

# CAPITOLO 1

## IL COLLETTORE SOLARE PIANO

---

### 1.1 INTRODUZIONE

Il *collettore solare piano* rappresenta l'elemento fondamentale degli impianti che utilizzano l'energia solare sotto forma di energia termica; si tratta di uno scambiatore di calore particolare che capta l'energia solare e la converte in energia termica di un fluido termovettore. Solitamente non è dotato di dispositivi di concentrazione ottica e quindi riceve energia con la stessa densità di quella che arriva al suolo; esso è utilizzato per applicazioni che richiedono temperature massime inferiori ai 100°C (normalmente il campo termico di funzionamento è compreso tra 40 e 60°C). I collettori piani vengono utilizzati principalmente per la produzione di acqua calda sanitaria, ma sono tante le soluzioni che li rendono una tecnologia adatta anche al riscaldamento degli ambienti soprattutto se accoppiati con sistemi che richiedono basse temperature di esercizio come i pavimenti radianti o i ventilconvettori.

In relazione alla natura del fluido termovettore utilizzato, i collettori solari vengono classificati in *collettori a liquido* e *collettori ad aria*. Essi si diversificano soprattutto per quanto riguarda la sezione di passaggio del fluido, ma presentano sostanzialmente le stesse modalità di funzionamento e di calcolo.

Nel seguito si farà riferimento esclusivamente ai collettori piani a liquido.

### 1.2 ANALISI TERMICA STAZIONARIA DEI COLLETTORI PIANI

Un collettore solare piano è costituito da una piastra assorbente, in genere metallica, da una o più coperture di vetro o di materiale plastico, trasparenti alla radiazione solare ed opache alla radiazione infrarossa emessa dalla piastra (esistono anche tipologie senza copertura che vengono utilizzate per applicazioni particolari a causa delle elevate perdite termiche), da un sistema di canali collegati alla piastra ed attraversati dal fluido

termovettore, da uno strato di isolante termico posto sulle pareti laterali e sulla parte posteriore del collettore, e da un contenitore, generalmente metallico, che racchiude i vari componenti e costituisce la struttura di supporto.

Nella figura 1.1 sono evidenziati i principali elementi costruttivi di un comune collettore solare a liquido con doppia copertura.

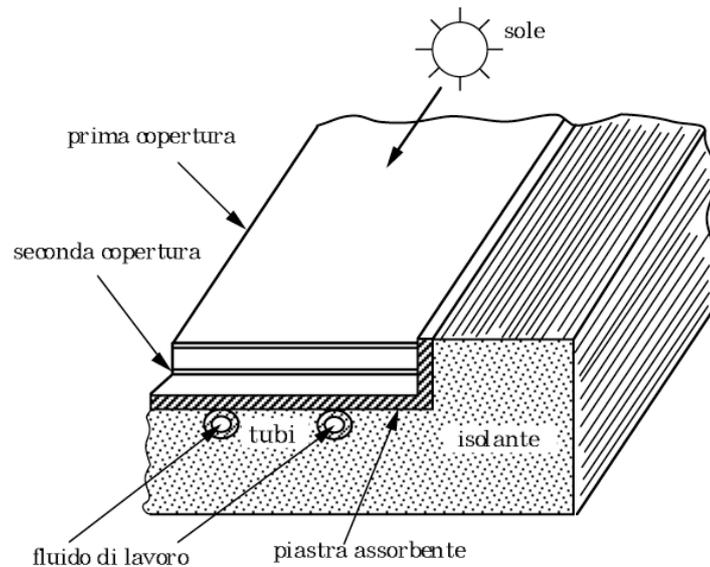


Fig. 1.1- Collettore solare a liquido con doppia copertura

La piastra captante può essere realizzata con canali ad essa sovrapposti (saldati o aggraffati) con distribuzione in parallelo o a serpentino (vedi fig. 1.2), oppure con canalizzazioni integrate tipo “roll-bond” o simili (vedi figg. 1.3 e 1.4).

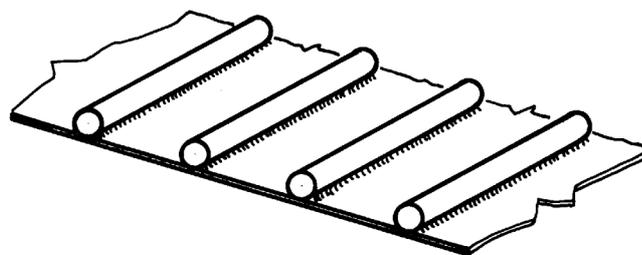


Fig. 1.2(a)- Piastra con canali sovrapposti (in parallelo)

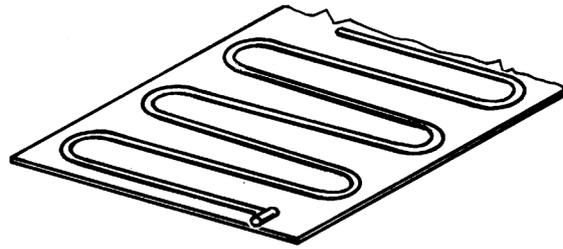


Fig. 1.2(b)- Piastra con canali sovrapposti (a serpentino)

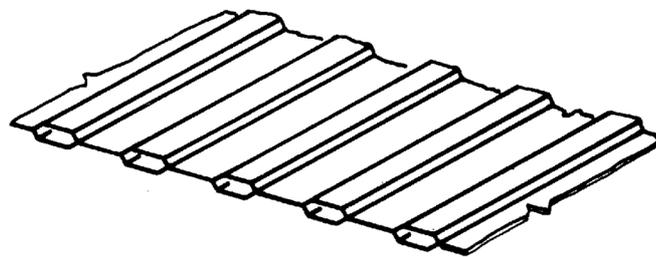


Fig. 1.3- Piastra tipo "roll-bond"

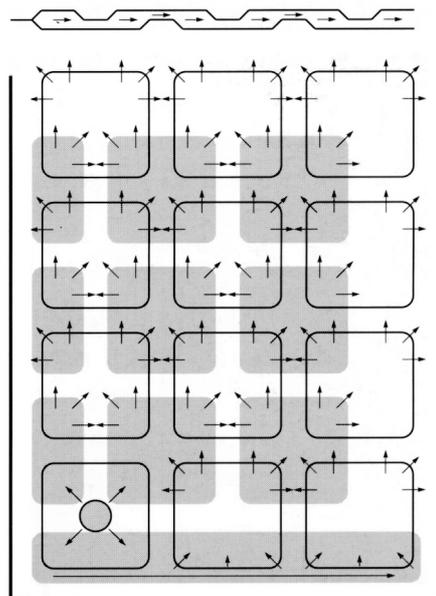


Fig. 1.4- Piastra con canali a scacchiera (tipo "Therminox")

