per unità di PAR intercettato, espressa come una funzione decrescente di PAR secondo la relazione (2.62).

$$\varepsilon_p = a_0 + a_1 PAR + a_2 PAR^2 \quad (2.62)$$

dove a_0 , a_1 e a_2 sono parametri da calibrare e il PAR assorbito è dato dalla relazione fornita da Verhoef and Allen, (2000).

$$PAR = \frac{0.85 \cdot R_s}{LAI} \quad (2.63)$$

In questo modello l'espressione (2.60) utilizzata per stimare P_g è adattata da un passo temporale giornaliero ad un passo temporale di mezz'ora. Questa necessità è dovuta al fatto che P_g dipende dalla resistenza stomatica, che è coinvolta nel modello SVAT, che a sua volta ha una risoluzione temporale pari a mezz'ora. Il valore della fotosintesi P_g , stimato nella mezz'ora viene successivamente accumulato per ricavare il valore di fotosintesi lorda quotidiano necessario nelle equazioni di bilancio di carbonio (2.51), (2.52) e (2.53) risolte con un passo temporale giornaliera.

Il termine R_{soil} riportato nell'equazione (2.59) viene ricavato con la relazione di Norman et al., (1992) attraverso misure empiriche e corrisponde al flusso di CO_2 proveniente dal suolo.

$$R_{soil} = (a_{rsoil} + b_{rsoil} LAI) \theta_{10} Q_{10}^{0.1(T_{s10}-25)} \quad (2.64)$$

dove a_{rsoil} [$gm^{-2}s^{-1}$] e b_{rsoil} [$gm^{-2}s^{-1}$] sono parametri di respirazione del suolo, θ_{10} e T_{s10} sono il contenuto idrico e la temperatura alla profondità di 0.1 m, e Q_{10} è il coefficiente di temperatura nella respirazione della pianta.

2.3.3 Respirazione, senescenza e caduta della biomassa morta

La respirazione ha due componenti di base: la crescita della respirazione, che è l'energia necessaria per la crescita di nuove piante e la respirazione di mantenimento, che è associata principalmente alla risintesi di proteine degradate (Thorneley e Johnson, 1990). In particolare, la respirazione di crescita è relazionata alla crescita totale della pianta, mentre la respirazione di mantenimento totale è la somma di respirazione delle foglie, degli steli, tra cui i rami, e delle radici. Nel modello implementato nel seguente lavoro di tesi, viene distinta la respirazione totale della biomassa verde R_g da quella delle radici R_r sono ottenute con le relazioni (2.65) e (2.66).

$$R_g = m_a f_4(T) B_g + g_a a_a P_g \quad (2.65)$$

$$R_r = m_r f_4(T) B_r + g_r a_r P_g \quad (2.66)$$

dove m_a ed m_r [d^{-1}] sono coefficienti della respirazione di mantenimento per biomassa verde e radici, g_a e g_r [-] sono coefficienti della respirazione di crescita per biomassa verde e radici e $f_4(T)$ rappresenta l'effetto della temperatura sulla respirazione di mantenimento, determinato in base alla classica relazione (Cayrol et al., 2000):

$$f_4(T) = Q_{10}^{\frac{T}{T_m}} \quad (2.67)$$

dove T_m [$^{\circ}C$] è la temperatura media dell'aria giornaliera e Q_{10} è un coefficiente di temperatura proposto da Larcher, 1995.

La senescenza indica l'ammontare giornaliero di biomassa che muore; in particolare le quantità di biomassa aerea verde e radice che muoiono ogni giorno S_g e S_r sono date dalle relazioni:

$$S_g = d_g B_g \quad (2.68)$$

$$S_r = d_r B_r \quad (2.69)$$

dove d_g e d_r [d^{-1}] sono il tasso di mortalità della biomassa verde e delle radici.

La mortalità della pianta è causata dalla pioggia, dal vento e dalla polvere e la biomassa morta che cade dalla pianta L_a è quantificata con la relazione:

$$L_a = k_a B_d \quad (2.70)$$

dove k_a [d^{-1}] è il tasso di biomassa che cade.

2.3.4 L'indice areale delle foglie (LAI)

I valori dell'indice areale delle foglie sono stimati a partire dalla biomassa attraverso una relazione lineare. Dunque, il valore di LAI totale è dato dalla somma dei valori di LAI della biomassa verde LAI_g e morta LAI_d che sono stimati attraverso relazioni lineari (Nouvellon et al., 2000):

$$LAI_g = c_g B_g \quad (2.71)$$

$$LAI_d = c_d B_d \quad (2.72)$$

dove c_g e c_d [$m^2 gDM^{-1}$] sono la superficie fogliare specifica della biomassa verde e morta.

$$LAI = LAI_g + LAI_d \quad (2.73)$$

Come già descritto nella relazione (2.30) c'è una proporzionalità diretta tra l'indice areale delle foglie, LAI e la frazione di una cella quadrata di terreno coperta da vegetazione, veg . Infatti all'aumentare del primo aumenta anche la percentuale di suolo coperto dalla vegetazione, come rappresentato nella figura 2.1, in cui si vede il legame delle due grandezze per tre valori specifici di LAI per erba medica.

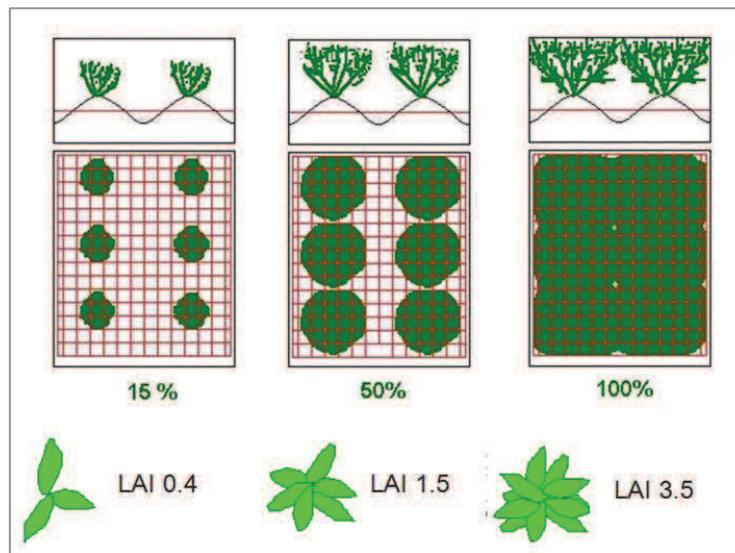


Figura 2.1. Rappresentazione del legame tra il *LAI* e la percentuale di suolo coperta da vegetazione per tre valori del *LAI*.

2.4 Flusso idrico nel suolo non saturo

Il bilancio energetico è influenzato dal profilo di umidità del suolo perché condiziona la suddivisione dell'energia disponibile tra flusso di calore sensibile e latente. Le variazioni associate alle proprietà del suolo possono giocare un ruolo molto più significativo nel contesto del bilancio idrologico ed energetico rispetto alle variazioni associate alle proprietà della vegetazione (Senatore, 2006).

Il suolo è definito generalmente come la parte del terreno interessata dai fenomeni dell'infiltrazione e dell'exfiltrazione, ma è la modellazione del profilo di umidità nei primi strati di suolo, e quindi, la modellazione del flusso d'acqua nella parte superficiale del terreno ad essere considerata quella più complessa, in quanto l'acqua presente in esso non sempre è sufficiente a riempire completamente i suoi pori, ed il movimento dell'acqua avviene sia nella fase liquida che di vapore.

Si tratta di un processo complesso, in quanto bisogna considerare che il flusso avviene sia nella fase liquida che di vapore e che l'acqua presente non è spesso sufficiente a riempire completamente i pori del sottosuolo.

Al fine di semplificare l'esamina del fenomeno si considerano le seguenti ipotesi:

-isotermia, tale che il gradiente della concentrazione di vapore sia nullo, e quindi il flusso di umidità sia presente solo nella fase liquida (si ritiene, cioè, che l'influenza del gradiente di temperatura sia non significativa);

- le sole forze agenti sono quelle di massa e capillari;
- gli effetti dovuti al fenomeno dell'isteresi sono trascurabili;
- il mezzo è inerte ed indeformabile.

Ne consegue che il flusso di umidità segue la legge di Darcy:

$$\bar{q}(\theta) = -K(\theta)\bar{\nabla}H \quad (2.74)$$

dove: \bar{q} rappresenta il vettore corrispondente alla portata specifica, $\bar{\nabla}H = (\partial H/\partial x, \partial H/\partial y, \partial H/\partial z)$ il vettore corrispondente al gradiente idraulico, $H = z + \psi(\theta)$ il carico idraulico, $\psi(\theta)$ il carico capillare, θ il contenuto di umidità volumetrico del suolo e $K(\theta)$ la conduttività idraulica.

A partire dall'equazione (2.74) si possono riscrivere le equazioni (2.75), (2.76) e (2.77) in termini scalari nelle tre direzioni, x, y e z. In particolare, l'equazione (2.77) mostra oltre agli effetti molecolari, anche gli effetti gravitazionali.

$$q_x = -K_x(\theta) \frac{\partial \psi(\theta)}{\partial x} \quad (2.75)$$

$$q_y = -K_y(\theta) \frac{\partial \psi(\theta)}{\partial y} \quad (2.76)$$

$$q_z = -K_z(\theta) \frac{\partial \psi(\theta)}{\partial z} - K_z(\theta) \quad (2.77)$$

Ipotizzato il liquido incomprimibile, cioè con densità ρ costante, si può descrivere l'equazione di continuità in corrispondenza del centro di un volumetto di suolo nelle condizioni non sature, che viene rappresentato nella figura 2.2.

$$-\left[\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right] \rho \Delta V = \frac{\partial \theta}{\partial t} \rho \Delta V \quad (2.78)$$

con $\Delta V = \Delta x \Delta y \Delta z$, e q_x , q_y e q_z pari rispettivamente alle portate specifiche perpendicolari alle facce $\Delta y \Delta z$, $\Delta x \Delta z$ e $\Delta x \Delta y$.

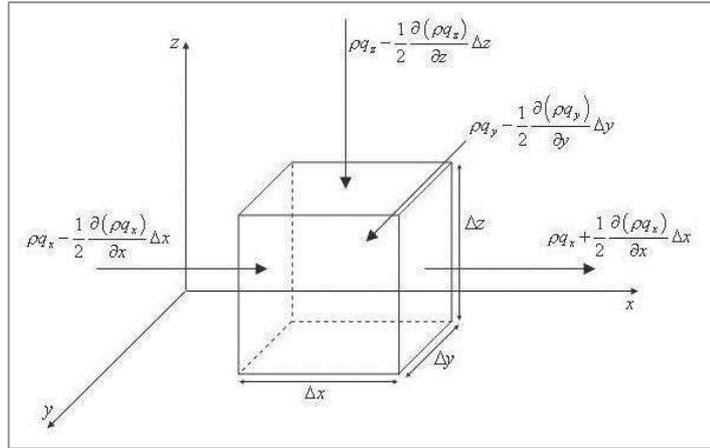


Figura 2.2. Flusso all'interno di un mezzo poroso nelle condizioni non sature.

Sostituendo nell'equazione di continuità (2.78) le equazioni del moto di flusso (2.75), (2.76) e (2.77) si ottiene:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[K_x(\theta) \frac{\partial \Psi(\theta)}{\partial x} + K_y(\theta) \frac{\partial \Psi(\theta)}{\partial y} + K_z(\theta) \frac{\partial \Psi(\theta)}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial z} K_z(\theta) = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (2.79)$$

da cui:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[D_x(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[D_y(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[D_z(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial z} K_z(\theta) = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (2.80)$$

dove:

$$D_i(\theta) = K_i(\theta) \frac{\partial \Psi(\theta)}{\partial \theta} \quad (2.81)$$

indica la diffusività [$L^2 T^{-1}$] nella i-esima direzione, introdotta da *Buckingham* (1907).

In un mezzo isotropo, la diffusività è identica nelle tre direzioni, pertanto si può riscrivere la (2.80) nella (2.82).

$$\nabla [D_i(\theta) \cdot \nabla(\theta)] + \frac{\partial}{\partial z} K_z(\theta) = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (2.82)$$

Si può riscrivere il secondo membro dell'equazione differenziale in funzione del carico capillare, al fine di riscrivere una differente formulazione del movimento dell'acqua in un mezzo insaturo, non più funzione del contenuto d'acqua nel suolo θ e delle relazioni $K=K(\theta)$

e $\Psi = \Psi(\theta)$, ma dipendente dal carico capillare Ψ e dalle relazioni $K = K(\Psi)$ e $\theta = \theta(\Psi)$, come riportato nella relazione (2.84).

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial \theta(\psi)}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial t} = C(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (2.83)$$

$$\nabla [K(\Psi) \cdot \nabla(\Psi)] + \frac{\partial}{\partial z} K_z(\Psi) = C(\Psi) \frac{\partial \Psi}{\partial t} \quad (2.84)$$

Le equazioni (2.87) e (2.89) devono essere risolte numericamente, e la prima è da preferirsi alla seconda, in quanto le variazioni del contenuto d'acqua nel suolo θ e della diffusività corrispondente $D(\theta)$ risultano circa due volte inferiori rispetto alle corrispondenti variazioni di ψ e $d\theta/d\psi$, e lo sono anche gli errori numerici. Inoltre, la seconda risulta più idonea allo sviluppo del modello per le condizioni che si sviluppano tra la zona insatura e quella satura.

Nonostante, il fenomeno dell'infiltrazione sia inteso come il movimento dell'acqua superficiale nella zona insatura, secondo le tre direzioni principali di moto, esso, può essere considerato lungo un'unica direzione e, pertanto, ricondotto ad un problema di tipo monodimensionale. Più specificatamente, se si considera come direzione principale quella verticale, ossia l'asse z , si può scrivere l'equazione di Richards:

$$C(\Psi) \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[K_z(\Psi) \left(\frac{\partial \Psi}{\partial z} + 1 \right) \right] \quad (2.85)$$

Sostituendo l'equazione (2.85) nell'equazione (2.84) si ottiene una relazione che governa il processo fisico:

$$\nabla [K(\Psi) \cdot \nabla(\Psi)] + \frac{\partial}{\partial t} K_z(\Psi) = \frac{\partial}{\partial z} \left[K_z(\Psi) \left(\frac{\partial \Psi}{\partial z} + 1 \right) \right] \quad (2.86)$$

2.4.1 Relazioni tra i parametri che caratterizzano il suolo non saturo

Nel campo della modellistica dei flussi in zona non satura emerge la necessità di definire dei legami definiti *pedofunzioni*, che possono essere di tipo deterministico o di natura stocastica, come $\Psi(\theta)$, $K(\theta)$ e $K(\psi)$.

In particolare, si tratta di forme funzionali che riguardano la relazione di ritenzione $\psi(\theta)$, che lega il potenziale matriciale della fase liquida al contenuto d'acqua volumetrico, e quella $K(\theta)$ che riferisce a θ la conducibilità idraulica del mezzo poroso, oppure ancora la relazione $K(\psi)$. Quest'ultima, essendo più sensibile all'isteresi, potrebbe non essere preferibile qualora siano considerati successivi processi di inumidimento e di drenaggio.

Per le relazioni $\Psi(\theta)$ esistono dei modelli di tipo deterministico. All'interno del modello eco-idrologico implementato nel seguente lavoro di tesi è stato adottato il modello deterministico proposto da Van Genuchten, (1980):

$$s_e = \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right) = \left[\frac{1}{1 + (\alpha |\psi|)^n} \right]^{1-\frac{1}{n}} \quad (2.87)$$

ove n ed α [L^{-1}] sono caratteristiche del suolo, s_e è il grado di saturazione effettiva, θ_r [-] il contenuto di umidità residuo, θ_s [-] il contenuto di umidità a saturazione e θ [-] il contenuto di umidità del suolo. Dalla relazione (2.87), noto il contenuto di umidità θ si può ricavare il carico capillare Ψ :

$$\Psi = -\frac{1}{\alpha} \left(\frac{\theta_s - \theta_r}{\theta - \theta_r} \right)^{\frac{n}{n-1}} - 1 \quad (2.88)$$

Anche per il legame $K(\theta)$ sono disponibili in letteratura diversi modelli, in particolare è stato usato quello di Van Genuchten. Per il legame $K(\theta)$ risulta:

$$\frac{K(\theta)}{K_s} = \left[\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right]^{0.5} \cdot \left[1 - \left(1 - \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{\frac{n}{n-1}} \right)^{1-1/n} \right]^2 \quad (2.89)$$

che in termini di $K(\psi)$ si trasforma in:

$$\frac{K(\psi)}{K_s} = \frac{\left| 1 - (\alpha|\psi|)^{n-1} \left[1 + (\alpha|\psi|)^n \right]^{\frac{1}{n}-1} \right|^2}{\left| 1 + (\alpha|\psi|)^n \right|^{\frac{n-1}{2n}}} \quad (2.90)$$

dove K_s rappresenta il valore del coefficiente di permeabilità a saturazione [LT^{-1}].

Nella figura 2.3 è rappresentato un esempio di legame $\Psi(\theta)$ ed un legame per un terreno $K(\Psi)$ argilloso, noti il contenuto di umidità residuo, $\theta_r = 0.0778$, il contenuto di umidità a saturazione, $\theta_s = 0.3783$ ed i coefficienti dell'equazione di van Genuchten, $L = -2.3168$, $n = 2.29$, and $\alpha = 2.4551 \text{ m}^{-2}$.

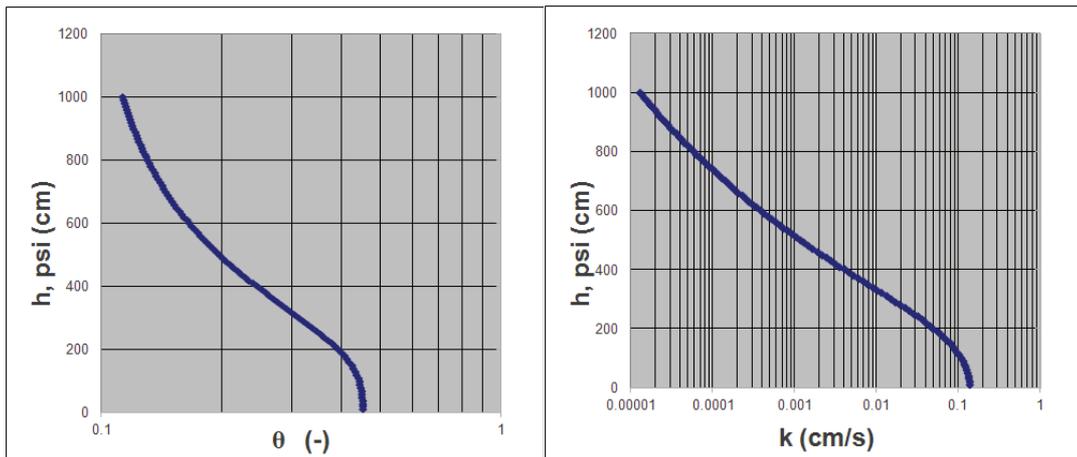


Figura 2.3. Rappresentazione del legame $\Psi(\theta)$ e del legame $K(\Psi)$.

CAPITOLO 3

IL MODELLO ECO-IDROLOGICO ACCOPPIATO: IL MECCANISMO DI GENERAZIONE E PROPAGAZIONE DEL FLUSSO IDRICO IN SUPERFICIE

3.1 Premessa

In questa sezione viene trattato il meccanismo di generazione e propagazione del flusso idrico in superficie, modulo che riproduce più processi a scala di versante e completa il bilancio idrico in superficie. Anche se questa parte del modello è applicata soltanto alle celle superficiali, è in grado di simulare diversi fenomeni: dalle interazioni tra il dominio superficiale e quello sotterraneo, all'esclusione dei piccoli invasi e delle ostruzioni per la circolazione dell'acqua, alla variabilità della scabrezza superficiale dovuta alla dinamica della vegetazione.

I problemi che coinvolgono le forti interazioni tra le acque di superficie e le acque sotterranee, nonché le indagini di gestione delle risorse idriche, richiedono, la simulazione accoppiata dei regimi superficiali e sub-superficiali. In letteratura, la presenza di lavori scientifici basati sui processi citati presi individualmente all'interno dei regimi, è molto vasta. Per esempio, diverse tecniche robuste ed efficaci per la modellazione del flusso idrico nel sottosuolo saturo-insaturo sono discusse da Huyakorn e Pinder, (1983), Huyakorn et al. (1986), Panday et al. (1993) e Forsyth et al.(1995); la modellazione spazialmente distribuita del deflusso superficiale è indagata da Zhang e Cundy (1989), Fennema e Chaudhry (1990),

Gottardi e Venutelli (1993) e Singh e Bhallamudi (1997). Inoltre, in letteratura, sono presenti diversi tentativi in cui sono stati fatti dei collegamenti tra i regimi di flusso per analizzare il comportamento del flusso completo. Per esempio, Woolisher et al. (1990) e Smith et al. (1995) descrivono un modello che collega lo scorrimento superficiale, con le perdite di intercettazione e con le soluzioni analitiche per le perdite di infiltrazione, mentre Senarath et al. (2000) descrivono un modello bidimensionale che valuta lo scorrimento superficiale con le perdite di evapotraspirazione e utilizza soluzioni analitiche per le perdite di infiltrazione. Pinder e Sauer (1971), Akan e Yen (1981), Singh e Bhallamudi (1998), e Morita e Yen (2000) hanno indagato il collegamento tra il regime superficiale ed il regime sub-superficiale saturo-insaturo; e Govindaraju e Kavvas (1991) e Graham e Refsgaard (2001) hanno esaminato il collegamento e le interazioni tra il sottosuolo, la superficie, ed i canale per la determinazione della risposta generale del bacino in esame. Infine, un accoppiamento completamente implicito tra il regime superficiale e quello sub-superficiale è stata esplorato da VanderKwaak (1999) e VanderKwaak e Loague (2001). Le soluzioni ottenute sono, tuttavia, numericamente deboli ed inaffidabili. Inoltre, si è notato che le soluzioni completamente accoppiate superano i metodi iterativi accoppiati in termini di efficienza computazionale per sistemi altamente interattivi. Si tratta di uno strumento prezioso che consente una rigorosa esamina e verifica dell'accuratezza dei metodi di collegamento che oggi sono ampliamenti applicati.

Con l'aggiunta del modello di propagazione del deflusso idrico in superficie al modello SVAT-VDM accoppiato al modello di flusso idrico nel suolo presentato nel secondo capitolo, si ottiene un approccio completamente accoppiato capace di analizzare problemi a piccola scala e di valutare come questi processi influenzano sulle già esaminate stime di evapotraspirazione, evaporazione, traspirazione e di umidità del suolo.

In particolare, le equazioni che governano il deflusso in superficie sono modificate per includere gli effetti dovuti alle depressioni e alle ostruzioni presenti e per tenere conto di come il flusso si sviluppi all'interno dei contesti urbani o agricoli, delle condizioni naturali o provocate dall'uomo, a piccoli e grandi scale.

Un modello di questo livello e con un elevato grado di complessità, può consentire una vasta gamma di applicazioni tra cui la previsione delle piene, la valutazione delle risorse idriche, l'analisi idrologica dei bacini idrografici, e l'analisi idraulica fluviale.

3.2 Equazioni del processo

Il flusso idrico in superficie viene valutato adottando un modello di tipo diffusivo come approssimazione delle equazioni di Saint Venant, già derivate da Gottardi e Venutelli, (1993):

$$\frac{\partial H}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(h k_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(h k_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) - d q_{og} = 0 \quad (3.1)$$

dove $H = z + h$ è l'altezza d'acqua data dalla somma della quota geodetica z col tirante idrico h , dal piano di riferimento [L], q_{og} è il flusso per unità di volume tra l'area superficiale e quella sub-superficiale, k_x e k_y sono i termini di conduttanza [LT^{-1}] che risultano dalla manipolazione delle equazioni di St. Venant e sono date per le equazioni di Manning da Gottardi e Venutelli, (1993) come:

$$k_x = \frac{h^{2/3}}{n_x} \frac{1}{[\partial H / \partial x]^{1/2}} \quad (3.2)$$

$$k_y = \frac{h^{2/3}}{n_y} \frac{1}{[\partial H / \partial y]^{1/2}} \quad (3.3)$$

dove n è il coefficiente di Manning [$L^{-1/3}T$]. I termini proposti sono raffigurati in figura 3.1.

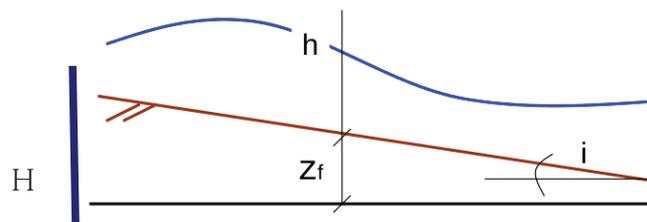


Fig. 3.1. Rappresentazione dei termini relativi all'altezza dell'acqua dal piano di riferimento H, al tirante idrico h , alla pendenza del fondo i , all'altezza dal piano di riferimento z .

L'equazione di scorrimento superficiale è un'equazione non lineare parabolica a causa della natura diffusiva della conduttanza. L'approssimazione delle equazioni diffusive di St. Venant e l'utilizzo di un modello parabolico includono le ipotesi elencate di seguito:

- Corrente gradualmente variata e distribuzione delle pressioni di tipo idrostatico;

- Pendenze molto lievi dell'ordine del per mille o del per diecimila;
- Uno sforzo di taglio inferiore dominante;
- Termini inerziali trascurabili, in modo tale che gli effetti della variazione nel tempo della velocità in un generico punto e gli effetti della variazione spaziale della velocità lungo il canale siano abbastanza piccoli, come riportato nelle relazioni che seguono:

$$\frac{1}{g} \frac{\partial U}{\partial t} < 10^{-5} \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{U^2}{2g} \right) < 10^{-5} \quad (3.5)$$

dove U è la velocità (LT^{-1}), Δt è l'intervallo di tempo e Δx è la distanza tra due celle. Dalle condizioni (3.4) e (3.5) si ottengono dei limiti della velocità sia rispetto alla variazione spaziale che alla variazione temporale:

$$\Delta U \approx 10^{-4} \Delta t \quad (3.6)$$

$$\Delta U^2 \approx 2 \cdot 10^{-4} \Delta s \quad (3.7)$$

Per il modello parabolico, inoltre, gli effetti di pressione, cioè gli effetti proporzionali alle variazioni spaziali del livello d'acqua non sono trascurabili rispetto alla pendenza del fondo i , come riportato nelle relazioni che seguono:

$$\frac{\partial H}{\partial x} = -j \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} = i - j \quad (3.9)$$

Per pendenze più elevate, gli effetti di pressione sono trascurabili rispetto alla pendenza del fondo; è possibile semplificare la relazione (3.9) nella forma $i = j$, che è l'equazione implementata nel modello di tipo cinematico e che può essere inclusa anche, in maniera opportuna, col modello parabolico.

3.2.1 Depressioni ed ostruzioni

Al fine di adattare le analisi dei versanti da esaminare alla reale riproduzione dell'ambiente urbano e agricolo bisogna modificare le equazioni della propagazione dell'acqua in superficie. Le relazioni introdotte nel paragrafo precedente, assumono, infatti, che l'acqua scorra su una superficie liscia. Tale supposizione viene rettificata introducendo dei termini che includono le ostruzioni presenti, le depressioni e gli avvallamenti.

In figura 3.2 sono presentati tre riquadri: nel primo viene delineata l'ipotesi iniziale in cui la superficie è piana; nel secondo sono riportati gli aspetti che raffigurano le depressioni, come i solchi, le pozzanghere, i microinvasi e altri aspetti con caratteristiche tali da quantificare le asperità del terreno. Infine nell'ultimo riquadro viene combinato il caso in cui ci siano sia depressioni che ostruzioni. Quest'ultime sono i fasci erbosi e la vegetazione in generale, che rappresentano non solo ostacoli e impedimenti che occupano spazio utile al deflusso e riducono la capacità di accumulo dell'area, ma influenzano anche la conduttanza in quanto influiscono sulla resistenza all'attrito e sull'energia di dissipazione. L'area disponibile per il deflusso è sensibilmente modificata ed è interamente disponibile, infatti, solo nel caso in cui il flusso d'acqua è abbastanza elevato da coprire interamente tutti gli impedimenti presenti.

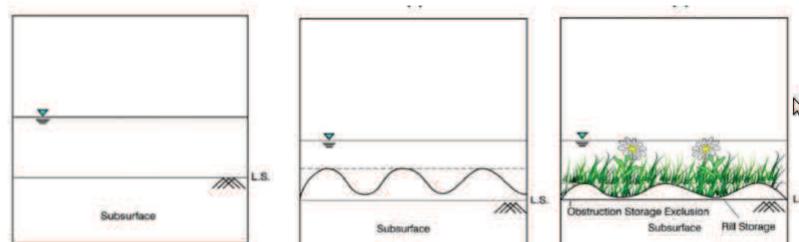


Fig. 3.2. Trattamento dei termini di depressione e di ostruzione per diverse ambientazioni.

La geometria delle ostruzioni e delle depressioni viene combinata fino al raggiungimento di un valore massimo di elevazione h_s , che rappresenta la *canopy height* [L], ed è definita secondo la relazione (3.10) come la somma dell'altezza delle depressioni h_{ds} [L] e dell'altezza delle ostruzioni h_{os} [L] a partire dal livello del suolo LS :

$$h_s = h_{os} + h_{ds} \quad (3.10)$$

All'interno del modello la *canopy height* h_s , verrà introdotta con la relazione (3.19) per un caso specifico analizzato.

Con l'assunzione fatta, l'area superficiale coperta dall'acqua varia tra zero ed il valore stesso dell'area nel caso in cui il livello dell'acqua riesca a superare la massima elevazione h_s .

Al fine di includere gli aspetti menzionati e quantificare le modifiche che esse apportano all'analisi viene introdotta un'altra grandezza, l'altezza volumetrica νh [L], espressa come l'altezza dal valore del fondo della superficie LS di un equivalente volume di acqua in cui non sono presenti né depressioni e né ostruzioni. Nella figura 3.3 viene riportato il confronto tra il caso classico in cui è illustrato il tirante idrico h che determina l'altezza del velo idrico dal livello campagna ed il caso in cui il tirante viene sostituito dall'altezza νh nell'ipotesi in cui il volume d'acqua iniziale può utilizzare lo spazio precedentemente coperto dalla vegetazione e dalle depressioni.

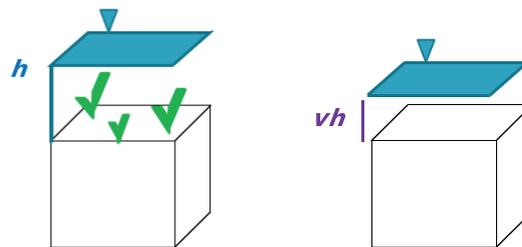


Fig. 3.3. Differenza tra l'altezza del tirante idrico h e dell'altezza volumetrica νh .

Per descrivere il legame tra il tirante idrico h e l'altezza volumetrica νh si può adattare una relazione di tipo parabolica e una relazione di tipo lineare che si diversifica in base al valore che la *canopy height*, h_s assume.

Come mostrato nella figura 3.4, noto il valore di h_s , se il tirante idrico è inferiore alla *canopy height*, $h < h_s$, si utilizza un legame di tipo parabolico, se, al contrario, il tirante idrico è superiore alla *canopy height*, $h > h_s$, si utilizza un legame di tipo lineare.

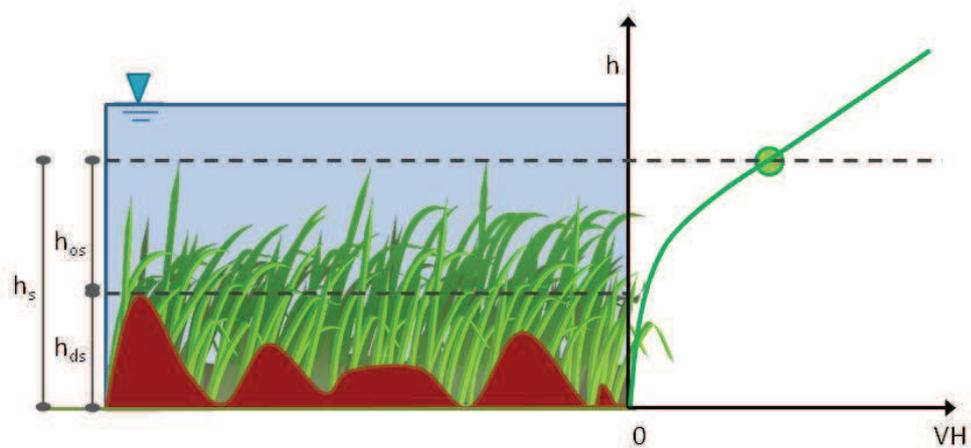


Fig. 3.4. Modello concettuale per la rappresentazione di depressioni e ostruzioni in un'area tipo e rappresentazione del legame tra l'altezza volumetrica vh ed il tirante idrico h nota la canopy height h_s ottenuta dalla somma dell'altezza delle depressioni h_{ds} e dell'altezza delle ostruzioni h_{os} .

Le equazioni che rappresentano la relazione di tipo parabolico (a due parametri) e quella di tipo lineare (a un parametro) per l'identificazione del legame $vh(h)$ sono riportate rispettivamente nelle equazioni (3.11) e (3.12).

$$vh = a \cdot h^2 + b \cdot h \quad (3.11)$$

$$vh = h + c \quad (3.12)$$

Le due equazioni hanno un punto in comune di coordinate:

$$(h_s, a \cdot h_s^2 + b \cdot h_s) \quad (3.13)$$

Inoltre la pendenza della retta tangente alla curva parabolica nel punto $h = h_s$, che dipende dalla porosità o dal rapporto dei vuoti (Panday & Huyakorn, 2004), viene per semplicità posto pari ad uno.

Matematicamente, la formula di una retta tangente ad un punto P di coordinate $(d, f(d))$ appartenente ad una parabola può essere scritta nella forma:

$$y = (2ad + b)x - ad^2 + c \quad (3.14)$$

dove d è l'ascissa del punto P .

La relazione (3.14) può essere riscritta in modo da delineare il caso in esame, sostituendo all'ascissa di coordinate d , l'ascissa del punto riportato nella relazione (3.13).

$$y = (2ah_s + b)x - ah_s^2 \quad (3.15)$$

Il coefficiente angolare viene posto pari ad uno e come segnato nella relazione (3.16) è possibile ricavare il parametro b in modo che le relazioni (3.11) dipendano dal solo parametro a .

$$b = 1 - 2ah_s \quad (3.16)$$

Sostituendo la relazione (3.16) all'interno della prima delle relazioni (3.11) si ottiene il legame vh (h) per la relazione parabolica e sostituendo la relazione (3.16) all'interno della relazione (3.15) si ottiene il legame vh (h) per la relazione lineare:

$$\begin{aligned} vh &= ah^2 + (1 - 2ah_s)h & h &\leq h_s \\ vh &= h - ah_s^2 & h &> h_s \wedge a = 0 \end{aligned} \quad (3.17)$$

dove a è l'unico coefficiente da calibrare e h_s è la canopy height.

Passare dall'altezza volumetrica vh al tirante idrico h è possibile tramite il legame h (vh) riportato per completezza:

$$\begin{aligned} h &= \frac{-(1 - 2ah_s) + \sqrt{(1 - 2ah_s)^2 + 4avh}}{2a} & vh &\leq vh(h_s) \\ h &= vh + ah_s^2 & vh &> vh(h_s) \wedge a = 0 \end{aligned} \quad (3.18)$$

La grandezza h_s è legata a due aspetti importanti. In primis, la variabile h_s è influenzata dall'altezza della vegetazione, che rappresenta all'interno del sistema un ostacolo in continua evoluzione. La crescita delle piante, dell'erba ed in generale dei vegetali presenti viene quantificata all'interno del modello Eco-Idrologico sviluppato nel presente lavoro di tesi tramite l'implementazione del modello VDM riportato nel paragrafo 2.3. In particolare, non è più possibile considerare la vegetazione in maniera statica ma, al contrario, deve essere stimata in maniera dinamica considerando i cambiamenti a cui è soggetta nel tempo e nello spazio. Come già introdotto con le relazioni (2.51), (2.52) e (2.53) è possibile valutare il mutamento delle diverse componenti della vegetazione come la biomassa verde, quella morta e quella delle radici, che permettono, a loro volta di stimare la variazione spaziale e temporale dei valori di LAI della biomassa verde LAI_g e morta LAI_d e ottenere attraverso relazioni lineari il valore di LAI totale, che per definizione è definito come l'area totale della copertura fogliare

per l'area della regione in analisi, direttamente proporzionale alla quantità di vegetazione presente sull'area.

Nel modello Eco-Idrologico implementato la vegetazione è costituita da erba medica in modo da quantificare la *canopy height* in funzione del *LAI* in maniera dinamica per mezzo della seguente relazione (METRIC, 2008):

$$h_s = 0.009LAI^2 + 0.076LAI \quad (3.19)$$

Il secondo aspetto da valutare, direttamente influenzato dalla *canopy height* riguarda il coefficiente di scabrezza. È possibile valutare il cambiamento della scabrezza in funzione del valore che il tirante idrico assume, supponendo un legame di tipo lineare tra il coefficiente di Manning n ed il tirante idrico h . In questo modo all'aumentare del valore del tirante idrico, l'effetto della scabrezza n influisce in modo minore.

Per calcolare il coefficiente di Manning n si usa la relazione semplificata di Cowan (1956) con valori dei coefficienti modificati da Aldridge e Garrett (1973).

$$n = (n_b + n_4) \cdot m \quad (3.20)$$

dove n_b è il materiale che si trova nel canale, n_4 è la quantità di vegetazione ed m indica i meandri presenti nel canale. In particolare, il valore del coefficiente n_4 può appartenere a 4 intervalli i cui estremi n_{4-1} , n_{4-2} , n_{4-3} , n_{4-4} e n_{4-5} indicano, rispettivamente, un valore che è rappresentativo di una quantità di vegetazione piccola, media, vasta o molto vasta e sono differenziati in funzione dell'altezza h_s che a sua volta può appartenere a 4 intervalli i cui estremi h_{s-1} , h_{s-2} , h_{s-3} , h_{s-4} e h_{s-5} rappresentano delle frazioni della *canopy height* h_s .

$$\begin{aligned} n_4 &\in (n_{4-2} - n_{4-1}) & h_s &\in (h_{s-1} - h_{s-2})h_s \\ n_4 &\in (n_{4-3} - n_{4-2}) & h_s &\in (h_{s-2} - h_{s-3})h_s \\ n_4 &\in (n_{4-4} - n_{4-3}) & h_s &\in (h_{s-3} - h_{s-4})h_s \\ n_4 &\in (n_{4-5} - n_{4-4}) & h_s &\in (h_{s-4} - h_{s-5})h_s \end{aligned} \quad (3.21)$$

dove $n_{4-1} = 0.1$, $n_{4-2} = 0.05$, $n_{4-3} = 0.025$, $n_{4-4} = 0.01$, $n_{4-5} = 0$, $h_{s-1} = 0$, $h_{s-2} = 0.5$, $h_{s-3} = 1$, $h_{s-4} = 2$, $h_{s-5} = 3$.

Per semplicità si pone il coefficiente $n_4 = n_{4-5}$ per $h_s > h_{s-5}h_s$ ed il coefficiente m viene considerato unitario.

Partendo dagli intervalli descritti nella relazione (3.21) si possono descrivere 4 tratti in cui individuare dei legami di tipo lineare $n(h, h_s)$ cioè $n(h, LAI)$ esposti per ciascuno dei 4 intervalli nella relazione (3.22) e rappresentati per un generico h_s in figura 3.5.

$$n = \frac{n_{4-i+1} - n_{4-i}}{h_{s-i+1} - h_{s-i}} \cdot \left[\frac{h}{h_s} - h_{s-i+1} \right] + n_b + n_{4-i+1} \quad (3.22)$$

con $i = 1,2,3,4$ in corrispondenza di ognuno dei 4 intervalli.

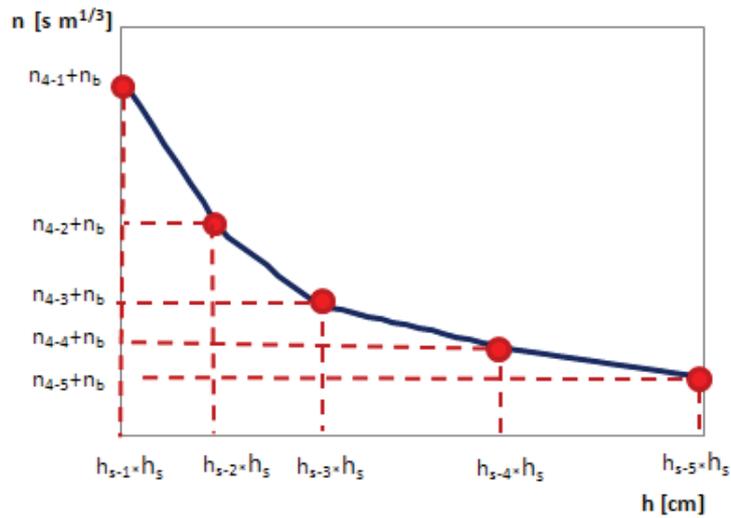


Fig. 3.5. Rappresentazione del legame $n(h, h_s)$ cioè $n(h, LAI)$.

3.2.2 Interazione superficie-evapotraspirazione

La presenza dell'acqua in superficie influenza molti aspetti. In primo luogo influenza l'evapotraspirazione nello schema SVAT, perché il calcolo del calore latente cambia in funzione delle depressioni e delle ostruzioni presenti sull'area. Ciò è matematicamente possibile introducendo rispettivamente due termini, il primo rappresenta la frazione umida sull'area totale, quando il livello dell'acqua è inferiore all'altezza delle depressioni, il secondo equivale a un fattore di sommersione che rappresenta la parziale o totale sommersione della copertura vegetativa.

3.2.2.1 Influenza depressioni

Con la relazione (2.30) è possibile valutare il flusso di calore latente totale λE che è influenzato, quindi, dalla vegetazione presente sull'area, dalla presenza di abbassamenti del livello del suolo e dalla presenza o meno di acqua in superficie. In particolare, con questo tipo di formulazione, che permette di valutare l'influenza di più aspetti sul fenomeno in esame si possono estrapolare dei casi caratteristici. Si vuole evidenziare come il modello sia in grado di riprodurre aspetti di maggiore dettaglio come l'influenza dell'acqua in superficie ed in particolar modo accumulata nei piccoli invasi, sul calcolo del flusso di calore latente.

Nell'equazione (2.30) è presente la frazione umida dell'area totale di una cella di terreno in cui sono presenti delle depressioni, f_{wds} . Si tratta di un coefficiente che varia tra zero ed uno, ed è influenzato dal livello del tirante idrico e dall'altezza della depressione h_{ds} :

$$\begin{aligned} f_{wds} &= 0 & \text{se } h &= 0 \\ f_{wds} &= \frac{h}{h_{ds}} & \text{se } h < h_{ds} \\ f_{wds} &= 1 & \text{se } h \geq h_{ds} \end{aligned} \quad (3.23)$$

dove h è il tirante idrico e h_{ds} è l'altezza delle depressioni.

Considerata una cella di suolo coperta in parte da vegetazione e in parte dalla presenza di un avvallamento di altezza h_{ds} , si possono distinguere tre casi specifici:

- A. Non è presente acqua in superficie, cioè il livello del tirante idrico h è pari a 0 e di conseguenza la frazione umida dell'area totale f_{wds} è uguale a 0, come riportato nella relazione (3.23). Risulta, quindi, impossibile stimare il flusso di calore latente dal velo idrico λE_d , mentre il flusso di calore latente totale dipende esclusivamente dal flusso di calore latente dal suolo nudo λE_g e dalle superfici vegetate λE_f come mostrato nell'equazione (3.24) che è una semplificazione dell'equazione (2.30) e schematizzato nella figura 3.5:

$$\lambda E = (1 - veg) \cdot \lambda E_g + veg \lambda E_f \quad (3.24)$$

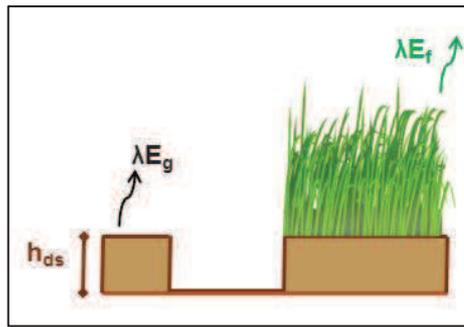


Figura 3.6. Rappresentazione del caso A: non è presente acqua in superficie. Il flusso di calore latente totale dipende esclusivamente dal flusso di calore latente da suolo nudo λE_g e dalle superfici vegetate λE_f .

- B. È presente dell'acqua in superficie, ma il livello del tirante idrico non è tale da superare l'altezza delle depressioni. Ne consegue che $0 < h \leq h_{ds}$ e che $0 < f_{wds} \leq 1$. In tal caso, è necessario stimare sia il flusso di calore latente dal velo idrico λE_d dell'acqua accumulata nei piccoli invasi presenti, che il flusso di calore latente dal suolo nudo λE_g delle aree non bagnate (estese tra h_{ds} e h). Il flusso di calore latente totale viene calcolato con la relazione più generale (2.30) e rappresentato in figura 3.7.

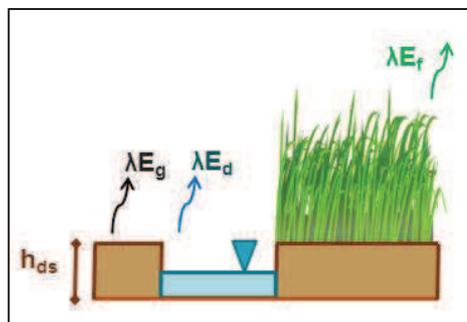


Figura 3.7. Rappresentazione del caso B: è presente acqua in superficie. Il flusso di calore latente totale dipende sia dalla vegetazione, che dalla presenza di acqua negli invasi.

- C. È presente dell'acqua in superficie, ed il livello del tirante idrico è tale da superare l'altezza delle depressioni, cioè $h > h_{ds}$, e di conseguenza la frazione umida dell'area totale f_{wds} è uguale a 1, come riportato nella relazione (3.23). Dunque, non è possibile stimare il flusso di calore latente da suolo nudo λE_g perché l'acqua copre interamente la cella ed il flusso di calore latente totale dipende esclusivamente dal flusso di calore latente dal velo idrico λE_d e dal flusso di calore latente dalle superfici vegetate λE_f come mostrato nell'equazione (3.25) che è una semplificazione dell'equazione (2.30) e schematizzato in figura 3.8.

$$\lambda E = (1 - veg) \cdot \lambda E_d + veg \lambda E_f \quad (3.25)$$

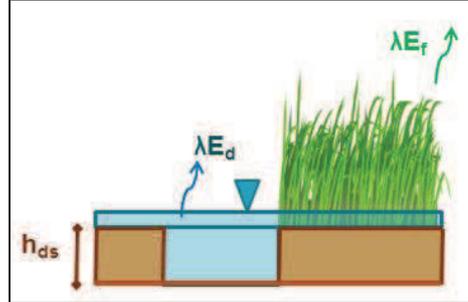


Figura 3.8. Rappresentazione del caso C: è presente acqua in superficie. Il flusso di calore latente totale dipende esclusivamente dal flusso di calore latente dal velo idrico λE_d e dalle superfici vegetate λE_f .

3.2.2.2 Influenza ostruzioni

Le ostruzioni presenti in superficie sono caratterizzate dalle piante e dalla vegetazione, che sono gradualmente sommerse dall'acqua che si accumula in superficie. La parziale o totale sommersione della pianta comporta una diversa quantificazione del flusso di calore latente della componente vegetata λE_f in quanto variano i valori della traspirazione dalla frazione secca E_{tr} e dell'evaporazione dalla frazione umida della vegetazione E_r in funzione della presenza o meno di acqua.

Questa condizione implica una diminuzione progressiva del valore della traspirazione della vegetazione in quanto parte di essa può essere sequenzialmente coperta dall'acqua. Per valutare lo stato di sommersione della pianta si utilizza la variabile f_s . Questa grandezza varia linearmente tra zero ed uno in funzione del tirante idrico h , dell'altezza di vegetazione h_s e del parametro x [-] che è la frazione del valore dell'altezza della vegetazione a partire dal quale inizia ad operare il fattore di sommersimento. L'entità del fattore di sommersimento f_s è riportato nelle relazioni (3.26).

$$\begin{aligned} f_s &= 0 & h < xh_s \\ f_s &= \frac{h - x \cdot h_s}{(1 - x) \cdot h_s} & xh_s \leq h \leq h_s \\ f_s &= 1 & h > h_s \end{aligned} \quad (3.26)$$

Al fine di esaminare come l'aumentare del tirante idrico influenzi sulla graduale sommersione della pianta che a sua volta è legata ad una diversificazione nel calcolo della

traspirazione dalla frazione secca E_{tr} e dell'evaporazione dalla frazione umida della vegetazione E_r , e quindi, in definitiva, alla stima del flusso di calore latente dalla componente vegetata λE_f sono stati raffigurati tre casi significativi. Nelle figure 3.9, 3.10 e 3.11 si descrive come a valori particolari del fattore di sommersione f_s corrisponde una diversa valutazione del flusso di calore latente dalla componente vegetata.

- A. La pianta non è significativamente sommersa dal deflusso; questa condizione implica che il fattore di sommersione è valutabile con la prima tra le relazioni della (3.26) e di conseguenza il flusso del calore latente delle componenti vegetate λE_f è valutato come la somma della quantità di acqua che traspira dalla pianta e della quantità di acqua che evapora dai suoi apparati come riportato nell'equazione (3.27) che è una semplificazione della (2.44). Questo caso è raffigurato in figura 3.9.

$$\lambda E_f = \lambda(\delta_w E_r + (1 - \delta_w) E_{tr}) \quad (3.27)$$

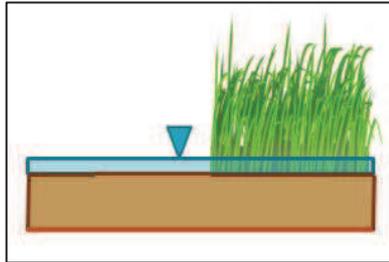


Figura 3.9. Rappresentazione del caso A: la pianta non è significativamente sommersa dall'acqua.

- B. La pianta è parzialmente sommersa dall'acqua; ciò implica che la parte non sommersa della pianta, capace di traspirare e con una superficie fogliare sempre più ridotta, diminuisce gradualmente, e questo comportamento influisce sul calcolo di λE_f . Il fattore di sommersione viene individuato per mezzo della seconda delle relazioni della (3.26), mentre la grandezza λE_f è valutata con l'equazione più generale definita dalla relazione (2.44). Questo caso è rappresentato in figura 3.10.

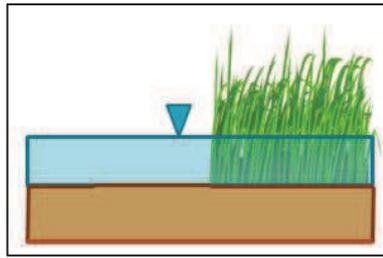


Figura 3.10. Rappresentazione del caso B: la pianta è parzialmente sommersa dall'acqua.

- C. La pianta è completamente sommersa dall'acqua. Questa condizione implica che il fattore di sommersione è valutabile con la terza tra le relazioni della (3.26) e di conseguenza la vegetazione non influenza più il calcolo del flusso di calore latente delle componenti vegetate λE_f , che è funzione della sola evaporazione dalla superficie liquida, come riportato nell'equazione (3.28) che è una semplificazione della (2.44). Questo caso è rappresentato in figura 3.11.

$$\lambda E_f = \lambda E_r = \lambda E_d \quad (3.28)$$

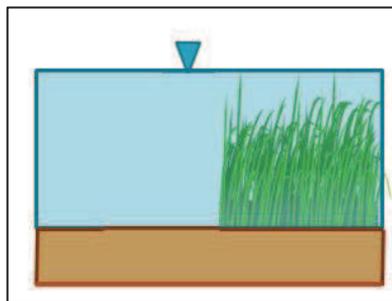


Figura 3.11. Rappresentazione del caso C: la pianta è completamente sommersa dall'acqua.

3.2.3 Interazione superficie-sottosuolo

In secondo luogo, la presenza di acqua in superficie influenza il flusso attraverso l'area totale dell'interfaccia dall'area superficiale a quella sotterranea, dove la conducibilità idraulica verticale risente della presenza del velo idrico.

Il termine di interazione tra la superficie ed il sottosuolo Q_{g0} cioè il flusso attraverso l'area della cella di interfaccia, dal dominio superficiale a quello sotterraneo viene quantificato mediante la relazione:

$$Q_{go} = -f_{wds} AK_{go} [H_g - H_o] \quad (3.29)$$

dove A è l'area, H_g ed H_o sono, rispettivamente il carico idraulico e l'altezza d'acqua in superficie e K_{go} , è la *leakance* tra l'area superficiale e quella sotterranea ed è definita come la permeabilità verticale, intesa come la permeabilità a saturazione diviso due.

In definitiva, il termine Q_{go} influenza due processi: il cambiamento dell'altezza volumetrica vh e la modifica del contenuto di umidità θ , valutato tramite una formulazione θ -based in cui viene sottratto un volume d'acqua alle celle in proporzione del loro contenuto di umidità.

