



UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA



UNIVERSITA' DELLA CALABRIA

**Dipartimento di Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio e Ingegneria Chimica
(Sede amministrativa del Corso di Dottorato)**

Scuola di Dottorato in Scienze Ingegneristiche "PITAGORA"

Dottorato di Ricerca in

INGEGNERIA IDRAULICA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO

Con il contributo di

**Unione Europea, Fondo Sociale Europeo - Regione Calabria
POR CALABRIA FSE 2007/2013**

CICLO

XXVII

**LA CARATTERIZZAZIONE DEL GRADO DI GIUNZIONE DELLE RETI FLUVIALI:
APPROCCI TEORICI E SPERIMENTALI**

Settore Scientifico Disciplinare ICAR-01

Coordinatore: Prof. Ing. FRANCESCO MACCHIONE

Supervisor: Prof. Ing. SAMUELE DE BARTOLO

Prof. Ing. STEFANO ORLANDINI

Dottorando: Dott. Ing. GIUSEPPE FRANDINA

alla mia Famiglia

e

a Giusy

La presente tesi è cofinanziata con il sostegno della Commissione Europea, Fondo Sociale Europeo e dalla Regione Calabria. L'autore è il solo responsabile di questa tesi e la Commissione Europea e la Regione Calabria declinano ogni responsabilità sull'uso che potrà essere fatto delle informazioni in essa contenute.

Indice

Premessa	iii
1 Introduzione alla teoria delle reti	1
1.1 Generalità	1
1.2 Reti e grafi	5
1.3 Proprietà delle reti	8
2 Elementi di geomorfologia fluviale a scala di bacino	15
2.1 Introduzione alla geomorfologia fluviale	15
2.2 Elementi di morfometria fluviale a scala di bacino	19
2.3 Le leggi di Horton e il grado di giunzione nei reticoli fluviali	22
3 La rete deterministica di Peano	26
3.1 Introduzione	26
3.2 Proprietà geometriche e topologiche della rete di Peano	27
3.3 Grado medio di giunzione della rete fluviale di Peano e proprietà differenziali	31
4 Grado di giunzione medio nei sistemi fluviali hortoniani	33
4.1 Il grado medio di giunzione per la gerarchia di Horton-Strahler	33
4.2 Sviluppi analitici sul grado di giunzione medio all'ordine ω	36
4.2.1 Modello a tre parametri	36
4.2.2 Modello perturbato a un parametro: introduzione al coefficiente di uniformità γ	37
5 Modelli digitali del terreno: criteri di estrazione dei reticoli fluviali	41
5.1 Modello Digitale delle Elevazioni (DEM)	41
5.2 La tecnologia Lidar come approccio alla definizione di DEM ad alta risoluzione	43

5.3	Il Metodo D8-LTD come criterio di estrazione dei reticoli idrografici	46
6	Applicazioni alle reti fluviali: comportamento scala invariante delle condizioni soglia di Horton-Strahler e di innesco dei canali	50
6.1	Invarianza di scala nei reticoli idrografici	50
6.2	Descrizione delle reti idrografiche oggetto di indagine	53
6.3	Metodo soglia di Horton-Strahler per l'estrazione delle reti fluviali di canale e applicazione del metodo alle reti oggetto di studio	57
6.4	Analisi dello scaling delle condizioni soglia di Horton-Strahler	58
7	Analisi dei risultati	72
7.1	Stima del grado medio di giunzione	72
7.2	Stima del fattore di uniformità	78
7.3	Analisi di reti fluviali compatte e allungate	124
	Conclusioni	129
A	Tabelle relative alla stima del grado medio di giunzione e del fattore di uniformità	131
	Ringraziamenti	215
	Bibliografia	217

Premessa

La teoria delle reti offre la possibilità concreta di analizzare estensivamente la complessità di molti fenomeni presenti in natura [1, 61]. La teoria, applicata a strutture fluviali, consente di definire le stesse come un sistema caratterizzato da un determinato grado medio di connessioni o giunzioni [17]. In particolare, l'utilizzo di questo strumento, così come la classificazione delle parti di tali strutture, risulta essere di notevole importanza anche per la comprensione dei meccanismi che controllano l'origine e le dinamiche delle reti fluviali naturali. La base di questo strumento assume, nell'ambito della geomorfologia fluviale, una connotazione tipicamente topologica [81] che non deve essere considerata strettamente di tipo casuale [45, 69], poichè essa è rappresentativa della reale connessione tra i nodi giunzione che caratterizzano una rete fluviale nella sua interezza. Quest'ultimi rappresentano, in tale contesto geomorfologico, il solo elemento di analisi dell'intera rete fluviale. Pertanto, la teoria delle reti si presta ad essere ulteriormente indagata in termini di indici topologici, nonostante alcuni studi affermino che molte analogie ingannevoli, tra reti naturali e non, derivano dalla corrispondenza delle misure topologiche, come quelle implementate dai rapporti di Horton o dalle matrici di Tokunaga [45, 74]. Tuttavia, recenti studi basati sull'ordinamento di Horton-Strahler affermano che l'efficacia di tale metodo è ancora valida, mettendone in risalto la capacità di fornire informazioni importanti sia per la comprensione dell'origine delle reti fluviali, che dei fattori fisici generanti il paesaggio fluviale stesso [69]. Perciò, i classici risultati della classificazione di Horton [39, 40, 85, 86, 87] possono essere integrati per studiare queste connessioni. Infatti, diversi studi sono stati condotti negli ultimi anni sulle leggi che influenzano il comportamento delle reti e dei bacini fluviali, nel tentativo di mettere in relazione, utilizzando gli indici di Horton, i parametri morfometrici significativi mediante sia relazioni *simple* [90, 46] che *multi-scaling* [54, 72, 71, 75, 13, 14, 15, 16, 34]. Il bacino fluviale di Peano ad esempio e le reti ad esso correlate rappresentano la chiave per lo sviluppo di tali indagini [53, 54, 33, 94, 96, 92]. La rete fluviale di Peano è, come ben noto, una rete deterministica, ossia una struttura frattale *plane-filling* caratterizzata

da relazioni analitiche ben precise. Essa può essere costruita attraverso una procedura iterativa in cui ogni *step* è strettamente connesso alla gerarchia di Horton-Strahler e il cui numero di nodi esterni e interni della rete è calcolato direttamente attraverso espansioni in serie geometriche [17]. Recentemente, a causa di questa similarità, la rete di Peano è stata anche adoperata, come modello, per predire il ruolo dei controlli idrologici nei corridoi ecologici [11, 7, 9], in cui le parti di reazione e trasporto possono essere rappresentate, rispettivamente, da nodi e dai link [8, 9], ovvero le aste di connessione.

In questo contesto, il grado medio di giunzione ad un dato ordine, introdotto da De Bartolo et al. [17], potrebbe essere utilmente integrato nella definizione dei modelli di bio-diversità e fornire un nuovo descrittore geomorfologico per analizzare altri parametri fluviali a scala di canale e di bacino. Nello specifico, questo descrittore è una generalizzazione del grado medio di giunzione della rete fluviale di Peano e permette di confrontare la totalità delle sotto-strutture dello stesso ordine di una rete fluviale hortoniana con le corrispondenti sotto-strutture della rete di Peano [17]. Inoltre il grado medio di giunzione fornisce un criterio per definire la vicinanza o la distanza tra la rete di Peano e le reti fluviali naturali a scala di bacino. A tal proposito, è risultata di notevole interesse l'analisi condotta da De Bartolo et al. [17], sulla rete idrografica del fiume Corace (Calabria), estratta da blue lines, la quale ha mostrato che la differenza tra il grado medio di giunzione al generico ordine ω per detta rete, e quella deterministica di Peano, risulta essere costante al variare dell'ordine gerarchico a meno di una differenza relativa pari a circa 10^{-3} . Questa indagine rappresenta un singolo caso di studio e offre la possibilità di estendere questi risultati, in termini di analisi strutturale, topologica e di forma ad altre reti fluviali. In questo lavoro di tesi, quindi, si è ritenuto opportuno affrontare e approfondire l'analisi condotta da De Bartolo et al. [17] su un campione più vasto di reti fluviali naturali. La nuova indagine qui eseguita è stata condotta seguendo due approcci: uno teorico e uno sperimentale. Quello teorico ha trattato la formalizzazione della rete deterministica di Peano con la definizione delle proprietà geometriche e topologiche attraverso un nuovo modello che definisce il grado di giunzione medio grazie a un solo parametro descrittivo, denominato fattore di uniformità. La parte sperimentale, invece, ha riguardato, sulla base dei reticoli di drenaggio estratti da modelli digitali di terreno ad alta risoluzione, rilevati mediante tecnica Lidar, i seguenti punti:

- applicazione di un nuovo criterio di estrazione basato sulla procedura D8-LTD (*Eight Flow Direction - Least Transverse Deviation Method*) [63];
- valutazione della legge di scala che permette di descrivere il comporta-

mento scala-invariante delle condizioni soglia di Strahler di inizio dei canali geomorfologicamente attivi (teste di canale);

- studio del grado medio di giunzione calcolato su reti estratte sia a scala di versante (*grid networks*) che di canale (*channel networks*);
- validazione della legge di scala del grado medio di giunzione al variare del solo parametro di uniformità al fine di effettuare un confronto strutturale con la rete deterministica di Peano;
- valutazione del fattore di uniformità nel contesto dell'analisi di scala (*coarse graining*) dipendente dalla risoluzione delle celle relative all'estrazione dei reticoli fluviali sia a scala di versante che a scala di canale.

L'indagine sperimentale ha permesso, inoltre, in ambito geomorfologico fluviale quantitativo e strutturale, di verificare l'utilità del parametro di uniformità nell'analisi delle forme, mostrando la tendenza, di detto parametro, al riconoscimento delle strutture fluviali compatte e allungate.

La tesi risulta così strutturata: nel primo capitolo sono stati introdotti gli elementi descrittivi e analitici della moderna teoria delle reti secondo gli sviluppi forniti da Albert e Baràbasi [1, 2], la quale permette di analizzare estensivamente la complessità di molti fenomeni presenti in natura, tra cui anche gli aspetti di gerarchizzazione e di connessione legati alla geomorfologia fluviale quantitativa delle reti fluviali.

Nel secondo capitolo sono stati introdotti gli elementi di morfometria fluviale e le leggi di Horton-Strahler seguendo l'approccio formale della teoria dei grafi e della teoria delle reti, con la definizione del grado di giunzione, grado medio, grado complessivo (o totale) di una rete fluviale.

Nel terzo capitolo è stata trattata la formalizzazione della rete deterministica di Peano con la definizione delle proprietà geometriche e topologiche, e dei predetti parametri di rete. In particolare, mentre per una generica rete fluviale il grado di giunzione di una specifica sotto-struttura di ordine ω risulta dipendente soltanto dal numero di nodi sorgente e quindi dall'ordine gerarchico per un solo valore minimale, viceversa, in considerazione della regolarità dello schema iterativo generante la rete fluviale di Peano, detto parametro si relaziona, in modo deterministico, sia all'ordine della sotto-struttura che al numero dei suoi nodi sorgente.

Nel quarto capitolo sono stati illustrati i nuovi sviluppi analitici inerenti la legge del grado medio di giunzione ad un determinato ordine gerarchico di Horton-Strahler, la quale risulta essere caratterizzata da un solo parametro di scala. In particolare, il grado medio di giunzione è stato valutato attraverso

una nuova relazione di scala ottenuta imponendo delle opportune condizioni al contorno ricavate dalla precedente relazione introdotta da De Bartolo et al. [17], la quale risulta essere funzione di tre parametri. Inoltre, sulla base di considerazioni di tipo asintotico e pre-asintotico sono state riformulate le condizioni al contorno, di cui sopra, stabilendo i criteri di vicinanza o distanza strutturale tra le reti naturali e quella deterministica di Peano.

Nel quinto capitolo è stata descritta la tecnica Lidar per il rilievo topografico, la quale consente la derivazione di modelli digitali del terreno (DEM) con accuratezza e risoluzione non raggiungibili dai modelli derivati da dati altimetrici acquisiti con tecniche tradizionali. Nello stesso capitolo è stato esposto, inoltre, il criterio non dispersivo di estrazione dei reticoli fluviali D8-LTD, il quale permette la determinazione delle direzioni di drenaggio a partire da DEM su griglia rettangolare.

Nel sesto capitolo è stata illustrata la valutazione della legge di scala che permette di descrivere il comportamento scala-invariante delle condizioni soglia dei canali geomorfologicamente attivi, individuate a partire dai supporti digitali di cui sopra. In particolare, è stata sviluppata una procedura atta all'analisi dell'intervallo di *scaling* delimitato dai limiti inferiore e superiore di misura (*cut-off limits*) rispetto al quale è possibile definire l'esponente di scala che caratterizza il valore medio dell'ordine di soglia di Horton-Strahler rappresentativo dell'innescò delle teste di canale per superficie di bacino.

Nel settimo capitolo vengono illustrate le applicazioni dei concetti teorici riguardanti la caratterizzazione del grado medio di giunzione per le reti fluviali naturali, nonché la capacità del parametro di uniformità nel fornire tendenzialmente indicazioni utili circa le differenze strutturali geometriche e topologiche tra le reti compatte e allungate.

Sono stati analizzati, nello specifico, sei sotto-bacini idrografici appartenenti alle Alpi orientali e agli Appennini emiliani alle scale di versante e di canale, due sotto-bacini afferenti al fiume Gabilan, California (USA), e otto sottobacini fluviali appartenenti ai sistemi fluviali dell'Appalachian Plateau, del Russian River (USA) e del Nujiang River (China). Per le reti italiane i parametri soglia sono stati valutati mediante accurate osservazioni di campo delle teste di canale. Mentre per le restanti reti ci si è avvalsi dei criteri forniti dalla letteratura specialistica. In totale sono state studiate più di settecentocinquanta strutture fluviali.

Capitolo 1

Introduzione alla teoria delle reti

1.1 Generalità

Una rete è definita come [18]: *«un intreccio di linee, reali o ideali, che si incrociano, cui ci si riferisce per indicare un sistema di collegamenti o di comunicazioni oppure una struttura complessa articolata in più punti».*

Ma negli ultimi decenni il termine ha assunto significati e importanza ben più vasti della semplice definizione dei dizionari. Forse i concetti di rete e quelli strettamente collegati di sistema e di complessità sono i più fecondi fra quelli su cui si è indagato nella seconda metà del secolo scorso. Gli scienziati infatti, da qualche tempo, hanno imparato a disegnare il tracciato delle nostre interconnessioni. Le loro mappe gettano una luce nuova sulla trama del nostro universo, offrendo sfide e sorprese fino a pochi anni fa inimmaginabili. Mappe dettagliatissime della rete Internet hanno svelato agli hacker la vulnerabilità del sistema; mappe dei rapporti finanziari e proprietari di diverse società hanno disegnato il profilo del potere e del denaro nella Silicon Valley; mappe delle interazioni fra le specie negli ecosistemi hanno aperto spiragli sull'impatto distruttivo dell'uomo sull'ambiente; mappe dei geni che lavorano insieme in una cellula hanno permesso nuove scoperte sui meccanismi del cancro. Ma la vera sorpresa è arrivata quando queste mappe sono state accostate l'una all'altra. Si è visto che, proprio come gli esseri umani che condividono strutture pressoché indistinguibili, le diverse mappe seguono un'impronta comune. Una serie di recenti scoperte importanti ci ha messi di fronte al fatto che alcune leggi naturali, di vasta portata e incredibilmente semplici, governano la struttura e l'evoluzione di tutte le reti complesse che ci circondano [2, 61, 4]. In un mondo che diventa sempre più "connesso" è importante infatti capire i meccanismi e le leggi generali che permettono una trasmissione efficiente delle informazioni, dell'energia o altro, ma è altrettan-

to importante capire che cosa può rendere tremendamente vulnerabile una siffatta rete. Gli esempi più frequentemente studiati sono rappresentati dalle reti di computer connessi fra loro da linee telefoniche, dalle reti metaboliche all'interno di una cellula (o di un organismo biologico più complesso) in cui i diversi elementi sono collegati fra loro da reazioni chimiche, dalle diverse relazioni esistenti fra le persone appartenenti ad una certa comunità, dalla rete di neuroni all'interno del cervello.

La varietà, la complessità e l'eterogeneità delle reti è grande. Lo studio dei sistemi complessi è considerato da molti una nuova disciplina scientifica, con applicazione in numerosi campi diversi. Un modo efficiente per studiare un sistema complesso è quello di scomporlo in più parti semplici, comprenderne il funzionamento e poi cercare di ricomporre il sistema originale. Il riduzionismo è la forza che ha guidato gran parte della ricerca scientifica del XX secolo. Per comprendere la natura, affermano i suoi sostenitori, occorre anzitutto decifrarne le componenti. L'assunto è che, una volta comprese le singole parti, sarà facile afferrare l'insieme. Per decenni, quindi, siamo stati abituati a vedere il mondo attraverso tutti i suoi costituenti. Fra breve avremo esaurito tutto quello che c'è da sapere sui singoli pezzi. Eppure non ci siamo granchè avvicinati alla comprensione della natura nel suo insieme. La realtà è che il riassetto si è rilevato molto più difficile di quanto gli scienziati si aspettassero, e per una semplice ragione: inseguendo il riduzionismo ci siamo imbattuti nel muro della complessità. Abbiamo capito che la natura non è un *puzzle* perfettamente disegnato, con tutti i pezzi che si incastrano in un'unica maniera. Nei sistemi complessi le componenti possono combaciare in così tanti modi diversi che ci vorrebbero miliardi di anni per provarli tutti. Eppure la natura assembla i suoi pezzi con una grazia e una precisione perfezionate nel corso di milioni e milioni di anni. Lo fa sfruttando le leggi onnicomprendenti dell'autorganizzazione, le cui radici continuano a essere per noi un profondo mistero. Oggi ci rendiamo sempre più conto che niente succede isolatamente; fenomeni ed eventi sono perlopiù connessi con innumerevoli altri pezzi di un complesso *puzzle* universale, si causano l'un l'altro e interagiscono fra loro. Ci accorgiamo ormai di vivere in un mondo piccolo, in cui ogni cosa è collegata alle altre. E' in atto una rivoluzione dove scienziati di ogni disciplina scoprono che la complessità ha un'architettura ben precisa. Siamo arrivati a capire l'importanza delle reti. Di questi tempi, con Internet (vedi Figura 1.1) che governa la nostra vita, la parola *rete* è sulle labbra di tutti, onnipresente nei nomi delle aziende e nei titoli dei giornali popolari. Tuttavia, sono pochissimi a rendersi conto che, nel suo rapido sviluppo, la scienza delle reti sta scoprendo fenomeni molto più rivelatori ed eccitanti di quanto l'uso casuale della parola *rete* abbia mai suggerito. Alcune di queste scoperte sono così recenti che, all'interno della comunità scientifica,

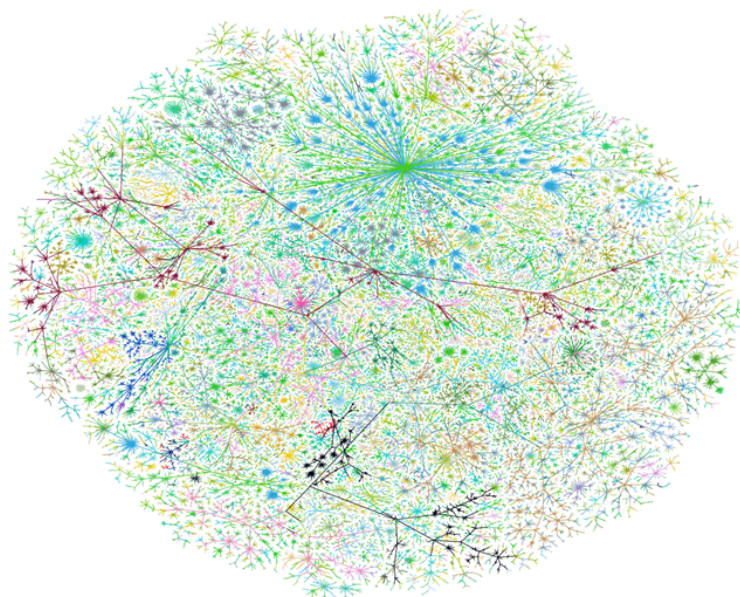


Figura 1.1: Schematizzazione della rete globale di Internet (Immagine tratta dal Web).

circolano ancora come studi non pubblicati [2]. I loro risultati aprono una nuova prospettiva sul mondo interconnesso che ci circonda, indicando come le reti domineranno il nuovo secolo a livelli molto più ampi di quanto siamo per ora disposti a riconoscere. Esse forgeranno le linee fondamentali della nostra visione del mondo nei tempi a venire. Le reti sono ovunque.

Esistono moltissime tipologie di reti, ma essenzialmente sono tutte caratterizzate dalle seguenti componenti: *un insieme di nodi e un insieme di connessioni fra i nodi.*

Le iterazioni fra i nodi attraverso le connessioni portano al comportamento globale del sistema, comportamento che non può essere osservato nelle singole componenti. Le capacità della rete sorpassano quelle dei singoli e, molto spesso, anche quelle della semplice somma dei singoli comportamenti, facendone un agglomerato estremamente potente. Sicuramente il tipo e il numero dei "nodi" di una rete condizionano molto il comportamento finale del sistema, ma, recentemente, lo studio della topologia, della forma della rete, ha assunto grande importanza.

Per chiarire meglio il concetto di rete facciamo alcuni esempi. Come è ben noto, in una cellula, costituente elementare di ogni organismo vivente, il nucleo contiene un certo numero di cromosomi formati da filamenti di DNA. Ogni cellula contiene, nel suo DNA, l'intero patrimonio genetico, il genoma,

dell'organismo del quale fa parte e che ne determina le caratteristiche. La maggior parte di questo patrimonio è, naturalmente, comune agli altri individui della stessa specie: ma per una piccola percentuale è unico e distintivo. L'unità funzionale del genoma è il gene: attraverso reazioni chimiche ben precise esso codifica le informazioni per la produzione delle proteine, necessarie per il funzionamento dell'organismo. Le proteine sono responsabili di qualsiasi reazione chimica essenziale per la vita, per la costruzione di componenti di un organismo o per la regolazione delle sue funzioni. Gli ormoni, gli enzimi e i neurotrasmettitori sono tutti proteine. Ora, l'*Escherichia coli*, batterio presente nell'intestino umano, ha un solo cromosoma e 4500 geni, il *Saccharomyces cerevisiae*, il lievito che fa gonfiare il pane o fermentare il vino e la birra ha 16 cromosomi e circa 6000 geni, la *Drosophila melanogaster*, il noto moscerino della frutta ha 8 cromosomi e 13000 geni, il *Caenorhabditis elegans*, un verme nematode di circa un millimetro di lunghezza ha 12 cromosomi e 19000 geni, l'*Arabidopsis thaliana*, una pianta infestante della famiglia della senape ha 5 cromosomi e 25000 geni, l'*Homo sapiens* ha 26 cromosomi e qualcosa fra 30000 e 40000 geni [89].

In Figura (1.2) è riportato come esempio il grafo relativo alla rete di iterazioni tra specie animale.

E' chiaro che la differenza tra le specie di questi organismi non può essere dovuta solo al numero delle componenti dei rispettivi patrimoni genetici. La

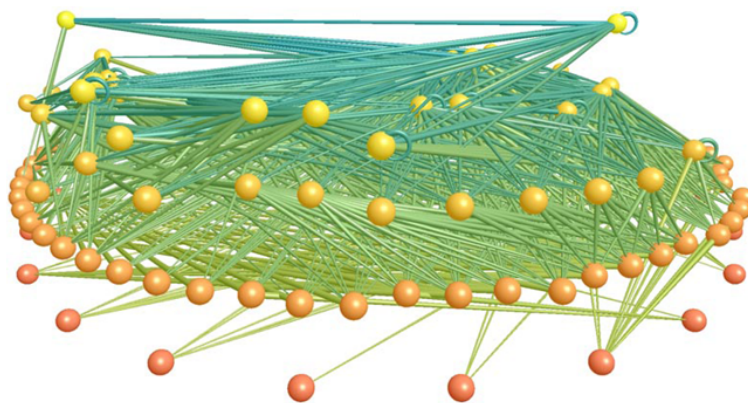


Figura 1.2: Rete di iterazioni tra specie animale (Immagine tratta dal Web).

forma e il tipo delle connessioni delle responsabili della sintesi proteica deve avere un'importanza molto maggiore di quanto finora è stato ipotizzato.

Le reti del mondo reale non hanno un'architettura disegnata da qualche entità esterna, ma sono autorganizzate dalle azioni di un gran numero di individui. Quindi lo studio delle proprietà topologiche e la costruzione di modelli

previsionali è di fondamentale importanza per la comprensione di sistemi complessi in molti campi [1].

1.2 Reti e grafi

La rappresentazione più nota di una rete è quella che viene fatta disegnando dei punti (i nodi) e delle linee che li collegano (archi). Questa è anche la forma di una famiglia di oggetti noti in matematica come *grafi*.

Nella metà del XVIII secolo Eulero aveva scritto un breve saggio su un curioso problema sorto a Königsberg, una cittadina non molto lontana da San Pietroburgo. L'economia fiorente permise la costruzione di ben sette ponti sul fiume (vedi Figura 1.3); quasi tutti connettevano l'elegante isolotto di Kneiphof, chiuso fra i due rami del Pregel, con le altre parti della città. Due di essi attraversavano i due rami del fiume. Gli abitanti di Königsberg si

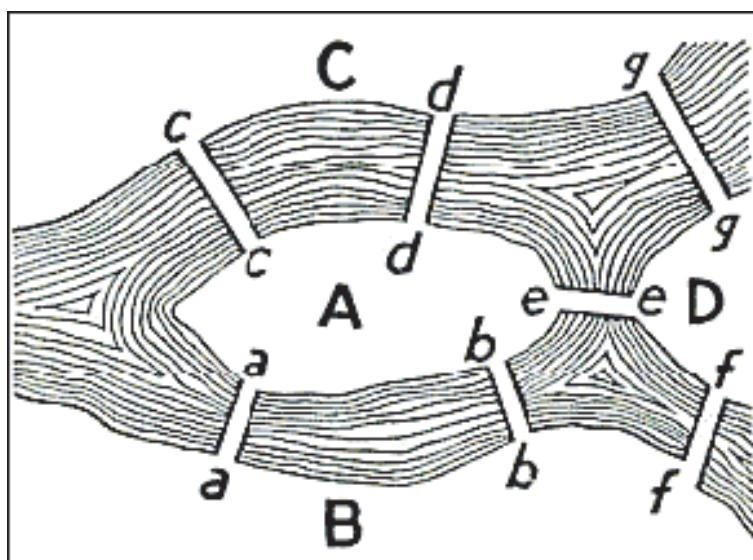


Figura 1.3: Ponti di Königsberg (Immagine tratta dal Web).

divertivano con rompicapi del tipo: «E' possibile compiere una passeggiata lungo i sette ponti senza mai attraversare lo stesso due volte?». Nessuno fu in grado di trovare la soluzione finché, nel 1875, fu costruito un altro ponte. Nel 1736, circa centocinquant'anni prima dell'edificazione del nuovo ponte, Eulero offrì una rigorosa dimostrazione matematica dell'esistenza di un simile percorso. Non soltanto risolse il problema di Königsberg, ma con il suo breve saggio inaugurò, senza saperlo, una prolifica branca della matematica conosciuta come *teoria dei grafi*. Oggi la teoria dei grafi è alla base della

nostra concezione delle reti. Nei secoli che seguirono la teoria si sviluppò fino a diventare una disciplina autonoma, che beneficiò del contributo di quasi tutti i matematici più importanti. Eulero introdusse il primo grafo con una dimostrazione molto semplice ed elegante. Non fu però la dimostrazione a passare alla storia, bensì il passaggio intermedio che portò alla soluzione del problema. La grande intuizione di Eulero fu concepire i ponti di Königsberg come un *grafo*, ossia, come accennato prima, un insieme di *Vertici V o nodi connessi da spigoli o link* che formano un insieme E . A questo scopo egli utilizzò i nodi per rappresentare ognuna delle quattro regioni di terre separate dal fiume, contrassegnandole con le lettere A, B, C e D. Considerò poi i ponti come link, e unì con dei segmenti di retta le regioni di terraferma collegate da un ponte. In questo modo ottenne un grafo dove i nodi erano le regioni di terra e i link erano i ponti. Per dimostrare che a Königsberg non esisteva un percorso che attraversasse un'unica volta tutti e sette i ponti, Eulero si basò su una semplice osservazione. I nodi con un numero dispari di link dovevano trovarsi all'inizio o alla fine del cammino. Un percorso continuo che attraversi tutti i ponti può avere soltanto un punto di partenza e uno di arrivo. Di conseguenza, su un grafo che abbia più di due nodi con un numero dispari di link un percorso simile non può esistere e, avendo il grafo di Königsberg quattro nodi del genere, l'ambita passeggiata era impossibile. L'aspetto più importante della dimostrazione di Eulero è che l'esistenza del percorso non dipende dalla nostra capacità di trovarlo, ma è *una proprietà del grafo*. Data la configurazione dei ponti di Königsberg, anche se fossimo intelligentissimi, non riusciremmo mai a compiere la passeggiata desiderata. Gli abitanti di Königsberg concordarono infine con Eulero, rinunciarono alla loro vana ricerca e nel 1875 costruirono un nuovo ponte fra B e C, portando a quattro il numero di link di questi due nodi. A quel punto restavano soltanto due nodi (A e D) con un numero dispari di link e la passeggiata era diventata possibile.

Per oltre due secoli la struttura del grafo di Königsberg ha impedito ai suoi cittadini di risolvere il loro rompicapo preferito. Ma è bastato l'aggiunta di un solo link, per rimuovere d'incanto l'ostacolo. Sotto molti aspetti il risultato di Eulero contiene un messaggio molto importante: *la struttura e la costruzione di grafi e reti sono la chiave per comprendere il mondo complesso che ci circonda*. Piccoli cambiamenti nella topologia, riguardanti solo qualche nodo o qualche link, possono aprire varchi nascosti e far emergere nuove possibilità [28].

Dopo Eulero la teoria dei grafi ebbe una vera e propria esplosione, grazie al contributo di giganti della matematica quali Cauchy, Hamilton, Cayley e Polya. Questi scienziati scoprirono quasi tutto ciò che oggi sappiamo su grandi grafi ordinati quali, per esempio, il reticolo formato dagli atomi di un

cristallo o quello delle cellette esagonali fabbricate dalle api nel favo. Fino alla metà del XX secolo questa teoria aveva un obiettivo molto semplice: scoprire e catalogare le proprietà dei vari grafi [56].

La tecnica usata da Eulero si dimostrò di utilità molto maggiore che non la semplice soluzione di puzzle. Il fisico tedesco Gustav Kirchhoff analizzò i circuiti elettrici in termini di grafi e i chimici trovarono una naturale corrispondenza fra grafi e strutture di atomi e molecole. Un grafo descrive anche una rete di trasporti, una rete neurale del cervello di un essere vivente o un'economia nella quale le aziende sono i nodi e le transazioni fra di esse sono gli archi [2, 26].

La terminologia impiegata nello studio delle reti è stata in buona parte influenzata dai differenti usi, nei diversi campi di applicazione. Con l'intento di ridurre al minimo le divergenze e le incomprensioni sulle definizioni maggiormente utilizzate nei vari contesti applicativi è incluso di seguito un breve glossario dei concetti base impiegati nel presente lavoro di tesi.

- *Nodo*: rappresenta l'unità fondamentale di una rete. Esso assume terminologie differenti a secondo il campo di utilizzo. Infatti è denominato "vertice" nell'ambito matematico; sito o cellula nell'ambito fisico; agente nell'ambito computazionale; attore nell'ambito sociologico. Nel presente lavoro di tesi, ossia in ambito geomorfologico fluviale quantitativo, impiegheremo il termine di "nodo giunzione".
- *Arco*: è un elemento che connette o relaziona due nodi di una rete (per esempio un legame chimico tra due atomi). Nel contesto del presente lavoro di tesi tale termine è rappresentato dalle "aste" e/o "canali".
- *Rete o grafo*: in termini generali è una collezione di elementi (nodi) e relazioni o connessioni (archi). Si denomina una rete complessa quando il numero di questi elementi è elevato e la topologia risultante non mostra principi evidenti di progetto. Il termine rete viene utilizzato indistintamente per riferirsi tanto alla rappresentazione matematica come per un modello di sistema, mentre il termine grafo si riferisce unicamente alla sua rappresentazione.
- *Archi orientati e non orientati*: quando due archi $(a_i, a_j) = (a_j, a_i)$ sono equivalenti, questi vengono denominati archi non orientati. In caso contrario, gli archi vengono denominati orientati. Una rete si chiama orientata quando contiene archi orientati. Una rete non orientata può essere rappresentata da una non orientata sostituendo in ciascun arco non orientato una coppia di archi orientati in uno di ciascun percorso.

- *Grado*: il grado k_i di un nodo V_i è rappresentato dal numero di archi connessi a detto nodo. Il grado non è necessariamente uguale al numero di nodi adiacenti in quanto può avere più di un arco entrante a parità di nodi. Alcuni autori impiegano indistintamente il termine connettività per indicare questo concetto, anche se quest'ultimo assume un significato differente nella teoria dei grafi. In un grafo orientato possiamo in qualche modo definire due gradi per ciascun nodo, il grado di entrata k_i^{in} e il grado di uscita k_i^{out} pari rispettivamente al numero di archi entranti e uscenti. Pertanto per ciascun nodo di una rete si verifica che $k_i = k_i^{in} + k_i^{out}$. Nel presente lavoro di tesi tale parametro assumerà una particolare connotazione nell'ambito delle strutture fluviali gerarchizzate mediante le relazioni di Horton-Strahler.
- *Adiacenza*: due nodi V_i e V_j si dicono adiacenti quando sono direttamente connessi almeno da un arco (V_i, V_j) o (V_j, V_i) .
- *Matrice di adiacenza*: una rete topologica può essere rappresentata anche attraverso una matrice di adiacenza $A = (a_{ij})$, $1 < i, j < N$. Se per una coppia di nodi V_i e V_j a_{ij} rappresenta il numero di archi che connettono il primo con il secondo nodo, quando la rete non è orientata la matrice A è simmetrica. Nel caso più semplice, quello di rete topologica (senza pesi), possiamo formalizzare la nozione di rete $G = (V, A)$ mediante una coppia ordinata di insiemi V e A tali che $V \neq \phi$ e $A \subset V \times V$, essendo $V = (a_i)_{i=1}^L$ l'insieme di nodi e N il numero di nodi o grandezza delle rete. $A = (a_i)_{i=1}^L$ rappresenta l'insieme di archi $r_i \in A \times A$ e L il numero complessivo di archi della rete. La rete si rappresenta graficamente mediante un insieme di punti e linee, ciascuna dei quali associata rispettivamente a un nodo o arco. Due punti sono uniti da una linea quando i nodi corrispondenti risultano connessi da un arco.
- *Multigrafo*: una rete che può dirsi costituita da un insieme finito di vertici e da archi che collegano due vertici o un vertice con sé stesso (in tal caso l'arco viene denominato cappio), con la possibilità che due vertici siano collegati da più archi distinti (e che un vertice presenti più cappi distinti).

1.3 Proprietà delle reti

Dovettero trascorrere due secoli dalle scoperte di Eulero prima che, dallo studio delle proprietà dei grafi, gli studiosi passassero alla questione fonda-

mentale, ossia in che modo i grafi - o più comunemente le reti - fanno la loro comparsa. Come nascono le reti che vediamo nel mondo reale? Quali sono le leggi della loro formazione e la loro struttura? Queste domande, e le loro prime risposte, non giunsero fino al 1950, quando due matematici ungheresi rivoluzionarono la teoria dei grafi. Paul Erdős e Alfred Reny, con una produzione di otto lavori, trattarono per la prima volta nella storia una questione di importanza fondamentale per capire il nostro universo interconnesso: come si formano le reti? La soluzione poneva le basi della teoria delle reti casuali. A un ricevimento con dieci invitati, dove gli ospiti non si conoscono tra loro, ben presto si creeranno piccoli gruppi di conversazione, ossia dei legami sociali. In un primo tempo i gruppi saranno isolati perchè, nonostante l'esistenza di legami sociali, ogni ospite fuori dal gruppo è ancora un estraneo. Dopo un pò tre ospiti si sposteranno verso altri gruppi ed emergerà un campanello gigante. Benchè gli ospiti non si conoscano ancora tutti fra loro, saranno compresi in un'unica, nuova rete sociale. Infatti si comincia da una certa quantità di nodi e si aggiungeranno a caso dei link fra un nodo e l'altro, cioè gli incontri casuali tra gli ospiti. Se i link aggiunti sono pochi, l'unica conseguenza sarà il formarsi di alcune coppie di nodi; se invece si prosegue nell'operazione, inevitabilmente alcune di queste coppie si collegheranno formando dei *cluster* più grandi. Ma se si aggiunge un numero sufficiente di link in maniera che ogni nodo ne abbia almeno uno, succederà un miracolo: emergerà un unico cluster gigante. I nodi, cioè, diventeranno tutti parte di un unico insieme dove, spostandosi lungo i link, si potrà sempre passare da un nodo all'altro. Se prendiamo delle coppie di nodi a caso all'interno di una rete e le connettiamo tra loro, succede qualcosa di speciale: dopo l'aggiunta di un certo numero di link la rete si trasforma radicalmente. Prima abbiamo un fascio di piccoli cluster isolati, gruppi disparati di persone che comunicano soltanto all'interno di un singolo gruppo; dopo otteniamo un cluster gigante in cui, praticamente, tutti i nodi sono collegati.

Ognuno di noi vive all'interno di un grande cluster: la rete sociale di tutto il mondo, da cui nessuno è escluso. Anche se non conosciamo personalmente ogni singolo abitante del pianeta possiamo avere la garanzia che, in questa ragnatela di persone, c'è sempre un collegamento fra noi e chiunque altro, così come c'è sempre un collegamento fra due neuroni del nostro cervello, o fra due società nel mondo degli affari, o fra due sostanze chimiche nel nostro corpo. Niente resta al di fuori di questa rete della vita altamente interconnessa. Paul Erdős e Alfred Renyi ci hanno spiegato il perchè: basta che ci sia un solo link per ogni nodo, e si è connessi. E' sufficiente un solo conoscente per ogni individuo, il collegamento con almeno un altro neurone per ogni neurone nel nostro cervello, la possibilità di partecipare ad almeno una reazione chimica per ogni sostanza del nostro corpo, l'opportunità di scambio

con almeno un'altra società nel mondo degli affari.

Uno è la soglia minima. Se, in media, i nodi hanno meno di una connessione, la nostra rete si frantuma in un insieme di piccoli cluster non comunicanti fra loro. Se invece ogni nodo ha più di una connessione, ogni pericolo è superato. In natura la soglia minima di un link viene spesso e abbondantemente superata. Per un matematico nodi e link rappresentano sempre lo stesso animale: un *grafo* o *una rete*. Ogni sistema è chiaramente diverso dagli altri e quindi ci sarà pure qualche differenza nelle regole che governano le varie reti che incontriamo in natura. Sembra impossibile che un unico schema possa presiedere a sistemi così diversi. Eppure l'obiettivo finale di ogni scienziato è trovare la spiegazione più semplice per fenomeni molto complessi. Erdős e Renyi raccolsero questa sfida proponendo un elegante modello matematico in grado di descrivere tutti i grafi complessi. Poiché i diversi sistemi seguono regole disparate per costruire le rispettive reti, Erdős e Renyi ignorarono deliberatamente questa differenza suggerendo la soluzione più semplice che la natura poteva seguire: *la connessione casuale dei nodi*. Erdős e Renyi consideravano quindi i grafi, e il mondo da essi rappresentato, come fondamentalmente casuali.