L'equazione di bilancio termico istantaneo della piastra assorbente è:

$$G_c A_c (\tau\alpha) = Q_u + Q_p + \frac{dU_p}{dt} \quad (1.1)$$

dove:

$G_c$  irraggiamento globale sul collettore [ $W/m^2$ ]

$A_c$  area della superficie captante [ $m^2$ ]

$(\tau\alpha)$  prodotto effettivo trasmissività-assorptività

$Q_u$  potenza utile ceduta al fluido termovettore [ $W$ ]

$Q_p$  potenza perduta per conduzione, convezione e irraggiamento [ $W$ ]

$(dU_p/dt)$  potenza accumulata nella piastra [ $W$ ]

Nell'analisi stazionaria del collettore, l'ultimo termine dell'eq. (1.1) è assunto ovviamente nullo.

L'efficienza istantanea del collettore è definita come rapporto tra la potenza utile ceduta al fluido termovettore e la potenza radiante incidente sul collettore:

$$\eta_c = \frac{Q_u}{A_c G_c} \quad (1.2)$$

mentre l'efficienza media in un generico intervallo di tempo  $\Delta t$  è definita da

$$\bar{\eta}_c = \frac{\int_t^{t+\Delta t} Q_u(t) dt}{\int_t^{t+\Delta t} A_c G_c dt} \quad (1.3)$$

L'efficienza del collettore può essere valutata con riferimento all'area dell'assorbitore, all'area di apertura (vetrata) o all'area lorda (gross area).

La potenza termica persa dal collettore solare è valutabile mediante l'equazione:

$$Q_p = U_c A_c (T_p - T_a) = \frac{(T_p - T_a)}{R_e} \quad (1.4)$$

dove:

$U_c$  = coefficiente di scambio termico globale tra piastra e aria (coefficiente di perdita del collettore);

$T_p$  = temperatura media della piastra assorbente;

$T_a$  = temperatura dell'aria ambiente.

Le perdite ottiche del collettore sono invece esprimibili come:

$$Q_o = G_c A_c [1 - (\tau\alpha)] \quad (1.5)$$

### 1.2.1 DETERMINAZIONE DEL COEFFICIENTE DI PERDITA

Il coefficiente di perdita  $U_c$ , come evidenziato nell'eq. (1.4), è legato alla resistenza termica globale equivalente  $R_e$  del collettore dalla relazione:

$$U_c = \frac{1}{R_e A_c} \quad (1.6)$$

inoltre, con riferimento alla fig. 1.5, si può scrivere:

$$R_e = \frac{1}{\frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3 + R_4 + R_5}} \quad (1.7)$$

dove:

$R_1$  = resistenza termica tra piastra e superficie esterna (posteriore e laterale);

$R_2$  = resistenza convettiva-radiativa tra superficie esterna (posteriore e laterale) e l'aria esterna;

$R_3$  = resistenza convettiva-radiativa tra la piastra e la prima copertura;

$R_4$  = resistenza convettiva-radiativa tra le due coperture;

$R_5$  = resistenza convettiva-radiativa tra la copertura esterna e l'aria ambiente.

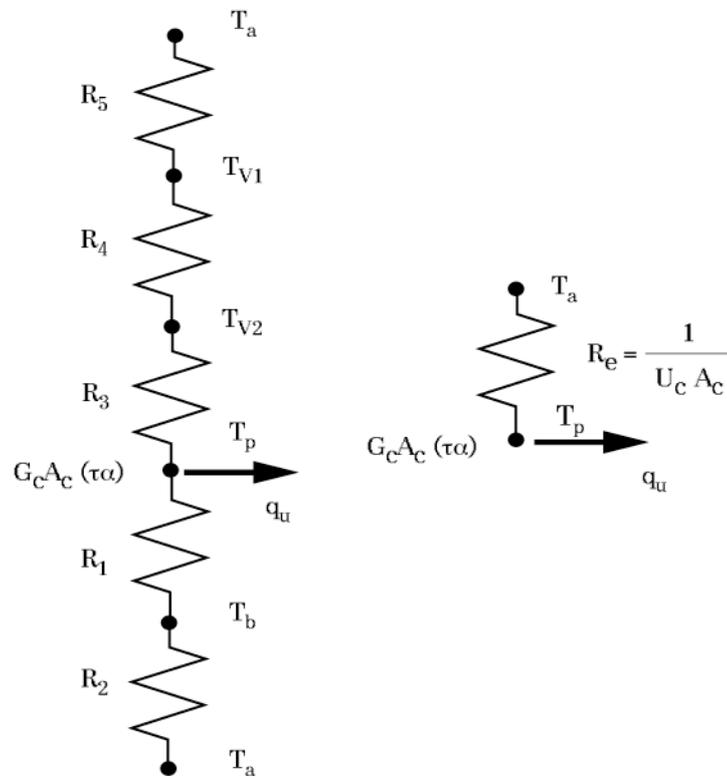


Fig. 1.5 – Circuito elettrico equivalente del collettore solare piano

Il coefficiente di perdita globale risulta inoltre esprimibile come somma dei tre coefficienti di perdita, verso l'alto, verso il basso e verso i bordi laterali:

$$U_c = U_a + U_b + U_\ell \quad (1.8)$$

I coefficienti  $U_b$  e  $U_\ell$ , nella ragionevole ipotesi di considerare solo la resistenza termica offerta dell'isolante (si trascura la resistenza conduttiva della lamiera e quella convettiva), risultano

$$U_b = \frac{1}{A_c R_{1b}} \quad (1.9)$$

$$U_\ell = \frac{1}{A_c R_{1\ell}} \quad (1.10)$$

Il coefficiente di perdita verso l'alto  $U_a$  è invece esprimibile come:

$$U_a = \frac{1}{A_c(R_3 + R_4 + R_5)} \quad (1.11)$$

ed il suo valore viene calcolato per tentativi, ipotizzando un valore della temperatura di piastra, in quanto le resistenze  $R_3$ ,  $R_4$ ,  $R_5$  sono funzioni di temperature incognite ( $T_p$ ,  $T_{v1}$ ,  $T_{v2}$ ).