CAPITOLO 4

FORMULAZIONE DISCRETA DIRETTA PER LO SVILUPPO DEL MODELLO ECO-IDROLOGICO ACCOPPIATO CON GLI AUTOMI CELLULARI

4.1 I metodi di modellazione numerica e la formulazione discreta diretta

I metodi di modellazione numerica sono strumenti in grado di rappresentare con un'adeguata precisione, la geometria di un sistema tenendo conto del suo comportamento fisico ed effettuando i debiti calcoli in tempi ragionevoli. Con un appropriato e consono utilizzo della simulazione numerica si ottengono numerosi vantaggi: si riduce il numero di costosi progetti; si migliora la progettazione dell'attrezzatura e se ne allunga la durata; si riduce il tempo di sviluppo del prodotto; si migliora la qualità del prodotto stesso.

Noto, che il discreto in campo matematico rappresenta una composizione di elementi distinti, separati tra loro, un insieme discreto di punti, di conseguenza, descrive, quello costituito da un numero finito o da un'infinità numerabile di punti. Quindi, la discretizzazione rappresenta il processo di trasformazione di modelli matematici ed equazioni continue nelle controparti discrete. In particolare, la discretizzazione delle geometrie di un oggetto tridimensionale consiste nella creazione delle cosiddette *mesh*, che si ottengono dividendo una geometria in elementi contigui più semplici, come triangoli o quadrilateri, che approssimano la geometria stessa.

In generale, il modello matematico di un qualsiasi problema ingegneristico comporta il calcolo, all'interno di un determinato dominio, dell'andamento di una funzione di interesse,

generalmente a più variabili, che soddisfi un'equazione differenziale alle derivate parziali, PDE. I metodi di analisi, permettono di determinare soluzioni approssimate alle equazioni differenziali in un dominio qualsiasi calcolando una funzione discreta piuttosto che continua, in quanto vengono forniti i valori solamente in determinati punti che sono chiamati *nodi della griglia di calcolo*. La soluzione discreta dell'equazione differenziale è calcolata in *volumi elementari* definiti da gruppi di nodi adiacenti che costituiscono gli *elementi finiti*. La contemporanea soluzione in tutti i volumi elementari in cui si suddivide il dominio, imponendo, però, opportune condizioni di congruenza sugli elementi adiacenti costituisce il risultato del modello numerico.

Punto di notevole importanza riguarda la discretizzazione adeguata del dominio di integrazione, al fine di ottenere una soluzione il più possibile vicina a quella esaminata, addensando, ad esempio, i nodi della griglia in prossimità delle zone in cui si prevede un comportamento degno di maggiore attenzione. In un problema di flusso, ad esempio, risulta importante aumentare la quantità di nodi soprattutto laddove si prevede una rapida variazione del gradiente idraulico, cioè in prossimità di pozzi o di sorgenti.

In base a come discretizzare un dominio, è possibile classificare i metodi numerici in due grandi gruppi: i metodi al continuo ed i metodi discontinui.

I metodi al continuo schematizzano il sistema in *unità elementari* di forma geometricamente semplice, come triangoli, quadrilateri, tetraedri, che, pur deformandosi, rimangono costantemente in contatto reciproco attraverso le relative superfici di separazione.

Viceversa, i metodi discontinui, rappresentano il sistema come un insieme di corpi discreti e distinti che interagiscono tra loro solo in caso di reciproco contatto. Il comportamento meccanico del mezzo è descritto tracciando l'andamento delle forze che si sviluppano nei punti di contatto ed i movimenti dei singoli elementi che lo compongono. Infatti, mentre nei metodi al continuo i contatti fra *unità elementari* rimangono invariati indipendentemente dalla risposta del modello, in quelli discontinui vengono aggiornati ad ogni iterazione in base alla posizione ed al movimento relativo dei singoli elementi.

Tra i metodi al continuo, i più noti sono il FEM ed il FDM, che stanno ad indicare, rispettivamente, *Finite Element Method*, ovvero *Metodo degli Elementi Finiti*, e il *Finite Difference Method*, cioè il *Metodo delle differenze finite*. Il primo ha lo scopo di cercare soluzioni approssimate di problemi complessi attraverso la risoluzione di equazioni differenziali alle derivate parziali le quali vengono ridotte ad un sistema di semplici equazioni algebriche. Le equazioni differenziali in questione sono generalmente caratterizzate da un

dominio di forma complessa, o variabile; le soluzioni di tali equazioni differenziali non sono omogenee sul dominio o addirittura mancano di regolarità, esse si conseguono imponendo le condizioni iniziali e quelle al contorno. Il secondo, si basa sull'approssimazione diretta delle equazioni differenziali parziali, ottenuta sostituendo alle derivate parziali delle differenze definite sul dominio del problema. Si tratta quindi di approssimare un continuo in una serie di punti discreti. Anche in questo caso, la soluzione del sistema derivante si consegue imponendo le condizioni iniziali e quelle al contorno.

Tra i metodi discontinui, il più noto è il DEM, *Discrete Element Method*, cioè *Metodo degli elementi discreti*, che schematizza il sistema come un assemblaggio di blocchi connessi tra loro attraverso i relativi punti di contatto. Grandi spostamenti o rotazioni, fratture o completo distacco tra i singoli elementi sono ammessi nel DEM ed impossibili nei metodi FEM o FDM. In particolare, le condizioni di compatibilità sugli spostamenti rappresentano un'importante differenza tra i metodi al continuo e quelli discreti: nei primi la compatibilità deve essere imposta tra elementi interni ed è automatica nel FDM ma non nel FEM; nei secondi non è richiesta poiché è sostituita dai modelli costitutivi di contatto tra unità adiacenti.

In definitiva, i metodi numerici partono dalle equazioni di campo scritte in forma differenziale e ottenute dall'analisi di porzioni infinitesime dei sistemi fisici. La necessità di focalizzare porzioni di spazio molto piccole, tendenti a zero, risiede nel tentativo di ottenere una soluzione esatta con un ottimo grado di approssimazione. Tali metodi costituiscono un valido mezzo di studio per casi ideali dato che si manifestano importanti limiti qualora le geometrie da analizzare non siano regolari e presentino quindi discontinuità geometriche oppure discontinuità nelle proprietà dei materiali o, ancora, particolari condizioni al contorno.

A loro volta, le equazioni differenziali devono essere discretizzate e fatte quindi risalire a dimensioni le quali, nonostante siano molto piccole, sono comunque finite. L'implementazione di queste procedure, però, è in genere complessa ed ha il difetto di perdere il legame con il problema fisico in esame.

Invece, il metodo delle celle si basa su una diversa astuzia, anziché affrontare le equazioni differenziali, esso effettua una formulazione discreta diretta delle leggi fisiche. Fissando l'attenzione direttamente su porzioni di spazio finite, le leggi fisiche del fenomeno in esame sono scritte cioè direttamente in termini discreti, partendo dalle leggi sperimentali. Ciò permette di costruire direttamente in forma algebrica le equazioni del campo fisico studiato conservando l'aderenza alla realtà fisica del problema preso in esame.

L'idea alla base del metodo delle celle e del tipo di analisi implementata nel seguente modello Eco-Idrologico è l'utilizzo della formulazione discreta diretta: non è necessario, quindi, passare dalla forma differenziale del problema alla forma discreta, ma è sufficiente applicare le leggi fisiche elementari su piccole regioni uniformi. Se è considerato un sistema discreto di celle, in cui le celle hanno dimensioni più piccole, la legge costitutiva utilizzata nell'ambito differenziale può essere utilizzata come approssimazione del problema.

Ad esempio, dal momento che la formulazione discreta diretta sviluppata in questo studio sarà applicata solo per un caso particolare della triangolazione di Delaunay, cioè un sistema cubico tridimensionale, il vantaggio principale che si otterrà è lo stesso che si otterrebbe utilizzando uno schema esplicito alle differenze finite o agli elementi finiti, cioè una parallelizzazione efficiente. Tuttavia, se non si utilizza la triangolazione di Delaunay, come nel caso di un sistema di celle irregolari, possono verificarsi due casi. È stato dimostrato che, se si considera un'interpolazione lineare del carico idraulico per le celle, il sistema di equazioni discrete coincide con FEM, se si considera un'interpolazione quadratica, il sistema di equazioni discrete, che è asimmetrico, differisce dallo schema FEM, ottenendo una convergenza del quarto ordine, maggiore di quello ottenuto con FEM utilizzando la stessa interpolazione (Tonti, 2001).

Inoltre, la formulazione discreta diretta è un prerequisito importantissimo per la modellazione basata sugli automi cellulari macroscopici, MCA, che offrono diversi vantaggi computazionali e che sono stati utilizzati come strumento per implementare i moduli del modello descritto nel secondo e terzo capitolo.

4.2 Formulazione discreta diretta per il moto del flusso in un mezzo non saturo

Nel presente paragrafo sono descritte le relazioni che simulano il comportamento del suolo non saturo direttamente in forma discreta, in maniera da scrivere direttamente in forma algebrica le equazioni che studiano la fisica del problema ed adattare all'implementazione nel modello Eco-Idrologico sviluppato. Ciò è possibile attraverso gli Automi Cellulari, estesi per la modellazione di fenomeni macroscopici e che verranno descritti nei paragrafi 4.4 e 4.6.

Come già visto, l'equazione di Richards (2.85) è fortemente non lineare per effetto delle dipendenze del carico piezometrico rispetto sia al contenuto idrico del suolo che alla permeabilità relativa. Tale relazione serve a descrivere l'equazione del flusso idrico sotterraneo tridimensionale, ma, dato che non è possibile passare dalla formulazione

differenziale alla discreta sono state applicate le leggi elementari della fisica in piccole regioni in cui l'uniformità del campo è ottenuta con un grado sufficiente di approssimazione compatibile con quello imposto dai dati di ingresso e richiesto alla soluzione.

A tal fine sono state combinate l'equazione di bilancio di massa e un'equazione costitutiva (Legge di Darcy). La soluzione dell'equazione fornisce le variabili di configurazione del fenomeno nello spazio e nel tempo.

L'equazione del bilancio di massa, scritta in forma discreta, è la seguente (Straface, 1998):

$$\sum_{\alpha} \Phi_{\alpha} + \frac{1}{\rho_c} \frac{\Delta m_c}{\Delta t} = Q_c \quad (4.1)$$

dove il pedice c indica la cella su cui si effettua il bilancio di massa idrica, α è la generica direzione ottenuta dalla congiungente il baricentro della cella c con quello della cella attigua, Φ_{α} è il flusso di massa [L^3T^{-1}], m_c è la massa contenuta in una singola cella c [M], ρ_c è la densità del fluido [ML^{-3}], Δt è l'intervallo di tempo [T] e Q_c è il termine sorgente di massa [L^3T^{-1}]. Quest'equazione è valida sia per i nodi interni del dominio discreto sia per i nodi che ne costituiscono il bordo.

Il flusso di massa è fornito dall'equazione di Darcy, che in termini discreti diventa:

$$\Phi_{\alpha} = -K_{ac} \left(\frac{H_{\alpha} - H_c}{l_{\alpha}} \right) A_{\alpha} = -K_{ac} A_{\alpha} I_{\alpha} \quad (4.2)$$

dove K_{ac} è la media della conducibilità idraulica fra la cella c e quella contigua, (è costante in un mezzo poroso saturo mentre è funzione della pressione capillare nel mezzo non saturo), I_{α} è il gradiente idraulico ed è funzione del carico idraulico H , mentre A_{α} è l'area della superficie attraverso cui transita il flusso Φ_{α} .

Per fluido incomprimibile ed indipendente dalla densità, la variazione del contenuto di massa nel tempo diventa:

$$\frac{\Delta m_c}{\Delta t} = V_c \frac{\Delta \theta_c}{\Delta t} \rho_c \quad (4.3)$$

nella quale θ è il contenuto idrico. Indicando con $\psi_o = p_o/\gamma_w$ il carico capillare, con $C_c(\psi)$ la capacità specifica di ritenzione (Bear, 1972) ed applicando la *chain rule* all'equazione (4.3) si perviene alla seguente variazione del contenuto d'umidità nel tempo:

$$\frac{\Delta\theta_c}{\Delta t} = \frac{\Delta\theta_c}{\Delta H_c} \frac{\Delta H_c}{\Delta t} = C_c \frac{\Delta H_c}{\Delta t} \quad (4.4)$$

Sostituendo questa equazione insieme a quella del moto di flusso all'interno dell'equazione di bilancio di massa si ottiene l'equazione del flusso idrico in un mezzo non saturo nella sua forma completa:

$$\sum_{\alpha} -K_{ac}(\Psi_c) \cdot \frac{H_{\alpha} - H_c}{l_{\alpha}} \cdot A_{\alpha} + \frac{\Delta H_c}{\Delta t} \cdot V_c \cdot C_c = Q_c \quad (4.5)$$

L'equazione (4.5) è stata rielaborata al fine di dimostrare che essa rappresenta la formulazione discreta dell'equazione di Richards tridimensionale. Questa equazione viene applicata al fine di ottenere per la singola cella, al passo temporale successivo il nuovo valore del carico idraulico H .

Il termine incognito dell'equazione di bilancio è ΔH_c , indicante la variazione di carico nella cella in analisi tra l'istante t e l'istante $t+\Delta t$. Tale termine è dato dall'interazione della cella in analisi con tutte le celle del vicinato, per tutte le possibili direzioni. Considerando la generica direzione α , si avrà che la variazione di carico ΔH_{ac} nella cella in analisi, dovuta solo all'interazione con la cella vicina nella direzione α , è pari a:

$$\Delta H_{ac} = \frac{\Delta t}{V_c \cdot C_c} \cdot \left[Q_c + K_{ac} \cdot \left(\frac{H_{\alpha} - H_c}{l_{\alpha}} \right) \cdot A_{\alpha} \right] \quad (4.6)$$

Considerato che la variazione del carico idraulico ΔH_{ac} nella cella c è dovuta all'interazione con tutto il vicinato, come si evince nella relazione (4.7), il nuovo valore del carico idraulico all'istante $t+\Delta t$ può essere valutato con l'equazione proposta dalla (4.8).

$$\Delta H_c = \sum_{\alpha} \Delta H_{ac} \quad (4.7)$$

$$H_c = H_c + \Delta H_c = H_c + \sum_{\alpha} \Delta H_{ac} \quad (4.8)$$

A partire da questo nuovo valore sarà possibile ricavare il carico capillare:

$$\Psi = H - z \quad (4.9)$$

dove z è la quota geodetica della cella e , di conseguenza, aggiornare nuovamente le proprietà idrauliche del suolo e riapplicare l'equazione di bilancio (4.5) per un nuovo intervallo temporale.

Nella figura 4.1 sono riportate le tre direzioni del caso tridimensionale, la cella in esame c e le celle contigue α nelle tre direzioni. Per semplicità, in figura 4.2 è rappresentata la cella in esame c nel piano XY , le celle contigue i e j per la direzione sull'asse Z e le celle contigue k e p per la direzione sull'asse Y . Per ogni interazione tra la cella c e la vicina è riportato il contributo del carico idraulico $\Delta H_{\alpha c}$ e per agevolare la rappresentazione del caso non è stato considerato alcun termine sorgente, $Q_c = 0$, ed i termini legati alle dimensioni spaziali sono stati semplificati considerando l'automa composto da celle cubiche per cui $V_c = l^3$ e $A_\alpha = l^2$.

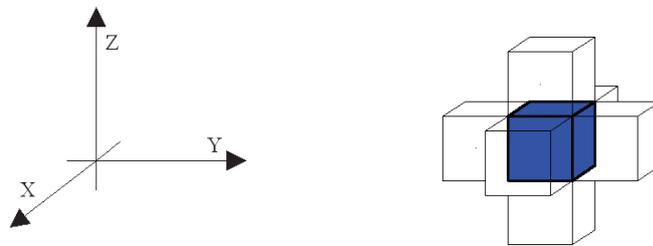


Fig. 4.1. Le tre direzioni raffigurano le tre direzioni del caso tridimensionale. La cella colorata in blu rappresenta la cella in esame c , mentre le celle contigue α sono quelle colorate in bianco e sono due per ciascuna delle tre direzioni.

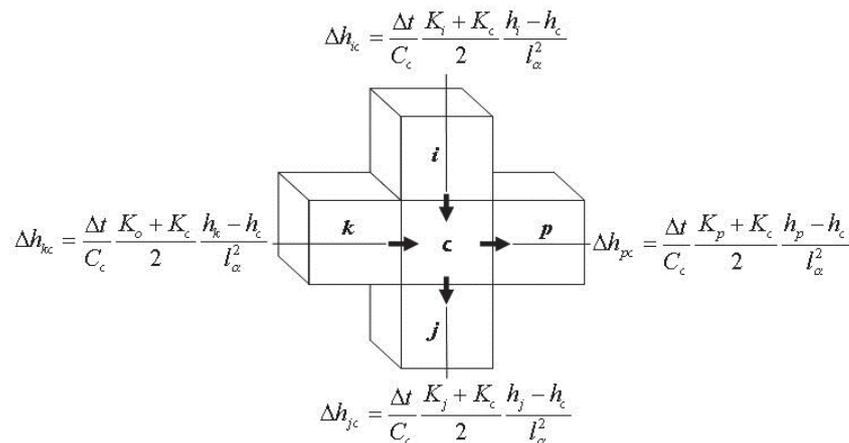


Fig. 4.2. Rappresentazione del contributo del carico idraulico $\Delta H_{\alpha c}$ per la cella in esame c nel piano YZ .

Una particolare nota meritano l'area della superficie A_α , attraverso cui transita il flusso Φ_α e la distanza l_α tra i centri di due celle c ed α , che sono presenti nell'equazione (4.6) e possono

essere individuate, rispettivamente, secondo le relazioni (4.10) e (4.12), (4.11) e (4.13) a seconda della posizione che la cella α occupa rispetto alla cella c . Nel primo caso, rappresentato in figura 4.3, le celle c ed α si trovano sullo stesso asse Z , per cui l_α equivale al lato l_y della cella, la quale ha dimensioni $l_x \cdot l_z \cdot l_y$, mentre l'area A_α è proprio l'area della cella individuata con la relazione (4.10).

$$A_\alpha = l \cdot l \quad (4.10)$$

$$l_\alpha = l_y \quad (4.11)$$

Nel secondo caso, rappresentato in figura 4.4, le celle c ed α si trovano sullo stesso asse X o sullo stesso asse Y , in modo tale che A_α ed l_α tengano conto delle differenze di quota e della pendenza. In particolare, A_α è la superficie di contatto tra due celle ed è normale alla direzione l_α .

$$A_\alpha = l \cdot l \cdot \frac{l_y}{l_\alpha} \quad (4.12)$$

$$l_\alpha = \sqrt{l^2 + \Delta z^2} \quad (4.13)$$

La differenza di quota tra due celle Δz , è rappresentata con la seguente relazione:

$$\Delta z = (z_\alpha - z_c) \quad (4.14)$$

dove z_c è la quota della cella in esame c , mentre z_α è la quota delle celle adiacente alla cella in esame nelle direzioni Y e X , come riportato in figura 4.5.

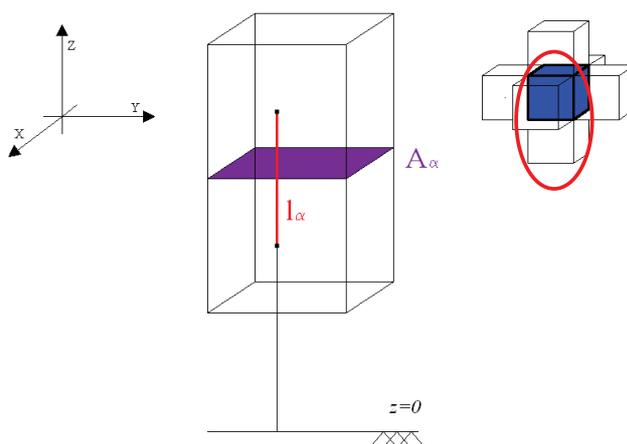


Fig. 4.3. Rappresentazione delle variabili A_α ed l_α per due celle che si trovano sull'asse Z.

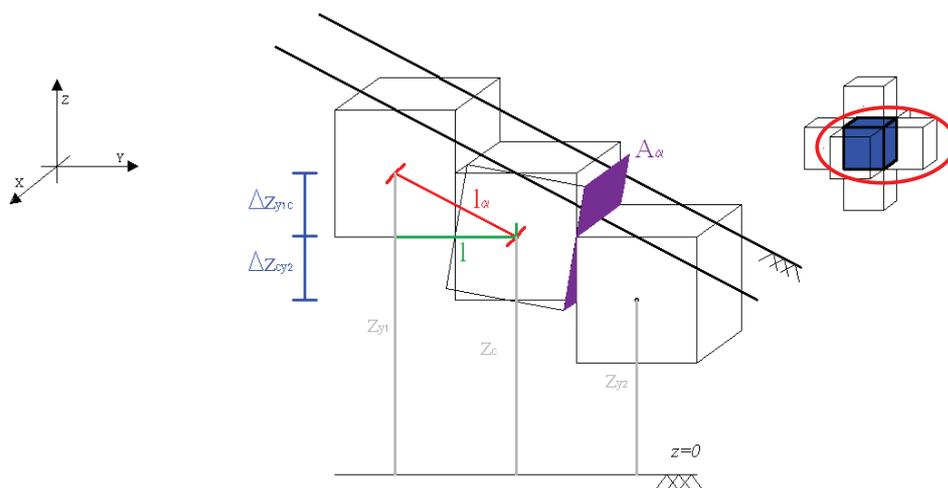


Fig. 4.4. Rappresentazione delle variabili A_α ed l_α per due celle che si trovano sull'asse X o Y.

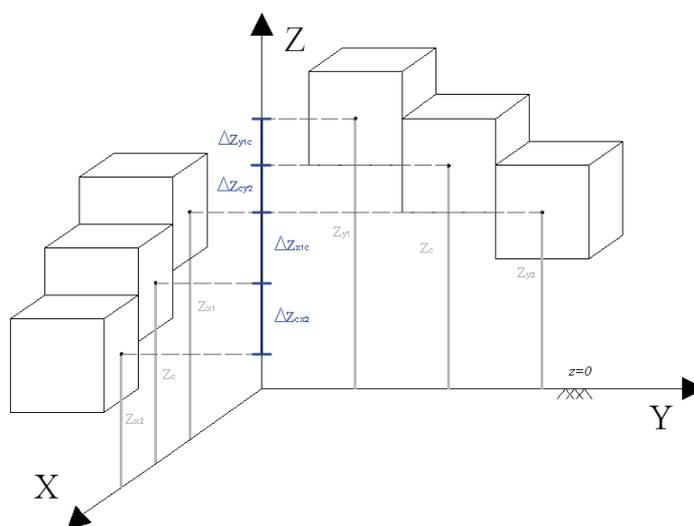


Fig. 4.5. Rappresentazione della differenza di quota z_α per più celle nelle direzioni X e Y.

4.3 Formulazione discreta diretta per il moto del flusso in superficie

Per descrivere l'equazione che regola la generazione e la propagazione dello scorrimento superficiale, si è partiti da considerazioni analoghe a quelle fatte per l'elaborazione della formulazione discreta dell'equazione di Richards tridimensionale per il flusso idrico nel suolo non saturo. A tal fine sono state combinate la relazione relativa all'equazione di bilancio di massa (4.1) e l'equazione del moto di propagazione superficiale (4.15). La portata Q è, infatti, ottenuta usando l'equazione di Chezy con il coefficiente di Manning per valutare la resistenza (Tucciarelli, 2004):

$$Q = \frac{-R^{2/3}}{n} \frac{\partial H / \partial x}{\sqrt{|\partial H / \partial x|}} A \quad (4.15)$$

dove R è il raggio idraulico, H è il carico idraulico, x è la generica direzione ed n è il coefficiente di Manning. Adottando un modello di tipo diffusivo come approssimazione delle equazioni di Saint Venant., e combinando le due relazioni si ottiene l'equazione discreta del flusso idrico per una *mesh* regolare:

$$\Phi_\alpha = \frac{-R_{ac}^{2/3}}{n_{ac}} \sqrt{\left(\frac{(h_c + z_c) - (h_\alpha + z_\alpha)}{l_{ac}} \right)} A_{ac} \quad (4.16)$$

dove α è la generica direzione ottenuta congiungendo il baricentro della cella c con una delle celle adiacenti, R_{ac} ed n_{ac} , sono, rispettivamente, il raggio idraulico ed il coefficiente di Manning, nel punto di adiacenza tra la cella c ed una delle due celle contigue nella direzione α , h_c ed h_α sono rispettivamente il tirante idrico per la cella c e per quella contigua α , z_c e z_α sono rispettivamente le quote geodetiche per la cella c e per quella contigua α , l_{ac} è la distanza tra i centri delle celle c ed α , mentre A_{ac} è l'area della superficie attraverso cui transita il flusso Φ_α . Sia R_{ac} che n_{ac} sono calcolati come funzioni del tirante idrico relativo alle due celle, h_{ac} .

Analogamente al caso del flusso idrico nel non saturo, si descrive la variazione di massa nel tempo per la cella come:

$$\frac{\Delta m_c}{\Delta t} = A_c \frac{\Delta h_c}{\Delta t} \rho_c \quad (4.17)$$

dove ρ_c è la densità della cella c , Δh_c è la variazione del tirante idrico per la cella c , A_c è l'area della facciata superficiale orizzontale della cella c valutata con la relazione:

$$A_c = l^2 \quad (4.18)$$

Sostituendo l'equazione (4.16) insieme a quella del moto di flusso (4.17) all'interno dell'equazione di bilancio di massa (4.1) si ottiene l'equazione che descrive la propagazione dello scorrimento superficiale nella sua forma completa:

$$\sum_{\alpha} \frac{-R_{ac}^{2/3}}{n_{ac}} \sqrt{\frac{(h_c + z_c) - (h_{\alpha} + z_{\alpha})}{l_{\alpha}}} \cdot A_{\alpha} + \frac{\Delta h_c}{\Delta t} \cdot A_c = Q_c \quad (4.19)$$

L'equazione (4.19) descrive la propagazione idrica in superficie secondo una forma discreta basata su un approccio di tipo fisico. Essa viene applicata ad ogni cella del dominio al fine di ottenere per la singola cella, al passo temporale successivo, il nuovo valore del tirante idrico h analogamente ad un approccio di tipo esplicito.

Il termine incognito dell'equazione di bilancio è Δh_c , indicante la variazione di tirante idrico nella cella in analisi tra l'istante t e l'istante $t + \Delta t$. Tale termine è dato dall'interazione della cella in analisi con tutte le celle del vicinato, per le possibili direzioni orizzontali X e Y . Considerando la generica direzione α , si avrà che la variazione del tirante idrico Δh_{ac} nella cella in analisi, dovuta solo all'interazione con la cella vicina nella direzione α , è pari a:

$$\Delta h_c = \frac{\Delta t}{A_c} \left(Q_c + \sum_{\alpha} \frac{R_{ac}^{2/3}}{n_{ac}} \sqrt{\frac{(h_c + z_c) - (h_{\alpha} + z_{\alpha})}{l_{\alpha}}} \cdot A_{\alpha} \right) \quad (4.20)$$

Considerato che la variazione del tirante idrico Δh_{ac} nella cella c è dovuta all'interazione con il vicinato nelle direzioni orizzontali X e Y :

$$\Delta h_c = \sum_{\alpha} \Delta h_{ac} \quad (4.21)$$

Il nuovo valore del tirante idrico all'istante $t + \Delta t$ è pari a:

$$h_c = h_c + \Delta h_c = h_c + \sum_{\alpha} \Delta h_{ac} \quad (4.22)$$

Una particolare nota meritano, anche in questo paragrafo, la distanza l_α tra i centri di due celle c ed α , l'area A_{ac} ed il raggio idraulico R_{ac} nel punto di adiacenza tra la cella c ed una delle due celle contigue nella direzione α .

In particolare, come per le sezioni composte, in cui la parete fittizia non viene conteggiata nel calcolo del contorno bagnato, il raggio idraulico della cella c , R_c , ed il raggio idraulico della cella contigua α , R_α , sono pari rispettivamente ai valori del tirante idrico della cella c , h_c e della cella contigua α , h_α :

$$R = \frac{l \cdot h}{l} = h \quad (4.23)$$

ove l è il lato della cella e h è l'altezza del tirante idrico.

Affinché la corrente sia in condizioni lineari e gradualmente variate, le sezioni trasversali devono essere trattate non soltanto come sezioni piane ma anche verticali. Quindi, per considerare le sezioni trasversali normali al piano campagna e le sezioni trasversali normali al pelo libero dell'acqua e valutare l'effetto della pendenza del fondo e della pendenza della corrente, bisogna valutare, oltre alla distanza l_α calcolata tramite le relazioni (4.11) o (4.12) in base alla posizione che occupano tra loro le due celle, la distanza l_d :

$$l_d = \sqrt{l^2 + \Delta H^2} \quad (4.24)$$

dove ΔH [L] è la differenza dell'altezza del livello idrico dal piano di riferimento:

$$\Delta H = h_c + z_c - (h_\alpha + z_\alpha) \quad (4.25)$$

dove col pedice c si valutano al solito le grandezze inerenti alla cella in esame e col pedice α le grandezze relative alle celle contigue nella direzione α , che possono essere le direzioni orizzontali X e Y , come riportato in figura 4.6.

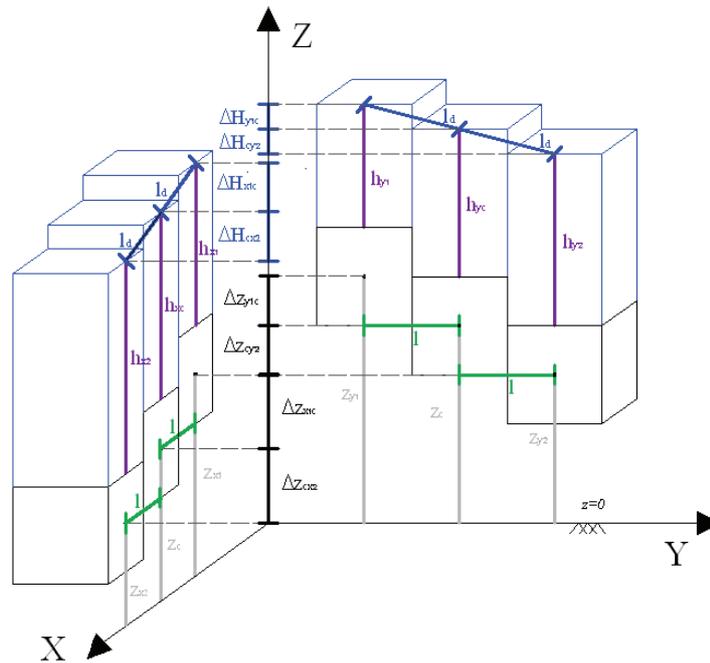


Fig. 4.6. Rappresentazione dei termini relativi alla differenza dell'altezza del livello idrico dal piano di riferimento, ΔH , nelle direzioni X e Y .

Nel modello è stata valutata una distanza intermedia l_i per mezzo della relazione (4.26) e rappresentata in figura 4.7.

$$l_i = \frac{l_d + l_a}{2} \quad (4.26)$$

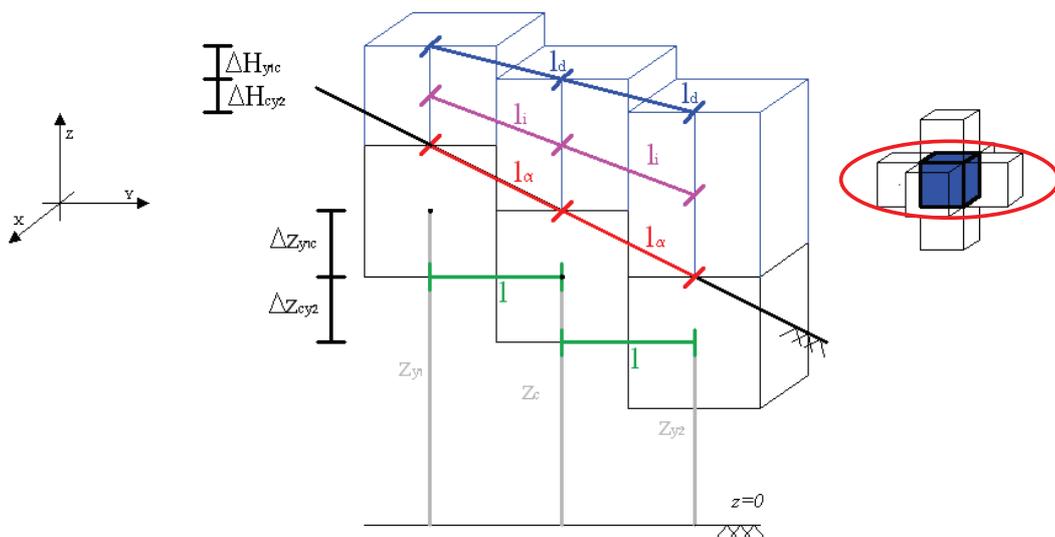


Fig. 4.7. Rappresentazione delle sezioni trasversali normali al piano campagna e delle sezioni trasversali normali al pelo libero dell'acqua.

Quindi il raggio idraulico R_{ac} e dell'area della sezione bagnata A_{ac} tra la cella c e la cella contigua α in funzione del flusso idrico e della pendenza del fondo si utilizzano le relazioni:

$$R_{ac} = h_{ac} \cdot \frac{l}{l_i} \quad (4.27)$$

$$A_{ac} = h_{ac} \cdot \frac{l}{l_i} \cdot l \quad (4.28)$$

dove l/l_i indica l'inclinazione a cui la cella è soggetta e la relazione migliore per valutare h_{ac} ed evitare i problemi di stabilità numerica introdotti nel quinto capitolo.

Sostituendo le relazioni (4.27) e (4.28), all'interno dell'equazione (4.20), e considerando il termine sorgente $Q_c = 0$ si ottiene la formulazione:

$$\Delta h_c = \frac{\Delta t}{l} \cdot \sum_{\alpha=1}^4 (h_{ac})^{5/3} \cdot \left(\frac{l}{l_i}\right)^{5/3} \cdot \frac{1}{n_{ac}} \cdot \sqrt{\frac{(h_c + z_c) - (h_\alpha + z_\alpha)}{l_d}} \quad (4.29)$$

Tale relazione mostra come la variazione del tirante idrico tra un istante e il successivo sia dipendente dalla variazione di carico idraulico, dal coefficiente di Manning e dal valore del tirante idrico nelle celle interessate.

4.3.1 Introduzione dell'altezza volumetrica

Dato che l'equazione dello scorrimento superficiale è stata modificata al fine di implementare gli aspetti relativi alle depressioni e alle ostruzioni, come spiegato nel capitolo 3.2.1, anche le formulazioni discrete risentono della presenza degli avvallamenti e della vegetazione. La prima modifica è relativa alla descrizione della variazione di massa rispetto al tempo (4.17) in cui la variabile Δh_c viene sostituita con la grandezza $\Delta v h_c$:

$$\frac{\Delta m_c}{\Delta t} = A_c \frac{\Delta v h_c}{\Delta t} \rho_c \quad (4.30)$$

dove il pedice c indica la cella su cui si effettua il bilancio di massa idrica e $\Delta v h_c$ è la variazione dell'altezza volumetrica (grandezza introdotta nel capitolo 3.2.1) per la cella c . eseguendo gli stessi passaggi effettuati nel paragrafo 4.3 si ottiene la relazione analoga

all'equazione dello scorrimento superficiale (4.19) in cui al posto del tirante idrico h_c viene sostituita l'altezza volumetrica vh_c :

$$\sum_{\alpha} \frac{-R_{ac}^{2/3}}{n_{ac}} \sqrt{\frac{(h_c + z_c) - (h_{\alpha} + z_{\alpha})}{l_{\alpha}}} \cdot A_{\alpha} + \frac{\Delta vh_c}{\Delta t} \cdot A_c = Q_c \quad (4.31)$$

Come già fatto per l'equazione generale (4.20) e per l'equazione semplificata (4.29) in cui le celle hanno dimensioni $l \cdot l$, il raggio idraulico R_{ac} e l'area della sezione bagnata A_{ac} sono state ricavate con le relazioni (4.27) e (4.28) ed è stato ipotizzato il termine sorgente $Q_c = 0$, è stato isolato il termine incognito dell'equazione di bilancio Δvh_c :

$$\Delta vh_c = \frac{\Delta t}{A_c} \left(Q_c + \sum_{\alpha} \frac{R_{ac}^{2/3}}{n_{ac}} \sqrt{\frac{(h_c + z_c) - (h_{\alpha} + z_{\alpha})}{l_{ac}}} \cdot A_{ac} \right) \quad (4.32)$$

$$\Delta vh_c = \frac{\Delta t}{l} \cdot \sum_{\alpha=1}^4 (h_{ac})^{5/3} \cdot \left(\frac{l}{l_i} \right)^{5/3} \cdot \frac{1}{n_{ac}} \cdot \sqrt{\frac{(h_c + z_c) - (h_{\alpha} + z_{\alpha})}{l_d}} \quad (4.33)$$

Il termine incognito dell'equazione di bilancio è Δvh_c , indicante la variazione di altezza volumetrica nella cella in analisi tra l'istante t e l'istante $t+\Delta t$. Analogamente a quanto già visto anche la variazione di altezza volumetrica Δvh_c è data dall'interazione della variazione di altezza volumetrica Δvh_{ac} nella cella in analisi con tutte le celle del vicinato, per le possibili direzioni orizzontali X e Y :

$$\Delta vh_c = \sum_{\alpha} \Delta vh_{ac} \quad (4.34)$$

Il nuovo valore dell'altezza volumetrica all'istante $t+\Delta t$ è dato dalla relazione:

$$vh_c = vh_c + \Delta vh_c = vh_c + \sum_{\alpha} \Delta vh_{ac} \quad (4.35)$$

La variazione di altezza volumetrica Δvh_c è influenzata dalla variazione di carico idraulico, dalla quota geodetica e dal valore del tirante idrico. In particolare, l'acqua si muove dalla cella con carico idraulico maggiore verso la cella col carico idraulico inferiore simulando la reale propagazione dell'acqua da una cella all'altra.

In figura 4.8 sono riportate le direzioni del caso bidimensionale, la cella in esame c e le celle contigue α nelle due direzioni. Per semplicità, in figura 4.9 è rappresentata la cella in esame c nel piano XY , le celle contigue i e j per la direzione sull'asse Z e le celle contigue k e p per la direzione sull'asse Y . e il contributo della variazione di altezza volumetrica $\Delta v h_{ac}$ delle 4 celle vicine nelle direzioni α , X e Y , con una linea più spessa, due delle quali, hanno un carico idraulico maggiore della cella c che a sua volta ha un carico idraulico maggiore delle altre due celle vicine, per cui la circolazione del deflusso è approssimata dalle frecce rappresentate.

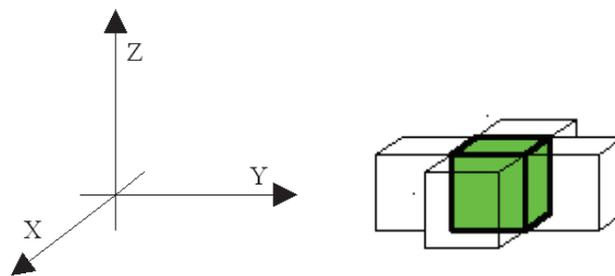


Fig. 4.8. Le tre direzioni raffigurano le tre direzioni del caso tridimensionale. La cella colorata in verde rappresenta la cella in esame c , mentre le celle contigue α sono quelle colorate in bianco e sono due per ciascuna delle due direzioni.

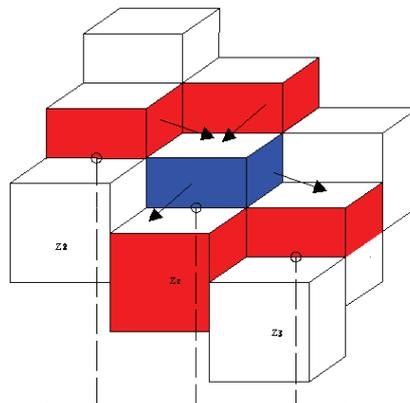


Fig. 4.9. Rappresentazione dell'automa cellulare AC, rappresentazione di una cella in superficie e rappresentazione del contributo della variazione di altezza volumetrica $\Delta v h_{ac}$ per la cella in esame c nel piano XY .

4.4 Gli Automi Cellulari

Gli Automi Cellulari, AC sono modelli di calcolo parallelo la cui evoluzione è regolata da leggi locali. Possono essere definiti come uno spazio suddiviso in celle regolari, ognuna delle quali può trovarsi in un numero finito di stati. Ogni cella dell'AC ingloba, infatti, un automa

finito. Al tempo t pari a 0 le celle sono in uno stato arbitrario e l'AC evolve cambiando gli stati degli automi finiti a passi discreti di tempo applicando nello stesso momento ad ogni cella la stessa legge, o funzione di transizione. L'input per ciascuna cella è dato dagli stati delle celle vicine e le condizioni di vicinato sono determinate da una relazione geometrica, invariante nel tempo e nello spazio. In altri termini, la dinamica del sistema emerge in maniera non banale dalla mutua interazione delle sue componenti elementari e, anche a fronte di leggi d'interazione semplici, il comportamento macroscopico può risultare estremamente complesso.

Nello specifico, gli AC si prestano particolarmente bene alla modellazione e simulazione di quei sistemi caratterizzati da numerosi costituenti elementari in mutua interazione. Un esempio esplicativo è rappresentato dallo studio del comportamento dei fluidi, considerati a livello microscopico come sistemi di particelle, tramite modelli computazionali noti con il nome di Gas Reticolari (*Succi, 1991*).

Gli automi cellulari (AC) sono sistemi dinamici in cui lo spazio, il tempo e gli stati delle grandezze sono ipotizzati come quantità discrete.

4.4.1 Definizione informale

Nel primo lavoro di von Neumann è stata introdotta la prima definizione informale di AC e descritte le principali proprietà:

- Un Automa Cellulare è formato da uno spazio d -dimensionale suddiviso in celle regolari o da un reticolo regolare d -dimensionale; ciò vuol dire che l'automa cellulare può essere unidimensionale, bidimensionale o tridimensionale. In particolare, nel caso di Automi Cellulari bidimensionali, si possono adottare spazi cellulari con celle triangolari, quadrate o esagonali, mentre per Automi Cellulari tridimensionali si scelgono, solitamente, celle cubiche. Il modello Eco-Idrologico sviluppato nel seguente lavoro di tesi è stato implementato per mezzo di un Automa Cellulare tridimensionale con celle cubiche. La figura 4.10 illustra alcuni esempi di spazi cellulari in una, due e tre dimensioni.

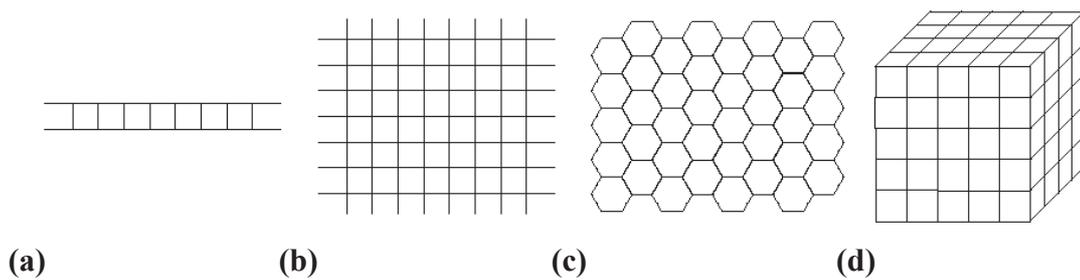


Figura 4.10. Esempi di spazi cellulari (a) unidimensionale, (b) bidimensionale con celle quadrate, (c) bidimensionali con celle esagonali e (d) tridimensionale con celle cubiche .Tratto da D'Ambrosio, 2004.

- il numero di stati della cella è finito. Nei primi studi, quando l'Automa Cellulare era visto come un modello computazionale astratto (Codd, 1968; Thatcher, 1970) il numero di stati della cella era, solitamente, abbastanza piccolo, mentre Di Gregorio & Serra, (1999) in un loro lavoro hanno pubblicato che può essere necessario un numero di stati della cella abbastanza grande affinché il modello sia significativo;
- l'evoluzione avviene a passi discreti;
- ogni cella cambia di stato simultaneamente a tutte le altre in accordo alla stessa regola di transizione;
- la regola di transizione dipende dallo stato della cella stessa e dallo stato delle celle vicine ed indica la funzione secondo il quale determinare il nuovo stato di ogni cella;
- la relazione di vicinanza cui ci si riferirà con il nome di cella centrale, dipende dalla geometria delle celle. Tale relazione deve essere: locale, cioè deve coinvolgere solo un numero limitato di celle in prossimità della cella centrale; omogenea, cioè la stessa per ogni cella dello spazio cellulare; invariante nel tempo. La figura 4.11 illustra diverse tipologie di vicinato: (a) il vicinato di von Neumann; (b) quello di Moore per Automi Cellulari con tassellazione quadrata; (c) il tipico vicinato per Automi Cellulari con tassellazione esagonale.

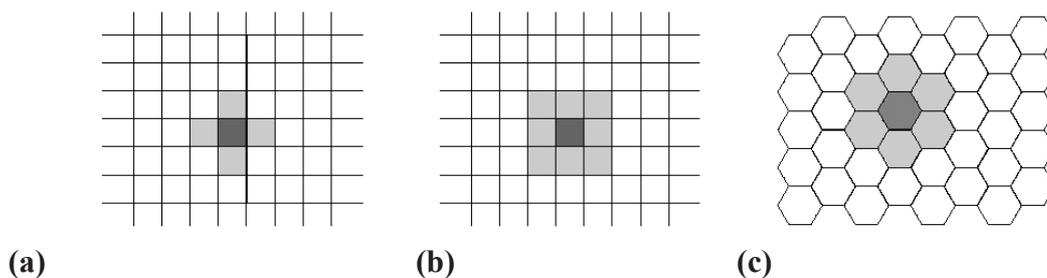


Figura 4.11. Vicinati di von Neumann (a) e di Moore (b) per un Automa Cellulare bidimensionale con tassellazione quadrata e vicinato esagonale (c) per un Automa Cellulare bidimensionale con tassellazione

esagonale. Le celle in grigio scuro identificano la cella centrale, quelle in grigio chiaro le vicine. Tratto da: *D'Ambrosio, 2004.*

4.4.2 Definizione formale

La definizione formale presentata coincide con la definizione di AC omogeneo deterministico, definizione a cui possono ricondursi molti altri enunciati.

Come già accennato, ogni cella dell'AC ingloba un identico automa finito. Nel caso specifico dell'AC omogeneo deterministico, si tratta di un automa finito anch'esso omogeneo e deterministico.

Un automa finito af , è un sistema che può trovarsi in un numero finito di stati differenti e, come conseguenza di qualche ingresso, può effettuare una transizione da uno stato ad un altro.

L'AC omogeneo deterministico può essere definito come una quadrupla:

$$AC = \langle \mathbb{Z}^d, Q, X, \sigma \rangle \quad (4.36)$$

dove:

$\mathbb{Z}^d = \{i \equiv (i_1, i_2, \dots, i_d) \mid i_k \in \mathbb{Z} \forall k = 1, 2, \dots, d\}$ è l'insieme dei punti del reticolo d-dimensionale che definisce lo spazio cellulare dell'AC; \mathbb{Z} è l'insieme dei numeri interi;

Q è l'insieme finito degli stati dell'automa elementare;

$X = \{\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_{m-1}\}$ è l'insieme finito degli m vettori d-dimensionali $\xi_j = \{\xi_{j1}, \xi_{j2}, \dots, \xi_{jd}\}$ che definiscono $V(X, i) = \{i + \xi_0, i + \xi_1, \dots, i + \xi_{m-1}\}$, l'insieme delle coordinate delle celle vicine alla generica cella i di coordinate (i_1, i_2, \dots, i_d) ; X è detto indice o relazione di vicinanza;

$\sigma: Q^m \rightarrow Q$ è la funzione di transizione deterministica dell'automa elementare.

È possibile esplicitare il concetto di vicinato attraverso un esempio. Nel caso dell'Automa Cellulare bidimensionale con vicinato di von Neumann rappresentato in figura 4.11 a) e la cella i di coordinate $(7,7)$. La relazione di vicinanza che definisce il vicinato di von Neumann è:

$$X = \{\xi_0, \xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4\} = \{(0,0), (0,-1), (1,0), (0,1), (-1,0)\}$$

Pertanto, l'insieme delle coordinate delle celle vicine alla cella i è definito dall'insieme:

$$\begin{aligned}
 V(X, i) &= \{i + \xi_0, i + \xi_1, i + \xi_2, i + \xi_3, i + \xi_4\} \\
 &= \{(7,7) + (0,0), (7,7) + (0,-1), (7,7) + (1,0), (7,7) + (0,1), (7,7) + (-1,0)\} \\
 &= \{(7,7), (7,6), (8,7), (7,8), (6,7)\}
 \end{aligned}$$

4.5 Modellazione con automi cellulari

Per mezzo degli Automi Cellulari è stato introdotto un approccio nuovo nella modellazione di fenomeni complessi che evolvono sulla base di leggi locali. Le potenzialità degli AC nella modellazione e simulazione di sistemi fisici complessi sono state mostrate dai Gas Reticolari e dai modelli di Boltzmann su reticolo che sono stati applicati, peraltro, alla simulazione della turbolenza dei fluidi. Tuttavia il loro ambito d'applicabilità non include, in generale, fenomeni macroscopici, come l'evoluzione di frane, di colate laviche o detritiche, dei fenomeni di infiltrazione di acqua e/o contaminanti nel suolo, che evolvono in contesti puramente tridimensionali (anche se *Rothman*, 1988, e *Di Pietro*, 1993, hanno mostrato che questi metodi si applicano al flusso macroscopico di tipo Darcy nel saturo).

Negli ultimi decenni sono stati proposti numerosi modelli empirici basati sugli AC per la simulazione di fenomeni macroscopici complessi, ad esempio per la simulazione dell'erosione del suolo (*Smith*, 1991; *Murray & Paola*, 1994; *D'Ambrosio et al.*, 2001), dei flussi lavici (*Barca et al.*, 1994; *Miyamoto & Sasaki*, 1997; *Crisci et al.*, 2003), dei flussi detritici (*Segre & Deangeli*, 1995; *Malamud & Turcotte*, 1999; *Di Gregorio et al.*, 1999a). Tra gli studi proposti ad oggi per la modellazione a livello macroscopico del flusso d'acqua in mezzi non saturi tramite gli Automi Cellulari, il lavoro pubblicato da *Mendicino* (2006) rappresenta il primo esempio di modellazione in idrologia in grado di sviluppare un modello tridimensionale capace di simulare il flusso dell'acqua nel suolo non saturo.

Anche se in linea di principio l'AC è sufficiente alla modellazione e simulazione di fenomeni naturali che evolvono su scala macroscopica, la loro complessità suggerisce un'estensione dell'originario paradigma.

Per la modellazione di fenomeni naturali macroscopici che si estendono nello spazio sono richieste condizioni di maggior dettaglio per estendere l'originario paradigma computazionale degli AC: corrispondenza spaziale univoca tra le celle dell'AC e la regione in cui evolve il fenomeno; deve essere fissato il tempo equivalente a un passo di calcolo dell'AC. In particolare, la dimensione della cella e il *clock* dell'AC sono definiti *parametri*, dato che i loro

valori sono assunti costanti per tutto l'arco della simulazione ed insieme ad altri eventuali parametri solitamente necessari ai fini della simulazione, costituiscono l'insieme P dei parametri dell'AC.

Lo stato della cella deve tenere in considerazione tutte le caratteristiche che sono ritenute rilevanti per l'evoluzione del sistema. Nell'approccio in esame ogni caratteristica corrisponde a un *sottostato*, i cui valori devono formare un insieme finito del tipo $Q = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_n\}$.

L'insieme Q di tutti i possibili valori dello stato della cella è, dunque, espresso come prodotto cartesiano degli elementi di S :

$$Q = Q_1 \times Q_2 \times \dots \times Q_n \quad (4.37)$$

Per consentire una efficace descrizione dei vari fenomeni naturali, ogni sottostato è rappresentato da un numero che può assumere un valore intero appartenente a un insieme finito di valori o un valore reale ed in questo caso lo stato diventa continuo. Inoltre, tale rappresentazione dello stato è adatta per modellare il fenomeno tramite un linguaggio di programmazione cellulare (*Spezzano & Talia, 1998*) ed è rappresentato da un insieme di variabili, una per ogni sottostato, appartenenti ad uno dei tipi di dati fondamentali o composti del linguaggio.

Gli stati degli automi variano secondo regole locali che sono dette funzione di transizione; in un dato passo temporale, infatti, lo stato dell'automa dipende dal suo stato e da quelli delle celle vicine determinati al passo precedente. Gli automi si dicono sincroni in quanto hanno identiche funzioni di transizione, applicate simultaneamente a ciascuna cella del sistema. All'inizio della simulazione, gli stati degli automi rappresentano le condizioni iniziali del sistema, che evolvono per passi discreti di tempo durante il processo tramite l'applicazione della funzione di transizione. In questo modo, l'evoluzione globale del sistema è ottenuta dall'evoluzione di tutte le celle dell'AC. Poiché ogni cella usa la stessa struttura di vicinato, anche la cella sul contorno del dominio fisico possiede un vicinato di celle che sono esterne al dominio stesso. Per convenzione, il bordo delle celle è ipotizzato isolato, al fine di formare un dominio chiuso.

La funzione di transizione σ dell'AC deve valutare tutti i processi responsabili del cambiamento dei valori dello stato della cella, che sono considerati rilevanti per l'evoluzione del sistema e può essere suddivisa in p *processi elementari* che a loro volta si ripartiscono in *trasformazioni interne*, T_1, T_2, \dots, T_p , e *interazioni locali*, I_1, I_2, \dots, I_q .