La teoria delle reti casuali ci spiega come, via via che la media dei link per ogni nodo cresce, superando la soglia critica, il numero dei nodi che restano fuori del cluster gigante decresce esponenzialmente [2, 30].

La teoria di Erdős e Renyi ebbe grandissima importanza nella teoria dei grafi perché, prima di allora, la teoria non aveva mai avuto a che fare con ricevimenti, reti sociali e grafi casuali. Era una disciplina concentrata quasi esclusivamente su grafi regolari, su strutture prive di ambiguità. Erdős e Renyi si accorsero per primi che i grafi reali, dalla rete sociale alle linee telefoniche, non sono affatto regolari, ma anzi disperatamente complicati. Per questo i due studiosi stabilirono che si trattava di reti casuali, non sapendo come affrontare una simile complessità. L'assunzione di base è che ogni coppia di nodi della rete sia connessa casualmente con una probabilità p . Ciò porta ad una rete statisticamente omogenea nella quale, nonostante una fondamentale casualità, la maggioranza dei nodi ha lo stesso numero di connessione k . In particolare, la connettività segue una distribuzione di Poisson con un picco al valore k , quindi la probabilità di trovare un nodo fortemente connesso decade esponenzialmente con una legge del tipo $P(k) = e^{-k}$. Il cammino medio fra i due nodi (il numero di connessioni in sequenza che permettono di raggiungere un nodo qualunque a partire da un altro) è relativamente piccolo e la densità di raggruppamento locale (*clustering*) di sottoreti è decisamente bassa [2].

Fra le tante reti esistenti in natura una delle prime che vengono in mente è la rete sociale dei rapporti fra le persone. In questa i nodi sono gli individui ed esiste un collegamento fra due di esse se si conoscono o sono

parenti. Una rete del genere ben difficilmente è raffigurabile con un reticolo regolare, e, a differenza di una rete totalmente casuale, essa è disomogenea. L'effetto di "piccolo mondo" è abbastanza noto: due persone si incontrano e scoprono di avere conoscenti in comune. L'idea che la catena di conoscenti fra due persone qualunque al mondo fosse limitata (sei per la precisione) era stata formulata dal romanziere tedesco Frigyes Karinthy nel 1929 ed enunciata scientificamente dal sociologo Stanley Milgram nel 1967 (i famosi "sei gradi di separazione") [59]. Il Web, ad esempio, è una rete virtuale dove i nodi sono le pagine Web, che contengono di tutto: notizie, film, pettegolezzi, planimetrie, biografie, libri. Il potere del Web è tutto nei link, grazie ai quali possiamo muoverci da una pagina all'altra usando il mouse. I link ci permettono di navigare attraverso le informazioni, localizzarle e metterle insieme. I link sono le maglie che tengono insieme il tessuto della nostra attuale società dell'informazione. Rimuovere i link significherebbe far svanire il nostro genietto solennemente nel nulla. Quello che più importa però, non è la sua dimensione complessiva, bensì la distanza fra un documento e l'altro. Il Web, a differenza della società umana, ha la possibilità di percorrere i suoi link simultaneamente, in quanto è solo una questione di click. Analizzando il Web si è ottenuto che il grado di separazione è circa diciannove [2].

Rispetto ai sei, i diciannove gradi di separazione possono sembrare tantissimi, ma non è così.

La teoria dei grafi casuali, così semplice, sembrava appartenere alle verità eterne, invece oggi si è scoperto che la natura ha preferito adottare alcune leggi fondamentali. D'altra parte, studi empirici effettuati su reti biologiche, sociali o tecnologiche hanno mostrato che esistono decise deviazioni da questa struttura casuale [61]. Quando Hawoong Jeong iniziò a costruire il robot per mappare il Web, c'erano delle aspettative piuttosto ingenuie sul tipo di rete che si sarebbe ottenuta. La sorpresa arrivò quando si cercò di adattare l'istogramma del grado di connessione dei nodi in un grafico bilogarithmico [89]. Il risultato rivelò che la distribuzione dei link su varie pagine Web seguiva una precisa espressione matematica, detta *legge di scala* o anche *legge di potenza*. In formula, Barabási ha stabilito empiricamente che il numero N di nodi con k link in ingresso è pari a [2]:

$$N(k) = k^{-\gamma} \quad (1.1)$$

con γ esponente da individuare.

Negli ultimi decenni gli scienziati si sono accorti che, occasionalmente, la natura genera grandezze che, anziché una curva a campana, seguono una distribuzione regolata da una legge di potenza. A differenza delle curve a campana, una legge di potenza non ha un picco. Un istogramma che segue una legge di potenza si presenta piuttosto come una curva decrescente

con continuità, a indicazione del fatto che molti piccoli eventi coesistono con pochi grandi eventi. Se l'altezza degli abitanti di un pianeta immaginario seguisse una distribuzione regolata da una legge di potenza significherebbe che, pur essendo quelle creature tendenzialmente molto basse, nessuno si stupirebbe nel vedere di tanto in tanto un mostro di trenta metri spuntare per strada. Su sei miliardi di abitanti, infatti, almeno uno sarebbe alto più di duemila metri. Il tratto peculiare di una legge di potenza, quindi, non è soltanto la presenza di molti piccoli eventi, ma la loro coesistenza con eventi molto grandi. Eventi straordinari che, in una curva a campana, risultano semplicemente esclusi.

Ogni legge di potenza è caratterizzata da uno specifico *esponente* (vedi Relazione (1.1)) che, per esempio nel Web, indica quante sono le pagine più popolari in rapporto a quelle meno popolari. Poiché nelle reti la legge di potenza descrive il grado di distribuzione, l'esponente è spesso chiamato *esponente di grado*. Le notevoli differenze, visive e strutturali, fra una rete casuale e una descritta da una legge di potenza si chiariscono mettendo a confronto una mappa delle linee aeree degli Stati Uniti con una cartina stradale, dove le città sono i nodi e le strade sono i link. La cartina si presenta come una rete abbastanza uniforme: ogni grande città ha almeno un collegamento con il sistema autostradale e non esistono città servite da centinaia di strade. I nodi tendono dunque a somigliarsi: tutti, all'incirca, hanno lo stesso numero di link. Una simile uniformità è tipica delle reti casuali con una distribuzione a picco. La mappa aerea è radicalmente diversa. I nodi sono gli aeroporti e i link i voli diretti che collegano gli aeroporti. Osservando le rotte disegnate sulle riviste che si trovano dietro il sedile di ogni aeroplano, non si può fare a meno di notare la presenza di alcuni hub come Chicago, Dallas, Denver, Atlanta o New York, da cui partono voli per quasi tutti gli altri aeroporti statunitensi. Gli aeroporti sono in stragrande maggioranza nodi piccoli, con pochi link che li connettono a uno o più hub. Diversamente nella cartina stradale, dove i nodi tendono a equivalersi, nella mappa delle linee aeree pochi hub connettono fra loro centinaia di piccoli aeroporti [6]. Una disparità analoga caratterizza le reti con un grado di distribuzione regolato da una legge di potenza. Le leggi di potenza esprimono in termini matematici il fatto che nelle reti del mondo reale la maggioranza dei nodi ha solo pochi link, e questi innumerevoli piccoli nodi coesistono con pochi grandi hub, dotati invece di un numero eccezionalmente alto di link. I pochi link che connettono fra loro i nodi più piccoli non sono sufficienti a garantire la piena interconnessione della rete. Questa funzione è assicurata dalla sporadica presenza di hub, che impediscono alla rete di frammentarsi. In una rete casuale il picco di distribuzione indica che i nodi hanno quasi tutti lo stesso numero di link, e quelli che deviano dalla media sono molto rari. Di conseguenza, per ciò

che concerne la connettività dei nodi, una rete casuale ha una tipica scala, rappresentata dal nodo medio e fissata dal picco del grado di distribuzione. Nella distribuzione regolata da una legge di potenza, invece, l'assenza di un picco indica che nelle reti del mondo reale non esiste nulla come un nodo caratteristico. Ciò che si osserva è invece una gerarchia continua di nodi, che va dai pochi diffusi hub agli innumerevoli piccoli nodi. Subito dopo l'hub più grande ne vengono due o tre più piccoli, seguiti a loro volta da decine di hub ancora più piccoli e così via, per finire con una moltitudine di nodi piccolissimi.

La distribuzione regolata da una legge di potenza ci obbliga quindi ad abbandonare l'idea di una scala o un nodo caratteristico. In una gerarchia continua non c'è un singolo nodo che possiamo isolare dicendo che rappresenta tutti gli altri. Queste reti non hanno una scala intrinseca. Quindi si iniziò a descrivere le reti che avevano un grado di distribuzione regolato da una legge di potenza come reti «a invarianza di scala». Non appena ci si rese conto che, in natura, gran parte delle reti complesse ha un grado di distribuzione regolato da una legge di potenza, il termine *reti a invarianza di scala* conquistò rapidamente tutte le discipline che avevano a che fare con le reti complesse. La scoperta delle leggi di potenza, ad esempio nel Web, ci ha costretto a prendere atto dell'esistenza degli hub. La distribuzione secondo una legge di potenza, con il suo rapido decrescere, accoglie con assoluta naturalezza l'anomalia rappresentata da questi nodi con tantissimi link. Prevede che ogni rete a invarianza di scala abbia parecchi grandi hub, che definiscono in modo fondamentale la topologia della rete. La scoperta che le reti più importanti da un punto di vista teorico, dal World Wide Web alla rete di relazioni all'interno della cellula, sono perlopiù reti a invarianza di scala diede legittimità agli hub. Questi nodi determinano la stabilità strutturale, il comportamento dinamico, la robustezza e la tolleranza ad attacchi ed errori delle reti del mondo reale, e sono la prova della grande importanza dei principi organizzativi che governano l'evoluzione delle reti.

Le reti del mondo reale sono governate da due leggi: la *crescita* e il *collegamento preferenziale*.

A. *Crescita*: in ogni dato intervallo di tempo aggiungiamo un nuovo nodo alla rete. Questa fase evidenzia il fatto che le reti si formano un nodo alla volta.

B. *Collegamento preferenziale*: assumiamo che ogni nuovo nodo abbia due link per connettersi ai nodi già presenti. La probabilità che scelga un certo nodo è proporzionale al numero di link da questi posseduto. Ossia: data la scelta fra due nodi, di cui il primo ha due volte i link del secondo, le probabilità che la scelta ricada sul primo sono esattamente doppie (*i ricchi diventano sempre più ricchi*) [2].

Ogni volta che ripetiamo A e B aggiungiamo un nuovo nodo alla rete, ge-

nerando così, nodo dopo nodo, una rete in espansione continua, presto nota come *modello a invarianza di scala*. Senza il collegamento preferenziale una rete in crescita manifesta un grado di distribuzione esponenziale simile a una curva a campana, escludendo gli hub. Senza crescita, torniamo ai modelli statici incapaci di generare le leggi di potenza. Infine per capire meglio la differenza tra le reti casuali e quelle a invarianza di scala è bene osservare la Figura (1.4), la quale fornisce i diversi tipi di distribuzione in accordo al numero di nodi per k archi.

Nel prossimo capitolo verranno introdotti gli elementi di geomorfologia che stanno alla base della morfometria fluviale. Tali elementi verranno altresì relazionati alle caratteristiche della teoria delle reti appena enunciata. Inoltre, verranno introdotti gli elementi della geomorfologia fluviale con particolare riguardo alla scala di bacino, i quali forniranno le basi teoriche per la trattazione quantitativa dei predetti concetti della teoria delle reti nell'ambito appunto dell'idraulica e della geomorfologia fluviale.

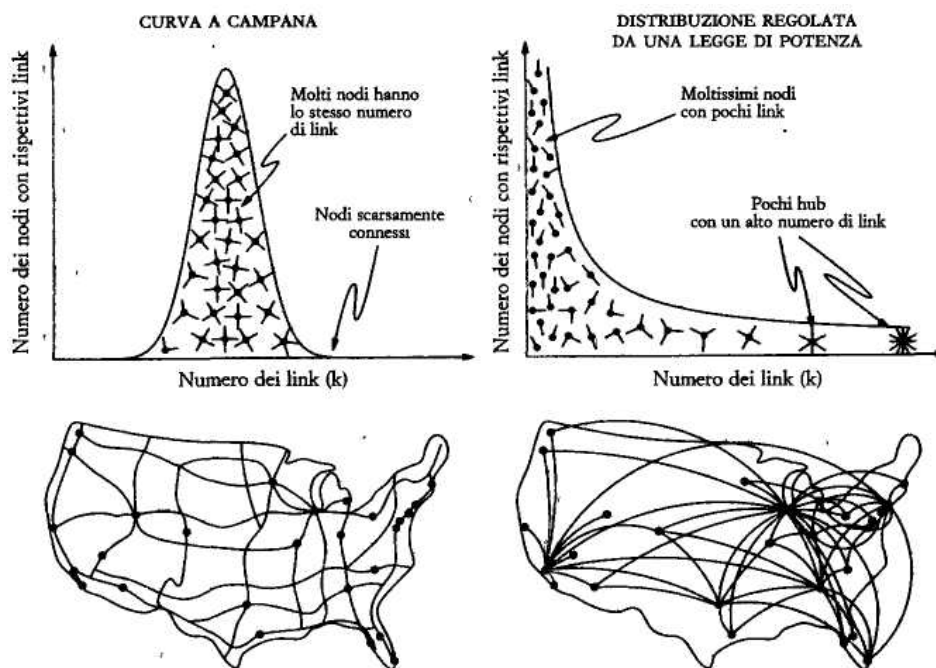


Figura 1.4: Reti casuali e a invarianza di scala (Immagine tratta dal Web).

Capitolo 2

Elementi di geomorfologia fluviale a scala di bacino

2.1 Introduzione alla geomorfologia fluviale

La geomorfologia è la scienza che si occupa della morfologia della Terra, cioè della forma del territorio, della sua origine ed evoluzione.

Più in particolare, studia le correlazioni tra la morfologia del terreno, le sue caratteristiche litologiche e gli agenti che lo hanno modellato. La geomorfologia studia inoltre la storia e la dinamica del territorio al fine di predirne i futuri cambiamenti attraverso la combinazione di osservazioni, esperimenti fisici, e modelli matematici [39, 40]. La disciplina è praticata anche nella geodesia, nella geologia, e nell'ingegneria ambientale. I primi studi della geomorfologia trovano fondamento nella pedologia, uno dei due rami della scienza della terra. Il territorio evolve in risposta a una combinazione tra processi naturali e antropogeografici. Il territorio viene modellato attraverso il sollevamento delle placche tettoniche e il vulcanismo. La spoliatura del territorio avviene anche attraverso l'erosione e il mass wasting, che produce sedimenti trasportati e depositati altrove all'interno del territorio o al largo. Il territorio viene inoltre modificato da fenomeni di subsidenza, sia a causa di cambiamenti della tettonica sia dovuti ai depositi sedimentari. Questi processi sono a loro volta influenzati in modo diverso dal clima, dall'ecologia e dall'attività umana. Altri settori particolari della geomorfologia sono rappresentati ad esempio dallo studio e previsione delle frane; dalla dinamica fluviale e di tecniche di messa in sicurezza; dalla protezione delle coste; dalla valutazione della presenza di acqua su altri pianeti come Marte (esogeomorfologia), etc.

Il primo modello geomorfologico consisteva nel ciclo geografico o ciclo dell'e-

rosione, sviluppato da William Morris Davis tra il 1884 e il 1899. Tale ciclo era una conseguenza della teoria dell'evoluzione formulata da James Hutton (1726-1797). Occupandosi della forma delle valli, il ciclo è presentato come una sequenza nella quale un fiume era solito scavare una valle, sempre più profondamente, ma nella quale l'erosione dei fianchi vallivi avrebbe compensato in parte l'incisione con un livellamento del terreno, sebbene ad una quota minore. Questo modello è attualmente considerato troppo semplicistico, specie se applicato a situazioni pratiche. Walther Penck sviluppò un modello alternativo nel 1920, basato su cicli di risalita ed erosione, ma anche esso era troppo limitato e semplificato per spiegare la ampia varietà di forme e eventi presenti in natura [78].

La geomorfologia si occupa di studiare qualsiasi interazione tra litosfera, atmosfera, idrosfera e biosfera, andando a rilevare le forme visibili di questa interazione, ed a prevedere la loro evoluzione, sia studiando quelle passate che osservando quelle contemporanee. Per studiare e interpretare il rilievo terrestre si avvale dell'analisi quantitativa di fattori naturali strettamente legati fra loro quali ad esempio: l'energia solare, i valori di ogni passaggio nel ciclo idrologico o nel ciclo dell'acqua e il grado di movimento delle placche tettoniche (in sintonia con la geofisica) per calcolare l'età e lo sviluppo futuro delle masse terrestri. L'utilizzo e la scoperta di strumenti e tecniche di misurazione sempre più accurati ha inoltre permesso l'osservazione diretta dei processi erosivi e dei movimenti dei versanti e non solo l'analisi delle conseguenze di quei fattori. L'avvento della tecnologia, tramite simulazioni informatiche sempre più precise e complesse, ha infine permesso la nascita e il perfezionamento di modelli sempre più realistici, i quali vengono applicati per capire, prevenire e studiare zone sempre più ampie di terreno e un numero maggiore di eventi. Moltissime sono le possibilità di intervento della geomorfologia, quasi sempre legate e sovrapposte ad altre discipline, quali la Geofisica, la Geodinamica e lo studio di tipo geografico-fisico, compreso quello idraulico.

Uno dei principali settori di studio della geomorfologia è rappresentato, appunto, dalla geomorfologia fluviale, ovvero lo studio delle strutture e delle dinamiche geomorfologiche dei corsi d'acqua e dei bacini fluviali [88].

Per quanto riguarda l'assetto planimetrico di un corso d'acqua, si possono presentare varie configurazioni:

- *A canali intrecciati (braided river)* rete di canali d'acqua intrecciati fra loro all'interno di un alveo ghiaioso molto profondo ed ampio. La morfologia a canali intrecciati si presenta in corsi d'acqua dotati di un elevato carico di sedimenti e/o caratterizzati da un cambio di pendenza in corrispondenza dell'uscita sulla pianura dopo un tratto montano.

Questo perchè con la riduzione della pendenza l'energia fornita dalla corrente non è più sufficiente al trasporto della maggior parte dei materiali che il fiume fino ad allora era stato in grado di convogliare verso valle. Questi ultimi vengono quindi deposti in alveo con la conseguente formazione di isole ghiaiose e ciottolose le quali ostacolano lo scorrimento del fiume e lo costringono a dividersi in numerosi canali secondari intrecciati tra loro. I canali e i banchi di detriti che li separano sono in genere piuttosto instabili nel tempo e la loro disposizione può cambiare significativamente nel corso degli eventi di piena che coinvolgono il corso d'acqua. In Italia un tipico esempio di morfologia a canali intrecciati è il medio corso del fiume Tagliamento, in Friuli-Venezia Giulia, considerato l'ultimo fiume delle Alpi a mantenere intatta questa caratteristica. Rientrono in questa categoria anche alcune delle *fiumare* calabresi di cui al sesto punto del presente elenco.

- *Rettilineo* questo tipo di corso d'acqua possiede un particolare tipo di morfologia fluviale, consistente in tratti rettilinei dell'alveo. Sono piuttosto rari in quanto anche se le sponde sono rettilinee, il filone principale segue un percorso comunque sinuoso. In questi fiumi sono comuni gli affioramenti rocciosi e, se è presente sedimento, esso va a formare modeste barre laterali. Queste ultime sono piuttosto mobili e durante gli eventi di piena tendono a spostarsi e a riformarsi più a valle. La loro dinamica è piuttosto limitata data la ristrettezza della piana alluvionale. Fenomeni di evulsione sono possibili e spesso disastrosi all'uscita delle vallate, sui conoidi alluvionali. Sono invece processi comuni quelli dell'erosione del fondo e di sponda (creando quindi problematiche di sicurezza idraulica). Si formano soprattutto in zone montane dove le pendenze sono molto elevate e presentano forte alimentazione di sedimenti grossolani. Occupano il fondo delle valli a V e possiedono quindi una piana alluvionale limitata. Si riscontrano anche rari casi su pendenze bassissime in prossimità delle zone costiere.
- *Meandriforme* sono quei corsi d'acqua il cui tracciato planimetrico mostra delle anse arrotondate (dette appunto meandri) che si susseguono in modo più o meno ripetitivo ed uniforme. Essendo caratterizzati da pendenze modeste, i sedimenti dei fiumi a meandri sono generalmente fini e tipicamente compresi nel campo delle sabbie. La parte interna della curva è solitamente occupata dalla barra di meandro. Anche per le barre di meandro si hanno sedimenti più grossolani a monte e più fini a valle. Una delle caratteristiche più note dei fiumi meandriiformi,

è l'elevata mobilità del canale, che si realizza attraverso la migrazione ed il taglio dei meandri.

- *Anastomizzato* la morfologia fluviale consiste in una rete di fiumi pluricursali formati da 2 o più canali relativamente stabili e con sinuosità variabile, in genere meandriformi e interconnessi fra loro. Le pendenze dei canali sono bassissime. Le zone che dividono i rami non sono barriere ma porzioni di piana alluvionale con dimensioni maggiori rispetto alla larghezza dei canali. I singoli canali morfologicamente sono simili ai corsi d'acqua a canali intrecciati, anche rispetto all'evoluzione dei meandri. Risultano tuttavia avere una dinamica fluviale più lenta perchè la forte coesione delle sponde apporta un'elevata stabilità dell'alveo. Sono piuttosto rari; si possono trovare in aree dove il corso d'acqua tende ad accrescere i processi deposizionali.
- *Torrente* corso d'acqua caratterizzato, rispetto ad un fiume, da una scarsissima alimentazione da nevai o altre sorgenti regolari e costanti, da una notevole pendenza dell'alveo a monte e da una alternanza fra le magre estive e le piene autunnali e primaverili. In generale i torrenti si originano a monte in un bacino a forma di imbuto che termina in un canale di scolo dove si incanalano le acque meteoriche ed i materiali alluvionali. Il torrente termina spesso, nel suo sbocco a valle, con un conoide di deiezione in cui si accumulano, per brusca diminuzione di pendenza, i materiali alluvionali. Il corso d'acqua può confluire poi in fiumi, laghi, altri torrenti o in mare. I torrenti, a causa della loro forte azione erosiva e delle piene improvvise, possono provocare danni ai centri abitati e alle vie di comunicazione: spesso nella storia l'uomo ha tentato di modificarne il corso allo scopo di limitare i danni e sfruttare le acque convogliandole in canali.
- *Fiumara* termine con il quale, specialmente nell'Italia meridionale, si definiscono corsi d'acqua dal corso essenzialmente breve, caratterizzati da un letto assai largo e ciottoloso, impetuosi e copiosi di acque in inverno, ma totalmente secchi per il resto dell'anno. Da notare che il tratto alto delle fiumare ha spesso caratteristiche non dissimili da un torrente alpino o appenninico, cosicché scorre spesso inforato formando anche suggestive cascate. Altra caratteristica delle fiumare è anche quella di non avere una sorgente fissa: essa infatti si sposta a seconda dei periodi più a monte o più a valle dell'alto corso. Le fiumare più importanti e lunghe sono quelle presenti in Calabria (da citare la fiumara Amendolea in provincia di Reggio Calabria che presenta un greto larghissimo, ampio in alcuni punti anche 5 km) e nella parte orientale

della Sicilia. La configurazione topologica descritta dalla rete di canali attivi e idraulicamente attivi può essere di tipo intrecciato.

- *Uadi* è il letto di un torrente, quasi un canyon o canalone in cui scorre (o scorreva) un corso d'acqua a carattere non perenne. Si trova generalmente nelle regioni desertiche, ad esempio nel Sahara o nei deserti della Penisola araba. In occasione di forti piogge, a sviluppo prevalentemente locale e occasionale, lungo il suo bacino idrografico oppure alla sorgente, l'alveo del torrente si riempie in breve tempo di acque che assumono un regime accidentato e tumultuoso per un periodo determinato dall'esaurimento della scorta d'acqua prodotta dalle condizioni climatiche originanti il fenomeno.

Fiumi e torrenti non sono solo condotti d'acqua, ma anche di sedimenti. L'acqua, scorrendo sul letto del fiume, è in grado di mobilizzare i sedimenti e trasportarli a valle, sia come sedimento di fondo, sia come carico sospeso che come sedimento in soluzione. L'entità del sedimento trasportato dipende dalla disponibilità del sedimento stesso e della sua immissione nel fiume. Quindi i fiumi, attraverso la loro capacità erosiva, influiscono in misura significativa sulla morfologia del terreno.

La geomorfologia fluviale, nella definizione attuale, si occupa oltre che della comprensione dei meccanismi evolutivi delle reti di drenaggio, anche dei criteri di descrizione e classificazione. È importante, altresì, sottolineare che negli ultimi decenni ha assunto una connotazione differente, grazie anche ai suoi sviluppi morfometrici strettamente connessi sia alla teoria matematica dei grafi che alla geometria frattale.

2.2 Elementi di morfometria fluviale a scala di bacino

Un bacino idrografico è definito come quella porzione di territorio il cui deflusso idrico superficiale viene convogliato verso una fissata sezione di un corso d'acqua che è definita sezione di chiusura del bacino.

L'insieme delle linee di *impluvi* e dei corsi d'acqua presenti all'interno di un bacino costituiscono il *reticolo idrografico* [88].

Le acque di precipitazione, dopo un percorso più o meno lungo di ruscellamento diffuso, confluiscono in linee di impluvio e si organizzano in sistemi idrografici di drenaggio delimitati da linee di displuvio o di spartiacque. Ogni linea di impluvio confluisce in un'altra e questa in un'altra ancora e così via secondo la rete di canali che costituisce appunto il reticolo idrografico.

Lo sviluppo del reticolo idrografico di un bacino fluviale è determinato da vari fattori (climatici, pedologici, geomorfologici, ecc.). Da un punto di vista geomorfologico, significativi risultano essere la composizione litologica delle rocce, l'assetto tettonico delle pieghe e delle fratture, la diversa erodibilità e permeabilità dei litotipi, l'intreccio di forme e paleoforme del rilievo. Ad esempio, i corsi d'acqua tendono a evitare gli ostacoli costituiti dalle rocce più resistenti e a seguire la direzione delle pieghe e delle fratture; la rete idrografica si sviluppa più densa su terreni impermeabili e meno fitta in quelli permeabili.

Esiste una nomenclatura di classificazione dell'idrografia superficiale in base al disegno, alla densità e al tipo di confluenza delle linee di impluvio che determinano una configurazione detta *pattern*.

I principali tipi di *pattern* sono:

- *Dendritico*: di forma arborescente sviluppantesi uniformemente in ogni direzione, con un canale principale che si suddivide in rami via via meno importanti procedendo verso monte; è tipico di terreni omogenei, impermeabili e a limitata acclività.
- *Subdendritico*: si differenzia dal precedente per la direzione preferenziale ad andamento più o meno parallelo di alcuni rami; indica, oltre alle caratteristiche suddette, un certo controllo tettonico di un sistema di fratture più o meno parallele.
- *Pinnato*: si differenzia da quello dendritico per l'esigua lunghezza dei collettori secondari; è tipico di terreni omogenei, impermeabili e a morfologia pianeggiante.
- *Divergente*: da un ramo principale si dividono più collettori e da questi altri rami secondari, a formare un ventaglio; caratterizza i delta e le conoidi.
- *Convergente*: al contrario del precedente, mostra una serie di rami che si dirigono verso uno stretto tratto di confluenza; caratterizza terreni poco permeabili e a sensibile acclività.
- *Parallelo*: è costituito da collettori subparalleli fra loro; caratterizza terreni impermeabili, con un controllo strutturale di fratture subparallele e a sensibile acclività.
- *Angolato*: mostra una ramificazione con due direzioni prevalenti; indica un controllo strutturale di due fasci di faglie, fratture o discontinuità litologiche.

- *Centrifugo*: i collettori si irradiano da un'area, che può costituire un cono vulcanico, un duomo tettonico, una cupola diapirica, ecc.
- *Centripeto*: al contrario del precedente i collettori si dirigono a raggiera verso una stessa area; questa può essere una depressione tettonica, carsica, vulcanica, ecc.
- *Anulare*: i rami fluviali mostrano in prevalenza andamenti concentrici; si forma su rilievi pseudoconici a gradinata, determinata da alternanze di litotipi a diversa erodibilità.
- *Meandriforme*: ad associazioni di anse regolari più o meno simili fra loro; caratteristici, ma non esclusivi, di pianure alluvionali.
- *Anastomizzato*: fitta rete di canali che si intrecciano fra loro secondo una direzione generale prevalente; è tipico di aree a notevole sedimentazione.

Le forme del rilievo terrestre possono considerarsi come il risultato di una serie di modificazioni successive (processi erosivi tra cui l'erosione fluviale), indotte da continue trasformazioni di energia potenziale in energia cinetica. Lo studio della misura delle caratteristiche geometriche di tali forme prende il nome di morfometria fluviale.

Gli elementi di forma fondamentali, che caratterizzano un paesaggio di erosione fluviale, possono riassumersi in tre categorie. La prima è rappresentata dalle *proprietà lineari* delle reti idrografiche, ossia dall'analisi di un insieme ramificato di linee [88].

Se non si considerano le larghezze degli alvei, tutti i corsi d'acqua vengono trattati come semplici linee aventi una larghezza infinitamente piccola. Pertanto le proprietà lineari sono limitate ai numeri, alle lunghezze e all'ordinamento degli insieme dei segmenti. E' noto anche che tutti i fiumi hanno una pendenza non nulla, la quale permette di raggiungere la foce, partendo dalla sorgente; spesso, però, le misure vengono seguite sul piano di proiezione orizzontale della rete idrografica, nel qual caso lo studio è di tipo planimetrico.

Le caratteristiche geomorfiche possono essere distinte in planimetriche e orografiche: le prime esprimono le dimensioni geometriche orizzontali (per es. l'estensione ed il perimetro), la forma, l'organizzazione e lo sviluppo del reticolo fluviale, mentre le seconde esprimono il rilievo (per es. l'altezza media) e le pendenze (sia dei versanti che delle aste fluviali).

Infatti la seconda categoria riguarda le *proprietà areali* dei bacini idrografici. Anche in questo caso la superficie del terreno viene proiettata su un piano

orizzontale e studiata planimetricamente. Le proprietà areali comprendono sia le aree superficiali che la descrizione delle forme dei bacini. Le aree godono di proprietà bidimensionali ottenute come prodotto tra lunghezza e larghezza, mentre le linee hanno solo carattere unidimensionale. In generale, le aree assolvono la funzione d'intercettazione e raccolta delle precipitazioni, fornendo detriti rocciosi, mentre le linee o alvei trasportano l'acqua e i detriti fuori dall'area.

Una terza categoria è caratterizzata dalle *proprietà di rilievo*. Un rilievo può essere definito come l'insieme delle quote dei punti di una superficie con annessi sistemi lineari. Le proprietà di rilievo sono individuate dalla terza dimensione, perpendicolare alla base orizzontale, nella quale si effettuano le misure planimetriche.

2.3 Le leggi di Horton e il grado di giunzione nei reticoli fluviali

Si considerano ora le caratteristiche lineari di una rete fluviale, esaminando la composizione dei sistemi di ramificazione degli alvei rappresentati come linee (proiezioni) giacenti nel piano cartesiano. Pertanto, data una mappa contenente un reticolo fluviale sviluppato, possiamo dividere detto reticolo in singoli tratti, o segmenti fluviali, secondo una scala gerarchica di grandezza [39, 40, 85, 88, 83], assegnando ai medesimi, una serie ordinata di numeri.

Ogni ramo elementare, o *ramo sorgente*, viene designato come *segmento* o *asta del primo ordine*. Alla confluenza di due segmenti del primo ordine si origina un corso d'acqua del secondo ordine, che si sviluppa fino al punto in cui incontra un altro corso d'acqua: se quest'ultimo è del secondo ordine, allora si forma un segmento del terzo ordine. In generale, quando due segmenti di ordine w si uniscono, si forma un segmento di ordine $w + 1$. Se un segmento di ordine w intercetta un segmento di ordine $w + 1$, ($w + 2$, $w + 3$, ecc.) non si ha alcuno incremento di ordine del segmento intercettato in quel punto di confluenza, ovvero quello successivo mantiene l'ordine più alto [88].

Detti l e k gli ordini dei segmenti intersecantesi, l'ordine v del segmento risultante è dato da:

$$\omega = \max(l, k) + \delta_{lk} \quad (2.1)$$

in cui δ_{lk} rappresenta il delta di Kronecker. La successione di rami di pari ordine costituisce un canale del medesimo ordine.

In geomorfologia fluviale [83] la confluenza tra due segmenti viene denominata anche come *giunzione*. In essa si ha un incontro di tre segmenti, i primi due di monte correnti e il terzo di valle risultante. Secondo tale

gerarchia, l'ordine dell'asta terminale, Ω , è l'ordine più grande e definisce quello di chiusura dell'intero bacino.

In definitiva, una rete fluviale può essere rappresentata matematicamente da un grafo ad albero aciclico diretto (DAG), ovvero un insieme di aste connesse, i cui elementi base sono *nodi*, *rami* e *canali*. I nodi rappresentano il punto di giunzione di due (o più) tributari o le locazioni sorgenti; i rami (o archi) sono i segmenti compresi tra due nodi consecutivi; i canali sono le successioni di rami aventi lo stesso ordine. Il nodo terminale prende il nome di *radice*.

Da tale gerarchizzazione si evince che il numero di nodi, n_n , è dato dalla somma delle sorgenti, n_s , delle giunzioni, n_g , e della radice:

$$n_n = n_s + n_g + 1 \quad (2.2)$$

I numeri di giunzione, n_g , nodi, n_n , e rami, n_r , possono essere facilmente ricavati a partire dal numero di sorgenti, n_s , come segue:

$$n_g = n_s - 1 \quad (2.3)$$

$$n_n = 2n_s \quad (2.4)$$

$$n_r = n_n - 1 = 2n_s - 1 \quad (2.5)$$

Quando il numero di tributari entranti in ogni singolo nodo è maggiore di due, come nella teoria dei grafi o nella moderna teoria delle reti, è necessario caratterizzare tale topologia attraverso l'utilizzo di altri descrittori di reti. Tale particolarizzazione, alla luce sia della teoria dei grafi casuali [2] che della moderna teoria delle reti [1], assume una connotazione simbolica più articolata. In particolare, un grafo è un albero di ordine k se questo possiede k nodi e $k - 1$ archi e nessuno dei suoi sotto-grafi è un ciclo. Si definisce *grado di giunzione*, k_d , di un nodo il numero complessivo di tributari entranti e uscenti da esso, pari a 1 per tutti i nodi sorgente e per il nodo radice, in media uguale a 3 per i nodi giunzione. Si definisce *grado totale di giunzione di una rete*, \mathcal{K} , il numero complessivo di tutti i gradi di giunzione degli n nodi:

$$\mathcal{K} = \sum_n k_n \quad (2.6)$$

Per un albero di ordine k la relazione (2.6) può essere riscritta attraverso la seguente espressione:

$$\mathcal{K} = 2(k - 1) \quad (2.7)$$

In definitiva, il grado medio di giunzione è per definizione [1] il rapporto tra il grado di giunzione totale e l'ordine k ossia:

$$\langle k_n \rangle = \frac{\mathcal{K}}{k} \quad (2.8)$$

e quindi dalla relazione (2.8) per un albero di ordine k , risulta possibile ottenere:

$$\langle k_n \rangle = 2 - \frac{2}{k} \quad (2.9)$$

Quest'ultima viene anche generalmente indicata anche come il rapporto tra il *grado complessivo* o *totale* \mathcal{K} di una rete, ossia la somma di tutti i gradi di giunzione interni ordinari (radice compresa) più le locuzioni sorgente, e il numero totale di nodi, n :

$$\langle k_n \rangle = \frac{\mathcal{K}}{n} = \frac{2(n-1)}{n} = 2 - \frac{2}{n} \quad (2.10)$$

Nella definizione del grado medio di giunzione, il significato di grado è basato sulla terminologia fornita dalla recente teoria delle reti (vedi Albert and Barabási [1] e Newmann [61]) e non deve essere confuso con l'angolo di giunzione discusso da Horton [39, 40] e dai più recenti studi di Howard [41, 42]. Il grado complessivo o totale \mathcal{K} , può essere scritto anche in termini di numero archi, n_a , e in questo caso la relazione del grado medio diventa:

$$\langle k_n \rangle = \frac{2n_a}{n} \quad (2.11)$$

Il grado medio $\langle k_n \rangle$, inoltre, assume valore asintotico pari a 2 per grandi alberi cioè quelli caratterizzati da un elevatissimo numero di nodi e può essere riscritto, in accordo a quanto riportato in precedenza, anche in termini di numero di giunzioni, sorgenti e rami. Pertanto, in considerazione delle relazioni precedenti, avremo rispettivamente il grado medio di una rete ad albero in funzione:

del numero di giunzioni n_g

$$\langle k_n \rangle = \frac{2-1}{n_g+1} \quad (2.12)$$

del numero di sorgenti n_s

$$\langle k_n \rangle = 2 - \frac{1}{n_s} \quad (2.13)$$

del numero di rami n_r

$$\langle k_n \rangle = 2 - \frac{2}{n_r+1} \quad (2.14)$$

Nella Figura (2.1) è riportata la schematizzazione di una struttura hortoniana del 4° ordine con i valori numerici dei gradi di giunzione ordinari collocati sui nodi e l'elenco numerico dei valori relativo al numero di giunzioni, di sorgenti e di rami. E' possibile pertanto risalire al valore numerico del grado medio

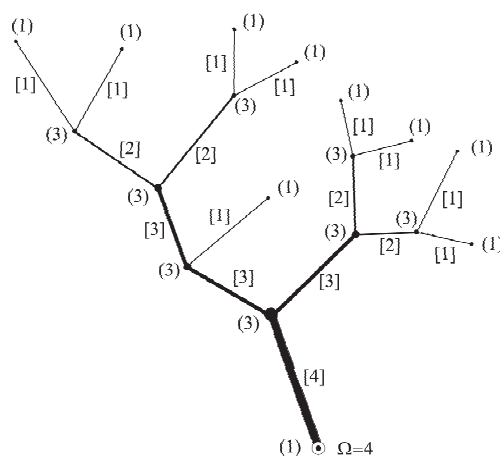


Figura 2.1: Schematizzazione di un grafo ad albero gerarchizzato secondo Horton-Strahler.

di giunzione $\langle k_n \rangle$ attraverso la seguente espressione analitica:

$$\langle k_n \rangle = \frac{\mathcal{K}}{n} = \frac{n_g(k_d) + n_s(k_d) + 1}{n_n} \approx 1.889 \quad (2.15)$$

Nel prossimo capitolo si determineranno le relazioni del grado medio di giunzione, appena descritto in questo paragrafo, per la rete deterministica di Peano al fine di poter effettuare un confronto diretto con le reti naturali. La rete di Peano, come vedremo nel prosieguo del prossimo capitolo, rappresenta un potentissimo strumento deterministico in grado di descrivere, come modello, il comportamento complessivo di una rete fluviale. Questo processo di similitudine risulta essere maggiormente affinato se viene utilizzata una grandezza mediata, come la relazione (2.15), che tenga in conto tutte le sotto-strutture gerarchiche ad un determinato ordine ω . Quest'ultime, come sarà mostrato nel prossimo capitolo, crescono uniformemente a seguito della regolarità strutturale della rete di Peano.