### 1.2.2 FATTORE DI EFFICIENZA DEL COLLETTORE

Nelle equazioni precedenti si è supposto, per tutte le superfici (piastra e coperture), un valore di temperatura uniforme. Ciò può ragionevolmente essere accettato per le coperture, ma non per la piastra (vedi fig. 1.6).

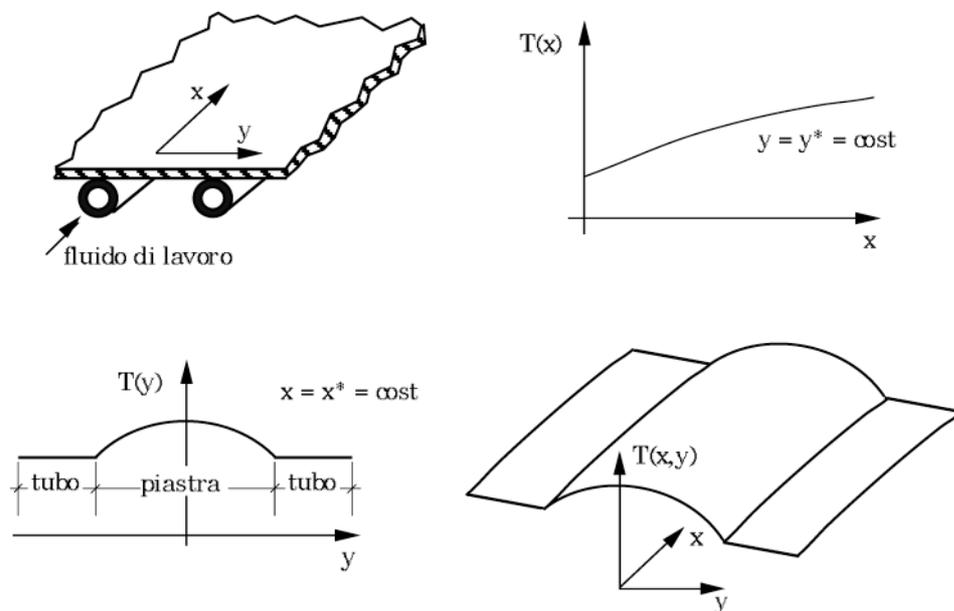
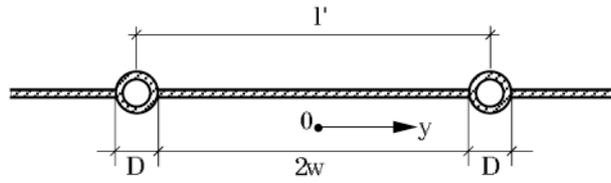
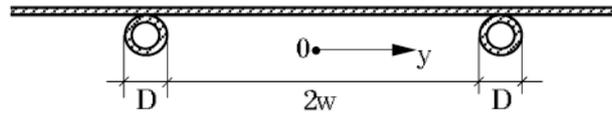


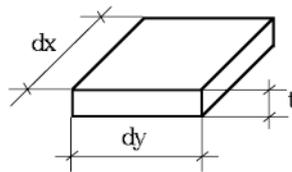
Fig. 1.6- Distribuzione qualitativa della temperatura nella piastra assorbente



a) tubi integrati nella piastra



b) tubi saldati sotto la piastra



c) elemento di piastra

Figura 1.7 - Caratteristiche geometriche del collettore

Tenendo conto dell'influenza della disuniformità di temperatura della piastra, con riferimento alle caratteristiche geometriche definite in figura 1.7, la potenza termica utile prelevata da un elemento di tubo lungo  $dx$  (M. Cucumo et al.- *Ingegneria Solare - principi ed applicazioni*), è definita come:

$$dQ_u(x) = (D + 2w\eta_a) [(\tau\alpha)G_c - U_c(T_b(x) - T_a)] dx \quad (1.12)$$

con:

$\eta_a$  = efficienza di un'aletta con temperatura all'attacco pari a  $T_b$

$T_b(x)$  = temperatura nel punto di collegamento piastra-tubo

Poiché la potenza termica, definita dall'eq. (1.12), è ceduta per convenzione al fluido che scorre all'interno dei tubi, essa può essere anche scritta come:

$$dQ_u(x) = \pi Dh_c [T_b(x) - T_f(x)] dx \quad (1.13)$$

con

$T_f(x)$  = temperatura del fluido all'ascissa  $x$   
 $h_c$  = coefficiente di scambio termico convettivo

Ricavando  $T_b(x)$  dall'eq. (1.13) e sostituendo nell'eq. (1.12), si ottiene:

$$dQ_u(x) = l'F'[(\tau\alpha)G_c - U_c(T_f(x) - T_a)]dx \quad (1.14)$$

dove, il fattore  $F'$ , denominato *fattore di efficienza del collettore*, assume l'espressione:

$$F' = \frac{\frac{1}{U_c}}{l' \left[ \frac{1}{U_c(D + 2w\eta_a)} + \frac{1}{h_c\pi D} \right]} \quad (1.15)$$

Il fattore di efficienza del collettore ha il significato fisico di rapporto tra la resistenza termica tra la piastra e l'aria esterna (nell'ipotesi di temperatura di piastra uniforme) e la resistenza termica tra il fluido che scorre nei tubi e l'aria esterna.

Il fattore di efficienza  $F'$  aumenta all'aumentare dello spessore  $t$  della piastra e all'aumentare della conduttività  $k$ , in quanto, al crescere di questi parametri, aumenta l'efficienza di aletta della piastra;  $F'$  diminuisce invece al crescere del coefficiente di perdita  $U_c$  ed al crescere del passo tra i tubi.

### 1.2.3 FATTORE DI RIMOZIONE DEL CALORE E FATTORE DI FLUSSO

La potenza termica ceduta al fluido in un tratto di tubo lungo  $dx$  può inoltre essere scritta come:

$$\dot{m} c_p dT_f = dQ_u(x) \quad (1.16)$$

dove  $\dot{m}$  rappresenta la portata di fluido nel tubo.