Le trasformazioni interne determinano il cambiamento dei valori dei sottostati della cella

dovuti soltanto alle interazioni tra i sottostati della cella stessa, oppure allo scorrere del tempo. In altri termini le trasformazioni interne non dipendono dallo stato delle celle del vicinato ma solo dallo stato della cella centrale. Le interazioni locali determinano, invece, il cambiamento dei valori dei sottostati della cella dovuti all'interazione con le celle del vicinato.

Per ogni trasformazione interna T_i ($i = 1, 2, \dots, p$) è definita una funzione:

$$\sigma_{T_i} : Q_{T_i} \rightarrow Q'_{T_i} \quad (4.38)$$

dove Q_{T_i} e Q'_{T_i} sono prodotti cartesiani di elementi di S .

Allo stesso modo, per ogni interazione locale I_j ($i = 1, 2, \dots, q$) è definita una funzione:

$$\sigma_{I_j} : Q_{I_j}^m \rightarrow Q'_{I_j} \quad (4.39)$$

dove Q_{I_j} e Q'_{I_j} sono prodotti cartesiani di elementi di S ed m è il numero di celle del vicinato.

L'evoluzione del sistema è ottenuta applicando, secondo un ordine che dipende dalle caratteristiche del fenomeno modellato, le trasformazioni interne e le interazioni locali a ogni cella dell'AC. Questa assunzione deve essere verificata empiricamente nella fase di simulazione.

In alcuni casi è necessario considerare qualche tipo di input che tenga conto di influenze non descrivibili in termini di leggi locali dell'AC, come la presenza di fenomeni franosi in modelli di simulazione di flussi detritici, o l'afflusso meteorico alla superficie in modelli di infiltrazione nel suolo. In tal caso, vengono definite nel modello una o più funzioni speciali e/o addizionali.

È bene sottolineare che la scelta del passo temporale e spaziale deve essere fatta in relazione ai processi elementari considerati. Nell'operare tale scelta, a causa dell'elevata complessità dei fenomeni considerati, è possibile incorrere in alcuni problemi: la dimensione più opportuna per la cella potrebbe essere diversa per diversi processi elementari; inoltre alcune interazioni locali potrebbero richiedere *clock* più piccoli rispetto ad altri processi elementari; infine la relazione di vicinanza potrebbe variare da un'interazione locale all'altra.

In particolare, la scelta dell'intervallo temporale da adottare sarà oggetto d'esame nel quinto capitolo. Tale aspetto è collegato non solo ad una corretta stabilità del modello ma anche a delle performance apprezzabili dell'implementazione.

In conclusione, l'Automa Cellulare usato per la modellazione di fenomeni macroscopici complessi e di conseguenza, per il modello Eco-Idrologico sviluppato nel seguente lavoro di tesi è formalmente definito nel seguente modo (*Di Gregorio & Serra, 1999, D'AMBROSIO, 2003*):

$$AC = \langle \mathbb{Z}^d, Q, P, X, \sigma, E, \gamma \rangle \quad (4.40)$$

dove:

$\mathbb{Z}^d = \{i \equiv (i_1, i_2, \dots, i_d) \mid i_k \in \mathbb{Z} \forall k = 1, 2, \dots, d\}$ è l'insieme dei punti del reticolo d-dimensionale che definisce lo spazio cellulare dell'AC; \mathbb{Z} è l'insieme dei numeri interi;

$Q = Q_1 \times Q_2 \times \dots \times Q_n$ è l'insieme finito degli stati dell'automa elementare, espresso come prodotto cartesiano dei sottostati Q_1, Q_2, \dots, Q_n ;

$P = \{p_1, p_2, \dots, p_l\}$ è l'insieme finito dei parametri dell'AC;

$X = \{\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_{m-1}\}$ è l'insieme finito degli m vettori d-dimensionali $\xi_j = \{\xi_{j1}, \xi_{j2}, \dots, \xi_{jd}\}$ che definiscono $V(X, i) = \{i + \xi_0, i + \xi_1, \dots, i + \xi_{m-1}\}$, l'insieme delle coordinate delle celle vicine alla generica cella i di coordinate (i_1, i_2, \dots, i_d) ; X è detto indice o relazione di vicinanza;

$\sigma: Q^m \rightarrow Q$ è la funzione di transizione deterministica dell'automa elementare. Essa è decomposta nelle trasformazioni interne, $\sigma_{T_1}, \sigma_{T_2}, \dots, \sigma_{T_p}$ e nelle interazioni locali, $\sigma_{I_1}, \sigma_{I_2}, \dots, \sigma_{I_q}$. Per ogni interazione locale σ_{I_k} può essere definita una particolare relazione di vicinanza X_{I_k} ($k = 1, 2, \dots, q$). In tal caso vale $X = X_{I_1} \cup X_{I_2} \cup \dots \cup X_{I_q}$;

$E = E_1 \cup E_2 \cup \dots \cup E_s \subseteq \mathbb{Z}^d$ è l'insieme delle celle di \mathbb{Z}^d soggette a influenze esterne;

$\gamma = \{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_s\}$ è l'insieme finito delle funzioni che definiscono gli input esterni per l'AC;

$\gamma_i: \mathbb{N} \times E_i \times Q \rightarrow Q$ ($i = 1, 2, \dots, s$), essendo \mathbb{N} l'insieme dei numeri naturali, rappresentanti i passi dell'AC.

4.6 Il modello AC per la simulazione del flusso in un mezzo non saturo

Il modello AC proposto per la modellazione del flusso idrico in un mezzo non saturo è costituito da un dominio tridimensionale, suddiviso in celle cubiche di ampiezza uniforme, rappresentate in figura 4.12 e descritto dalla seguente tupla:

$$AC = \langle E^d, X, P, Q, \sigma, \gamma \rangle \quad (4.41)$$

dove:

- $E^d = \{(x,y,z) \mid x,y,z \in \mathbf{N}, 0 \leq x \leq l_x, 0 \leq y \leq l_y, 0 \leq z \leq l_z\}$ è l'insieme delle celle identificate dai punti con coordinate intere dove il fenomeno evolve. \mathbf{N} è l'insieme dei numeri naturali, l_x , l_y e l_z rappresentano i limiti della regione;

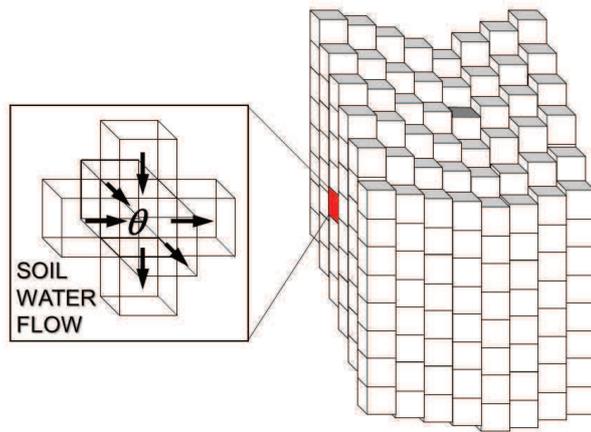


Fig.4.12. Rappresentazione dell'AC suddiviso in celle cubiche di ampiezza uniforme, ove la cella colorata in rosso rappresenta una generica cella del suolo di cui è raffigurato il vicinato.

- Q è l'insieme finito degli stati per una cella, dato dal prodotto cartesiano dell'insieme dei sottostati:

$$Q_{sf} = Q_H \times Q_\psi \times Q_\theta \times Q_K \times Q_\delta \quad (4.42)$$

dove Q_H è il sottostato che descrive il carico totale della cella, Q_ψ è il sottostato che descrive il carico piezometrico, Q_θ descrive il sottostato relativo al contenuto idrico ed indica il valore del contenuto di umidità in volume θ , Q_K descrive il sottostato relativo al valore della permeabilità, ed infine Q_δ indica, nel caso di analisi in condizioni transitorie, il sottostato relativo al valore di un parametro necessario per la convergenza del sistema di calcolo, in genere associato al termine generale di immagazzinamento;

- P è l'insieme dei parametri globali dell'AC, costanti nello spazio (ma passibili di variazione nel tempo), che influiscono nella funzione di transizione, ed è costituito dalle dimensioni del lato dell'automa l_α , dal passo temporale Δt , dalla permeabilità a saturazione K_s , da una serie di parametri associati alle equazioni caratteristiche, come il contenuto idrico residuo nella cella, θ_r , il contenuto idrico a saturazione, θ_s , il carico

capillare alla saturazione, Ψ_s , l'indice di distribuzione dei pori, n , un parametro di continuità relativo al carico capillare, Ψ_0 , il carico di gorgogliamento Ψ_b ;

- $X = \{(0,0,0), (-1,0,0), (0,1,0), (0,0,-1), (0,0,1), (0,-1,0), (1,0,0)\}$ identifica il vicinato di von Neumann tridimensionale, che influenza il cambiamento di stato nella cella centrale;

- $\sigma: Q^7 \rightarrow Q$ è la funzione di transizione deterministica dell'automa elementare che, una volta fissate le condizioni iniziali di carico idraulico e piezometrico, di permeabilità e di contenuto idrico delle celle e le condizioni al contorno del problema in analisi, si basa su due passi elementari:

- La trasformazione interna σ_1 : l'aggiornamento delle proprietà idrauliche del suolo come la conducibilità idraulica, K , il contenuto idrico, θ , e la capacità specifica di ritenzione, C , necessarie ai fini dell'evoluzione della simulazione;

- L'interazione locale σ_2 : l'applicazione delle equazioni rappresentative del modello per la determinazione del nuovo valore del carico idraulico H , del carico capillare Ψ nella cella.

- γ è dato dalla forzante esterna al sistema che coinvolge le celle superficiali del sistema e che riguardano l'interfaccia suolo-atmosfera, che permettono di, o ricevere acqua per mezzo della pioggia, o rilasciarla a causa dell'evaporazione.

All'inizio della simulazione, le condizioni di tutti gli stati del sistema dipendono dal valore iniziale assegnato al carico idraulico H , mentre le condizioni al contorno possono essere assegnate sia in termini di flusso idrico entrante (infiltrazione) o uscente (exfiltrazione) dal sistema, sia ponendo determinati valori di carico idraulico o capillare (e quindi di contenuto idrico) su alcune celle del sistema. Si parla nei due casi, rispettivamente, di condizione al contorno di Neumann e di condizione al contorno di *Dirichlet*).

Una volta definite le condizioni iniziali ed al contorno del problema, ed inizializzati i parametri globali, la funzione di transizione e, di conseguenza i due passi esposti nel paragrafo 4.2, viene applicata alle celle del sistema come mostrato in figura 4.13.

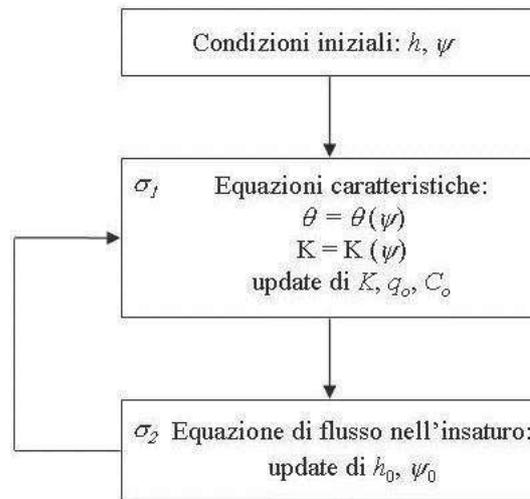


Figura 4.13. Schematizzazione dei due passi elementari su cui si basa l'evoluzione dell'AC per il moto del flusso nel suolo non saturo.

Dalla schematizzazione in figura 4.13 si evince che la trasformazione interna σ_1 permette di specificare le dipendenze non lineari tra la variabile assunta come indipendente, il carico idraulico H , ed i termini che rappresentano le proprietà idrauliche del particolare suolo considerato, ovvero il contenuto idrico, θ_c , la capacità specifica di ritenzione, C_c , e la conducibilità idraulica, $K(\psi)$ attraverso relazioni empiriche disponibili in letteratura, quali quelle di van Genuchten, (1.92) e (1.95) scritte nella forma:

$$\theta(\psi) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \left[\frac{1}{1 + (\alpha |\Psi|)^n} \right]^{1 - \frac{1}{n}} \quad \psi < 0 \quad (4.43)$$

$$\theta(\psi) = \theta_s \quad \psi \geq 0$$

$$K(\psi) = \frac{\left| 1 - (\alpha |\psi|)^{n-1} \left[1 + (\alpha |\psi|)^n \right]^{\frac{1}{n}-1} \right|^2}{\left| 1 + (\alpha |\psi|)^n \right|^{\frac{n-1}{2n}}} \cdot K_s \quad \psi < 0 \quad (4.44)$$

$$K(\psi) = 1 \quad \psi \geq 0$$

dove θ_r è il contenuto idrico residuo, θ_s il contenuto idrico a saturazione, ψ il carico capillare ed n un indice di distribuzione della dimensione dei pori, compreso tra 1.25 e 6.

Aggiornate le proprietà idrauliche del suolo, è possibile combinare le equazioni (4.6) e (4.8) per ottenere il nuovo valore del carico idraulico H , ricavare il carico capillare Ψ con la

(4.9) e ricominciare il ciclo, aggiornando le proprietà idrauliche del suolo per un nuovo intervallo temporale.

4.7 Il modello AC per la simulazione dello schema SVAT-VDM

Il modello AC proposto per la modellazione dello schema SVAT-VDM in superficie è costituito da un dominio bidimensionale, suddiviso in celle cubiche di ampiezza uniforme, rappresentato in figura 4.14 e descritto dalla tupla (4.41) in cui le grandezze interessate sono diverse rispetto a quelle elencate nel paragrafo precedente:

- $E^d = \{(x,y) \mid x,y \in \mathbf{N}, 0 \leq x \leq l_x, 0 \leq y \leq l_y\}$ è l'insieme delle celle identificate dai punti con coordinate intere dove il fenomeno evolve. \mathbf{N} è l'insieme dei numeri naturali, l_x ed l_y rappresentano i limiti della regione;
- $X = \{(0,0,0), (-1,0,0), (0,1,0), (0,-1,0), (1,0,0)\}$ identifica il vicinato di von Neumann bidimensionale, che influenza il cambiamento di stato nella cella centrale;

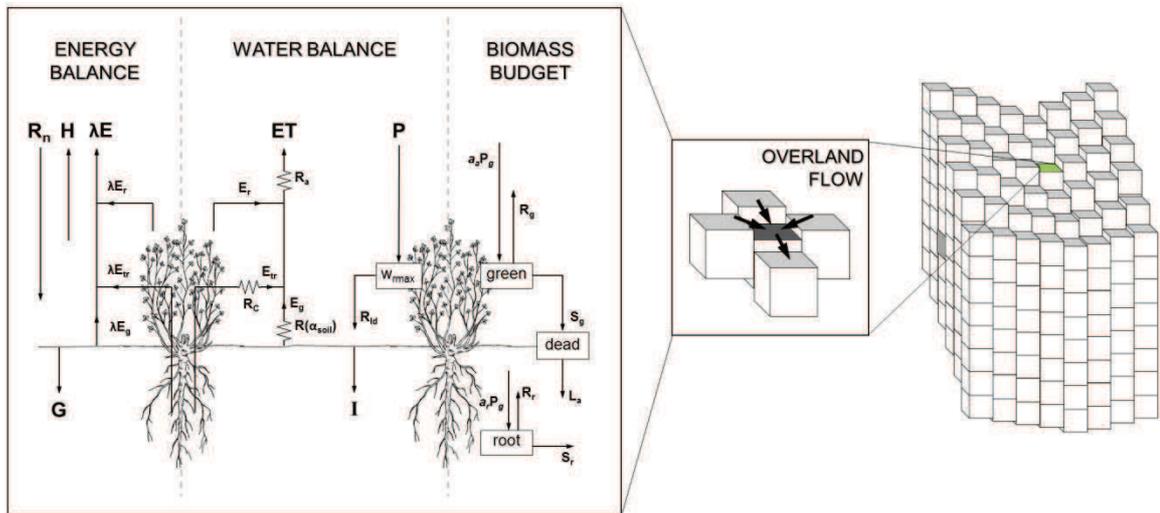


Fig.4.14. Rappresentazione dell'AC suddiviso in celle cubiche di ampiezza uniforme, ove la cella colorata in verde rappresenta una generica cella della superficie di cui è raffigurato il vicinato e i processi a cui è soggetta.

- Q è l'insieme finito degli stati per una cella, dato dal prodotto cartesiano dell'insieme dei sottostati:

$$Q_{SVAT-VDM} = Q_{Ts} \times Q_{LAI} \times Q_{Bg} \times Q_{Bd} \times Q_{Br} \times Q_{Fc} \quad (4.45)$$

dove Q_{T_s} è il sottostato che descrive la temperatura superficiale della cella, Q_{LAI} descrive l'indice areale delle foglie LAI , Q_{Bg} , Q_{Bd} e Q_{Br} rappresenta tre componenti, la biomassa verde, la biomassa delle radici, e la biomassa morta, e Q_{Fc} è il sottostato che descrive la fotosintesi ed il flusso di CO_2 .

- $\sigma: Q^7 \rightarrow Q$ è la funzione di transizione deterministica dell'automa elementare che si basa su tre passi elementari:
 - La trasformazione interna σ_3 : aggiorna la temperatura superficiale T_s e calcola le variabili relative al bilancio energetico spiegate nel secondo capitolo, tra cui il flusso di calore latente λE , che determina la quantità di evapotraspirazione ed il contributo alla variazione del contenuto di umidità superficiale (Q_θ);
 - La trasformazione interna σ_4 : aggiorna i sottostati Q_{LAI} , Q_{Bg} , Q_{Bd} e Q_{Br} che descrivono la crescita della vegetazione descritte nel paragrafo 2.3;
 - La trasformazione interna σ_5 : aggiorna la fotosintesi netta usata per la produzione di fotosintesi lorda giornaliera presente nelle equazioni di bilancio del carbonio (Q_{Fc}).

Infine, è da notare che, anche se soltanto le celle superficiali sono direttamente coinvolte nelle simulazioni SVAT-VDM, grazie all'assorbimento radicale tutte le celle della *root zone* contribuiscono al rilascio di acqua con una quantità che varia a seconda dell'evapotraspirazione calcolata. Ciò significa che, aggiungendo il modulo SVAT-VDM, anche le celle nell'interfaccia radice-suolo sono soggetti ad influenze esterne.

4.8 Il modello AC per la simulazione del deflusso idrico in superficie

Il modello AC proposto per la modellazione della propagazione del flusso idrico in superficie è costituito da un dominio bidimensionale, suddiviso in celle cubiche di ampiezza uniforme, rappresentato in figura 4.14 e descritto dalla tupla (4.41) in cui le grandezze E^d e X sono uguali a quelle già rappresentate nel paragrafo 4.7, mentre quelle diverse sono elencate di seguito:

- Q è l'insieme finito degli stati per una cella, dato dal prodotto cartesiano dell'insieme dei sottostati:

$$Q_{of} = Q_z \times Q_{Hs} \times Q_h \times Q_n \quad (4.46)$$

dove Q_z è l'elevazione della superficie terrestre; Q_{Hs} è il sottostato che descrive il carico idraulico dell'altezza d'acqua Hs , dato dalla somma della quota geodetica e del tirante idrico, Q_h è il sottostato che descrive il tirante idrico e Q_n è il sottostato relativo al coefficiente di scabrezza. Particolare attenzione merita il sottostato relativo all'elevazione della superficie terrestre che non può essere considerato uguale per tutte le celle, né direttamente collegato alla posizione delle celle nell'automa, poiché le celle superficiali hanno altezze diverse. Il problema di un parametro spazialmente distribuito (cioè non globale) è stato risolto aggiungendo un sottostato che non varia, spostando verso l'alto o verso il basso di una quantità fissa ogni colonna di terreno di coordinate (x, y) , e portando ciascuna cella a nuove coordinate spaziali $(x, y, Q_z + z)$. La Figura 4.14 mostra la rappresentazione grafica di quanto detto, nel contesto globale del modello eco-idrologico;

- P è l'insieme dei parametri globali che include rispetto ai parametri già menzionati, l'altezza h_s data dalla somma dell'altezza delle depressioni h_{ds} , che coincide con l'altezza col quale il deflusso inizia a defluire, e l'altezza delle ostruzioni h_{os} ;
- $\sigma: Q^7 \rightarrow Q$ è la funzione di transizione deterministica dell'automa elementare che si basa su due passi elementari:
 - La trasformazione interna σ_6 : aggiorna il carico idraulico dell'altezza d'acqua Hs e, a seconda del rapporto tra il tirante idrico e l'altezza della vegetazione (Ree, 1949), la cui evoluzione è regolata dal VDM, aggiorna il coefficiente di scabrezza (Q_n). Quando il tirante idrico aumenta, l'effetto della scabrezza riduce a seguito di una relazione assunta di tipo lineare;
 - L'interazione locale σ_7 : l'applicazione delle equazioni rappresentative del modello per la determinazione del nuovo valore del tirante idrico, modificate in maniera tale da tener conto delle depressioni e delle ostruzioni.

La funzione di transizione viene applicata alle celle del sistema come mostrato in figura 4.15.

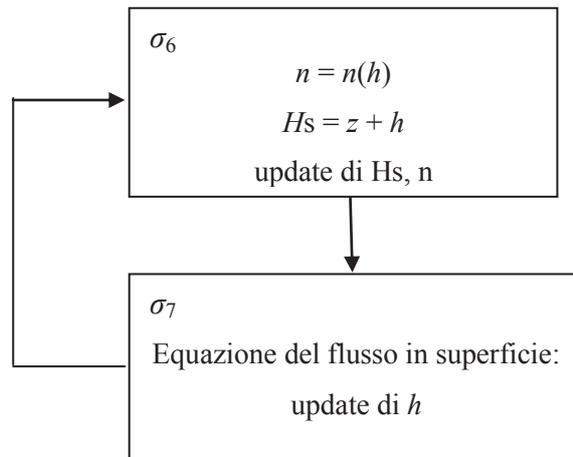


Figura 4.15. Schematizzazione dei due passi elementari su cui si basa l'evoluzione dell'AC per il moto del flusso in superficie.

Dalla schematizzazione in figura 4.15 si evince che la trasformazione interna σ_6 permette di aggiornare gli stati considerati. In particolare la scabrezza viene modificata con le relazioni (3.22). Inoltre nella conversione dal tirante idrico h all'altezza volumetrica vh , per applicare l'equazione del flusso idrico in superficie, e da vh ad h , per aggiornare lo stato Q_h , si usa l'altezza volumetrica per implementare i cambiamenti relativi agli altri processi fisici che modellano il bilancio idrologico. In particolare, si devono escludere le perdite dovute all'infiltrazione dell'acqua ed all'evaporazione del velo idrico superficiale ed includere la quantità di acqua che ritorna in superficie se la cella è satura. Con la relazione (4.47) è possibile valutare l'altezza volumetrica all'istante $t+\Delta t$ per la cella c , vh_c noto il valore dell'altezza volumetrica all'istante precedente e calcolati tre contributi che misurano di quanto varia l'altezza del velo idrico a causa dei processi di evaporazione (vh_{cEd} [L]) e dei meccanismi inerenti l'infiltrazione (vh_{cI} [L]) e la saturazione degli strati superficiali (vh_{cS} [L]). Uno schema semplificato è proposto in figura 4.16.

$$vh_c = vh_c - vh_{cI} - vh_{cEd} + vh_{cS} \quad (4.47)$$

Le altezze volumetriche vh_{cEd} , vh_{cS} e vh_{cI} sono calcolate con le relazioni (4.48), (4.49) e (4.50).

$$vh_{cEd} = \frac{(1-veg) \cdot (\lambda E_d)}{\lambda} \cdot \Delta t \quad (4.48)$$

dove $veg [-]$ è la frazione di una cella quadrata di terreno coperta da vegetazione, $\lambda [L^2T^{-2}]$ è il calore latente di vaporizzazione e $\lambda E_d [MT^{-3}]$ è il calore latente dal velo idrico superficiale valutati rispettivamente mediante le relazioni (2.30) e (2.37).

$$vh_{cS} = \frac{(\theta - \theta_s) \cdot V}{A_c} \quad (4.49)$$

dove $V [L^3]$ è il volume della cella pari a l^3 .

$$vh_{cI} = \frac{Q_{g0} \cdot \Delta t}{A_c} \quad (4.50)$$

dove il termine di interazione tra la superficie ed il sottosuolo Q_{g0} cioè il flusso attraverso l'area della cella di interfaccia, dal dominio superficiale a quello sotterraneo viene quantificato mediante la relazione:

$$Q_{g0} = -f_{wds} A_c K_{go} [H_c - (h_c + z_c)] \quad (4.51)$$

dove f_{wds} , è un coefficiente che rappresenta la frazione della superficie totale bagnata quando il livello del tirante è inferiore all'altezza della depressione h_{ds} e varia linearmente in funzione della presenza delle depressioni tra zero in corrispondenza del livello del suolo, ed uno quando supera l'altezza h_{ds} (3.23); K_{go} , è la *leakance* tra l'area superficiale e quella sotterranea ed è definita come la permeabilità verticale, intesa come la permeabilità a saturazione diviso metà della distanza tra due celle.

In definitiva, il termine Q_{g0} influenza due processi: il cambiamento dell'altezza volumetrica vh e la modifica del contenuto di umidità θ , valutato tramite una formulazione θ -based in cui viene sottratto un volume d'acqua alle celle in proporzione al loro contenuto di umidità.

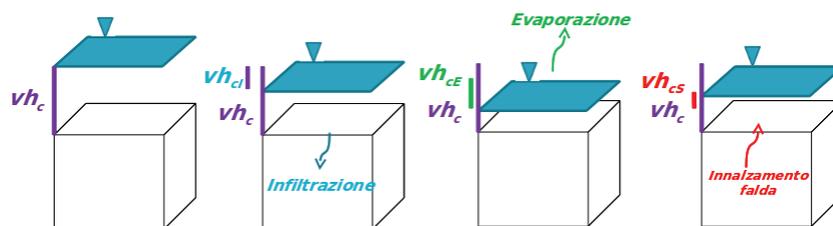


Fig. 4.16. Rappresentazione della variazione dell'altezza volumetrica vh a causa dei processi di infiltrazione, di evaporazione e di saturazione degli strati superficiali.

Aggiornate le grandezze relative alla generazione del flusso idrico in superficie, è possibile usare l'equazione (4.35) per ottenere il nuovo valore del tirante idrico h , e ricominciare il ciclo, aggiornando le grandezze in superficie per un nuovo intervallo temporale.

4.9 L'ambiente CAMELOT per la simulazione del modello AC

La simulazione del modello proposto è avvenuta all'interno di un ambiente ad alte prestazioni appositamente sviluppato per la simulazione di Automi Cellulari denominato CAMELOT (Dattilo & Spezzano, 2003). In CAMELOT ogni funzione di transizione generalmente usa la stessa regola locale, ma è possibile definire alcune celle con differenti funzioni di transizione (Automi Cellulari eterogenei). Diversamente dagli approcci cellulari che fanno riferimento al modello di base, in cui lo stato di ogni cella è definito come un singolo bit o un insieme di bit, lo stato di una cella è definito come un insieme di sottostati. Questo permette di estendere il *range* delle applicazioni che possono essere simulate attraverso algoritmi cellulari. Tra le componenti dell'ambiente di simulazione CAMELOT vi sono procedure di *load balancing* basate sulla tecnica di decomposizione di tipo *scatter* che consente di distribuire in maniera bilanciata la computazione fra i processori di una macchina parallela. Tutte le comunicazioni sono eseguite tramite la libreria *Message Passing Interface* (MPI) standard che consente a CAMELOT di essere eseguito attraverso diverse piattaforme hardware. Più specificatamente, l'ambiente utilizzato è in grado di determinare per un assegnato sistema di AC il numero ottimo di nodi nella macchina parallela che rende minimo l'*overhead* dovuto alle comunicazioni remote tra i singoli processori. Tale processo, che identifica la "scalabilità computazionale" del sistema di AC, diventa sempre più efficiente quanto maggiore è la dimensione del problema da analizzare. Pertanto, il passaggio dalla micro alla meso-scala avviene senza alterare le regole locali dell'AC e, nel contempo, l'efficienza computazionale è migliorata dall'ambiente di lavoro. Infine, il linguaggio di programmazione ad alto livello utilizzato per la scrittura degli algoritmi cellulari, denominato CARPET (Spezzano & Talia, 1998), oltre a garantire la possibilità di usare procedure di *steering*, che sovrintendono ad operazioni di tipo globale e non applicate alle singole celle, permette anche di utilizzare l'AC come un sistema quantizzato (Zeigler, 1998), al fine di ridurre lo *state update transmission*, cioè il tempo dedicato dal processore a trasmettere le informazioni relative agli stati delle singole celle tra tutti gli elementi dell'AC.

CAPITOLO 5

IL PROBLEMA DELLA STABILITÀ

5.1 Accuratezza, convergenza, stabilità e metodo computazionale

Nell'ambito delle scienze applicate, i metodi computazionali permettono di risolvere tramite i computer, problemi complessi che sono formulabili con il linguaggio della matematica ma raramente risolvibili per via analitica. Spesso, la loro soluzione non ammette una rappresentazione in forma esplicita, oppure se la ammette non sono praticamente utilizzabili perché richiedono una quantità proibitiva di operazioni oppure perché espressa a sua volta attraverso altri enti matematici, di cui sarebbe difficile dare una valutazione quantitativa. I metodi computazionali comprendono l'individuazione di metodi della matematica numerica che siano idonei ad approssimare tale modello matematico, cioè la discretizzazione, e l'implementazione di tali metodi numerici di approssimazione su calcolatori.

I metodi alle differenze finite hanno come idea di base quella di sostituire, nell'equazione da approssimare, ad ogni derivata un rapporto incrementale finito. Per esempio, per una funzione regolare u la derivata temporale $\partial_t u(x_m, t_n)$ può essere approssimata sia dalla differenza in avanti (forward), che dalla differenza all'indietro (backward), che infine dalla differenza centrata (central). Usando diverse approssimazioni per le derivate si ottengono chiaramente schemi numerici differenti. Tali schemi possono essere forward-forward se in tale approssimazione è usata la differenza in avanti sia nello spazio che nel tempo, oppure schemi forward-backward oppure central-central (schema *leapfrog*).

Il modo di derivare gli schemi è estremamente semplice e permette in principio di approssimare qualsiasi equazione differenziale, anche a coefficienti variabili o non lineari. Gli schemi così ottenuti non sono ugualmente efficienti e veloci, e non è detto neanche che tutti approssimino la soluzione del problema. Per tale motivo è importante stabilire quali criteri assicurino la convergenza, ossia la proprietà fondamentale che si richiede ad un modello numerico. Si tratta di approssimare la soluzione del problema limite quando i passi di discretizzazione spaziale h e temporale k tendono entrambi a zero, e quindi, individuare quelli che danno un'approssimazione più accurata con il minor numero di punti.

In particolare, uno schema alle differenze finite $P_{h,k}v = 0$ è convergente con l'equazione differenziale se per qualsiasi soluzione u dell'equazione con la condizione iniziale, data la soluzione $v_{m,n}$ dello schema alle differenze finite, tale che $v_{m,0}$ converge a u_0 quando mh converge a x , allora $v_{m,n}$ converge a $u(x, t)$ se (mh, nk) tende a (x, t) al tendere di h e k a 0.

Dimostrare che uno schema è convergente è spesso difficile per un problema di natura generale e si procede in maniera diretta. Per le equazioni lineari a coefficienti costanti si può però caratterizzare la convergenza in modo completo utilizzando delle condizioni di facile verifica, la consistenza e la stabilità.

Uno schema si dice consistente con l'equazione se $T(x, t) \rightarrow 0$ se $h, k \rightarrow 0$, per ogni (x, t) nel dominio di interesse.

In pratica la consistenza e la convergenza sono legati dal fatto che la prima dice che la soluzione esatta è una soluzione approssimata dello schema numerico, mentre la seconda dice che la soluzione dello schema numerico è una soluzione approssimata dell'equazione.

La sola condizione di consistenza non è sufficiente in generale a garantire la convergenza. La condizione supplementare da tenere in considerazione è la stabilità. Per capire questa condizione si deve pensare che se la successione approssimante converge in una qualche topologia, allora deve essere almeno limitata nella stessa topologia.

Uno schema alle differenze finite a un passo $P_{h,k}v = 0$ che approssima l'equazione è stabile nella norma $\|\cdot\|_h$, h nella regione Ω se per ogni $T > 0$ esiste una costante CT tale che, per ogni v^0 :

$$\|v^n\|_{.,h} \leq C_T \|v^0\|_{.,h} \tag{5.1}$$

per $0 \leq nk \leq T$.

Il problema della stabilità è diffuso nella soluzione numerica delle equazioni differenziali parziali. Il suo impatto è visibile nella maggior parte degli algoritmi ed ha un'importanza fondamentale nell'algebra lineare, dal momento che la stabilità spesso richiede l'uso di formulazioni implicite o semi-implicite la cui attuazione comporta grandi sistemi di equazioni discrete.

Il modello matematico mira a legare fra loro quantità di interesse fisico attraverso relazioni matematiche, spesso semplificate rispetto alla complessità del problema originario. La soluzione u del modello matematico sarà di conseguenza diversa da quella del problema fisico in esame, e tale differenza dà un'indicazione sia della significatività delle ipotesi semplificative adottate, sia dell'accuratezza con la quale le quantità fisiche reali sono state rappresentate dall'insieme dei dati del modello. L'errore è pertanto intrinseco al processo. Anche la modellazione computazionale creerà un altro errore.

L'obiettivo della modellistica computazionale è di garantire che l'errore, dato dalla somma dell'errore introdotto al modello e dell'errore computazionale, sia piccolo e controllabile (affidabilità) con il minor costo computazionale possibile e questo collega due importanti aspetti che riguardano l'affidabilità e l'efficienza. Per costo computazionale si intende la quantità di risorse, cioè tempo di calcolo ed occupazione di memoria necessarie per calcolare la soluzione. L'affidabilità è un requisito cruciale di un modello computazionale: l'analisi mira a trovare stime (in funzione dei dati del problema e dei parametri della discretizzazione) che consentano di garantire che l'errore stia al di sotto di una certa soglia di precisione fissata a priori. Errori e stabilità per uno schema alle differenze finite sono intrinsecamente legati.

Nella figura 5.1 è mostrato un esempio di soluzione instabile. Gli errori introdotti ad ogni passo temporale non sono molto più grandi dei precedenti ma crescono esponenzialmente nelle fasi successive fino a quando la soluzione d'onda è cancellata da una oscillazione a dente di sega. Questo rapido colpo è tipico di instabilità che riguardano formule alle differenze finite. Nella figura rappresentata, l'instabilità è dovuta alla discretizzazione degli errori, ma anche gli errori di arrotondamento possono scatenare una instabilità.

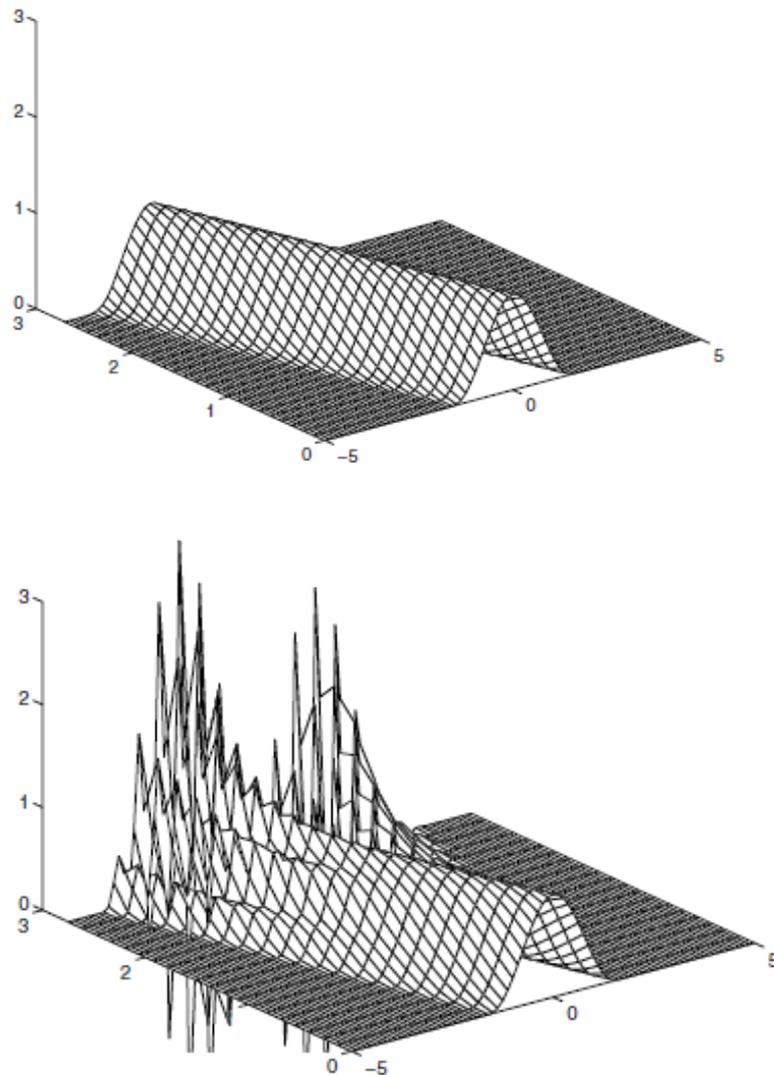


Figura 5.1. Rappresentazione di un'approssimazione stabile e di una instabile

Il teorema più importante in questo ambito è il Teorema di equivalenza di Lax–Richtmyer, stabilito per la prima volta da Peter Lax nel 1953, riesce a caratterizzare un concetto utile, ma difficile come la convergenza, essenzialmente legata a nozioni di carattere topologico, ad altri criteri più semplici da stabilire come la stabilità e la consistenza. In pratica la consistenza è un requisito abbastanza facile da verificare. La stabilità richiede un pò più di lavoro, ma è possibile ottenerlo operando delle manipolazioni essenzialmente di tipo algebrico. In sintesi il teorema dice che uno schema alle differenze finite consistente per un problema lineare ben posto è convergente se e solo se è stabile.

Viene presentato di seguito un approfondimento sul teorema citato.

Sia B uno spazio di Banach, cioè uno spazio normato completo, con la norma indicata da $\| \cdot \|$. Ogni elemento di B è una funzione di una o più variabili x . Sia $A: B \rightarrow B$ un operatore lineare nello spazio ed A un operatore differenziale. La condizione iniziale del problema è data dalla relazione

$$u_i(t) = Au(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad u(0) = u_0 \quad (5.2)$$

dove A è fissato ma u_0 può spaziare su tutti gli elementi di B . A è definito in un fitto sottoinsieme di B , le condizioni iniziali del problema sono ben poste, ciò significa che esiste un'unica soluzione $u(t)$ per ogni dato iniziale u_0 ed $u(t)$ dipende dai dati iniziali.

Astrattamente, $u(t)$ non è niente di più che un elemento di uno spazio di Banach B , e ciò lascia spazio ad un'ampia varietà di applicazioni e di problemi di equazioni differenziali. Più in general, $u(t)$ potrebbe essere un vettore di funzione di più variabili spaziali. Matematicamente, è possibile passare da una formula generale alle differenze finite:

$$S_k : B \rightarrow B \quad (5.3)$$

dove il pedice k indica che il coefficiente della formula alle differenze finite dipende dall'intervallo temporale. Si esegue un'applicazione all'operatore S_k per individuare la soluzione discreta:

$$v^{n+1} = S_k v^n \quad (5.4)$$

Da cui:

$$v^n = S_k^n v^0 \quad (5.5)$$

dove S_k^n è l'abbreviazione $(S_k)^n$, dove n in v^n è un apice, mentre in S_k^n è un esponente. Per semplicità si pone S_k senza una esplicita dipendenza da t . S_k dipende essenzialmente da k , che è un punto importante. In altre parole esso non dipende esplicitamente dallo spazio temporale h , per cui viene adottata la seguente regola: h è una funzione fissata $h(k)$ di k .

Ponendo $h = k/\lambda$, con λ costante. Anche per diverse dimensioni spaziali, ciascuna può avere la propria funzione $h_j(k)$ e da questo tipo di formulazione non si escludono né le formule alle differenze finite implicite né quelle multistep. Una formula implicita deve definire un

operatore S_k su uno spazio appropriato, ed una formula multistep può essere ridotta ad un'equivalente formula one-step con l'introduzione del vettore

$$w^n = (v^n, \dots, v^{n+1-s}) \quad (5.6)$$

Le restrizioni al quale si può applicare il seguente teorema sono le seguenti:

sistema non lineare, dimensione a più spazi, formula alle differenze finite implicita, coefficienti che variano nello spazio e nel tempo, termini di basso ordine.

L'operatore $\{S_k\}$ ha un ordine di accuratezza p se:

$$\|u(t+k) - S_k u(t)\| = O(k^{p+1}) \quad k \rightarrow 0 \quad (5.7)$$

dove $u(t)$ è una soluzione sufficientemente regolare ad un problema con valori iniziali. Esso è consistente se ha un ordine di accuratezza $p > 0$.

Quindi, la formula alle differenze finite è applicata non ad una funzione arbitraria u , ma alla soluzione del valore iniziale; in pratica si può calcolare l'ordine di accuratezza sostituendo con i termini in serie di Taylor e determinando fino a quale ordine annullare.

Una formula alle differenze finite per un'equazione differenziale è definita convergente se e solo se converge alla soluzione corretta con $k \rightarrow 0$. Quindi, S_k è convergente se:

$$\lim_{\substack{k \rightarrow 0 \\ nk=t}} \|S_k^n u(0) - u(t)\| = 0 \quad (5.8)$$

dove $u(t)$ è la soluzione per ogni dato iniziale u_0 .

S_k è stabile se, per $C > 0$:

$$\|S_k^n\| \leq C \quad (5.9)$$

Per tutti i valori di n e k tale che $0 \leq nk \leq T$.

Questo limite alla norma dell'operatore $\|S_k^n\|$ è equivalente alla forma:

$$\|v^n\| = \|S_k^n v^0\| \leq C \|v^0\| \quad (5.10)$$

per $v^0 \in B$ e $0 \leq nk \leq T$.

È un'approssimazione consistente ad un problema ben posto. Allora, $\{S_k\}$ è convergente se e solo se esso è stabile.

Ulteriore interessante aspetto in questo ambito viene esaminato con la condizione di Courant-Friedrich-Lewy (CFL). La condizione CFL porta ai fondamenti teorici per il calcolo pratico delle differenze finite ed identifica una condizione fondamentale necessaria per la convergenza di ciascun schema numerico. Secondo tale condizione una formula alle differenze finite può essere stabile solo se il dominio numerico di dipendenza $X_0(x, t)$, è grande almeno quanto il dominio matematico di dipendenza $X(x, t)$:

$$X(x, t) \subseteq X_0(x, t) \tag{5.11}$$

Nella figura 5.2 è rappresentata un'equazione parziale differenziale e (x, t) è un punto con $t > 0$. Il dominio matematico di $u(x, t)$ indicato con $X(x, t)$ è l'insieme di tutti i punti nello spazio dove il dato iniziale al tempo $t = 0$ potrebbe avere qualche effetto sulla soluzione $u(x, t)$.

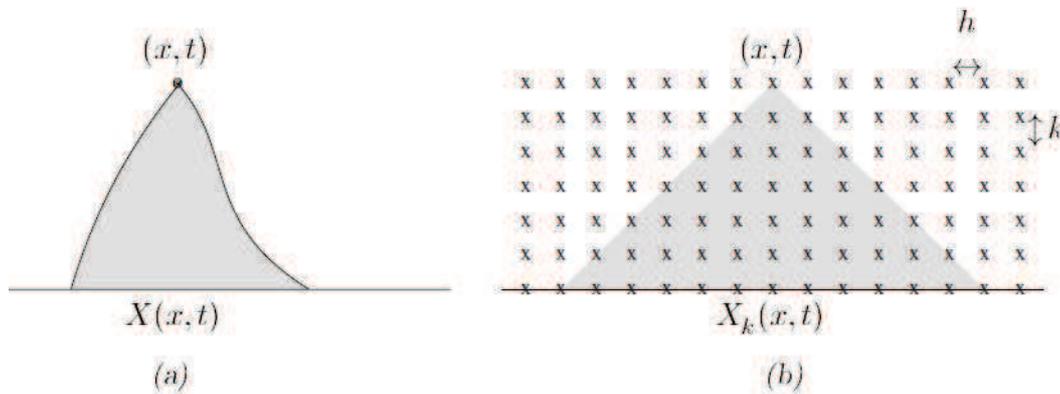


Figura 5.2. Rappresentazione del dominio matematico e del dominio numerico di dipendenza

In un'equazione differenziale parziale parabolica, $X(x, t)$ sarà l'intero spazio reale, perché per un'equazione parabolica le informazioni viaggiano infinitamente veloce e l'influenza dei dati dovrebbero scemare in maniera esponenziale con la distanza.

Nei problemi iperbolici, invece, le informazioni viaggiano in un tempo finito. $X(x, t)$ rappresentato nella figura 5.2 è un dominio finito, e nelle situazioni più generali per i problemi iperbolici il dominio copre un *range* limitato di valori di x . Le curve che limitano questo *range* sono le curve caratteristiche delle equazioni differenziali parziali e nell'esempio

riportato sono semplici linee rette ma di solito esse possono contenere coefficienti variabili o non lineari.

Un'approssimazione numerica ha anche un dominio di dipendenza, come si vede nella figura 5.2 (b). Con una formula alle differenze finite implicita, ciascun valore v_j^n dipende da tutti i valori precedenti ed il dominio è illimitato. D'altronde con una formula esplicita, v_j^n dipende da una gamma finita di valori ai precedenti steps. Per ogni valore fissato di k ed h , il dominio di dipendenza sarà un ventaglio di triangolo. Il dominio numerico di dipendenza per un valore fisso di k , indicato con $X_k(x, t)$ è definito dall'insieme di punti x_j il cui dato iniziale v_j^0 entra nel calcolo di $v(x, t)$ per ciascun passo temporale k . Si tratta di un insieme discreto. Il dominio numerico di dipendenza, $X_0(x, t)$, è l'insieme di tutti i punti di limite dell'insieme $X_k(x, t)$ con $k \rightarrow 0$. Si tratta di un sottoinsieme chiuso del dominio spaziale, di solito un intervallo se c è solo una variabile spaziale, oppure un parallelepipedo se ce ne sono diverse. Dal punto di vista del dominio di dipendenza, ci sono tre classi di approssimazione discreta. Nel caso di un modello alle differenze finite implicite, $X_k(x, t)$ non è limitato per ciascun k , e quindi, valida la condizione secondo la quale la griglia spaziale diventi più fine in ogni punto per $k \rightarrow 0$, $X_0(x, t)$, è l'intero dominio spaziale. A questo tipo appartengono i metodi spettrali: Sebbene l'intervallo temporale dovrebbe essere esplicito, le loro matrici coprono l'intero dominio spaziale, e quindi $X_k(x, t)$ non è limitato per ogni k .

Un altro estremo è il caso di una formula alle differenze finite esplicite con una griglia spaziale che è proporzionale a k , in modo che $X_0(x, t)$ e $X_k(x, t)$ sono insiemi limitati per ogni x e t . Tra queste due situazioni si trova il caso di una formula alle differenze finite esplicita la cui griglia spaziale è regolare. L'osservazione fatta da Courant, Friedrichs e Lewy è meravigliosamente semplice: un'approssimazione numerica non può convergere con i dati iniziali arbitrari a meno che non prenda in considerazione tutti i dati necessari.

La condizione CFL è una condizione necessaria per la convergenza dell'approssimazione numerica delle equazioni differenziali parziali, lineari o non lineari.

Il teorema deve essere sempre interpretato in termini di una definizione di convergenza che coinvolge dati iniziali arbitrari. La ragione è che per dati iniziali speciali un metodo numerico potrebbe convergere pur avendo un dominio di dipendenza apparentemente inadeguato. Il classico esempio è la situazione in cui i dati iniziali sono talmente regolari da formare una funzione analitica. Dal momento che una funzione analitica è determinata globalmente per il suo comportamento vicino ad ogni punto, un modello alle differenze finite

potrebbe esaminare troppi pochi dati iniziali in un caso analitico e ancora convergere alla soluzione corretta, almeno in assenza di errori di arrotondamento.

A priori, la condizione CFL è una condizione necessaria per la convergenza. Ma per problemi lineari, è consolidato che la convergenza è equivalente alla stabilità. Ne consegue il seguente importante teorema: se l'approssimazione esplicita alle differenze finite di un problema parabolico ben posto è convergente, allora gli intervalli spaziali e temporali devono soddisfare la condizione $k = o(h)$ con $k \rightarrow 0$. Da questo teorema si deduce che i problemi parabolici devono essere sempre risolti tramite formule implicite oppure tramite formule esplicite con intervalli temporali molto bassi. Ciò porta, in generale, più difficoltà nella trattazione dei problemi iperbolici che tendono a caratterizzare le onde d'urto o fenomeni fortemente non lineari. Nelle computazioni che coinvolgono equazioni più complicate con termini sia convettivi che diffusivi, come le equazioni di Navier-Stokes, le considerazioni del teorema sopra citato portano a metodi numerici nel quale il tempo di iterazione è fondato su un sotto-intervallo esplicito per il termine convettivo ed un sotto-intervallo implicito per il termine diffusivo. Il punto di forza della condizione CFL è che è molto semplice da applicare, la sua debolezza è che è necessaria ma non sufficiente per la convergenza. In pratica, la condizione CFL spesso suggerisce il corretto limite sulla stabilità, ma spesso deve essere seguita da ulteriori attente analisi.

5.2 Analisi della stabilità ed individuazione del passo temporale

Studiando la convergenza dell'equazione discreta del flusso nel suolo non saturo mediante lo sviluppo degli Automi Cellulari Macroscopici, Mendicino et al., (2006) hanno elaborato un'equazione specifica per la scelta del passo temporale da adottare in accordo con la risoluzione spaziale della griglia in esame. Lo scopo di questa parte è la definizione di un criterio numerico analogo per il modello diffusivo bidimensionale relativo alla generazione e propagazione del deflusso idrico in superficie proposto nel terzo capitolo.

In generale, i criteri che consentono la stabilità numerica limitano il passo temporale Δt ed implicano un efficiente schema di propagazione del deflusso quando:

- a) Il passo temporale è abbastanza piccolo da evitare l'insorgenza di instabilità numeriche;
- b) Il passo temporale è grande abbastanza da completare la simulazione in un tempo ragionevole.

La maggior parte degli schemi idraulici espliciti include un algoritmo, il cui scopo è quello di modificare il passo temporale in accordo con le condizioni del deflusso. Questo tipo di algoritmo prevede di usare, durante l'intera simulazione, il più piccolo tra i valori calcolati per ciascuna cella appartenente alla superficie che garantisca la stabilità sull'intera computazione. In questo modo, i criteri di stabilità numerica sono controllati per ciascun elemento della griglia in ogni passo temporale in modo da assicurare che la soluzione sia stabile.

In letteratura, il corretto passo temporale Δt viene scelto considerando sia criteri teorici, basati sull'analisi di stabilità, come la condizione di Courant-Friedrich-Lewy (CFL), sia controlli di tipo empirici, come la valutazione della variazione massima di un tirante idrico in una cella durante un singolo intervallo temporale. Nei paragrafi che seguono saranno presentati prima dei controlli di tipo empirico e poi diversi criteri teorici che permettono di individuare il migliore intervallo temporale da adottare nel modello di propagazione del deflusso superficiale.

5.3 Controlli di tipo empirico

La letteratura ci dimostra che la maggior parte dei modelli idraulici numerici espliciti sono intrinsecamente instabili. Sono presenti molti lavori scientifici in cui il passo temporale viene scelto dall'utente, seguiti da processi di prova in cui si verifica se si sono conseguite delle soluzioni stabili con lo schema esplicito utilizzato. In realtà, come verrà dimostrato dalle analisi mostrate nei paragrafi che seguono la stabilità di un modello idraulico che permette la generazione e la propagazione del deflusso bidimensionale e superficiale dipende da più grandezze: il tirante idrico, il gradiente idraulico, il coefficiente di scabrezza e la dimensione delle celle. L'intervallo temporale ottimale, tale da assicurare l'efficienza computazionale ed una soluzione stabile varia sia nello spazio che nel tempo. L'uso di intervalli temporali troppo grandi provoca delle oscillazioni a *scacchiera* nella soluzione che si diffondono rapidamente, si amplificano e rendono la simulazione inutile. Inaspettatamente, queste oscillazioni si verificano più facilmente nelle zone caratterizzate da gradienti molto bassi, in cui si potrebbe pensare di ottenere una soluzione più semplice. Dunque, per evitare instabilità, viene impostata una portata massima tra le celle. Si tratta di un limite che è funzione del tirante idrico, della dimensione della cella e dell'intervallo temporale e serve ad evitare i *su* e *giù* della soluzione. Questo limite è determinato considerando la variazione del tirante di una

cella, e garantisce che tale variazione non sia grande abbastanza da invertire il flusso dentro e fuori della cella in maniera continua per gli intervalli temporali che si susseguono. Nella figura 5.3, è mostrato come si creano ed alternano delle oscillazioni nel caso in cui i gradienti tra due celle siano molto bassi. Nella figura 5.3 sono rappresentate due celle in 4 istanti temporali: (a) Alla fine del passo t , il livello nella cella i, j ha per la prima volta superato il valore della cella $i-1, j$; (b) Alla fine del passo $t + \Delta t$, la portata da i, j a $i-1, j$ dovrebbero essere pari a zero ed i livelli in ogni cella uguali (i.e. $h^{i-1,j} = h^{i,j}$); (c) Tuttavia, un'oscillazione inizia a svilupparsi come risultato dei bassi gradienti della superficie tra le due celle (i.e. $h^{i-1,j} \approx h^{i,j}$) ed alla fine dell'intervallo temporale $t + \Delta t$, la portata da i, j a $i-1, j$ causa un salto molto alto del livello. Questo porterà ad un'erronea cambiamento del deflusso al passo $t + 2\Delta t$. (d) Alla fine dell'intervallo temporale $t + 2\Delta t$, il livello in $i-1, j$ ha causato un valore elevato della portata verso i, j , il cui livello aumenta ancora e causa una seconda inversione del deflusso. Queste oscillazioni crescono velocemente e rapidamente distruggendo la soluzione.