Capitolo 3

La rete deterministica di Peano

3.1 Introduzione

Negli ultimi decenni la geomorfologia fluviale ha assunto una connotazione differente, grazie anche ai nuovi sviluppi morfometrici strettamente connessi sia alla teoria matematica dei grafi che alla geometria frattale. Proprio quest'ultima rappresenta un nuovo approccio metodologico di studio e di approfondimento teorico sperimentale attraverso il quale si ha la possibilità di comprendere meglio i meccanismi fisici e di scala che stanno alla base della formazione e dell'organizzazione delle reti di drenaggio fluviale.

La prima interpretazione frattale dei corsi d'acqua naturali è stata fornita da Mandelbrot nel 1975 nel libro *Les objets fractals: forme, hasard et dimension* [52]. Nel 1890 il matematico Giuseppe Peano (1858-1932) pubblicò un articolo dal titolo *Sur une courbe qui remplit toute une aire plan* in cui presentava una curva che aveva la strana proprietà di riempire tutto un quadrato. Questo fatto lasciò molto perplessi poiché, per definizione, una curva è un ente geometrico ad una sola dimensione, mentre il quadrato ha due dimensioni. Eppure, la curva di Peano passa per tutti i punti del quadrato. Infatti la base dell'interpretazione di Mandelbrot venne data dalla *curva di Peano* delle sponde (spartiacque) attraverso la quale risulta possibile definire il reticolo di drenaggio fluviale in quasi tutto lo spazio di contenimento. La struttura di drenaggio così generata rappresenta una curva *plane-filling*, le cui diagonali formano un corso d'acqua di tipo cruciforme. Pertanto, peculiarità interessante è che la dimensione frattale di tale curva risulta pari a 2, in quanto il processo limite di generazione della struttura tende a riempire tutto il piano bidimensionale. Il bacino di drenaggio afferente, in accordo a quanto sopra esposto, prende il nome di *bacino di Peano*. In Figura (3.1) viene riportata la curva di Peano relativa a un reticolo fluviale caratterizzato

da 16 sotto-strutture, ciascuna delle quali ha una lunghezza totale delle aste pari a $1/4$ della diagonale del bacino ed è in grado di drenare $1/16$ dell'intera area.

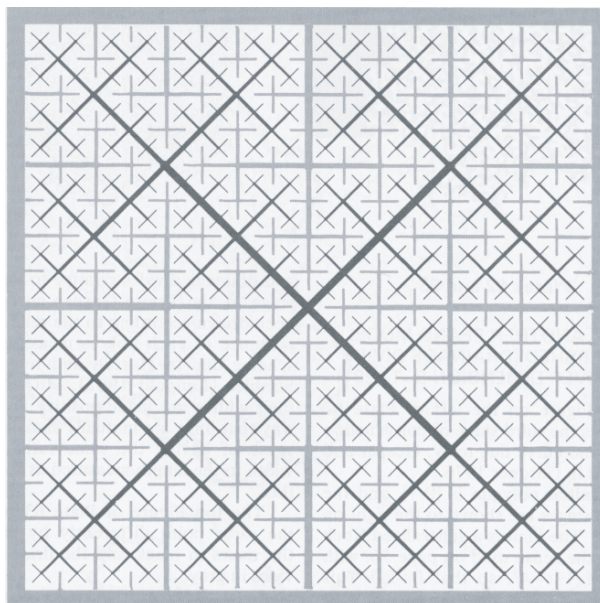


Figura 3.1: Curva di Peano costituente un reticolo fluviale ideale.

3.2 Proprietà geometriche e topologiche della rete di Peano

Le relazioni menzionate nel precedente capitolo possono essere determinate anche per la rete deterministica di Peano [17]. Questa rete può essere costruita attraverso una procedura iterativa (vedi Figura 3.2). Più specificamente, per $\omega = 1$, viene rappresentata la singola asta costituita da due soli nodi sorgente, la quale costituisce il segmento generatore iniziale. Si nota che il numero di nodi totali, essendo una sola asta, risulta essere pari a 2, ossia quello raffigurato dalle due estremità. Procedendo iterativamente, per $\omega = 2$, si ottengono due aste incrociate, rispettivamente con quattro segmenti e con cinque nodi, ossia da quattro nodi esterni e un nodo interno. Quindi se indichiamo con n_ω il numero totali di nodi e con a_ω il numero di aste si ha che il numero di nodi all'ordine $\omega + 1$ risulta pari a:

$$n_{\omega+1} = n_\omega + 3 \cdot a_\omega, \quad (3.1)$$

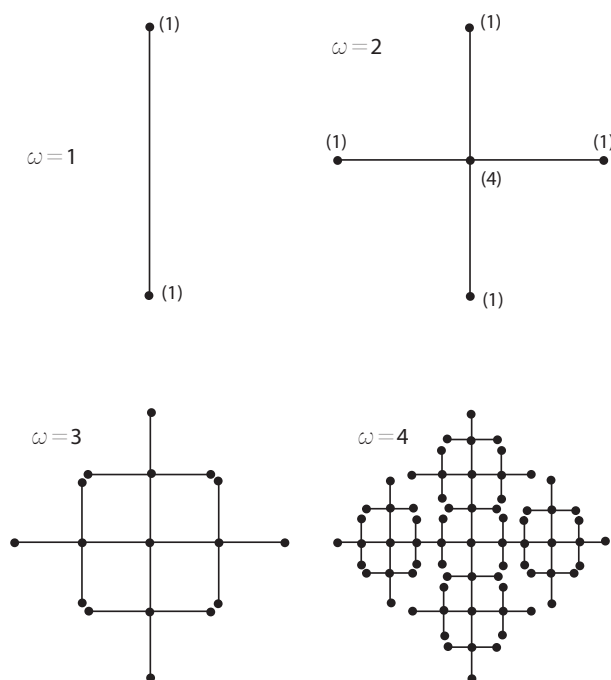


Figura 3.2: Costruzione della rete di Peano per il quarto ordine gerarchico di Horton-Strahler.

mentre per quanto concerne il numero delle aste all'ordine $\omega + 1$ questo sarà fornito dalla seguente espressione:

$$a_{\omega+1} = a_{\omega} + 3 \cdot a_{\omega} = 4a_{\omega}. \tag{3.2}$$

È interessante osservare, in generale, che le aste all'ordine ω possono essere ricavate dalla relazione

$$a_{\omega} = 4^{\omega-1}, \tag{3.3}$$

e quindi il numero totale di nodi giunzione all'ordine $\omega + 1$ può essere scritto ricorsivamente mediante la seguente equazione:

$$n_{\omega+1} = n_{\omega} + 3 \cdot 4^{\omega-1}. \tag{3.4}$$

Pertanto, in considerazione della (3.4), ad uno stadio arbitrario di generazione, ω , è possibile ottenere un numero totale di $4^{\omega-1}$ aste e un numero totale di nodi pari a:

$$n_{\omega} = 4^{\omega-1} + 1. \tag{3.5}$$

Infatti, se all'ordine $\omega + 1$ vale la relazione

$$n_{\omega+1} = n_{\omega} + 3 \cdot 4^{\omega-1} \tag{3.6}$$

risulta possibile scrivere attraverso semplici operazioni algebriche la stessa come:

$$\begin{aligned} n_{\omega+1} &= 4^{\omega-1} + 1 + 3 \cdot 4^{\omega-1} \\ &= 4^{\omega-1}(3 + 1) + 1 \\ &= 4^{\omega} + 1, \end{aligned} \quad (3.7)$$

e quindi in definitiva in considerazione del nodo di chiusura:

$$n_{\omega} = 4^{\omega-1} + 1. \quad (3.8)$$

I numeri di nodi esterni (sorgenti e terminali), n_{ω}^e , sono espressi dalla relazione [17]:

$$n_{\omega}^e = \frac{8}{3}(4^{\omega-2} - 1) + 4, \quad (3.9)$$

mentre quelli interni, n_{ω}^i , sono pari a [17]:

$$n_{\omega}^i = \frac{1}{3}(4^{\omega-1} - 1). \quad (3.10)$$

Le relazioni (3.9) e (3.10) si ottengono direttamente attraverso l'utilizzo di serie geometriche. Infatti dettagliatamente si ha che per i nodi esterni le relazioni ricorsive:

$$n_{\omega+1}^e = n_{\omega}^e + 2a_{\omega} \quad (3.11)$$

$$n_{\omega+1}^e = n_{\omega}^e + 2 \cdot 4^{\omega-1}, \quad (3.12)$$

permettono di scrivere per induzione quanto segue

$$n_{\omega}^e = n_{\omega-1}^e + 2 \cdot 4^{\omega-2} \quad (3.13)$$

$$n_{\omega-1}^e = n_{\omega-2}^e + 2 \cdot 4^{\omega-3} \quad (3.14)$$

$$n_{\omega-2}^e = n_{\omega-3}^e + 2 \cdot 4^{\omega-4}, \quad (3.15)$$

cioè all'ordine $\omega + 1$

$$n_{\omega+1}^e = n_{\omega-1}^e + 2 \cdot 4^{\omega-2} + 2 \cdot 4^{\omega-1}. \quad (3.16)$$

In considerazione della (3.16), dopo semplici passaggi, si può pervenire alle relazioni ricorsive

$$\begin{aligned} n_{\omega}^e &= 2 \cdot 4^{\omega-2} + 2 \cdot 4^{\omega-3} + 2 \cdot 4^{\omega-4} + \dots + n_3^e \\ &= 2 \cdot 4^{\omega-2} + 2 \cdot 4^{\omega-3} + 2 \cdot 4^{\omega-4} + \dots + 2 \cdot 4 + 4 \\ &= 2(4^{\omega-2} + 4^{\omega-3} + 4^{\omega-4} + \dots + 4) + 4, \end{aligned} \quad (3.17)$$

in cui

$$n_3^e = n_2^e + 2a_2. \quad (3.18)$$

Se si considera la serie rappresentata dalla seguente espressione:

$$S = 4^{\omega-2} + 4\omega - 3 + \dots + 4 \quad (3.19)$$

ne consegue che

$$4S = 4^{\omega-1} + 4^{\omega-2} + \dots + 4^2 \quad (3.20)$$

e quindi sottraendo membro a membro si perviene alla relazione

$$4S - S = 3S = 4^{\omega-1} - 4 \quad (3.21)$$

ossia

$$S = \frac{4}{3}(4^{\omega-2} - 1). \quad (3.22)$$

Pertanto in considerazione delle relazioni (3.17) e (3.22) risulta che

$$n_\omega^e = 2 \cdot \frac{4}{3}(4^{\omega-2} - 1) + 4 = \frac{8}{3}(4^{\omega-2} - 1) + 4. \quad (3.23)$$

Per quanto concerne i nodi interni invece si ha che la relazione seguente

$$n_\omega^i = n_{\omega-1}^i + a_{\omega-1} = n_{\omega-1}^i + 4^{\omega-2} \quad (3.24)$$

permette di ottenere ricorsivamente quanto segue

$$\begin{aligned} n_\omega^i &= 4^{\omega-2} + 4^{\omega-3} + 4^{\omega-4} + \dots + n_3^i \\ &= 4^{\omega-2} + 4^{\omega-3} + 4^{\omega-4} + \dots + 4 + 1 \end{aligned} \quad (3.25)$$

in cui

$$n_3^i = a_2 + n_2^i = 4 + 1. \quad (3.26)$$

Analogamente a quanto fatto per i nodi esterni se si considera la serie geometrica

$$S = 4^{\omega-2} + 4^{\omega-3} + 4^{\omega-4} + \dots + 4 + 1 \quad (3.27)$$

ossia

$$4S = 4^{\omega-1} + 4^{\omega-2} + 4^{\omega-3} + \dots + 4^2 + 4 \quad (3.28)$$

sottraendo membro a membro si perviene alla relazione

$$3S = 4^{\omega-1} - 1 \quad (3.29)$$

e quindi in definitiva alla espressione

$$S = \frac{(4^{\omega-1} - 1)}{3}, \quad (3.30)$$

che permette di ricavare il ricercato numero di nodi interni:

$$n_\omega^i = \frac{1}{3}(4^{\omega-1} - 1). \quad (3.31)$$

Tabella 3.1: Valori numerici del $\langle k(\omega) \rangle_P$ per la rete di Peano al settimo ordine gerarchico.

ordine ω	1	2	3	4	5	6	7
$\langle k(\omega) \rangle_P$	1	1.6	1.88235	1.96923	1.99222	1.99805	1.99951

3.3 Grado medio di giunzione della rete fluviale di Peano e proprietà differenziali

In considerazione dell'equazione (2.2), di cui al Capitolo 2, il numero totale di nodi (interni ed esterni) risulterà infatti pari a $4^{\omega-1} + 1$. Pertanto, in accordo alla relazione (2.8), il grado medio di giunzione della rete di Peano all'ordine ω risulterà pari a [17]:

$$\langle k_n(\omega) \rangle_P = \frac{1 \cdot n^e(\omega) + 4 \cdot n^i(\omega)}{4^{\omega-1} + 1} = \frac{2^{2\omega+1}}{4 + 4^\omega}. \quad (3.32)$$

Nell'equazione (3.32) i fattori interi 1 e 4 rappresentano i gradi di giunzione, rispettivamente dei nodi esterni e interni. Nella tabella (3.1) sono riportati a titolo d'esempio, per la rete di Peano al settimo ordine gerarchico, i valori di $\langle k_n(\omega) \rangle_P$ ottenuti attraverso l'equazione scritta precedentemente. Se consideriamo la funzione $\langle k_n(\omega) \rangle_P$ come una funzione di una variabile reale (o complessa) è possibile riscontrare che essa soddisfa le condizioni iniziali dell'equazione differenziale di Bernoulli del primo ordine, quindi risulterà [17]:

$$\frac{d\langle k_n(\omega) \rangle_P}{d\omega} - \lambda \langle k_n(\omega) \rangle_P = -\lambda \beta \langle k_n(\omega) \rangle_P^2 \quad (3.33)$$

$$\langle k_n(1) \rangle_P = 1 \quad (3.34)$$

in cui i parametri λ e β risultano essere pari rispettivamente a

$$\lambda = \ln(4), \beta = \frac{1}{2}. \quad (3.35)$$

Il grafico della funzione $\langle k_n(\omega) \rangle_P$ per una rete di Peano del settimo ordine è riportato nella Figura (3.3). In generale e cioè nel caso di una rete fluviale naturale l'indice $\langle k_n \rangle$ di una specifica sotto-struttura di ordine ω dipende soltanto dal numero di nodi sorgente della sotto-struttura e quindi dall'ordine gerarchico di partizionamento, solo per un valore minimale espresso dalla seguente relazione:

$$\frac{(2^{\omega-1} + 1) \cdot 1 + (2^{\omega-1} - 1) \cdot 3}{2^\omega} = \frac{2 \cdot 2^{\omega-1} - 1}{2^{\omega-1}}, \quad (3.36)$$

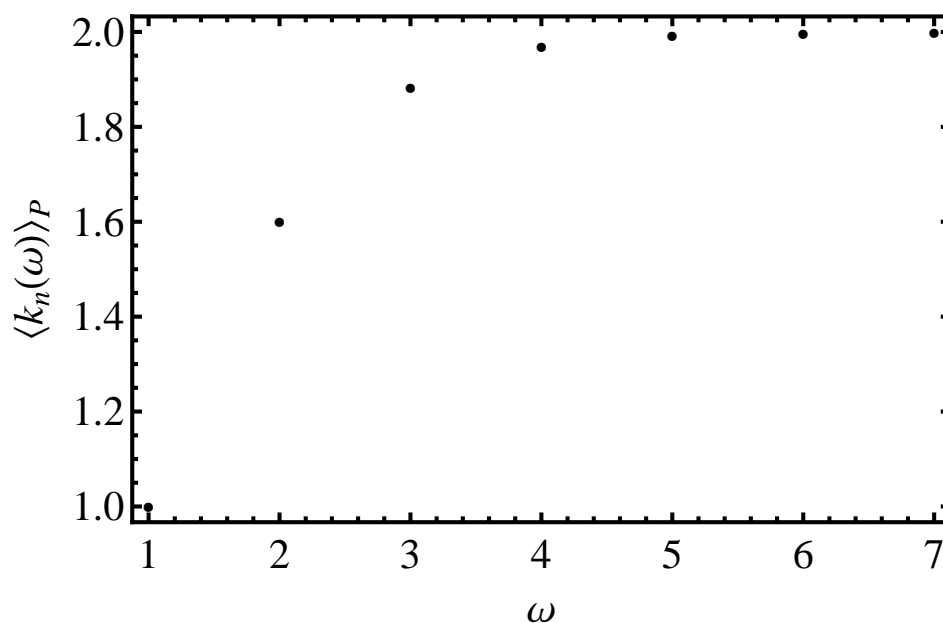


Figura 3.3: $\langle k_n(\omega) \rangle_P$ versus ω per la rete di Peano al settimo ordine di chiusura.

ovvero corrispondente al numero minimo di nodi sorgente, $2^{\omega-1}$, che realizza una sotto-struttura di ordine ω . Viceversa in considerazione della regolarità dello schema iterativo generante la rete fluviale di Peano, l'indice $\langle k_n \rangle$ si relaziona sia all'ordine della sotto-struttura che al numero dei suoi nodi sorgente. In questo caso, infatti, ogni sotto-struttura di ordine ω ha esattamente un fissato numero di nodi sorgenti che possono essere calcolati dalla relazione (3.9). Nel prossimo capitolo, sulla base delle relazioni sin qui ottenute per quanto concerne la rete di Peano, verranno illustrati i nuovi sviluppi analitici inerenti la legge del grado medio di giunzione ad un determinato ordine gerarchico di Horton-Strahler, la quale risulta essere caratterizzata da un solo parametro di scala. Tale parametro geomorfologico consentirà di confrontare geometricamente e topologicamente la rete deterministica di Peano con reti fluviali naturali estratte da modelli digitali del terreno (*Digital Elevation Models*, DEMs) rilevati tramite tecniche Lidar.

Capitolo 4

Grado di giunzione medio nei sistemi fluviali hortoniani

4.1 Il grado medio di giunzione per la gerarchia di Horton-Strahler

Al fine di confrontare numericamente una generica rete fluviale, nella totalità delle loro sotto-strutture per un fissato ordine gerarchico, con la rete deterministica di Peano, nel 2009 De Bartolo et al. [17] hanno introdotto un nuovo descrittore geomorfologico quantitativo basato sulle teorie esposte nel precedente capitolo. Tale descrittore assume connotazioni di robustezza analitica intermedia ossia non possono essere considerate nè locali e nè globali se riferite all'intera struttura gerarchica fluviale. Infatti, detto parametro può essere considerato come un descrittore geomorfologico fluviale parziale. Pertanto se consideriamo una generica rete fluviale e se si denota con $n_{\omega,i}$ il numero di tutte le sotto-strutture di ordine ω con i nodi sorgenti, e con $n(\omega) = [\cdot]_{\omega}$ il vettore delle occorrenze all'ordine ω , risulta possibile definire, in accordo alla gerarchizzazione di Horton-Strahler, la seguente relazione [17]:

$$n(\omega) = [n(\omega, 2^{\omega-1}), n(\omega, 2^{\omega-1} + 1), \dots, n(\omega, 2^{\omega-1} + L - 1)]_{\omega}, \quad (4.1)$$

ossia

$$n(\omega, 2^{\omega-1} + L - 1) \neq 0 \quad (4.2)$$

e

$$n(\omega, j) = 0, \quad (4.3)$$

per ogni

$$j \geq 2^{\omega-1} + L. \quad (4.4)$$

Nella definizione di $n(\omega)$, i valori $n(\omega, i)$, $1 \leq i \leq 2^{\omega-1}$ come i valori $n(\omega, j)$, $j \geq 2^{\omega-1} + L$, risultano essere sinificativi nel complesso di tutte le sotto-strutture fluviali riscontrabili nel processo di gerarchizzazione. In particolare L rappresenta la lunghezza del vettore $n(\omega)$, ossia il numero dei suoi componenti. Pertanto, il grado medio di giunzione di una sotto-stuttura di ordine ω con i nodi sorgente può essere definito attraverso la seguente relazione [17]:

$$\langle k_n^\omega(i) \rangle = \frac{2i - 1}{i}. \tag{4.5}$$

È facile osservare che il grado medio di giunzione, $\langle k_n^\omega(i) \rangle$, può variare per ogni sotto-struttura dello stesso ordine ω . In Figura (4.1) sono riportate, come esempio, sette sotto-strutture del secondo ordine ($\omega = 2$) con un incremento di i nodi sorgente, da 2 a 8. In questi casi, il $\langle k_n^2(i) \rangle$ è compreso nell'intervallo di valori 1.5 e 1.875. De Bartolo et al. [17] in considerazione di quanto sopra

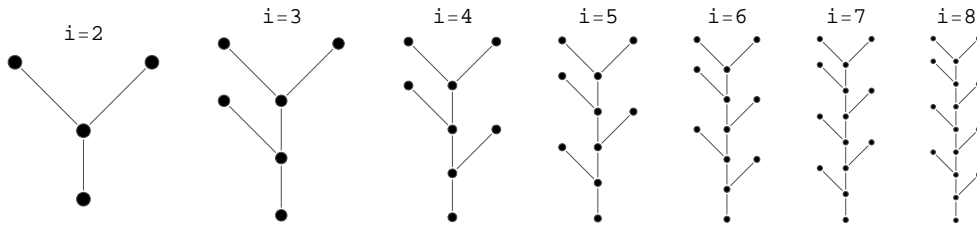


Figura 4.1: Sotto-strutture hortoniane del secondo ordine con differenti i nodi sorgente: la prima sotto-struttura con $i = 2$ rappresenta la configurazione minimale di ordine $\omega = 2$.

riportato hanno introdotto il seguente grado medio di giunzione delle reti fluviali all'ordine $\omega = 1, \dots, \Omega$:

$$\langle k_n(\omega) \rangle = \frac{\sum_{i=2^{\omega-1}}^{2^{\omega-1}+L-1} n(\omega, i) \frac{2i - 1}{i}}{\sum_{i=2^{\omega-1}} n(\omega, i)}. \tag{4.6}$$

Nella (4.6), $\langle k_n(\Omega) \rangle = \langle k \rangle$ rappresenti il requisito di massimalità nella definizione delle sottostrutture gerarchiche; pertanto, in generale, per ogni $\omega = 1, \dots, \Omega$ tale descrittore è rappresentato da un numero razionale che soddisfa le seguenti proprietà:

1. $\frac{2 \times 2^{\omega-1} - 1}{2^{\omega-1}} \leq \langle k_n(\omega) \rangle < 2$;

$$2. \sup_{n(\omega)} \langle k_n(\omega) \rangle = 2.$$

Per la seconda proprietà si assume che il vettore delle occorrenze, $n(\omega)$, varia nella totalità delle strutture hortoniane, mentre per la prima, si nota che, per una rete fluviale generica, il vettore delle occorrenze all'ordine ω è $[1]_\omega$, e quindi risulta possibile scrivere quanto segue:

$$\langle k_n(\omega) \rangle = \frac{2 \times 2^{\omega-1} - 1}{2^{\omega-1}}. \quad (4.7)$$

In altri termini, se il vettore delle occorrenze all'ordine ω è $[0, \dots, 0, 1]_\omega$ di lunghezza L , allora risulta possibile ottenere:

$$\langle k_n(\omega) \rangle = \frac{2 \times 2^{\omega-1} + 2L - 3}{2^{\omega-1} + L - 1} \geq \frac{2 \times 2^{\omega-1} - 1}{2^{\omega-1}}. \quad (4.8)$$

Quindi, supposto che il vettore delle occorrenze all'ordine ω è il generico vettore $[n(\omega, 2^{\omega-1}), n(\omega, 2^{\omega-1} + 1), \dots, n(\omega, 2^{\omega-1} + L - 1)]_\omega$, avremo per la definizione di $\langle k_n(\omega) \rangle$ quanto segue:

$$\langle k_n(\omega) \rangle \geq \frac{\sum_{i=2^{\omega-1}}^{2^{\omega-1}+L-1} \frac{n(\omega, i)}{2^{\omega-1}+L-1} \frac{2 \times 2^{\omega-1} - 1}{2^{\omega-1}}}{\sum_{i=2^{\omega-1}} n(\omega, i)} = \frac{2 \times 2^{\omega-1} - 1}{2^{\omega-1}} \quad (4.9)$$

e

$$\begin{aligned} \langle k_n(\omega) \rangle &\leq \frac{\sum_{i=2^{\omega-1}}^{2^{\omega-1}+L-1} \frac{n(\omega, i)}{2^{\omega-1}+L-1} \frac{2 \times 2^{\omega-1} + 2L - 3}{2^{\omega-1} + L - 1}}{\sum_{i=2^{\omega-1}} n(\omega, i)} \\ &= \frac{2 \times 2^{\omega-1} + 2L - 3}{2^{\omega-1} + L - 1} < 2, \end{aligned} \quad (4.10)$$

la quale mostra che la prima proprietà analizzata risulta essere soddisfatta. La seconda proprietà può essere facilmente verificata in considerazione della relazione (4.9) e dal fatto che il vettore delle occorrenze di ordine ω è $[0, \dots, 0, 1]_\omega$, di lunghezza L , e quindi in definitiva risulta possibile definire il seguente caso limite:

$$\lim_{L \rightarrow \infty} \langle k_n(\omega) \rangle = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{2 \times 2^{\omega-1} + 2L - 3}{2^{\omega-1} + L - 1} = 2. \quad (4.11)$$

Sulla scorta di quanto testè introdotto è possibile estendere l'analisi analitica del grado di giunzione medio all'ordine ω attraverso l'utilizzo di una speciale funzione di interpolazione parametrica del $\langle k_n(\omega) \rangle$. Questi sviluppi verranno espletati nel prossimo paragrafo.

4.2 Sviluppi analitici sul grado di giunzione medio all'ordine ω

Il confronto tra modelli teorici di reti fluviali con reti fluviali reali è stato oggetto di indagine per molti anni e nella letteratura specialistica, a tal proposito, sono stati sviluppati numerosi studi. Tra tutti questi si ricordano ad esempio quelli di Howard [42], Willgoose et al. [97, 98, 99, 100], Kirchner [45], Rodriguez-Iturbe e Rinaldo [75], Rinaldo et al. [74], Perron et al. [69], Rosso et al. [76, 77], La Barbera e Rosso [46, 47, 48]. Questi studi sono tutt'ora di grande importanza per la comprensione dei meccanismi che controllano l'origine e le dinamiche delle reti fluviali naturali. In questo contesto assume un ruolo di fondamentale importanza l'accuratezza dei dati estratti da DEM. In questo paragrafo, sulla base del modello analitico di De Bartolo et al. [17] a tre parametri, i cui aspetti analitici saranno mostrati nel successivo sotto-paragrafo, sarà presentato un nuovo modello perturbato del grado medio di giunzione che permetterà di effettuare un nuovo confronto tra modelli di reti fluviali teorici e naturali. In particolare, lo scopo è quello di misurare la vicinanza o la distanza di una rete fluviale hortoniana rispetto alla rete deterministica di Peano attraverso il solo parametro di uniformità γ .

4.2.1 Modello a tre parametri

Il comportamento del $\langle k_n(\omega) \rangle$ per una generica rete fluviale può essere valutato direttamente dalla media relativa a ciascun grado di giunzione medio ottenuto nel processo di gerarchizzazione ω [17]. Nell'analisi condotta da De Bartolo et al. nel 2009, i dati calcolati sperimentalmente sono stati utilizzati come valori di input in una procedura non lineare di best-fitting caratterizzata da una idonea famiglia di funzioni interpolanti. La famiglia di funzioni è stata scelta in base al caso esatto fornito dalla rete deterministica di Peano. Questa funzione, in particolare, soddisfa l'equazione differenziale di Bernoulli (3.33), di cui al paragrafo (3.3), con parametri specifici β , λ e γ [17]:

$$\langle k_n(\omega) \rangle = \frac{1}{\beta + \gamma e^{-\lambda\omega}}. \quad (4.12)$$

Si può osservare che, in forza della condizione iniziale, all'ordine $\omega = 1$, le variabili β , λ e γ risultano essere correlate dall'equazione:

$$\beta + \gamma e^{-\lambda} = 1. \quad (4.13)$$

L'indagine condotta sulla rete fluviale del Corace ha consentito di determinare i coefficienti costanti della funzione (4.12), ovvero β , λ e γ , i quali sono

risultati essere pari rispettivamente a 0.499, 1.384 e 2.001. Infine, sostituendo i valori numerici dei coefficienti nell'equazione (4.13), è stato trovato che $\beta + \gamma e^{-\lambda} = 1.0006$. Questa relazione ha permesso di stabilire che l'equazione (4.12) può essere usata come legge generale per una descrizione delle dipendenze del grado medio di giunzione, $\langle k_n(\omega) \rangle$, dall'ordine ω di Horton.

4.2.2 Modello perturbato a un parametro: introduzione al coefficiente di uniformità γ

Sulla base del precedente modello a tre parametri, si osserva dalla relazione (4.13) che $\lambda = -\ln(\frac{1-\beta}{\gamma})$, e quindi l'equazione precedente (4.12) diventa

$$\langle k_n(\omega) \rangle = \frac{1}{\beta + \gamma e^{\ln(\frac{1-\beta}{\gamma})\omega}}. \quad (4.14)$$

Una ulteriore equazione supplementare è fornita dalla condizione asintotica [17]:

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \langle k_n(\omega) \rangle = 2 \quad (4.15)$$

la quale implica che

1. non può essere $\frac{1-\beta}{\gamma} > 1$, altrimenti il limite sarebbe 0;
2. da $\frac{1-\beta}{\gamma} \leq 1$ ne consegue che $\lim_{\omega \rightarrow \infty} e^{\ln(\frac{1-\beta}{\gamma})\omega} = 0$
 e che $2 = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{1}{\beta + \gamma e^{\ln(\frac{1-\beta}{\gamma})\omega}} = \frac{1}{\beta}$, da cui otteniamo $\beta = \frac{1}{2}$.

Le condizioni precedenti mostrano che deve essere valida anche la seguente relazione:

$$\langle k_n(\omega) \rangle = \frac{2}{1 + 2\gamma e^{\ln(\frac{1}{2\gamma})\omega}}, \quad (4.16)$$

e pertanto

$$\langle k_n(\omega) \rangle = \frac{2}{1 + \left(\frac{1}{2\gamma}\right)^{\omega-1}} \quad (4.17)$$

in considerazione della proprietà $e^{\ln(\frac{1}{2\gamma})\omega} = \left(\frac{1}{2\gamma}\right)^\omega$. Questa relazione è importante perchè, oltre ad essere un ulteriore affinamento della relazione (4.12) [17], essa permette di connettere $\langle k_n(\omega) \rangle$ all'ordine ω attraverso un unico parametro γ . Inoltre, la (4.17) può essere vista come un modello perturbato del grado medio di giunzione (vedi equazione (3.32)) per la rete di Peano. La stessa, infatti, sottolinea la possibilità dell'esistenza di reti ad albero (e

in ogni caso fluviali) vicine alla rete di Peano, se la distanza di confronto è misurata mediante il grado medio di giunzione. In effetti, l'equazione (3.32) può essere ottenuta dalla equazione (4.17), impostando $\gamma = \gamma_P = 2$. Pertanto, sulla base delle osservazioni sopra menzionate e come sarà dimostrato in seguito, tale parametro può essere considerato come un fattore di uniformità (vicinanza o distanza) rispetto alla rete fluviale di Peano. Dall'analisi dell'equazione (4.17), possiamo osservare inoltre che $\gamma > \frac{1}{2}$. Infatti,

$$\langle k_\gamma(\omega) \rangle = \frac{2}{1 + \left(\frac{1}{2\gamma}\right)^{\omega-1}} > 1 \quad (4.18)$$

se $\omega \geq 2$ il che implica che $\left(\frac{1}{2\gamma}\right)^{\omega-1} < 1$. Questo significa che non esistono reti fluviali con $\gamma < \frac{1}{2}$, mentre per $\gamma = \frac{1}{2}$ possiamo semplicemente configurare una rete non realistica composta da segmenti del primo ordine costituiti da soli nodi sorgente. Per quanto riguarda i valori di γ , per qualsiasi rete fluviale reale, questi possono essere stimati attraverso una procedura di regressione non lineare, sulla base dei dati osservati del $\langle k_n(\omega) \rangle$, mediante la funzione $\langle k_{\tilde{\gamma}}(\omega) \rangle$. Questa procedura permette la definizione della vicinanza strutturale tra le reti di versante (*grid networks*) e di canale (*channel networks*) alla rete deterministica di Peano, anche in considerazione della risoluzione spaziale delle celle h (*coarse graining analysis*), utilizzando un criterio di estrazione come il metodo D8-LTD [63, 64, 66] o altri metodi [62, 57]. Analogamente, confronti simili possono essere effettuati per comprendere le forme fluviali, che caratterizzano le strutture morfologiche delle reti fluviali come compatte e allungate. Inoltre, la relazione (4.18) assume, per valori di γ nell'intorno di γ_P , variazioni particolari in corrispondenza degli stessi ordini ω . Infatti, in accordo all'approssimazione in serie di Taylor del primo ordine, la relazione (4.18) può essere riscritta come:

$$\langle k_{\gamma+\delta\gamma}(\omega) \rangle = \langle k_\gamma(\omega) \rangle + \frac{d}{d\gamma} \langle k_\gamma(\omega) \rangle \delta\gamma + \dots \quad (4.19)$$

Perciò, assumendo che il valore esatto di γ non è noto, ma si conosce solo un valore approssimato $\tilde{\gamma} = \gamma + \delta\gamma$, l'errore commesso calcolando il grado medio di giunzione, $\langle k_n(\omega) \rangle$ (prossimo a $\langle k_\gamma(\omega) \rangle$), con la relazione $\langle k_{\tilde{\gamma}}(\omega) \rangle$ uguale alla relazione (4.18), è proporzionale, attraverso l'equazione (4.19), all'errore $\tilde{\gamma} - \gamma$ per un fattore:

$$\frac{d}{d\gamma} \langle k_\gamma(\omega) \rangle = \frac{2^{2-\omega} \left(\frac{1}{\gamma}\right)^\omega (\omega - 1)}{\left[1 + 2^{\omega-1} \left(\frac{1}{\gamma}\right)^{\omega-1}\right]^2}. \quad (4.20)$$

È facile osservare, per un intorno di $\gamma = 2$, che la massima variazione di $\langle k_\gamma(\omega) \rangle$ è in corrispondenza di $\omega = 2$. Valori gradualmente decrescenti si ottengono per ordini $\omega > 2$. In Figura (4.2), a titolo di esempio, sono riportati i valori di $\langle k_\gamma(\omega) \rangle$ in funzione dell'ordine ω con la perturbazione di γ nell'intervallo costituito dagli estremi 1.5 e 2.5, mediante un incremento uguale a 0.1. Nella stessa Figura sono riportati gli andamenti analitici di $\langle k_P(\omega) \rangle$ con $\gamma = \gamma_P = 2$. Infine, si può osservare che questa variazione è rilevante per-

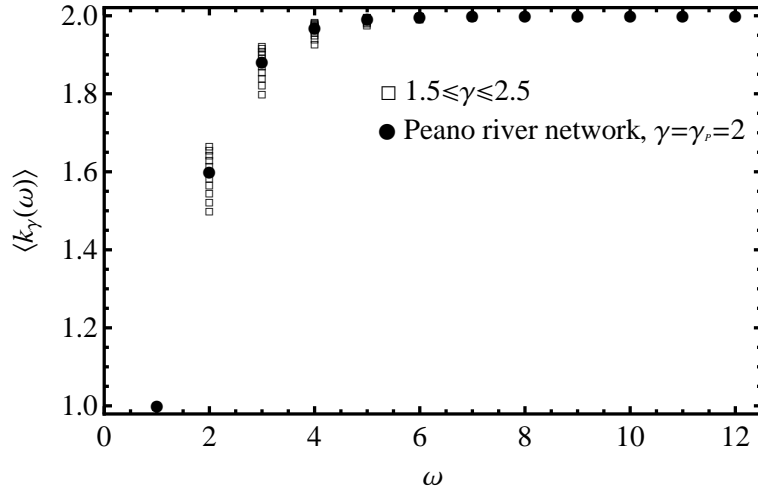


Figura 4.2: $\langle k_\gamma(\omega) \rangle$ versus ω con γ perturbato da 1.5 a 2.5 attraverso un incremento uguale a 0.1, e $\langle k_P(\omega) \rangle$ con $\gamma = \gamma_P = 2$.

chè, come si vedrà nei risultati sperimentali, è dello stesso ordine dell'errore commesso nel calcolo del grado medio di giunzione all'ordine ω espresso dalla relazione (4.6). Gli errori di stima nel calcolo del grado medio di giunzione all'ordine ω sono stati valutati tenendo conto della distribuzione poissoniana dei conteggi $n(\omega, i)$, ossia in considerazione del corrispondente errore pari a $\sqrt{n(\omega, i)}$. In particolare, l'errore ϵ è risultato essere pari a

$$\epsilon = \frac{\sum_{i=2^{\omega-1}}^{2^{\omega-1}+L-1} \left| \frac{1}{i} \sum_{i=2^{\omega-1}}^{2^{\omega-1}+L-1} n(\omega, i) - \sum_{i=2^{\omega-1}}^{2^{\omega-1}+L-1} n(\omega, i) \frac{1}{i} \right|}{\left(\sum_{i=2^{\omega-1}}^{2^{\omega-1}+L-1} n(\omega, i) \right)^2} \sqrt{n(\omega, i)}. \quad (4.21)$$

Nel prossimo capitolo verranno descritti la tecnica Lidar per il rilievo topografico, la quale consente la derivazione di modelli digitali del terreno (DEM) ad elevata risoluzione, e il criterio non dispersivo di estrazione dei reticoli flu-

viali D8-LTD, il quale permette la determinazione delle direzioni di drenaggio a partire da DEM su griglia rettangolare.

Capitolo 5

Modelli digitali del terreno: criteri di estrazione dei reticoli fluviali

5.1 Modello Digitale delle Elevazioni (DEM)

Il modello digitale delle elevazioni può essere considerato come l'informazione fondamentale da utilizzare in ambito GIS per le analisi digitali finalizzate alla comprensione e allo studio dei processi geomorfologici. Esso non è altro che la rappresentazione digitale della superficie topografica reale, ovvero la rappresentazione della distribuzione delle quote di una certa superficie, in formato digitale.