Eguagliando l'eq. (1.14) con l'eq. (1.16), con facili passaggi, si ottiene:

$$\frac{dT_f}{T_f(x) - T_a - \frac{(\tau\alpha)G_c}{U_c}} = -\frac{U_c l' F'}{\dot{m} c_p} dx \quad (1.17)$$

che, integrata tra la sezione d'ingresso e di uscita del tubo, dà luogo alla relazione:

$$\frac{T_{fu} - T_a - \frac{(\tau\alpha)G_c}{U_c}}{T_{fi} - T_a - \frac{(\tau\alpha)G_c}{U_c}} = \exp\left(-\frac{U_c l' F' L}{\dot{m} c_p}\right) \quad (1.18)$$

dove:

$T_{fi}$  = temperatura di ingresso del fluido

$T_{fu}$  = temperatura di uscita del fluido

$L$  = lunghezza tubo

Si definisce *fattore di rimozione del calore*  $F_R$  il rapporto tra la potenza effettiva prelevata dal fluido e la potenza che sarebbe da esso prelevata se la piastra rimanesse ad una temperatura pari a quella di ingresso del fluido. Con riferimento ad un solo tubicino, indicando con  $Q'_u$  la potenza prelevata dal fluido, si ottiene:

$$F_R = \frac{Q'_u}{[(\tau\alpha)G_c - U_c(T_{fi} - T_a)]l'L} = \frac{\dot{m}c_p(T_{fu} - T_{fi})}{[(\tau\alpha)G_c - U_c(T_{fi} - T_a)]l'L} \quad (1.19)$$

Combinando le eqq. (1.18) e (1.19) ed indicando con  $G'$  la portata di fluido per unità di area del collettore ( $G' = \dot{m}/l'L$ ), si ottiene, con semplici passaggi, il legame tra il fattore di rimozione ed il fattore di efficienza del collettore:

$$F_R = \frac{G'c_p}{U_c} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{U_c F'}{G'c_p}\right) \right] \quad (1.20)$$

Il fattore di rimozione del calore  $F_R$  aumenta all'aumentare della portata specifica  $G'$ , in quanto all'aumentare di questa diminuisce il salto termico del fluido e quindi le dispersioni;  $F_R$  invece diminuisce all'aumentare di  $U_c$  ed all'aumentare del passo fra i tubi.

Si definisce invece *fattore di flusso del collettore*  $F''$ , il rapporto tra  $F_R$  e  $F'$ :

$$F'' = \frac{F_R}{F'} = C_A \left[ 1 - \exp\left(-\frac{1}{C_A}\right) \right] \quad (1.21)$$

il quale, a differenza di  $F_R$  e  $F'$ , è funzione dell'unica variabile  $C_A$ , definita *capacità termica adimensionale* del collettore (corrisponde al reciproco del numero di unità di trasferimento NUT per  $F'=1$ ):

$$C_A = \frac{G' c_p}{F' U_c} = \frac{1}{F' \cdot \text{NUT}} \quad (1.22)$$

#### 1.2.4 EFFICIENZA DEL COLLETTORE

Risolvendo l'eq. (1.19) rispetto a  $Q'_u$  si ottiene la nota *equazione di Hottel-Whillier-Bliss* che fornisce la potenza utile ceduta al fluido dall'elemento di piastra collegata ad un solo tubicino:

$$Q'_u = F_R [(\tau\alpha)G_c - U_c(T_{fi} - T_a)] I' L \quad (1.23)$$

Utilizzando invece l'eq (1.14) si può, in via approssimata, valutare tale potenza ponendo al posto della temperatura del fluido  $T_f(x)$  una temperatura media aritmetica tra quella di ingresso e quella di uscita; si ottiene:

$$Q'_u = F' \left[ (\tau\alpha)G_c - U_c \left( \frac{T_{fi} + T_{fu}}{2} - T_a \right) \right] I' L \quad (1.24)$$

L'analogia tra l'eq. (1.23) e l'eq (1.24) permette di dare un'altra interpretazione del fattore di efficienza  $F''$ . Esso potrebbe essere definito come il *rapporto tra la potenza effettiva*

prelevata dal fluido e la potenza che sarebbe da esso prelevata se la piastra rimanesse ad una temperatura pari a quella media del fluido tra le sezioni di ingresso e di uscita.

Le eqq. (1.23) e (1.24) possono essere facilmente estese all'intero collettore moltiplicando per il numero dei tubicini (basta sostituire l'area relativa al singolo tubicino l'L con l'area del collettore  $A_c$ ); si ottiene rispettivamente

$$Q_u = F_R [(\tau\alpha)G_c - U_c(T_{fi} - T_a)] A_c \quad (1.25)$$

$$Q_u = F' \left[ (\tau\alpha)G_c - U_c \left( \frac{T_{fi} + T_{fu}}{2} - T_a \right) \right] A_c \quad (1.26)$$

In virtù dell'eq. (1.2), l'efficienza del collettore diventa

$$\eta = F_R (\tau\alpha) - F_R U_c \left( \frac{T_{fi} - T_a}{G_c} \right) = F'' \eta_0 - F'' U T_i^* \quad (1.27)$$

$$\eta = F' (\tau\alpha) - F' U_c \left( \frac{T_{fm} - T_a}{G_c} \right) = \eta_0 - U T_m^* \quad (1.28)$$

con

$$T_{fm} = \frac{T_{fi} + T_{fu}}{2} \quad (1.29a)$$

$$T_i^* = \frac{T_{fi} - T_a}{G_c} \quad (1.29b)$$

$$T_m^* = \frac{T_{fm} - T_a}{G_c} \quad (1.29c)$$

$$\eta_0 = F' (\tau\alpha) \quad (1.29d)$$

$$U = F' U_c \quad (1.29e)$$

Le eqq. (1.29b) e (1.29c) definiscono la *differenza di temperatura ridotta* riferita rispettivamente alla temperatura di ingresso ed alla temperatura media del fluido;  $\eta_0$  rappresenta invece il *rendimento ottico* del collettore o rendimento con perdite nulle (*zero-loss efficiency*).

Le due equazioni (1.27) e (1.28) mostrano che l'efficienza del collettore, nell'ipotesi di  $U_c$  costante, ha un andamento lineare rispettivamente con i parametri  $(T_{fi} - T_a)/G_c$  e  $(T_{fm} - T_a)/G_c$  (vedi fig. 1.8). Tali equazioni indicano come all'aumentare della temperatura di ingresso del fluido aumenta la perdita di calore e diminuisce l'efficienza; l'efficienza diminuisce inoltre all'aumentare della differenza di temperatura tra il fluido e l'aria ambiente mentre aumenta all'aumentare del flusso solare.