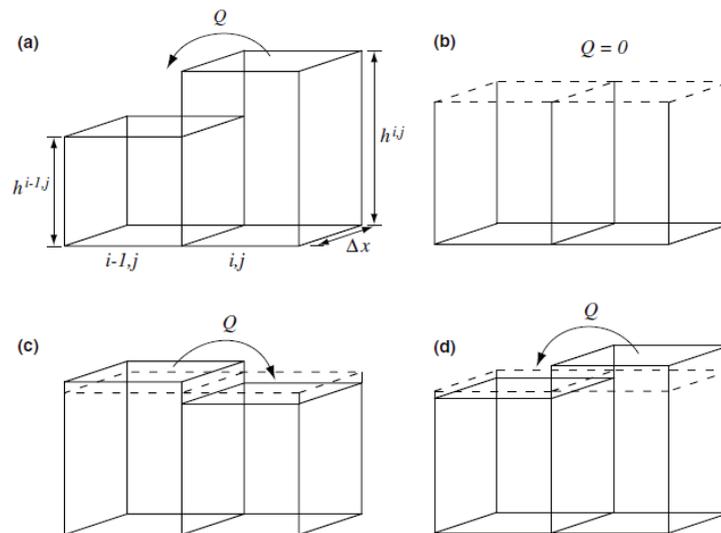


Figura 5.3. Illustrazione delle oscillazioni a scacchiera tra due celle adiacenti.

Inoltre, questo limite sostituisce i flussi che in genere vengono calcolati usando l'equazione di Manning con i valori che dipendono dai parametri del modello, e quindi, le portate sono sensibili alla dimensione della cella e all'intervallo temporale ma non al coefficiente di Manning. Questo effetto può essere minimizzato scegliendo degli intervalli temporali piccoli o delle dimensioni grandi, ma ciò significa che i risultati dei modelli non saranno invarianti rispetto al cambiamento del passo temporale o della risoluzione.

5.4 La condizione di Courant-Friedrich-Lewy

In letteratura, la condizione CFL è il criterio maggiormente usato per gli schemi espliciti che descrivono la propagazione del deflusso superficiale. L'interpretazione fisica legata alla condizione CFL è che l'intervallo temporale usato durante l'implementazione del modello deve essere più piccolo rispetto al tempo necessario ad un'onda ad attraversare due punti adiacenti di una griglia. In caso contrario, la simulazione realizzata non sarà in grado di modellare il fenomeno che si è osservato. Il passo temporale Δt_{CFL} è limitato dalla condizione che segue:

$$\Delta t_{CFL} = \frac{C \cdot \Delta x}{\beta V + c} \quad (5.12)$$

dove: C è il numero di Courant ($C \leq 1.0$) che dipende dall'algoritmo esplicito adottato; Δx è la larghezza della cella; V è la velocità media calcolata nella sezione trasversale; β è un coefficiente che varia in base al tipo di canale considerato (5/3 per un ampio canale); c è la celerità dell'onda.

Il criterio di stabilità può essere controllato per ciascuno elemento della griglia in ciascun passo. In particolare, il passo temporale stabilito può essere fisso per tutta la durata della simulazione oppure variabile. Nel caso in cui l'intervallo temporale sia fisso, questo valore è stato calcolato in modo tale che esso rispetti la condizione (5.12) per ciascuna cella dell'automa e per ciascun passo della simulazione; nel caso in cui l'intervallo temporale, sia invece variabile, il valore è valutato in funzione del superamento o meno del suddetto criterio. In questo secondo caso se la stabilità non è rispettata il passo temporale viene diminuito e tutti i calcoli idraulici precedenti a quelli del passo temporale scelto vengono scartati.

Mendicino et al., (2006) svilupparono un criterio per la convergenza relativo all'equazione discreta del flusso nel suolo non saturo che alla fine corrisponde alla condizione CFL. Gli autori trovarono delle condizioni secondo il quale la differenza tra la soluzione teorica dell'equazione differenziale del flusso idrico nel suolo non saturo e la soluzione discreta in un punto fisso (i, j, k, t) tende a zero uniformemente, in accordo con una formula specifica che coinvolge il passo temporale Δt . Ciò è rappresentato dal termine di errore, il quale implica che uno schema numerico è convergente nel punto (x, y, z, t) se la soluzione numerica converge con la soluzione esatta. Quindi, estendendo i termini e riordinando

l'equazione Mendicino et al., (2006) hanno individuato una relazione adatta alla scelta dell'intervallo temporale Δt per la modellazione nel suolo.

Analogamente, la stessa metodologia può essere introdotta per le equazioni discrete del deflusso superficiale, dove la variabile indipendente è il tirante idrico h . Si può assumere che la differenza tra la soluzione infinitesimale esatta e la soluzione discreta h nel punto della griglia (i, j, t) esiste ed è chiamato errore e .

$$e'_{i,j,k} = h'_{i,j} - h_{i,j} \quad (5.13)$$

Riorganizzando l'equazione discreta del flusso idrico in superficie (3.20) e considerando per semplicità $l_{ac} = l$, $R_{ac} = h_{ac}$, $A_{ac} = h_{ac} \cdot l^2$ ed $A_c = l^2$, si raggiunge un'equazione non lineare rispetto al carico idraulico:

$$\Delta h_c = \frac{\Delta t}{A_c} \left(Q_c + \sum_{\alpha} \frac{R_{ac}^{2/3}}{n_{ac}} \sqrt{\frac{(h_c + z_c) - (h_{\alpha} + z_{\alpha})}{l_{ac}}} \cdot A_{ac} \right) \quad (5.14)$$

dove h_{ac} rappresenta il tirante idrico riferito a due celle adiacenti ed esaminate in dettaglio nella sezione 5.7. È noto che una funzione continua e derivabile in un punto x_0 del dominio può essere approssimata con un polinomio di grado n arbitrario mediante l'applicazione della serie di Taylor:

$$(1+x)^{\alpha} = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2} x^2 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{6} x^3 + \dots + \binom{\alpha}{n} x^n + o(x^n) \quad (5.15)$$

Al fine di applicare la serie di Taylor in modo da linearizzare la cadente, il termine sotto radice è stato modificato come segue:

$$\sqrt{\frac{(h_c + z_c) - (h_{\alpha} + z_{\alpha})}{l}} = \sqrt{1 + \left[\frac{(h_c + z_c) - (h_{\alpha} + z_{\alpha})}{l} - 1 \right]} \sim 1 + \left[\frac{(h_c + z_c) - (h_{\alpha} + z_{\alpha})}{l} - 1 \right] \cdot \frac{1}{2} + o(x) \sim 1 + \frac{(h_c + z_c) - (h_{\alpha} + z_{\alpha}) - l}{2l} \quad (5.16)$$

In tal modo, estendendo i termini e considerando l'introduzione del termine di errore e e la cadente linearizzata, si ottiene rispetto al punto dato della griglia (i, j, t) :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{h}_{i,j}^{t+\Delta t} - e_{i,j}^{t+\Delta t} - \mathbf{h}_{i,j}^t + e_{i,j}^t = & \frac{\Delta t}{l^2} \cdot S_c + \frac{\Delta t}{l} \cdot \left[\frac{h_{i-1,j}^{5/3}}{n_{i-1,j}} \cdot \left(1 + \frac{\mathbf{h}_{i-1,j}^t + z_{i-1,j}^t - e_{i-1,j}^t - \mathbf{h}_{i,j}^t - z_{i,j}^t + e_{i,j}^t - l}{2l} \right) + \right. \\
 & \frac{h_{i+1,j}^{5/3}}{n_{i+1,j}} \cdot \left(1 + \frac{\mathbf{h}_{i+1,j}^t + z_{i+1,j}^t - e_{i+1,j}^t - \mathbf{h}_{i,j}^t - z_{i,j}^t + e_{i,j}^t - l}{2l} \right) + \\
 & \frac{h_{i,j-1}^{5/3}}{n_{i,j-1}} \cdot \left(1 + \frac{\mathbf{h}_{i,j-1}^t + z_{i,j-1}^t - e_{i,j-1}^t - \mathbf{h}_{i,j}^t - z_{i,j}^t + e_{i,j}^t - l}{2l} \right) + \\
 & \left. \frac{h_{i,j+1}^{5/3}}{n_{i,j+1}} \cdot \left(1 + \frac{\mathbf{h}_{i,j+1}^t + z_{i,j+1}^t - e_{i,j+1}^t - \mathbf{h}_{i,j}^t - z_{i,j}^t + e_{i,j}^t - l}{2l} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{5.17}$$

Naturalmente, la quota geodetica z è costante ed il termine di errore per questa variabile non è presente. Il termine di errore può essere isolato nell'intervallo temporale $t + \Delta t$ e riordinando l'equazione (5.17), si ottiene una condizione che vincola l'intervallo temporale esposto:

$$\begin{aligned}
 e_{i,j}^{t+\Delta t} = e_{i,j}^t \left[1 - \frac{\Delta t}{l} \cdot \frac{h_{i\pm 1,j\pm 1}^{5/3}}{n_{i\pm 1,j\pm 1}} \cdot \frac{1}{2l} \right] + \frac{\Delta t}{l} \cdot \left(\frac{h_{i-1,j}^{5/3}}{n_{i-1,j}} \cdot \frac{e_{i-1,j}^t}{2l} + \frac{h_{i+1,j}^{5/3}}{n_{i+1,j}} \cdot \frac{e_{i+1,j}^t}{2l} + \frac{h_{i,j-1}^{5/3}}{n_{i,j-1}} \cdot \frac{e_{i,j-1}^t}{2l} + \frac{h_{i,j+1}^{5/3}}{n_{i,j+1}} \cdot \frac{e_{i,j+1}^t}{2l} \right) \\
 - \frac{\Delta t}{l^2} \cdot S_c + f(\mathbf{h}, z, h)
 \end{aligned} \tag{5.18}$$

dove $h_{i\pm 1,j\pm 1} = (h_{i-1,j} + h_{i+1,j} + h_{i,j-1} + h_{i,j+1})$ è la somma dei tiranti idrici mediati tra il punto della griglia di coordinate (i, j, t) ed i punti adiacenti $(i \pm 1, j \pm 1, t)$ ed $f(\mathbf{h}, z, h)$ è una funzione del tirante idrico h , della quota geodetica z e della soluzione esatta \mathbf{h} :

$$\begin{aligned}
 f(\mathbf{h}, z, h) = \mathbf{h}_{i,j}^{t+\Delta t} - \mathbf{h}_{i,j}^t \left[1 - \frac{\Delta t}{l} \cdot \frac{h_{i\pm 1,j\pm 1}^{5/3}}{n_{i\pm 1,j\pm 1}} \cdot \frac{1}{2l} \right] - \frac{\Delta t}{l} \cdot \left(\frac{h_{i-1,j}^{5/3}}{n_{i-1,j}} \cdot \frac{\mathbf{h}_{i-1,j}^t}{2l} + \frac{h_{i+1,j}^{5/3}}{n_{i+1,j}} \cdot \frac{\mathbf{h}_{i+1,j}^t}{2l} + \frac{h_{i,j-1}^{5/3}}{n_{i,j-1}} \cdot \frac{\mathbf{h}_{i,j-1}^t}{2l} + \frac{h_{i,j+1}^{5/3}}{n_{i,j+1}} \cdot \frac{\mathbf{h}_{i,j+1}^t}{2l} \right) \\
 - \frac{\Delta t}{l} \cdot \left(\frac{h_{i-1,j}^{5/3}}{n_{i-1,j}} \cdot \frac{z_{i-1,j}^t}{2l} + \frac{h_{i+1,j}^{5/3}}{n_{i+1,j}} \cdot \frac{z_{i+1,j}^t}{2l} + \frac{h_{i,j-1}^{5/3}}{n_{i,j-1}} \cdot \frac{z_{i,j-1}^t}{2l} + \frac{h_{i,j+1}^{5/3}}{n_{i,j+1}} \cdot \frac{z_{i,j+1}^t}{2l} \right) + \frac{\Delta t}{l} \cdot \frac{h_{i\pm 1,j\pm 1}^{5/3}}{n_{i\pm 1,j\pm 1}} \cdot \frac{z_{i,j}^t}{2l} \\
 - \frac{\Delta t}{2l} \cdot \left(\frac{h_{i-1,j}^{5/3}}{n_{i-1,j}} + \frac{h_{i+1,j}^{5/3}}{n_{i+1,j}} + \frac{h_{i,j-1}^{5/3}}{n_{i,j-1}} + \frac{h_{i,j+1}^{5/3}}{n_{i,j+1}} \right)
 \end{aligned} \tag{5.19}$$

Per semplicità, il termine che rappresenta la sorgente S_c non è stato considerato, mentre il valore massimo di $|e_{i,j}^t|$ al tempo t è chiamato $E_{i,j}^t$ ed il massimo valore del modulo di $f(\mathbf{h}, z, h)$

è indicato con M . Quando il termine riportato nelle parentesi quadre nell'equazione (5.15) è uguale o maggiore a zero, i coefficienti di errore e'_{ij} nell'equazione sono positivi oppure uguali a zero. La non negatività dei termini riportati tra le parentesi quadre può essere espressa come una funzione dell'intervallo temporale:

$$\Delta t \leq \frac{2l^2 \cdot n_{i\pm 1, j\pm 1}}{h_{i\pm 1, j\pm 1}^{5/3}} \quad (5.20)$$

Come spiegato di seguito, l'equazione (5.20) è un criterio di convergenza per l'equazione discreta del deflusso superficiale, in analogia con la condizione CFL. Allora, l'equazione (5.18) può essere riscritta nella seguente forma:

$$\left| e'_{i,j}{}^{t+\Delta t} \right| \leq E_{i,j}^t + M \quad (5.21)$$

Se l'equazione (5.21) è vera per tutti i valori di i,j , essa è vera anche per $\max_{i,j} \left| e'_{i,j}{}^{t+\Delta t} \right| = E_{i,j}^{t+\Delta t}$. Segue che:

$$E_{i,j}^{t+\Delta t} \leq E_{i,j}^t + M \leq (E_{i,j}^{t-\Delta t} + M) + M = E_{i,j}^{t-\Delta t} + 2M \leq \dots \leq E_{i,j}^0 + nM = nM \quad (5.22)$$

$E_{i,j}^0 = 0$ perché il valore iniziale per h ed \mathbf{h} sono gli stessi. Dato che $\left| \mathbf{h}_{i,j}^t - h_{i,j}^t \right| \leq E_{i,j}^t$, si può dimostrare che h converge alla soluzione esatta \mathbf{h} , quando la condizione espressa nell'equazione (5.20) è soddisfatta e t è finito.

Due osservazioni sono rilevanti riguardo al criterio esposto. In primo luogo, nell'equazione (5.20) l'intervallo temporale non dipende dalle variazioni dell'altitudine della superficie terrestre, come la pendenza, che ha invece, una grande influenza sulle caratteristiche del deflusso.

Inoltre, l'equazione (5.20), come di consueto per la condizione CFL, è un criterio che fornisce solo dei valori che indicano il limite superiore per il passo temporale, che nella maggior parte dei casi sono superiori a quelli che assicurano la stabilità del modello e permettono di ottenere dei risultati affidabili. In particolare, Hunter et al. (2005) hanno affermato che i modelli espliciti non basati sulle equazioni superficiali dinamiche complete necessitano intervalli temporali più brevi di quelli suggeriti dalla condizione di CFL, mentre

Dottori e Todini (2011) hanno confermato che i modelli possono essere instabili anche con intervalli temporali inferiori.

5.5 La condizione di Ponce-Theurer

Ponce e Theurer, (1982) svilupparono un criterio per preservare l'accuratezza del modello di tipo diffusivo. I risultati ottenuti prevedono che debba essere soddisfatta l'equazione (5.23).

$$C \cdot D \geq \xi \quad (5.23)$$

dove C e D sono, rispettivamente, i numeri di Courant e di Reynolds, definiti come segue:

$$C = c \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (5.24)$$

$$D = \frac{q_0}{S_0 c \Delta x} \quad (5.25)$$

dove q_0 è la portata per unità di larghezza, S_0 è la pendenza dell'altezza d'acqua, c è la celerità e ξ è un parametro posto in genere pari a 0.25 che comporta il rispetto della condizione di accuratezza.

Sostituendo le equazioni (5.24) e (5.25) all'interno dell'equazione (5.23) si ottiene il seguente criterio:

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \frac{q_0}{S_0 \Delta x} \geq \xi \quad (5.26)$$

Dall'equazione (5.26) è possibile estrapolare l'intervallo temporale Δt :

$$\Delta t \leq \frac{S_0 \cdot \Delta x^2 \cdot \xi}{q_0} \quad (5.27)$$

A causa di questo tipo di legame, per dimensioni molto piccole della griglia e portate di picco con valori sostenuti, è necessario utilizzare intervalli temporali ridotti. In tali casi la precisione del sistema non è compromessa, ma i tempi di calcolo possono essere davvero molto lunghi se il numero di celle in gioco è elevato.

Constatazione importante è che, come vedremo nel successivo paragrafo, criteri analoghi a quello sviluppato da Ponce & Theurer, (1982) sono presenti in letteratura.

5.6 La condizione di von Neumann

Un'altra opzione per i modelli di approssimazione diffusiva è la condizione di von Neumann, che si basa sulla seguente condizione dell'intervallo temporale:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x^2}{4\alpha} \quad (5.28)$$

dove α è un coefficiente diffusivo che sarà spiegato in seguito. L'equazione (5.28) è stata usata da Hunter et al. (2005), che ha proposto una condizione di stabilità adattabile all'approccio delle *storage cell*, ed adattabile anche all'approccio degli Automi Cellulari Macroscopici, in quanto questa condizione è derivata dall'equazione di continuità e dalle equazioni del moto espresse nella forma generale:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \nabla q = 0 \quad (5.29)$$

$$q_x = \pm \frac{h^{5/3}}{n} \cdot \left| \frac{\partial H_s}{\partial x} \right|^{1/2} \quad (5.30)$$

$$q_y = \pm \frac{h^{5/3}}{n} \cdot \left| \frac{\partial H_s}{\partial y} \right|^{1/2} \quad (5.31)$$

Nell'equazione precedente h rappresenta il tirante idrico, Δt è l'intervallo temporale, Δx e Δy sono le dimensioni della cella, n è il coefficiente di scabrezza di Manning, H_s è l'altezza d'acqua in superficie ($H_s = h + z$) e q_x e q_y sono le componenti della portata per unità di larghezza.

Formulando il problema in termini di altezza d'acqua in superficie e di tirante idrico (anziché di quota geodetica) si ha un'analisi più semplice dell'entità dei termini presenti nell'equazione e si denota come le variazioni e la profondità dell'altezza dal fondo alveo tendano ad annullarsi nelle aree di inondazione in cui è maggiormente probabile la possibilità di avere problemi di instabilità.

L'equazione disaccoppiata (5.30) si differenzia dalla solita scrittura dell'equazione di Manning, ma è stato provato che questo cambiamento nel tipo di scrittura ha un effetto trascurabile sulle predizioni del modello (*Horritt & Bates, 2001*).

Inoltre, la propagazione del flusso, proprio come nel modello Eco-Idrologico, è determinata dal fatto che il gradiente in superficie possa essere positivo oppure negativo.

Combinando le due equazioni precedenti si ottiene l'equazione in forma generale:

$$\frac{\partial h}{\partial t} - \frac{h^{5/3}}{2n} \left| \frac{\partial H_s}{\partial x} \right|^{-1/2} \frac{\partial^2 H_s}{\partial x^2} - \frac{h^{5/3}}{2n} \left| \frac{\partial H_s}{\partial y} \right|^{-1/2} \frac{\partial^2 H_s}{\partial y^2} \pm \frac{5h^{2/3}}{3n} \left| \frac{\partial H_s}{\partial x} \right|^{1/2} \frac{\partial h}{\partial x} \pm \frac{5h^{2/3}}{3n} \left| \frac{\partial H_s}{\partial y} \right|^{1/2} \frac{\partial h}{\partial y} = 0 \quad (5.32)$$

La parte diffusiva dell'equazione è rappresentata dalle derivate del secondo ordine, che dominano all'interno dell'equazione in situazioni ove l'acqua può stagnare, come le pianure alluvionali, dove le variazioni spaziali della quota geodetica e del tirante idrico sono molto ridotte, il gradiente è bassissimo e i problemi della stabilità si presentano in maniera più marcata. Quindi le derivate del primo ordine sono trascurate e l'equazione (5.32) viene ridotta ad una semplice equazione differenziale parziale parabolica:

$$\frac{\partial h}{\partial t} - \alpha \left(\frac{\partial^2 H_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_s}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (5.33)$$

Nell'equazione (5.33) α è un coefficiente diffusivo, anisotropo, che varia nello spazio e nel tempo. Al fine di trovare un criterio di stabilità, il coefficiente α può essere descritto come segue:

$$\alpha = \min \left(\frac{h^{5/3}}{2n} \left| \frac{\partial H_s}{\partial x} \right|^{-1/2}; \frac{h^{5/3}}{2n} \left| \frac{\partial H_s}{\partial y} \right|^{-1/2} \right) \quad (5.34)$$

e l'equazione (5.33) può essere sviluppata in una forma discreta:

$$\frac{h_{i,j}^{t+\Delta t} - h_{i,j}^t}{\Delta t} - \frac{\alpha}{\Delta x^2} (h_{i+1,j}^t + h_{i-1,j}^t + h_{i,j+1}^t + h_{i,j-1}^t - 4h_{i,j}^t) = 0 \quad (5.35)$$

Sfruttando l'analogia tra la relazione (5.35) e la condizione di von Neumann (5.28), si può riordinare l'equazione ed impiegare α per stimare il passo temporale più efficiente Δt_{vN}

utilizzando l'approccio Jacobiano alla soluzione dell'equazione di Laplace. Nella forma discreta si ottiene la seguente equazione:

$$\Delta t_{vN} = \frac{\Delta x^2}{4} \min \left(\frac{2n}{h^{5/3}} \left| \frac{\Delta H_s}{\Delta x} \right|^{1/2}, \frac{2n}{h^{5/3}} \left| \frac{\Delta H_s}{\Delta y} \right|^{1/2} \right) \quad (5.36)$$

L'equazione (5.36) è simile all'equazione (5.27), essendo congruente con il valore del parametro ζ . Uno schema che usa il criterio esposto dall'equazione (5.36) può essere sviluppato ricercando all'intero del dominio il minimo valore tra gli intervalli temporali per ciascuna cella per ciascun intervallo della simulazione. Il minimo valore dell'intervallo temporale può essere usato per aggiornare il tirante idrico.

Un'osservazione importante legata a questo tipo di approccio è che l'intervallo temporale non è limitato inferiormente. In situazioni di stazionarietà, in cui il carico idraulico è uniforme, o di versanti caratterizzati da una pendenza limitata, in cui la variazione della quota tra una cella e la contigua è prossima alla variazione del tirante idrico sulle stesse celle, l'intervallo temporale tenderà velocemente a zero, cioè a valori così piccoli che non hanno significato né dal punto di vista computazionale, né dal punto di vista fisico. Questo tipo di problema viene ovviato introducendo uno schema di tipo lineare che è applicato alle celle dove l'altezza d'acqua in superficie differisce tra le celle adiacenti, che costituiscono il vicinato, di una soglia specifica, H_{lin} (Cunge *et al.*, 1980):

$$H_{lin} = H_c - H_\alpha = \Delta H_{\alpha c} \quad (5.37)$$

In questo caso, l'equazione del moto (5.30) e (5.31) vengono trasformate come segue:

$$q_x = \pm \frac{h^{5/3}}{n} \cdot \left(\frac{\Delta x}{H_{lin}} \right)^{1/2} \left(\frac{\partial H_s}{\partial x} \right) \quad (5.38)$$

$$q_y = \pm \frac{h^{5/3}}{n} \cdot \left(\frac{\Delta y}{H_{lin}} \right)^{1/2} \left(\frac{\partial H_s}{\partial y} \right) \quad (5.39)$$

Combinando le equazioni (5.38) e (5.39) con l'equazione di continuità (5.29) si ottiene un'equazione analoga alla (5.32) in cui si tiene conto della soglia H_{lin} .

$$\begin{aligned} & \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{h^{5/3}}{2n} \left| \frac{\Delta x}{H_{lin}} \right|^{-1/2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\Delta x}{H_{lin}} \right) \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{5}{3} \frac{h^{2/3}}{n} \left| \frac{\Delta x}{H_{lin}} \right|^{1/2} \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{h^{5/3}}{n} \left| \frac{\Delta x}{H_{lin}} \right|^{1/2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right) - \frac{h^{5/3}}{2n} \left| \frac{\Delta y}{H_{lin}} \right|^{-1/2} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\Delta y}{H_{lin}} \right) \frac{\partial H}{\partial y} \\ & + \frac{5}{3} \frac{h^{2/3}}{n} \left| \frac{\Delta y}{H_{lin}} \right|^{1/2} \frac{\partial H}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{h^{5/3}}{n} \left| \frac{\Delta y}{H_{lin}} \right|^{1/2} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial H}{\partial y} \right) = 0 \end{aligned} \quad (5.40)$$

Analogamente all'equazione (5.8), anche l'equazione (5.40) può essere ridotta ad un'equazione differenziale parziale e parabolica considerando soltanto le derivate del secondo ordine:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{h^{5/3}}{n} \left| \frac{\Delta x}{H_{lin}} \right|^{1/2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{h^{5/3}}{n} \left| \frac{\Delta y}{H_{lin}} \right|^{1/2} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial H}{\partial y} \right) = 0 \quad (5.41)$$

Confrontando l'equazione (5.28) e la relazione (5.41) è evidente che è possibile descrivere il coefficiente α come segue:

$$\alpha = \min \left(\frac{h^{5/3}}{n} \left| \frac{\Delta h}{H_{lin}} \right|^{1/2}, \frac{h^{5/3}}{n} \left| \frac{\Delta h}{H_{lin}} \right|^{1/2} \right) \quad (5.42)$$

Utilizzando la stessa procedura descritta in precedenza si può descrivere l'intervallo temporale Δt_{vN} corretto per i casi in cui l'intervallo temporale risulta troppo piccolo:

$$\Delta t_{vN} = \frac{\Delta x^2}{4} \min \left(\frac{n}{h^{5/3}} \left| \frac{H_{lin}}{\Delta x} \right|^{1/2}, \frac{n}{h^{5/3}} \left| \frac{H_{lin}}{\Delta y} \right|^{1/2} \right) \quad (5.43)$$

Al contrario, portate con valori molto bassi, combinati con pendenze dove la variazione del gradiente superficiale è trascurabile, potrebbero portare ad intervalli temporali molto elevati, in modo che alcuni limiti superiori dovrebbero essere effettivamente considerati. Sintetizzando, l'utilizzo dell'equazione (5.36) nelle applicazioni pratiche non è semplice e deve essere impiegata con cura.

5.7 Accortezze numeriche

Dall'analisi dei lavori presenti in letteratura assume un ruolo fondamentale la scelta di una formulazione specifica ed idonea per il calcolo della cadente idraulica. Questa grandezza ha,

infatti, un impatto notevole sulle performance del modello, in termini di accuratezza e di stabilità, e può essere implementata o, considerando una variazione lineare dell'altezza d'acqua lungo una direzione e valutando le perdite di carico nella sezione centrale, oppure ipotizzando una variazione logaritmica dell'altezza d'acqua.

In termini di corretta propagazione del deflusso, risultati soddisfacenti, soprattutto per piani orizzontali, sono ottenuti considerando una variazione lineare dell'altezza d'acqua lungo una generica direzione e calcolando le perdite di carico nella sezione centrale. A tal proposito, il tirante idrico corrispondente a due celle adiacenti, $h_{\alpha c}$, presente nelle equazioni viste in precedenza in questo capitolo e nei capitoli 3 e 4, viene valutato come la media aritmetica dei tiranti idrici lungo due celle vicine, h_m :

$$h_{\alpha c} = h_m = \frac{h_c + h_\alpha}{2} \quad (5.44)$$

Tuttavia, con lo scopo di migliorare la stabilità e di raggiungere un livello più alto di accuratezza, si è notato da lavori presenti in letteratura e da osservazioni sperimentali, che è preferibile usare un valore diverso per il calcolo di $h_{\alpha c}$. In particolare, viene utilizzato il valore di riferimento h_{flow} , definito come la differenza tra il valore più grande delle altezze d'acqua tra le due celle e il valore maggiore della quota geodetica:

$$h_{\alpha c} = h_{flow} = \max[(h_c + z_c); (h_\alpha + z_\alpha)] - \max(z_c, z_\alpha) \quad (5.45)$$

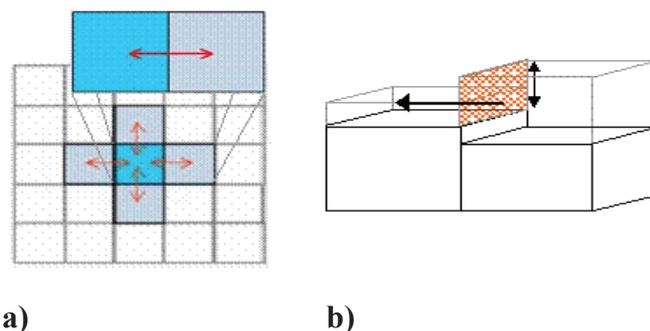


Figura 5.4. Rappresentazione del tirante idrico h_{flow} , la profondità attraverso il quale l'acqua può fluire tra due celle adiacenti mostrate in pianta (a) e in 3D (b)

Diversi lavori presenti in letteratura hanno dimostrato in letteratura (*Dottori & Todini* (2011), *Bates et al.*, (2010), *Hunter et al.*, (2005)), che l'utilizzo della grandezza h_m produce risultati altamente instabili per tutti i piani eccetto quelli orizzontali, mentre l'utilizzo della grandezza h_{flow} consente di ottenere risultati stabili per le celle umide, per celle che

rappresentano celle di canale o celle di golena; per di più l'uso di h_{flow} stabilizza il modello anche nelle regioni caratterizzate da una topografia molto complessa e da elevate pendenze. Anche se in letteratura non sono presenti chiarimenti che spiegano il migliore comportamento ottenuto con l'impiego di h_{flow} , una giustificazione può essere data dalla definizione stessa della grandezza, che rappresenta la profondità attraverso la quale l'acqua può effettivamente defluire tra due celle. Quindi, il tirante tra due celle adiacenti rappresenta la reale altezza d'acqua che può effettivamente attraversare le due celle invece di essere calcolato in modo fittizio tramite operazioni di media aritmetica.

5.8 Implementazione metodologie particolari

Molte sono le opportunità offerte dai lavori presenti in letteratura, che riguardano sia lo sviluppo di metodologie diverse, che l'utilizzo di stratagemmi volti al miglioramento computazionale e al perfezionamento delle performance del modello. Si parte dallo sviluppo di una formulazione quasi inerziale per la modellazione della propagazione del deflusso idrico in superficie (Bates et al., 2010, Dottori & Todini, 2011) allo sviluppo di una modellazione diffusiva che utilizza un intervallo temporale locale (Dottori & Todini, 2011).

5.8.1 Modello quasi inerziale

È possibile implementare un nuovo set di equazioni che vengono risolte tramite un approccio di tipo esplicito ad un costo computazionale veramente molto basso anche per casi di elevata complessità costituiti da aree topograficamente molto particolari, come hanno proposto Bates et al., (2010). La soluzione suggerita dagli autori consiste nel modificare il modello diffusivo esplicito in modo da includere i termini inerziali, oppure una parte di essi, permettendo non solo l'uso di un intervallo temporale stabile più grande ma anche tempi di simulazione più brevi. Inoltre, l'aggiunta dei termini inerziali può essere importante per rappresentare in maniera più appropriata la fisica del deflusso, soprattutto in contesti ambientali specifici.

A differenza dei modelli diffusivi, come quelli già esaminati nei precedenti paragrafi dove l'intervallo temporale usato è proporzionale ad $1/\Delta x^2$, si propone la scelta di un intervallo temporale proporzionale a $1/\Delta x$. Ciò permette di utilizzare un intervallo temporale che è fino a 3 volte maggiore rispetto agli intervalli temporali proporzionali ad $1/\Delta x^2$ se la cella ha una dimensione significativa. Con questo nuovo schema, quindi, gli autori ritengono che è possibile superare il problema della dipendenza quadratica dalla dimensione della cella e migliorare il costo computazionale, applicandola in numerose applicazioni.

Nel modello diffusivo la mancanza dei termini inerziali è la ragione per il quale è richiesto un rigoroso controllo dell'intervallo temporale. L'effetto dell'inerzia permette di ridurre il flusso tra le celle, flusso che diventa semplicemente una funzione della gravità e dell'attrito. L'equazione (5.30) sovrastima il flusso, soprattutto nelle aree poco superficiali dove c'è un gradiente piccolo dell'altezza idrica. Il set di equazioni viene ricavato a partire dall'equazione monodimensionale di Saint-Venant:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{Q^2}{A} \right] + \frac{gA\partial(h+z)}{\partial x} + \frac{gn^2 Q^2}{R^{4/3} A} = 0 \quad (5.46)$$

dove Q è la portata, A è l'area di sezione attraversata dal flusso, z è l'elevazione dal fondo alveo, R è il raggio idraulico, g è l'accelerazione di gravità, h il tirante idrico ed n è il coefficiente di Manning.

Per molti versanti, il termine di avvezione è relativamente poco importante, così è possibile trascurarlo. Quindi, l'utilizzo dell'espressione “formulazione di tipo inerziale” è improprio, in quanto è incluso nell'espressione solo il termine di accelerazione locale e non quello di avvezione.

Ipotizzata l'analisi di un canale di forma rettangolare e divise le grandezze presenti per una portata costante nella sezione; si ottiene l'equazione in termini di portata per unità di larghezza, q [L^2T^{-1}] espressa dalla relazione:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{gA\partial(h+z)}{\partial x} + \frac{gn^2 q^2}{R^{4/3} A} = 0 \quad (5.47)$$

Per deflussi molto larghi e superficiali il raggio idraulico R può essere approssimato con il tirante idrico h . L'equazione (5.47) è discretizzabile rispetto all'intervallo temporale Δt e si ottiene la relazione:

$$\frac{q^{t+\Delta t} - q^t}{\Delta t} + \frac{gh^t \partial(h^t + z)}{\partial x} + \frac{gn^2 (q^t)^2}{(h^t)^{7/3}} = 0 \quad (5.48)$$

L'equazione (5.48) viene modificata in modo da ricavare la portata q all'intervallo temporale $t+\Delta t$ riportata nella relazione (5.49) con un approccio esplicito.

$$q^{t+\Delta t} = q^t - gh^t \cdot \Delta t \left[\frac{\partial(h^t + z)}{\partial x} + \frac{n^2 (q^t)^2}{(h^t)^{10/3}} \right] \quad (5.49)$$

La portata per unità di larghezza q all'intervallo temporale $t+\Delta t$, dipende dai termini q_t , h_t e z , e contiene un solo termine addizionale per cui può essere risolta con uno sforzo computazionale molto basso.

L'impiego di questa formulazione ha un vantaggio importante; includendo il termine riguardante l'accelerazione, la propagazione del deflusso viene modellata in maniera più completa, si riduce la possibilità di generare situazioni caratterizzate da un'inversione del flusso e di conseguenza diminuiscono i casi con oscillazioni a scacchiera in superficie che si riferiscono a casi poco stabili.

L'equazione (5.49) può essere ulteriormente migliorata, poiché possono ancora verificarsi condizioni di instabilità quando il termine d'attrito diventa molto grande. Sostituendo il termine q^t con il termine $q^{t+\Delta t}$ si ottiene un'equazione lineare nel termine incognito $q^{t+\Delta t}$ (5.50) che ha le proprietà di uno schema di tipo implicito.

$$q^{t+\Delta t} = q^t - gh^t \cdot \Delta t \left[\frac{\partial(h^t + z)}{\partial x} + \frac{n^2 q^t q^{t+\Delta t}}{(h^t)^{10/3}} \right] \quad (5.50)$$

Infine l'equazione (5.51) può essere modificata in maniera appropriata in modo da ottenere il calcolo della portata al nuovo passo temporale in forma esplicita.

$$q^{t+\Delta t} = \frac{q^t - gh^t \cdot \Delta t \frac{\partial(h^t + z)}{\partial x}}{1 + gh^t \cdot \Delta t n^2 q^t / (h^t)^{10/3}} \quad (5.51)$$

Con la relazione (5.51) si evince che anche nel caso di un aumento del termine d'attrito, c'è un miglioramento della stabilità.

La condizione di riferimento per la scelta del corretto criterio per la determinazione del passo temporale è data dalla condizione CFL semplificata da cui si ricava una condizione per la scelta dell'appropriato intervallo temporale da adottare nel modello:

$$\Delta t_{max} = \alpha \frac{\Delta x}{\sqrt{g \cdot h_t}} \quad (5.52)$$

dove α è un coefficiente compreso nel range 0.2-0.7, usato nella maggior parte degli studi realizzati sui versanti, porta ad una simulazione di tipo stabile. Il parametro α è, quindi, necessario all'interno dell'equazione (5.52) anche per ridurre l'intervallo temporale che è in genere più piccolo di quello indicato dalla originale condizione CFL.

L'equazione (5.52) rappresenta un approccio molto utile per la selezione del passo temporale, se seguito da una appropriata scelta del parametro α . L'intervallo temporale calcolato è indicativamente 1-3 volte più grande dell'intervallo temporale usato nel modello diffusivo con lo schema (5.36). Le differenze diventano più marcate al diminuire della dimensione della griglia e ciò comporta anche un significativo cambiamento nell'efficienza computazionale.

5.8.2 Modello con intervallo temporale locale

Nell'articolo proposto da Dottori & Todini, (2011) il modello viene sviluppato per mezzo di un approccio agli MCA in cui ciascuna singola cella rappresenta un volume di fluido al quale sono applicate sia l'equazione di moto che quella di continuità. Gli autori, al fine di migliorare le performance del modello, modificano il codice originale basato sulle equazioni di tipo diffusivo e su uno schema con un intervallo temporale costante attraverso l'implementazione di due tecniche disponibili in letteratura:

- una formula inerziale per il calcolo delle portate,
- l'incorporazione di un algoritmo per l'individuazione di un intervallo temporale locale adattabile, basato su una tecnica originale.

Anche in questo lavoro l'uso della formulazione inerziale è molto efficiente in tutti i casi esaminati e riduce il tempo di simulazione rispetto alla formulazione diffusiva, sebbene non migliori la complessiva accuratezza dei risultati e l'uso di un intervallo temporale adattabile produce un'accelerazione nella simulazione, senza perdita di accuratezza nei risultati.

Sebbene il modello agli AC introdotto da Dottori & Todini, (2011) è stato sviluppato impostando un approccio agli automi cellulari, la struttura finale del modello è più simile ad altre tecniche di modellazione come l'approccio dello *storage cell*. Due modelli molto noti sono basati su questa tecnica, il LISFLOOD-FP (Hunter et al., 2005) e FLO2D (FLO-2D Software Inc., 2007). Il modello sviluppato da Dottori & Todini, (2011) si rifà per molti aspetti ai due modelli precedentemente citati. In particolare, entrambi i modelli eseguono il calcolo del flusso attraverso il disaccoppiamento delle componenti del flusso lungo le due direzioni. Il modello LISFLOOD-FP usa un modello di tipo diffusivo, anche se recentemente è stata implementata, anche per questo modello l'introduzione dei termini inerziali, mentre FLO2D applica l'equazione del moto completa.

Il metodo proposto consiste nel modificare l'intervallo temporale corrente in accordo con le condizioni del deflusso, in modo da applicare il più grande intervallo temporale che garantisca la stabilità per l'intera computazione. La letteratura riporta casi in cui è già stata esaminata l'applicazione di un intervallo temporale adattabile globale. Questa tecnica presenta degli svantaggi soprattutto nelle aree di concentrazione del deflusso e caratterizzate da topografia complessa. In questi casi l'intervallo temporale può assumere valori che sono significativamente più piccoli rispetto a quelli che sono valutati nel resto della griglia determinando un notevole rallentamento della simulazione. L'approccio che supera questo problema è costituito dall'applicazione di un intervallo temporale locale adattabile che segua il criterio proposto nella relazione (5.53).

In genere l'implementazione di queste tecniche non è chiara e semplice in quanto richiedono di identificare delle regioni dove le celle sono integrate con lo stesso intervallo temporale e di definire delle interfacce tra le suddette regioni, dove l'integrazione temporale deve cambiare gradualmente. Inoltre, il rapporto tra il minimo ed il massimo intervallo temporale deve essere limitato. Questo risultato comporta un aumento in termini di complessità del codice.

Considerando l'esistenza di questa tecnica e le caratteristiche degli automi cellulari è possibile sviluppare l'algoritmo basandosi sulla procedura proposta da Zhang et al., (1994). Gli intervalli temporali sono calcolati lungo la connessione tra i nodi, assegnando ad ogni collegamento un valore dell'intervallo temporale Δt_j , che è un multiplo del più piccolo passo temporale su tutto il dominio ΔT , in modo tale che sia rispettata la condizione:

$$k_j \Delta T \leq \Delta t_j \leq (k_j + 1) \Delta T \quad (5.53)$$

La portata per ciascuna connessione è aggiornata considerando il valore locale del passo temporale: viene usato un valore calcolato ad uno specifico tempo di simulazione \bar{t} fino a quando la simulazione raggiunge il valore $\bar{t} + \Delta t_j$ e si calcola il nuovo valore della portata e dell'intervallo temporale.

L'aggiornamento temporale dei volumi presenti in ciascuna cella è migliorato considerando il più piccolo intervallo temporale Δt , ed applicata alla portata accumulata, in modo che l'equazione di continuità sia modificata e diventi la relazione:

$$V_i^{t+\Delta t} = V_i^t + \sum_{j=1}^m \frac{\Delta t_j}{k_j} Q_{i,j} \quad (5.54)$$

Con questa procedura il numero degli aggiornamenti temporali è lo stesso del metodo in cui si usa l'intervallo temporale globale, ma il numero di valutazioni, e quindi del costo computazionale e del tempo di simulazione è sensibilmente ridotto. Questo algoritmo presenta delle caratteristiche che si accentuano nelle applicazioni. In particolare, non c'è la necessità di dividere le celle in gruppi con diversi intervalli temporali fino a quando il massimo valore dell'intervallo temporale ammissibile è direttamente assegnato a ciascun collegamento. L'unica limitazione introdotta riguarda il minimo ed il massimo intervallo temporale ammissibile, che sono, rispettivamente pari a 0.01 s e 10-20 s.

CAPITOLO 6

APPLICAZIONE DEL MODELLO

6.1 Presentazione e classificazione dei risultati

Nel presente capitolo, sono state eseguite delle applicazioni del modello Eco-Idrologico sviluppato agli automi cellulari. Tali esperimenti possono essere suddivisi in tre tipologie differenziati in base all'obiettivo che l'applicazione si prefigge.

La prima serie di test case è formata da due test case numerici volti a realizzare una validazione preliminare del sistema di modellazione, in quanto i risultati ottenuti con il modello Eco-Idrologico sono confrontati con i risultati ottenuti da un altro modello presente in letteratura.

Il secondo gruppo di test case prevede 13 simulazioni di tipo numerico eseguite al fine di analizzare la stabilità numerica del modello e di individuare una connessione tra l'intervallo temporale adoperato durante l'intera simulazione e le oscillazioni dei risultati.

La terza serie di test case è formata da un solo esperimento, registrato dai ricercatori del progetto Biosphere 2 LEO sulla struttura citata. I risultati ottenuti col modello Eco-Idrologico sono, quindi, confrontati con dati reali, registrati su un bacino a grande scala.

La classificazione delle applicazioni eseguite può essere fatta anche in base alla grandezza, alla geometria dei bacini, dai tipi di dati utilizzati e dalla serie di risultati ottenuti.

Nello specifico, il primo gruppo di test case è stato realizzato su due bacini di forma semplice, un piano inclinato e due piani inclinati che formano un bacino a V. Inoltre, sono stati analizzati il deflusso superficiale e la posizione di intersezione tra la falda ed il piano

campagna. Il secondo gruppo di test case è stato eseguito sulla struttura Biosphere, ma i dati utilizzati sono stati registrati da una stazione micrometeorologica posta a Sibari, in Calabria e gestita direttamente dal nostro team di ricerca ed, infine, il risultato investigato riguarda l'idrogramma di portata in uscita dal bacino. L'ultimo esperimento coinvolge non solo le caratteristiche geometriche dell'infrastruttura Biosphere, ma anche i dati registrati dai ricercatori del progetto sulla struttura, mentre, la simulazione ha permesso di controllare l'evoluzione temporale del *seepage flow* in uscita dal bacino.

6.1.1 Biosphere 2 Landscape Evolution Observatory (LEO)

L'Università dell'Arizona vicino a Tucson, negli Stati Uniti d'America, ha realizzato un'infrastruttura a grande scala, orientata allo sviluppo della ricerca e della comunità scientifica. La costruzione, denominata Biosphere 2 Landscape Evolution Observatory (LEO), è stata progettata per facilitare la ricerca e la conoscenza di predizione dei processi fisici, chimici, biologici, e geologici sulla superficie terrestre in funzione dei cambiamenti climatici e dell'eterogeneità strutturale. Dato che i modelli numerici accoppiati fisicamente basati sono sviluppati iterando le misure sperimentali delle interazioni tra i diversi processi della superficie terrestre, l'ambiente controllato di LEO costituisce una piattaforma ideale per la validazione e per il miglioramento dei modelli. A sua volta, i modelli possono aiutare con l'interpretazione dei dati misurati, validando la formazione del suolo e l'eterogeneità dell'ecosistema, e programmando la progettazione di esperimenti successivi.

LEO è composto da tre scenari identici e convergenti di lunghezza e larghezza, pari, rispettivamente a 30 m e 11.15 m, di estensione pari a 334.5m^2 , inclinati in media di 10 gradi, all'interno di un impianto controllato di dimensione pari a 5000m^2 . Nella figura 6.1 sono rappresentate delle fotografie della struttura, mentre una sua riproduzione necessaria ai fini computazionali è rappresentata nella figura 6.7(a). La profondità della struttura è pari a 1 m, in cui il suolo presente è tefrite basaltica. Ogni scenario contiene una densa rete di sensori e campionatori spazialmente distribuiti nell'impianto in grado di valutare l'eterogeneità laterale e verticale dell'umidità, dell'energia e dei flussi dell'anidride carbonica. La densità e la frequenza col quale possono essere interrogati i sensori consente una quantità di misurazioni che sarebbe impossibile da ottenere altrimenti sul campo.

Inoltre, la presenza dei campionatori consente la determinazione di processi biogeochimici, e facilita l'uso di traccianti chimici a diverse scale spaziali che consentono di studiare il movimento dell'acqua.

Ciascun versante ha un sistema di pioggia ingegnerizzato che permette l'applicazione delle precipitazioni con tassi variabili tra 3 mmh^{-1} e 45 mmh^{-1} sia per i modelli spazialmente omogenei che per quelli eterogenei. Si ha una capacità abbastanza buona di ottenere condizioni idrologiche stazionarie a scala di versante o di eseguire simulazioni complesse. Per ciascuno dei tre versanti, l'approvvigionamento idrico delle precipitazioni è flessibile ed è stato progettato per facilitare l'aggiunta di rivelatori a quote costanti o variabili nel tempo.

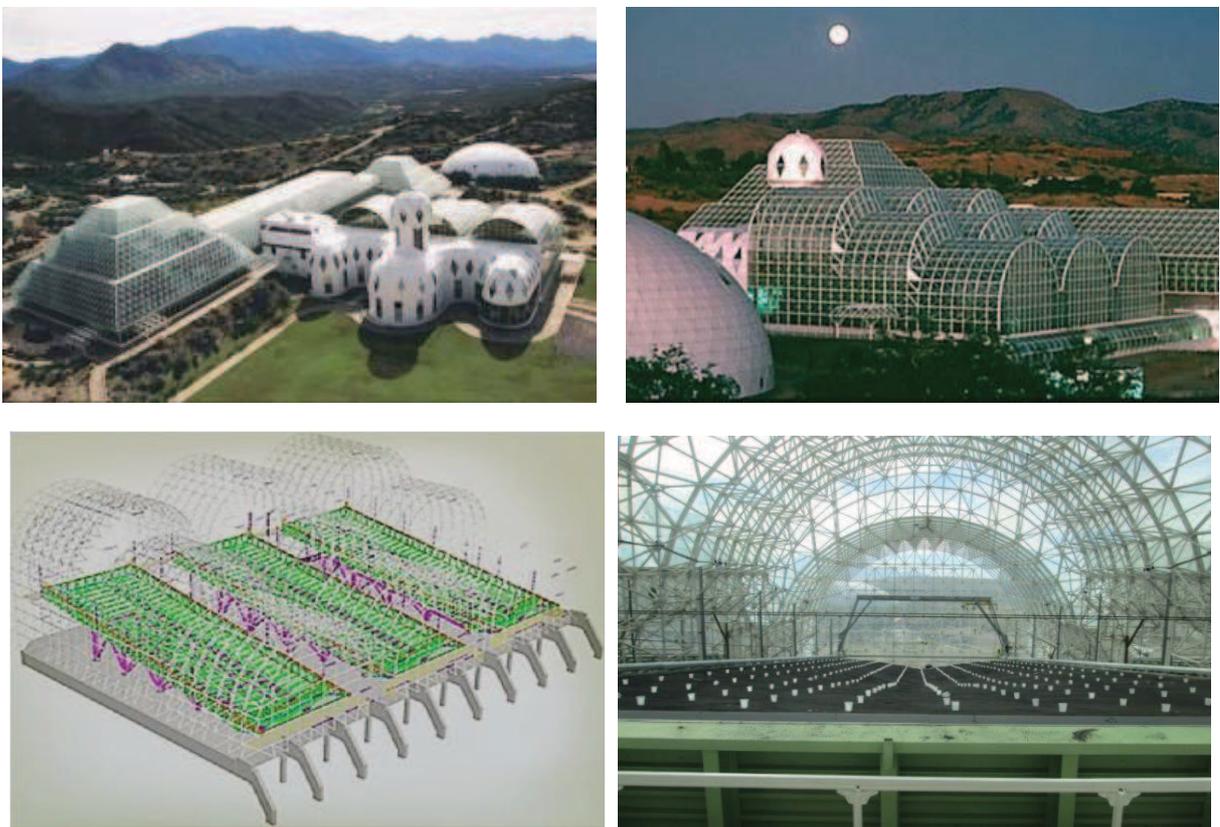


Figura 6.1. Fotografie e schemi progettuali del progetto Biosfera 2 LEO.

6.2 Validazione preliminare del modello con esperimenti numerici presenti in letteratura

In questa parte del presente lavoro di tesi è stata realizzata una validazione preliminare del sistema di modellazione confrontando i risultati di alcuni esperimenti numerici effettuati

da Sulis et al. (2010) con il modello CATHY, introdotto nel primo capitolo. Gli esperimenti numerici rappresentano uno strumento essenziale per la comparazione dei modelli, e in questo studio degli esperimenti molto semplici sono stati utilizzati come un primo passo per esplorare le similitudini e le differenze tra il modello Eco-Idrologico sviluppato con gli automi cellulari ed il modello CATHY. È importante sottolineare che questo confronto coinvolge solo le interazioni del deflusso superficiale con quello sotterraneo, dal momento che non sono presenti nel loro lavoro dei risultati che siano derivanti dalla presenza del modulo Svat, del modulo VDM o delle loro interazioni con gli altri moduli.

I test case riguardano delle geometrie molto semplici: un piano inclinato e due piani inclinati che formano un bacino a V. Questi casi sono caratterizzati da una complessità ridotta sia per quel che riguarda la geometria che per quel che riguarda altre caratteristiche come la topografia, le proprietà idrauliche ed idrogeologiche. Le reazioni fisiche ottenute sono però complesse e volte a confrontare attentamente il comportamento del modello. Le risposte analizzate includono il deflusso e la posizione di intersezione tra la falda e la superficie terrestre. I test case sono caratterizzati da eventi di pioggia seguiti da un periodo di recessione o di evaporazione e condividono i parametri di van Genuchten ottenuti per un terreno sabbioso-argilloso.

6.2.1 Test case numerico 1: *Return Flow*

Questo test case utilizza un dominio molto semplice, costituito da un versante unidimensionale, rappresentato in figura 6.1, lungo 420 m, largo 320 m e profondo 5 m.

La griglia usata per la rappresentazione del versante è costituita da 80 x 64 celle con una risoluzione di 5 m, mentre verticalmente il versante è suddiviso uniformemente in 100 celle, in quanto la risoluzione è di 0.05 m. La condizione al contorno imposta prevede che non ci sia deflusso, né dalla parte inferiore, né da alcuna parte laterale del sottosuolo; esse rappresentano dunque delle facciate impermeabili. L'acqua può defluire, invece, dalle celle colorate di grigio mostrate nella figura 6.2. La condizione iniziale prevede invece che la falda nell'istante iniziale della simulazione si trovi a 0.5 m dal piano campagna. I parametri di van Genuchten usati per descrivere le caratteristiche idrauliche del suolo sono il contenuto di umidità a saturazione $\theta_s = 0.4$, il contenuto di umidità residuo $\theta_r = 0.08$, $\alpha = 1.0 \text{ m}^{-1}$ e $n = 2.0$. La simulazione consiste in un evento di precipitazione della durata di 200 minuti con un'intensità

costante di $1.5 \cdot 10^{-4}$ m/min seguiti da 200 minuti di evaporazione caratterizzati da un'aliquota uniforme di $5.4 \cdot 10^{-6}$ m/min. Il coefficiente di scabrezza di Manning usato è pari a $3.3 \cdot 10^{-4}$ m^{-1/3}/min, mentre la permeabilità a saturazione $K_{\text{sat}} = 6.94 \cdot 10^{-2}$ m/min.