I DEM possono essere organizzati in tre diverse strutture di dati:

1. Tubi di flusso (DEM basati su curve di livello);
2. Triangulated Irregular Networks (TIN);
3. DEM grid.

Il modello digitale del terreno ha avuto negli ultimi anni un notevole incremento di utilizzatori per le aumentate capacità di elaborazione dei moderni calcolatori e la grande diffusione dei sistemi informativi geografici. Per Sistema Informativo Geografico (GIS) si intende l'insieme integrato di strumenti informatici atti alla raccolta, l'immagazzinamento, la ricerca, l'elaborazione e la restituzione delle informazioni relative al territorio per le varie utilizzazioni. Tramite questi strumenti informatici sono state ampliate le possibilità di analisi sul territorio, facilitando notevolmente l'elaborazione dell'informazione da parte di tecnici che operano direttamente sul territorio.

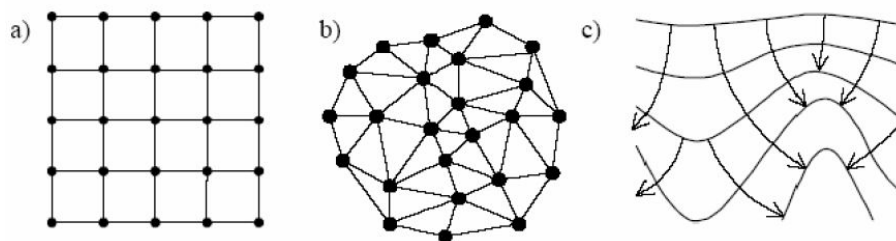


Figura 5.1: Strutture del DEM: a) DEM grid, b) TIN, c) tubi di flusso.

I DEM più comunemente utilizzati per rappresentare la morfologia del territorio e di supporto alle analisi di tipo idrologico, geomorfologico ed ecologico, sono solitamente strutturati in grid dove ogni elemento della griglia viene memorizzato con la rispettiva quota (*grid*, matrice delle altezze). La particolarità del modello DEM è dovuta alla facilità con cui le matrici possono essere manipolate con gli elaboratori elettronici e alla struttura topologica di facile comprensione [101].

Inoltre, essi offrono la possibilità di confrontare e valutare modelli digitali della stessa porzione di territorio, sovrapponendo i grigliati definiti da uguali dimensioni e medesima origine planimetrica. Al contrario, esistono alcuni svantaggi tipici del metodo a matrice delle altezze:

- il gran numero di dati ridondanti che si vengono ad avere nel caso in cui si descriva l'andamento di un terreno uniforme, vale a dire senza variazioni di altezze;
- la necessità di cambiare la densità del grigliato per poter descrivere zone di crescente complessità, sinonimo di scarsa flessibilità metodo.

In generale la struttura a griglia può dunque risultare troppo grossolana per descrivere efficacemente tutte le forme particolari del terreno, come la sommità dei rilievi, creste, linee di frattura, etc.

Un DEM è derivato dall'interpolazione di dati altimetrici che possono avere origine diversa:

- Carte topografiche;
- Rilievo del terreno;
- Remote Sensing.

La prima era, fino a qualche tempo fa, la più comune, e consiste nella digitalizzazione delle curve di livello delle carte topografiche con la conversione

manuale da parte di un operatore dei dati analogici nel formato digitale; la successiva è il rilievo dal terreno, che veniva effettuato con teodoliti, una tecnica per la quale venivano richiesti tempo e precisione. Quest'ultima migliorata dall'avvento del teodolite elettronico o stazione totale, fino all'utilizzo del GPS (*Global Position System*). Nella famiglia dei remote sensing troviamo tre metodi principali: fotogrammetria, radar e Lidar. Secondo la diversa origine dei dati del DEM abbiamo una diversa accuratezza dell'informazione topografica che possiamo utilizzare nel nostro ambito GIS. La tecnica di rilievo fotogrammetrico crea DEM da stereo foto digitali georeferenziate e da punti di controllo rilevati sul terreno. Fra gli svantaggi di questa tecnica troviamo: la sovrastima sistematica delle quote a causa della distorsione della macchina da presa e la creazione di DEM comprensivi della quota della vegetazione.

Il radar è uno strumento che emette radiazioni elettromagnetiche e registra la potenza e il tempo con cui ritorna il segnale retrodiffuso della superficie. È la tecnologia che richiede il minor costo per km^2 , ma può presentare errori di accuratezza che vanno dai pochi metri fino a 10 metri.

Il Lidar è la tecnologia che ha avuto il maggior utilizzo nelle diverse applicazioni negli ultimi anni. È un sensore laser montato su di una piattaforma mobile o fissa per la misura delle distanze, e che ha incrementato l'affidabilità e l'accuratezza nella creazione di DEM ad elevata risoluzione. Essa è in grado, inoltre, di discriminare i punti di quota relativi alla prima superficie riflettente da quello relativi al suolo nudo.

Infine, è possibile distinguere diverse tipologie di modelli digitali topografici per i quali è utilizzato un acronimo differente: DEM, DTM e DSM. Il DEM viene inteso come forma generica ad indicare tutti i modelli digitali di elevazione derivati con tecniche di tipo tradizionale, il DSM come il modello digitale relativo alla prima superficie riflettente e per questo comprensivo, ad esempio, di vegetazione, edifici. Infine, il DTM, come modello digitale del solo terreno (suolo nudo), che assume notevole importanza con l'avvento della tecnologia Lidar.

5.2 La tecnologia Lidar come approccio alla definizione di DEM ad alta risoluzione

Alla categoria dei Remote Sensing, appartiene quella che può essere ritenuta a tutti gli effetti la tecnologia più avanzata: il Lidar (*Light Detection and Ranging*). Oggi, poter predisporre di dettagliati dati topografici è un requisito fondamentale per lo studio dell'ambiente fluviale sia in termini qualitativi

che quantitativi [12]. Infatti, i dati topografici forniti dalle tradizionali carte topografiche regionali sono spesso non sufficientemente accurate per consentire l'individuazione e la mappatura delle morfologie presenti mentre, a fronte di una maggiore accuratezza, i rilievi del terreno (teodolite, GPS), richiedono notevoli risorse temporali e finanziarie. Il Lidar aereo consente l'acquisizione di dati topografici ad alta risoluzione, con accuratezza verticale e orizzontale di pochi centimetri, su vaste aree, contribuendo significativamente ad una migliore rappresentazione della superficie a costi sempre più accessibili. Un aspetto particolarmente qualificante di questa recente tecnologia, che la rende decisamente vantaggiosa rispetto alle tradizionali tecniche di rilievo del territorio, è la capacità di derivare modelli digitali del terreno ad alta risoluzione (~ 1 m) a partire dai soli punti corrispondenti al suolo generati rimuovendo dalla nuvola di punti originaria, con processi di filtraggio automatizzati, come la riflessione multipla, i punti relativi alla vegetazione e a strutture antropiche (case, ponti).

La tecnologia Lidar indica un sensore laser, più o meno complesso, per la misura di distanze, rispetto ad un bersaglio, senza alcun riferimento alla piattaforma (terrestre o aerea) sulla quale il sensore è montato. È una tecnica basata sul sorvolo dell'area di interesse con un aereo o elicottero sul quale sono montati un telemetro laser che misura il tempo di ritorno del segnale emesso restituendo così la misura dell'altezza, integrato a un sistema inerziale (INS o IMU) che determina l'assetto del veicolo rilevando i tre gradi di libertà dovuto a rollio, beccheggio e deriva del mezzo, ed un GPS che determina la posizione assoluta del telemetro rispetto al sistema di coordinate di riferimento (vedi Figura 5.2). L'impulso elettrico prodotto da un generatore crea un raggio di luce infrarossa (con una divergenza variabile a seconda della qualità dello strumento); il segnale riflesso dell'elemento colpito viene captato da un fotodiodo ricevitore che genera un segnale elettrico di ricezione.

Il risultato fondamentale di un rilievo Lidar aerotrasportato è la restituzione delle coordinate x , y e z di ogni misurazione. L'area di interesse è coperta dal rilievo mediante linee di volo parallele finalizzate alla produzione di strisce di scansione sovrapposte la cui larghezza (generalmente 300 400 m) è dipendente all'apertura angolare del sensore all'altezza di volo; la risoluzione, in modo analogo, è inversamente proporzionale alla frequenza del generatore del telemetro. Maggiore sarà la distanza dal suolo, maggiore sarà il tempo di ritorno del segnale e l'intervallo fra l'emissione di un segnale e il successivo, diminuendo così la densità dei punti possibili per l'area di interesse.

La scansione del terreno operata dal sistema Lidar è il risultato della combinazione del movimento dell'aeromobile e della deflessione del raggio emesso dal diodo nella direzione ortogonale al movimento. Esistono tre modi in cui può essere operata la deflessione [12]:

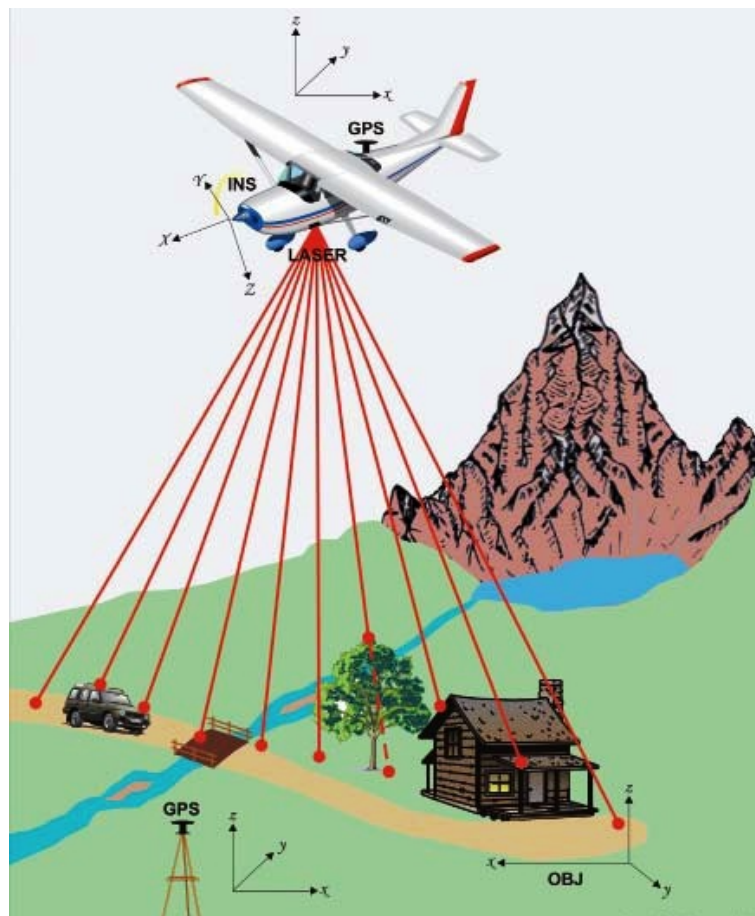


Figura 5.2: Componenti e funzionamento del sistema Lidar (Immagine tratta dal Web).

- mediante fibre ottiche;
- con il sistema a specchio rotante; con il sistema a specchio oscillante.

Nel primo caso, i vantaggi risiedono, soprattutto, nel fatto che la frequenza dell'impulso non è dipendente all'angolo di visuale e all'altezza di volo. Non è, inoltre, necessario calibrare lo strumento che è stato registrato in fabbrica. Gli svantaggi sono legati alla scarsa flessibilità della scelta dei parametri e, quindi, alla scarsa adattabilità a rilievi in condizioni difficili. La forma disegnata sul terreno dai sensori che utilizzano questo metodo di deflessione è estremamente regolare, essendo costituita da linee parallele, formate da punti equidistanti, leggermente inclinate rispetto alla direzione di volo. Nel caso dei due sistemi a specchio, la figura disegnata sul terreno è decisamente più irregolare con un'approssimativa forma a zeta. Questa tecnica ha lo svantaggio che il movimento del sensore può essere condizionato dalle variazioni di moto aereo.

In questo lavoro di tesi, infine, sono stati analizzati modelli digitali del terreno rilevati mediante tecnica Lidar, a partire da una risoluzione spaziale fine di 1 m.

5.3 Il Metodo D8-LTD come criterio di estrazione dei reticoli idrografici

L'algoritmo utilizzato per delineare il reticolo di drenaggio delle strutture fluviali (*grid networks*) qui prese in esame è denominato D8-LTD (*eight drainage directions, least transversal deviation*) [63]. Quest'ultimo è un metodo non dispersivo per la determinazione delle direzioni di drenaggio nei modelli digitali del terreno su griglia rettangolare. In particolare, seguendo la formulazione di Tarboton [91], la topografia del terreno viene descritta congiungendo il centro della cella centrale con quelli delle celle di contorno inquadrato da una finestra mobile 3×3 , in modo da formare otto faccette triangolari. Uno schema del sistema di calcolo elementare è riportato in Figura (5.3). La direzione teorica di drenaggio (TDD) viene quindi definita come quella di massima pendenza identificabili su tali faccette. Tale direzione può assumere valori variabili con continuità tra 0 e 2π radianti e generalmente non coincide con nessuna delle otto direzioni principali di drenaggio definibili collegando il centro della cella centrale con quello delle celle di contorno.

Nello specifico, la geometria di ogni faccetta (vedi schema riportato in Figura 5.3) risulta caratterizzata dalle quote e_i ($i = 0, 1, 2$) e dalle distanze d_i ($i = 1, 2$). Date le pendenze (positive lungo percorsi declivi) $s_1 = (e_0 - e_1)/d_1$ e

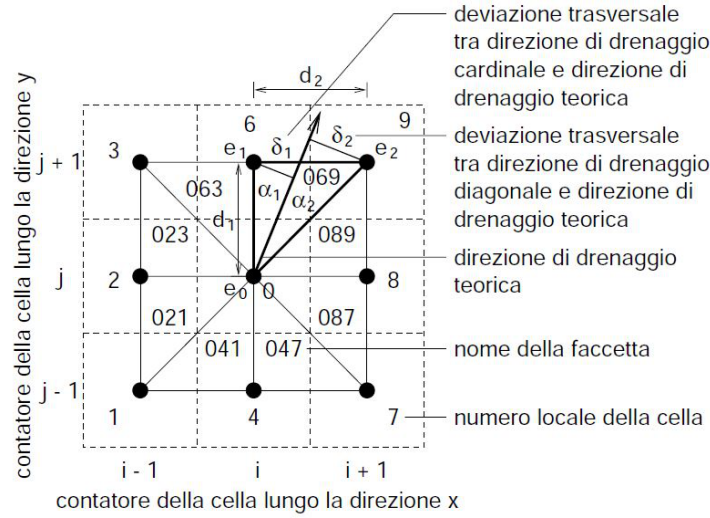


Figura 5.3: Schema del sistema elementare utilizzato dal metodo D8-LTD (Figura tratta da [63]).

$s_2 = (e_1 - e_2)/d_2$, l'angolo rispetto alla direzione cardinale della faccetta r e la pendenza s_{max} del percorso di massima pendenza sulla generica faccetta risultano espressi dalle relazioni:

$$r = \arctan(s_2/s_1) \quad (5.1)$$

$$s_{max} = (s_1^2 + s_2^2)^{1/2}. \quad (5.2)$$

Se r non appartiene all'intervallo $[0, \arctan(d_2/d_1)]$, allora r ed s_{max} devono essere ridefiniti in modo da individuare il percorso di massima pendenza che effettivamente appartiene alla faccetta triangolare. Se $r < 0$, allora r e s_{max} devono essere impostati rispettivamente pari a 0 e s_1 . Se $r > \arctan(d_2/d_1)$, allora r ed s_{max} devono essere impostati rispettivamente pari a $\arctan(d_2/d_1)$ e $(e_0 - e_2)/(d_1^2 + d_2^2)^{1/2}$. Le quote dei vertici di ogni faccetta triangolare del sistema descritto nella Figura (5.3) sono riportati nella Tabella (5.1). La direzione teorica di massima pendenza da attribuire alla generica cella è determinata come la direzione di massima pendenza tra quelle calcolate sulle otto faccette aventi vertice e_0 nel centro della cella stessa. La TTD calcolata in un determinata cella del DEM generalmente non segue una delle direzioni cardinali ($0, \pi/2, \pi, e 3\pi/2$) o diagonali ($\pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4, e 7\pi/4$ radianti quando sono usate le celle quadrate) che possono essere selezionate. Le possibili direzioni di drenaggio da una data cella del DEM sono identificate usando un puntatore p che denota il numero della cella locale della cella drenante (vedi Figura 5.3). Più precisamente, i puntatori associati alle direzioni

Tabella 5.1: Fattori per il calcolo della direzione di drenaggio e della deviazione trasversale in ogni faccetta triangolare del sistema elementare descritto nella Figura (5.3) [63].

<i>Fattore</i>	021	023	063	069	089	087	047	041
e_0	$e_{i,j}$	$e_{i,j}$	$e_{i,j}$	$e_{i,j}$	$e_{i,j}$	$e_{i,j}$	$e_{i,j}$	$e_{i,j}$
e_1	$e_{i-1,j}$	$e_{i-1,j}$	$e_{i,j+1}$	$e_{i,j+1}$	$e_{i+1,j}$	$e_{i+1,j}$	$e_{i,j-1}$	$e_{i,j-1}$
e_1	$e_{i-1,j}$	$e_{i-1,j}$	$e_{i,j+1}$	$e_{i,j+1}$	$e_{i+1,j}$	$e_{i+1,j}$	$e_{i,j-1}$	$e_{i,j-1}$
p_1	2	2	6	6	8	8	4	4
p_2	1	3	3	9	9	7	7	1
σ	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1

cardinali e diagonali della faccetta contenente la TDD sono nominati rispettivamente p_1 e p_2 (vedi Tabella 5.1).

Nel classico metodo D8 proposto da O'Callaghan and Mark [62] la direzione di drenaggio coincide con una delle otto direzioni principali ed assicura la minima deviazione angolare tra direzione determinata e direzione teorica di drenaggio (TDD). Il metodo D8-LTD, invece, propone una strategia basata sul concetto di deviazione trasversale tra centro della cella drenante (posta a valle di quella di riferimento) e direzione teorica di drenaggio. Inoltre, le deviazioni trasversali vengono sommate algebricamente lungo il percorso di drenaggio e, ad ogni passo, la direzione di drenaggio viene determinata minimizzando il modulo della deviazione trasversale cumulata. Alla prima cella di un percorso di drenaggio, le deviazioni trasversali cumulate tra le direzioni possibili e quella teorica sono date dalle relazioni:

$$\delta_1^+(1) = \sigma d_1 \sin \alpha_1 \quad (5.3)$$

$$\delta_2^+(1) = -\sigma(d_1^2 + d_2^2)^{1/2} \sin \alpha_2 \quad (5.4)$$

dove σ è il segno assegnato ad ogni deviazione che può verificarsi nelle otto faccette triangolari del sistema di calcolo elementare. Questo segno consente un significativo (aritmetico) accumulo di deviazioni lungo il percorso di drenaggio. Inoltre, σ è definito nella Tabella (5.1), $\alpha_1 = r$ e $\alpha_2 = \arctan(d_2/d_1) - r$ (vedi Figura 5.3). La direzione di drenaggio, associata al puntatore p definito nella Tabella (5.1), è selezionata tra le due possibili in modo da minimizzare il modulo della deviazione trasversale cumulata:

$$se|\delta_1^+(1)| \leq |\delta_2^+(1)|, \delta^+(1) = \delta_1^+(1), p = p_1 \quad (5.5)$$

$$se|\delta_1^+(1)| > |\delta_2^+(1)|, \delta^+(1) = \delta_2^+(1), p = p_2. \quad (5.6)$$

Alla k -esima cella di un percorso di drenaggio ($k = 1, 2, \dots$), le deviazioni trasversali cumulate tra le direzioni possibili e quella teorica sono date dalle relazioni:

$$\delta_1^+(k) = \sigma d_1 \sin \alpha_1 + \lambda \delta^+(k-1) \quad (5.7)$$

$$\delta_2^+(k) = \sigma (d_1^2 + d_2^2)^{1/2} \sin \alpha_2 + \lambda \delta^+(k-1), \quad (5.8)$$

dove λ è un fattore di smorzamento che può variare tra 0 e 1. La direzione di drenaggio, associata al puntatore p nella Tabella (5.1), è selezionata tra le due possibili in modo da minimizzare il modulo della deviazione trasversale cumulata $\delta^+(k)$ ($k = 1, 2, \dots$):

$$se |\delta_1^+(k)| \leq |\delta_2^+(k)|, \delta^+(k) = \delta_1^+(k), p = p_1 \quad (5.9)$$

$$se |\delta_1^+(k)| > |\delta_2^+(k)|, \delta^+(k) = \delta_2^+(k), p = p_2. \quad (5.10)$$

Per $\lambda = 0$, la determinazione della direzione di drenaggio da ogni cella è condotta considerando le sole condizioni locali $\delta_1(k)$ e $\delta_2(k)$ ($k = 1, 2, \dots$). Per $0 < \lambda \leq 1$, la determinazione della direzione di drenaggio dipende anche dalle scelte operate ai passi precedenti lungo il percorso di drenaggio. L'algoritmo che implementa il metodo D8-LTD per l'estrazione dei reticoli di drenaggio richiede che venga operato un processo di eliminazione delle depressioni superficiali presenti nei modelli digitali del terreno e che le celle vengano processate in ordine di quota decrescente. L'algoritmo può in tal modo identificare i percorsi di drenaggio che hanno origine in celle non ancora processate e hanno termine quando viene incontrata una cella già processata o la cella di chiusura del bacino [63].

Nel prossimo capitolo verrà illustrata la valutazione della legge di scala che permette di descrivere il comportamento scala-invariante delle condizioni soglia di innesco canali geomorfologicamente attivi, attraverso un'analisi di scala (*coarse graining analysis*). L'analisi di *coarse graining*, in particolare, rappresenta l'insieme delle operazioni che si compiono quando si passa da una scala di osservazione più dettagliata a una più grossolana, in termine di risoluzione spaziale delle celle h . Le reti fluviali oggetto di indagine sono state ricavate a partire da supporti digitali di elevazione rilevati tramite tecnica Lidar, estraendo i percorsi superficiali di flusso attraverso il suddetto criterio e ordinando quest'ultimi secondo il criterio gerarchico di Horton-Strahler.

Capitolo 6

Applicazioni alle reti fluviali: comportamento scala invariante delle condizioni soglia di Horton-Strahler e di innesco dei canali

6.1 Invarianza di scala nei reticoli idrografici

Nell'ambito della geomorfologia fluviale e, quindi, dello studio dell'evoluzione dei paesaggi fluviali, assumono rilevanza fondamentale i punti di innesco dei canali [20], definiti in ambito scientifico come teste dei canali (*channel heads*). La formazione e la distribuzione spaziale e temporale di quest'ultimi è controllata da fattori fisici quali la pendenza, la copertura vegetale, la disponibilità di sedimenti, il tasso di erosione del suolo, l'uso del suolo, le condizioni climatiche. Quest'ultime, segnano la posizione di transizione dai processi diffusivi di versante (*hillslope*) ai domini canalizzati di trasporto dei bacini idrografici (*channel networks*). Sebbene dettagliati modelli geomorfologici fisicamente basati sono richiesti per predire come le teste dei canali variano, ad esempio, in risposta ai cambiamenti del clima e all'uso del suolo, la comprensione e la definizione di un modello spaziale di previsione delle teste dei canali rimane una questione importante da affrontare [65]. In letteratura vi sono molti metodi per l'identificazione e la previsione automatica delle teste dei canali basati su griglie di elevazione determinate da modelli digitali del terreno. Ognuno di questi metodi definisce una condizione di soglia per l'inizio del canale e assume che i canali si originano dove si verifica il

superamento delle soglie. O'Callaghan e Mark [62] e Tarboton et al. [90], ad esempio, definirono la rete fluviale dei canali su modelli digitali del terreno come quei pixel che hanno un'area di drenaggio accumulata A_t maggiore di un'area soglia di supporto. Montgomery e Dietrich [60] proposero di usare un valore critico della funzione monomia $(AS^2)_t$ dell'area di drenaggio A e della pendenza locale S . Le funzioni di innesco dei canali in termine di $\beta A^m S^n$, dove β è un coefficiente, mentre m e n sono degli esponenti reali, sono state analizzate da altri ricercatori, come ad esempio Willgoose et al. [97], Ijjasz-Vasquez e Bras [43]. Quest'ultimi [43], in particolare, notarono che il criterio relativo al fenomeno di incisione dei canali può essere similmente stabilito mediante la funzione $(AS^k)_t$, con $k = m/n$ esponente reale, e proposero un procedimento per stimare k dalla pendenza locale media a partire dal DEM esaminando ogni cella insieme alle otto celle adiacenti. Le funzioni $(AS^2)_t$ e $(AS^k)_t$ sono concettualmente simili, e la prima non richiede alcun parametro da stimare, pertanto $(AS^2)_t$ è preferita rispetto ad $(AS^k)_t$ nel presente studio. Peckham [67, 68] e Orlandini et al. [65] usarono un metodo basato sulla classificazione di Horton [40] e Strahler [85, 86] dei percorsi di flusso di superficie estratti da dati di elevazione digitali, in cui i rami aventi un ordine ω^* minore o uguale ad una data soglia critica ω_t^* sono eliminati.

Comprendere, quindi, l'evoluzione delle reti di drenaggio è stata una grande sfida della geomorfologia nell'ultimo periodo. Essa, in particolare, ha svolto, nell'ultimo ventennio, un compito fondamentale per la comprensione di molti fenomeni complessi presenti in natura ed in particolare per la definizione degli *scaling* fisici rispetto ai quali è possibile definire l'invarianza di scala delle grandezze caratterizzanti tali processi. In generale, si può parlare di invarianza di scala di una equazione, di una certa grandezza fisica, nonché di invarianza in senso statistico, geometrico come le forme frattali, nonché analitico, ovvero probabilistico, cioè di invarianza di una distribuzione di probabilità o di una funzione di correlazione [32]. Questo approccio ben si presta, quindi, anche per migliorare la caratterizzazione di altre proprietà morfometriche delle reti fluviali a scala di bacino, tra cui, appunto, la definizione delle teste dei canali. In questo lavoro di tesi, in particolare, è stato studiato lo *scaling* di grandezze critiche per l'innesco dei canali quale l'ordine soglia di Horton-Strahler.

L'invarianza di una distribuzione di una certa quantità fisica, naturalmente descritta da una legge di potenza, non è altro che una particolare funzione $\omega_t^*(h)$ rappresentata da una curva, la quale decresce con continuità verso valori asintotici non-degeneri. In termini più rigorosi, essa è rappresentata da un'osservazione ω_t^* che dipende da un parametro di controllo h , la quale risulta scala invariante per il cambiamento $h \rightarrow \lambda h$ se esiste un numero $\mu(\lambda)$

tale che [84]:

$$\omega_t^*(h) = \mu \omega_t^*(\lambda h). \quad (6.1)$$

In questo contesto, si assume implicitamente che un cambiamento di scala porta a una variazione del parametro di controllo, dove λ è rappresentato da uno scalare. Ossia h può essere di per sé una scala di misure, come, ad esempio, la risoluzione spaziale delle celle del modello digitale del terreno.

L'equazione (6.1) definisce una funzione omogenea e si incontra in molti fenomeni fisici, tra cui nella criticità organizzata, in turbolenza, e nella stessa geomorfologia fluviale [84]. La soluzione è rappresentata pertanto da una legge di potenza del tipo [84]:

$$\omega_t^*(h) = \beta h^\alpha, \quad (6.2)$$

in cui $\alpha = -(ln\mu)/(ln\lambda)$. In definitiva, le leggi di potenza sono il segno distintivo dell'invarianza di scala di come il rapporto

$$\frac{\omega_t^*(\lambda h)}{\omega_t^*(h)} = \lambda^\alpha \quad (6.3)$$

non dipende da h , cioè in altri termini, il valore relativo dell'osservazione a due differenti scale dipende soltanto dal rapporto delle due scale. Questo, comunque, è vero solo per una funzione ad un singolo parametro. Funzioni omogenee di più variabili assumono una forma più complessa di quella rappresentata dall'equazione (6.1).

L'equazione (6.1) esprime la proprietà fondamentale che associa le leggi di potenza all'invarianza di scala, all'auto-somiglianza e alla criticità auto-organizzata [84]. L'auto-somiglianza è la stessa nozione di invarianza di scala ma è espressa nel dominio geometrico, con applicazione ai frattali [53], mentre la criticità si riferisce allo stato di un sistema fisico che ha proprietà di invarianza di scala [72, 84].

Se si riporta su un grafico bi-logaritmico le variabili oggetto di misura, l'equazione (6.1) si trasforma nella seguente relazione:

$$\log(\omega_t^*(h)) = \log(\beta) + \alpha \log(h), \quad (6.4)$$

cosicché i dati sperimentali si disporranno su una retta in modo tale che l'esponente α sarà definito dalla pendenza della retta di regressione caratterizzante tale legge. Le proprietà dell'invarianza di scala sarà definita pertanto da una espressione del tipo [84]:

$$\omega_t^*(\lambda h) = \beta(\lambda h)^\alpha = \beta^\alpha \omega_t^*(h), \quad (6.5)$$

secondo cui un incremento di scala, λ , della variabile indipendente produce semplicemente una variazione di scala della medesima [84]. Questa proprietà costituisce appunto il fenomeno dell'auto-somiglianza (self-similarity), il quale gioca un ruolo fondamentale nella comprensione di molti fenomeni complessi presenti in natura, tra cui le reti fluviali [75, 38]. In numerose applicazioni fisiche il parametro α risulta legato alla stima della dimensione frattale e la relazione può essere di tipo esplicito, oppure legata ad altri prefattori numerici, secondo il criterio che massimizza il coefficiente di determinazione R^2 , rispetto al quale è possibile definire l'intervallo di *scaling* [58].

In definitiva, in questo lavoro di tesi, quindi, si è proceduto, senza l'utilizzo diretto di un modello geometrico frattale, ossia in termini di stima della dimensione frattale, allo studio dell'analisi dello *scaling* dei valori dell'ordine di soglia medio ω_t^* , dipendente dalla dimensione della cella h del modello digitale del terreno ottenuto mediante scansione Lidar. Quest'ultimo fornisce le condizioni limite per l'inizio dei canali, e la scelta dell'intervallo di *scaling* per identificare i limiti inferiori e superiori di misura (*cut-off limits*) rispetto ai quali la misura risulta degenerare (ossia in alcuni casi con derivata nulla o quantomeno non rappresentativa del fenomeno di scala). L'indagine ha riguardato, inoltre, il confronto tra la suddetta legge e i modelli spaziali di previsione dell'innescio dei canali, ovvero delle condizioni soglia delle aree cumulate A_t [90], e del prodotto tra area di drenaggio e quadrato della pendenza locale $(AS^2)_t$ [60].

6.2 Descrizione delle reti idrografiche oggetto di indagine

L'indagine concernente l'analisi di scala (*coarse graining analysis*) delle condizioni soglia di Horton-Strahler e del grado medio di giunzione, al variare del solo parametro di uniformità, ha riguardato lo studio di sei sotto-bacini idrografici appartenenti alle Alpi orientali e agli Appennini emiliani italiani, alle scale di versante (*grid networks*) e di canale (*channel networks*). I reticoli fluviali sono stati definiti a partire da modelli digitali del terreno ad elevata risoluzione ottenuti mediante tecnica Lidar. I percorsi di drenaggio sono stati ricavati applicando il criterio di estrazione D8-LTD [63], descritto nel precedente capitolo. Sono stati analizzati, nello specifico, sei sotto-bacini, ovvero il DB1, DB2, DB3, DB4, DB5 e Crostolo, alle risoluzioni comprese tra 1 e 30 metri, con passo di campionatura di 1 metro. Il bacino del torrente Crostolo, inoltre, è stato analizzato anche alle risoluzioni comprese tra 30 e 50 metri, con passo di campionatura di 5 metri. In totale, sono stati analizzati più di

750 reticoli fluviali. I sotto-bacini DB1, DB2 e DB3 sono sotto-bacini del bacino del torrente Cordon e sono situati nelle Alpi orientali italiane (vedi Figura 6.1), mentre i bacini DB4 e DB5 sono sotto-bacini dello stesso bacino del torrente Crostolo e sono situati negli Appennini emiliani (vedi Figura 6.2). L'area di studio dei sotto-bacini Alpini è localizzata nelle Dolomiti con un intervallo di altitudine compreso tra i 1935 e 2589 m s.l.m., con un'altezza media di 2244 m s.l.m. La pendenza media dell'intera zona è del 46%. La vegetazione copre il 97% dell'area e consiste di prati di alta quota (91%) e sporadiche alte foreste (6%). Il rimanente 3% dell'area è composto da depositi non vegetati. Le formazioni geologiche includono arenarie con affioramenti di roccia calcareo-marmose, morene e depositi detritici, e sono presenti anche accumuli di sedimenti di frana. La zona ha un clima tipicamente alpino con una piovosità media annua di 1100 mm. La precipitazione si verifica sottoforma di neve da Novembre ad Aprile. Durante l'estate sono comuni eventi temporaleschi e lunghi periodi di siccità. Il deflusso è dominato soprattutto da neve sciolta nei mesi di Maggio e Giugno, ma un importante contributo si ha anche durante l'estate e l'inizio dell'Autunno. Sebbene non sia stata effettuata finora una campagna estensiva di campo per la misurazione del deflusso, sono stati osservati il verificarsi di differenti meccanismi di produzione di deflusso superficiale in tutta l'area di studio in risposta agli eventi di precipitazione e di scioglimento della neve. Il deflusso per saturazione in eccesso, il quale si verifica soprattutto lungo le valli e canali in risposta a lunghi eventi, ma di bassa intensità, mentre il deflusso per infiltrazione in eccesso si verifica attraverso tutti i bacini in risposta a brevi eventi, ma di alta intensità. Non ci sono strutture artificiali presenti nelle sorgenti dell'area di studio prescelta, dove i canali sviluppano la loro morfologia in risposta a carichi d'acqua e sedimenti loro imposti, il che riflette in ultima analisi, la naturale interazione tra il clima e la geologia. Infine, le aree dei sotto-bacini DB1, DB2 e DB3 sono uguali rispettivamente a 0.708, 0.081 e 0.455 km^2 . Le altezze medie sono uguali rispettivamente a 2285, 2132 e 2199 m s.l.m.

Il bacino del Crostolo ha una superficie complessiva di 101.6 km^2 , e si sviluppa nella fascia collinare dell'Appennino reggiano fra i fiumi Enza e Secchia. La struttura geomorfologica dell'area rispecchia i caratteri dominanti di tutto il basso Appennino settentrionale: le rocce affioranti sono di origine sedimentata marina; ciononostante accanto a sedimenti relativamente recenti, si rinvencono rocce molto più antiche, formatesi in seguito a fenomeni geologici molto distanti tra loro nel tempo. L'affioramento roccioso prevalente è comunque quello delle argille scagliose, pressoché prive di copertura vegetazionale e caratterizzate dalla presenza di calanchi, di frane e di dissesti diffusi. La vegetazione è caratterizzata dal pioppo bianco e dal salice bianco. Il bacino è caratterizzato da rilievi collinari modesti e il regime pluviale è

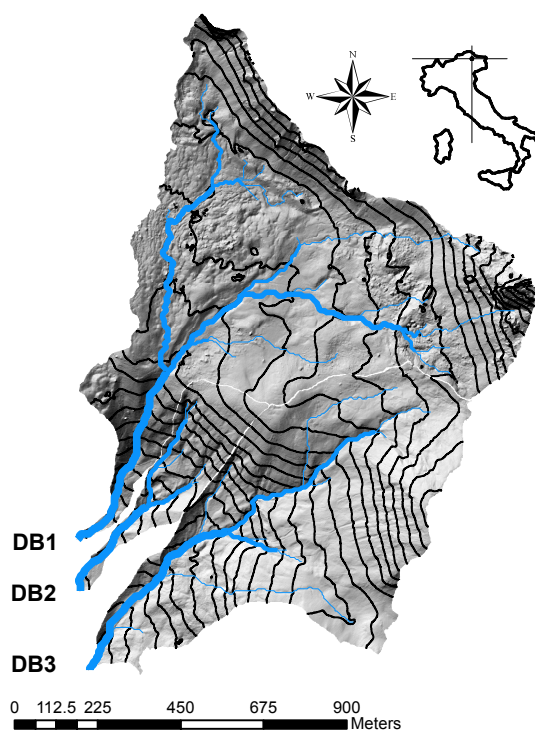


Figura 6.1: Mappa topografica del bacino del torrente Cordon con i relativi sotto-bacini afferenti DB1, DB2, e DB3.



Figura 6.2: Mappa topografica del bacino del torrente Crostolo e dei suoi due sotto-bacini DB4 e DB5.

contraddistinto da elevata piovosità solo nelle zone prossime al crinale, dovuta alla particolare intensità dei fronti, che per ragioni orografiche tendono ad amplificare la loro azione; anche la morfologia del territorio, con pendenze deboli, e del relativo idrografico drenante concorrono a rendere modesti i contributi unitari di piena. Eventi meteorici intensi sono possibili in tutte le stagioni, anche se il periodo compreso tra settembre e novembre è quello con la massima incidenza di eventi gravosi. Il corso d'acqua ha un andamento debolmente sinuoso, di struttura unicursale con scarsa presenza di barre longitudinali. Il corso d'acqua non presenta fenomeni significativi di erosione spondale in atto. L'erosione del fondo è molto elevata in tutto il tratto alto dell'asta fluviale, come testimoniato dalla drastica riduzione dell'ampiezza dell'alveo avvenuta negli ultimi anni e dalla presenza di numerose opere di difesa trasversali. Il bacino del Crostolo mostra una scarsa franosità, pur esistendo una certa propensione al dissesto dei versanti. I fenomeni di dissesto della rete fluviale sono soprattutto localizzati nel tratto mediano del corso collinare del Crostolo. I dissesti per sovralluvionamento possono interessare la testata del bacino. Infine, le aree dei suoi due sotto-bacini, DB4 e DB5, sono uguali rispettivamente a 0.152 e 0.121 km^2 .