E' facile dimostrare che, nell'ipotesi di validità dell'eq. (1.29a), tra le costanti delle due rette di efficienza sussistono le seguenti relazioni:

$$F_R(\tau\alpha) = k F'(\tau\alpha) \quad (1.30a)$$

$$F_R U_c = k F' U_c \quad (1.30b)$$

e

$$F'(\tau\alpha) = \bar{k} F_R(\tau\alpha) \quad (1.31a)$$

$$F' U_c = \bar{k} F_R U_c \quad (1.31b)$$

con

$$k = \frac{1}{1 + \frac{F' U_c}{2G' c_p}} = \frac{2 C_A}{1 + 2 C_A} \quad (1.32a)$$

$$\bar{k} = \frac{1}{1 - \frac{F_R U_c}{2G' c_p}} \quad (1.32b)$$

Mediante tali relazioni è agevole passare da una forma all'altra della retta di efficienza. Il fattore di efficienza viene prevalentemente adottato in Italia e nel resto d'Europa mentre il fattore di rimozione viene adoperato negli *USA*.

Dalle eqq. (1.30) e (1.31) si ottiene  $k = F_R / F'$  e, quindi,  $k = F'' = 1 / \bar{k}$ . Dal confronto tra l'eq. (1.21) e le eqq. (1.32) si nota invece che  $k$  è diverso da  $F''$  e, quindi, diverso da  $(1 / \bar{k})$ ; tali differenze, anche se piccole, sono dovute al fatto che, per ottenere le eqq. (1.32), come già detto, è stata accettata la validità dell'eq. (1.29a) ovvero l'ipotesi che la temperatura del fluido all'interno del collettore segua una legge di tipo lineare. Per ottenere

$k = F'' = 1/\bar{k}$  (vedi appendice A.1) è necessario utilizzare per  $T_{fm}$  il valore corretto che si ricava utilizzando per  $T_f(x)$  l'espressione derivante dall'integrazione dell'eq. (1.17) tra la sezione di ingresso ed una sezione generica; tale valore risulta:

$$T_{fm} = \frac{1}{L} \int_0^L T_f(x) dx = T_{fi} + \frac{Q_u/A_c}{F_R U_c} (1 - F'') = T_{fi} + \frac{\eta G_c}{F_R U_c} (1 - F'') \quad (1.32c)$$

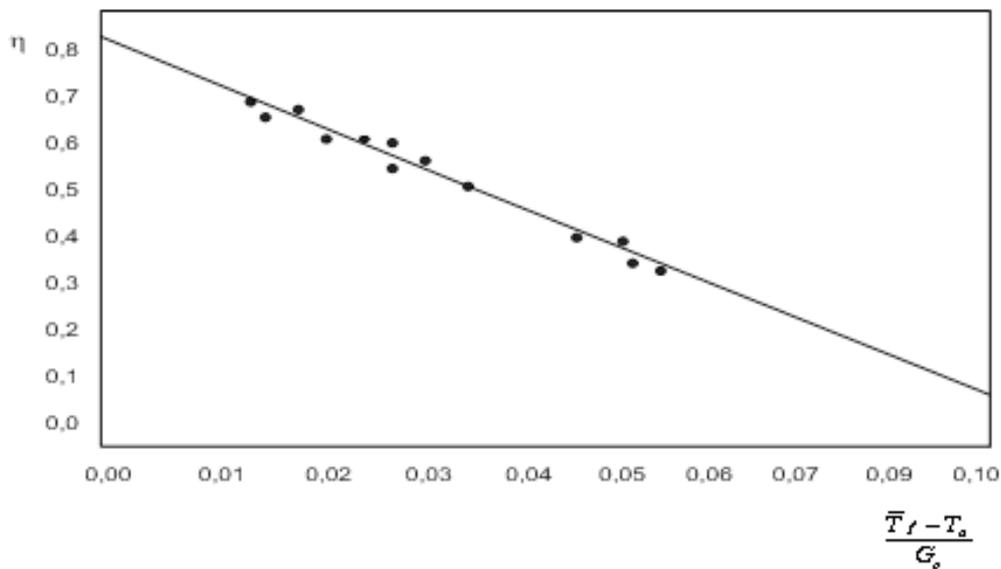


Figura 1.8 – Retta di efficienza del collettore

Nelle equazioni precedenti il coefficiente di perdita  $U_c$  è stato ritenuto invariante rispetto alla temperatura della piastra. Se si vuole tenere conto della dipendenza di  $U_c$  dalla temperatura, si può assumere per esso una legge del tipo:

$$U_c = U_1 + U_2 (T_{fi} - T_a) \quad (1.33a)$$

$$U_c = U_1 + U_2 (T_{fm} - T_a) \quad (1.33b)$$

I coefficienti  $U_1$  e  $U_2$  sono denominati coefficienti di perdita del primo e del secondo ordine.

In tal caso la curva di efficienza del collettore è descritta da una legge del secondo ordine; le eqq. (1.27) e (1.28) diventano infatti:

$$\eta = F_R \left[ (\tau\alpha) - U_1 \left( \frac{T_{fi} - T_a}{G_c} \right) - U_2 G_c \left( \frac{T_{fi} - T_a}{G_c} \right)^2 \right] \quad (1.34)$$

$$\eta = F' \left[ (\tau\alpha) - U_1 \left( \frac{T_{fm} - T_a}{G_c} \right) - U_2 G_c \left( \frac{T_{fm} - T_a}{G_c} \right)^2 \right] \quad (1.35)$$

### 1.2.5 IL PRODOTTO $(\tau\alpha)$ E LA SUA DIPENDENZA DALL'ANGOLO DI INCIDENZA

Le perdite di energia nei collettori solari, causate dalle caratteristiche ottiche delle lastre trasparenti (in vetro o plastica) e della piastra, possono avere un'influenza rilevante sulle prestazioni del sistema.

Quando la radiazione solare incide sulla copertura, una parte viene riflessa indietro verso lo spazio circostante, ed una parte attraversa la lastra di copertura e infine giunge sull'assorbitore; un'aliquota di quest'ultima viene riflessa indietro verso la lastra di copertura, ma non tutta la radiazione viene persa perché parte di essa viene nuovamente riflessa verso l'assorbitore.