Al fine di evidenziare gli effetti delle diverse caratteristiche dei processi di *return flow* in superficie sulle scale temporali sono state considerate due inclinazioni del versante pari a 0.5% e a 5%.

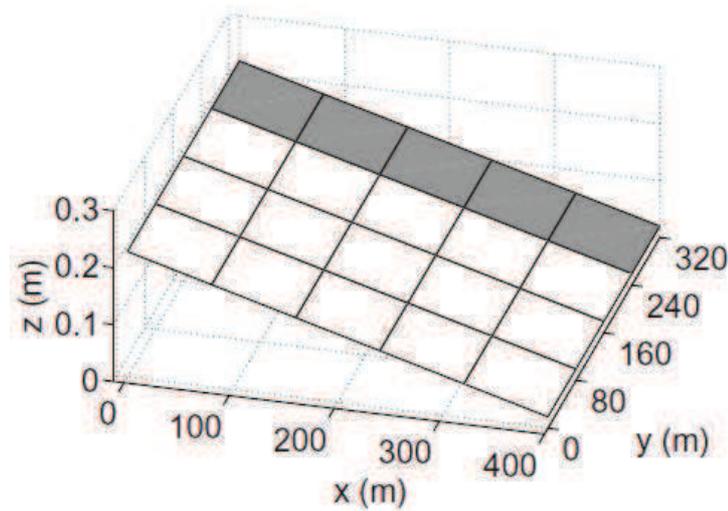


Figura 6.2. Piano inclinato usato per il test case relativo al *Return flow*

La simulazione è legata alla dinamica del processo di riflusso lungo un piano inclinato omogeneo, ed il risultato, mostrato nelle figure 6.3 e 6.4 presenta un confronto tra le differenti evoluzioni del punto di intersezione tra la falda ed il piano campagna con differenti angoli di inclinazione. Gli elevati valori di permeabilità utilizzati per il test case consentono una veloce crescita ed una diminuzione della falda ed una conseguente rapida espansione e contrazione dell'area nel piano inclinato. Sulis et al., (2010) hanno eseguito le simulazioni con CATHY secondo due versioni differenziate in base alla parametrizzazione della superficie che può essere bidimensionale (*sheet flow*) o monodimensionale (*rill flow*) come già accennato nel primo capitolo.

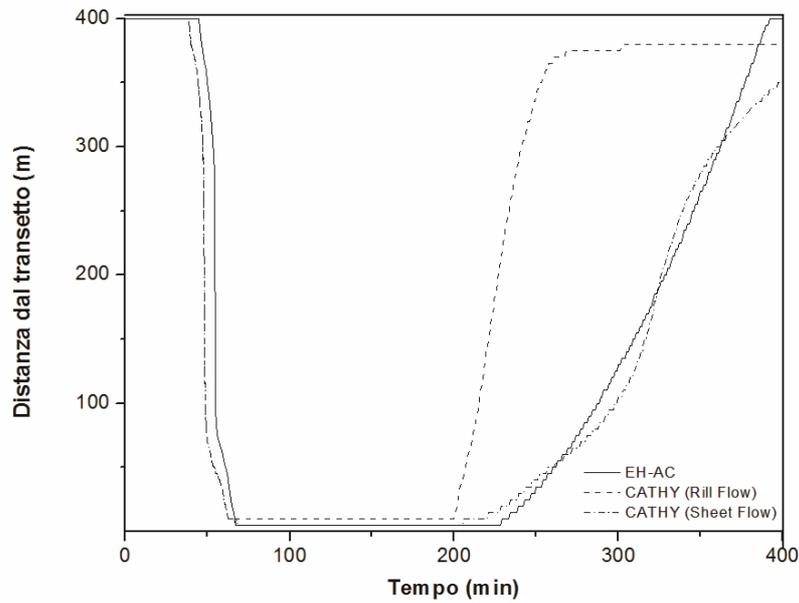


Figura 6.3. Evoluzione del punto di intersezione tra la falda ed il piano campagna. L'inclinazione del versante è pari a 0.5%.

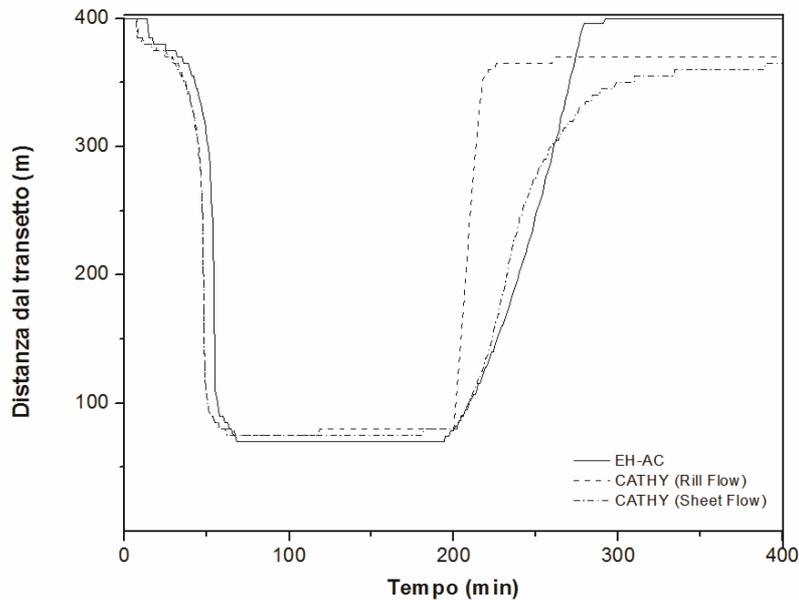


Figura 6.4. Evoluzione del punto di intersezione tra la falda ed il piano campagna. L'inclinazione del versante è pari a 5%.

Dai risultati mostrati in figura 6.3 e in figura 6.4 si evince che per pendii più dolci, l'infiltrazione ed il deflusso sotterraneo sono fenomeni che predominano nella direzione verticale, così l'aumento della falda è uniforme su tutto il bacino, ed è più lenta rispetto al caso più ripido. Ci vuole dunque più tempo affinché la falda si sposti verso su, ma quando ciò

avviene il fenomeno è più brusco rispetto al caso del pendio più ripido, e la falda raggiunge una posizione più alta, simulando la quasi completa saturazione del bacino. Quando la precipitazione cessa, invece, i pendii meno ripidi drenano l'acqua più lentamente rispetto a quelli maggiormente inclinati, e quindi si osserva che durante la fase di recessione la falda si allontana dal piano campagna più lentamente rispetto al caso di bacino ripido.

Un'ulteriore considerazione può essere elaborata confrontando i risultati ottenuti con i due modelli. Il modello Eco-Idrologico agli Automi Cellulari implementato nel seguente lavoro di tesi ed il modello Cathy concordano abbastanza bene, per entrambi i versanti, sia nella tempistica dell'intersezione della falda con il piano campagna che durante l'evoluzione del fenomeno. Inoltre, si osserva in entrambe le inclinazioni, una maggiore somiglianza tra i risultati ottenuti con il modello Eco-Idrologico e i risultati ottenuti con la versione *sheet flow* del modello CATHY. La somiglianza è più palese nel versante meno ripido in quanto entrambe le serie di risultati sono caratterizzati da una lenta recessione della falda.

La stretta corrispondenza dei risultati ottenuti con entrambi i modelli durante la fase di precipitazione indica chiaramente che la dinamica del processo di riflusso è controllato dal flusso idrico nel sottosuolo.

6.2.2 Test case numerico 2: Deflusso superficiale

Questo test case utilizza un bacino molto semplice ma inclinato a V. Il versante, rappresentato in figura 6.5, è formato dall'unione di due piani rettangoli inclinati, lunghi 800 m, larghi 1000 m e collegati da un canale largo 20 m e lungo 1000 m.

Questo test case viene utilizzato per valutare il comportamento del deflusso superficiale senza alcun contributo del sottosuolo assumendo che non si verifichi nessuna infiltrazione. Il test case, infatti, può essere chiaramente, considerato bidimensionale. La griglia usata per la rappresentazione del versante è costituita da 81 x 50 celle con una risoluzione di 20 m.

La simulazione consiste in un evento di precipitazione che dura 90 minuti con un'intensità uniforme pari a $1.8 \cdot 10^{-4}$ m/min), seguita da 90 minuti di drenaggio. Il coefficiente di scabrezza di Manning usato nella simulazione è costante nello spazio e nel tempo, ma si diversifica per le celle in cui è rappresentato il canale rispetto a tutte le altre e sono pari, rispettivamente a $2.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1/3}/\text{min}$ ed a $2.5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1/3}/\text{min}$.

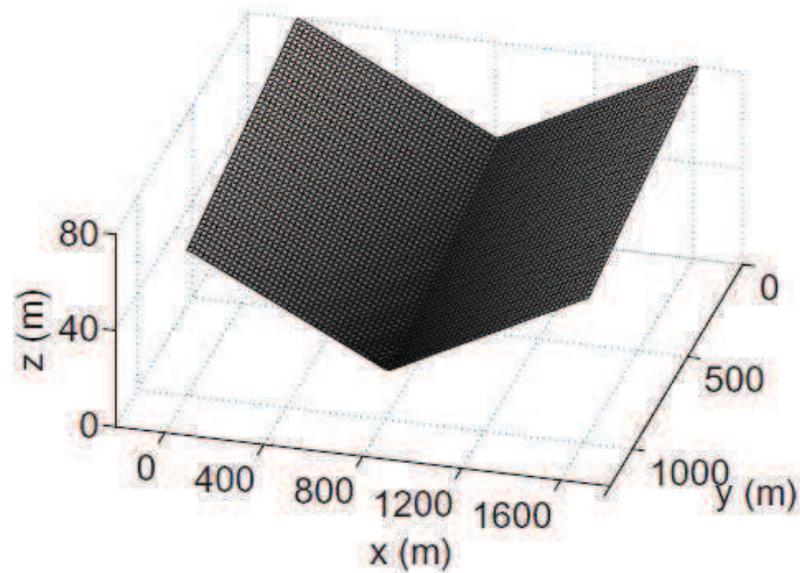


Figura 6.5. Piano inclinato a V usato per il test case relativo al deflusso superficiale

Il risultato ottenuto in questo test case rappresenta l'evoluzione del deflusso superficiale ed è stato rappresentato nella figura 6.6. Anche in questo caso Sulis et al.,(2010) hanno usato le versioni del modello CATHY, *rill flow* e *sheet flow*, ed una versione combinata dei due casi.

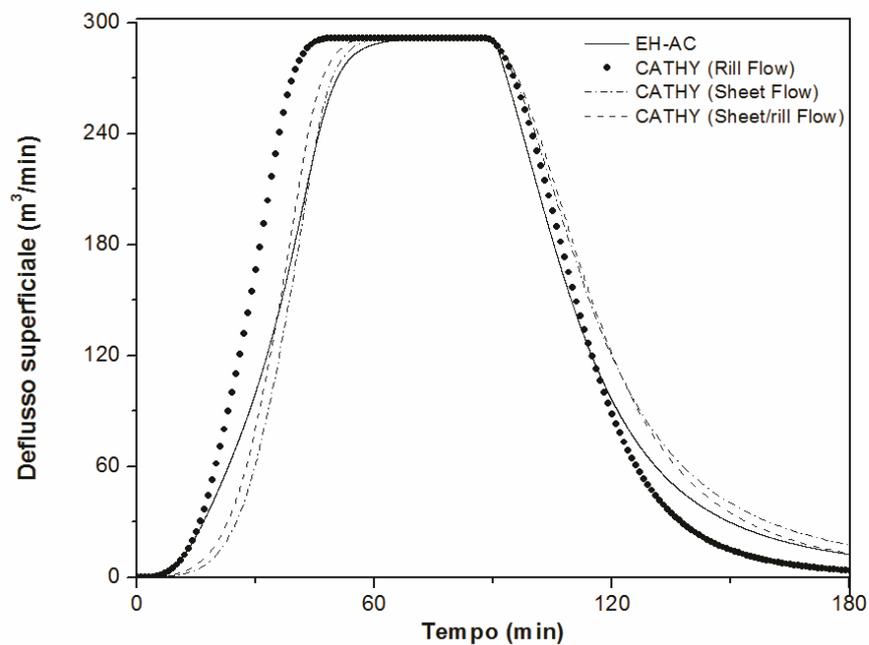


Figura 6.6. Deflusso superficiale in uscita da piano inclinato a V

I risultati riportati in figura 6.6 del modello Eco-Idrologico agli automi cellulari e le tre parametrizzazioni del modello CATHY mostrano che l'idrogramma ottenuto col modello Eco-Idrologico propone risultati molto simili a quelli ottenuti con il modello CATHY *sheet flow*.

Le differenze tra le uscite dei modelli possono essere spiegate dalle diverse parametrizzazione dei processi di diffusione, dall'impostazione delle condizioni iniziali e dalla diversità con il quale sono eseguite le strategie di accoppiamento. Si tratta, cioè di un accoppiamento completo per il modello Eco-Idrologico agli Automi Cellulari e di un accoppiamento sequenziale per il modello Cathy.

6.3 Test case per l'analisi della stabilità numerica

Al fine di analizzare la stabilità numerica, il modello Eco-Idrologico agli Automi Cellulari è stato applicato ad alcuni test case realizzati sulla struttura Biosphere 2 LEO, introdotta nel primo paragrafo del presente capitolo.

Le condizioni al contorno imposte in questi test case considerano che non ci sia flusso da nessuna facciata del versante, tranne per la sezione di chiusura in superficie larga 15 m. L'automa è suddiviso in 9000 celle. In particolare la griglia superficiale è suddivisa in 30 x 15 celle, e verticalmente è composto da 100 layers. Le dimensioni di ogni cella dell'automa sono quindi pari ad $1 \text{ m} \times 1 \text{ m} \times 0.05 \text{ m}$ lungo l'asse verticale. I parametri idraulici del suolo corrispondono ad un terreno argilloso e sono: la conducibilità idraulica $K_s = 2.69 \times 10^{-7} \text{ ms}^{-1}$; contenuto di umidità residuo $\theta_r = 0.0778$; contenuto di umidità a saturazione $\theta_s = 0.3783$; i parametri di van Genuchten: $L = -1.3168$, $n = 1.29$, e $\alpha = 1.4551 \text{ m}^{-1}$.

Per quel che riguarda la vegetazione, si ipotizza che il bacino sia coperto da erba medica, in quanto sono note le funzioni LAI-*canopy height* h_s , e LAI-vegetazione (Cervarolo et al, 2010;. 2011). I dati di ingresso sono costituiti da serie di registrazioni della durata di mezz'ora in cui sono state misurate le precipitazioni, la temperatura dell'aria, la velocità del vento, la pressione atmosferica, l'umidità relativa, la radiazione solare e l'albedo in una stazione micrometeorologica posta a Sibari, in Calabria e gestita direttamente dal nostro team di ricerca. Tali registrazioni, sono state eseguite per 15 giorni, nel periodo estivo tra il 05/06/2012 ed il 20/06/2012, in cui le temperature variano tra 12.2 °C e 34.2°C, con valori medi di temperatura pari a 23.5°C. La scelta di questo periodo è dovuto alla presenza di un

unico evento piovoso in tutto il caso di studio di durata pari a 4.5 ore con un valore cumulato di 56.8 mm ed in grado di produrre nel versante analizzato un idrogramma con diversi picchi.

L'obiettivo di questi test case è quello di individuare il più alto valore dell'intervallo temporale sperimentale, costante per tutta la durata della simulazione e che permette di ottenere un idrogramma in cui non vi sono oscillazioni.

A tal fine, sono state eseguite 13 simulazioni. La simulazione di riferimento è denominata RS, ed è quella in cui è stato riprodotto l'evento di precipitazione così come è stato registrato, sulla struttura originale Biosphere 2, in cui il valore del LAI è stato impostato in modo tale da fornire una copertura vegetale uniforme su tutto il bacino pari al 15%, e l'altezza delle depressioni h_{ds} è posta uguale a zero.

Con lo scopo di individuare entità diverse degli intervalli temporali e valutare come questi influiscano sulla stabilità, sono state modificate quattro grandezze del sistema che interessano direttamente l'idrogramma modellato. Le grandezze modificate sono la pendenza della struttura, l'entità della copertura vegetale, l'altezza delle depressioni e l'intensità delle precipitazioni. È stata modificata una grandezza per volta in tre modi diversi rispetto al caso originale, individuando in questo modo tre scenari di simulazione. In particolare:

- La pendenza è stata ridotta al 25%, al 50% ed al 75% rispetto al caso originale determinando gli scenari indicati, rispettivamente, con S25, S50 ed S75;
- La copertura della vegetazione è stata modificata in modo da coprire il 5%, il 45% ed il 75% della superficie della struttura determinando gli scenari indicati, rispettivamente, con V05, V45 e V75;
- L'altezza della depressione è stata impostata a 0.5 cm, 1.0 cm e 1.5 cm determinando gli scenari indicati, rispettivamente, con h0.5, h1.0 ed h1.5;
- L'entità della precipitazione è stata prima dimezzata, poi raddoppiata e quindi triplicata determinando gli scenari indicati, rispettivamente, con P0.5, P2.0 e P3.0.

Queste simulazioni sono elencate nella tabella 6.1. Nella figura 6.7, invece, è rappresentata, per ciascuna dei quattro tipi di simulazione, come varia la grandezza di riferimento. Nello specifico, è riportata come varia la pendenza per gli scenari RS ed S25 (a), come cambia la presenza della vegetazione nei casi V05e V75 (b), come varia l'altezza delle depressioni per gli scenari RS e h1.5 (c), e come varia la precipitazione per i quattro scenari RS, P0.5, P2.0 e P3.0.

Simulazione di riferimento ID	Descrizione
RS	<ul style="list-style-type: none"> - Versante Biosphere 2 LEO - Copertura vegetazione = 15% - Altezza delle depressioni = 0.0 cm - Precipitazione cumulate 56.8 mm in 4.5 ore
Test case ID	Differenze rispetto ad RS
S25	Inclinazione ridotta al 25% rispetto al valore originale
S50	Inclinazione ridotta al 50% rispetto al valore originale
S75	Inclinazione ridotta al 75% rispetto al valore originale
V05	Copertura vegetazione = 5%
V45	Copertura vegetazione = 45%
V75	Copertura vegetazione = 75%
h0.5	Altezza delle depressioni = 0.5 cm
h1.0	Altezza delle depressioni = 1.0 cm
h1.5	Altezza delle depressioni = 1.5 cm
P0.5	Fattore di moltiplicazione per la precipitazione = 0.5
P2.0	Fattore di moltiplicazione per la precipitazione = 2.0
P3.0	Fattore di moltiplicazione per la precipitazione = 3.0

Tabella 6.1. Lista dei test case numerici con una breve descrizione delle caratteristiche principali

Inoltre, la variazione percentuale dell'inclinazione della struttura tra test case differenti copre un'ampia gamma di valori (da 0.19% a 28% e da 1.39% al 32%, rispettivamente lungo le due direzioni orizzontali Δx e Δy), ottenute considerando il DEM originale della struttura e le pendenze ridotte fino al 25% dei valori originali. Questi risultati sono riportati in tabella 6.2.

Test case	Massimo valore pendenza (%)		Minimo valore pendenza (%)	
	Δx	Δy	Δx	Δy
S25	7	8	0.19	1.39
S50	14	16	0.38	2.78
S75	21	24	0.57	4.17
RS	28	32	0.75	5.56

Tabella 6.2. Massimo e minimo valori della pendenza lungo le due direzioni orizzontali Δx e Δy per versioni diverse del DEM.

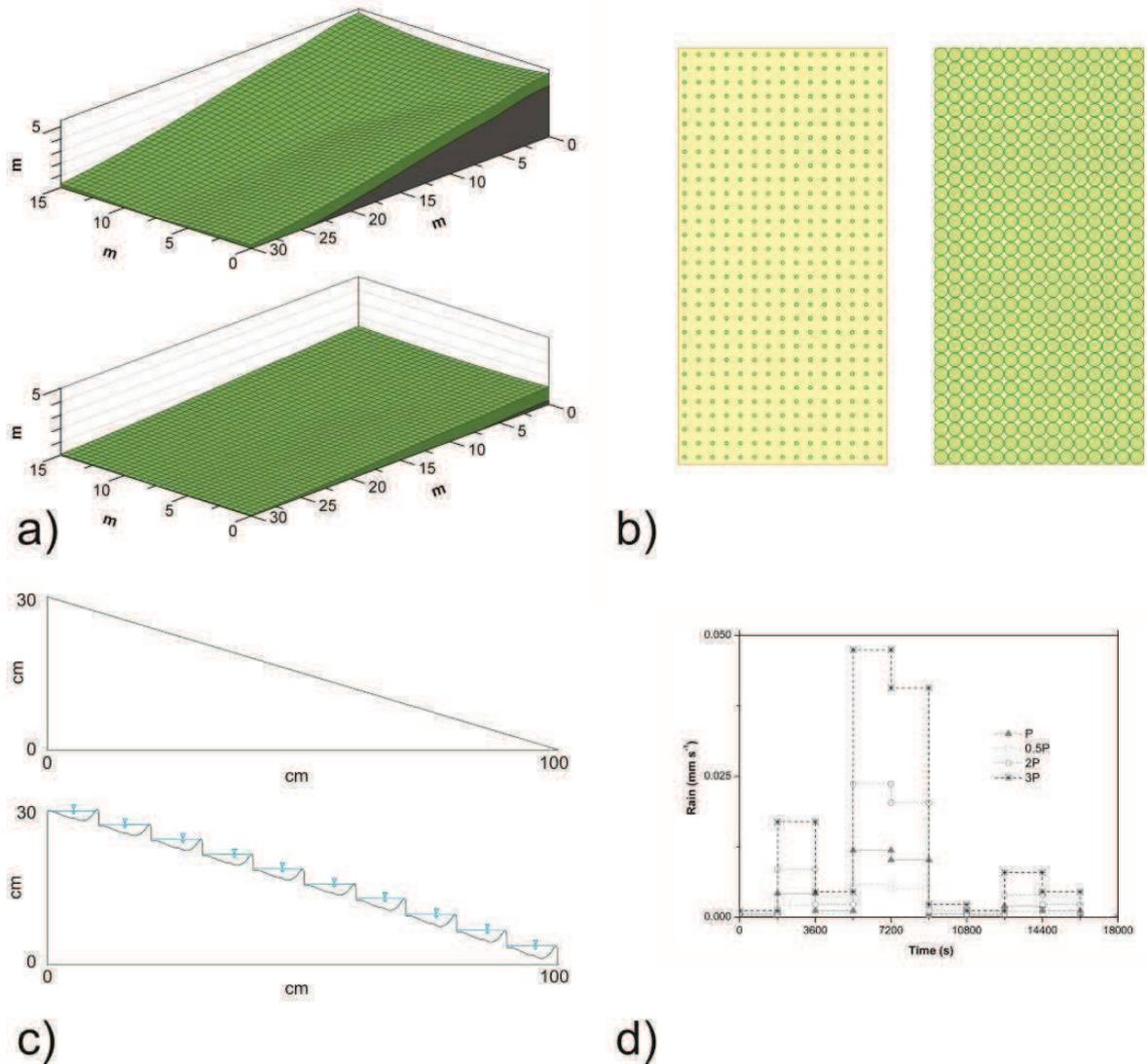


Figura 6.7. Variazione di quattro elementi nei test case numerici: (a) in alto: Biosphere 2 LEO, in basso pendenza ridotta al 25 rispetto al caso originale; (b) a sinistra: copertura vegetazione = 5%, a destra: copertura vegetazione = 75%; (c) in alto: esempio di un versante con $h_{ds}=0.0$ cm, in basso: lo stesso versante con $h_{ds}=1.5$ cm; (d) precipitazione che variano da 0.5P a 3P.

6.3.1 Discretizzazione delle perdite di carico e stabilità

Come già discusso nel paragrafo 5.8, la stabilità del modello è influenzata dal modo in cui si stima il tirante idrico nella sezione centrale tra due celle, h_{ac} . Questa stima è essenziale per il calcolo delle perdite di carico discretizzate che comportano un'accortezza numerica non indifferente per la soluzione stabile del problema. La figura 6.8 mostra come varia

l'idrogramma per lo scenario di riferimento RS se il tirante h_{ac} viene calcolato usando il tirante h_m oppure il tirante h_{flow} ed utilizzando intervalli temporali diversi.

Come rappresentato nel grafico a destra della figura 6.8, è stata ottenuta una soluzione completamente stabile usando nel modello Eco-Idrologico il tirante h_{flow} con un valore dell'intervallo temporale Δt costante pari a 3.3 s. Se lo stesso intervallo temporale viene utilizzato all'interno del codice in cui è implementato il tirante h_m non si trova una soluzione convergente, cioè il modello non è in grado di fornire un qualsiasi risultato quando la portata inizia ad aumentare a causa dell'aumento di precipitazione. Alcuni risultati più significativi sono raggiunti riducendo il passo temporale di due ordini di grandezza fino ad un valore di Δt pari a 0.04 s. Nonostante l'evidente riduzione dell'intervallo temporale sono presenti ancora oscillazioni in corrispondenza delle portate di picco. Addirittura le oscillazioni persistono, con entità ridotte, anche diminuendo l'intervallo temporale fino ad un valore pari a 0.01 s. Il risultato stabile conseguito utilizzando h_{flow} ed aumentando l'intervallo temporale di 330 volte rispetto all'intervallo temporale usato nel caso in cui viene applicato h_m è un risultato ottimo considerando che lo scenario in esame è caratterizzato da una topografia complessa ed una pendenza molto variabile. Risultati, altrettanto positivi, possono essere ricavati anche con bacini caratterizzati da pendenze più dolci.

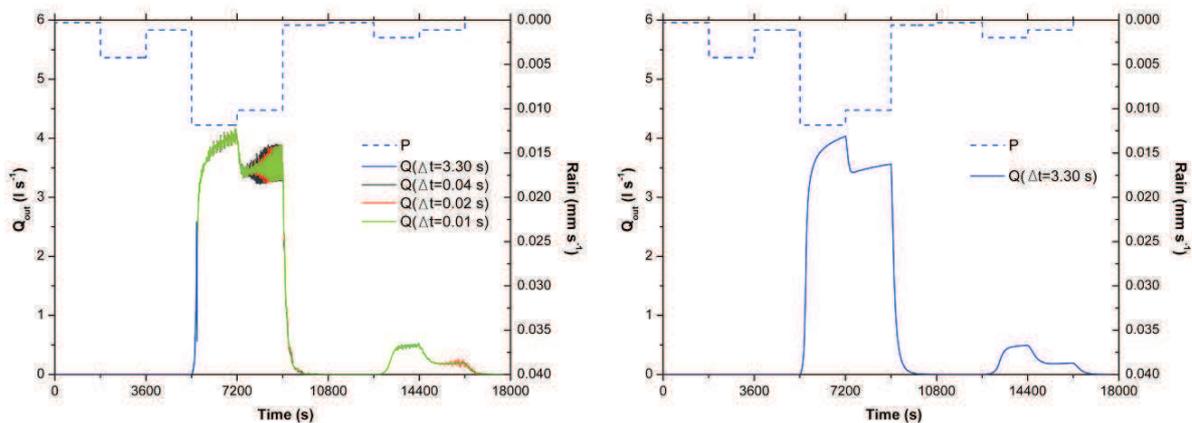


Figura 6.8. Scenario RS. A sinistra: idrogramma ottenuto usando h_m ed intervalli temporali pari a 3.3 s (soluzione non convergente), 0.04 s, 0.02 s e 0.01s (soluzione instabile). A destra: idrogramma ottenuto usando h_{flow} e l'intervallo temporale 3.3 s (soluzione convergente e stabile).

Secondo la letteratura, se nel codice il tirante idrico viene valutato con h_m , in corrispondenza di piani quasi orizzontali, si dovrebbero ottenere risultati soddisfacenti. A tal proposito, è stato eseguito un altro confronto degli effetti di h_m e h_{flow} sulla stabilità del

modello usando il test case S25, dove l'inclinazione viene ridotta al 25% del valore originale della struttura. I risultati presentati nella figura 6.9 mostrano che con un intervallo temporale Δt pari a 1.1 s, usando nell'implementazione del modello il tirante h_{flow} si ottiene un idrogramma completamente stabile, mentre, con h_m si ottiene un output con oscillazioni piccolissime. Questo comportamento analogo al caso in cui l'inclinazione della struttura è maggiore, è dovuto al fatto che la riduzione della pendenza provoca una distribuzione uniforme dei tiranti idrici in superficie, e quindi i valori di h_m e h_{flow} tendono ad essere simili. Tuttavia, usando h_m persistono delle piccole oscillazioni anche riducendo il passo temporale di un ordine di grandezza ($\Delta t = 0.1$ s). Queste oscillazioni scompaiono completamente solo con un intervallo temporale dell'ordine di 10^{-2} s.

In definitiva, considerando inclinazioni più e meno ripide, risultati più soddisfacenti e prestazioni migliori del modello sono ottenute utilizzando h_{flow} . Per questo motivo, nei 13 test case analizzati, in cui si valuta l'affidabilità delle condizioni teoriche di stabilità, è stato usato il tirante h_{flow} .

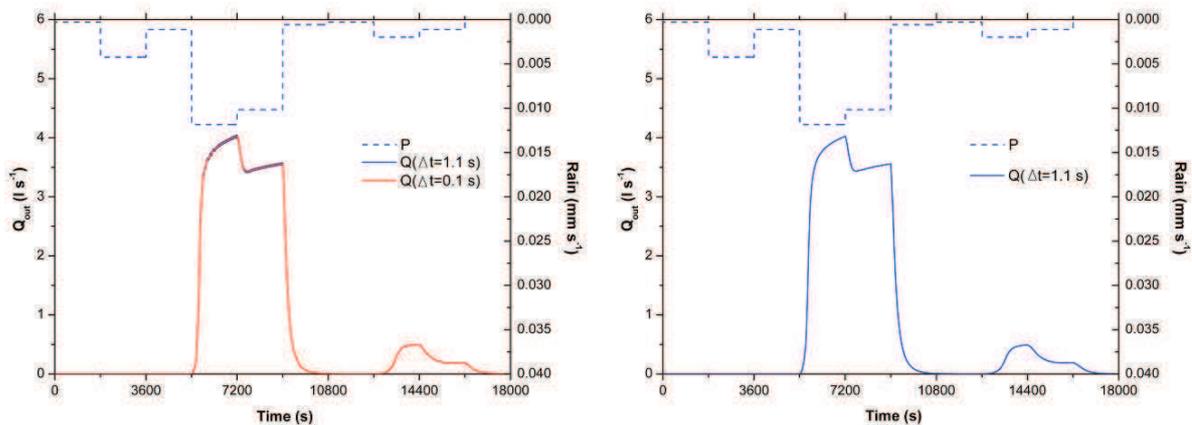


Figura 6.9. Scenario S25. A sinistra: idrogramma ottenuto usando h_m ed intervalli temporali pari a 1.1 s (soluzione instabile) e 0.1s (soluzione stabile). A destra: idrogramma ottenuto usando h_{flow} e l'intervallo temporale 1.1 s (soluzione stabile).

6.3.2 Test case numerici ed individuazione di due criteri per la scelta del passo temporale

I cambiamenti nei valori della pendenza del terreno, della copertura vegetale, dell'altezza delle depressioni e dell'intensità delle precipitazioni portano a diversi gradi di variazioni negli idrogrammi delle portate in uscita dalla struttura. Questi idrogrammi, in cui la soluzione

ottenuta è ovviamente priva di oscillazioni, e le entità sono molto diverse per ciascun test case, sono riportate nella figura 6.10.

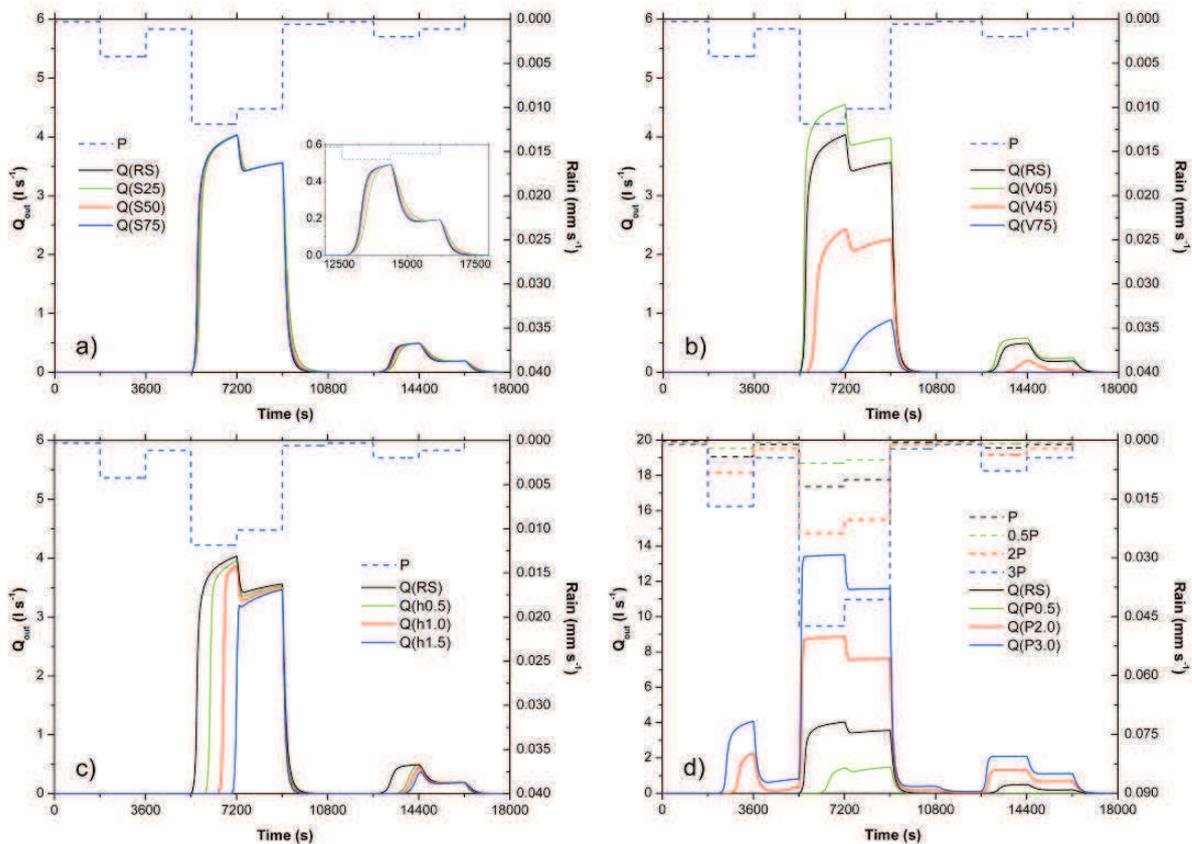


Figura 6.10. Idrogrammi ottenuti per i diversi test case numerici: (a) variazione della pendenza; (b) variazione della copertura della vegetazione; (c) variazione dell'altezza delle depressioni; (d) variazione della precipitazione.

In realtà, le modifiche degli idrogrammi ottenuti variando l'inclinazione sono piuttosto piccole quando la portata di picco aumenta, mentre sono più evidenti nella fase di recessione, come evidenziato nel riquadro presente nella figura 6.9a. Tuttavia, i valori delle portate di picco ottenute per lo scenario RS sono state raggiunte anche in altri test case, quindi è ragionevole che le differenze non siano molto evidenti per il test case S25, nonostante in quest'ultimo le inclinazioni originali siano state ridotte di molto.

L'aumento della copertura della vegetazione invece riduce drasticamente la portata in uscita dal versante, come rappresentato nella figura 6.9b, in quanto una maggiore densità dell'erba medica presente è più in grado di trattenere l'acqua. Essa rappresenta, in altre parole, un aumento della scabrezza. Inoltre, l'aumento della vegetazione favorisce l'infiltrazione e

l'acqua infiltrata nel terreno ritornerà di nuovo nell'atmosfera per mezzo della traspirazione delle piante. Nel test case V75 in cui è presente una maggiore quantità di vegetazione, l'acqua smette di defluire dalla sezione di chiusura dopo 14400 s dall'inizio della simulazione.

L'aumento dell'altezza delle depressioni porta a ritardare il deflusso in superficie, come rappresentato nella figura 6.9c, in quanto le depressioni presenti si comportano come piccoli invasi. Quando questi invasi sono riempiti, la portata tende rapidamente a seguire il comportamento del test case RS, in cui $h_{ds} = 0$.

Infine, la variazione dell'intensità di precipitazione cambia l'entità dei volumi idrici coinvolti nel processo del deflusso. Infatti, con questi test case, rappresentati nella figura 6.9d si hanno variazioni maggiori negli idrogrammi. Raddoppiando o triplicando la precipitazione si raggiunge un nuovo picco della portata intorno a 3600 s dall'inizio della simulazione, mentre le portate maggiori sono registrate sempre a 7200 s ma sono raddoppiate o triplicate rispetto al caso originale.

Per ciascuna delle simulazioni realizzate è stato eseguito un controllo del bilancio idrico *step-by-step*, trovando in ogni caso un valore di acqua residuo complessivo compreso tra 0.02% e 0.008%.

Il primo passo eseguito durante le simulazioni per studiare la stabilità e la convergenza, argomenti chiave in questo lavoro di tesi, consiste nel valutare i valori massimi e costanti degli intervalli temporali che permettono di evitare l'instabilità numerica e la non convergenza durante tutta la simulazione. Questi intervalli temporali sono chiamati rispettivamente Δt_S e Δt_C e sono ottenuti eseguendo tutte le simulazioni più volte con diversi passi temporali, che variano nell'ordine di 0.1 s, fino al raggiungimento di un idrogramma della portata in uscita dalla sezione di chiusura senza oscillazioni (Δt_S) e in grado di conseguire un risultato (Δt_C).

Quindi la precisione di entrambe gli intervalli Δt_S e Δt_C è dell'ordine di 10^{-1} s.

Per le stesse simulazioni sono state calcolate *step-by-step* la condizione di CFL tramite la relazione (5.20) e la distribuzione spaziale della condizione di von Neumann con l'equazione (5.36). In particolare, questi intervalli temporali sono stati calcolati come il più piccolo intervallo temporale, tra tutti gli intervalli temporali valutati per ciascuna delle celle presenti in superficie e per tutta la durata della simulazione.

Riguardo alla condizione di von Neumann, poiché è noto che questa condizione fornisce dei passi temporali troppo piccoli quando i gradienti tendono a zero, è stata adottata la correzione proposta nell'equazione (5.43). Nello studio proposto nella presente tesi, la

relazione (5.43) è stata utilizzata solo nel test case S25, dove il valore più appropriato per la soglia specifica H_{lin} , che rappresenta la differenza tra l'altezza d'acqua in superficie tra due celle adiacenti, è stato posto pari a $2 \cdot 10^{-5}$ m.

Al fine di rappresentare come variano spazialmente gli intervalli temporali a seguito dei cambiamenti delle grandezze da cui dipendono, come il gradiente dell'altezza d'acqua, nella figura 6.11 è stata riportata la distribuzione spaziale degli intervalli temporali ottenuti utilizzando la condizione di von Neumann per il test case RS e per il test case S25 nel momento in cui si registrano gli intervalli temporali più bassi. Nello specifico, per i test case RS e S25 sono utilizzati, rispettivamente, le equazioni (5.36) e (5.43).

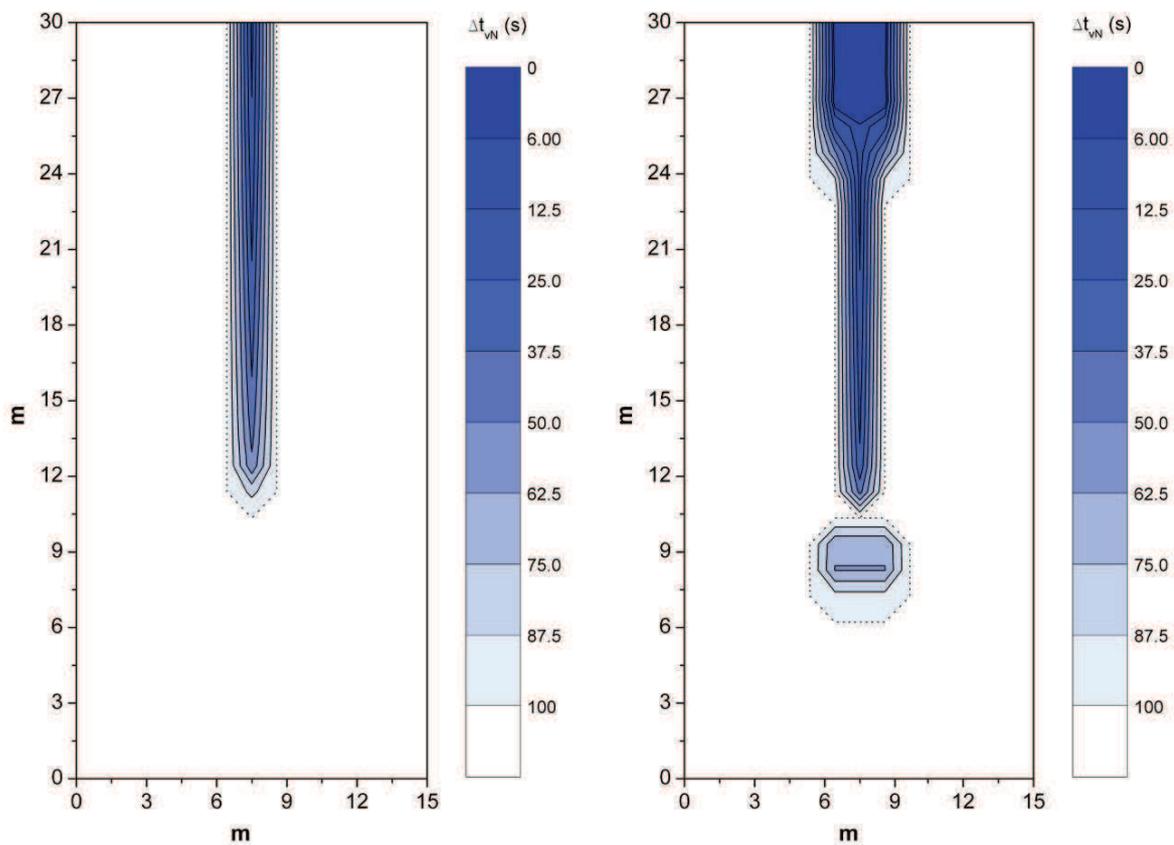


Figura 6.11. Distribuzione spaziale degli intervalli temporali Δt calcolati con la relazione di von Neumann nel momento in cui sono registrati i valori più bassi per i test case RS (sinistra) e S25 (destra)

Come previsto, i valori più piccoli degli intervalli temporali Δt sono concentrati dove si accumula più acqua e nel test case S25 questi intervalli sono registrati su più celle.

Per ciascuna simulazione, sono stati calcolati i valori più bassi nello spazio e nel tempo degli intervalli temporali ottenuti con la condizione CFL e con la condizioni von Neumann, e denominati, rispettivamente, Δt_{CFL} e Δt_{vN} .

Nella tabella 6.3 sono riportati gli intervalli temporali Δt_S e Δt_C , valutati sperimentalmente, e gli intervalli temporali Δt_{CFL} e Δt_{vN} , stimati mediante relazioni teoriche, per ciascun test case. Inoltre, nella tabella viene riportato un confronto tra l'intervallo temporale Δt_{vN} , e gli intervalli sperimentali Δt_S e Δt_C che assicurano la stabilità e la convergenza della simulazione. Se il primo è minore degli altri due è riportato S, che vuol dire sì, al contrario, se è maggiore, è riportato n, che vuol dire no.

Test case	Δt_S	Δt_C	Δt_{CFL}	Δt_{vN}	$\Delta t_{vN} \leq \Delta t_S$	$\Delta t_{vN} \leq \Delta t_C$
RS	3.3	3.9	18.50	9.58	n	n
S25	1.1	2.6	14.31	1.10	S	S
S50	3.9	4.5	13.49	5.02	n	n
S75	3.5	4.1	16.15	7.25	n	n
V05	1.9	2.0	16.72	8.42	n	n
V45	5.4	7.0	31.66	16.04	n	n
V75	9.8	15.1	83.14	44.84	n	n
h0.5	3.2	3.9	21.59	9.78	n	n
h1.0	3.0	3.8	25.35	10.00	n	n
h1.5	3.3	4.0	32.72	11.17	n	n
P0.5	6.1	8.0	47.72	26.40	n	n
P2.0	2.0	2.6	8.32	4.37	n	n
P3.0	1.5	1.8	5.67	2.88	n	n

Tabella 6.3. Confronto tra gli intervalli temporali Δt_S , Δt_C , Δt_{CFL} e Δt_{vN} valutati per ogni test case

I risultati mostrano che i valori Δt_S variano tra 1.1 s e 9.8 s, rispettivamente, per i test case S25 e V75, mentre i valori Δt_C variano tra 1.8 s e 15.1 s, rispettivamente, per i test case P3.0 e V75. Le due serie di due dati sono molto correlate, ma Δt_S è mediamente più piccolo del 22% rispetto a Δt_C , con differenze che vanno da 0.1 s a 5.3 s, rispettivamente, per i test case V05 e V75. In perfetto accordo con la struttura dell'equazione (5.36), si osserva che i valori più bassi di Δt_S e Δt_C si riferiscono non solo ai test case che consentono i valori più alti di portata

e quindi i valori più elevati di tirante idrico, cioè P2.0, P3.0 e V05, ma anche al test case in cui si assestano i valori più bassi di ΔH_s , cioè S25.

Dall'analisi dei risultati riportati nella tabella 6.3 si evince che gli intervalli temporali Δt_{CFL} e Δt_{vN} sono maggiori rispetto a quelli sperimentali Δt_S e Δt_C . In particolare, Δt_{CFL} risulta sempre un ordine di grandezza superiore rispetto a Δt_S e Δt_C , tranne nei test case P2.0 e P3.0, in cui una portata molto alta induce a valori elevati del tirante idrico h . Al contrario, i valori Δt_{vN} , sono superiori ma comparabili a quelli sperimentali. Per questo motivo, la seguente analisi è basata solo sui risultati ottenuti con la condizione di von Neumann.

Anche gli intervalli temporali Δt_{vN} sono ben correlati con gli intervalli sperimentali Δt_S e Δt_C , ma, come mostrato nella tabella 6.3, solo in un caso, quello relativo al test case S25 in cui è stata adottata l'equazione (5.43), Δt_{vN} è uguale o inferiore a Δt_C . In particolare, in dieci casi Δt_{vN} è il doppio rispetto a Δt_S e in otto casi è il doppio rispetto a Δt_C .

Questi risultati evidenziano che l'uso diretto della condizione di von Neumann, nella maggior parte dei casi non garantisce né la stabilità e né la convergenza dei risultati attinenti allo scorrimento superficiale del modello di Eco-Idrologico sviluppato con gli automi cellulari. Tuttavia, l'elevata correlazione tra Δt_{vN} e Δt_S e Δt_C permette di trovare alcune formulazioni alternative per stabilire un criterio che permetta di individuare il corretto passo temporale che assicuri la stabilità della soluzione, non lontano da quello originale.

Un primo criterio alternativo è dato dalla ricalibrazione dell'equazione (5.36) rispetto ai risultati ottenuti con gli intervalli temporali che assicurano la stabilità. La ricalibrazione è eseguita tramite il software R, in cui si procede minimizzando la somma dei quadrati dei residui. Pur mantenendo la struttura generale dell'equazione e l'esponente 1/2 per la cadente, la ricalibrazione riguarda l'esponente 5/3 del tirante idrico che è legato alla forma della superficie di scorrimento (in questo caso l'area superficiale A_{ac}), l'esponente del coefficiente n di Manning (pari ad 1 nell'equazione (5.36)) e l'aggiunta di un coefficiente moltiplicativo.

La relazione che permette di individuare l'intervallo temporale che assicura la stabilità è pari a Δt_{vN-1} è la:

$$\Delta t_{vN-1} = \frac{1}{4} \cdot \frac{\Delta x^2}{4} \min \left(\frac{2n}{h^{3/5}} \left| \frac{\Delta H_s}{\Delta x} \right|^{1/2}, \frac{2n}{h^{3/5}} \left| \frac{\Delta H_s}{\Delta y} \right|^{1/2} \right) \quad (6.1)$$

Rispetto all'equazione (5.36) nell'equazione (6.1), l'esponente del tirante idrico passa da $5/3$ a $3/5$ (ottenuto arrotondando il valore esatto di 0.57); inoltre, viene aggiunto un coefficiente moltiplicativo pari a $1/4$, mentre l'esponente per il coefficiente di Manning n resta pari ad uno. L'analisi dimensionale mostra che la dimensione del coefficiente $1/4$ è $[m^{-16/15}]$. L'equazione (6.1) è stata applicata a tutti i test case e per il test case S25 l'equazione (5.43) è stata modificata di conseguenza.

I risultati sono elencati nella Tabella 6.4 e mostrati nella figura 6.12. In particolare, nella figura è rappresentato lo scatterplot tra gli intervalli temporali Δt_s e Δt_{vN-1} e si evince che la linea di regressione sovrappone molto bene la bisettrice di 45° . La pendenza è pari a 0.98, mentre il coefficiente di correlazione R^2 è pari a 0.90.

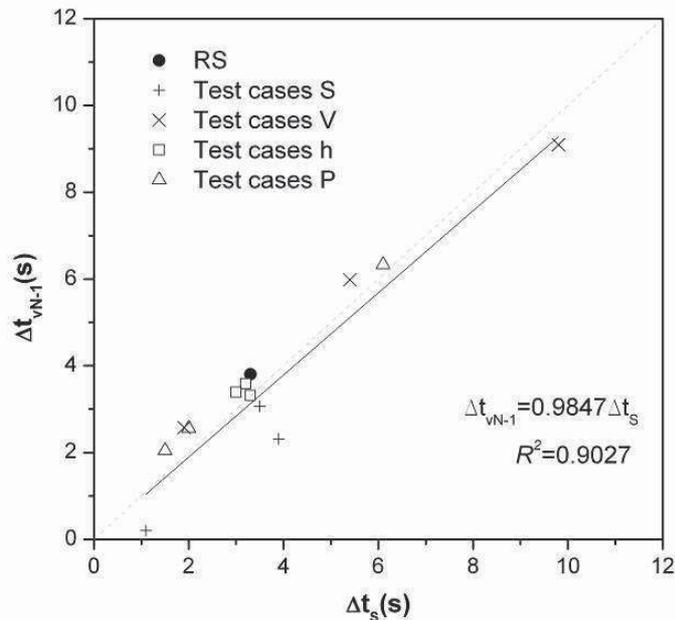


Figura 6.12. Scatterplot degli intervalli temporali Δt_s con gli intervalli temporali Δt_{vN-1}

Con l'obiettivo di trovare un altro criterio semplice in grado di trattare i test case dove la stabilità e la convergenza non sono raggiungibili con gli intervalli temporali Δt_{vN-1} , è stata testata una nuova equazione, in base ai risultati ottenuti con l'equazione originale di von Neumann. L'idea di base di questo criterio è che la differenza percentuale tra Δt_{vN} e Δt_s dipende ancora dalle stesse variabili utilizzate nel criterio di von Neumann, cioè la pendenza ed il tirante idrico. A questo scopo, il rapporto $d = \Delta t_{vN} / \Delta t_s$ è stato stimato tramite una equazione di regressione multilineare usando queste due variabili:

$$\hat{d} = -1.397 \cdot h + 57.647 \cdot \left[\max \left(\left| \frac{\Delta H_s}{\Delta x} \right|; \left| \frac{\Delta H_s}{\Delta y} \right| \right) \right] + 1.647 \quad (6.2)$$

L'intervallo temporale che assicura la stabilità con il secondo criterio Δt_{vN-2} è ottenuto modificando l'intervallo originale ottenuto con von Neumann mediante il rapporto approssimativo:

$$\Delta t_{vN-2} = \Delta t_{vN} / \hat{d} \quad (6.3)$$

La presenza di \hat{d} al denominatore dell'equazione (6.3) è il motivo per il quale si sceglie il valore massimo della pendenza nell'equazione (6.2), che consente una stima di Δt_{vN-2} inferiore, cioè più prudente. I risultati sono mostrati nella tabella 6.4 e in figura 6.13, ove è rappresentato lo scatterplot tra gli intervalli temporali Δt_s e Δt_{vN-2} dal quale si osserva che i valori di Δt_{vN-2} sono prossimi a Δt_s . In particolare, la pendenza della retta di regressione è pari a 1.03 e il coefficiente di correlazione R^2 è pari a 0.97.