6.3 Metodo soglia di Horton-Strahler per l'estrazione delle reti fluviali di canale e applicazione del metodo alle reti oggetto di studio

Una volta estratti i reticoli di flusso superficiale (*grid networks* o *reti di versante*) dai corrispondenti modelli digitali del terreno e per le diverse risoluzioni spaziali h , le reti di canale corrispondenti dei sotto-bacini italiani sono state ricavate mediante l'applicazione di tre metodi soglia, ovvero dell'ordine critico di Strahler ω_t^* , dell'area cumulata A_t e del prodotto tra area di drenaggio e quadrato della pendenza locale $(AS^2)_t$. I parametri soglia sono stati valutati mediante accurate osservazioni di campo delle teste di canale, sia dei sotto-bacini del torrente Cordon, che dei sotto-bacini del torrente Crostolo. Mediante l'indagine di campo sono state mappate complessivamente 52 teste di canale attraverso un sistema *DGPS* (*Differential Global Positioning System*). I valori soglia, per ciascun sotto-bacino, sono quindi determinati mediante una sovrapposizione delle teste di canale osservate sulla rete di drenaggio estratta mediante il metodo D8-LTD. La procedura di sovrapposizione, così come quella di estrazione descritta nel precedente ca-

pitolo, è stata implementata mediante il software ArcGIS (*Version 9.3*). La rete complessiva dei canali del sotto-bacino del torrente Crostolo, considerata l'elevata ampiezza areale e di conseguenza l'oneroso costo di una campagna di rilevamento della localizzazione delle teste di canale, è stata ottenuta imponendo alle varie risoluzioni spaziali un valore soglia medio tra i suoi due sotto-bacini DB4 e DB5, dato che la litologia, la morfologia e l'uso del suolo risultano essere omogenei su tutto il bacino. Non avendo a disposizione dati sperimentali il bacino del Crostolo non è stato preso in considerazione per lo studio della legge di scala dell'ordine soglia di Horton-Strahler. I valori soglia ottenuti da questa procedura sono riportati, relativamente a ciascun metodo identificativo delle teste dei canali, nelle Tabelle (6.1), (6.2) e (6.3), in funzione della risoluzione spaziale delle celle, h . Le reti di canale estratte mediante il metodo soglia di Horton-Strahler, in particolare, sono state ottenute attraverso l'applicazione di una procedura che consta di due fasi. Estratta la corrispondente rete di versante mediante la procedura D8-LTD, nel primo passo, la classificazione di Strahler è applicata a tutti i percorsi del flusso di superficie del modello digitale di elevazione, inclusi quindi quelli generati nelle celle sorgente. Un ordine dei percorsi del flusso di superficie ω^* viene assegnato a ciascun collegamento tra una sorgente e una giunzione o tra più giunzioni. Nel secondo passo, i percorsi di flusso superficiale aventi un ordine inferiore o uguale a una determinata soglia ω_t^* sono eliminati. I restanti percorsi di superficie di flusso sono assunti per prevedere le teste dei canali. Gli ordini dei canali ω nella rete di canale ottenuta possono quindi essere calcolati attraverso la seguente differenza [67, 68, 64]:

$$\omega = \omega^* - \omega_t^* \quad (6.6)$$

Nelle Figure (6.3), (6.4), (6.5) e (6.6) sono riportate la rete fluviale dei versanti, estratta attraverso il criterio del D8-LTD, le corrispondenti reti di canale, ottenute applicando rispettivamente il metodo soglia di Horton-Strahler ω_t^* , dell'area cumulata A_t e del prodotto tra area di drenaggio e quadrato della pendenza locale $(AS^2)_t$, nonché la localizzazione delle teste dei canali osservate, per il sotto-bacino DB1 alla risoluzione spaziale di 10 m.

6.4 Analisi dello scaling delle condizioni soglia di Horton-Strahler

Come recentemente hanno dimostrato Orlandini et al. [65], l'ordine soglia di Strahler ω_t^* risulta essere relazionata alla dimensione spaziale delle celle, h ,

Tabella 6.1: Valori soglia osservati dell'ordine di Horton-Strahler ω_t^* per i sotto-bacini DB1, DB2, DB3, DB4, DB5 e Crostolo.

Valore soglia ω_t^* (-)						
h (m)	DB1	DB2	DB3	DB4	DB5	Crostolo
1	6	6	7	5	5	5
2	5	5	6	3	4	4
3	4	4	5	3	3	3
4	4	4	5	2	3	3
5	4	3	4	2	2	2
6	4	3	4	2	2	2
7	3	3	4	2	2	2
8	3	3	3	2	2	2
9	3	3	3	2	2	2
10	3	3	3	2	2	2
11	3	2	3	2	2	2
12	3	2	3	2	2	2
13	3	2	3	1	2	1
14	3	2	3	1	2	2
15	3	2	2	1	2	2
16	3	2	2	1	2	2
17	3	2	2	2	2	2
18	3	2	2	1	2	1
19	3	2	2	1	2	1
20	2	2	2	1	2	1
21	2	2	2	1	2	1
22	2	1	2	1	1	1
23	2	1	2	1	2	1
24	2	1	2	1	1	1
25	2	1	2	1	2	1
26	2	1	2	1	1	1
27	2	1	2	1	1	1
28	2	1	2	1	1	1
29	2	1	2	1	1	1
30	2	1	2	1	1	1

Tabella 6.2: Valori soglia osservati sull'area cumulata A_t per i sotto-bacini DB1, DB2, DB3, DB4, DB5 e Crostolo.

Valore soglia A_t (m^2)						
h (m)	DB1	DB2	DB3	DB4	DB5	Crostolo
1	3797	1081	44785	899	1408	1154
2	4480	1325	41992	816	1103	959
3	4473	1251	22759	908	1156	1032
4	3765	536	22990	969	1056	1012
5	3366	506	15491	870	1169	1019
6	2826	1746	16043	1010	1206	1108
7	4634	1678	23496	1042	1148	1095
8	3476	1584	22376	1024	1031	1027
9	4232	1499	15329	869	1066	968
10	3600	1800	18738	1060	1400	1230
11	4855	908	31475	1250	1315	1282
12	4770	468	27666	1094	1642	1368
13	2947	845	36969	811	1265	1038
14	4643	637	30625	928	1711	1319
15	3403	506	31978	1260	1374	1317
16	4128	1088	24704	922	1654	1288
17	3396	650	25540	1137	1921	1529
18	4759	972	26730	1102	2023	1562
19	4016	812	16606	1131	2127	1629
20	4700	900	28650	613	2065	1339
21	4052	1874	43604	1088	2062	1575
22	4901	968	35272	1033	1596	1314
23	4563	1190	19705	1270	2616	1943
24	4860	1584	23184	1536	2631	2083
25	3086	1406	36641	1417	2416	1916
26	4056	2028	28477	1172	2010	1591
27	5741	1094	17861	1264	2817	2041
28	3871	1960	28420	1202	2331	1766
29	4415	1472	22812	1233	2225	1729
30	4781	1125	26438	1140	2676	1908

Tabella 6.3: Valori soglia osservati sul prodotto tra area di drenaggio e quadrato della pendenza locale $(AS^2)_t$ per i sotto-bacini DB1, DB2, DB3, DB4, DB5 e Crostolo.

Valore soglia $(AS^2)_t$ (m^2)						
h (m)	DB1	DB2	DB3	DB4	DB5	Crostolo
1	344	748	2446	99	126	113
2	358	744	1957	57	87	72
3	414	1076	1657	86	104	95
4	537	372	1334	95	86	91
5	463	447	695	104	97	101
6	355	1364	884	100	113	107
7	721	1274	638	102	106	104
8	475	1112	1354	120	103	111
9	540	1065	1281	104	115	110
10	573	1278	1100	206	157	181
11	897	615	1122	267	131	199
12	709	436	380	122	192	157
13	336	765	1604	109	139	124
14	377	543	1157	115	181	148
15	397	549	1020	139	157	148
16	654	868	1151	109	188	148
17	536	701	713	170	214	192
18	634	673	1454	153	216	185
19	383	756	803	268	235	252
20	451	728	601	113	236	174
21	280	1348	1910	154	245	200
22	482	928	624	160	202	181
23	660	1069	849	176	309	242
24	617	1598	683	188	311	249
25	442	1368	964	198	316	257
26	350	1348	792	224	256	240
27	661	1125	306	213	329	271
28	635	1581	1257	191	301	246
29	603	1484	580	191	295	243
30	940	1381	638	233	346	289

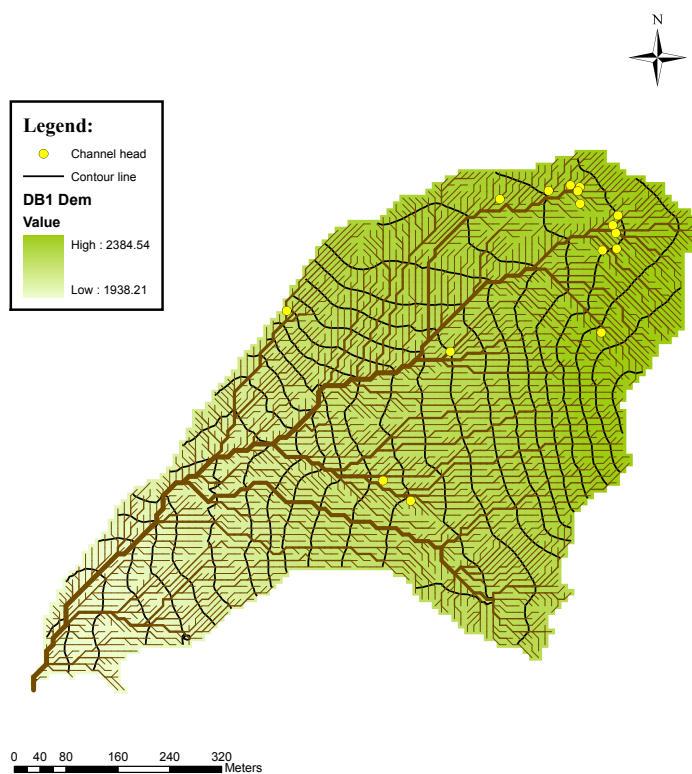


Figura 6.3: Rete dei versanti riprodotta usando il metodo D8-LTD e localizzazione delle teste dei canali, per il sotto-bacino DB1 alla risoluzione spaziale di 10 m.

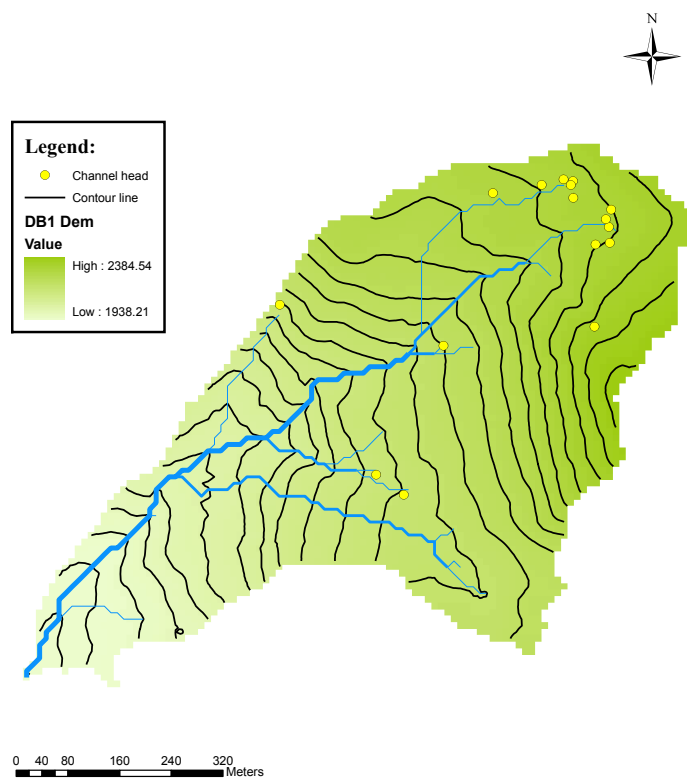


Figura 6.4: Rete dei canali ottenuta applicando il metodo soglia di Horton-Strahler ω_t^* e localizzazione delle teste dei canali, per il sotto-bacino DB1 alla risoluzione spaziale di 10 m.

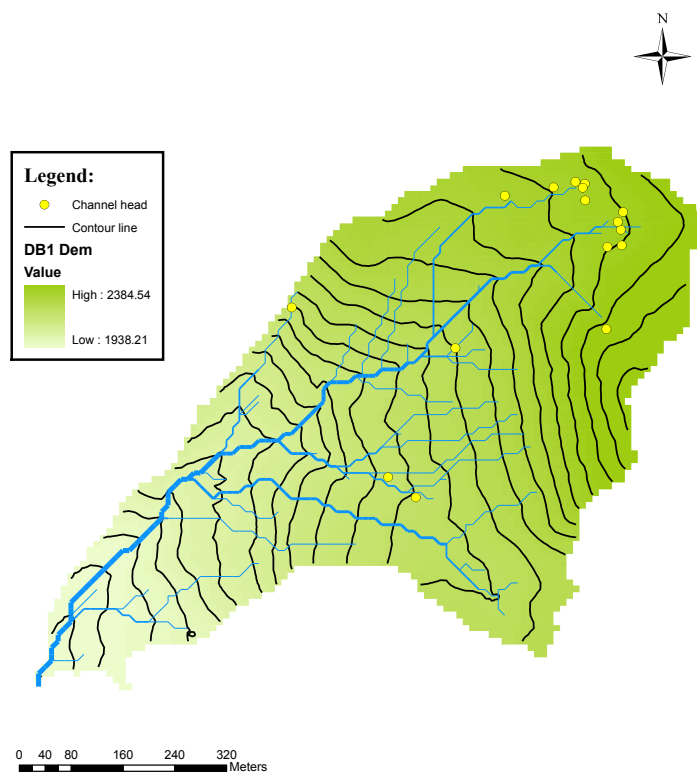


Figura 6.5: Rete dei canali ottenuta applicando il metodo soglia sull'area cumulata A_t e localizzazione delle teste dei canali, per il sotto-bacino DB1 alla risoluzione spaziale di 10 m.

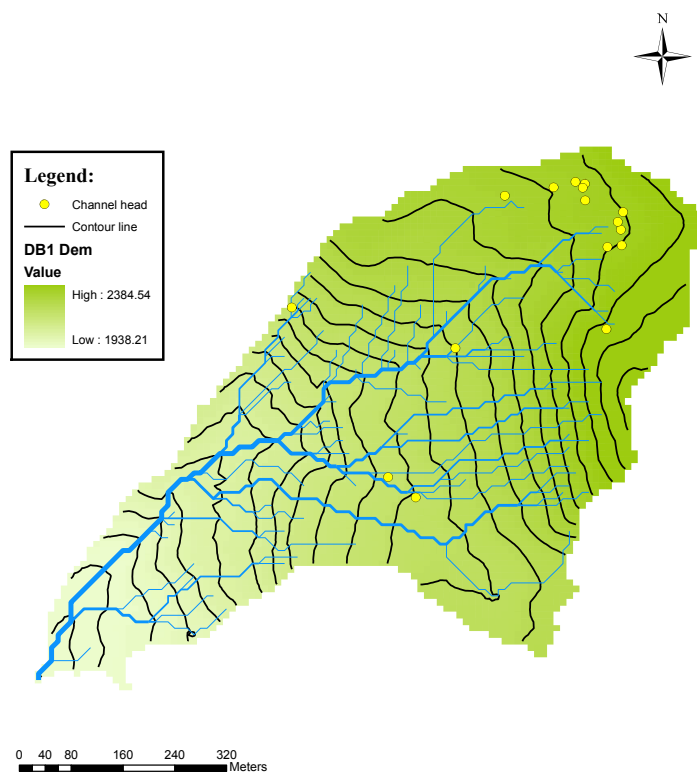


Figura 6.6: Rete dei canali ottenuta applicando il metodo soglia sull'area cumulata $(AS^2)_t$ e localizzazione delle teste dei canali, per il sotto-bacino DB1 alla risoluzione spaziale di 10 m.

attraverso la seguente legge di potenza: [67, 68, 64]:

$$\omega_t^* = \beta h^\alpha \quad (6.7)$$

dove β e α rappresentano rispettivamente i parametri di forma e di scala della legge (vedi equazioni riportate nel primo paragrafo del seguente capitolo). L'andamento della relazione (6.7), quindi, assume dei connotati ben precisi nell'ambito della funzione di *scaling* in cui i parametri, di cui sopra, risultano scala invarianti. L'indagine ha riguardato, inoltre, anche il confronto tra la suddetta legge (6.7) e i modelli spaziali di previsione dell'innesco dei canali, ovvero delle condizioni soglia in termini di area cumulata A_t [90]

$$A_t = a_1 + b_1 h \quad (6.8)$$

e del prodotto tra area di drenaggio e quadrato della pendenza locale $(AS^2)_t$ [60].

$$(AS^2)_t = a_2 + b_2 h \quad (6.9)$$

I parametri di scala delle relazioni (6.7), (6.8) e (6.9), che esprimono la variabilità delle condizioni soglia in funzione della dimensione delle celle h , sono stati determinati mediante una procedura di fittaggio lineare di regressione ai minimi quadrati dei punti osservati. Quest'ultimi a loro volta presentano differenti incertezze σ_i connesse alla stima dei valori medi ottenuti dalla individuazione delle soglie, mediante la sovrapposizione delle teste di canale sulla rete estratta attraverso il metodo D8-LTD. Le incertezze sono state calcolate usando le deviazioni standard dei valori soglia A_t , $(AS^2)_t$ e ω_t^* , cioè, σ_{A_t} , $\sigma_{(AS^2)_t}$ e $\sigma_{\omega_t^*}$, cioè come $\sigma_i = \sigma_{A_t}$, $\sigma_i = \sigma_{(AS^2)_t}$ e $\sigma_i = [\log(\omega_t^* + \sigma_{\omega_t^*}) - \log(\omega_t^* - \sigma_{\omega_t^*})]/2$, rispettivamente [65]. Di conseguenza a ciascun dato osservato è stato associato il peso $w_i = 1/\sigma_i$. Questi valori sono riportati in Figura (6.7), e sono rappresentati dalle barre d'errore, unitamente ai valori sperimentali e alla relazione predittiva relativa a ciascuna variabile soglia, in funzione della distanza tra le celle h . In Tabella (6.4) sono riportati i valori dei parametri a e b , del coefficiente di determinazione R^2 e del p -value, ottenuti dalla procedura lineare di regressione ai minimi quadrati caratterizzante le leggi relative a ciascun metodo adoperato. Dai grafici riportati in Figura (6.7) e dai valori dei parametri a e b riportati in Tabella (6.4) si osserva che le relazioni lineari delle variabili A_t e $(AS^2)_t$ presentano un andamento crescente all'aumentare della distanza tra le celle h ad eccezione della Figura (6.7h) la quale assume un andamento opposto, ovvero decrescente. In particolare relativamente alla relazione lineare delle condizioni soglia A_t , il parametro a assume valori compresi tra $4.5 \cdot 10^2$ e $2.1 \cdot 10^4$, mentre quello b valori compresi tra 6.548 e 108.564. I valori del coefficiente

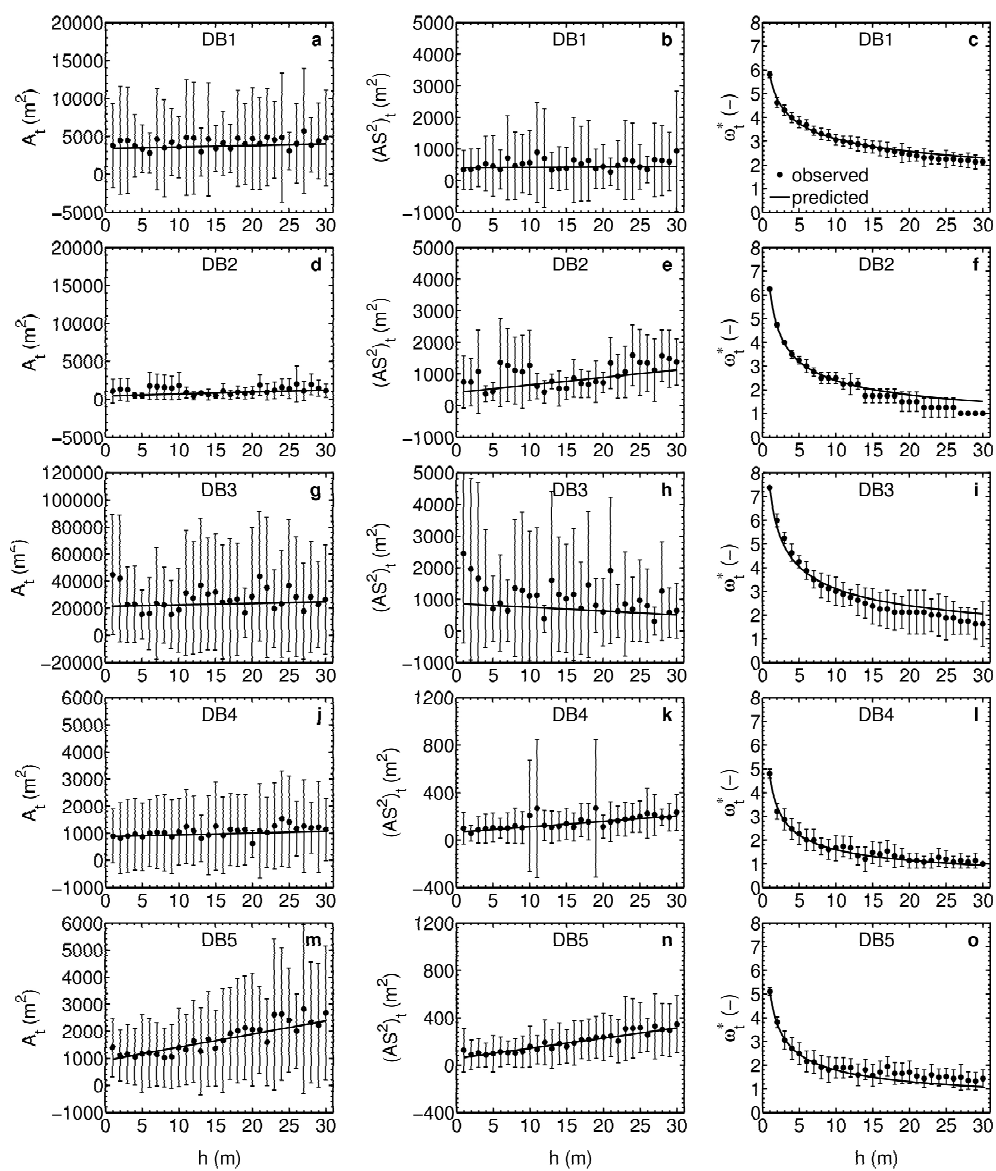


Figura 6.7: Andamenti dei valori soglia ω_t^* , A_t e $(AS^2)_t$ osservati e stimati in funzione della risoluzione spaziale delle celle h per i sotto-bacini DB1, DB2, DB3, DB4 e DB5.

Tabella 6.4: Parametri delle leggi di previsione di innesco delle teste di canale per i cinque sotto-bacini oggetto di studio.

DB	Intercetta	Coefficiente	R^2	p -value
$A_t = a_1 + b_1 h$				
DB1	3423.230	19.279	0.061	0.189
DB2	447.115	26.007	0.273	0.003
DB3	21430.400	108.564	0.015	0.513
DB4	877.349	6.548	0.060	0.193
DB5	926.840	48.543	0.752	< 0.0001
$(AS^2)_t = a_2 + b_2 h$				
DB1	406.785	1.368	0.009	0.609
DB2	415.880	23.701	0.320	0.001
DB3	862.719	-11.815	0.077	0.138
DB4	65.127	4.597	0.832	< 0.0001
DB5	56.925	8.563	0.903	< 0.0001
$\log \omega_t^* = \log \beta + \alpha \log h$				
DB1	1.784	-0.295	0.993	< 0.0001
DB2	1.862	-0.458	0.984	< 0.0001
DB3	2.013	-0.406	0.989	< 0.0001
DB4	1.533	-0.445	0.981	< 0.0001
DB5	1.594	-0.384	0.982	< 0.0001

di determinazione R^2 risultano essere compresi tra 0.060, relativamente al bacino DB4, e 0.752 relativamente al bacino DB5, il quale a sua volta mostra un p -value $< 10^{-4}$. I parametri a e b della relazione $(AS^2)_t$ assumono valori compresi rispettivamente nell'intervallo $57 \div 863$ e $-12 \div 24$. I valori del coefficiente di determinazione R^2 risultano essere compresi tra 0.009, relativamente al bacino DB1, e 0.903 relativamente al bacino DB5, il quale a sua volta mostra un p -value $< 10^{-4}$. Dai grafici riportati in Figura (6.7) si nota, inoltre, che il valore soglia ω_t^* diminuisce all'aumentare della distanza tra le celle h . La relazione di potenza riportata in Tabella (6.4), trasformata in scala logaritmica, mostra che i valori dei parametri a e b variano rispettivamente in un intervallo compreso tra 1.533 e 2.013, e tra -0.295 e -0.458 . Il coefficiente di determinazione R^2 assume valore massimo pari a 0.993 per il bacino DB1 e in media pari a 0.984 per i restanti bacini. Il p -value invece presenta valori inferiori a 10^{-4} per tutti e cinque i bacini oggetto di studio. Più specificatamente, come detto nel primo paragrafo, lo *scaling*, in cui i parametri β e α risultano scala-invarianti è determinato attraverso una procedura in scala doppia-logaritmica basata sulla massimizzazione del coefficiente R^2 della retta interpolante ai minimi quadrati il valore soglia ω_t^* , valutato in funzione della risoluzione h della cella. In Figura (6.8) sono riportati i grafici, in scala doppia-logaritmica, relativi agli andamenti della legge di potenza espressa dalla relazione (6.4) nonché l'intervallo di scala lungo il quale il modello lineare presenta il massimo coefficiente di determinazione R^2 . In Tabella (6.5) sono riportati, per i bacini di riferimento, i valori dei parametri α e β , l'intervallo di *scaling*, il coefficiente di determinazione R^2 e il p -value. Dai risultati si evince che per tutte e cinque le reti idrografiche,

Tabella 6.5: Parametri della legge di potenza per i cinque bacini esaminati.

DB	β	α	h_{min}	h_{max}	R^2	p -value
DB1	5.803	-0.272	1	16	0.996	< 0.0001
DB2	6.279	-0.419	1	12	0.998	< 0.0001
DB3	7.430	-0.378	1	14	0.991	< 0.0001
DB4	4.743	-0.475	1	10	0.993	< 0.0001
DB5	5.129	-0.457	1	10	0.997	< 0.0001

estratte dai rispettivi sotto-bacini afferenti, il coefficiente di determinazione R^2 caratterizzante l'intervallo di *scaling* risulta essere prossimo all'unità. Il p -value inoltre assume valori inferiori a 10^{-4} per tutte le reti idrografiche esaminate. Il comportamento scala invariante delle condizioni soglia ω_t^* , risulta essere compreso tra 1 e 16 m per la rete DB1, tra 1 e 12 m per la rete DB2,

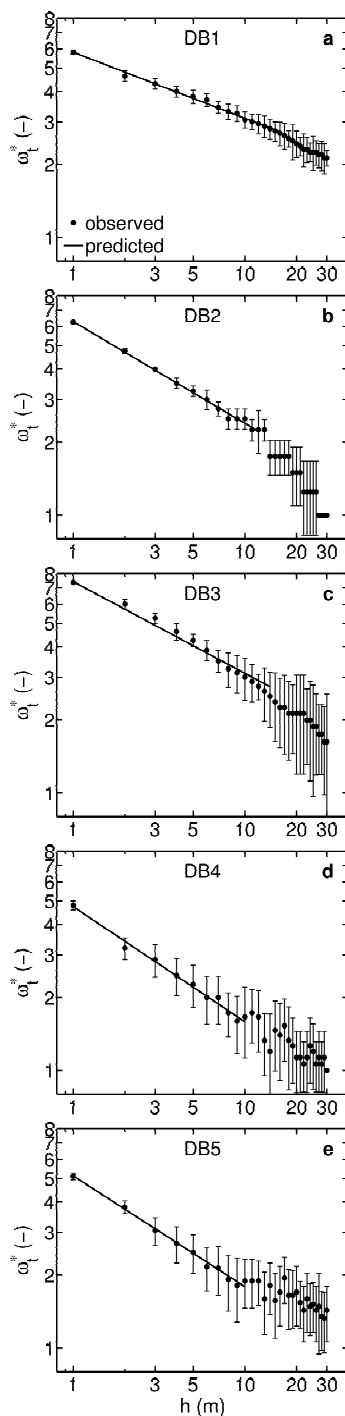


Figura 6.8: Andamenti dell'ordine soglia di Strahler, ω_t^* , in funzione della risoluzione spaziale delle celle in scala doppio-logaritmica nonché l'intervallo di scaling delimitato dai limiti inferiore e superiore di *cut-off*.

tra 1 e 14 m per la rete DB3 e tra 1 e 10 m per le reti DB4 e DB5 (vedi Figura (6.8) e Tabella (6.5)). Comportamento analogo di quest'ultime due reti validato dal valore del coefficiente α che assume valori pressoché uguali, ovvero pari rispettivamente a 0.475 e 0.457, per sotto-bacini con caratteristiche morfologiche e geolitologiche simili, in quanto afferenti allo stesso sotto-bacino del Cordon. Si nota inoltre che i valori del coefficiente di determinazione R^2 risultano essere maggiori (molto prossimi all'unità) a quelli stimati interpolando i dati osservati nell'intervallo compreso tra le risoluzioni 1 e 30 metri. Il parametro β invece assume valori compresi tra 4.743, relativamente al sotto-bacino DB4, e 7.430 relativamente al sotto-bacino DB3. I valori medi dei coefficienti β e α risultano essere pari rispettivamente a 5.877 e -0.4 con un range di scaling medio compreso tra 1 e 12 metri. Complessivamente, il range di scaling determinato mediante il metodo soglia di Horton-Strahler ha permesso di definire, rispetto agli altri due metodi utilizzati, un ben definito e più piccolo limite di *cut-off* fisico in termini di risoluzione delle celle, con valori in media dell'ordine di 10 m. Questo risultato è importante in quanto restringe il campo di osservazione per l'estrazione automatica delle reti di canali, in termini di risoluzione spaziale delle celle, la quale risulta essere non compresa più tra 1 e 30 metri ma tra 1 e 10 metri. Oltre questo limite la misura infatti risulta non rappresentativa di una previsione automatica ottimale delle teste di canale per i bacini esaminati.

Nel prossimo capitolo verranno illustrate le applicazioni dei concetti teorici riguardanti la caratterizzazione del grado medio di giunzione per le reti fluviali naturali, nonché la valutazione del fattore di uniformità nel contesto dell'analisi di scala dipendente dalla risoluzione delle celle relative all'estrazione dei reticoli fluviali sia a scala di versante che a scala di canale.

Capitolo 7

Analisi dei risultati

7.1 Stima del grado medio di giunzione

Al fine di analizzare il comportamento del grado medio di giunzione al generico ordine gerarchico sono state analizzate le reti di versante (*grid networks*) estratte mediante il metodo D8-LTD [63, 64], e le corrispondenti reti di canale (*channel networks*) ottenute applicando i metodi soglia delle aree cumulate A_t , del prodotto tra area di drenaggio e quadrato della pendenza $(AS^2)_t$, e dell'ordine di Horton-Strahler ω_t^* . L'analisi ha riguardato, inoltre, il confronto tra le suddette strutture fluviali e la rete deterministica di Peano, nonché la validazione del coefficiente di uniformità nell'ambito dell'analisi di scala (*coarse graining analysis*) dipendente dalla risoluzione delle celle relative all'estrazione dei reticoli fluviali. Sono state analizzate, come riportato nel secondo paragrafo del precedente capitolo, sei strutture fluviali localizzate in Italia, ovvero le reti DB1, DB2, DB3, DB4, DB5 e Crostolo, al variare della risoluzione spaziale h compresa tra 1 e 50 metri. In seguito alla procedura di estrazione dei reticoli fluviali, alla scala di versante e di canale, ogni struttura fluviale è stata gerarchizzata attraverso il criterio di Horton-Strahler. Attraverso questa procedura si è constatato che gli ordini di chiusura dei relativi bacini di versante assumono valori differenti, in quanto essi dipendono dalla risoluzione spaziale delle celle, diminuendo all'aumentare della distanza tra le stesse. Gli ordini risultano compresi nell'intervallo $4 \div 10$ relativamente ai sotto-bacini DB1 \div DB5 e compresi nell'intervallo $8 \div 12$ limitatamente alla rete del torrente Crostolo.

Le reti di canale, ottenute imponendo i tre differenti metodi soglia di innescio dei canali, hanno mostrato ordini gerarchici di chiusura dei sotto-bacini differenti e che sembrano non dipendere, come per le reti di versante, dalla risoluzione spaziale delle celle. Questo comportamento è dovuto alla localiz-

zazione e alla sovrapposizione delle teste di canale osservate sulle reti estratte mediante il metodo D8-LTD. Infatti, le teste di canale, a causa delle perdite di informazioni che si hanno con l'aumentare della distanza tra le celle h , possono intersecare aste della rete di versante che presentano un diverso ordine gerarchico, e contemporaneamente, quindi, ricadere in celle che presentano un'area drenante differente da esse. Così facendo, la soglia sperimentale ottenuta può assumere valori molto alti, ma allo stesso tempo anche bassi, i quali andranno a mutare appunto il valore medio della soglia di innesco. I valori dell'ordine di chiusura per i sotto-bacini DB1÷DB5, estratti alla scala di canale, è risultato essere compreso tra 2 e 5, mentre la rete del Crostolo, estratta applicando i metodi soglia ω_t^* e $(AS^2)_t$, presenta valori dell'ordine gerarchico dell'asta terminale del bacino compresi tra 7 e 10, e che mediamente diminuiscono al diminuire della risoluzione spaziale delle celle. Fanno eccezione, infatti, la rete del torrente Crostolo e la rete DB1 estratte con il metodo soglia A_t per le quali sono stati ottenuti ordini di chiusura del bacino pari rispettivamente a 8 e 4 per tutte le risoluzioni spaziali analizzate.

Il valore soglia, inoltre, ha influito in maniera diretta sulla stima di parametri morfometrici come la densità di drenaggio della rete di canale estratta dalla relativa struttura di versante. Infatti, le reti di canale, ottenute imponendo tali valori soglia osservati, hanno mostrato valori della densità di drenaggio, in funzione della risoluzione spaziale h , più uniformi rispetto a quelli ottenuti per le reti di versante. Quest'ultime, in particolare, hanno mostrato un trend decrescente al diminuire della risoluzione spaziale delle celle h . Per mostrare ciò, in Figura (7.1), sono riportati, come esempio, i valori della densità di drenaggio calcolata per la rete del torrente Crostolo alla scala di versante e alla scala di canale in funzione della dimensione delle celle h . Analizzando il grafico è possibile osservare che, relativamente alle reti di canale, la densità di drenaggio mostra un trend costante, e quindi con una minore variabilità, nei primi 10 metri di risoluzione. Questo comportamento, come vedremo nel prossimo paragrafo, è paragonabile a quello ottenuto per il parametro di uniformità nell'ambito dell'analisi di scala. La densità di drenaggio, è stata calcolata per tutte le reti esaminate attraverso la seguente relazione [10]:

$$D = \frac{L_T}{A_\Omega} = \sum_{\omega=1}^{\Omega} \sum_{i=1}^{N_\omega} \frac{L_{\omega i}}{A_\Omega} = \sum_{\omega=1}^{\Omega} \frac{N_\omega \bar{L}_\omega}{A_\Omega}, \quad (7.1)$$

dove L_T è la lunghezza totale dei canali all'interno del bacino, A_Ω è l'area totale del bacino all'ordine massimo Ω , mentre N_ω e \bar{L}_ω sono, rispettivamente, il numero e la lunghezza media delle aste all'ordine ω . L'analisi dei reticoli fluviali è stata suddivisa in passaggi ben precisi. Il primo passo è stato quello di valutare le sotto-strutture ricavate dal processo di gerarchizzazione. Si è

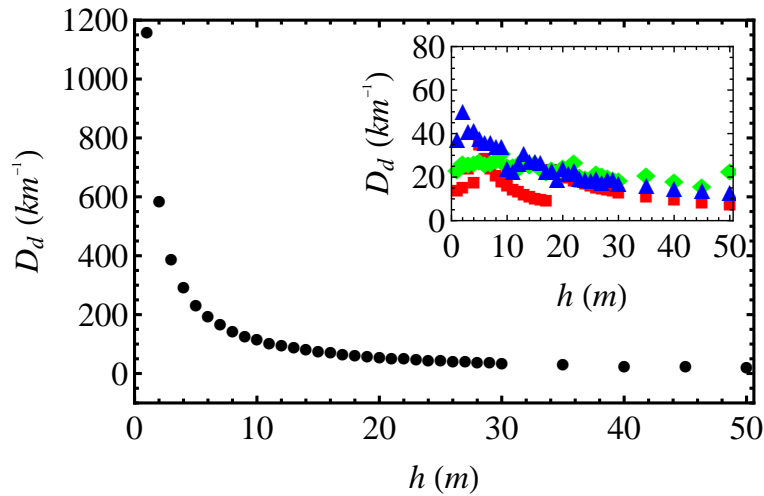


Figura 7.1: Densità di drenaggio D_d in funzione della risoluzione spaziale h per la rete del torrente Crostolo estratta sia alla scala di versante che di canale. Nel grafico esterno, la serie identificata con i pallini neri rappresenta i valori ottenuti per la rete di versante, mentre nel grafico interno sono riportati gli andamenti della densità di drenaggio per le reti di canale estratte rispettivamente con il metodo soglia ω_t^* (■), A_t (◆) e $(AS^2)_t$ (▲).

potuto osservare che il numero di sotto-strutture N_ω , per tutti i bacini e per tutte le risoluzioni spaziali analizzate, in funzione dell'ordine gerarchico ω , presenta un andamento esponenziale decrescente i cui valori massimi risultano essere in corrispondenza della magnitudo [40, 35, 79, 80, 67, 68], come riportato in Figura (7.2). Effettuata la gerarchizzazione di Horton-Strahler, e valutato il numero delle sotto-strutture, il passo successivo è stato quello di analizzare il numero di occorrenze, ovvero i corrispondenti vettori $n(\omega, i)$ ai vari ordini gerarchici che sono stati ordinati secondo il criterio decrescente esposto dalla relazione (4.1).

Relativamente alle reti di versante, si è osservato che le sotto-strutture $n(2, i)$, ossia del secondo ordine, con i nodi sorgente, per tutti i sotto-bacini analizzati, hanno un andamento delle occorrenze di tipo decrescente. Al terzo ordine, invece, si è osservato che le sotto-strutture $n(3, i)$, hanno un andamento unimodale limitatamente ad un ristretto intervallo di i nodi sorgente ($5 \div 10$) per tutti i sotto-bacini esaminati (vedi esempio riportato in Figura 7.3). In particolare questi andamenti sono risultati abbastanza evidenti in corrispondenza della massima risoluzione spaziale, ossia 1 metro, e comunque ben delineati sino alla risoluzione di circa 7 metri per i sotto-bacini DB1÷DB5, e fino alla risoluzione spaziale di 50 metri per il bacino del torrente Crostolo. Le reti

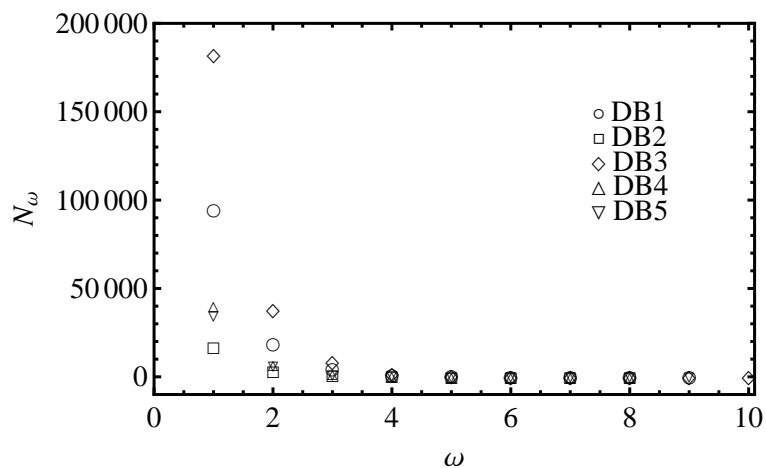


Figura 7.2: Numero di sotto-strutture N_ω estratte dalle reti di versante per i sotto-bacini DB1, DB2, DB3, DB4 e DB5 alla risoluzione di 1 m.