Indicando con  $\tau$  il coefficiente di trasmissione della radiazione da parte della copertura e con  $\alpha$  il coefficiente di assorbimento della piastra, dell'energia incidente sul collettore, la frazione  $\tau\alpha$  sarà assorbita dalla piastra mentre la quantità  $\tau(1-\alpha)$  sarà riflessa verso il sistema di copertura. Tale radiazione riflessa può essere considerata diffusa e, colpendo la superficie inferiore della copertura, viene ancora riflessa in modo diffuso verso la piastra, nella quantità  $\tau(1-\alpha)\rho_d$ , dove  $\rho_d$  rappresenta il coefficiente di riflessione della copertura. Nell'ipotesi semplificativa che il coefficiente di assorbimento della piastra sia lo stesso sia per la componente diretta che diffusa, a causa delle riflessioni multiple tra piastra e copertura (vedi fig. 1.9), il prodotto effettivo  $(\tau\alpha)$  risulta:

$$(\tau\alpha) = \tau\alpha \sum_{n=0}^{\infty} [(1-\alpha)\rho_d]^n = \frac{\tau\alpha}{1-(1-\alpha)\rho_d} \quad (1.36)$$

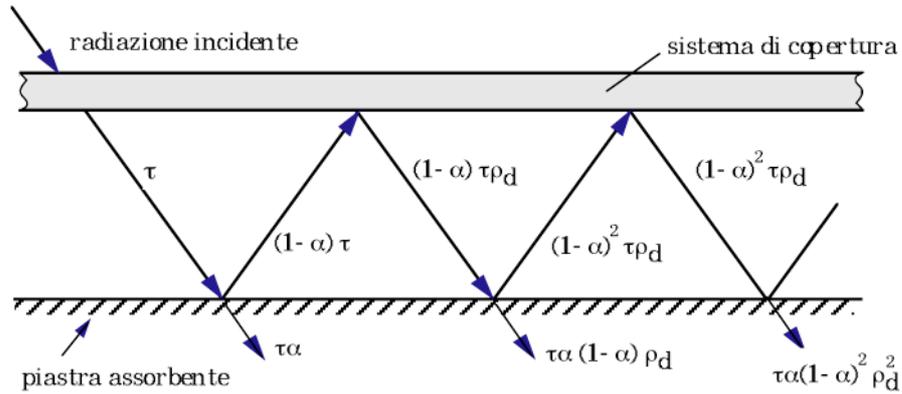


Fig 1.9-Assorbimento della radiazione da parte di una piastra assorbente

Si noti, inoltre, che il prodotto effettivo ( $\tau\alpha$ ) dipende dall'angolo di incidenza della radiazione diretta. Per tener conto di ciò, conviene far riferimento al prodotto  $(\tau\alpha)_n$  valutato, teoricamente o sperimentalmente, in condizioni di radiazione diretta normale al piano del collettore. Il rapporto tra  $(\tau\alpha)$  e  $(\tau\alpha)_n$  viene detto *incident angle modifier* (IAM):

$$K_{\tau\alpha} = \frac{(\tau\alpha)}{(\tau\alpha)_n} \quad (1.37)$$

La legge per calcolare la dipendenza di  $K_{\tau\alpha}$  dall'angolo di incidenza, proposta da Souka e Safwat (1966), è la seguente:

$$K_{\tau\alpha} = 1 - b_0 \left( \frac{1}{\cos i} - 1 \right) \quad (1.38)$$

dove  $b_0$  è una costante che assume valori diversi per ogni tipo di collettore (a titolo indicativo si può assumere  $b_0=0,1$  per un collettore con una copertura e  $b_0=0,17$  per un collettore con doppia copertura).

Utilizzando l'eq. (1.37), le eqq. (1.27) e (1.28) si scrivono come:

$$\eta = F_R \left[ K_{\tau\alpha} (\tau\alpha)_n - U_c \left( \frac{T_{fi} - T_a}{G_c} \right) \right] \quad (1.39)$$

$$\eta = F' \left[ K_{\tau\alpha} (\tau\alpha)_n - U_c \left( \frac{T_{fm} - T_a}{G_c} \right) \right] \quad (1.40)$$

La norma ASHRAE 93-2003 suggerisce una procedura sperimentale per la determinazione del coefficiente  $b_0$ . Tale procedura consiste nell'inviare nel collettore il fluido a temperatura molto prossima a quella ambiente ( $T_{fl}=T_a$ ) e misurare l'efficienza in corrispondenza di alcuni valori selezionati dell'angolo di incidenza, pari a  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$ . In tale situazione, essendo nulla la differenza di temperatura ( $T_{fl}-T_a$ ), dall'eq. (1.39) si ottiene:

$$\eta = K_{\tau\alpha} F_R (\tau\alpha)_n = F_R (\tau\alpha) \quad (1.41)$$

ponendo:

$$(\tau\alpha) = a - b \left( \frac{1}{\cos i} \right)$$

$$a' = a F_R \quad (1.42)$$

$$b' = b F_R$$

le eqq. (1.37) e (1.41) diventano:

$$\eta = a' - b' \left( \frac{1}{\cos i} \right) \quad (1.43)$$

$$K_{\tau\alpha} = \frac{(\tau\alpha)}{(\tau\alpha)_n} = \frac{a - b \left( \frac{1}{\cos i} \right)}{a - b} = 1 - \frac{b}{a - b} \left( \frac{1}{\cos i} - 1 \right) \quad (1.44)$$

Tenendo conto delle eqq. (1.38), (1.42) e (1.44), con facili passaggi, si ottiene:

$$b_0 = \frac{b}{a - b} = \frac{b'}{a' - b'} \quad (1.45)$$

Riportando in un grafico i valori di  $\eta$  sperimentali in funzione di  $(1/\cos i)$  ed interpolando questi dati con una retta, si ottengono i coefficienti  $a'$  e  $b'$  dell'eq. (1.43) e quindi, mediante l'eq. (1.45), il valore di  $b_0$ .

### 1.3 ANALISI TERMICA TRANSITORIA DEI COLLETTORI PIANI

Per poter effettuare l'analisi termica transitoria di un collettore solare è necessario tenere conto anche dell'energia accumulata all'interno del collettore [vedi eq. (1)] e, pertanto, è indispensabile determinarne la capacità termica e la costante di tempo.

Per la stima del rendimento del collettore in condizioni "quasi-dinamiche" e transitorie, si rinvia ai capitoli successivi.