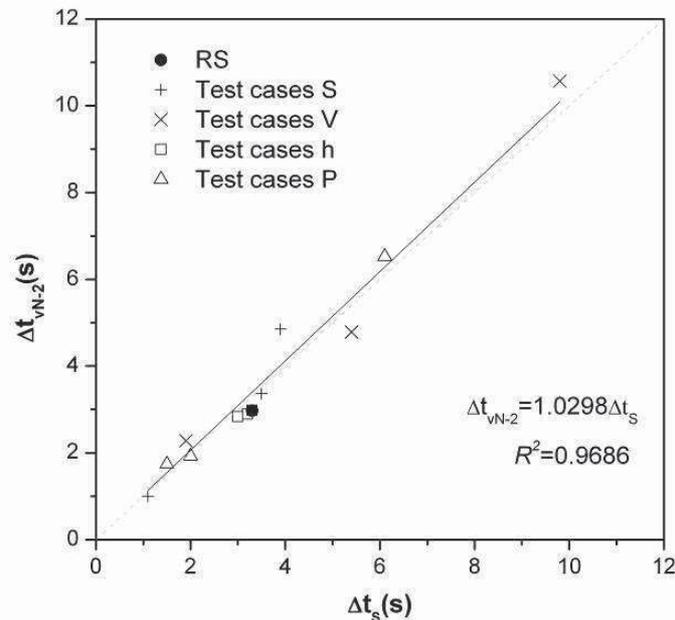


Figura 6.13. Scatterplot degli intervalli temporali Δt_s con gli intervalli temporali Δt_{vN-2}

Test case	Δt_S	Δt_C	Δt_{vN-1}	Δt_{vN-2}	$\Delta t_{vN} \leq \Delta t_S$	$\Delta t_{vN-1} \leq \Delta t_S$	$\Delta t_{vN-2} \leq \Delta t_S$	$\Delta t_{vN} \leq \Delta t_C$	$\Delta t_{vN-1} \leq \Delta t_C$	$\Delta t_{vN-2} \leq \Delta t_C$
RS	3.3	3.9	3.81	2.97	n	n	Y	n	Y	Y
S25	1.1	2.6	0.20	1.00	Y	Y	Y	Y	Y	Y
S50	3.9	4.5	2.31	4.85	n	Y	n	n	Y	n
S75	3.5	4.1	3.07	3.36	n	Y	Y	n	Y	Y
V05	1.9	2.0	2.58	2.28	n	n	n	n	n	n
V45	5.4	7.0	5.98	4.79	n	n	Y	n	Y	Y
V75	9.8	15.1	9.10	10.57	n	Y	n	n	Y	Y
h0.5	3.2	3.9	3.59	2.89	n	n	Y	n	Y	Y
h1.0	3.0	3.8	3.39	2.84	n	n	Y	n	Y	Y
h1.5	3.3	4.0	3.31	2.98	n	n	Y	n	Y	Y
P0.5	6.1	8.0	6.33	6.52	n	n	n	n	Y	Y
P2.0	2.0	2.6	2.56	1.93	n	n	Y	n	Y	Y
P3.0	1.5	1.8	2.04	1.74	n	n	n	n	n	Y

Tabella 6.4. Confronto tra gli intervalli temporali Δt_S , Δt_C , Δt_{vN-1} e Δt_{vN-2} valutati per ogni test case

Nella tabella 6.4 si riporta il confronto degli intervalli ottenuti con i due criteri alternativi Δt_{vN-1} e Δt_{vN-2} con gli intervalli sperimentali Δt_S e Δt_C . In particolare, $\Delta t_{vN-1} \leq \Delta t_S$ in 4 casi su 13, mentre al contrario $\Delta t_{vN-1} \leq \Delta t_C$ in 11 casi su 13, mentre $\Delta t_{vN-2} \leq \Delta t_S$ in 8 casi su 13, e infine $\Delta t_{vN-2} \leq \Delta t_C$ in 11 casi su 13.

Considerando separatamente i due nuovi criteri per individuare un passo temporale che assicuri la stabilità, il secondo metodo si comporta meglio rispetto al primo, almeno per quanto riguarda il confronto con Δt_S . Tuttavia, è possibile usare i due metodi congiuntamente, a vantaggio di sicurezza. Almeno uno dei due metodi prevede degli intervalli temporali inferiori a Δt_S in 10 casi su 13, ed inferiori a Δt_C in 12 casi su 13, dove solo per il test case V05 non è garantita la convergenza. Inoltre, anche nei test case dove $\Delta t_{vN-2} > \Delta t_C$, l'intervallo temporale che assicura la convergenza non viene mai superato ampiamente: la convergenza è sempre raggiunta applicando un fattore di sicurezza di 0.85 a Δt_{vN-2} . Considerando questo intervallo temporale ridotto congiuntamente all'intervallo temporale Δt_{vN-1} , sono raggiunti risultati pienamente stabili in 12 casi su 13 (tranne per il test case V05).

In ogni caso, entrambi i metodi introdotti supportano notevolmente l'utente nell'individuare i limiti superiori dell'intervallo temporale che prevengono l'instabilità numerica delle soluzioni dello scorrimento superficiale ottenute col modello Eco-Idrologico.

6.3.3 Analisi di scalabilità

L'uso dei MCA rende il modello particolarmente adatto al calcolo parallelo. L'aggiunta del nuovo modulo relativo allo scorrimento superficiale non peggiora le prestazioni in termini di scalabilità computazionale del modello. Nella figura 6.14 sono riportati i valori di speedup ottenuti per diverse dimensioni dell'automa eseguendo il test case RS con un massimo di 8 processori. Tuttavia, trovando degli intervalli temporali ottimali si possono migliorare in modo significativo le prestazioni computazionali. Da questo punto di vista le equazioni (5.20) e (5.36) forniscono un valido riferimento teorico per sistemi basati sullo sviluppo dei MCA, mentre le equazioni (6.1) e le equazioni (6.2) e (6.3) anche se non generalizzabili e calibrate all'interno di un modello specifico e per specifiche condizioni, rappresentano un esempio di metodologia applicabile a problemi analoghi basati sulle equazioni diffusive.

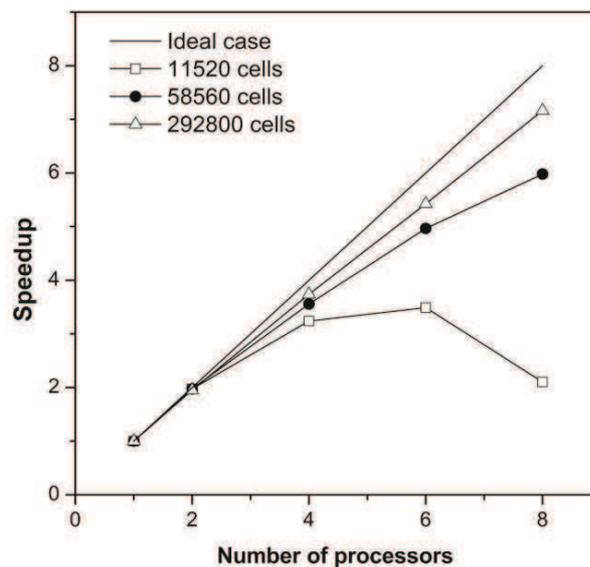


Figura 6.14. Confronto tra valori degli speedup ottenuti con il modello MCA per diverse risoluzioni dell'automa ed il corrispondente valore lineare

Dato che si sta sviluppando un modello sempre più complesso, in cui interagiscono quattro moduli e dato che lo scorrimento superficiale ed il deflusso nel suolo sono in genere le

parti più problematiche per la stabilità numerica, è necessario valutare quanto le altre parti del modello influenzino il valore dell'intervallo temporale che assicura la stabilità.

La tabella 6.5 mostra gli intervalli temporali che assicurano la stabilità e la convergenza nel test case RS, eliminati progressivamente il modello SVAT e l'interazione con il modulo che permette di valutare il flusso idrico nel suolo e l'infiltrazione.

Test case	Δt_S	Δt_C	Δt_{CFL}	Δt_{vN}
RS	3.3	3.9	18.50	9.58
RS':No schema SVAT	3.3	3.9	18.50	9.58
RS'':No schema SVAT No deflusso suolo	3.0	3.4	16.15	8.35

Tabella 6.5. Confronto tra gli intervalli temporali Δt_S , Δt_C , Δt_{CFL} e Δt_{vN} per i test case riportati

Dai risultati riportati è evidente che, mentre lo schema SVAT non influisce né sul valore di Δt_S , né sul valore di Δt_C , il deflusso nel suolo porta a differenze notevoli nell'individuazione dell'intervallo temporale. Nello specifico, nel primo caso, probabilmente i valori di Δt_S e di Δt_C avrebbero risentito della presenza del modello SVAT se si fossero considerati intervalli temporali più lunghi in cui l'evapotraspirazione avrebbe avuto un ruolo rilevante, mentre nel secondo, la riduzione di Δt_S e di Δt_C dipende dalla presenza della circolazione in superficie di volumi d'acqua maggiori, causati dalla mancata infiltrazione, come si evince dal confronto della portata in uscita dalla struttura riportata nella figura 6.15.

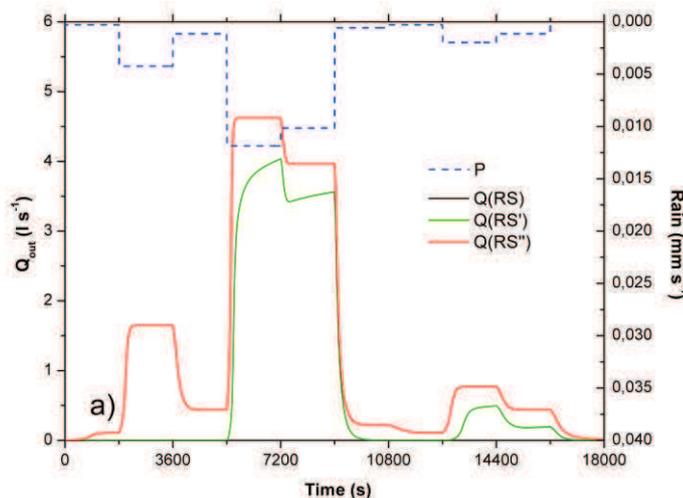


Figura 6.15. Idrogramma per il test case RS, RS' ed RS''

6.4 Esperimento eseguito su Biosphere 2 LEO

Biosphere 2 LEO è stato realizzato dopo un'attenta e approfondita pianificazione basata sull'interesse della comunità scientifica (Hopp et al, 2009;.. Dontsova et al, 2009;. Ivanov et al, 2009). Il primo versante del progetto LEO è stato commissionato alla fine del 2012, mentre il secondo ed il terzo versante sono stati completati nell'autunno del 2013. A partire dal 2014, i tre versanti sono stati monitorati contemporaneamente, ed è stato riprodotto all'interno della serra un clima rappresentativo della zona sud-ovest degli Stati Uniti. Il monitoraggio ha permesso di valutare al variare dell'intensità della pioggia, la potenziale distribuzione dell'acqua nel suolo in molteplici punti dello spazio e durante diversi istanti temporali, la dinamica del deflusso sotterraneo e del deflusso superficiale, l'infiltrazione, i sedimenti del trasporto solido fuori dal versante e la variazione del bilancio di massa.

Le procedure di monitoraggio saranno completate dall'analisi geochimica dell'acqua di pioggia e dell'acqua proveniente dalle infiltrazioni.

Tra il dicembre 2012 ed il settembre 2013 sono state eseguite una serie di esperimenti che hanno permesso di caratterizzare il legame tra gli afflussi e i deflussi, di mostrare le dinamiche idrologiche e geochimiche, di testare i sensori e la struttura in una vasta gamma di condizioni di umidità, e di controllare non solo l'acquisizione dei dati ma anche gli hardware ed i software per l'elaborazione. La quantità di acqua utilizzata durante questi esperimenti è stata introdotta negli altri due versanti in modo da assegnare delle condizioni geochimiche simili a tutte le strutture presenti nel progetto prima dell'inizio dell'esperimento a lungo termine. In particolare, le simulazioni con i modelli idrologici tridimensionali ed il trasporto solido sono stati eseguiti a priori, prima degli esperimenti, per predire la risposta idrologica.

L'obiettivo del primo esperimento, che ha avuto inizio alle ore 10:00 del 28 febbraio 2013, è quello di portare il versante ad uno stato stazionario utilizzando un'intensità di pioggia continua e costante in modo da osservare la risposta degli stati interni. La simulazione numerica realizzata aveva previsto che il versante avrebbe raggiunto l'equilibrio idrologico dopo 24 ore. Per questo motivo, dopo tale intervallo la precipitazione è stata cessata in modo da consentire al versante di drenare l'acqua per una settimana. Questa fase è stata seguita da un altro evento di pioggia continuo e costante. Il secondo evento ha permesso di osservare la differenza tra i processi del deflusso e del trasporto. È stato programmato il campionamento automatico della pioggia e dell'acqua infiltrata nel sottosuolo ogni 15 minuti, mentre il campionamento manuale è stato eseguito ogni tre ore. Le analisi chimiche dei campioni hanno

dato informazioni riguardanti i tassi di alterazione geochimica associate all'allontanamento del carbonio. In realtà, il versante non ha mai raggiunto lo stato stazionario previsto. Al contrario, gli esperimenti hanno mostrato lo sviluppo di uno scorrimento superficiale in eccesso, che ha trasportato circa 0.7m^3 di suolo e ha generato un canale poco profondo nella parte centrale del versante.

La configurazione iniziale di questi scenari è caratterizzata dalla completa assenza di vegetazione. Durante questa prima fase, le indagini realizzate su tali terreni considerati *nudi*, si sono concentrate sui processi idrologici, sulla modifica della superficie a causa del deflusso superficiale e degli schizzi di pioggia, sui tempi che impiega l'acqua a transitare a scala di versante, sull'evoluzione della distribuzione dello stato di umidità, sugli indici e i modelli dei processi geochimici, sull'ecologia microbica, sulla dinamica del ciclo energetico e dell'anidride carbonica. Durante il triennio che ha riguardato il trattamento, gli studiosi hanno potuto analizzare in modo dettagliato la modellazione idrogeochimica. Tale studio gli ha permesso di prevedere che il terreno di cui l'opera è costituita svilupperà cambiamenti significativi strutturali, soprattutto per quel che riguarda le dimensioni dei pori e le dimensioni delle particelle, modifiche quest'ultime che potrebbero influenzare i percorsi dei flussi idrologici (Dontsova et al., 2009). Anche l'introduzione delle componenti vegetali comporterà un'accelerata evoluzione sia sui sistemi fisici che su quelli biologici.

6.4.1 L'esperimento e l'implementazione dei dati

L'esperimento idrologico esaminato sul primo scenario del progetto Biosphere 2 LEO è iniziato alle ore 0:00 del 13 aprile 2013 ed è terminato alle ore 23:45 del 26 aprile 2013. La prova, durata 14 giorni, è caratterizzata da quattro eventi di pioggia con intensità costante pari a 12 mm h^{-1} , cioè circa $4.01\text{ m}^3\text{ h}^{-1}$ sull'area in esame. Il primo evento è stato registrato nella mattinata del 13 aprile dalle ore 9:30 alle ore 15:00, il secondo nella mattinata del 14 aprile dalle ore 9:00 alle ore 15:00, il terzo dalle ore 9:00 alle ore 10:15 del 22 aprile ed il quarto dalle ore 13.00 alle ore 17:00 del 22 aprile. I quattro eventi sono durati, rispettivamente, 5.5 h, 6 h, 1.25 h e 4 h determinando un ingresso di 201 mm di acqua nel suolo del LEO profondo 1 m e con un iniziale contenuto idrico pari a 109.044 mm, cioè circa $36.48\text{ m}^3\text{ h}^{-1}$ sull'area in esame.

L'esperimento, eseguito dai ricercatori del progetto Biosphere è stato realizzato per testare il corretto funzionamento di tutti i sensori, investigare la risposta idrologica del bacino

dopo una precipitazione di apprezzabile quantità a medio termine, e generare uno stato di umidità del suolo stabile per gli ulteriori esperimenti effettuabili.

La risposta dei quattro impulsi di pioggia non è caratterizzata da deflusso superficiale ma soltanto da deflusso sotterraneo. Il fenomeno viene monitorato mediante sei calibri inclinati e sei misuratori di portata elettromagnetica che vengono posizionati in corrispondenza delle sei sottosezioni della facciata terminale del bacino, come raffigurato nella prima immagine della figura 6.16. La seconda immagine della figura 6.16, infatti, mostra le sei sottosezioni in cui è divisa la facciata limite alla base della struttura ed in particolare lo strato di ghiaia drenante, la lamiera di plastica forata, ed il telaio di supporto che divide il tratto in sei parti.



Figura 6.16. Rappresentazione degli strumenti usati per monitorare il flusso di infiltrazione e le sei sottosezioni della facciata terminale del bacino Biosphere 2 LEO

Nella figura 6.17 sono rappresentati i dati idrologici a disposizione: la precipitazione in ingresso al sistema e il flusso di *seepage flow* registrato nella parte terminale della facciata della struttura del LEO. In particolare, le motivazioni secondo il quale alcuni dati della *seepage flow* sono stati rappresentati con una linea tratteggiata verranno esplicitate nel paragrafo 6.4.6.

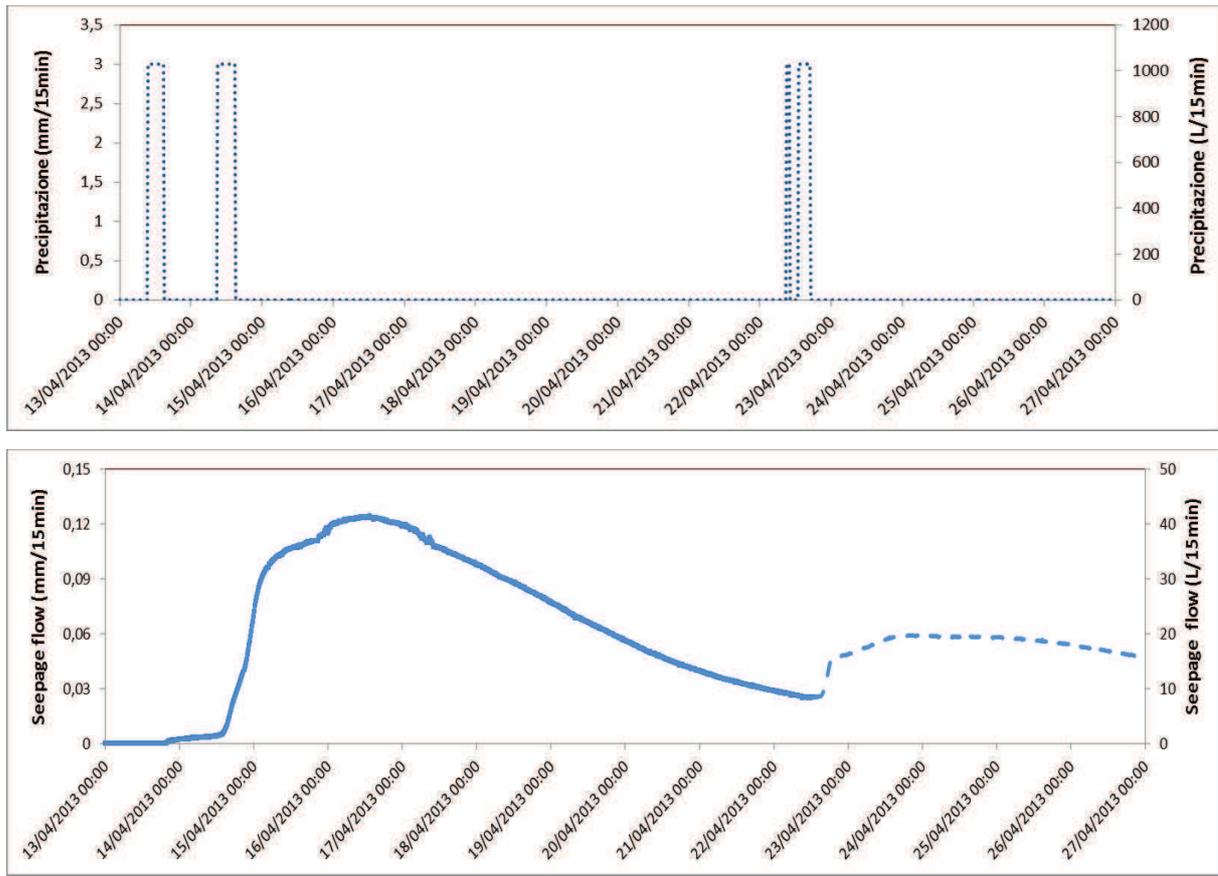


Figura 6.17. Rappresentazione dei dati registrati sul bacino Biosphere 2 LEO

L'umidità del suolo sono registrati ogni 15 minuti nei 496 punti di registrazione distribuiti sul bacino. È importante sottolineare che sul bacino non è presente alcun tipo di vegetazione, e che quindi manca al sistema una componente in grado di interagire con l'ambiente circostante e rimuovere acqua al resto del sistema.

Nel corso della sperimentazione sono state misurate, inoltre, le radiazioni ad onde lunghe e ad onde corte in ingresso e in uscita, la velocità e la direzione del vento, la temperatura e l'umidità relativa tramite sensori posti nella parte superiore e nella parte inferiore del versante ma non direttamente sulla superficie del terreno.

Il modello è stato discretizzato in 60 x 24 celle (61 x 25 nodi) nella direzione orizzontale ed 8 livelli (9 nodi) nella direzione verticale. In particolare, nella direzione verticale è stato assegnata una risoluzione maggiore pari a 0.05 m nel *layer* più in alto e in quello più in basso al fine valutare in maniera più precisa l'infiltrazione dalla superficie al sottosuolo ed il *seepage flow* nella parte terminale della struttura, mentre negli altri *layer* è stata impostata una risoluzione di 0.15 m. In particolare per il calcolo del *seepage flow* è stato impostato che

l'acqua potesse uscire solo dalla facciata laterale che coinvolge 24 x 8 celle, mentre dalle restanti superfici, laterali, superiore ed inferiore, ogni tipo di flusso è impedito.

6.4.2 Analisi delle condizioni di umidità

I dati che ci sono stati forniti costituiscono 496 misure del contenuto di umidità del terreno in esame al momento dell'inizio dell'esperimento, il 13 aprile 2013 alle ore 00:00. La registrazione è stata ripetuta ogni 15 minuti fino alla fine della durata dell'esperimento. I campionatori sono distribuiti su una superficie di 334.5m² e permettono di realizzare misure in verticale per un metro di profondità. In particolare le misurazioni sono state eseguite lungo 5 diversi livelli: a 0.05 m dal piano campagna, a 0.2 m, a 0.35 m, a 0.5 m e a 0.85 m (indicati, rispettivamente, con $Z_{0.05}$, $Z_{0.20}$, $Z_{0.35}$, $Z_{0.50}$ e $Z_{0.85}$). Il numero di dati e la posizione dei dati registrati non è la stessa per ciascuna profondità esaminata. Nello specifico, sul primo e sul secondo piano sono state realizzate 154 misurazioni, sul terzo sono presenti 76 dati, sul quarto 78 e nel piano più profondo solo 34. Nelle figure 6.18 e 6.19 vengono riportate il posizionamento della strumentazione installata sul bacino e la rappresentazione di alcuni sensori tipo installati in due punti specifici del bacino, mentre nelle figure 6.20, 6.21 e 6.22 viene raffigurata la distribuzione spaziale e l'entità delle misurazioni eseguite per ciascuno dei piani $Z_{0.05}$, $Z_{0.20}$, $Z_{0.35}$, $Z_{0.50}$ e $Z_{0.85}$.

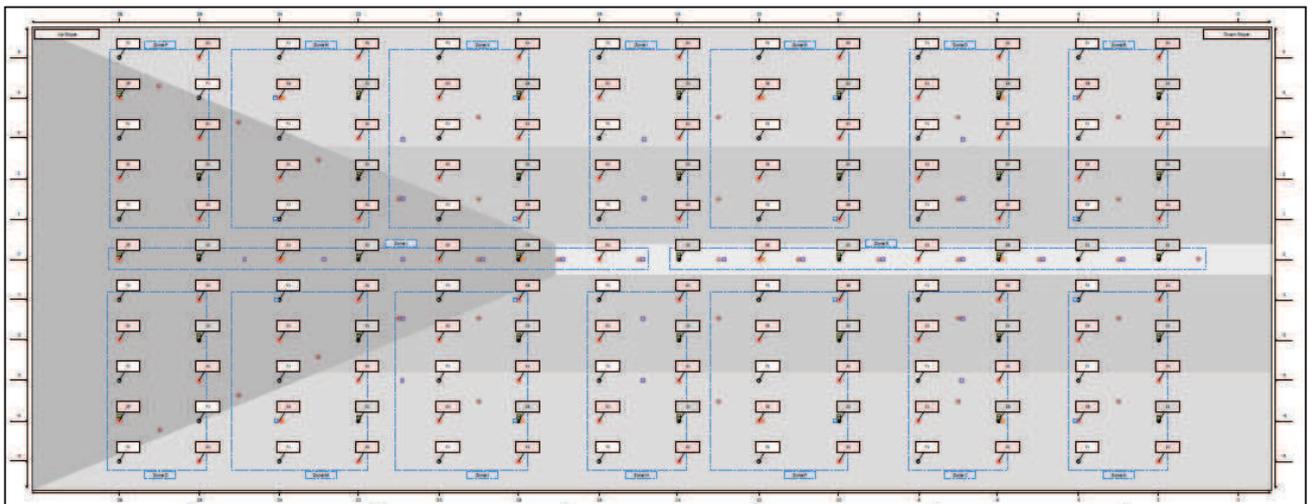


Figura 6.18. Rappresentazione della strumentazione installata sul versante Biosphere

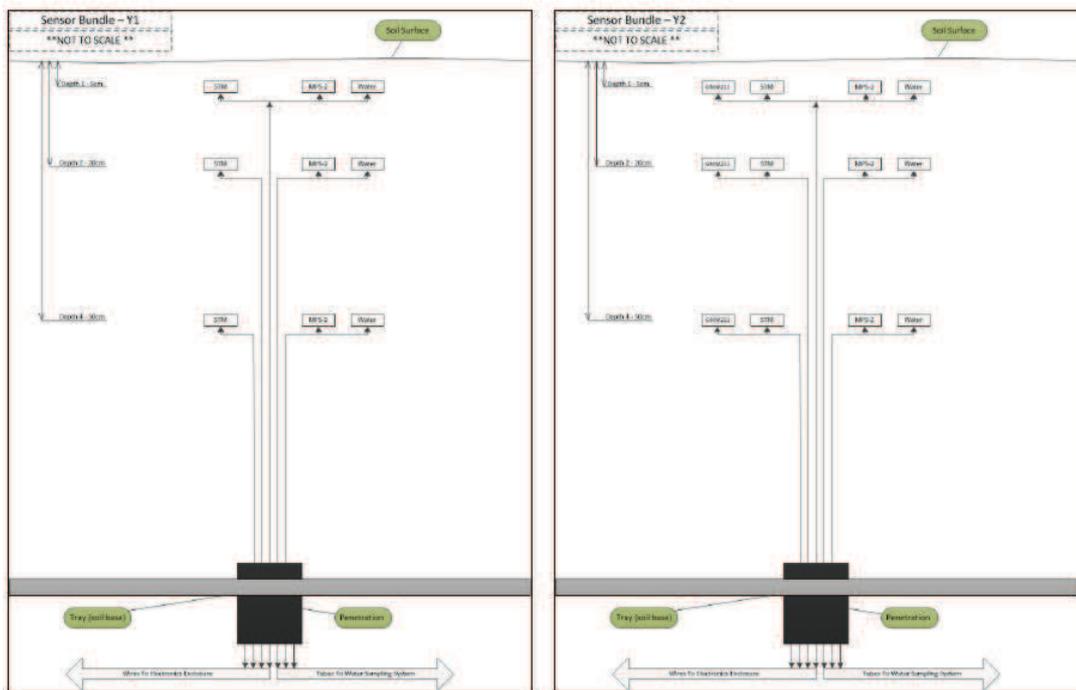


Figura 6.19. Rappresentazione dei sensori installati in due punti del bacino

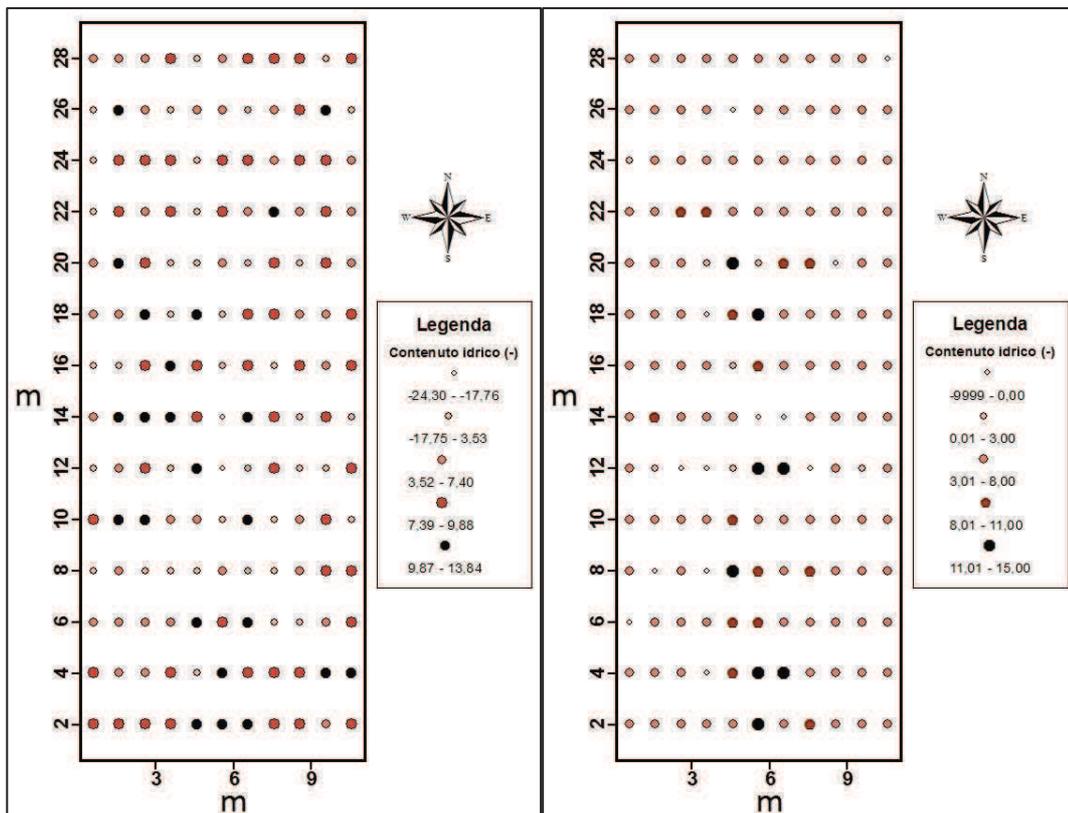


Figura 6.20. Distribuzione spaziale delle misure di contenuto di umidità per i piani $z_{0,05}$ e $z_{0,20}$

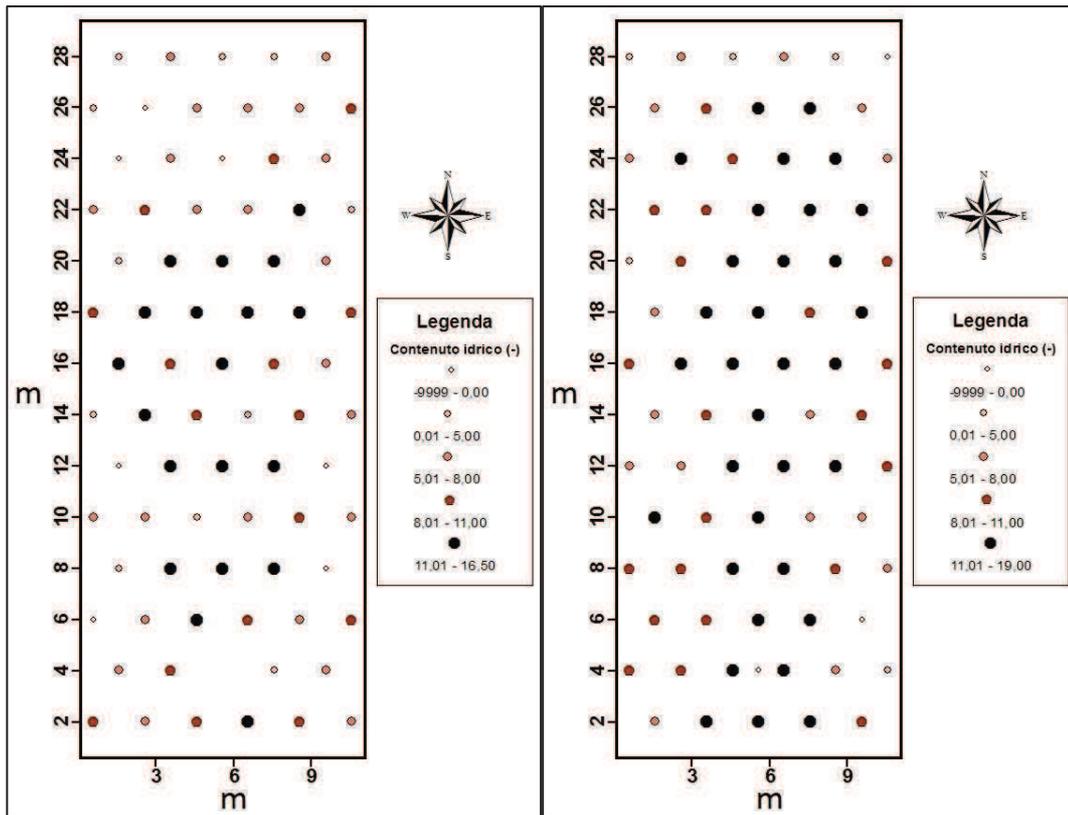


Figura 6.21. Distribuzione spaziale delle misure di contenuto di umidità per i piani $z_{0,35}$ e $z_{0,50}$

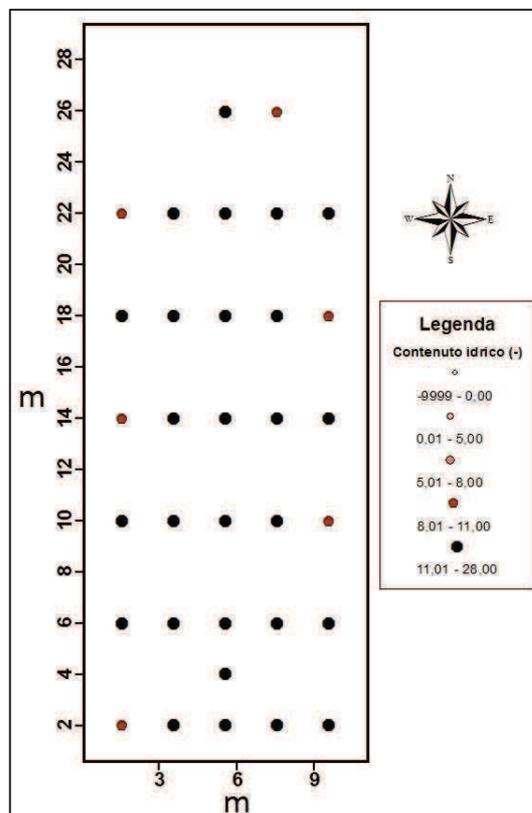


Figura 6.22. Distribuzione spaziale delle misure di contenuto di umidità per il piano $z_{0,85}$

6.4.3 Correzione delle registrazioni di contenuto di umidità

In questa sezione è stata eseguita un'analisi pedante dei dati di contenuto di umidità registrati. Le misure risultano, infatti, affette da errori. In particolare, risultano presenti dei NODATA, indicati con -9999 e dei valori di contenuto idrico inferiori allo zero. Tali dati sono dovuti ad errori di calibrazione dei sensori e sono stati eliminati. Le misure rimosse sono in totale 36: 12 per il piano $z_{0.05}$, 13 per il piano $z_{0.20}$, 7 per il piano $z_{0.35}$, 3 per il piano $z_{0.50}$ e 1 per il piano $z_{0.85}$. La rappresentazione dei dati positivi presenti su ciascun piano è riportata nelle figure 6.23, 6.24, 6.25, 6.26 e 6.27.

Poiché i valori negativi sono causati dalla presenza di vuoti d'aria che circondano la sonda e falsano la misura, è opportuno pensare che anche i valori molto piccoli, che dovrebbero essere prossimi al limite inferiore della curva di calibrazione pari all'1% potrebbero non essere veritieri per lo stesso problema che causa la presenza dei valori negativi. Questa ipotesi è validata dall'analisi dei dati sperimentali a disposizione, eseguita per esplorare il *dataset*, guadagnarne una migliore comprensione e ricercare quelli erronei che potrebbero influire in maniera drastica sulla superficie di predizione in output. L'esplorazione di tali dati può essere eseguita secondo tre modalità: l'esamina della distribuzione dei dati che può essere ottenuta tramite la realizzazione dell'istogramma e del grafico normale che permettono di identificare la distribuzione più appropriata; l'identificazione delle tendenze dei dati; la comprensione dell'autocorrelazione spaziale e le influenze direzionali. Sia l'istogramma delle frequenze per l'attributo del *dataset* in esame che il grafico quantile-quantile (QQ), sono degli strumenti che consentono di esaminare la distribuzione univariata e fornire una misura della normalità dei dati, in quanto i metodi di interpolazione utilizzati per generare una superficie danno risultati migliori se i dati sono distribuiti normalmente.

In particolare, con l'istogramma è possibile individuare in maniera immediata se i dati sono distribuiti normalmente in quanto seguono una curva a forma di campana, mentre nel caso in cui i dati siano asimmetrici è possibile individuare la trasformazione dei dati più appropriata per normalizzarli. Con il grafico QQ, è possibile confrontare la distribuzione dei dati rispetto ad una distribuzione normale standard, ove tanto più i punti si avvicinano ad una linea retta, a 45 gradi, e tanto più i campioni seguono una distribuzione normale. Riconoscere la presenza o l'assenza delle tendenze nel *dataset* di input, vuol dire individuare una componente non casuale, cioè deterministica, di una superficie che può essere rappresentata da una formula matematica, cioè dall'ordine di polinomio che meglio lo approssima. Con

questo tipo di analisi si possono modellare le tendenze, rimuovendole dai dati e continuando l'analisi modellando i residui, che sono ciò che rimane dopo la rimozione delle tendenze e nella modellazione di questi ultimi vengono analizzate le variazioni a breve raggio, e quindi locali, nella superficie.

Per esaminare in modo semplice ed immediato l'autocorrelazione spaziale fra i punti campione misurati è indispensabile eseguire il grafico del semivariogramma, in quanto l'interpolatore scelto per estendere i dati è il kriging.

L'autocorrelazione si basa sull'assunto che valori campionati in luoghi vicini tra di loro, tendono ad avere comportamenti simili, mentre valori di una stessa variabile misurati in campioni raccolti in luoghi lontani tra di loro tendono ad avere comportamenti differenti, o almeno tendono a differire dai valori medi che si riscontrano nei due luoghi stessi.

In tal senso, la correlazione fra i valori della variabile tende a diminuire con l'aumentare della distanza. L'autocorrelazione è il principio di base della geostatistica e viene stimata dal semivariogramma in termini di distanza; il variogramma ci indica infatti il grado di dissimilarità tra le unità di campionamento in funzione della loro distanza geografica.

Per costruire il semivariogramma, viene riportata la differenza quadratica fra i valori di ogni coppia di posizioni in relazione alla distanza che separa ogni coppia di misure. Ogni punto della nuvola del semivariogramma rappresenta, dunque, una coppia di posizioni. Dato che le posizioni che sono più vicine fra loro dovrebbero essere più simili, nella figura, tali posizioni dovrebbero avere valori più piccoli del semivariogramma. Viceversa, all'aumentare della distanza fra le coppie di posizioni, i valori del semivariogramma dovrebbero incrementarsi a loro volta. L'obiettivo della modellazione a semivariogramma è quello di determinare l'approssimazione migliore per un modello che passi per i punti del semivariogramma sfruttando la correlazione spaziale nel dataset. Tale strumento è tanto più utile, tanto più sono determinati in maniera efficiente i diversi parametri che caratterizzano il risultato finale. Tra questi assumono un ruolo importante le dimensioni del *lag*, cioè la dimensione di una classe di distanze nella quale le coppie di posizioni vengono raggruppate per ridurre il gran numero di combinazioni possibili oppure l'individuazione del modello del semivariogramma che meglio si adatta ai dati in esame, in cui si scelgono con parsimonia parametri come *nugget*, *range*, *partial sill* o *shape*.

Per default, i valori ottimali dei parametri vengono calcolati per un modello stabile omnidirezionale, cioè con le stesse caratteristiche in tutte le direzioni. In realtà, l'influenza direzionale e le anisotropie incideranno sui punti del semivariogramma e sul modello che lo

rappresenta, in quanto, in alcune direzioni le cose che sono vicine potrebbero essere più simili che in altre direzioni, ed è importante quantificarle statisticamente e tenerne conto nell'analisi del campione.

Tramite l'impiego del software *ArcMap* è stata eseguita un'analisi dei dati, a partire dal campione di dati positivi rappresentato nelle figure 6.23, 6.24, 6.25, 6.26 e 6.27 (a sinistra), che ha coinvolto la realizzazione dell'istogramma, del grafico QQ e del semivariogramma. Tramite questi strumenti si sono ottenuti risultati poco affidabili dovuti al fatto che dati molto vicini tra loro presentano valori con un ampio *range* di variabilità. È stata individuata l'esigenza di eliminare non solo i dati negativi ma di considerare dei valori limite al di sotto del quale ogni dato viene eliminato per ciascun piano e di individuare il modello del semivariogramma più opportuno al caso in esame.

I valori limiti sono diversi per ciascun piano e sono pari a 5, 3, 5, 5 rispettivamente, per i piani $z_{0.05}$, $z_{0.20}$, $z_{0.35}$ e $z_{0.50}$. Per il piano $z_{0.85}$, invece, non è stato necessario considerare un valore limite in quanto i dati sembrano essere più uniformi nonostante il *range* dei dati vari tra 8% e 28%. In totale sono stati eliminati 57 dati suddivisi tra 34, 7, 11 e 5 rispettivamente, per i piani $z_{0.05}$, $z_{0.20}$, $z_{0.35}$ e $z_{0.5}$.

Nelle figure 6.23, 6.24, 6.25, 6.26 e 6.27 viene riportato il confronto della distribuzione spaziale dei dati positivi e di quelli inferiori al valore limite considerato per i piani $z_{0.05}$, $z_{0.20}$, $z_{0.35}$, $z_{0.50}$, e $z_{0.85}$.

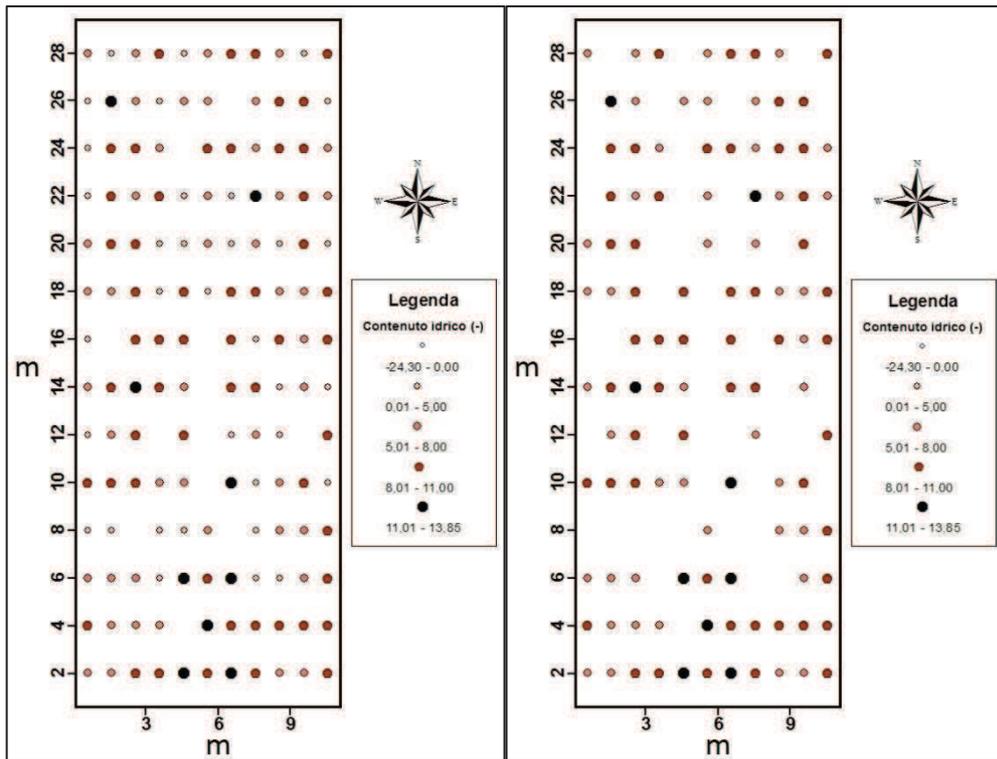


Figura 6.23. Confronto della distribuzione spaziale delle misure di contenuto idrico eliminando prima i valori negativi e poi quelli inferiori a 5 per il piano $z_{0,05}$

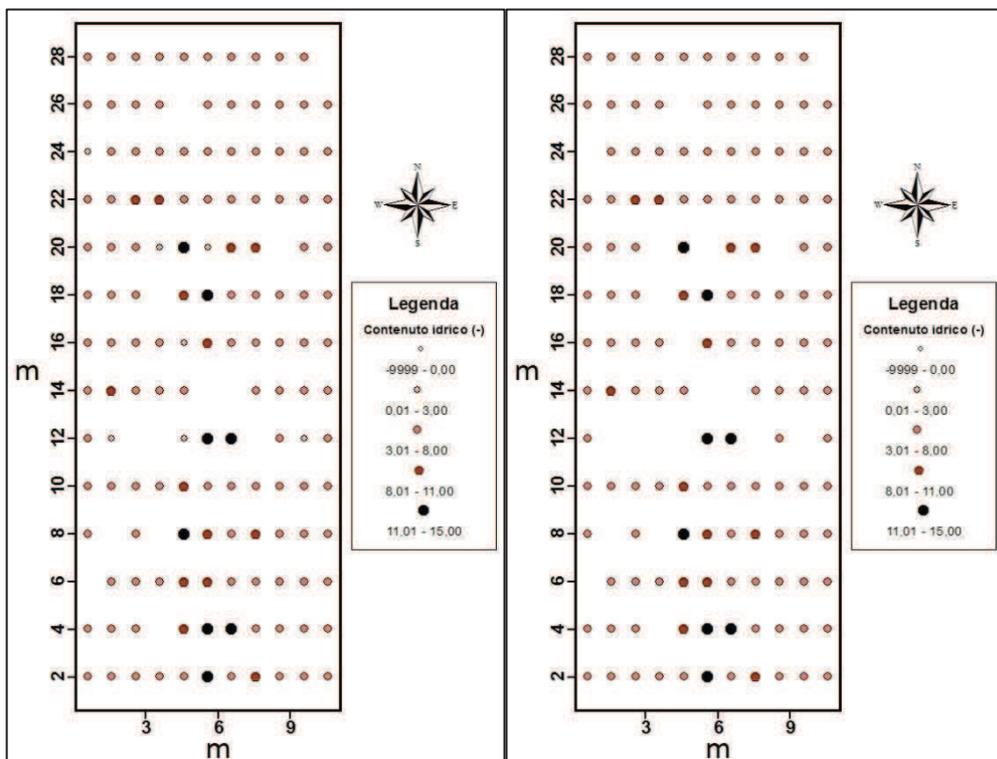


Figura 6.24. Confronto della distribuzione spaziale delle misure di contenuto idrico eliminando prima i valori negativi e poi quelli inferiori a 3 per il piano $z_{0,20}$

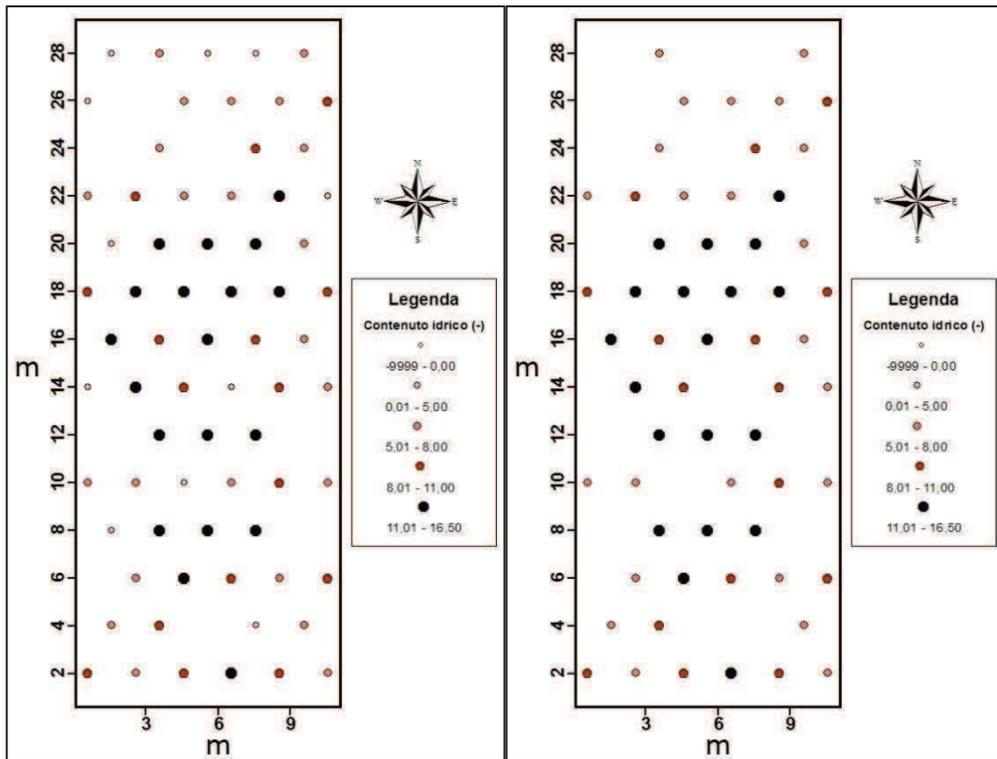


Figura 6.25. Confronto della distribuzione spaziale delle misure di contenuto idrico eliminando prima i valori negativi e poi quelli inferiori a 5 per il piano $z_{0,35}$

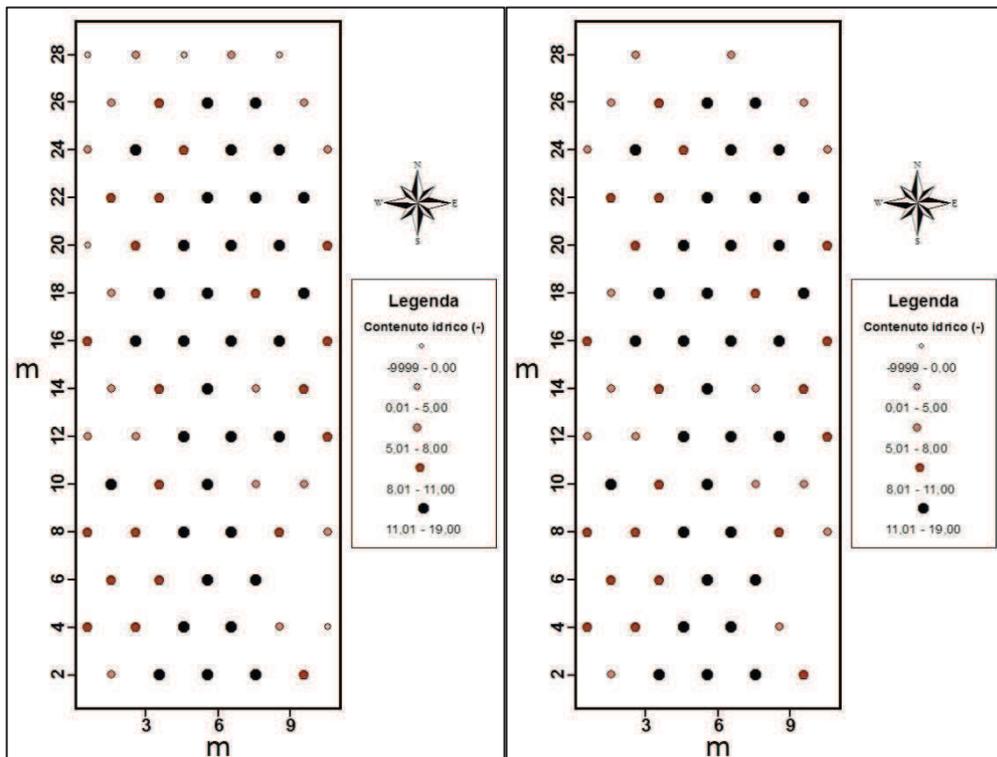


Figura 6.26. Confronto della distribuzione spaziale delle misure di contenuto idrico eliminando prima i valori negativi e poi quelli inferiori a 5 per il piano $z_{0,50}$

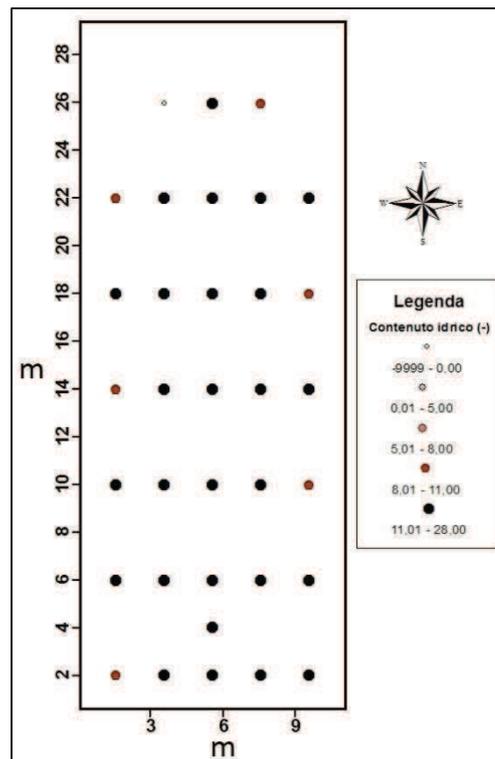


Figura 6.27. Distribuzione spaziale delle misure di contenuto idrico eliminati i valori negativi per il piano $Z_{0.85}$

Al fine di evidenziare le differenze e le peculiarità tra i dati positivi del campione ed i dati non affetti da errori secondo i limiti imposti, vengono riportati, nelle figure che seguono, il confronto tra l'istogramma, il QQ ed il semivariogramma nei due casi per ciascun piano. Una riflessione particolare è rivolta all'analisi del semivariogramma, in quanto, dall'analisi eseguita si evince che è utile applicare un modello specifico di semivariogramma, quello di tipo esponenziale, in cui si considera in maniera adeguata il valore del nugget e si valuta l'anisotropia individuando l'influenza direzionale marcata in maggior misura per ciascun caso. Nelle figure che seguono viene rappresentato, quindi, il confronto tra il semivariogramma scelto di default dallo strumento GIS adoperato ed il semivariogramma esponenziale con l'identificazione della corretta direzione da applicare per valutare l'anisotropia.