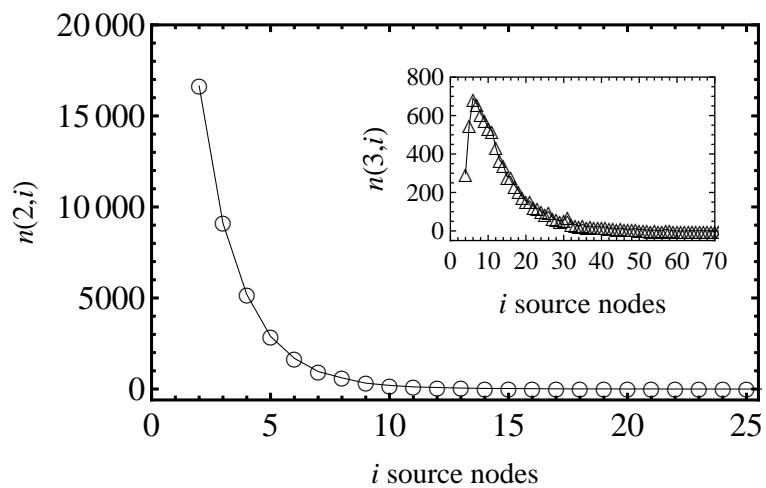


Figura 7.3: Occorrenze $n(2,i)$ e $n(3,i)$ per la rete fluviale DB3 estratta a scala di versante alla risoluzione di 1 m.

di canale dei sotto-bacini DB1÷DB5 estratte mediante i tre metodi soglia, invece, presentano andamenti di tipo casuale, sia al secondo che al terzo ordine gerarchico. Si è potuto osservare che, per alcune risoluzioni spaziali, al secondo ordine il numero di sotto-strutture con i nodi sorgente decresce all'aumentare del numero di nodi sorgente, così come avviene analogamente per le reti di versante. La carente analisi delle occorrenze per le reti di canale è causata dal limitato numero di sotto-strutture $n(2, i)$ e $n(3, i)$, nonché di i nodi sorgente. Comportamento analogo alle reti di versante, dovuto in questo caso all'elevato numero di sotto-strutture ricavate sia al secondo che al terzo ordine gerarchico, lo si è osservato per la rete del torrente Crostolo, la quale ha mostrato, per tutti e tre i metodi soglia, che le sottostrutture $n(2, i)$ hanno un andamento decrescente, mentre le sotto-strutture $n(3, i)$ presentano un comportamento unimodale per tutte le risoluzioni spaziali oggetto di indagine. Questi risultati concordano con i valori ottenuti da Giusti and Schneider [35] e Shreve [79, 80] nel contesto della distribuzione delle biforcazioni nelle reti fluviali hortoniane.

Successivamente alla valutazione dell'andamento del numero di sotto-strutture ricavate dal processo di gerarchizzazione, è stato calcolato il grado medio di giunzione, $\langle k_n(\omega) \rangle$, per i differenti ordini gerarchici ω , i cui valori sono stati ottenuti direttamente attraverso l'equazione (4.6). È stato inoltre stimato l'errore, ϵ , che si può commettere nel conteggio delle sotto-strutture hortoniane con i nodi sorgente. In particolare tale errore, come già detto nel capitolo (4.2.2) (vedi equazione 4.21), è stato valutato considerando la distribuzione poissoniana dei conteggi $n(\omega, i)$, e successivamente propagato con tecniche di espansione asintotica. Sono state calcolate infine le differenze relative, Δ , del $\langle k_n(\omega) \rangle$ dai corrispondenti valori della rete di Peano.

I valori numerici del grado medio di giunzione, $\langle k_n(\omega) \rangle$, dell'errore di stima, ϵ , e delle differenze relative, Δ , per le reti di versante e di canale, sono riportati in Appendice (A), per le diverse risoluzioni spaziali oggetto di indagine. Dall'analisi relativa alle reti di versante si è osservato che i valori numerici del grado medio di giunzione, relativamente al secondo ordine gerarchico, sono compresi tra 1.553 e 1.756 per i sotto-bacini DB1÷DB5 (con media pari a 1.629), e tra 1.616 e 1.665, per il bacino del Crostolo. Al terzo ordine gerarchico risultano invece compresi tra 1.878 e 1.968 per i sotto-bacini DB1÷DB5, con valore medio pari a 1.901, e tra 1.884 e 1.902 per il torrente Crostolo. Ai restanti ordini gerarchici il descrittore assume valori maggiori di 1.955 e tende asintoticamente a 2 all'ordine gerarchico di chiusura dell'intera rete estratta dal bacino oggetto di studio per tutti i sotto-bacini analizzati. Relativamente agli errori stimati nel calcolo del grado medio di giunzione si è osservato, per tutte le reti esaminate, che esso è risultato massimo agli ordini gerarchici due e tre, poiché la media pesata è stata calcolata su un più grande

numero di sotto-strutture. In particolare per i sotto-bacini analizzati l'errore di stima mostra ordini di grandezza tra 10^{-2} e 10^{-7} , mentre le differenze relative hanno mostrato valori compresi tra 10^{-1} e 10^{-7} . Si è potuto osservare, inoltre, che per tutti i bacini indagati, tale valore massimo dell'errore di stima, agli ordini $\omega = 2, 3$, è risultato dipendente dalla risoluzione spaziale delle celle dei modelli digitali del terreno. E cioè all'aumentare della distanza tra le celle, tale valore è risultato crescente. Quindi sulla base dei dati osservati e sulle elaborazioni dei conteggi eseguiti, esso risulta minimo all'aumentare della risoluzione e massimo al diminuire. Per quanto concerne le differenze relative rispetto a Peano, si è osservato che i valori più alti si hanno agli ordini gerarchici minori, fino al valore dell'asta terminale rispetto alla quale tali differenze assumono valori più bassi. Gli ordini, infatti, che presentano i valori più bassi delle differenze relative rispetto alla rete di Peano sono pari al secondo e terzo ordine. Questo comportamento risulta paragonabile ai valori delle barre d'errore del calcolo del grado medio di giunzione delle reti estratte dai sei sotto-bacini, i quali risultano maggiori agli ordini $\omega = 2, 3$. Per le reti di canale estratte mediante i tre metodi soglia di innesco dei canali, si è osservato che i valori numerici del grado medio di giunzione, relativamente al secondo ordine gerarchico, sono compresi tra 1.500 e 1.875 per i sotto-bacini DB1÷DB5 (con media pari a 1.688), e tra 1.592 e 1.623, per il bacino del Crostolo. Al terzo ordine gerarchico risultano invece compresi tra 1.750 e 1.974, con media pari a 1.886, per i sotto-bacini DB1÷DB5, e tra 1.866 e 1.904 per il torrente Crostolo. Ai restanti ordini gerarchici il descrittore assume valori maggiori di 1.941 e tende asintoticamente a 2 all'ordine gerarchico di chiusura dell'intera rete per tutti i sotto-bacini analizzati. La rete del torrente Crostolo, inoltre, ha mostrato, sia alla scala di versante che di canale, valori del grado medio di giunzione con una leggera diminuzione a parità di ordine gerarchico per tutte le risoluzioni spaziali prese in esame. Relativamente agli errori stimati nel calcolo del grado medio di giunzione, si è osservato, per i sotto-bacini DB1÷DB5, che esso è risultato massimo agli ordini due e tre, nonostante siano state comunque analizzate strutture di rete che presentano ordini di chiusura del bacino pari al secondo e terzo ordine, eccetto alcune risoluzioni spaziali. In particolare si è osservato, che per i sotto-bacini DB1÷DB5, il valore massimo dell'errore di stima è risultato in media dell'ordine di grandezza pari a 10^{-2} , relativamente al secondo e terzo ordine gerarchico, analogamente alle reti di versante. Fanno eccezione alcune risoluzioni spaziali esaminate, le quali presentano ordini di grandezza di 10^{-1} , e 10^{-3} . A differenza delle reti di versante, per le quali tale valore massimo dell'errore di stima, agli ordini $\omega = 2, 3$, è risultato dipendente dalla risoluzione spaziale dei modelli digitali del terreno, per le reti di canale non si è riscontrata nessuna correlazione tra distanza delle celle h e l'errore

di stima ϵ . Quest'ultimo assume valori differenti per le diverse h , cioè non risulta massimo al diminuire della risoluzione o minimo all'aumentare della stessa. La rete del torrente Crostolo, invece, presenta una certa uniformità riguardo la variazione dell'errore di stima in funzione della risoluzione delle celle, in quanto esso rimane pressoché costante al variare della stessa per tutti gli ordini gerarchici esaminati. In particolare mostra ordini di grandezza dell'errore di stima più piccoli, e pari in media a 10^{-3} al secondo gerarchico, pari in media a 10^{-2} al terzo e quarto ordine, e compreso tra 10^{-3} e 10^{-5} per i restanti ordini gerarchici. Circa i valori delle differenze relative delle reti di canale rispetto a Peano, relativamente ai sotto-bacini DB1÷DB5, si è osservato che essi variano da 10^{-2} a 10^{-3} , ad eccezione di alcune risoluzioni spaziali le quali presentano ordini di grandezza pari a 10^{-4} . La rete del torrente Crostolo, invece, mostra ordini di grandezza delle differenze relative, che variano tra 10^{-3} e 10^{-6} , ad eccezione di alcune reti le quali mostrano ordini di grandezza pari a 10^{-2} e 10^{-7} .

Si è notato comunque, analogamente alle reti di versante, che i valori più bassi delle differenze relative rispetto al valore di Peano si hanno per gli ordini gerarchici maggiori fino al valore dell'asta terminale rispetto alla quale tali differenze assumono valori più bassi. Gli ordini che presentano invece i valori più alti delle differenze relative rispetto alla rete di Peano sono pari al secondo e terzo ordine. Questo comportamento coincide in molti casi con i valori delle barre d'errore del calcolo del grado medio di giunzione delle reti di canale estratte dai sei bacini oggetto di studio, i quali risultano maggiori agli ordini 2 e 3. Questo risultato conferma, in termini di differenze relative, i valori ottenuti nel precedente lavoro di De Bartolo et al. [17] e sono indicatori della validità del grado di giunzione medio come utile descrittore per la connessione tra reti fluviali naturali e la rete deterministica di Peano.

7.2 Stima del fattore di uniformità

Per quanto concerne la stima del parametro di uniformità γ , ossia $\tilde{\gamma}$ nel caso numerico, fornita dal modello perturbato (4.17), quest'ultima è stata attuata utilizzando una procedura di regressione non lineare dell'insieme dei valori $\langle k_n(\omega) \rangle$, con $\omega = 1, \dots, \Omega$, per ciascun set di dati fluviali estratti. L'indagine ha riguardato, oltre lo studio delle strutture fluviali italiane, anche l'analisi di due sotto-bacini del fiume Gabilan, situati in California, Stati Uniti. Le reti, denominate DB6 e DB7, presentano un'area uguale rispettivamente a 16.72 e 137.32 km^2 . Tali reticoli, estratti alla scala di versante applicando il criterio D8-LTD, sono stati generati imponendo i valori soglia ottenuti per la rete del torrente Crostolo, e analizzati alle risoluzioni spaziali comprese tra 10 e

50 metri, con passo di campionatura pari a 5 metri. Lo scopo è stato quello di confrontare, sia alla scala di versante che di canale, gli andamenti del parametro di uniformità $\tilde{\gamma}$ in funzione della risoluzione spaziale h con quelli ottenuti per i sei sotto-bacini italiani. Non è stato possibile effettuare un confronto con le strutture fini, ovvero con risoluzione maggiore di 10 metri, in quanto i modelli digitali del terreno di tali reti americane sono stati rilevati a partire dalla risoluzione di 10 metri. Nelle Tabelle inserite in Appendice (A), sono riportati, per le reti situate nelle Alpi, negli Appennini e negli Stati Uniti, i valori di $\tilde{\gamma}$ (*Estimated Asymptotic Value, EAV*), unitamente all'errore standard (*Standard Error, SE*), ottenuti direttamente dalla procedura di regressione non-lineare eseguita per la regressione dei dati sperimentali. Quest'ultimo, per tutti i sotto-bacini analizzati, assume valori molto piccoli ed è, quindi, rappresentativo della bontà della procedura eseguita. Nei Grafici inseriti nelle Figure (7.4)÷(7.36) sono riportati, per tutti i sotto-bacini estratti alla scala di versante e di canale (applicando i metodi soglia ω_t^* , A_t e $(AS^2)_t$), gli andamenti del grado medio di giunzione calcolato, $\langle k_n(\omega) \rangle$, le barre d'errore stimate per ciascuna sotto-struttura dello stesso ordine, ϵ , e il grado medio di giunzione, $\langle \tilde{k}_n(\omega) \rangle$, stimato direttamente tramite la relazione (4.17), nonché quello calcolato per la rete di Peano, $\langle k_n(\omega) \rangle_P$. I Grafici, nello specifico, si riferiscono alle reti estratte alle risoluzioni spaziali di 1 e 10 metri, per le reti italiane, e di 10 e 20 metri per quelle americane. Per tutti i casi esaminati, il valore del grado medio di giunzione calcolato rientra nelle barre d'errore del grado medio di giunzione calcolato sperimentalmente.

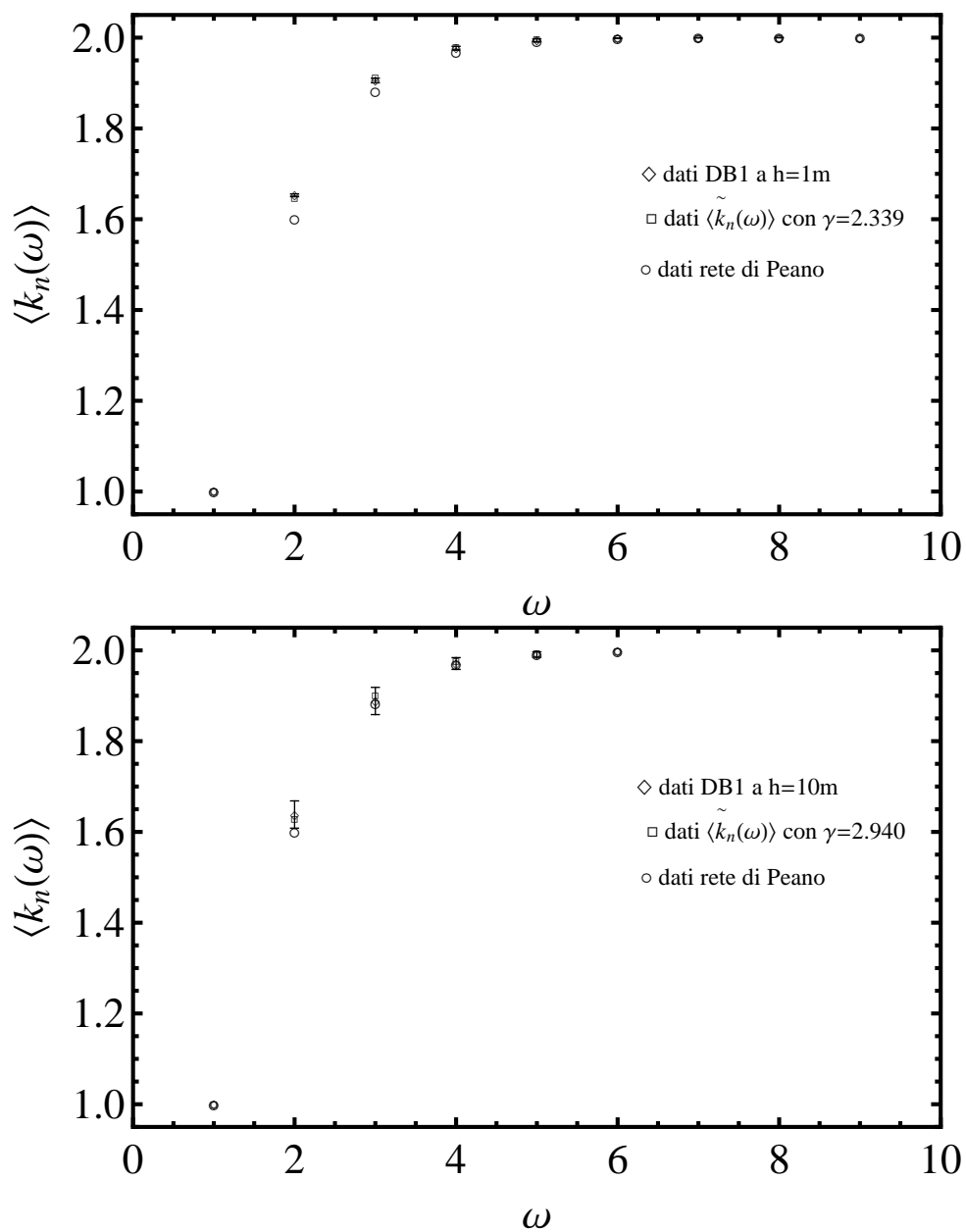


Figura 7.4: $\langle k_n(\omega) \rangle$ e $\langle k_{\tilde{\gamma}}(\omega) \rangle$ versus ω , per la rete di versante DB1: reticoli estratti alla risoluzione spaziale di 1 e 10 m.

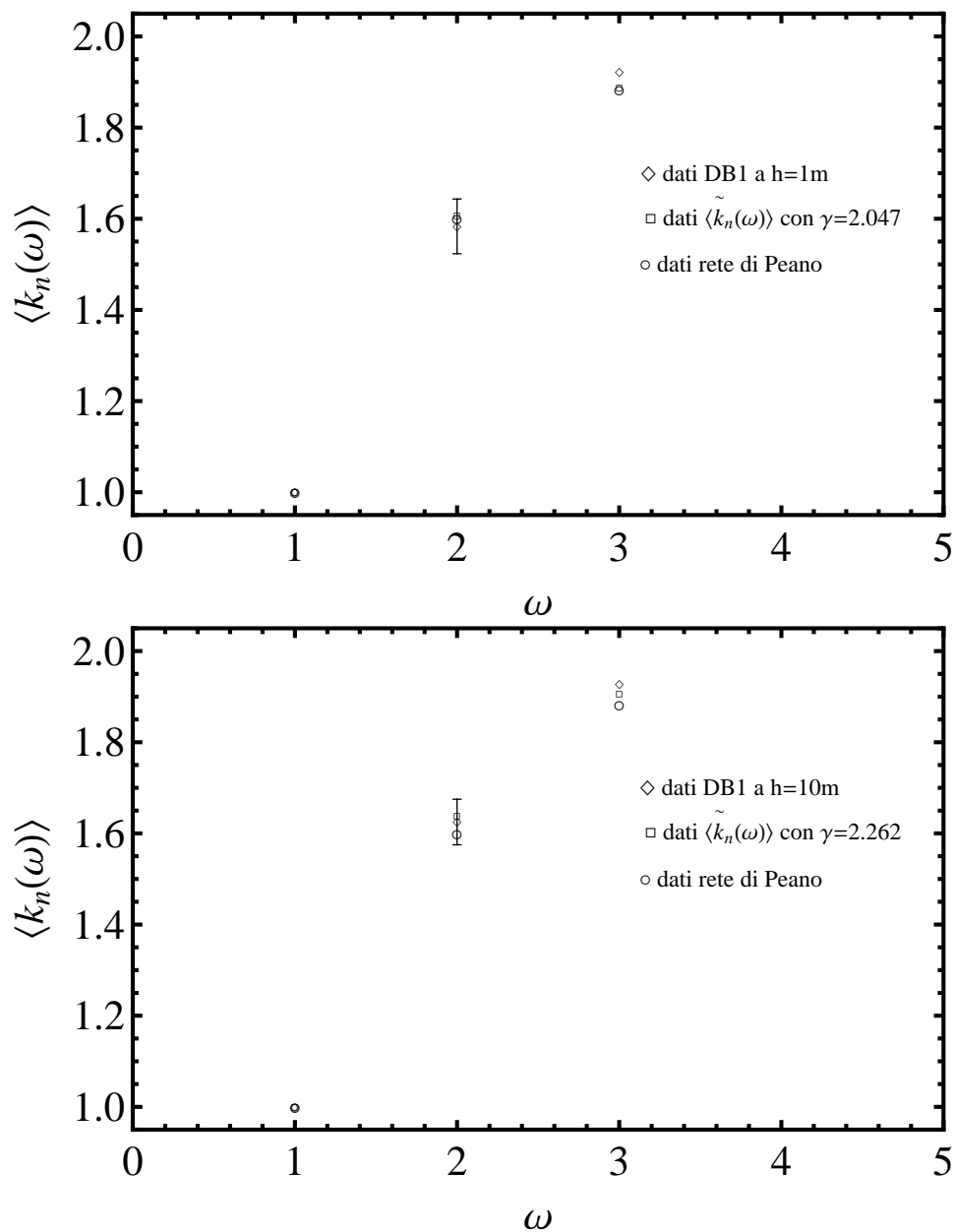


Figura 7.5: $\langle k_n(\omega) \rangle$ e $\langle k_{\tilde{\gamma}}(\omega) \rangle$ versus ω , per la rete di canale DB1 ottenuta applicando il metodo soglia ω_t^* : reticoli estratti alla risoluzione spaziale di 1 e 10 m.

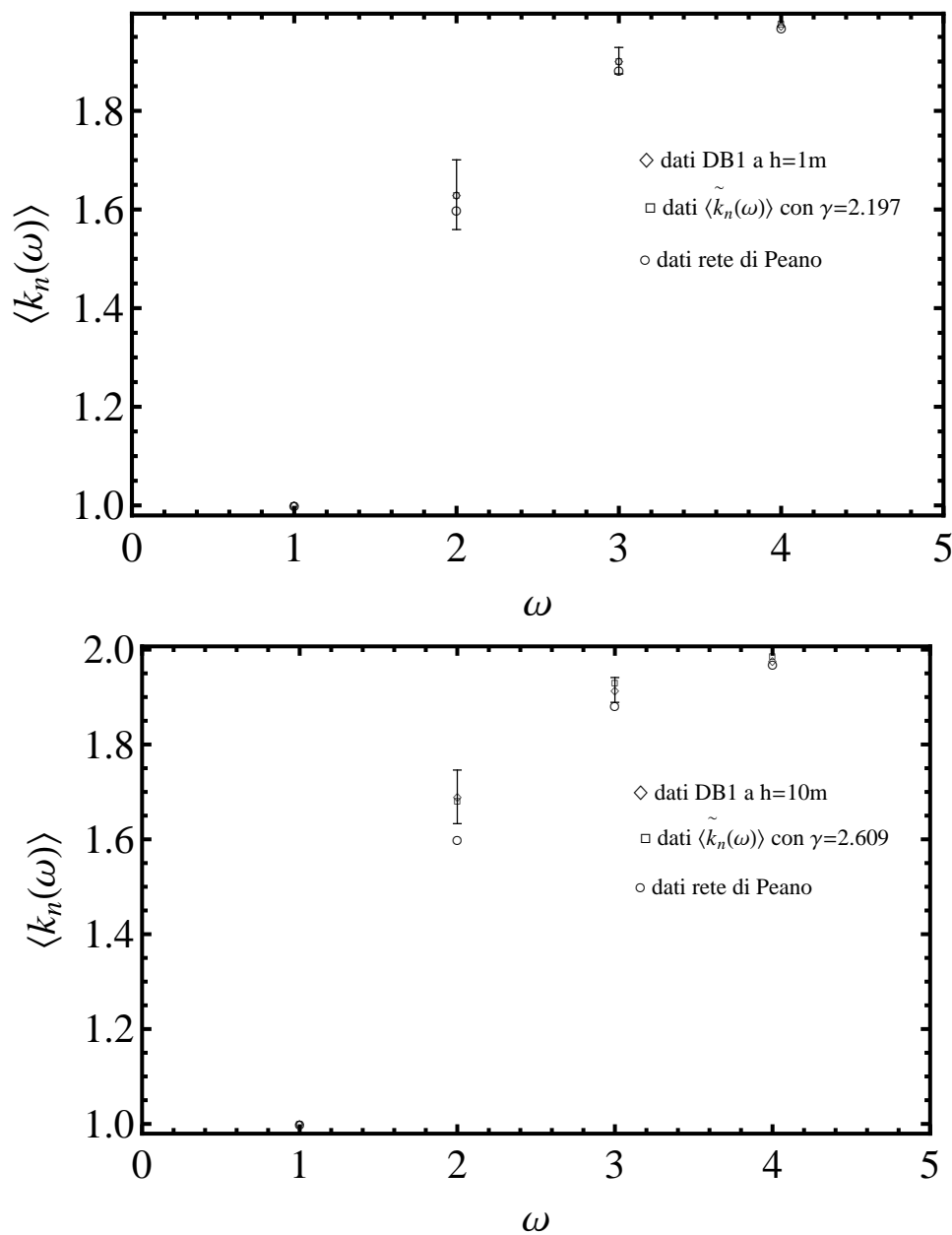


Figura 7.6: $\langle k_n(\omega) \rangle$ e $\langle k_{\tilde{\gamma}}(\omega) \rangle$ versus ω , per la rete di canale DB1 ottenuta applicando il metodo soglia A_t : reticoli estratti alla risoluzione spaziale di 1 e 10 m.

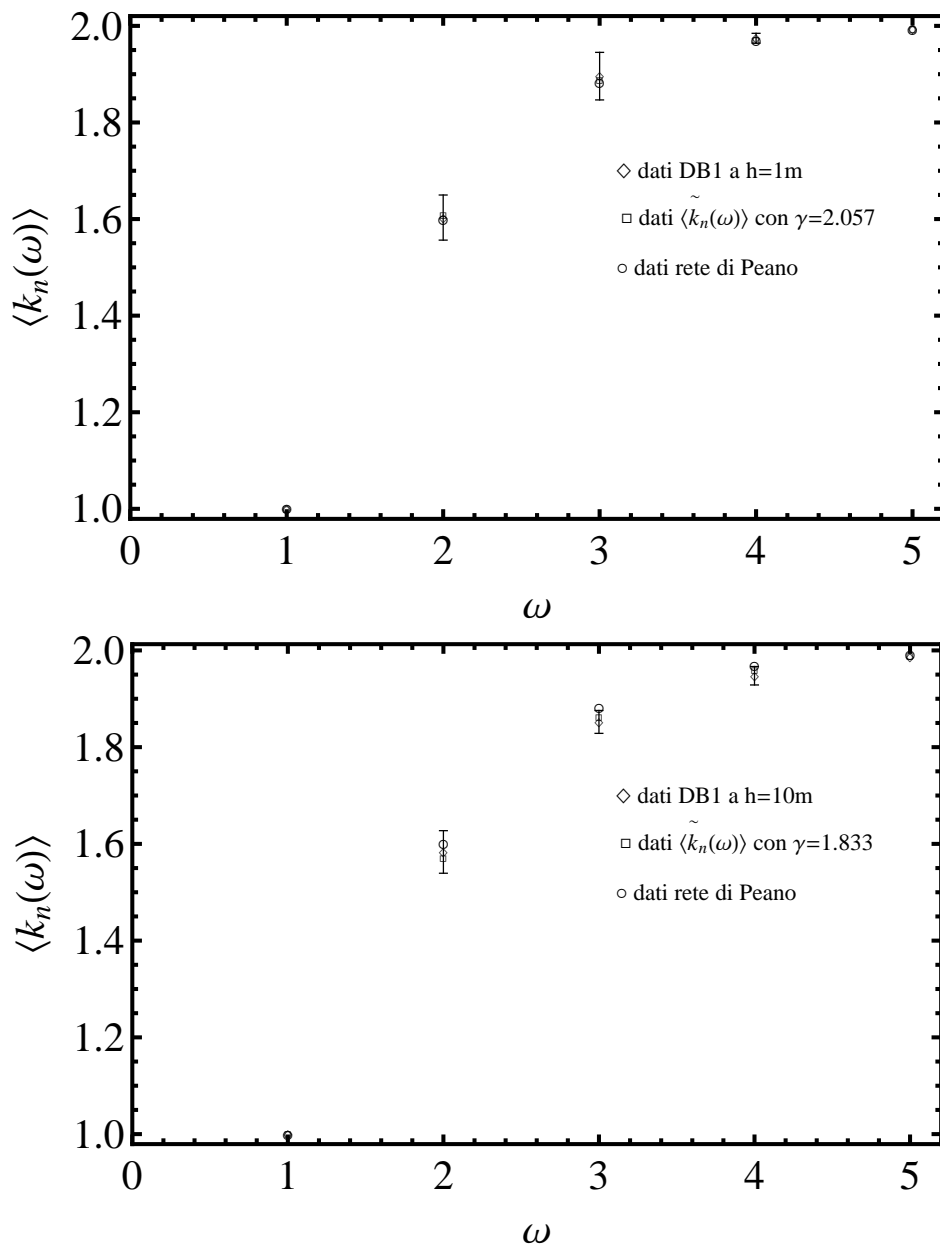


Figura 7.7: $\langle k_n(\omega) \rangle$ e $\langle k_{\tilde{\gamma}}(\omega) \rangle$ versus ω , per la rete di canale DB1 ottenuta applicando il metodo soglia $(AS^2)_t$: reticoli estratti alla risoluzione spaziale di 1 e 10 m.

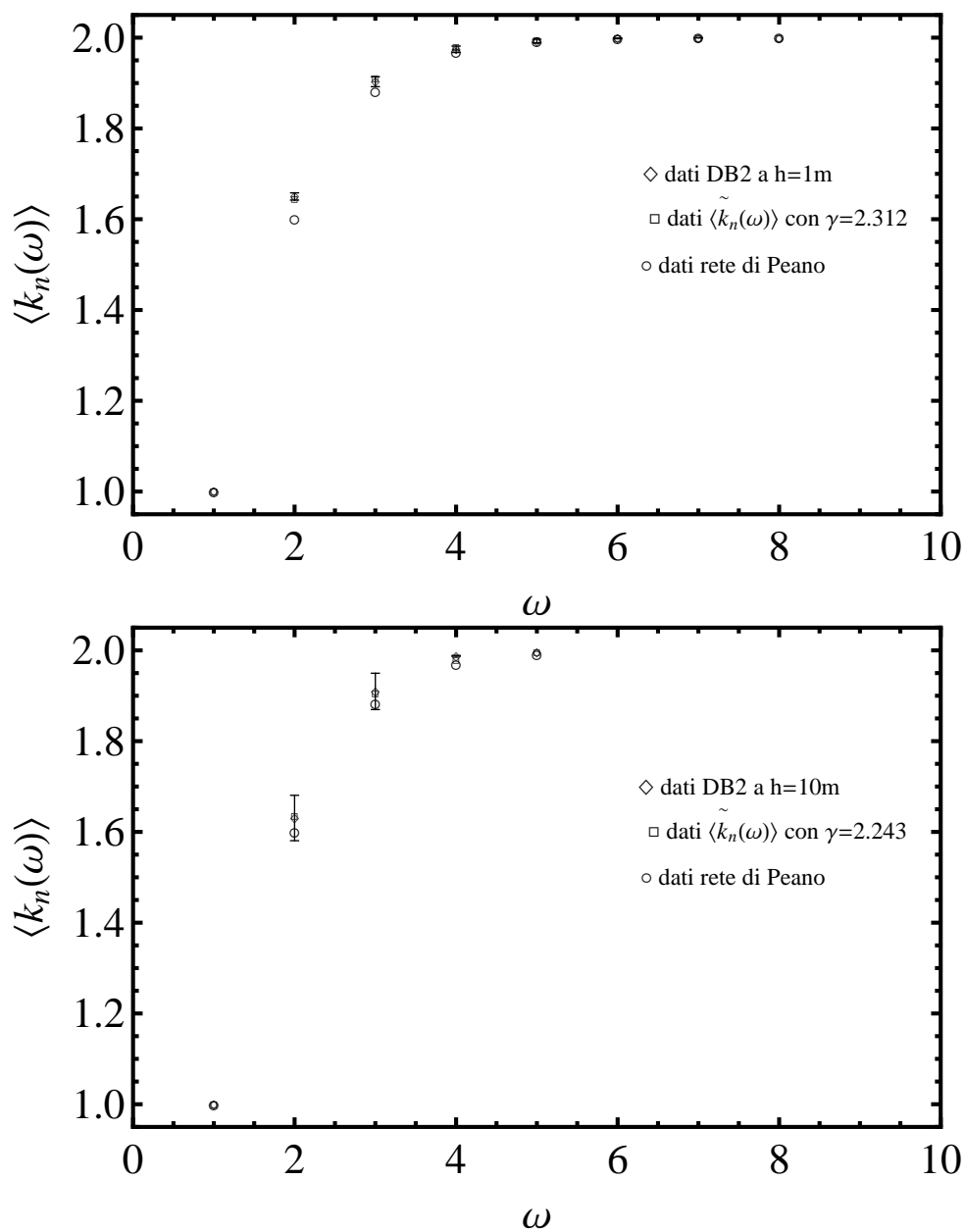


Figura 7.8: $\langle k_n(\omega) \rangle$ e $\langle k_{\tilde{\gamma}}(\omega) \rangle$ versus ω , per la rete di versante DB2: reticoli estratti alla risoluzione spaziale di 1 e 10 m.

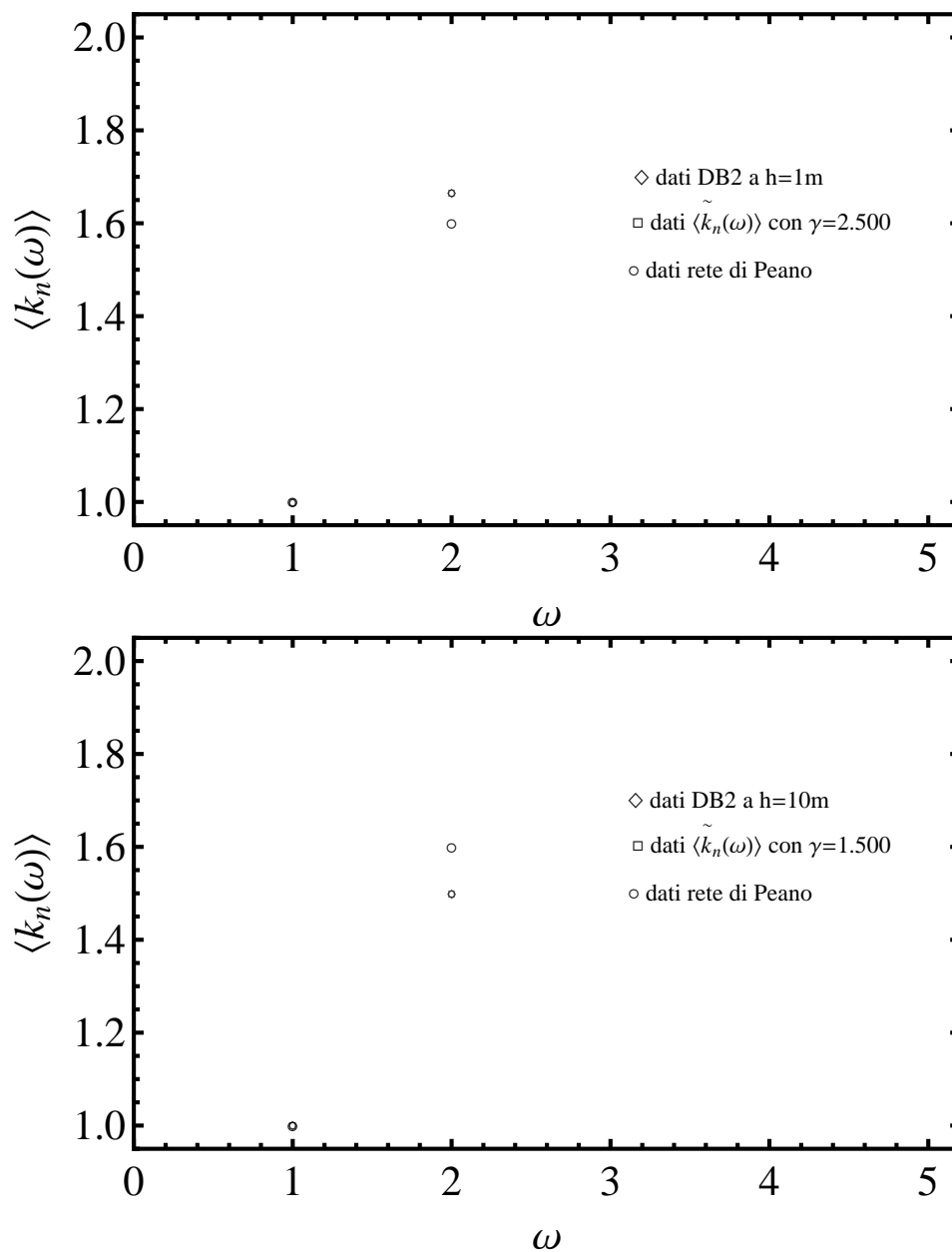


Figura 7.9: $\langle k_n(\omega) \rangle$ e $\langle k_{\tilde{\gamma}}(\omega) \rangle$ versus ω , per la rete di canale DB2 ottenuta applicando il metodo soglia ω_t^* : reticoli estratti alla risoluzione spaziale di 1 e 10 m.