#### 1.3.1 LA CAPACITA' TERMICA

Si consideri inizialmente un collettore solare con una sola copertura e si assuma che la piastra, il fluido contenuto nei tubi e metà dello strato di isolante posteriore siano alla stessa temperatura  $T_p$  della piastra (Duffie e Beckman-*Solar Engineering of Thermal Processes*). In tale ipotesi, essendo la potenza utile estratta nulla, indicando con  $p$  i dati relativi alla piastra e con  $v$  quelli relativi al vetro, l'equazione di bilancio istantaneo transitorio dell'elemento piastra-acqua-isolante di area unitaria, si scrive:

$$(mc)_p \frac{dT_p}{dt} = [(\tau\alpha)G_c - U_{p-v}(T_p - T_v)] \quad (1.46)$$

L'equazione di bilancio termico della copertura, assumendo che si trovi alla temperatura uniforme  $T_v$ , si scrive invece:

$$(mc)_v \frac{dT_v}{dt} = [U_{p-v}(T_p - T_v) + U_{v-a}(T_a - T_v)] \quad (1.47)$$

Trascurando le perdite termiche del collettore verso il basso e verso i lati ( $U_b = U_\ell \cong 0$ ), si può porre:

$$U_{v-a}(T_v - T_a) = U_c(T_p - T_a) \quad (1.48)$$

Differenziando l'eq. (1.48) nell'ipotesi di  $T_a$  costante, si ottiene:

$$\frac{dT_v}{dt} = \frac{U_c}{U_{v-a}} \frac{dT_p}{dt} \quad (1.49)$$

Sommando la (1.46) con la (1.47) e tenendo conto della (1.49), si ottiene:

$$\left[ (mc)_p + \frac{U_c}{U_{v-a}} (mc)_v \right] \frac{dT_p}{dt} = [(\tau\alpha)G_c - U_c (T_p - T_a)] \quad (1.50)$$

Il termine in parentesi quadra al primo membro viene definita capacità termica (specifica) effettiva del collettore  $(mc)_e$ . Usando il medesimo ragionamento, se il collettore fosse costituito da  $n$  coperture, si avrebbe:

$$(mc)_e = (mc)_p + \sum_{i=1}^n \frac{U_c}{U_{v_i-a}} (mc)_{v_i} \quad (1.51)$$

Assumendo  $G_c$  e  $T_a$  costanti, nell'intervallo di tempo considerato, integrando l'eq. (1.50) si ottiene:

$$\frac{(\tau\alpha)G_c - U_c [T_p(t) - T_a]}{(\tau\alpha)G_c - U_c [T_p(0) - T_a]} = \exp\left(-\frac{t}{\frac{1}{A_c U_c} (mc)_e}\right) = \exp\left(-\frac{t}{R C}\right) \quad (1.52)$$

Questo modello estremamente semplice viene definito “*modello ad un nodo*”; Wijesundera ha confrontato i risultati del modello ad un nodo e del modello a due nodi con molti dati sperimentali. Egli ha trovato un ottimo accordo per i collettori con una sola copertura ed errori del 15% nel caso di collettori con due o tre coperture.

In condizioni transitorie il rendimento istantaneo del collettore viene calcolato con la relazione:

$$\eta = \frac{Q_u + (Mc)_e \frac{dT_{fm}}{dt}}{A_c G_c} \quad (1.53)$$

dove  $(Mc)_e$  rappresenta la capacità termica totale del collettore.

### 1.3.2 LA COSTANTE DI TEMPO

Un'altra grandezza di notevole interesse ai fini della conoscenza della risposta del collettore in condizioni transitorie, è la sua costante di tempo; essa è definita come l'intervallo di tempo necessario affinché la differenza di temperatura del fluido tra le sezioni di uscita e di ingresso raggiunga il 36,8% (pari a  $(1/e) \times 100$ ) della variazione massima conseguente ad una improvvisa riduzione della radiazione solare (ottenuta orientando il collettore verso nord o schermandolo). La temperatura del fluido all'ingresso del collettore  $T_i$  è mantenuta entro  $\pm 1^\circ\text{C}$  della temperatura ambiente fino a quando non si raggiungono condizioni semistazionarie (vedi fig. 1.10) con un'intensità solare incidente di almeno  $790 \text{ W/m}^2$ . Si riduce poi a zero la radiazione solare incidente schermato il collettore e si registra la temperatura di uscita del fluido  $T_u(t)$  che decresce a causa della schermatura del flusso solare. Il tempo  $\tau$  per il quale è soddisfatta la relazione

$$\frac{T_u(\tau) - T_i}{T_u(0) - T_i} = \frac{1}{e} = 0,368 \quad (1.54)$$

rappresenta *la costante di tempo* del collettore; nell'eq. (1.54)  $T_u(0)$  indica la temperatura di uscita del fluido termovettore all'istante iniziale ( $t=0$ ).

Per meglio comprendere l'eq. (1.54) si potrebbe pensare, semplificando il problema, che l'acqua, durante il raffreddamento, segua la legge (di raffreddamento) di un corpo con resistenza interna trascurabile:

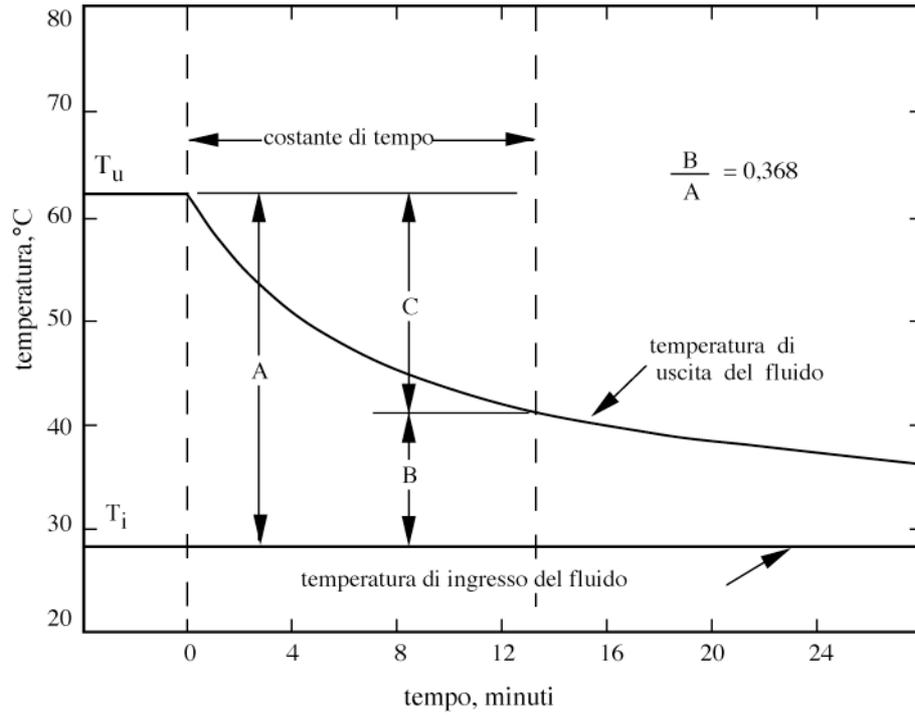
$$\frac{\vartheta(t)}{\vartheta_0} = \frac{T_u(t) - T_i}{T_u(0) - T_i} = \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \quad (1.55)$$

Quando il tempo  $t$  coincide con la costante di tempo  $RC$ , l'eq (1.55) si trasforma nell'eq. (1.54).