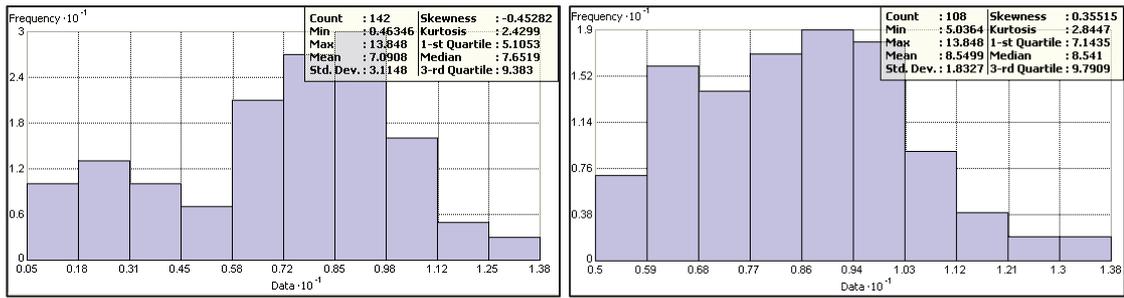


Figura 6.28. Confronto dell'istogramma ottenuto dalle misure di contenuto idrico eliminando prima i valori negativi e poi quelli inferiori a 5 per il piano $z_{0,05}$

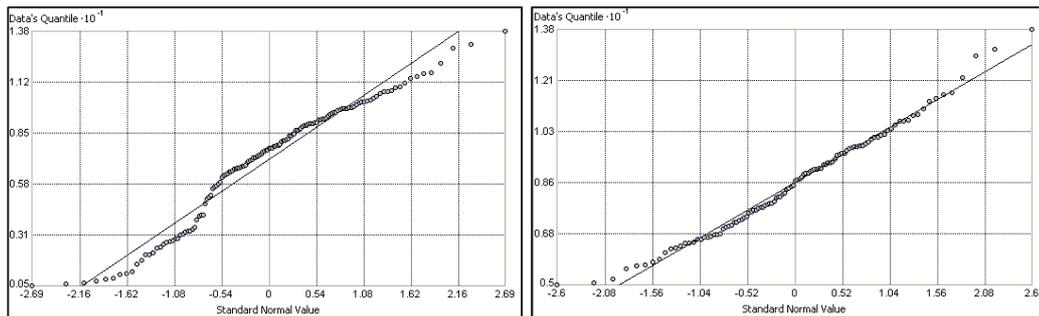


Figura 6.29. Confronto del grafico QQ ottenuto dalle misure di contenuto idrico eliminando prima i valori negativi e poi quelli inferiori a 5 per il piano $z_{0,05}$

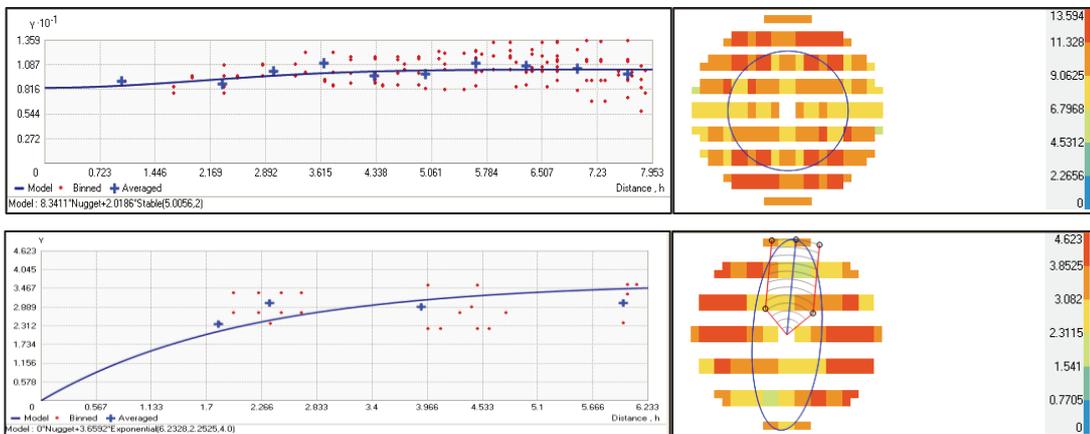


Figura 6.30. Confronto del semivariogramma di default ottenuto con il campione dei dati positivi ed il semivariogramma adatto al campione di dati senza errori per il piano $z_{0,05}$

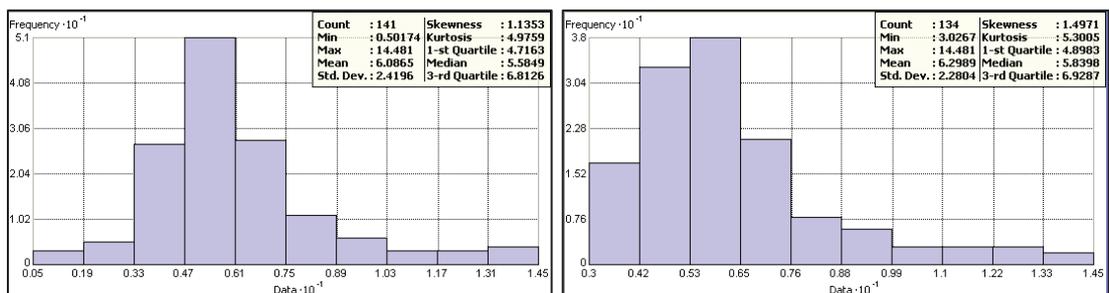


Figura 6.31. Confronto dell'istogramma ottenuto dalle misure di contenuto idrico eliminando prima i valori negativi e poi quelli inferiori a 3 per il piano $z_{0,20}$

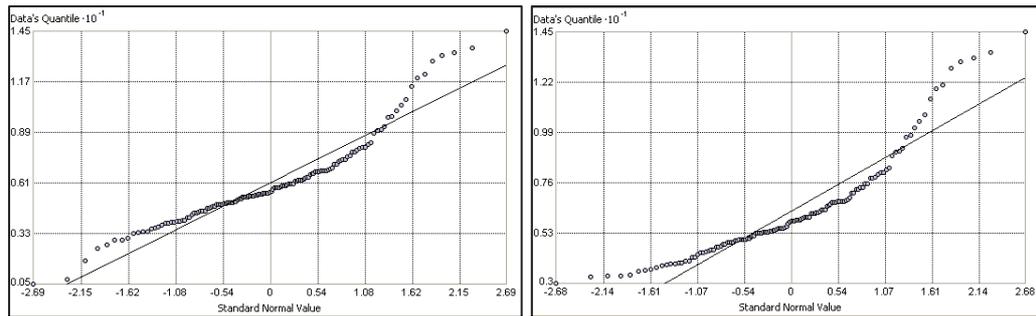


Figura 6.32. Confronto del grafico QQ ottenuto dalle misure di contenuto idrico eliminando prima i valori negativi e poi quelli inferiori a 3 per il piano $z_{0,20}$

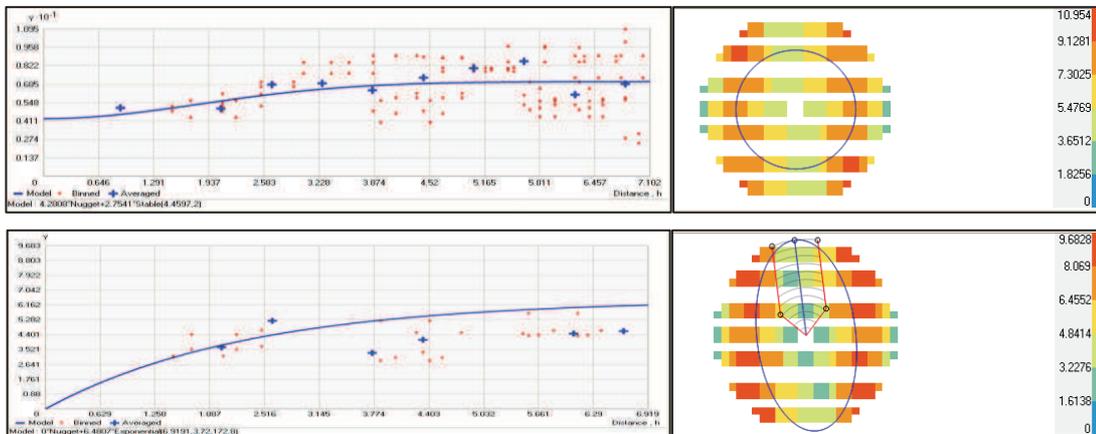


Figura 6.33. Confronto del semivariogramma di default ottenuto con il campione dei dati positivi ed il semivariogramma adatto al campione di dati senza errori per il piano $z_{0,20}$

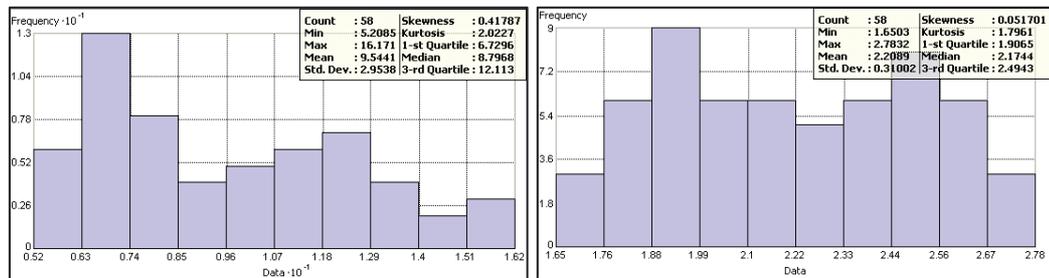


Figura 6.34. Confronto dell'istogramma ottenuto dalle misure di contenuto idrico eliminando prima i valori negativi e poi quelli inferiori a 5 per il piano $z_{0,35}$

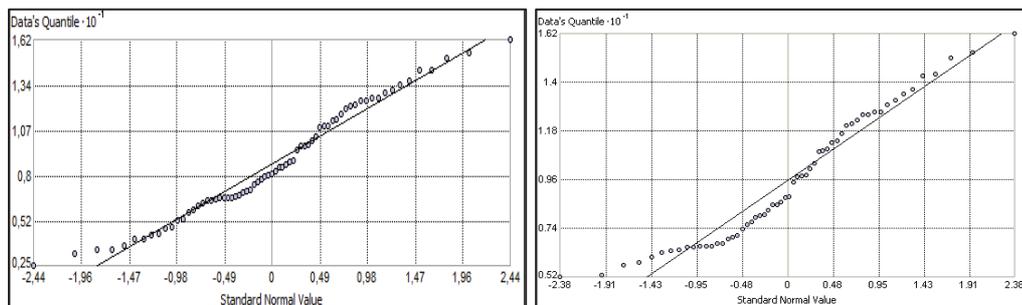


Figura 6.35. Confronto del grafico QQ ottenuto dalle misure di contenuto idrico eliminando prima i valori negativi e poi quelli inferiori a 5 per il piano $z_{0,35}$

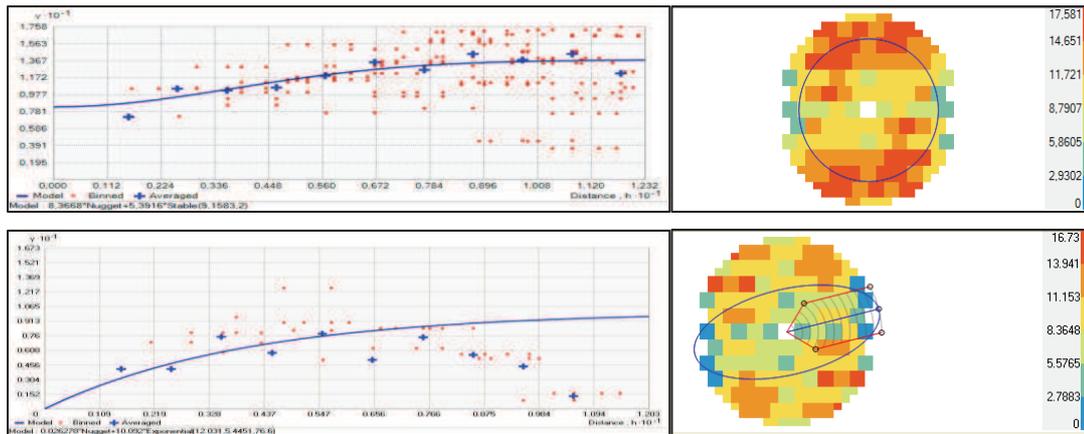


Figura 6.36. Confronto del semivariogramma di default ottenuto con il campione dei dati positivi ed il semivariogramma adatto al campione di dati senza errori per il piano $z_{0.35}$

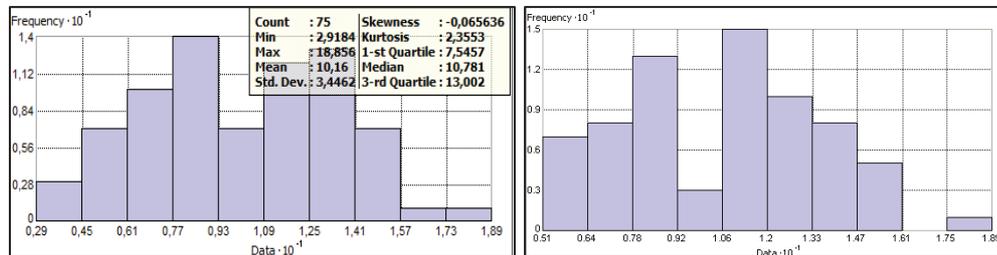


Figura 6.37. Confronto dell'istogramma ottenuto dalle misure di contenuto idrico eliminando prima i valori negativi e poi quelli inferiori a 5 per il piano $z_{0.50}$

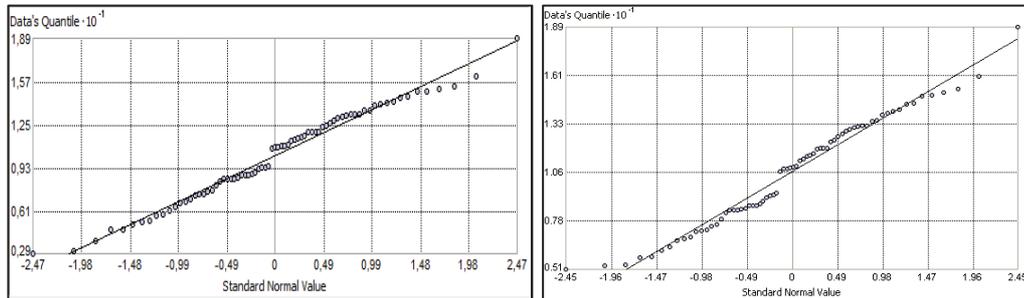


Figura 6.38. Confronto del grafico QQ ottenuto dalle misure di contenuto idrico eliminando prima i valori negativi e poi quelli inferiori a 5 per il piano $z_{0.50}$

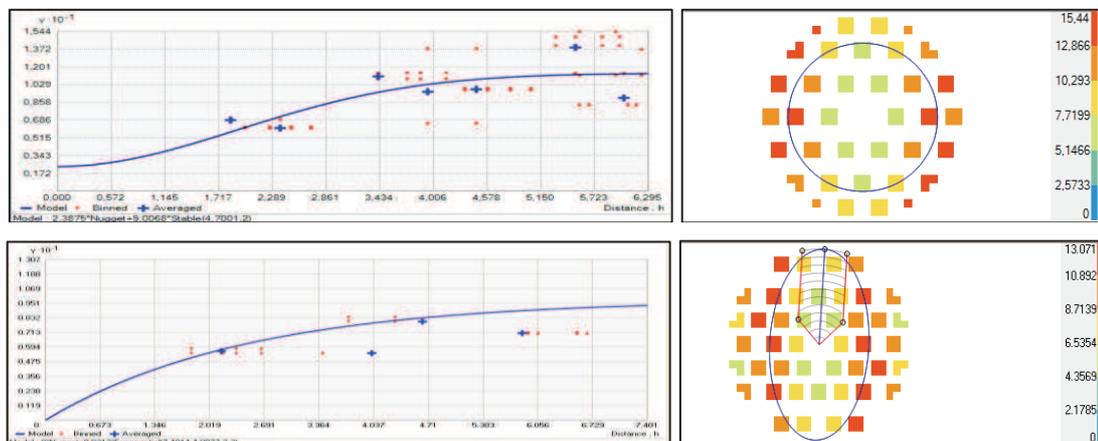


Figura 6.39. Confronto del semivariogramma di default ottenuto con il campione dei dati positivi ed il semivariogramma adatto al campione di dati senza errori per il piano $z_{0.50}$

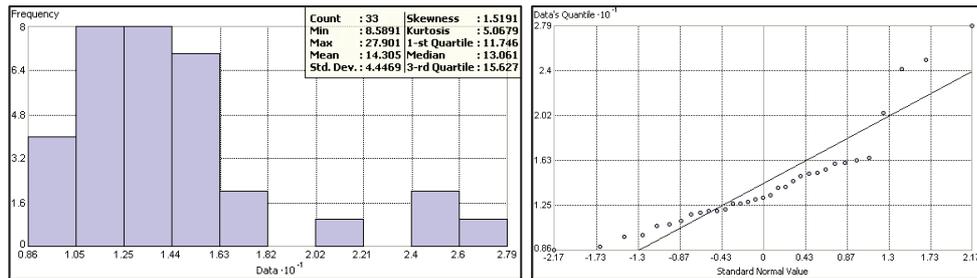


Figura 6.40. Istogramma e grafico QQ ottenuto dalle misure di contenuto idrico presenti sul piano $z_{0,85}$

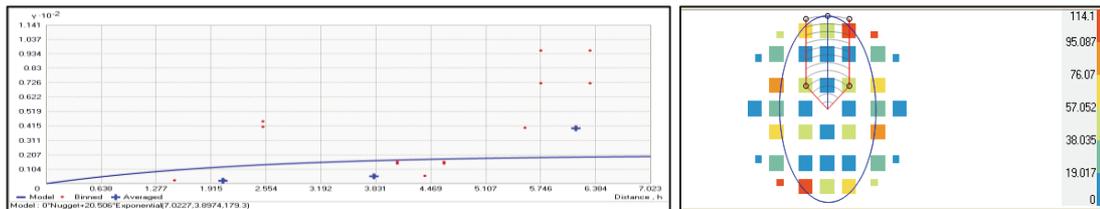


Figura 6.41. Semivariogramma adatto al campione di dati senza errori per il piano $z_{0,85}$

Una volta individuato il campione di dati in cui non sono presenti errori è stata eseguita l'interpolazione col metodo *Kriging*. Nella figura 6.42 è riportato il confronto tra la distribuzione spaziale del contenuto di umidità per ciascun piano (da quello meno profondo a quello più profondo) e la relativa posizione dei sensori usati per l'interpolazione. È bene evidenziare che è rispettata la posizione delle aree più umide in corrispondenza del punto di accumulo dell'acqua e che c'è una notevole somiglianza dell'andamento del contenuto di umidità tra i piani posizionati a diverse altezze.

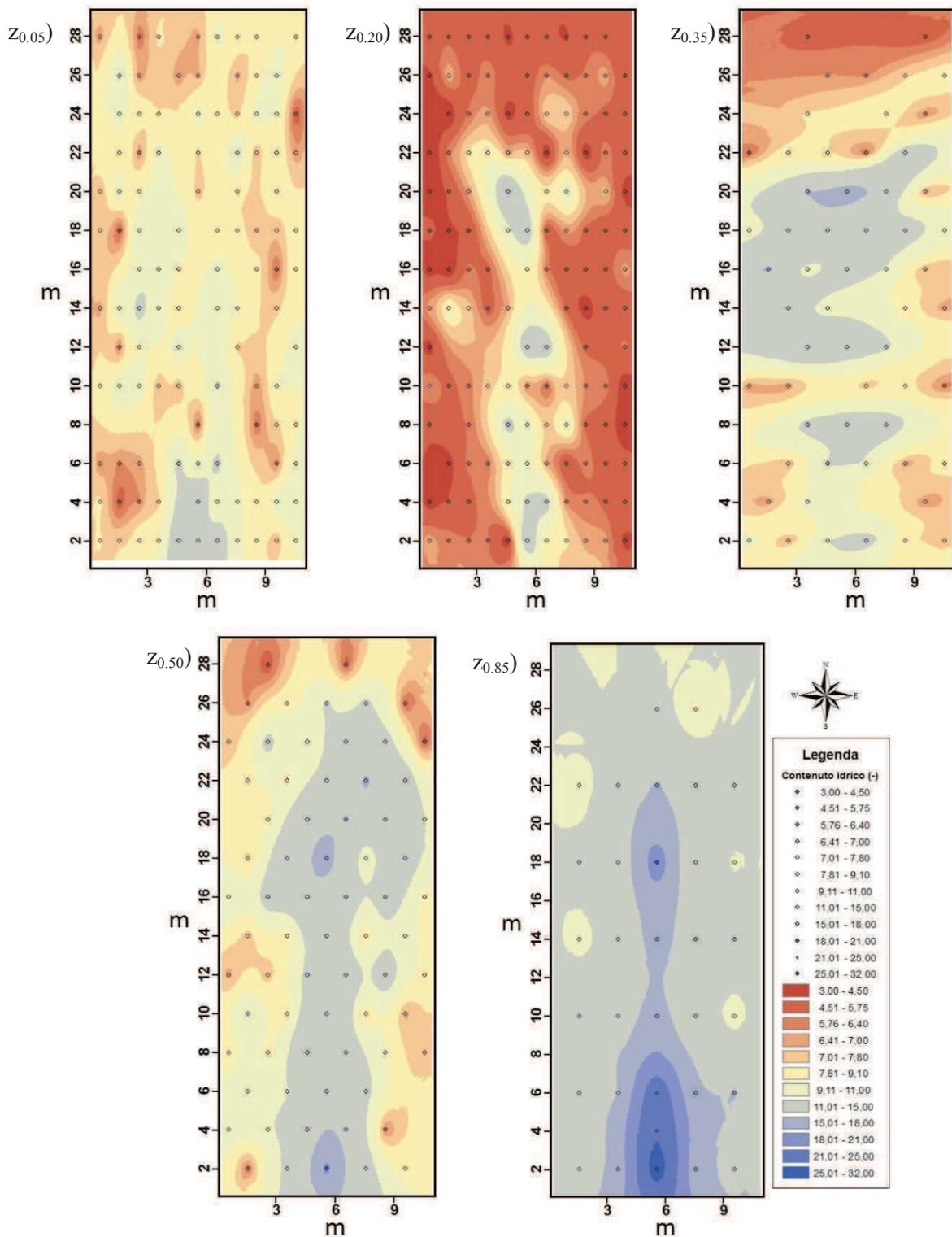


Figura 6.42. Distribuzione spaziale del contenuto idrico a diverse profondità ottenuta tramite l'interpolazione dei dati di umidità registrati

Infine, è stata realizzata la cross validation per verificare che il modello usato offra una previsione accurata ed avere un'idea di quanto bene il modello preveda i valori non noti.

Nella cross validation viene omissa in sequenza un punto nel *dataset*, si effettua la previsione del valore per la posizione del punto omissa usando il resto dei dati e si confrontano i valori misurati e quelli previsti. In particolare, la differenza fra il valore misurato e quello previsto è indicato come errore di previsione. Al fine di verificare che il modello offra una previsione accurata è importante controllare che:

- L'errore di previsione medio sia vicino a zero;
- Lo scarto quadratico medio standardizzato sia vicino ad uno;
- Lo scarto quadratico medio e l'errore standard medio siano più piccoli possibile, ciò significa che le previsioni non deviano di molto dai valori misurati.

Nella tabella 6.6 sono riportati i risultati della cross validation eseguita; in particolare per ciascuna profondità Z , è stata inserita il numero di dati, l'errore medio di previsione, lo scarto quadratico medio, l'errore medio standardizzato, lo scarto quadratico medio standardizzato e l'errore standard medio. Dall'analisi dei dati in tabella si evince che, in generale, sia l'errore medio che l'errore medio standardizzato assumono dei valori prossimi allo zero, che lo scarto quadratico medio standardizzato è molto simile ad uno e che lo scarto quadratico medio tende a valori abbastanza bassi. Fanno eccezione a quest'analisi i risultati ottenuti per il piano $Z_{0.85}$, le cui entità non affidabili sono sicuramente dovute all'esiguo numero di dati.

Z	N. dati	Errore medio	Scarto quadratico medio	Errore medio standardizzato	Scarto quadratico medio standardizzato	Average Stand Error
$Z_{0.05}$	120	-0.0033	1.7607	-0.00065	1.042	1.699
$Z_{0.20}$	134	0.0166	1.8508	0.00732	0.926	2.002
$Z_{0.35}$	58	0.1375	2.3971	0.04075	0.999	2.411
$Z_{0.50}$	70	0.1487	2.5151	0.00445	0.923	2.706
$Z_{0.85}$	33	0.4937	3.7548	0.09548	0.876	4.346

Tabella 6.6. Risultati ottenuti dalla cross validation del modello impiegato

Infine, per utilizzare il modello ad automi cellulari sviluppato, bisogna conoscere la distribuzione del contenuto di umidità in punti a profondità diverse da quelle di cui sono noti i dati sperimentali. Per questo motivo è stata ipotizzata un'interpolazione lineare tra i dati noti a 0.50 m e a 0.85 m dalla superficie e mediante il software *ArcMap* si è ottenuta la distribuzione del contenuto di umidità, a 0.65 m, a 0.80 m, a 0.90 m e ad 1 m dal piano campagna, piani indicati, rispettivamente, con $Z_{0.65}$, $Z_{0.8}$, $Z_{0.95}$ e Z_1 . Successivamente per ciascuna di queste profondità sono stati estrapolati i dati per ciascuna delle celle di cui è composto l'automa.

Nella figura 6.43 viene rappresentata la distribuzione del contenuto di umidità al variare della profondità dalla superficie per ciascuno dei piani interpolati $Z_{0.65}$, $Z_{0.8}$, $Z_{0.95}$ e Z_1 .

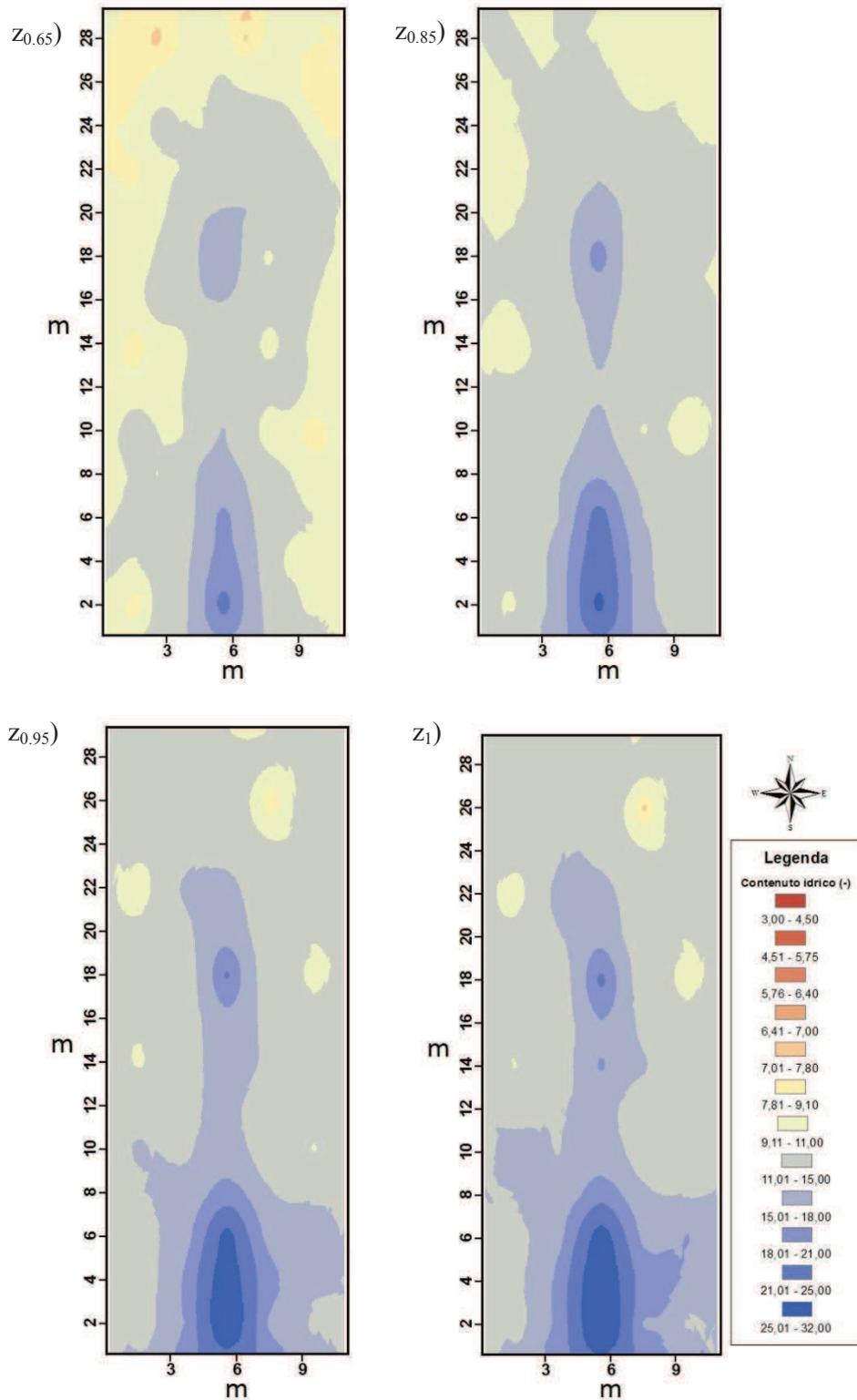


Figura 6.43. Distribuzione spaziale del contenuto idrico sui piani in cui non sono presenti dati sperimentali

6.4.4 Analisi dei dati meteorologici

I dati registrati nel periodo oggetto di studio riguardano cinque grandezze meteorologiche: la temperatura, l'umidità dell'aria, la radiazione ad onde corte in ingresso, l'albedo e la velocità del vento.

Per quel che riguarda i dati di temperatura, le registrazioni sono state realizzate mediante sei sensori, distribuiti nella parte superiore ed in quella inferiore della struttura ma non posizionati direttamente sulla superficie del terreno. Dei sei sensori riportati solo il sensore denominato WBay_Upper ha consentito una misura continua dei dati di temperatura per il range temporale oggetto di analisi. Nello specifico, le misure eseguite sono considerate affidabili data la notevole somiglianza dell'andamento di questi dati a quelli registrati dai sensori CBay_Lower ed EBay_Lower, le cui serie sono incomplete.

Nella figura 6.44, sono rappresentate in alto, tutte le serie di dati registrati ed in basso le serie considerate affidabili.

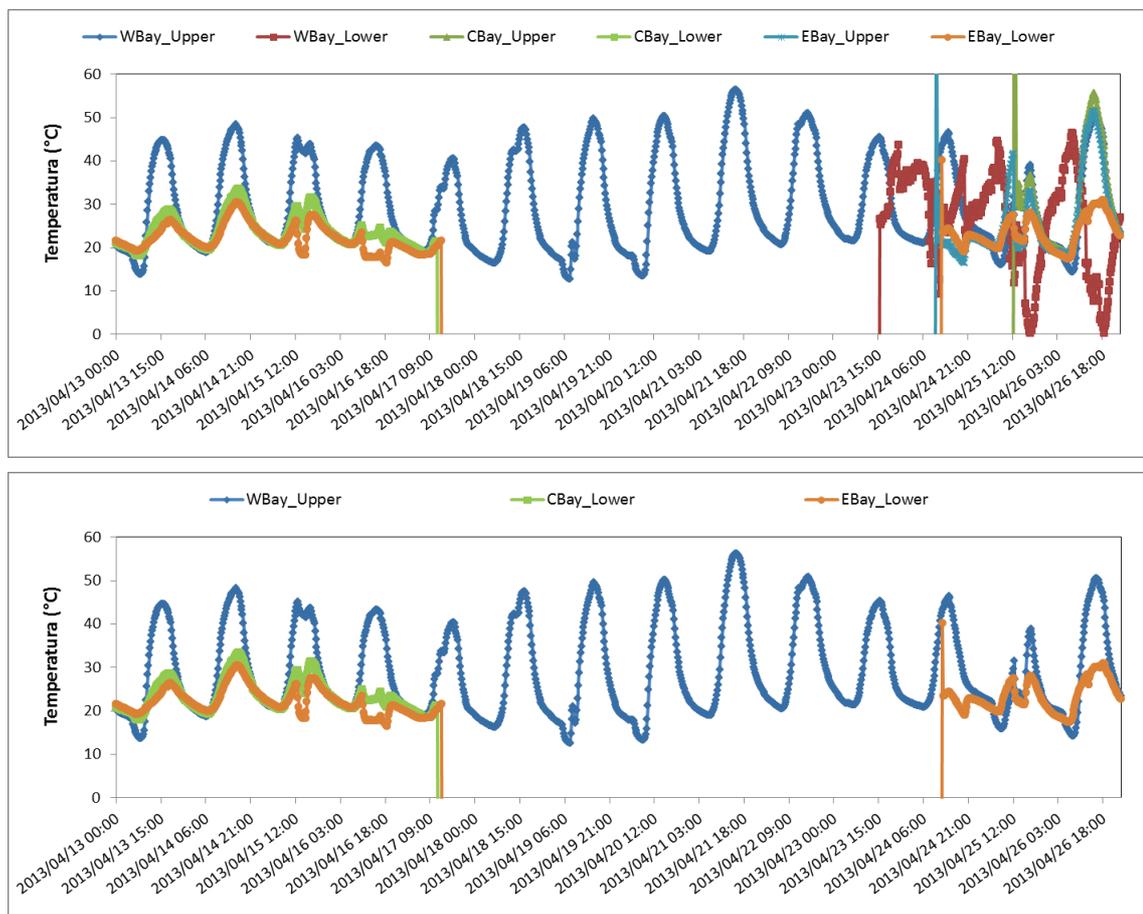


Figura 6.44. In alto: Temperature registrate da 6 sensori; In basso: Temperature ritenute affidabili

La differenza delle entità registrate dai sensori è dovuta alla posizione degli stessi e dal fatto che Biosphere si trova in un ambiente controllato.

Analizzando le somiglianze tra le due serie di dati ed individuando quelle con dati più verosimili nell'intervallo tra il 13 e il 14 aprile, si è calcolato un indice di rapporto per individuare i dati di temperatura più bassi quando la serie dei dati EBay_Lower non è continua. In questo modo sono stati individuate tre possibili serie di dati:

- A. Le temperature più elevate ove i dati sono stati interamente registrati dal sensore WBay_Upper;
- B. Le temperature più basse ove sono presenti i dati ritenuti affidabili e registrati dal sensore EBay_Lower e calcolati nel range in cui la serie non era disponibile;
- C. I dati ottenuti tramite la media dei dati individuati nelle prime due serie.

Nella figura 6.45 viene riportato il confronto tra le tre possibili serie di temperatura individuate.

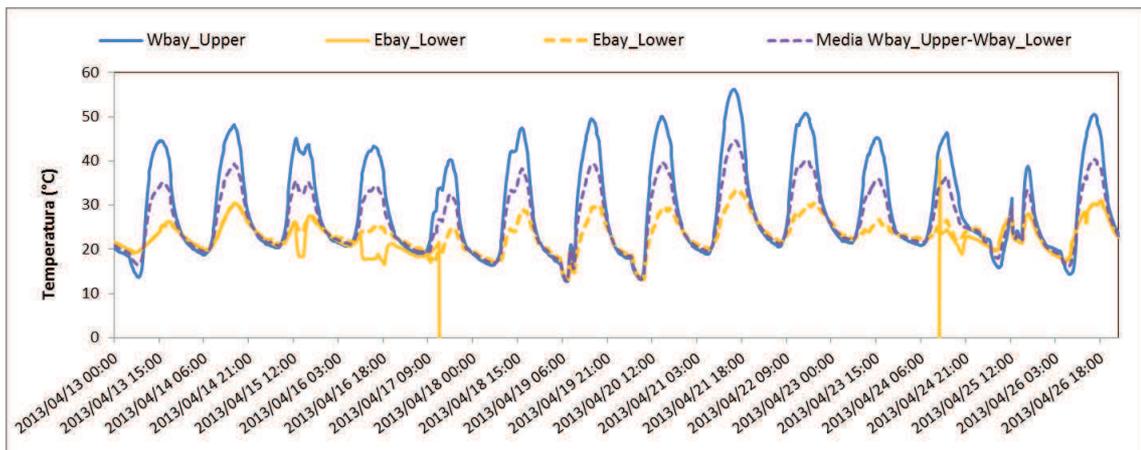


Figura 6.45. Confronto serie di dati di temperatura registrata

Inizialmente, il modello è stato implementato seguendo la serie dei dati di temperatura registrati dal sensore Ebay_Lower, perché le registrazioni eseguite da questo sensore sembrano più simili a quelle di clima rappresentativo della zona sud-ovest degli Stati Uniti riprodotto all'interno di una serra.

I dati di umidità dell'aria q_a sono ricavati dai valori registrati di RH dal sensore LEO_WBay_Upper mediante la relazione (6.4).

$$q_A = \frac{RH \cdot q_s}{100} \quad (6.4)$$

Dato che l'umidità dell'aria risulta essere funzione della temperatura, ciascuna serie di dati viene valutata in base alle tre serie di temperatura rappresentate in figura 6.45. Inoltre, i dati riguardanti l'umidità dell'aria vengono corretti imponendo che durante gli intervalli di pioggia l'umidità dell'aria q_a sia pari a q_s . Nell'immagine 6.46 sono stati rappresentati i dati di RH registrati dal sensore, le serie di umidità dell'aria q_A e dell'umidità corretta secondo la relazione (6.4) al variare delle serie di temperatura registrate dai sensori WBay_Upper, EBay_Lower e mediata tra la serie registrata da WBay_Upper e registrata da EBay_Lower.

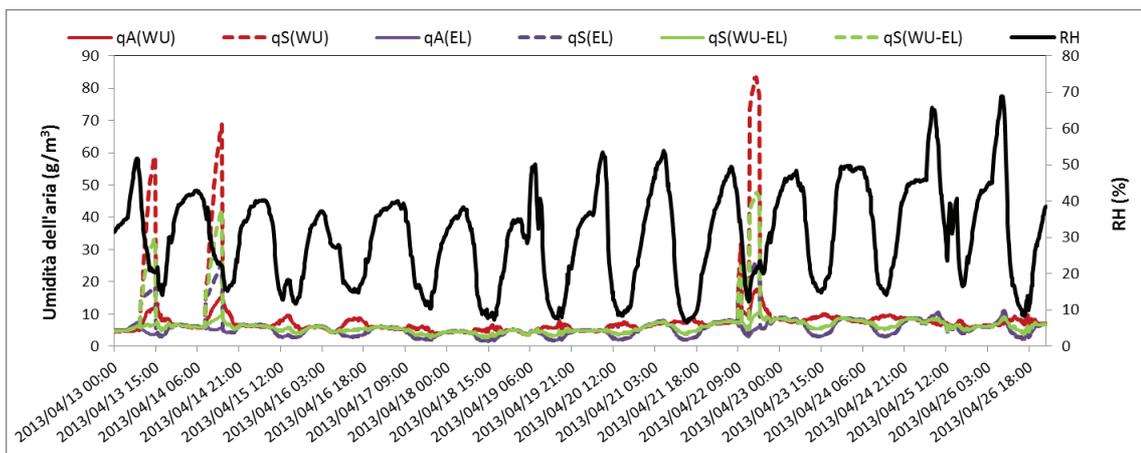


Figura 6.46. Umidità dell'aria individuata a partire dalla serie di dati RH e dai valori della temperatura registrata

Per i dati relativi alla radiazione ad onde corte in ingresso R_s , l'albedo e la velocità del vento non avendo a disposizione una serie continua di dati, è stato rispettato lo stesso criterio già adottato, secondo il quale sono stati ripetuti i dati a disposizione negli intervalli in cui non era presente alcuna registrazione. Un unico accorgimento è stato necessario, cioè porre attenzione a ripetere i dati rispettando la fascia oraria in cui è avvenuta la misurazione. Nelle figure 6.47 vengono riportate con una linea continua le misure reali e con una linea punteggiata quelle inserite successivamente. In particolare, nella terza tra le figure 6.47 che riporta la serie riguardante la velocità del vento è stata replicata per tutta la durata della serie i dati misurati dal giorno 14 aprile alle ore 12:30, al giorno 15 aprile alle ore 12:30 perché ritenuti maggiormente credibili rispetto agli altri.

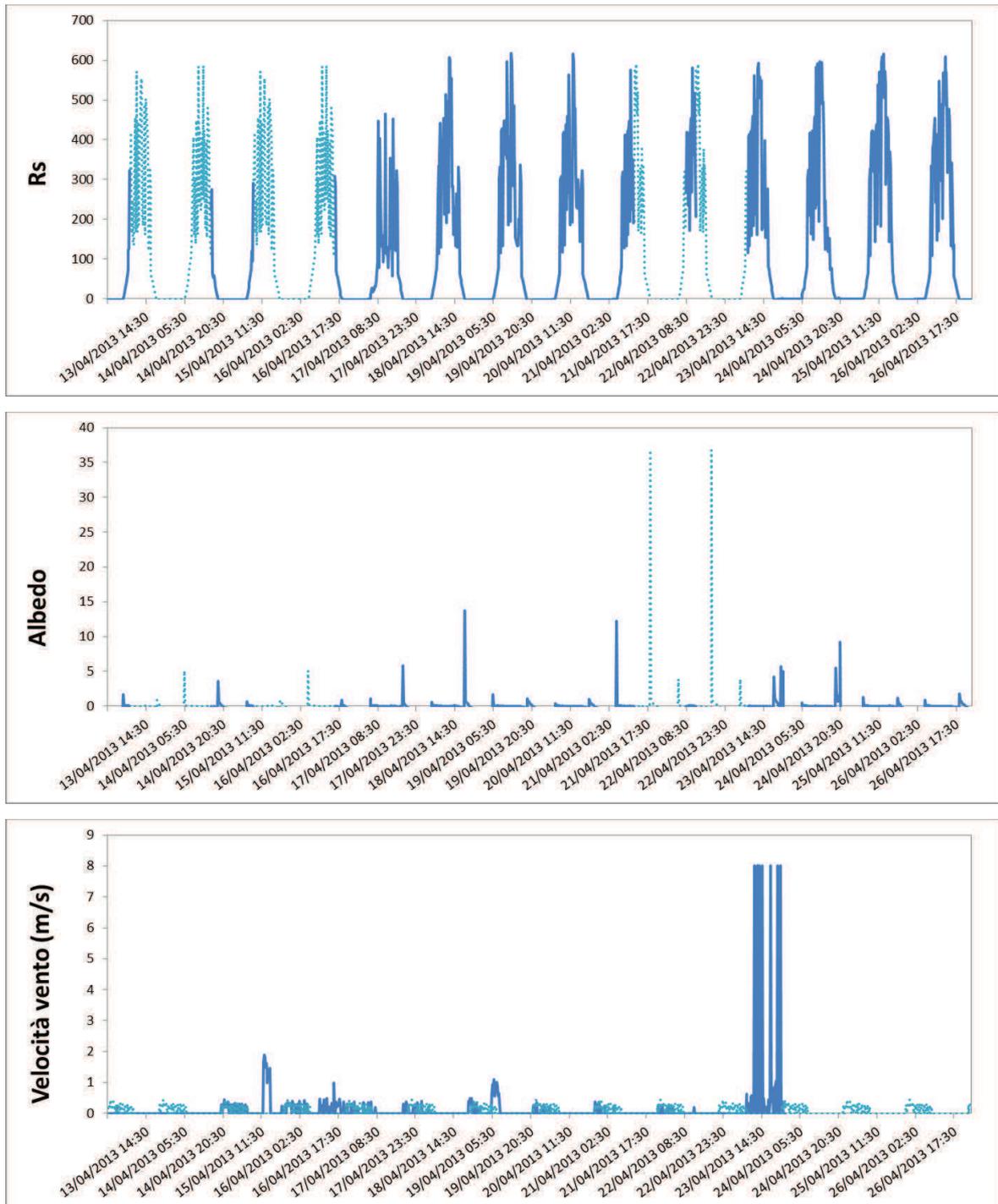


Figura 6.47. Serie di R_s , albedo e velocità del vento registrata e corretta

6.4.5 Analisi dei parametri idraulici del suolo ed implementazione del modello

I parametri di van Genuchten usati per descrivere le caratteristiche idrauliche del suolo sono il contenuto di umidità a saturazione $\theta_s = 0.39$, il contenuto di umidità residuo $\theta_r = 0.01$, $\alpha = 0.019 \text{ cm}^{-1}$ e $n = 1.76$. All'interno del modello Eco-Idrologico devono essere esplicitati i

valori della permeabilità a saturazione K_{sat} e del coefficiente di immagazzinamento specifico S_s . Dato che questi dati non sono stati forniti dai ricercatori del progetto LEO, sono stati individuati all'interno del lavoro pubblicato da Niu et al., (2014) in cui è stata esaminata l'influenza dell'eterogeneità della struttura sul deflusso superficiale in un esperimento registrato su Biosphere 2 ma in un periodo antecedente a quello valutato nel presente lavoro.

Gli autori hanno individuato quattro possibili scenari che si differenziano in base al valore del coefficiente n e della permeabilità K_{sat} . Due, dei quattro scenari sono omogenei perché è stato valutato un solo valore per la permeabilità e sono indicati con la sigla homo. Negli altri due scenari, indicati con la sigla hetero, al fine di considerare una struttura eterogenea ne sono stati individuati due: il valore $K_{sat,sf}$ in corrispondenza della facciata terminale della struttura da cui si misurano i dati di *seepage flow* ed il valore K_{sat} per tutto il resto della struttura. A loro volta, i due scenari homo (e i due scenari hetero) si diversificano in base al valore di n , indicati con M3 o M4.

La lista dei dati idraulici del suolo esaminati da Niu et al., (2014) è stata riportata nella tabella 6.7.

	M3_homo	M3_hetero	M4_homo	M4_hetero
$n [-]$	1.72	1.72	2.26	2.26
$\alpha [cm^{-1}]$	0.019	0.019	0.019	0.019
$\theta_r [m^3 m^{-3}]$	0.002	0.002	0.002	0.002
$\theta_s [m^3 m^{-3}]$	0.3625	0.3625	0.37	0.3675
$K_{sat} [ms^{-1}]$	$1.2 \cdot 10^{-4}$	$1.7 \cdot 10^{-4}$	$1.0 \cdot 10^{-4}$	$1.4 \cdot 10^{-4}$
$K_{sat,sf} [ms^{-1}]$	$1.2 \cdot 10^{-4}$	$2.3 \cdot 10^{-4}$	$1.0 \cdot 10^{-4}$	$2.2 \cdot 10^{-4}$
$S_s [-]$	$5 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-4}$

Tabella 6.7. Lista dei dati idraulici del suolo per gli scenari M3_homo, M3_hetero, M4_homo e M4_hetero

Dalla lista 6.7 sono stati estrapolati i dati che mancano per poter implementare il modello Eco-Idrologico agli automi cellulari. In particolare, essi sono stati individuati tra gli scenari M3_hetero e M4_hetero, in quanto si è osservato che la condizione eterogenea della struttura porta a risultati più verosimili a quelli registrati.

La lista di dati registrati dai ricercatori del progetto LEO con i dati della permeabilità individuati nello studio di Niu et al., (2014) (in rosso), indicati con LEOM3hetero e LEOM4hetero, sono riportati nella tabella 6.8.

	LEOM3hetero	LEOM4hetero
n [-]	1.76	1.76
α [cm ⁻¹]	0.019	0.019
θ_r [m ³ m ⁻³]	0.01	0.01
θ_s [m ³ m ⁻³]	0.39	0.39
K_{sat} [ms ⁻¹]	$1.7 \cdot 10^{-4}$	$1.4 \cdot 10^{-4}$
$K_{sat,sf}$ [ms ⁻¹]	$2.3 \cdot 10^{-4}$	$2.2 \cdot 10^{-4}$
S_s [-]	$5 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-4}$

Tabella 6.8. Lista dei dati idraulici del suolo per gli scenari LEOM3hetero e LEOM4hetero

Nella figura 6.48 sono riportati il confronto tra i risultati che si ottengono usando i dati descritti nella tabella 6.7 ed i dati sperimentali.

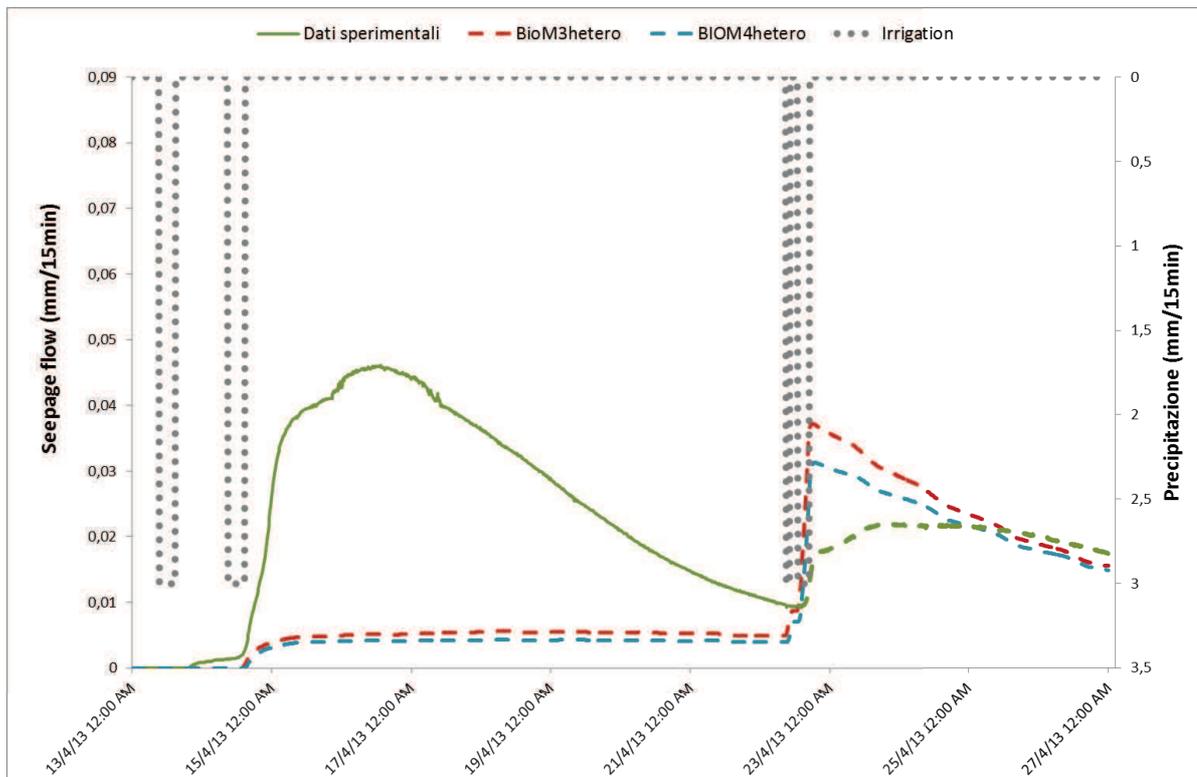


Figura 6.48. Seepage flow modellata con i dati descritti in tabella 6.7

Nella figura 6.49 sono riportati il confronto tra i risultati che si ottengono usando i dati descritti nella tabella 6.8 ed i dati sperimentali.