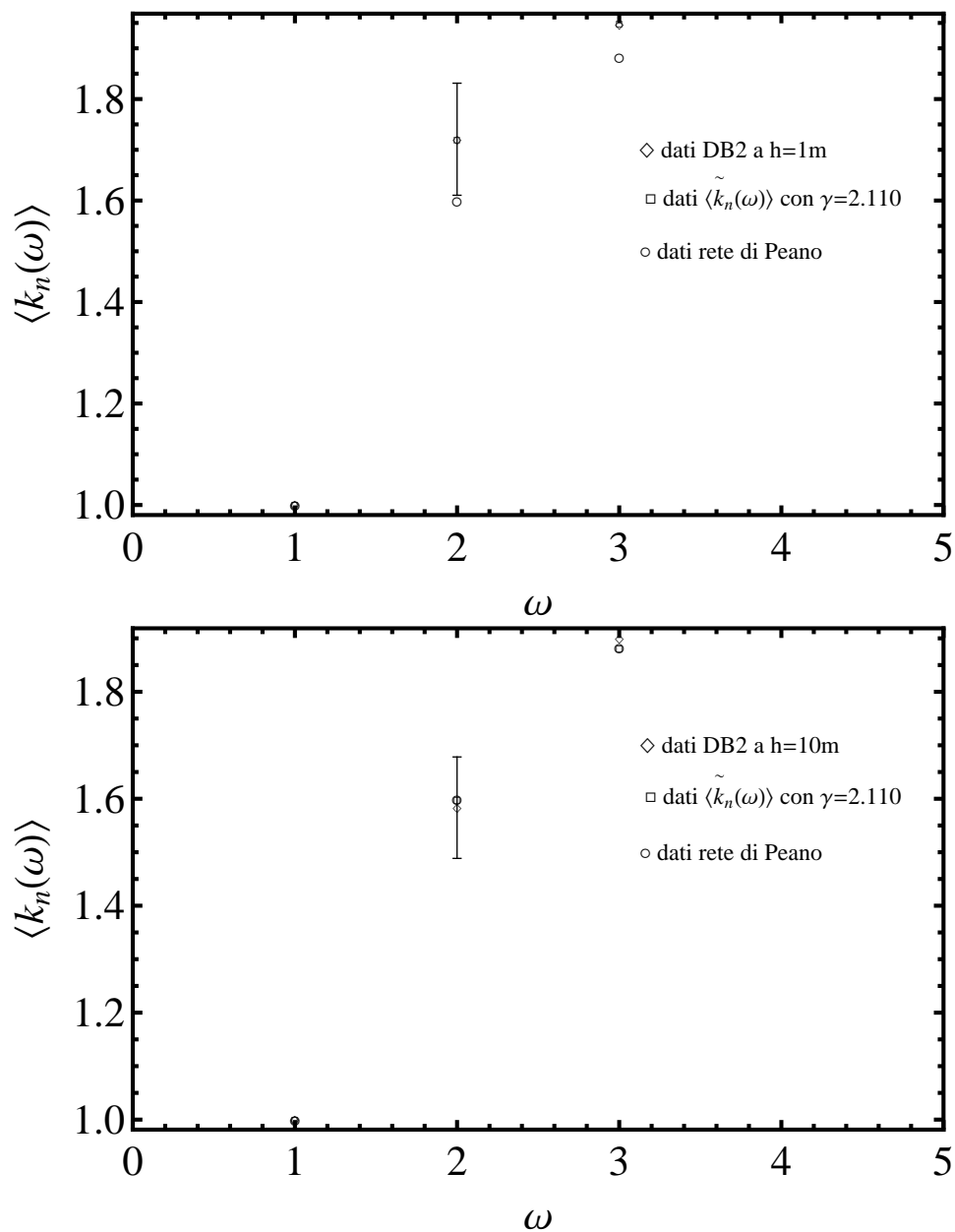


Figura 7.10: $\langle k_n(\omega) \rangle$ e $\langle k_{\tilde{\gamma}}(\omega) \rangle$ versus ω , per la rete di canale DB2 ottenuta applicando il metodo soglia A_t : reticoli estratti alla risoluzione spaziale di 1 e 10 m.

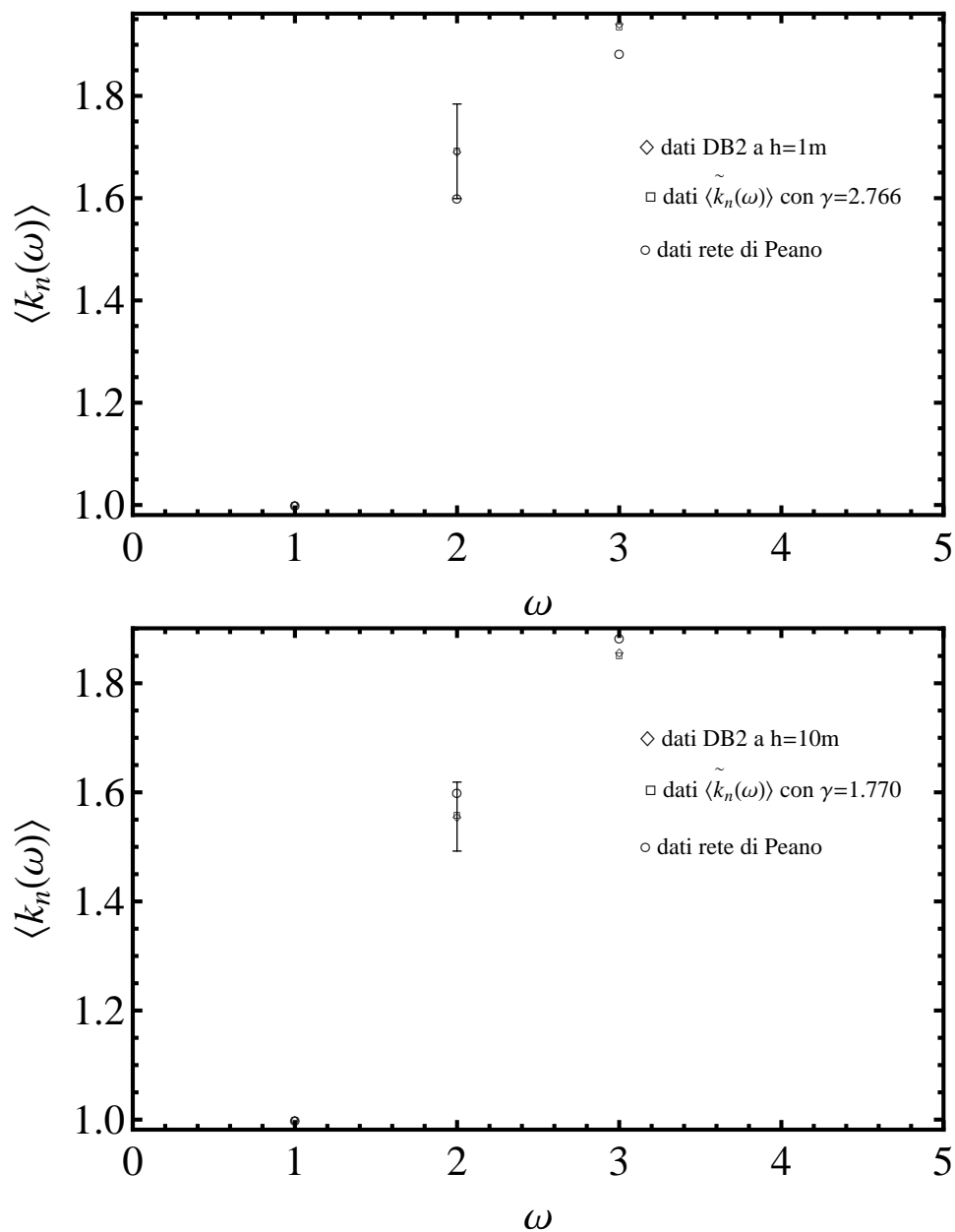


Figura 7.11: $\langle k_n(\omega) \rangle$ e $\langle k_{\tilde{\gamma}}(\omega) \rangle$ versus ω , per la rete di canale DB2 ottenuta applicando il metodo soglia $(AS^2)_t$; reticoli estratti alla risoluzione spaziale di 1 e 10 m.

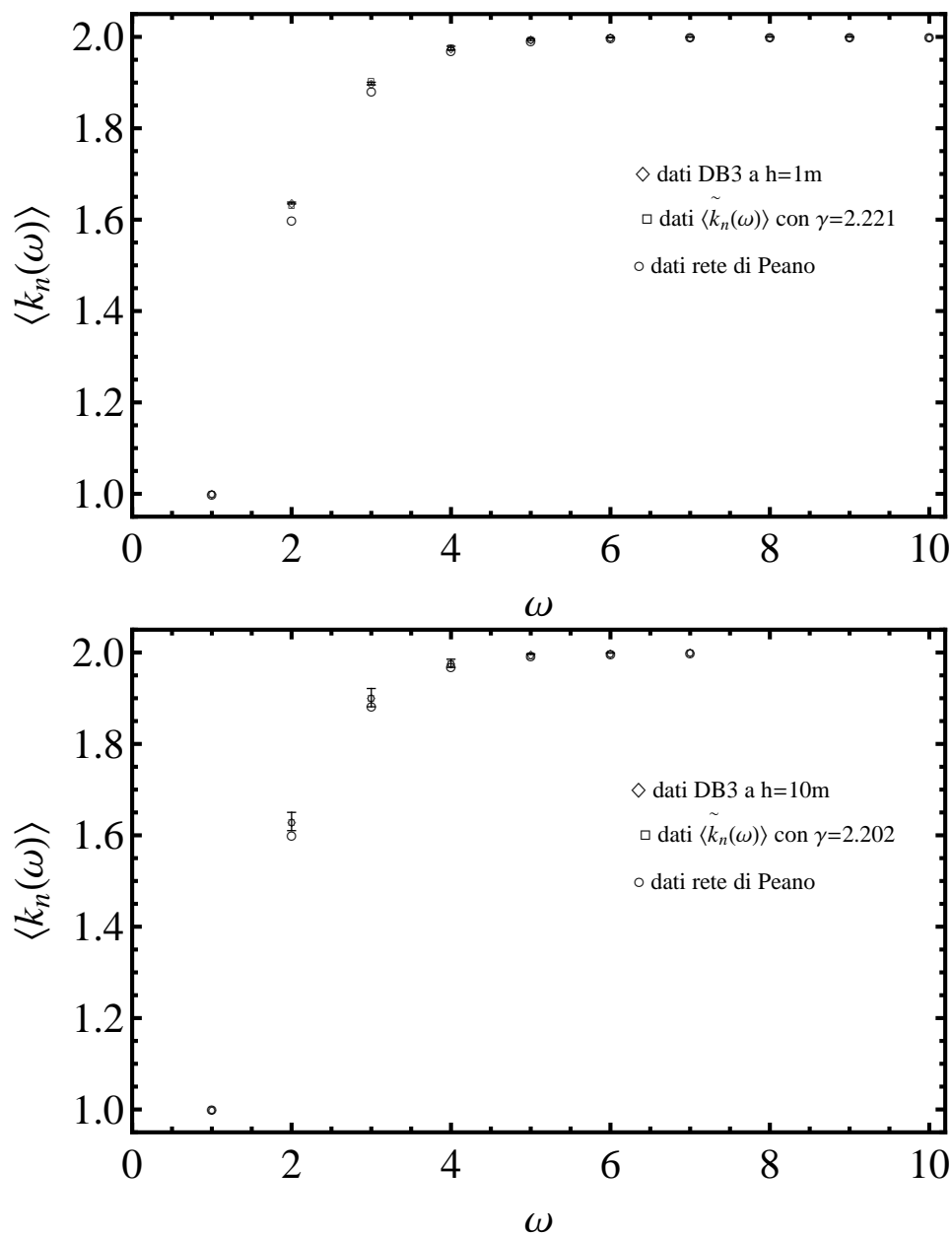


Figura 7.12: $\langle k_n(\omega) \rangle$ e $\langle k_{\tilde{\gamma}}(\omega) \rangle$ versus ω , per la rete di versante DB3: reticoli estratti alla risoluzione spaziale di 1 e 10 m.

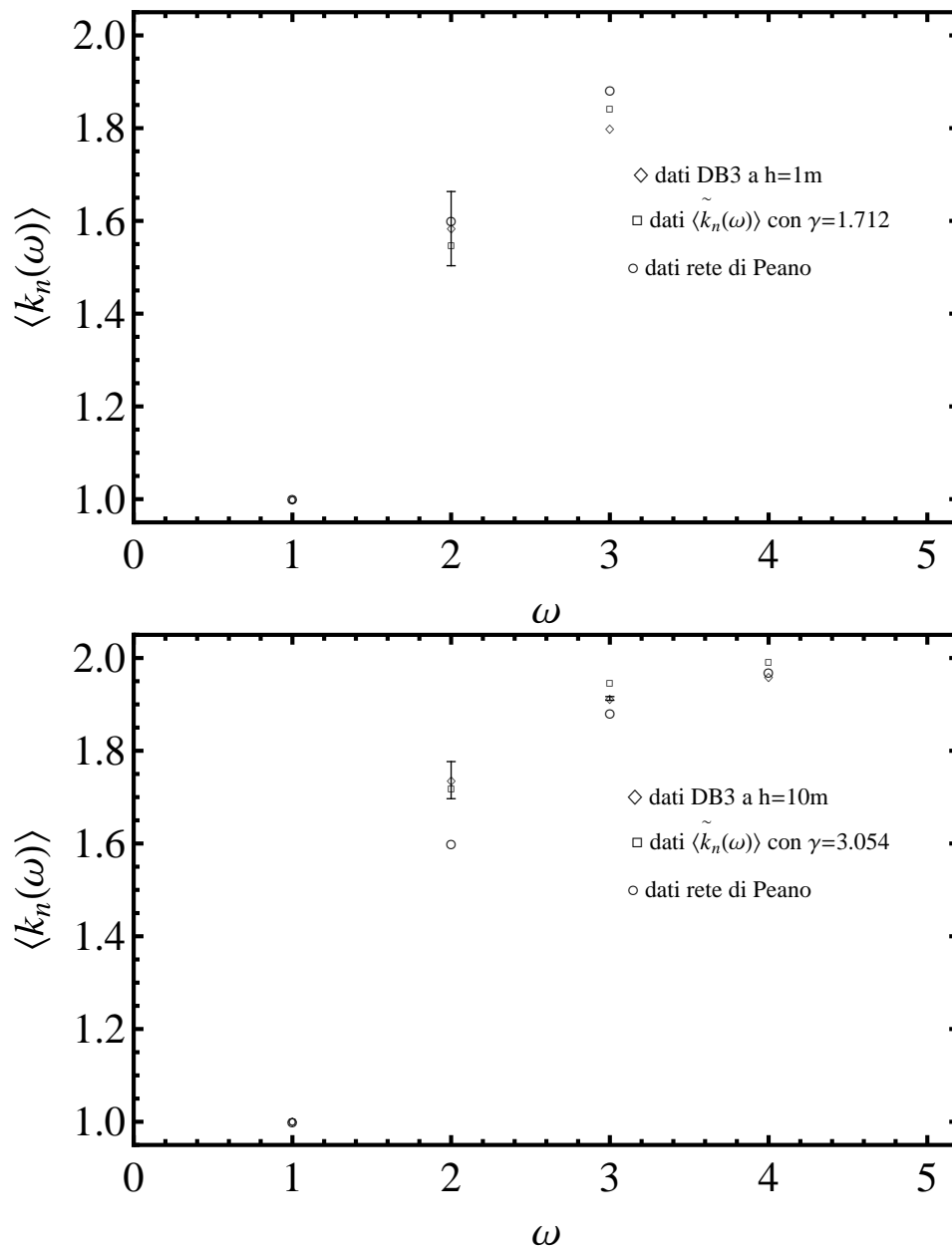


Figura 7.13: $\langle k_n(\omega) \rangle$ e $\langle k_{\tilde{\gamma}}(\omega) \rangle$ versus ω , per la rete di canale DB3 ottenuta applicando il metodo soglia ω_t^* : reticoli estratti alla risoluzione spaziale di 1 e 10 m.

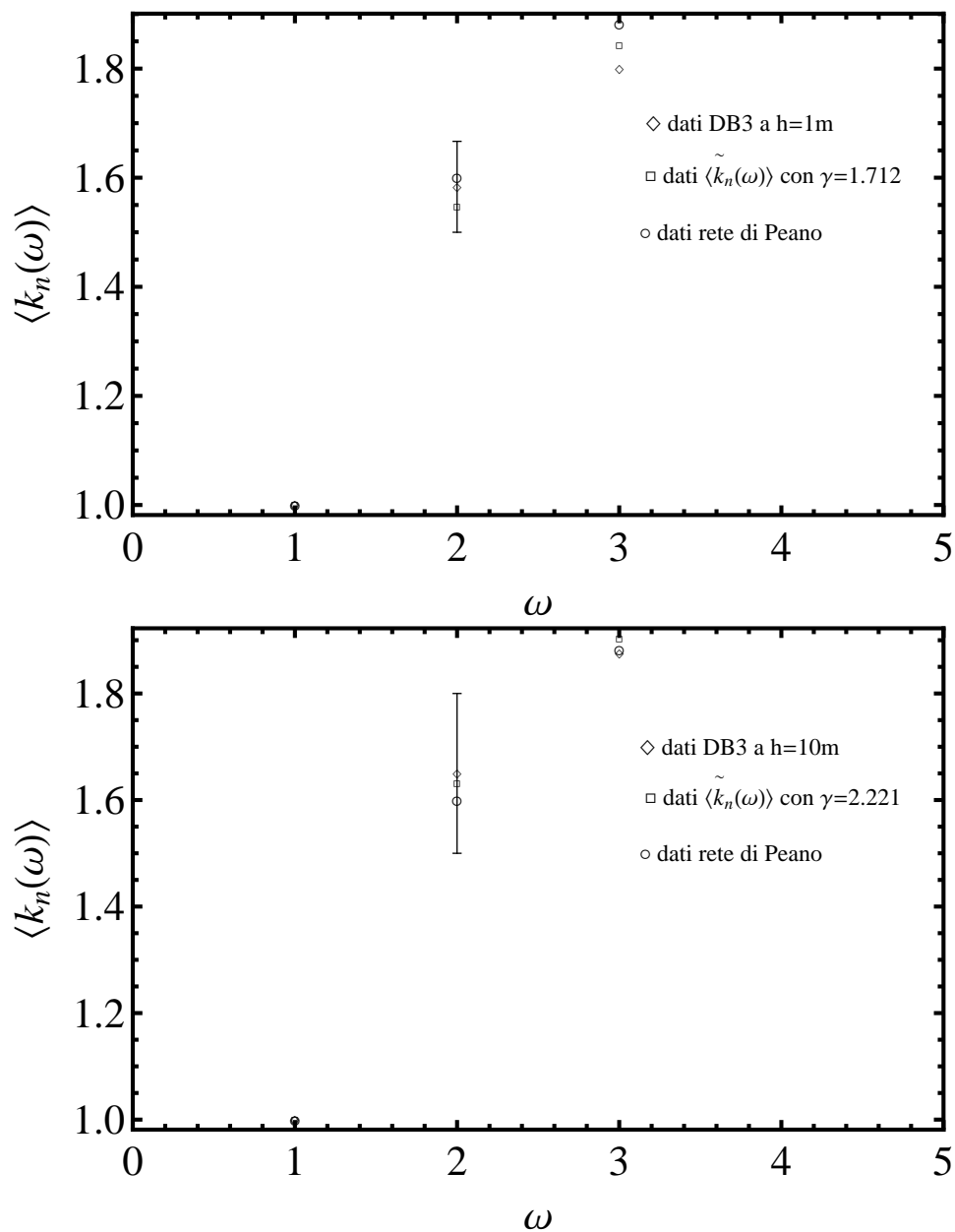


Figura 7.14: $\langle k_n(\omega) \rangle$ e $\langle k_{\tilde{\gamma}}(\omega) \rangle$ versus ω , per la rete di canale DB3 ottenuta applicando il metodo soglia A_t : reticoli estratti alla risoluzione spaziale di 1 e 10 m.

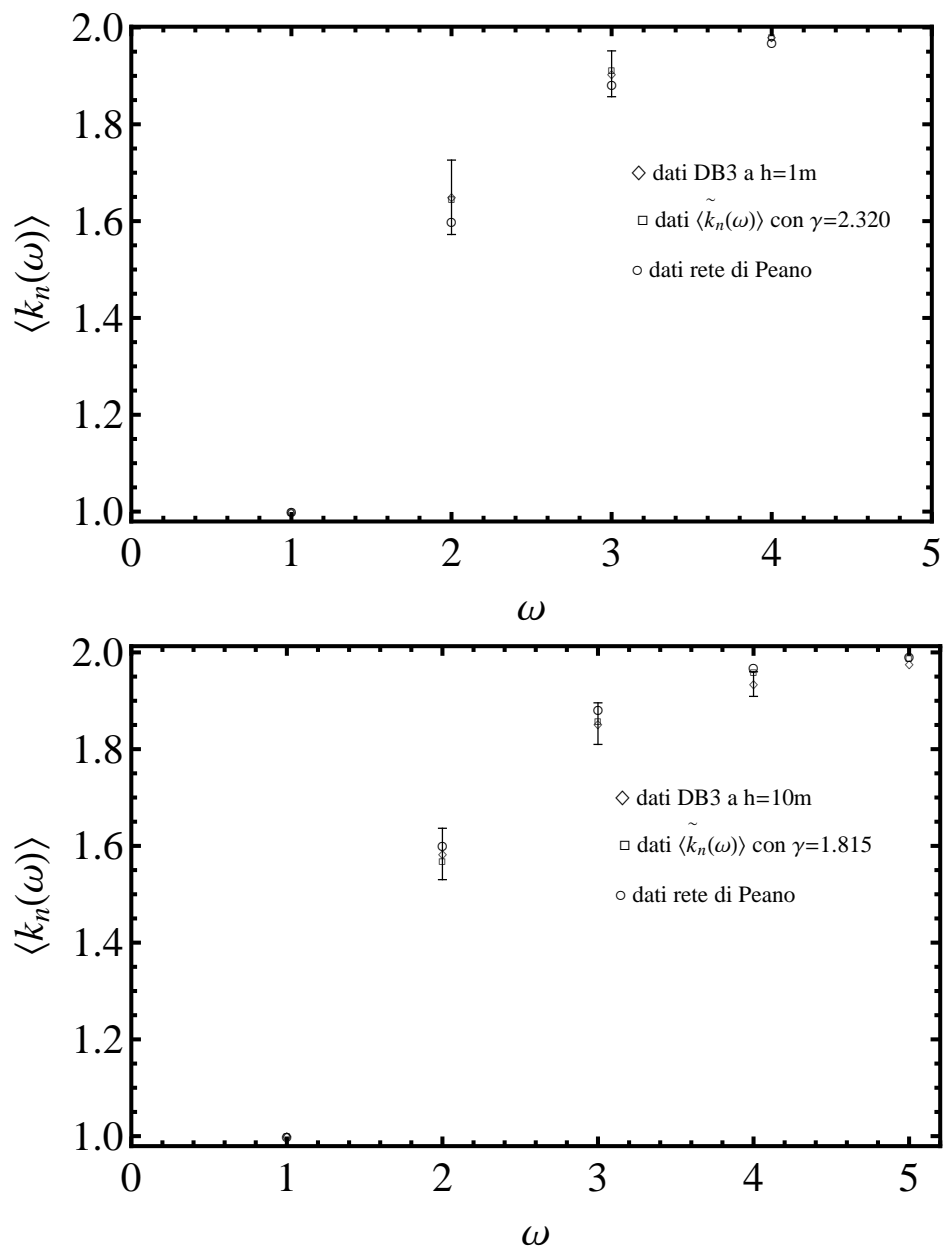


Figura 7.15: $\langle k_n(\omega) \rangle$ e $\langle k_{\tilde{\gamma}}(\omega) \rangle$ versus ω , per la rete di canale DB3 ottenuta applicando il metodo soglia $(AS^2)_t$: reticoli estratti alla risoluzione spaziale di 1 e 10 m.

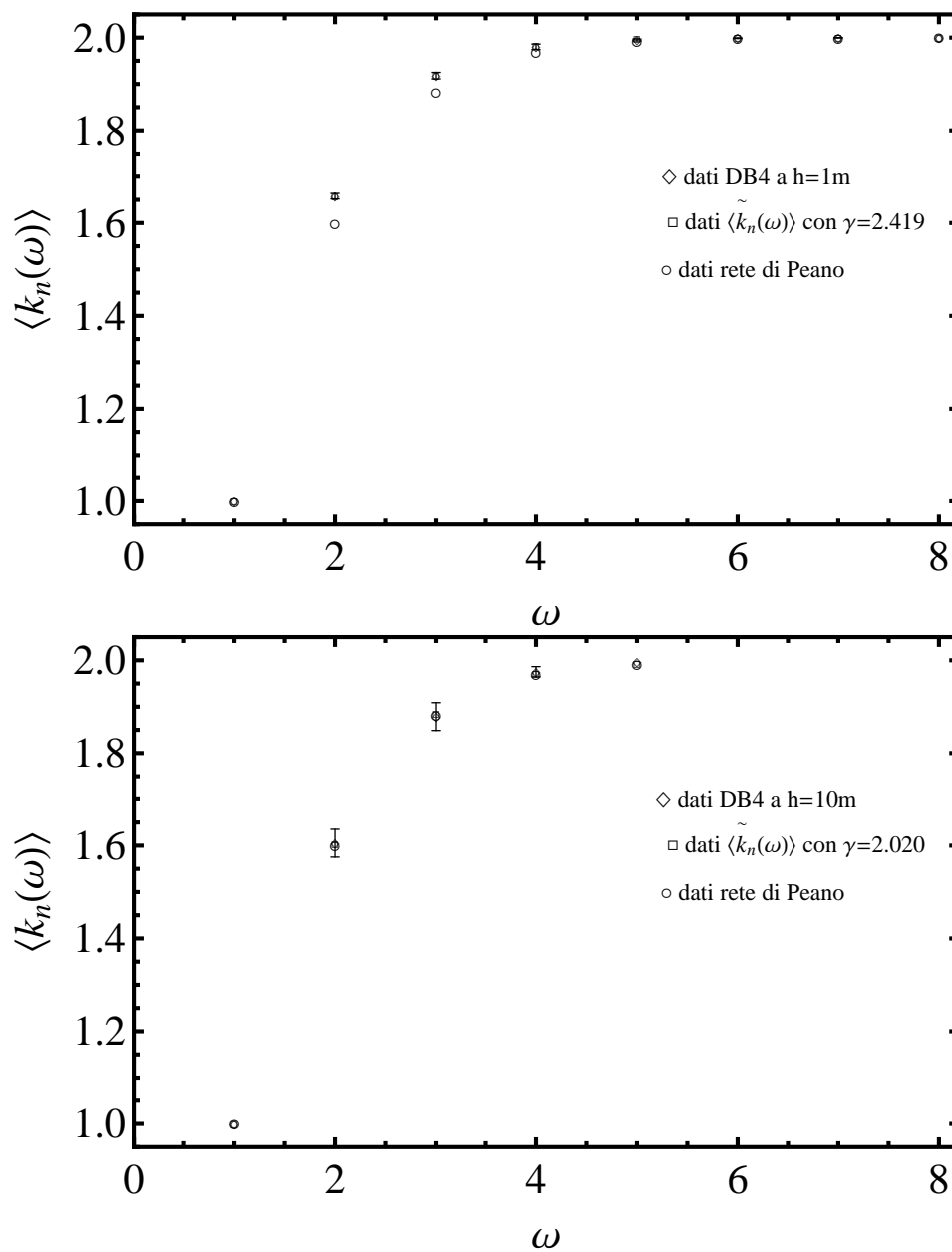


Figura 7.16: $\langle k_n(\omega) \rangle$ e $\langle \tilde{k}_n(\omega) \rangle$ versus ω , per la rete di versante DB4: reticoli estratti alla risoluzione spaziale di 1 e 10 m.

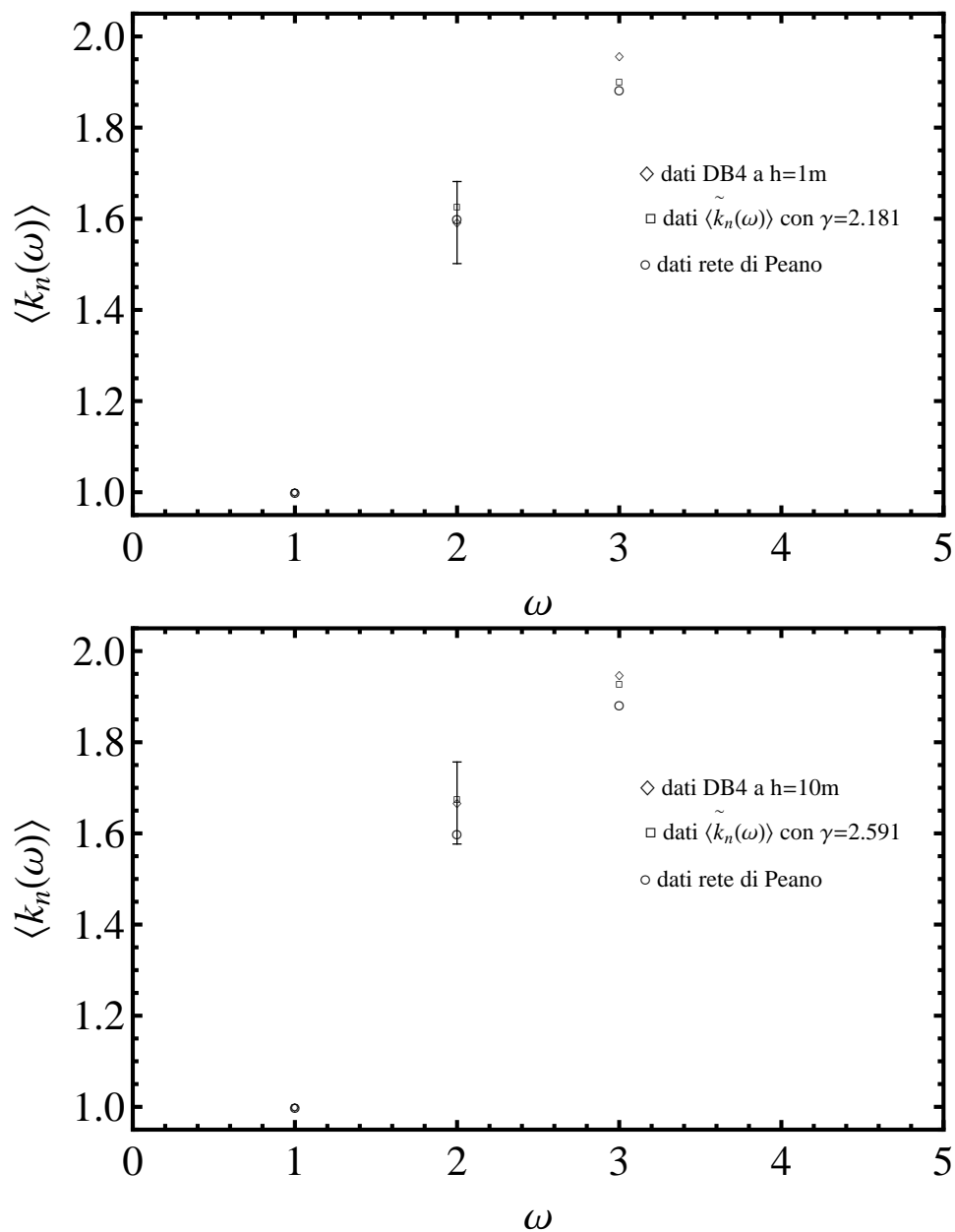


Figura 7.17: $\langle k_n(\omega) \rangle$ e $\langle k_{\tilde{\gamma}}(\omega) \rangle$ versus ω , per la rete di canale DB4 ottenuta applicando il metodo soglia ω_i^* : reticoli estratti alla risoluzione spaziale di 1 e 10 m.

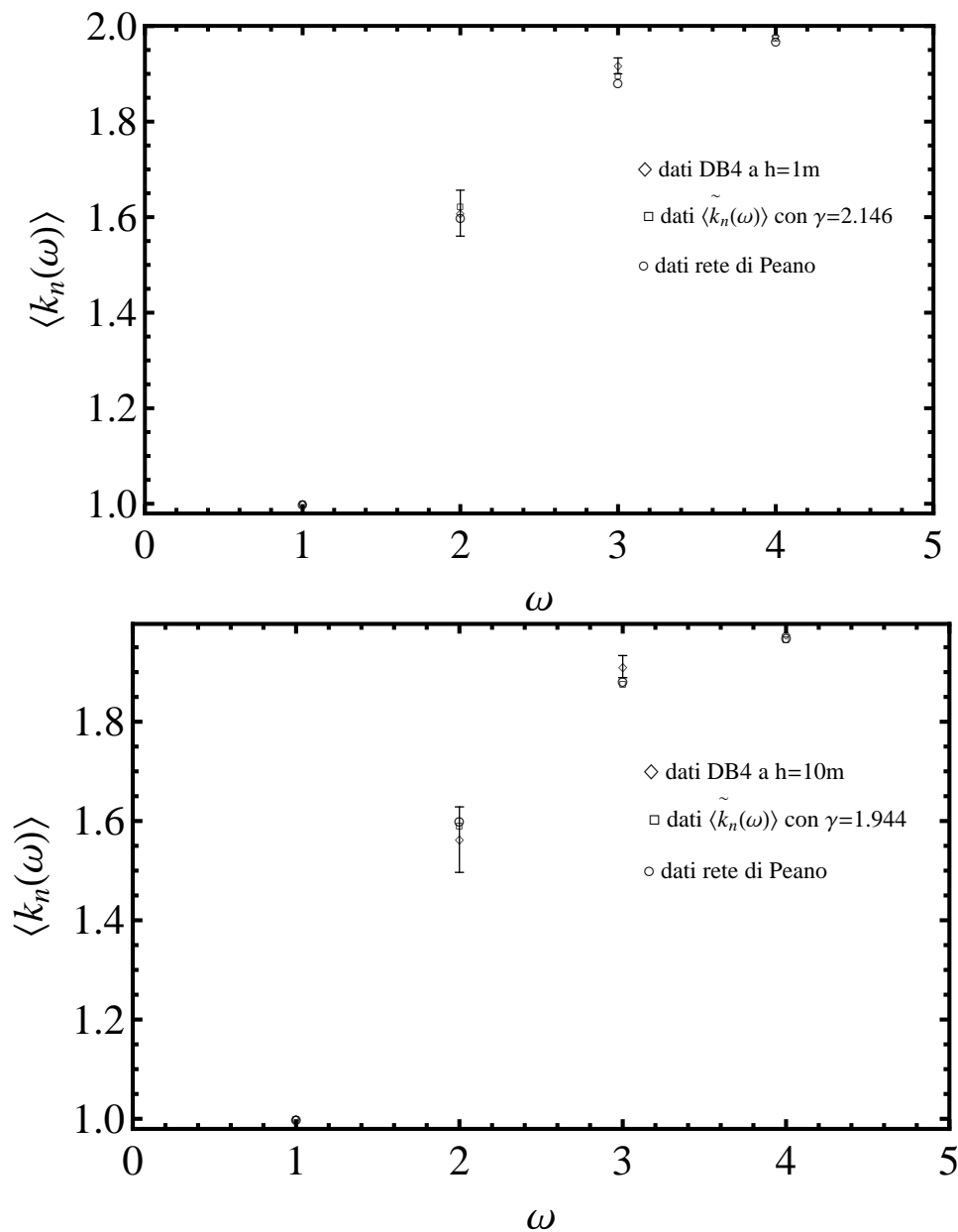


Figura 7.18: $\langle k_n(\omega) \rangle$ e $\langle k_{\tilde{\gamma}}(\omega) \rangle$ versus ω , per la rete di canale DB4 ottenuta applicando il metodo soglia A_t : reticoli estratti alla risoluzione spaziale di 1 e 10 m.

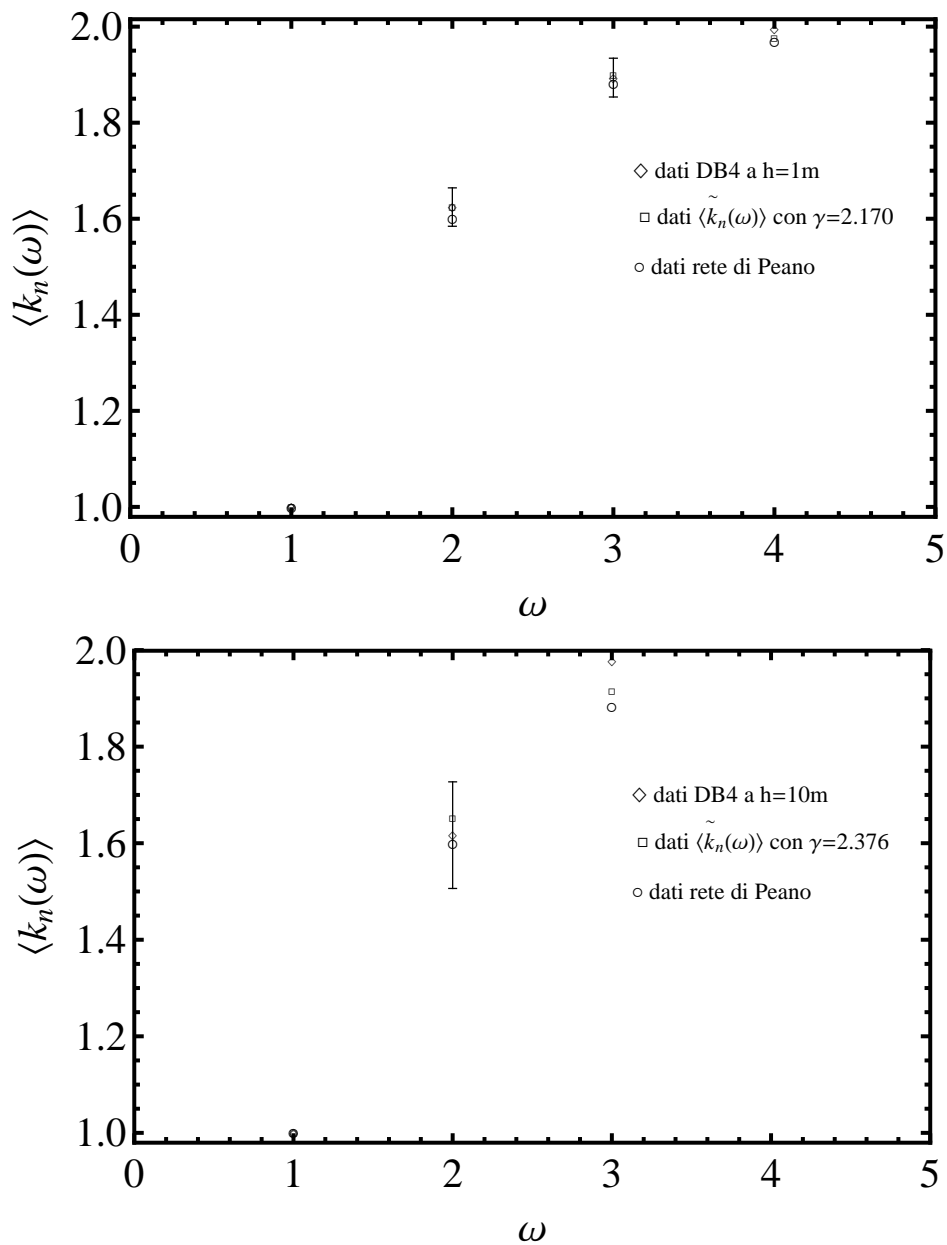


Figura 7.19: $\langle k_n(\omega) \rangle$ e $\langle k_{\tilde{\gamma}}(\omega) \rangle$ versus ω , per la rete di canale DB4 ottenuta applicando il metodo soglia $(AS^2)_t$: reticoli estratti alla risoluzione spaziale di 1 e 10 m.