Un metodo alternativo per misurare la costante di tempo consiste nel testare il collettore schermato o di notte, inviando fluido ad una temperatura di ingresso superiore di  $30^\circ\text{C}$  rispetto a quella ambiente, fino a quando non si raggiungono condizioni semistazionarie. Si riduce poi la temperatura del fluido in ingresso ad un valore prossimo a quella ambiente ( $\pm 1^\circ\text{C}$ ). La costante di tempo risulta calcolabile con la stessa relazione (1.54) nella quale si pone  $T_i = T_a$  e  $T_u(0) = T_a + 30$ .

Anche la (1.53), nel caso di  $G_c=0$ ,  $T_f=T_p$  e  $T_i=T_a$ , fornisce lo stesso risultato della (1.54).

Queste due metodologie per la determinazione sperimentale della costante di tempo sono suggerite dallo standard ASHRAE 93-2003.



**APPENDICE A.1**

Dalla relazione:

$$\dot{m} c_p (T_{fu} - T_{fi}) = \eta A_c G_c \quad (A.1)$$

si determina la temperatura del fluido in uscita dal collettore:

$$T_{fu} = T_{fi} + \frac{\eta G_c}{G' c_p} \quad (A.2)$$

Nell'ipotesi che la temperatura del fluido segua una legge di tipo lineare, la temperatura media del fluido vale:

$$T_{fm} = \frac{T_{fi} + T_{fu}}{2} = T_{fi} + \frac{\eta G_c}{2 G' c_p} \quad (A.3)$$

e, quindi, l'efficienza del collettore può essere scritta come:

$$\eta = F'(\tau\alpha) - \frac{F' U_c}{G_c} (T_{fm} - T_a) \quad (A.4)$$

Sostituendo l'eq. (A.3) nell'eq. (A.4), con semplici passaggi, si ottiene:

$$\eta \left( \frac{2G' c_p + F' U_c}{2G' c_p} \right) = F'(\tau\alpha) - F' U_c \left( \frac{T_{fi} - T_a}{G_c} \right) \quad (A.5)$$

posto:

$$k = \frac{2G' c_p}{2G' c_p + F' U_c} = \frac{1}{1 + \frac{F' U_c}{2G' c_p}} \quad (A.6)$$

si ottiene:

$$\eta = k F'(\tau\alpha) - k F' U_c \left( \frac{T_{fi} - T_a}{G_c} \right) \quad (A.7)$$

Dal confronto con la relazione:

$$\eta = F_R(\tau\alpha) - F_R U_c \left( \frac{T_{fi} - T_a}{G_c} \right) \quad (A.8)$$

segue:

$$F_R(\tau\alpha) = k F'(\tau\alpha) \quad (A.9)$$

$$F_R U_c = k F' U_c \quad (A.10)$$

Se, invece, per la temperatura media del fluido si adotta il valore corretto dell'eq. (1.32c):

$$T_{fm} = T_{fi} + \frac{\eta G_c}{F_R U_c} (1 - F'') \quad (A.11)$$

e si sostituisce nell'eq. (A.4), si ottiene:

$$\eta \left[ 1 + \frac{F'}{F_R} (1 - F'') \right] = F' (\tau\alpha) - F' U_c \left( \frac{T_{fi} - T_a}{G_c} \right) \quad (A.12)$$

Se l'eq. (A.12) si scrive nella forma dell'eq. (A.7) e si confronta con l'eq. (A.8), si desume che il parametro  $k$  da inserire nelle eqq. (A.9) e (A.10), vale:

$$k = \left[ 1 + \frac{F'}{F_R} (1 - F'') \right]^{-1} = F'' \quad (A.13)$$

Se si conosce, invece, la caratteristica del collettore nella forma contenente il fattore di rimozione (A.8) e si vuole passare alla forma contenente il fattore di efficienza (A.4), si ricava  $T_{fi}$  dall'eq. (A.1):

$$T_{fi} = T_{fu} - \frac{\eta G_c}{G' c_p} \quad (A.14)$$

e, nell'ipotesi che la temperatura del fluido segua una legge di tipo lineare, potendo scrivere  $T_{fu} = 2 T_{fm} - T_{fi}$ , si ottiene:

$$T_{fi} = T_{fm} - \frac{\eta G_c}{2 G' c_p} \quad (A.15)$$

Sostituendo questa equazione nella (A.8), si ha:

$$\eta \left( \frac{2 G' c_p - F_R U_c}{2 G' c_p} \right) = F_R (\tau\alpha) - F_R U_c \left( \frac{T_{fm} - T_a}{G_c} \right) \quad (A.16)$$

Posto:

$$\bar{k} = \frac{2 G' c_p}{2 G' c_p - F_R U_c} = \frac{1}{1 - \frac{F_R U_c}{2 G' c_p}} \quad (A.17)$$

si ottiene:

$$\eta = \bar{k} F_R (\tau\alpha) - \bar{k} F_R U_c \left( \frac{T_{fi} - T_a}{G_c} \right) \quad (A.18)$$

Dal confronto con la relazione:

$$\eta = F' (\tau\alpha) - F' U_c \left( \frac{T_{fi} - T_a}{G_c} \right) \quad (A.19)$$

segue:

$$F' (\tau\alpha) = \bar{k} F_R (\tau\alpha) \quad (A.20)$$

$$F' U_c = \bar{k} F_R U_c \quad (A.21)$$

Se, invece, la temperatura di ingresso del fluido si ricava dall'equazione precisa (A.11):

$$T_{fi} = T_{fm} - \frac{\eta G_c}{F_R U_c} (1 - F'') \quad (A.22)$$

sostituendo nell'eq. (A.8), si ottiene:

$$\eta = \frac{1}{F''} F_R (\tau\alpha) - \frac{1}{F''} F_R U_c \left( \frac{T_{fi} - T_a}{G_c} \right) \quad (A.23)$$

Confrontando l'equazione precedente con l'eq. (A.19), tenendo conto delle eqq. (A.20) e (A.21), si ottiene ovviamente:

$$\bar{k} = \frac{1}{F''} = \frac{1}{k} \quad (A.24)$$