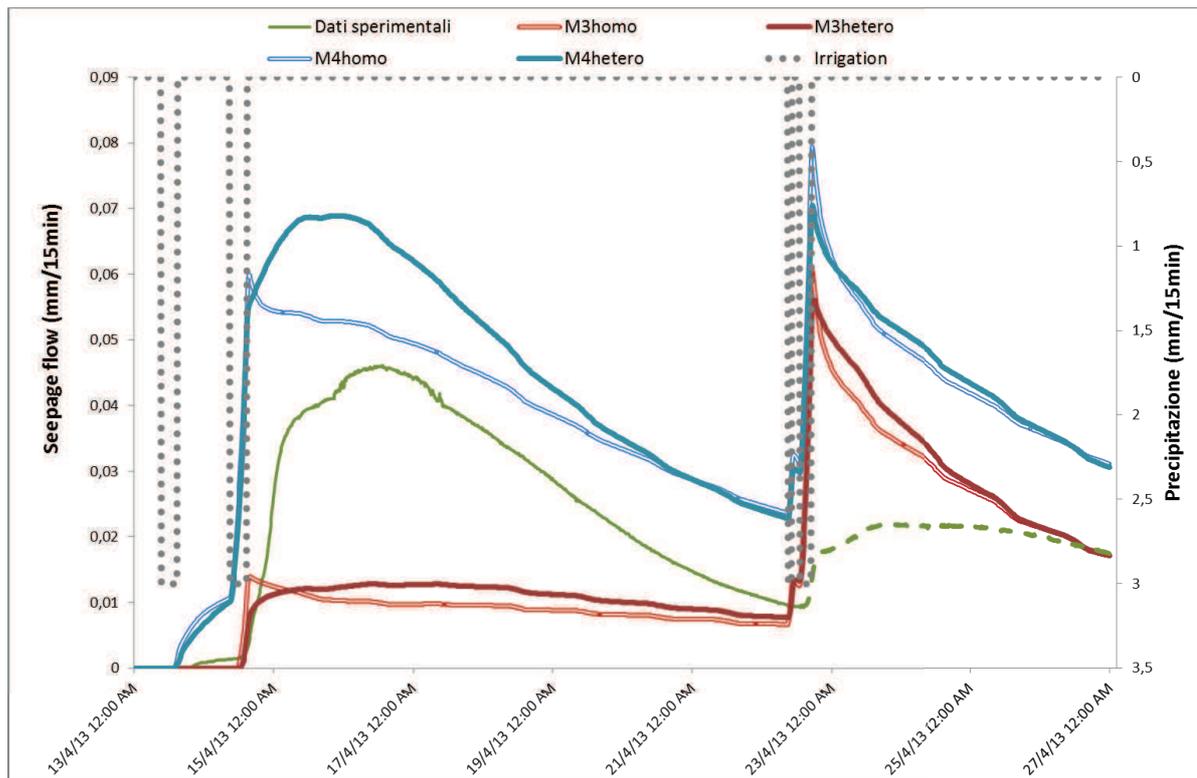


Figura 6.49. Seepage flow modellata con i dati descritti in tabella 6.8.

Dall'analisi dei grafici 6.48 e 6.49 si evince che nessuno degli scenari individuati permette di modellare la *seepage flow* in maniera coerente con i dati sperimentali. Fa eccezione, lo scenario M4_hetero, che riproduce bene la forma della curva sperimentale nei primi dieci giorni della simulazione ma non l'entità della grandezza. Infatti, tra la curva sperimentale e quella modellata nell'istante in cui si verifica il picco, si può calcolare una differenza di circa 0.03 mm/15 min.

A tale fine è stata eseguita la calibrazione dei parametri idraulici del suolo rispetto al seepage flow tramite il software PEST. I parametri calibrati sono trascritti in rosso nella tabella 6.9. Il parametro α è quello che ha subito la modifica maggiore (da 0.019 cm^{-1} a 0.065 cm^{-1}). Nella figura 6.50 è riportata la *seepage flow* modellata con i parametri idraulici del suolo calibrati rispetto al *seepage flow* sperimentale.

PEST	
n [-]	2.00
α [cm ⁻¹]	0.065
θ_r [m ³ m ⁻³]	0.01
θ_s [m ³ m ⁻³]	0.3672
K_{sat} [ms ⁻¹]	$1.4 \cdot 10^{-4}$
$K_{sat,sf}$ [ms ⁻¹]	$2.2 \cdot 10^{-4}$
S_s [-]	$5 \cdot 10^{-4}$

Tabella 6.9. Lista dei dati idraulici del suolo calibrati con PEST

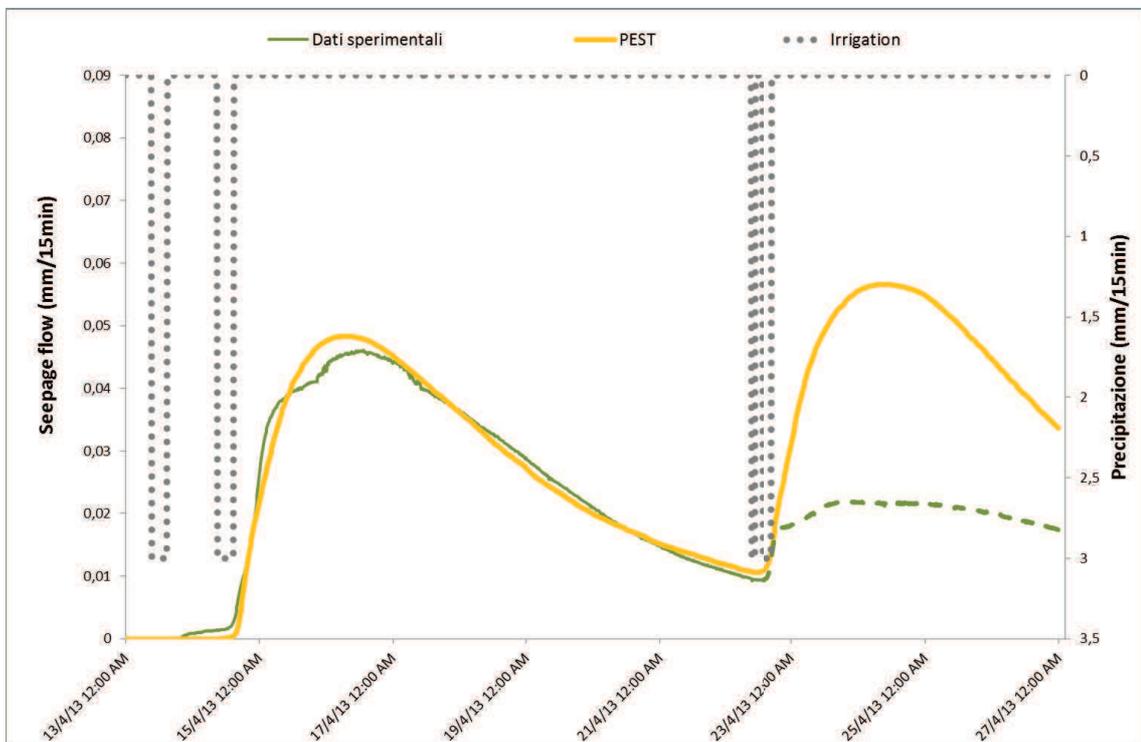


Figura 6.50. Seepage flow modellata con i dati ottenuti a seguito della calibrazione.

Dalla figura 6.50 si evince che la *seepage flow* modellata con i parametri idraulici del suolo calibrati rispetto al *seepage flow* sperimentale modella molto bene i dati sperimentali prima dell'inizio del terzo evento di pioggia.

Per completezza, usando i dati descritti nella tabella 6.9 sono state eseguite due ulteriori modellazioni al variare della temperatura, secondo le serie riportate in figura 6.45.

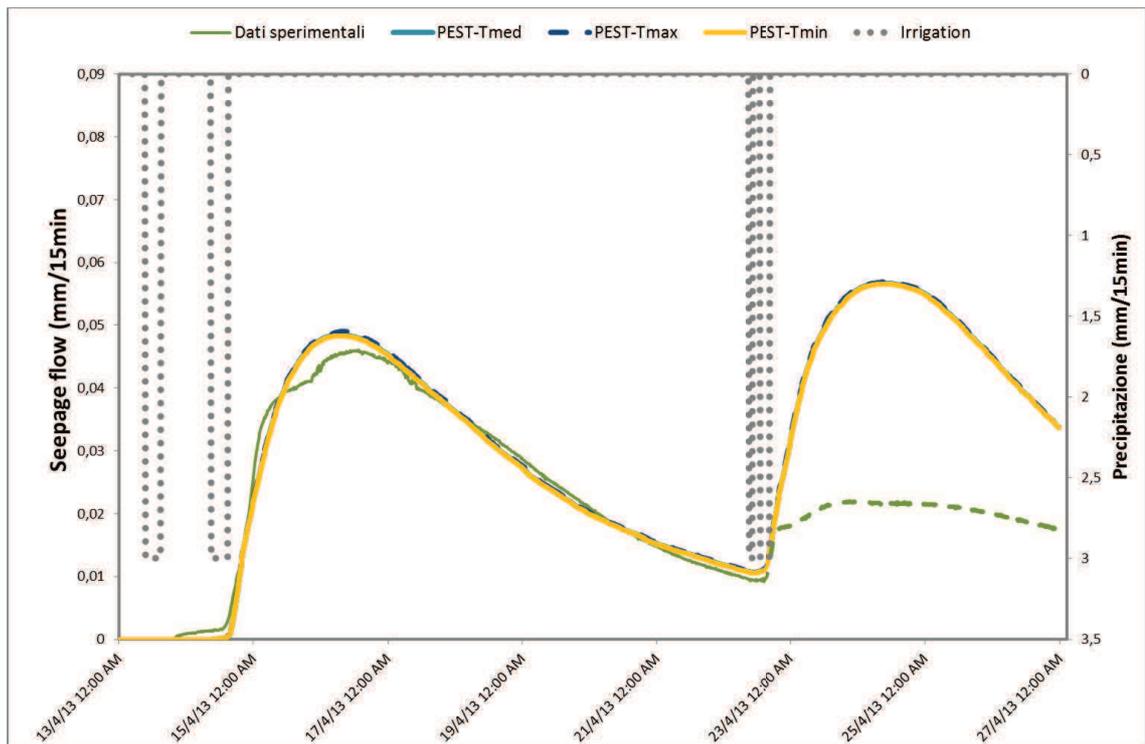


Figura 6.51. Seepage flow modellata con i dati ottenuti a seguito della calibrazione e con le altre due serie di temperatura registrate.

Come era facilmente prevedibile, la variazione della serie di temperatura nell'implementazione del modello non comporta una modifica nei valori della *seepage flow* modellata.

6.4.6 Spiegazione dei risultati ottenuti

La curva di *seepage flow* modellata con i parametri idraulici del suolo calibrati rispetto al *seepage flow* sovrastima i dati sperimentali dall'inizio del terzo evento di pioggia mostrando un valore di picco in corrispondenza del 25/04/2013.

Questo risultato ci ha portato ad eseguire ulteriori indagini sui dati registrati.

In particolare, è stato eseguito un confronto tra l'evoluzione del contenuto medio di umidità dei dati misurati su tutti i sensori disponibili e considerati affidabili durante l'intera simulazione ed i corrispondenti valori medi ottenuti col modello Eco-Idrologico sviluppato negli stessi punti in cui sono disposti in sensori.

Il confronto è riportato in figura 6.52.

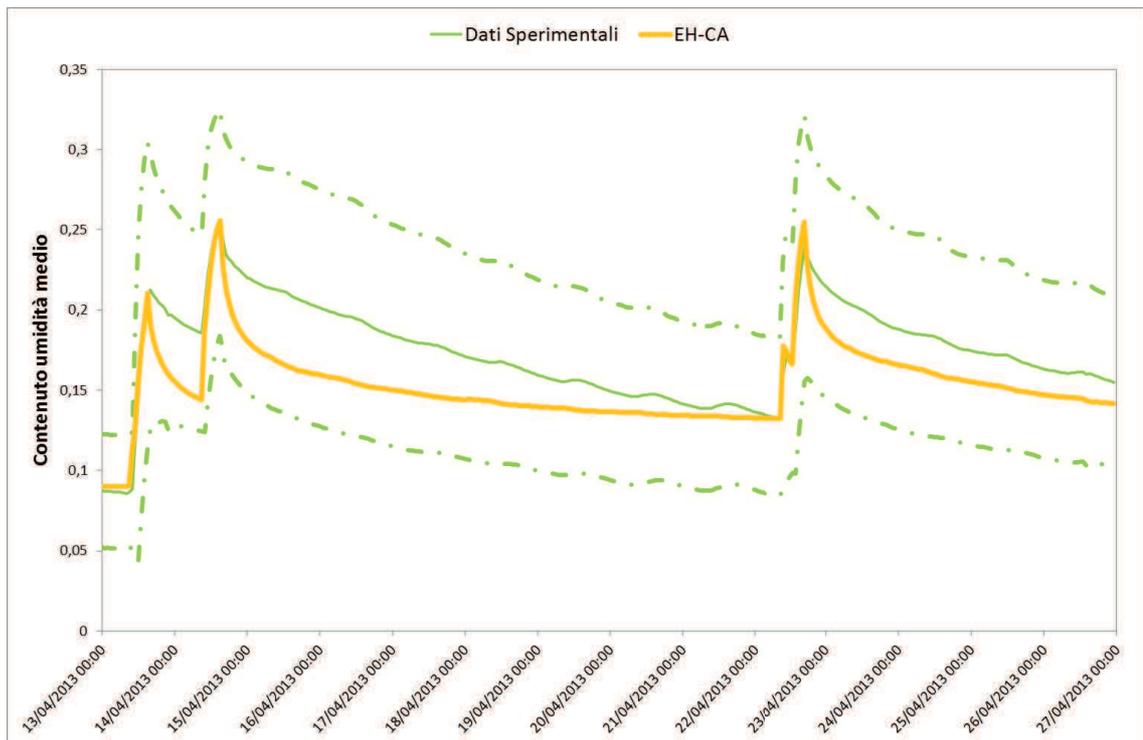


Figura 6.52. Confronto tra l'evoluzione del contenuto medio di umidità dei dati misurati su tutti i sensori disponibili ed i corrispondenti valori medi ottenuti col modello Eco-Idrologico.

Analizzando la figura 6.52 si evince che in corrispondenza degli eventi di pioggia il contenuto medio di umidità dei dati misurati ed il contenuto medio di umidità dei dati modellati si sovrappongono. Ciò vuol dire che il modello riesce a interpretare bene il contenuto idrico delle celle nella struttura per tutta la durata della simulazione, nonostante il risultato ottenuto con la *seepage flow* dopo l'inizio del terzo evento mostri il contrario.

È lecito domandarsi se, dopo dieci giorni dall'inizio della simulazione in cui il sistema ha già immagazzinato dell'acqua ed ha modificato notevolmente il contenuto di umidità medio rispetto all'inizio della simulazione, come si può vedere nella figura 6.52 in corrispondenza del 22/04/13 alle ore 09:00 le condizioni iniziali del sistema a tale data siano tali da reagire al terzo evento di pioggia con un valore di *seepage flow* inferiore a quello registrato nei primi dieci giorni.

In realtà, anche con l'implementazione degli scenari proposti in figura 6.48 e 6.49, sebbene non ci sia una buona corrispondenza con i dati sperimentali, dopo il 22/04/2013 si verifica sempre un picco maggiore di quello simulato nel primo periodo della simulazione.

È bene immaginare di dividere la simulazione in due eventi e di analizzarli separatamente: il primo va dalle ore 00:00 del 13/04/2013 alle ore 23:45 del 22/04/2013; il secondo va dalle ore 00:00 del 22/04/2013 alle 00:00 del 26/04/2013.

In questo modo si può eseguire un confronto tra i valori registrati di *seepage flow* e quelli registrati del contenuto medio di umidità per i due periodi separati, come riportato nella figura 6.53.

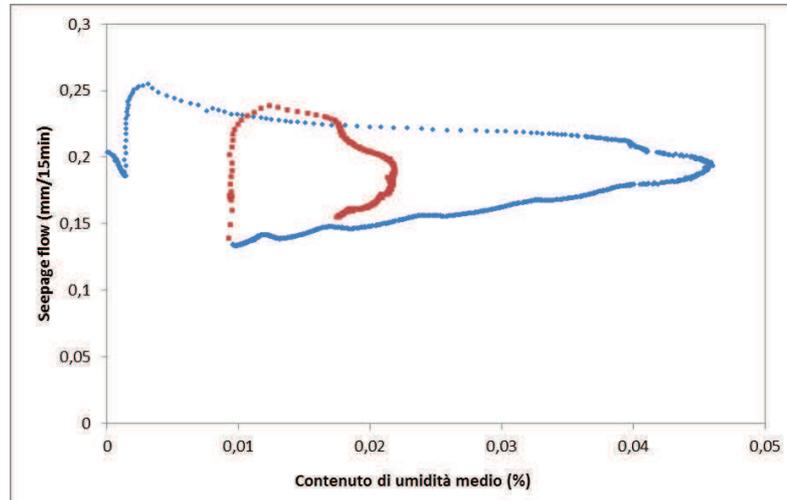


Figura 6.53. Scatterplot tra i valori registrati di *seepage flow* e quelli registrati del contenuto medio di umidità per i due periodi separati: in blu per il primo periodo; in rosso per il secondo periodo.

Dalla figura 6.53 si evince, ancora una volta, che non c'è correlazione tra le due serie di dati nei due periodi, in quanto il terreno si comporta in maniera differente. Tuttavia, se si modificano i dati sperimentali di *seepage flow* moltiplicandoli per un valore pari a 2.3, non solo si ottiene una corrispondenza tra i valori registrati di *seepage flow* e quelli registrati del contenuto medio di umidità come rappresentato in figura 6.54, ma i dati sperimentali di *seepage flow* sono paragonabili a quelli sperimentali come si osserva in figura 6.55.

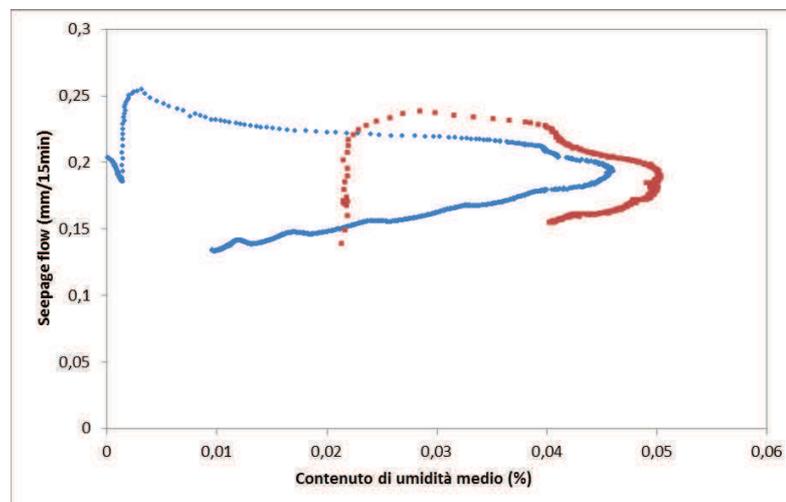


Figura 6.54. Scatterplot tra i valori registrati di *seepage flow* e quelli registrati del contenuto medio di umidità per i due periodi separati: in blu per il primo periodo; in rosso per il secondo periodo.

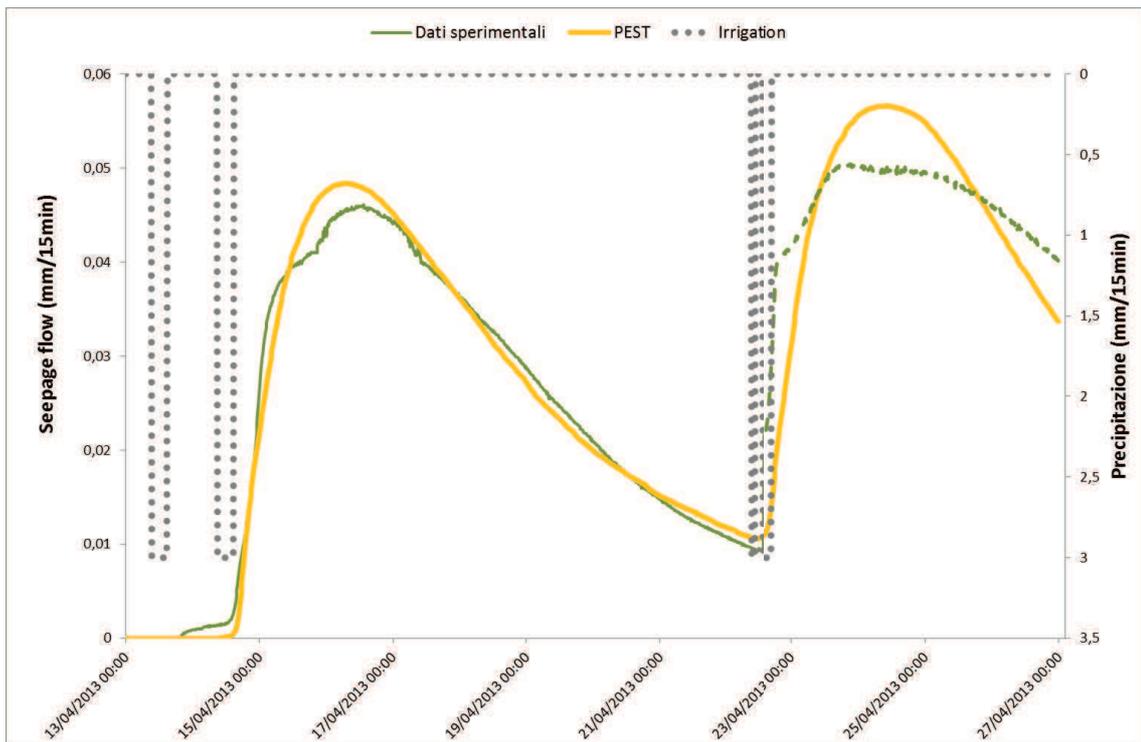


Figura 6.55. Seepage flow modellata con i dati ottenuti a seguito della calibrazione e con le altre due serie di temperatura registrate.

Dallo studio di questo test case, si evince un'osservazione importante: molto spesso la modellazione può essere un valido supporto ed uno strumento di grande aiuto per l'interpretazione dei dati misurati, per la comprensione dei fenomeni corretti e l'individuazione dei dispositivi errati usati durante la sperimentazione, che portano a migliorare la qualità delle indagini e a programmare la progettazione delle successive.

CONCLUSIONI

La tesi ha riguardato, attraverso l'introduzione di un modulo per lo sviluppo e la propagazione dello scorrimento superficiale, l'implementazione del primo modello completo Eco-Idrologico completamente accoppiato sviluppato tramite gli MCA, destinato ad un'analisi molto dettagliata a scala di versante, che è la scala in cui si verifica il meccanismo di generazione del deflusso superficiale. Una conoscenza completa delle interazioni tra il flusso idrico in superficie e quello nel suolo è una condizione essenziale per contestualizzare altri fenomeni ecologici strettamente legati al flusso idrico, come le frane, il trasporto solido e la dispersione.

L'utilizzo degli MCA rendono il modello particolarmente adatto al calcolo parallelo, e come visto analizzando la figura 6.14 l'aggiunta del nuovo modulo non peggiora le prestazioni del modello in termini di scalabilità computazionale.

Dato che è stato sviluppato un modello molto complesso ed è stato affrontato un problema che accoppia più processi fisici è necessario individuare una strategia globale per la valutazione della stabilità numerica. Nel modello Eco-Idrologico proposto, interagiscono strettamente quattro moduli: i flussi energetici dall'atmosfera al suolo, le dinamiche della vegetazione, il deflusso idrico sotterraneo e lo scorrimento superficiale. Tra questi, gli ultimi due moduli sono in genere i più problematici per la stabilità numerica. Dato che i test numerici sono incentrati sulla stabilità del deflusso superficiale, i parametri idraulici del suolo sono stati fissati in modo da evitare degli intervalli temporali più piccoli per il modulo del flusso idrico nel suolo non saturo. Tuttavia, questo modulo interagisce col modulo superficiale come si evince dall'analisi degli intervalli temporali ottenuti eliminando prima il processo SVAT e poi il modulo del flusso idrico nel suolo e riportati nella tabella 6.5.

Si è evidenziato che, mentre il processo SVAT non influenza il valore degli intervalli sperimentali, il modulo del deflusso idrico nel suolo porta a delle differenze notevoli, a causa della presenza di volumi d'acqua maggiori in superficie dovuti alla mancanza di infiltrazioni.

La stabilità del modello è influenzata dal modo in cui si stima il tirante idrico nella sezione centrale tra due celle, h_{ac} . Questa stima è essenziale per il calcolo delle perdite di carico discretizzate che comportano un'accortezza numerica non indifferente per la soluzione stabile del problema. Si è verificato, come si osserva nelle figure 6.8 e 6.9 che in presenza sia di inclinazioni molto ripide e con topografia complesse, che per bacini poco pendenti, si ottengono risultati più soddisfacenti e prestazioni migliori del modello utilizzando il tirante idrico h_{flow} valutato secondo la relazione 5.45.

Dalle tre serie di test case realizzate si sono ottenuti risultati sorprendenti.

Con i primi due test case, in cui si è validato l'intero sistema di modellazione, si evince che le differenze tra il modello CATHY ed il modello Eco-Idrologico sono molto ridotte, e le piccole diversità presenti possono essere spiegate dalle diverse parametrizzazione dei processi di diffusione, dall'impostazione delle condizioni iniziali e dalla diversità con il quale sono eseguite le strategie di accoppiamento nei due modelli.

Con la seconda serie di test case sono state applicate le equazioni teoriche di Courant-Friedrich-Lewy e di von Neumann presenti in letteratura, debitamente modificate per l'implementazione del modello Eco-Idrologico. Inoltre sono stati individuati due criteri alternativi, presentati con le equazioni (6.1) e (6.2-6.3). Dai risultati ottenuti si evince che il secondo metodo si comporta meglio rispetto al primo, ma a vantaggio di sicurezza, conviene usare i due metodi congiuntamente.

Infine, con lo studio del terzo test case, che ha portato ad un'analisi pedante delle condizioni di umidità del terreno, dei dati meteorologici in ingresso e dei risultati di *seepage flow* in uscita, si è osservato, una buona corrispondenza tra i risultati osservati e quelli modellati del contenuto di umidità medio ed una corrispondenza buona solo con una parte dei dati registrati di *seepage flow*. Ciò porta a concludere che molto spesso la modellazione può essere un valido supporto ed uno strumento di grande aiuto per l'interpretazione dei dati misurati, per la comprensione dei fenomeni corretti e l'individuazione dei dispositivi errati usati durante la sperimentazione, che portano al miglioramento della qualità delle indagini.

Nelle future versioni del modello Eco-idrologico completamente accoppiato, l'analisi della stabilità deve essere in grado di prendere in considerazione e gestire in maniera

efficiente e flessibile intervalli temporali trovati con nuove componenti come gli schemi geotecnico o il trasporto solido.

• Bibliografia

- [1] Anagnostopoulos GG, Burlando P. An Object-oriented computational framework for the simulation of variably saturated flow in soils, using a reduced complexity model. *Environ Modell Softw* 2012;38:191-202.
- [2] Arora VK. Modeling vegetation as a dynamic component in soil–vegetation–atmosphere transfer schemes and hydrological models. *Rev Geophys* 2002;40(2):1006.
- [3] Avolio MV, Di Gregorio S, Lupiano V. SCIDDICA-SS3: a new version of cellular automata model for simulating fast moving landslides. *J Supercomput* 2013;87(2):682-696.
- [4] Ballio, F. and Guadagnini, A. (2004). Convergence assessment of numerical Monte Carlo simulations in groundwater hydrology. *Water Resour. Res.*, 40:W04603.
- [5] Ba'u, D. A. (2012). Planning of groundwater supply systems subject to uncertainty using stochastic flow reduced models and multi-objective evolutionary optimization. *Water Resour. Manag.*, 26(9):2513–2536.
- [6] Bear, J. (1979). *Hydraulics of Groundwater*. McGraw-Hill Inc., New York.
- [7] Bates PD, Horritt MS, Fewtrell TJ. A simple inertial formulation of the shallow water equations for efficient two-dimensional flood inundation modelling. *J. Hydrol* 2010;387, 33–45.
- [8] Bradbrook KF, Lane SN, Waller SG, Bates PD. Two-dimensional diffusion wave modelling of flood inundation using a simplified channel representation. *International Journal of River Basin Management* 2004;2(3):211–223.
- [9] Brutsaert, W. (1975) The roughness length for water vapor, sensible heat and other scalars. *J. Atm. Sci.* 32, 2028-2031.
- [10] Brutsaert, W. (1982) *Evaporation into the atmosphere: Theory, history, and applications*. D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, Holland, 299 pp.
- [11] Camporese M, Paniconi C, Putti M, Orlandini S. Surface–subsurface flow modeling with path-based routing boundary condition-based coupling and assimilation of multisource observation data. *Water Resour Res* 2010;46:W02512.
- [12] Celia MA, Bouloutas ET, Zarba RL. A general mass-conservative numerical solution for the unsaturated flow equation. *Water Resour Res* 1990;26:1483-1496.
- [13] Cervarolo G, Mendicino G, Senatore A. A coupled ecohydrological – three-dimensional unsaturated flow model describing energy, H₂O and CO₂ fluxes. *Ecohydrology* 2010;3(2):205-222.
- [14] Cervarolo G, Mendicino G, Senatore A. Field scale modeling of coupled vegetation, fluxes and soil moisture dynamics in heterogeneous and sloping terrains. *Vadose Zone Journal* 2011;10(1):206-225.
- [15] Charney JG, Fjörtoft R, von Neumann J. Numerical integration of the barotropic vorticity equation. *Tellus* 1950; 2:237–254.
- [16] Courant R, Friedrichs K, Lewy H. On the partial difference equations of mathematical physics, *AEC Research and Development Report*, NYO-7689, New York, 1928.
- [17] Cunge JA, Holly FM, Verwey A. *Practical aspects of computational river hydraulics*. London: Pitman Publishing; 1980. p. 420.
- [18] D'Ambrosio D, Iovine G, Spataro W, Miyamoto H. A macroscopic collisional model for debris-flows simulation. *Environ Modell Softw* 2007;22:1417-1436.
- [19] Dattilo G, Spezzano G. (2003), Simulation of a cellular landslide model with CAMELOT on high performance computers. *Parallel Comput* 2003;29(10):1403–1418.
- [20] de Almeida GAM, Bates P, Freer JE, Souvignet M. Improving the stability of a simple formulation of the shallow water equations for 2-D flood modeling. *Water Resour Res* 2012;48: W05528.
- [21] Di Gregorio S, Serra R, Villani M. Applying cellular automata to complex environmental problems: The simulation of the bioremediation of contaminated soils. *Theor Comput Sci* 1999;217:131–156.
- [22] Di Gregorio S, Serra R. An empirical method for modelling and simulating some complex macroscopic phenomena by cellular automata. *Future Gener Comp Sy* 1999;16:259–271.
- [23] Dontsova, K. M., C. I. Steefel, S. Desilets, A. Thompson, and J. Chorover (2009), Solid phase evolution in the Biosphere 2 hillslope experiment as predicted by modeling of hydrologic and geochemical fluxes, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 13, 2273-2286.
- [24] Dottori F, Todini E. Developments of a flood inundation model based on the cellular automata approach: Testing different methods to improve model performance. *Phys Chem Earth* 2011;36:266- 280.
- [25] Ebel BA, Mirus BB, Heppner CS, VanderKwaak JE, Loague K. First - order exchange coefficient coupling for simulating surface water – groundwater interactions: Parameter sensitivity and consistency with a physics - based approach. *Hydrol Processes* 2009;23:1949–1959.
- [26] Ehlers W, Zinatbakhsh S, Markert B. Stability analysis of finite difference schemes revisited: A study of decoupled solution strategies for coupled multi-field problems. *Int J Numer Meth Eng* 2012 94(8):758-786.
- [27] Entekhabi D, Eagleson PS. 1989. Land surface hydrology parameterization for atmospheric general circulation models including subgrid-scale spatial variability. *Journal of Climate* 2: 816–831.

- [28] Famiglietti JS, Wood EF. 1994. Multi-scale modeling of spatially variable water and energy balance processes. *Water Resources Research* 30(11): 3061–3078.
- [29] Fan Y, Miguez-Macho G, Weaver CP, Walko R, Robock A. 2007. Incorporating water table dynamics in climate modeling: 1. Water table observation and equilibrium water table simulations. *Journal of Geophysical Research* 112: D10125, doi:10.1029/2006JD008111.
- [30] Fatichi S, Ivanov VY, Caporali E. A mechanistic ecohydrological model to investigate complex interactions in cold and warm water-controlled 697 environments: 1. Theoretical framework and plot-scale analysis. *J Adv Model Earth Syst* 2012;4.
- [31] Frisch U, d’Humières D, Hasslacher B, Lallemand P, Pomeau Y, Rivet PJ. Lattice gas hydrodynamics in two and three dimensions. *Complex Syst* 1987;1:649–707.
- [32] Felippa CA, Park KC. Synthesis tools for structural dynamics and partitioned analysis of coupled systems. *Engineering structures under extreme conditions: multi-physics and multi-scale computer models in non-linear analysis and optimal design*. IOS Press; 2005.
- [33] Fewtrell TJ, Bates PD, Horritt MS, Trigg MA. The effect of temporal and spatial coarsening on storage cell predictions of urban flood inundation. In 32nd Congress of the International Association for Hydraulic Engineering and Research, Venice, Italy, 2007;1:37–47.
- [34] Furman A. Modeling Coupled Surface–Subsurface Flow Processes: A Review. *Vadose Zone Journal* 2008;7(2):741–756.
- [35] Garratt, J.R. (1978) Flux-profile relations above tall vegetation. *Q. J. Roy. Meteorol. Soc.* 104, 199–211.
- [36] Garratt, J.R. (1992) *The atmospheric boundary layer*. Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- [37] Gevaert, A., A. J. Teuling, R. Uijlenhoet, and P. A. Troch (2013), Hillslope experiment demonstrates role of convergence during two-step saturation, *Geophys. Res. Lett.* (submitted).
- [38] Hardy J, Pomeau Y, de Pazzis O. Time evolution of a two-dimensional model system. I. Invariant states and time correlation functions. *J Math Phys* 1973;14:1746–59.
- [39] Hardy J, Pomeau Y, de Pazzis O. Molecular dynamics of a classical lattice gas: Transport properties and time correlation functions. *Phys Rev A* 1976;13(5):1949–61.
- [40] Hernandez, C. M. and M. G. Schaap (2012), Hydrology simulations on basalt soil for the Landscape Evolution Observatory (LEO), AGU Fall Meeting, San Francisco, Dec. 3–7, 2012, Abstract No. H53I-1644.
- [41] Hendricks Franssen, H.-J. and Kinzelbach, W. (2008). Real-time groundwater flow modeling with the ensemble Kalman filter: Joint estimation of states and parameters and the filter inbreeding problem. *Water Resour. Res.*, 44:W09408.
- [42] Henri, T. and Yvon, J.-P. (2005). Convergence estimates of POD-Galerkin methods for parabolic problems. In Cagnol, J. and Zolsio, J.-P., editors, *System Modeling and Optimization*, volume 166 of IFIP International Federation for Information Processing, pages 295–306. Springer, Boston.
- [43] Hopp L, Harman C, Desilets S, Graham C, McDonnell J, Troch PA. Hillslope hydrology under glass: Confronting fundamental questions of soil-water-biota co-evolution at Biosphere 2, *Hydrol Earth System Sciences* 2009;13(11):2105–2118.
- [44] Horritt MS, Bates PD. Predicting floodplain inundation: rasterbased modelling versus the finite element approach. *Hydrol Process* 2001;15:825–42.
- [45] Hunter NM, Horritt MS, Bates PD, Wilson MD, Werner MGF. An adaptive time step solution for raster-based storage cell modelling of floodplain inundation. *Adv Water Res* 2005;28(9):975–991.
- [46] Huxman, T., P. Troch, J. Chorover, D. D. Breshears, S. Saleska, J. Pelletier, X. Zeng, and J. Espeleta (2009), The hills are alive: Interdisciplinary Earth science at Biosphere 2, *EOS*, 90, 120.
- [47] Ivanov VY, Bras RL, Vivoni ER. Vegetationhydrology dynamics in complex terrain of semiarid areas: 1. A mechanistic approach to modeling dynamic feedbacks. *Water Resour Res* 2008;44:W03429.
- [48] Jones JE, Woodward CS. Newton–Krylov-multigrid solvers for large-scale, highly heterogeneous, variably saturated flow problems. *Adv Water Resour* 2001;24(7):763–74.
- [49] Jones JP, Sudicky EA, McLaren RG. Application of a fully-integrated surface–subsurface flow model at the watershed-scale: a case study. *Water Resour Res* 2008;44:W03407. doi:10.1029/2006WR005603.
- [50] Kampf SK, Burges SJ. A framework for classifying and comparing distributed hillslope and catchment hydrologic models. *Water Resour Res* 2007;43:W05423. doi:10.1029/2006WR005370.
- [51] Kanda, M., Inagaki, A., Letzel, M.O., Raasch, S. & Watanabe T. (2004) LES study of the energy imbalance problem with eddy covariance fluxes. *Boundary-Layer Meteorol.* 110, 381–404.
- [52] Kellomäki, S. & Wang, K.-Y. (1999) Short-term environmental controls of heat and water vapour fluxes above a boreal coniferous forest: model computations compared with measurements by eddy correlation. *Ecol. Model.* 124, 145–173.
- [53] Kempthorne, O. & Allmaras, R.R. (1986) Errors and variability of observations. In: Klute, A. (Ed.), *Methods of Soil Analysis*. ASA and SSSA, Madison, WI, pp. 1–31.
- [54] Keyantash, J. & Dracup, J.A. (2002) *The Quantification of Drought: an Evaluation of Drought Indices*. Bulletin of the American Meteorological Society, August, pp. 1167–1180.

- [55] Kollet SJ, Maxwell RM, Woodward CS, Smith S, Vanderborght J, Vereecken H, Simmer C. Proof of concept of regional scale hydrologic simulations at hydrologic resolution utilizing massively parallel computer resources. *Water Resour Res* 2010;46:W04201.
- [56] Manzini, G. & Ferraris, S. (2004) Mass-conservative finite volume methods on 2-D unstructured grids for the Richards' equation. *Advances in Water Resources* 27 (12), 1199- 1215.
- [57] Martin, P.H. (1999) Exchanges between structured canopies and their physical environment: a simple analytical solution for a generic configuration. *Ecol. Model.* 122, 1–24.
- [58] Mascart, P., Noilhan, J. & Giordani, H. (1995) A modified parameterization of flux-profile relationships in the surface layer using different roughness length values for heat and momentum. *Bound.-Layer Meteorol.* 72, 331-344.
- [59] Massman, W.J. & Lee, X. (2002) Eddy covariance flux corrections and uncertainties in longterm studies of carbon and energy exchanges. *Agric. Forest Meteorol.* 113 (1–4), 121–144.
- [60] McNamara GR, Zanetti G. Use of the Boltzmann equation to simulate lattice-gas automata. *Phys Rev Lett* 1988;61:2332–2335.
- [61] Mendicino G, Pedace J, Senatore A. Cellular Automata based modeling for the assessment of ecohydrological dynamics at the hillslope scale: preliminary results. *Procedia Environmental Sciences* 2013;19:311-320.
- [62] Mendicino G, Senatore A, Spezzano G, Straface S. Three-dimensional unsaturated flow modeling using cellular automata. *Water Resour Res* 2006;42,W11419.
- [63] Mendicino, G. (1993) *Idrologia delle perdite*. Pàtron Editore, Bologna, 266 pp.
- [64] Murray, A.B. & Paola, C. (1994) A cellular model of braided rivers. *Nature* 371, 54-57.
- [65] Noilhan, J. & Mahfouf, J.-F. (1996) The ISBA land surface parameterisation scheme, *Global and Planetary Change* (13)1-4, 145-159.
- [66] Noilhan, J. & Planton, S. (1989) A simple parameterization of land surface processes for meteorological models. *Monthly Weather Review*, 117, 536-549.
- [67] Norman, J.M. (1979) Modeling the complete crop canopy. pp. 249-277. In B.J. Barfield and J.F. Gerber (ed.) *Modification of the aerial environment of plants*. ASAE Monogr. Am.Soc. Agric. Eng., St. Joseph, MI.
- [68] Panday S, Huyakorn PS. A fully coupled physically-based spatially distributed model for evaluating surface/subsurface flow. *Adv Water Resour* 2004;27:361–382.
- [69] Paniconi C, Putti M. 1994. A comparison of Picard and Newton iteration in the numerical solution of multidimensional variably saturated flow problems. *Water Resources Research* 30(12): 3357–3374.
- [70] Paniconi C, Wood EF. 1993. A detailed model for simulation of catchment scale subsurface hydrologic processes. *Water Resources Research* 29(6): 1601–1620.
- [71] Peters-Lidard, C.D., Zion, M.S. & Wood, E.F. (1997) A Soil-Vegetation-Atmosphere Transfer Scheme for Modeling Spatially Variable Water and Energy Balance Processes, *J. Geophys. Res.*, 102 (D4), 4303-4324.
- [72] Pinty, J.P., Mascart, P., Richard, E. & Rosset, R. (1989) An investigation of mesoscale flows induced by vegetation inhomogeneities using an evapotranspiration model calibrated against HAPEX-MOBILHY data. *J. Appl. Meteor.* 28. 976-992.
- [73] Pitman, A.J. & Henderson-Sellers, A. (1998) Recent progress and results from the project for the intercomparison of land surface parameterization schemes. *J. Hydrol.* 213, 128–135.
- [74] Ponce VM, Theurer FD. Accuracy criteria in diffusion routing. *J of Hyd Eng* 1982;108(6):747-757.
- [75] Porporato A, Rodriguez-Iturbe I. Ecohydrology – a challenging multidisciplinary research perspective. *Hydrol Sci J* 2002;45:811–21.
- [76] Ree WO. Hydraulic characteristics of vegetation for vegetated waterways. *Agric Engrg* 1949;30:184-189.
- [77] Rigon R, Bertoldi G, Over TM. GEOTop: a distributed hydrological model with coupled water and energy budgets. *J Hydrometeorol* 2006;7(3):371–88.
- [78] Rongo R, Spataro W, D'Ambrosio D, Vittoria M. Lava Flow Hazard Evaluation Through Cellular Automata and Genetic Algorithms: an Application to Mt Etna Volcano. *Fundamenta Informaticae* 2008;87(2):247-267.
- [79] Smith, R. (1991) The application of cellular automata to the erosion of landforms. *Earth Surface Processes and Landforms* 16, 273-281.
- [80] Spezzano, G. & Talia, D. (1998) Designing parallel models of soil contamination by the Carpet language. *Future Generation Computer Systems*, North-Holland, Amsterdam, 13(4- 5), 291-301.
- [81] Steinberg, S.L., van Bavel, C.H.M. & McFarland, M.J. (1990) Improved sap flow gauge for woody and herbaceous plants. *Agron. J.* 82, 851–854.
- [82] Succi S, Benzi R, Higuera F. The lattice Boltzmann equation: A new tool for computational fluid dynamics. *Physica D* 1991;47:219– 230.
- [83] Sulis M, Meyerhoff SB, Paniconi C, Maxwell RM, Putti M, Kollet SJ. A comparison of two physics-based numerical models for simulating surface water–groundwater interactions. *Adv Water Res* 2010;33:456–67.
- [84] Tague CL, Band LE. RHESys: Regional Hydro-Ecologic Simulation System: An object-oriented approach to spatially distributed modeling of carbon, water, and nutrient cycling. *Earth Interact* 2004;8(19):1–42.
- [85] Tasumi M. Progress in operational estimation of regional evapotranspiration using satellite imagery. Ph.D. Dissertation, University of Idaho, Moscow; 2003.

- [86] Tonti E. A discrete formulation of field laws: the cell method. *Comput Methods Eng Sci* 2001;1(1):11.
- [87] Van Genuchten MTh. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Sci Soc Am J* 1980;44:892–8.
- [88] von Neumann J. *Theory of Self-Reproducing Automata*. In: Burks AW, editor. Univ. Of Ill. Press, Urbana; 1966.
- [89] Wang P, Wua Z, Chen GQ, Cui BS. Environmental dispersion in a three-layer wetland flow with free-surface. *Commun Nonlinear Sci Numer Simul* 2013;18:3382–406.
- [90] Weiler M, McDonnell JRJ. Testing nutrient flushing hypotheses at the hillslope scale: A virtual experiment approach. *J Hydrol* 2006;319:339–356.
- [91] Wood EF, Bolle J, Bogaart P, Troch PA. The need for a virtual hydrologic laboratory for PUB. In Franks SW, Sivapalan M, Takeuchi K, Tachikawa Y, editors. IAHS Publication 301; 2005, p. 189–203.
- [92] Wood EF, Roundy JK, Troy TJ, van Beek LPH Bierkens MFP, Blyth E, de Roo A, Döll P, Ek M, Famiglietti J, Gochis D, van de Giesen N, Houser P, Jaffé PR, Kollet S, Lehner B, Lettenmaier DP, Peters-Lidard C, Sivapalan M, Sheffield J, Wade A, Whitehead P. Hyperresolution global land surface modeling: Meeting a grand challenge for monitoring Earth’s terrestrial water. *Water Resour Res* 2011;47:W05301.
- [93] Wolfram S. *Theory and Application of Cellular Automata*. Singapore: World Sci; 1986.
- [94] Wolfram S. *Cellular Automata and Complexity*. Addison-Wesley, Boston, Mass; 1994.
- [95] Wu Z, Zeng L, Chen GQ, Li Z, Shao L, Wang P, et al. Environmental dispersion in a tidal flow through a depth-dominated wetland. *Commun Nonlinear Sci Numer Simul* 2012;17:5007–25.
- [96] Zeng L, Chen GQ. Notes on modelling of environmental transport in wetland. *Commun Nonlinear Sci Numer Simul* 2009;14:1334–45.
- [97] Zeng L, Chen GQ, Tang HS, Wu Z. Environmental dispersion in wetland flow. *Commun Nonlinear Sci Numer Simul* 2011;16:206–15.

Aquanty Inc., (2013), HGS 2013, HydroGeoSphere User Manual, Waterloo, Ontario, Canada, 435pp.

535 Ashby, S. F., and R. D. Falgout (1996), A parallel multigrid preconditioned conjugate gradient
536 algorithm for simulation flow simulations, *Nucl. Sci. Eng.*, 124(1), 145-159

537 Bear J., (1979), *Hydraulics of Groundwater*. McGraw-Hill, New York. 24

538 Bixio, A. C., G. Gambolati, C. Paniconi, M. Putti, V. M. Shestopalov, V. N. Bublias, A. S.

539 Bohuslavsky, N. B. Kasteltseva, and Y. F. Rudenko (2002), Modeling groundwater–
540 surface water interactions including effects of morphogenetic depressions in the
541 Chernobyl exclusion zone, *Environ. Geol.*, 42(2-3), 162–177.

542 Brookfield, A. E., E. A. Sudicky, and Y.-J. Park (2008), Analysis of thermal stream loadings in a
543 fully-integrated surface/subsurface modelling framework, IAHS-AISH Publication
544 No.321, 117-123.

545 Brooks, R.H., and A.T. Corey. (1964), Hydraulic properties of porous media. *Hydrol. Pap. no. 3*.
546 Colorado State Univ., Fort Collins, CO.

547 Camporese M., C. Paniconi, M. Putti, and P. Salandin (2009), Ensemble Kalman filter data
548 assimilation for a process-based catchment scale model of surface and subsurface flow,
549 *Water Resour. Res.*, 45, W10421, doi:10.1029/2008WR007031.

550 Camporese M., C. Paniconi, M. Putti, and S. Orlandini (2010), Surface-subsurface flow
551 modeling with path-based runoff routing, boundary condition-based coupling, and
552 assimilation of multisource observation data, *Water Resour. Res.*, 46, W02512,
553 doi:10.1029/2008WR007536.

554 Cardenas, M.B., J. L. Wilson, and R. Haggerty (2008), Residence time of bedform-driven
555 hyporheic exchange, *Adv. Water Resour.*, 31(10), 1382-1386,
556 doi:10.1016/j.advwatres.2008.07.006.

557 Cardenas, M.B., and M. N. Gooseff (2008), Comparison of hyporheic exchange under covered
558 and uncovered channels based on linked surface and groundwater flow simulations,
559 *Water Resour. Res.*, 44(3), W03418, doi:10.1029/2007wr006506.25

560 Cardenas, M.B. (2008a), The effect of river bend morphology on flow and timescales of surface
561 water-groundwater exchange across pointbars, *J. Hydrol.*, 362(1-2), 134-141,
562 doi:10.1016/j.jhydrol.2008.08.018.

563 Cardenas, M. B. (2008b), Surface water-groundwater interface geomorphology leads to scaling
564 of residence times, *Geophys. Res. Lett.*, 35(8), L08402, doi:10.1029/2008gl033753.

565 Celia, M.A., E.T. Bouloutas, and R.L. Zarba (1990), A general mass-conservative numerical
566 solution for the unsaturated flow equation, *Water Resour. Res.*, 26(7), 1483-1496,
567 doi: 10.1029/WR026i007p01483.

568 Chen, T.H., and co-authors (1997), Cabauw experimental results from the Project for
569 Intercomparison of Land-Surface Parameterizations Schemes, *J. Climate*, 10, 1194-1215.

570 Condon, L.E., and R.M. Maxwell (2013), Implementation of a linear optimization water
571 allocation algorithm into a fully integrated physical hydrology model, *Adv. Water
572 Resour.*, doi:10.1016/j.advwatres.2013.07.012, 2013.

573 Dagès, C., C. Paniconi, and M. Sulis (2012), Analysis of coupling errors in a physically-based
574 integrated surface water–groundwater model, *Adv. Water Resour.*, 49, 86–96,
575 doi:10.1016/j.advwatres.2012.07.019.

576 Dawson, C. (2008), A continuous/discontinuous Galerkin framework for modeling coupled
577 subsurface and surface water flow, *Computat. Geosci.*, 12, 451–472, doi:10.1007/s10596-
578 008-9085-y.

579 Delfs J.-O., C.-H. Park, and O. Kolditz (2009), A sensitivity analysis of Hortonian flow, *Adv.*
580 *Water Resour.*, 32(9), 1386-1395, doi:10.1016/j.advwatres.2009.06.005.26

581 Delfs, J.-O., F. Blumensaat, E., W. Wang, P. Krebs and O. Kolditz (2012), Coupling
582 hydrogeological with surface runoff model in a Poltava case study in Western Ukraine,
583 *Environ. Earth Sci.*, 65, 1439-1457, doi:10.1007/s12665-011-1285-4.

584 Delfs, J.-O., W. Wang W., T. Kalbacher, A. K. Singh, and O. Kolditz (2013), A coupled surface
585 / subsurface flow model accounting for air entrapment and air pressure counterflow,
586 *Environ. Earth Sci.*, 69(2), doi:10.1007/s12665-013-2420-1.

587 Ebel, B. A., B. B. Mirus, C. S. Heppner, J. E. VanderKwaak, and K. Loague (2009), First-order
588 exchange coefficient coupling for simulating surface water-groundwater interactions:
589 Parameter sensitivity and consistency with a physics-based approach, *Hydrol. Process.*,
590 23(13), 1949-1959, doi:10.1002/Hyp.7279.

591 Ebel, B. A., and K. Loague (2008), Rapid simulated hydrologic response within the variably
592 saturated near surface, *Hydrol. Process.*, 22(3), 464-471, doi:10.1002/hyp.6926.

593 Ebel, B. A., K. Loague, D. R. Montgomery, and W. E. Dietrich (2008), Physics-based
594 continuous simulation of long-term near-surface hydrologic response for the Coos Bay
595 experimental catchment, *Water Resour. Res.*, 44(7), W07417,
596 doi:10.1029/2007wr006442.

597 Ebel, B. A., K. Loague, J. E. Vanderkwaak, W. E. Dietrich, D. R. Montgomery, R. Torres and S.
598 P. Anderson (2007), Near-surface hydrologic response for a steep, unchanneled
599 catchment near Coos Bay, Oregon: 2. Physics-based simulations, *Am. J. Sci.*, 307(4):
600 709-748, doi:10.2475/04.2007.03.

601 Ferguson, I. M., and R. M. Maxwell (2010), The role of groundwater in watershed response and
602 land surface feedbacks under climate change, *Water Resour. Res.*, 46,
603 doi:10.1029/2009WR008616.27

604 Freeze, R. A., and R. L. Harlan (1969), Blueprint for a physically-based, digitally-simulated
605 hydrologic response model, *J. Hydrol.*, 9, 237-258.

606 Frei, S., J. H. Fleckenstein, S. J. Kollet, and R. M. Maxwell (2009), Patterns and dynamics of
607 river-aquifer exchange with variably-saturated flow using a fully-coupled model, *J.*
608 *Hydrol.*, 375(3-4), 383-393, doi:10.1016/J.jhydrol.2009.06.038.

609 Furman, A. (2008), Modeling coupled surface-subsurface flow processes: A review, *Vadose*
610 *Zone J.*, 7(2), 741-756, doi:10.2136/vzj2007.0065.

611 Gauthier, M.-J., M. Camporese, C. Rivard, C. Paniconi, and M. Larocque (2009), A modeling
612 study of heterogeneity and surface water-groundwater interactions in the Thomas Brook
613 catchment, Annapolis Valley (Nova Scotia, Canada), *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 13, 1583-
614 1596, doi:10.5194/hess-13-1583-2009.

615 Gottardi, G., and M. Venutelli (1993), A control-volume finite-element model for two-
616 dimensional overland flow, *Adv. Water Resour.* 16(5), 277–284,
617 [http://dx.doi.org/10.1016/0309-1708\(93\)90019-C](http://dx.doi.org/10.1016/0309-1708(93)90019-C).

618 Guay, C., M. Nastev, C. Paniconi, and M. Sulis (2013), Comparison of two modeling
619 approaches for groundwater-surface water interactions, *Hydrol. Process.*, 27(16), 2258-
620 2270, doi:10.1002/hyp.9323.

621 Gunduz, O., and M. M. Aral (2003), Simultaneous solution of coupled surface
622 water/groundwater flow systems, *International Conference on River Basin Management*,
623 Gran Canaria Islands, 25-34.

624 Gunduz, O., and M. M. Aral (2005), River networks and groundwater flow: A simultaneous
625 solution of a coupled system, *J. Hydrol.*, 301(1-4), 216-234,
626 doi:10.1016/j.jhydrol.2004.06.034.28

627 Henderson-Sellers A., A.J. Pitman, P.K. Love, P. Irannejad, and T.H. Chen (1995), The Project
628 for Intercomparison of Land Surface Parameterization Schemes (PILPS): Phase 2 and 3,
629 *B. Am. Meteorol. Soc.*, 76, 489–503, doi:10.1175/1520-0477