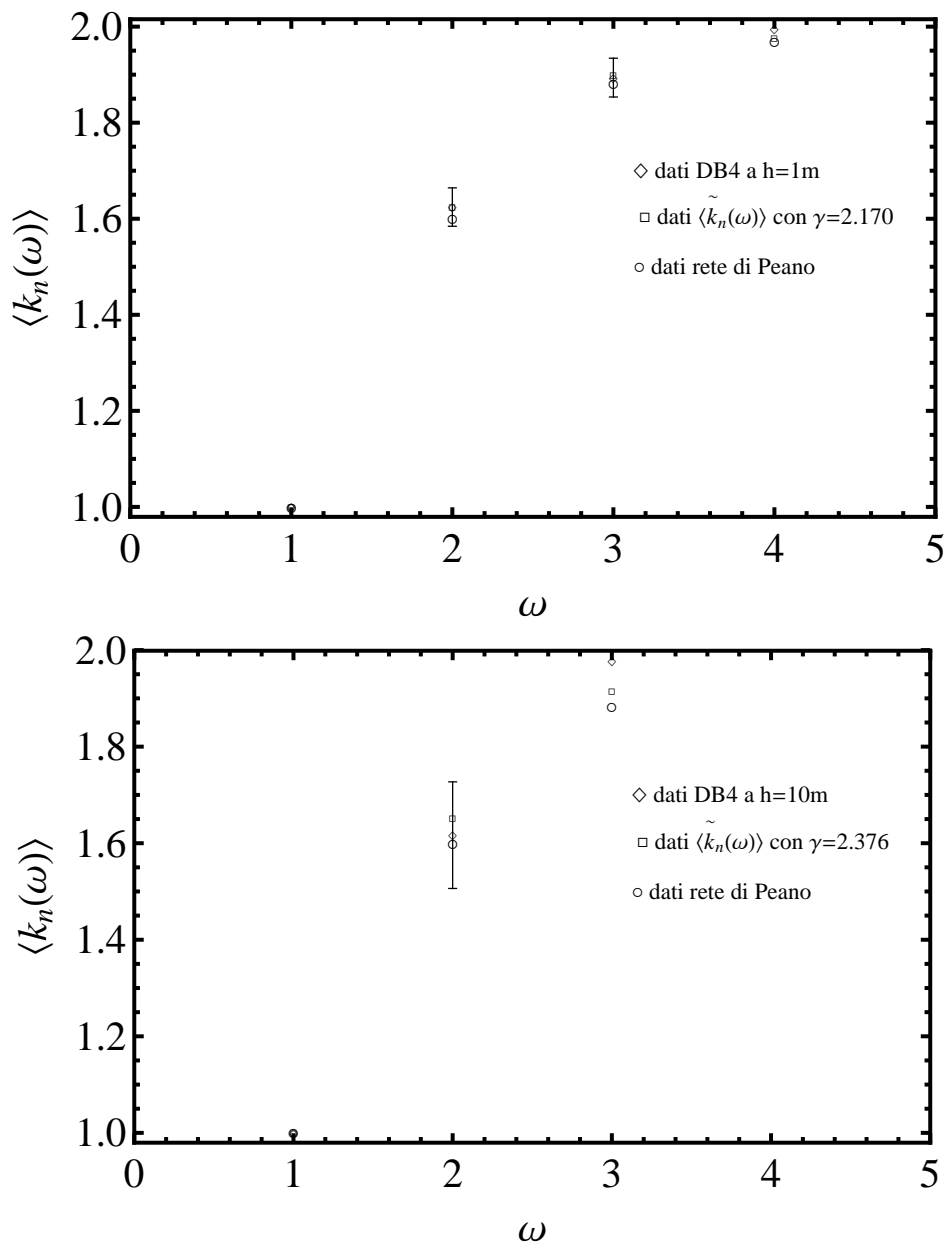


Figura 7.20: $\langle k_n(\omega) \rangle$ e $\langle k_{\tilde{\gamma}}(\omega) \rangle$ versus ω , per la rete di canale DB4 ottenuta applicando il metodo soglia $(AS^2)_t$: reticoli estratti alla risoluzione spaziale di 1 e 10 m.

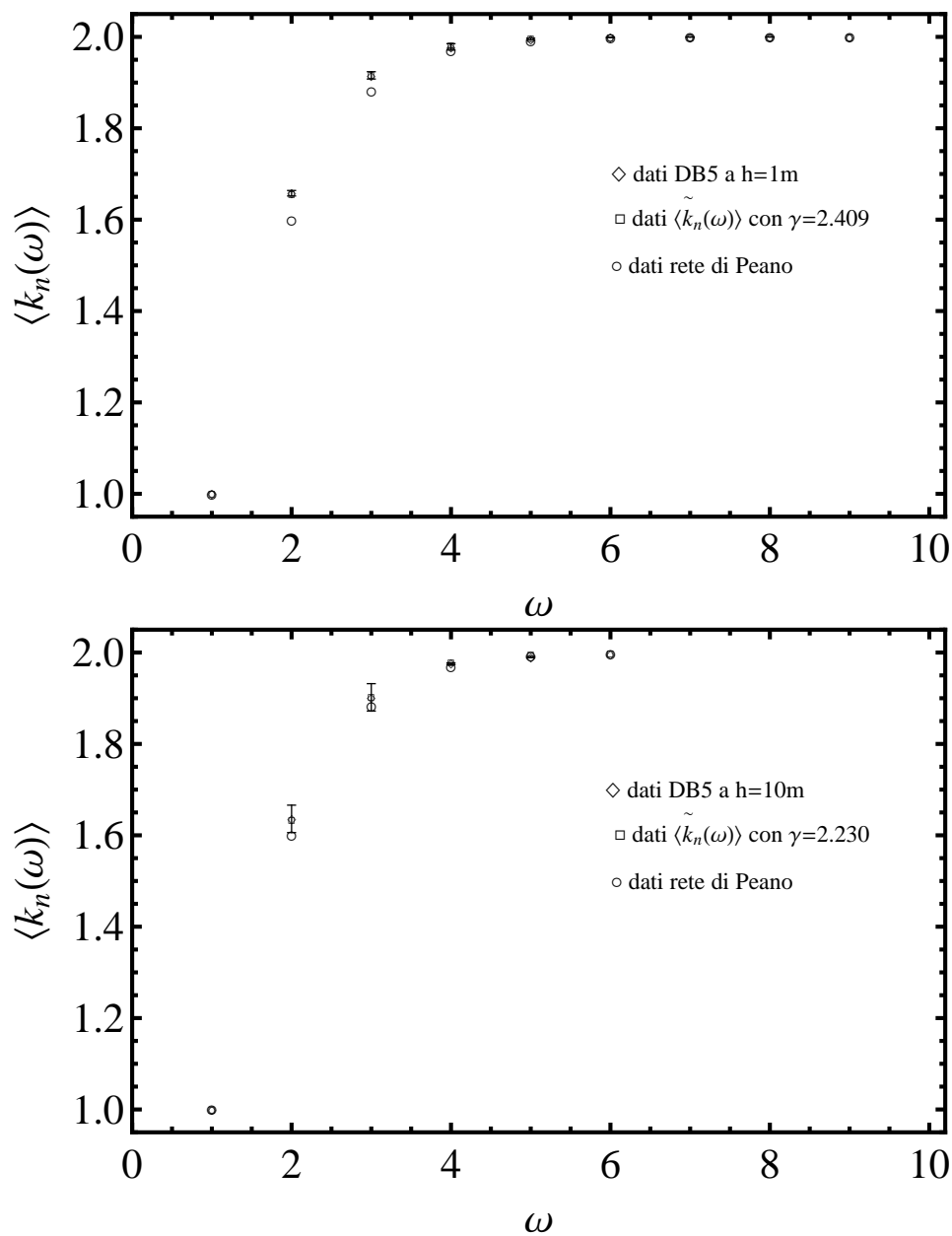


Figura 7.21: $\langle k_n(\omega) \rangle$ e $\langle k_{\tilde{\gamma}}(\omega) \rangle$ versus ω , per la rete di versante DB5: reticoli estratti alla risoluzione spaziale di 1 e 10 m.

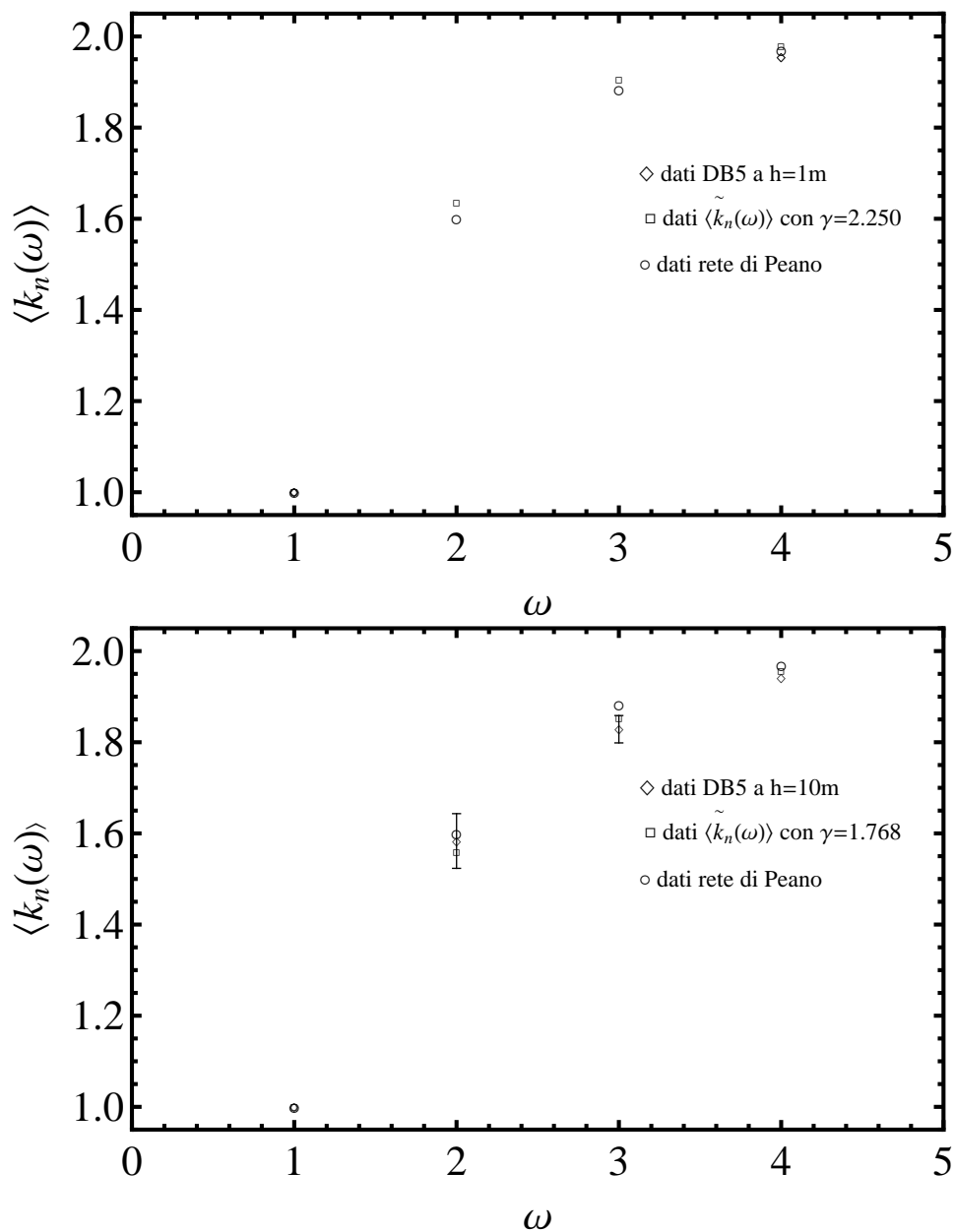


Figura 7.22: $\langle k_n(\omega) \rangle$ e $\langle k_{\tilde{\gamma}}(\omega) \rangle$ versus ω , per la rete di canale DB5 ottenuta applicando il metodo soglia ω_i^* : reticoli estratti alla risoluzione spaziale di 1 e 10 m.

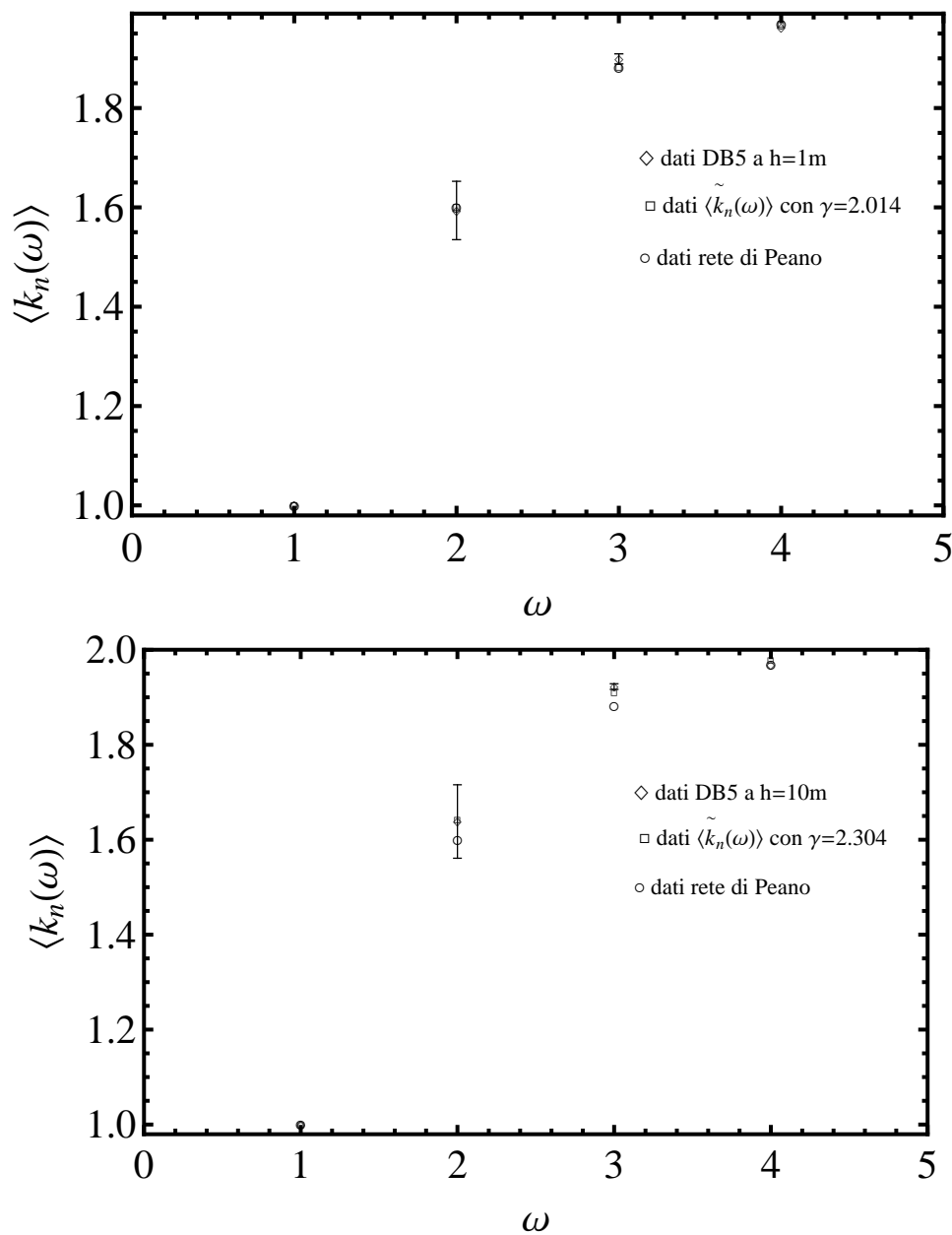


Figura 7.23: $\langle k_n(\omega) \rangle$ e $\langle k_{\tilde{\gamma}}(\omega) \rangle$ versus ω , per la rete di canale DB5 ottenuta applicando il metodo soglia A_t : reticoli estratti alla risoluzione spaziale di 1 e 10 m.

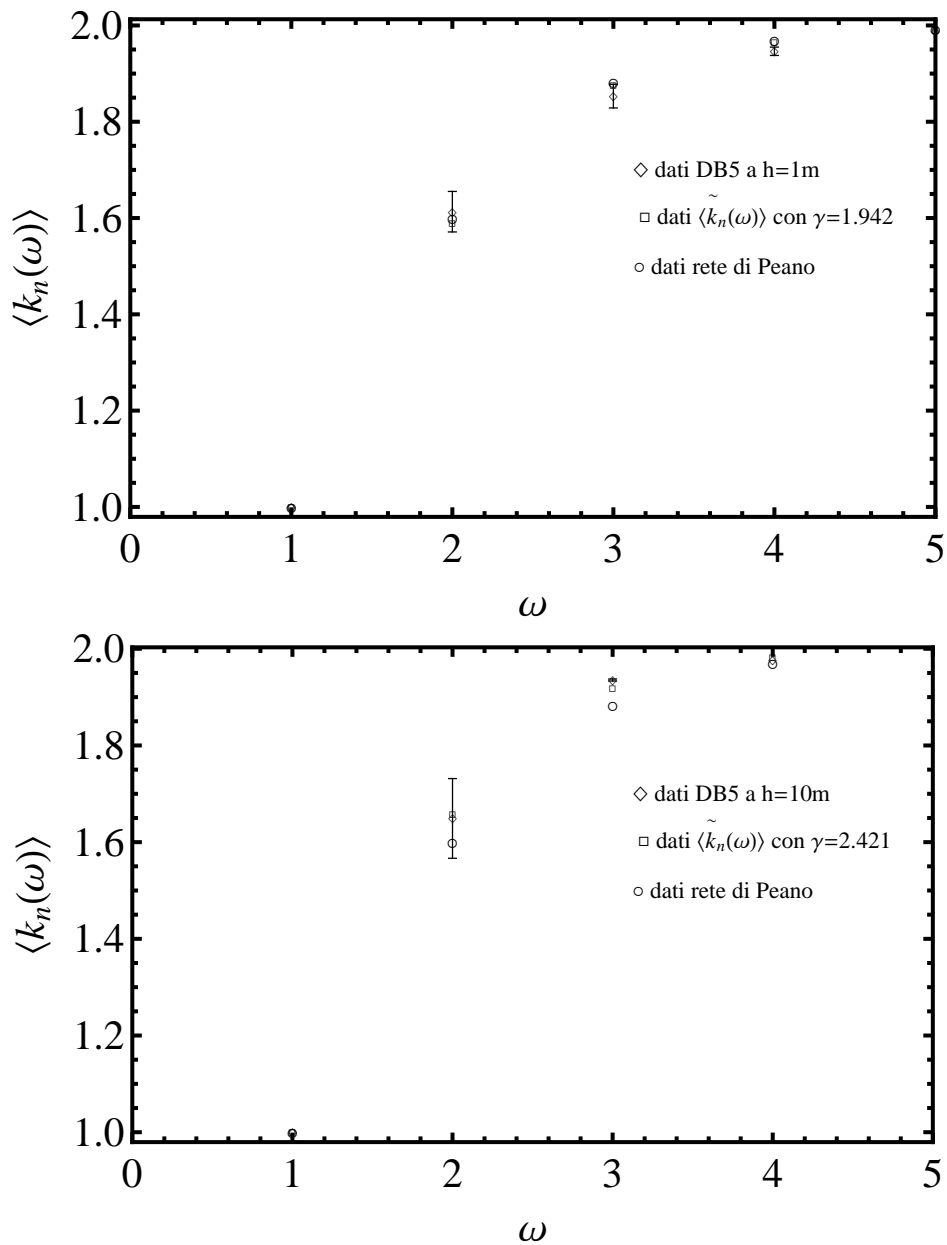


Figura 7.24: $\langle k_n(\omega) \rangle$ e $\langle k_{\tilde{\gamma}}(\omega) \rangle$ versus ω , per la rete di canale DB5 ottenuta applicando il metodo soglia $(AS^2)_t$; reticoli estratti alla risoluzione spaziale di 1 e 10 m.

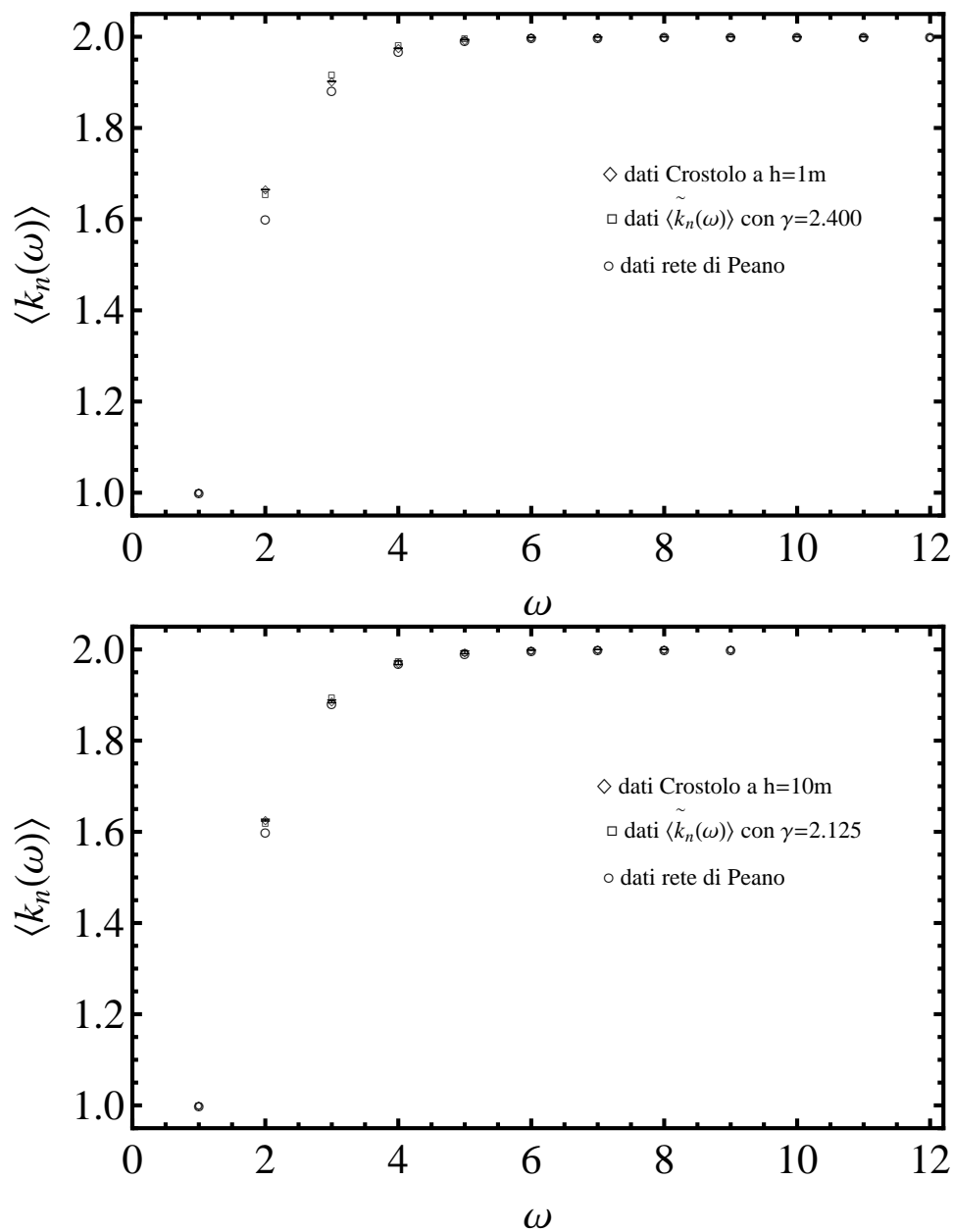


Figura 7.25: $\langle k_n(\omega) \rangle$ and $\langle k_{\tilde{\gamma}}(\omega) \rangle$ versus ω , per la rete di versante del torrente Crostolo: reticoli estratti alla risoluzione spaziale di 1 e 10 m.

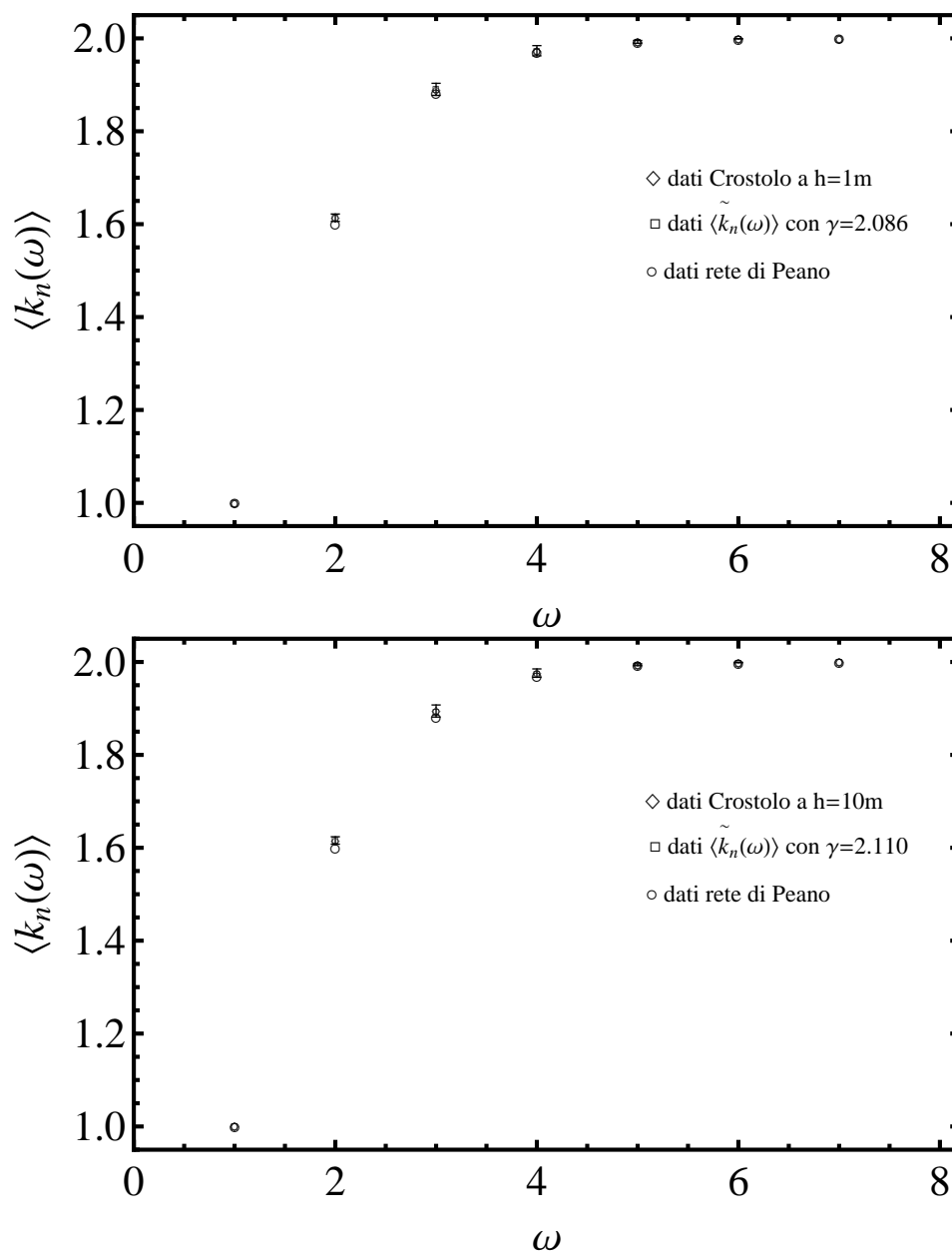


Figura 7.26: $\langle k_n(\omega) \rangle$ and $\langle k_{\tilde{\gamma}}(\omega) \rangle$ versus ω , per la rete di canale del torrente Crostolo ottenuta applicando il metodo soglia ω_t^* : reticoli estratti alla risoluzione spaziale di 1 e 10 m.

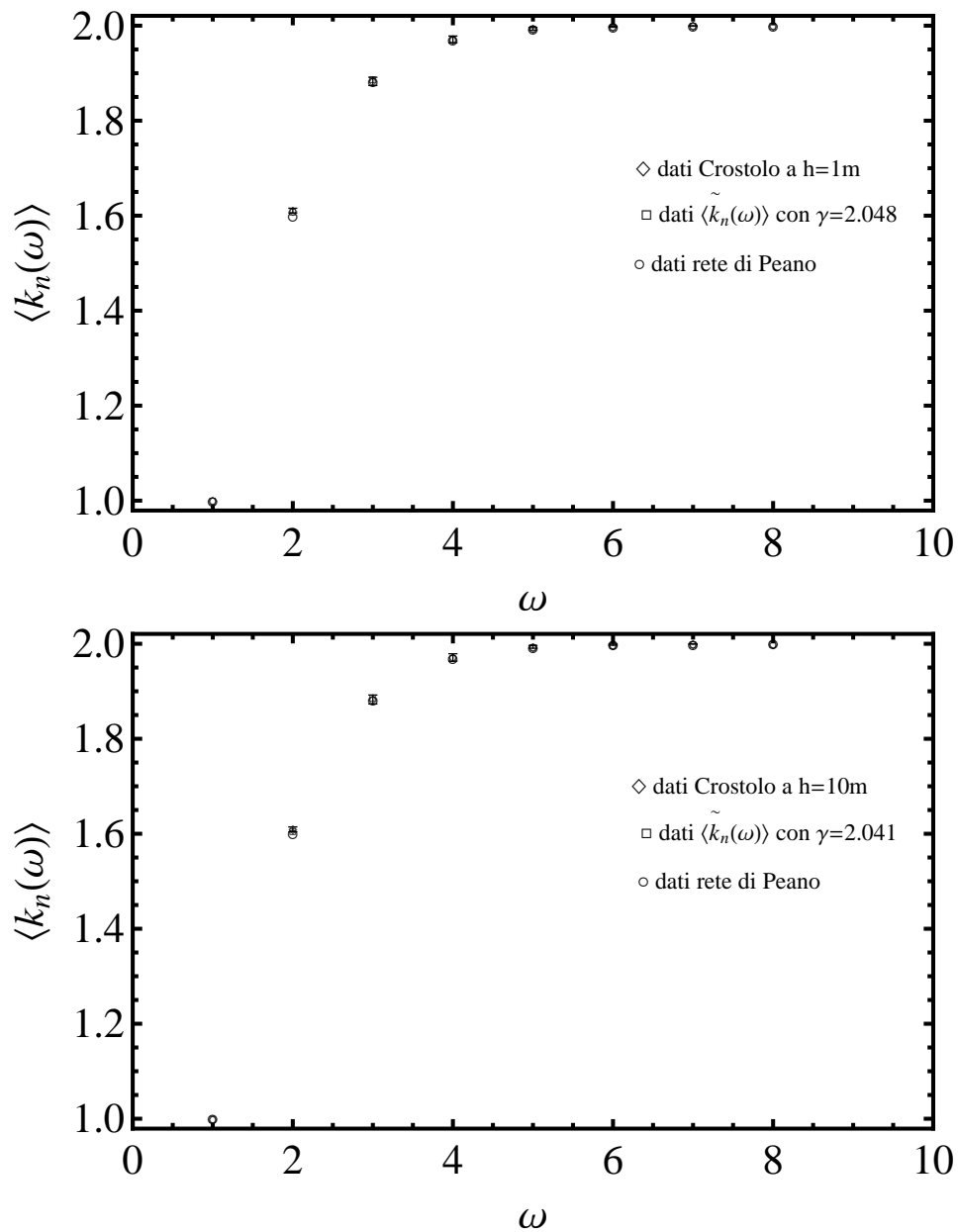


Figura 7.27: $\langle k_n(\omega) \rangle$ and $\langle k_{\tilde{\gamma}}(\omega) \rangle$ versus ω , per la rete di canale del torrente Crostolo ottenuta applicando il metodo soglia A_t : reticoli estratti alla risoluzione spaziale di 1 e 10 m.

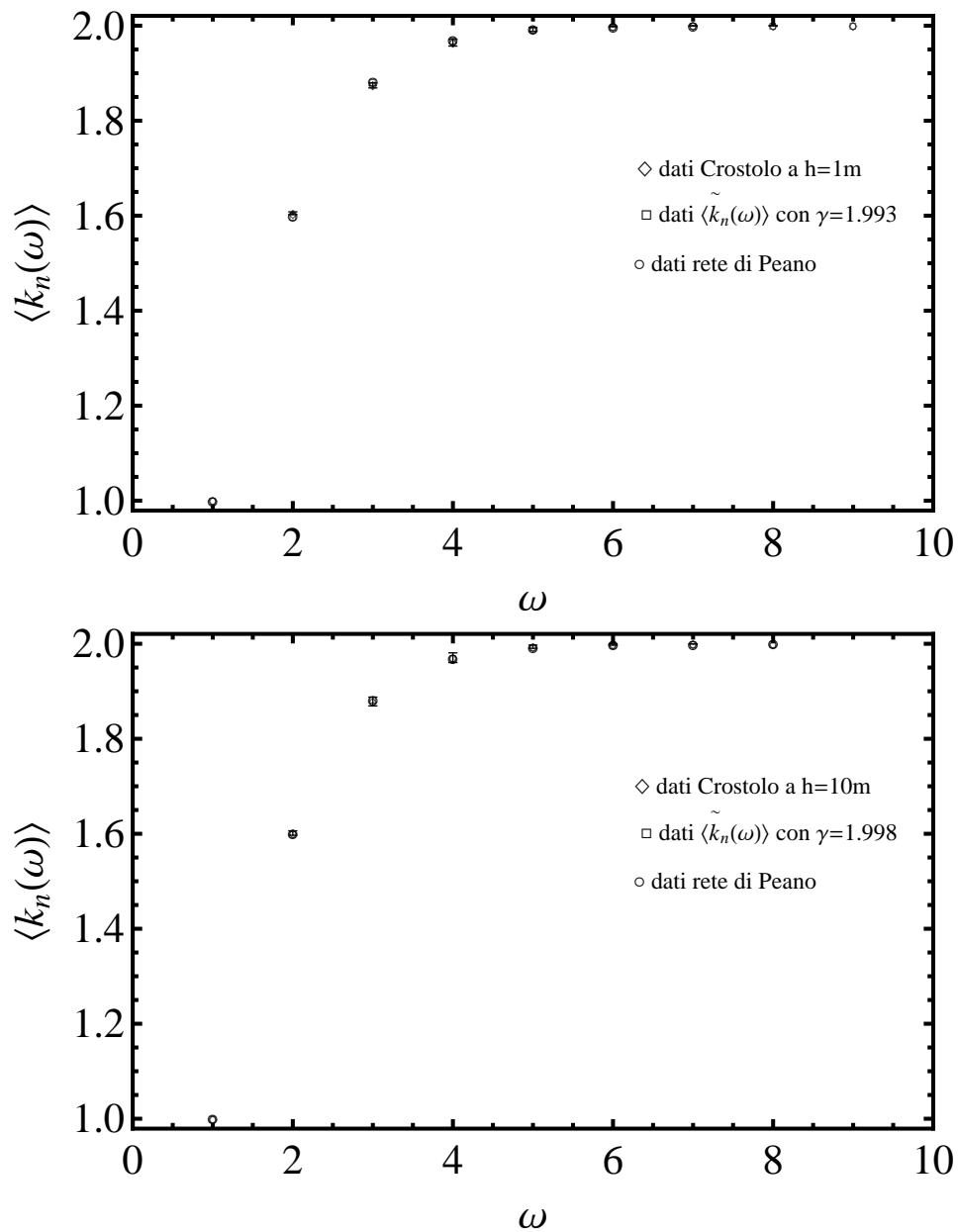


Figura 7.28: $\langle k_n(\omega) \rangle$ and $\langle k_{\tilde{\gamma}}(\omega) \rangle$ versus ω , per la rete di canale del torrente Crostolo ottenuta applicando il metodo soglia $(AS^2)_t$: reticoli estratti alla risoluzione spaziale di 1 e 10 m.

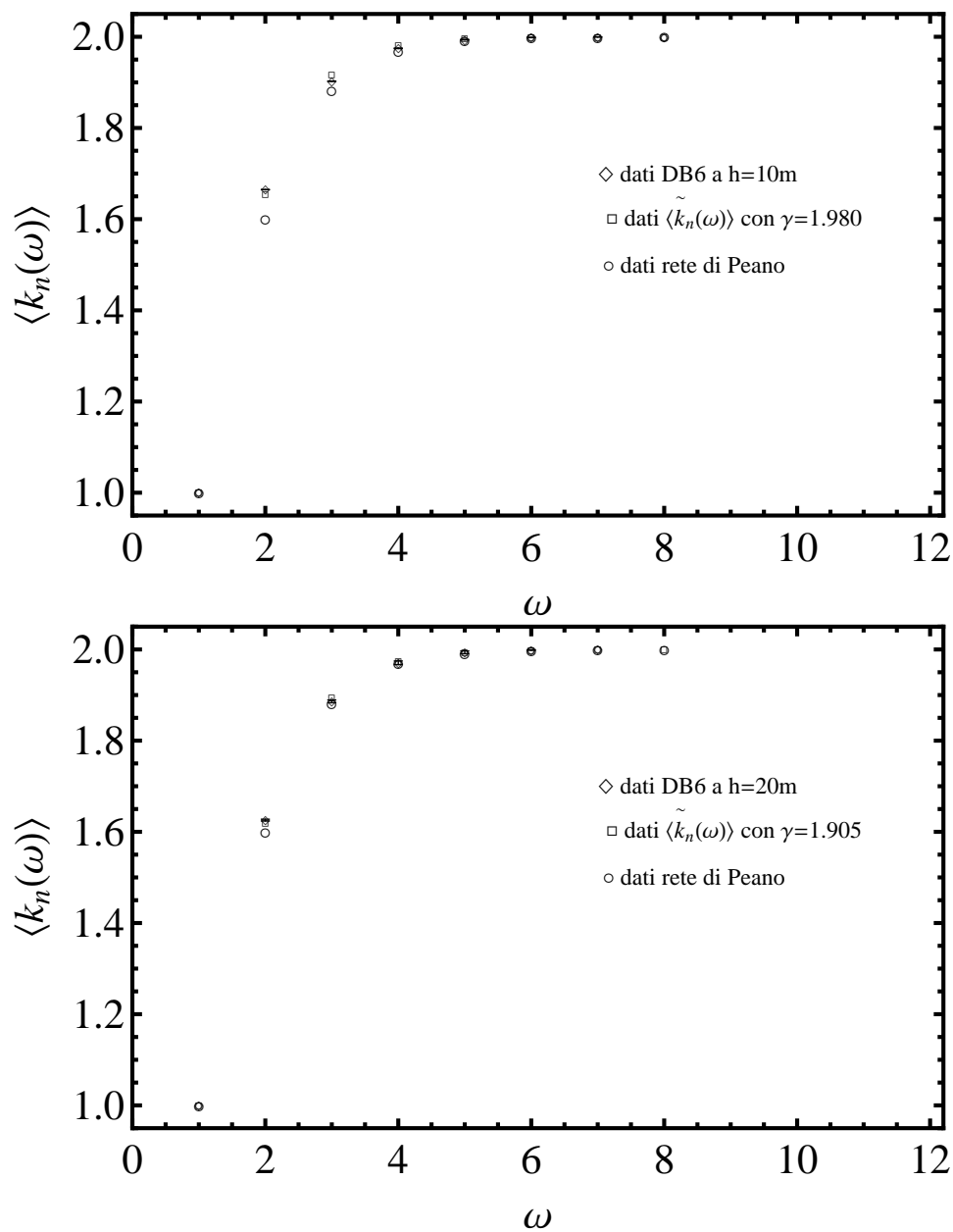


Figura 7.29: $\langle k_n(\omega) \rangle$ and $\langle k_{\tilde{\gamma}}(\omega) \rangle$ versus ω , per la rete di versante DB6: reticoli estratti alla risoluzione spaziale di 10 e 20 m.

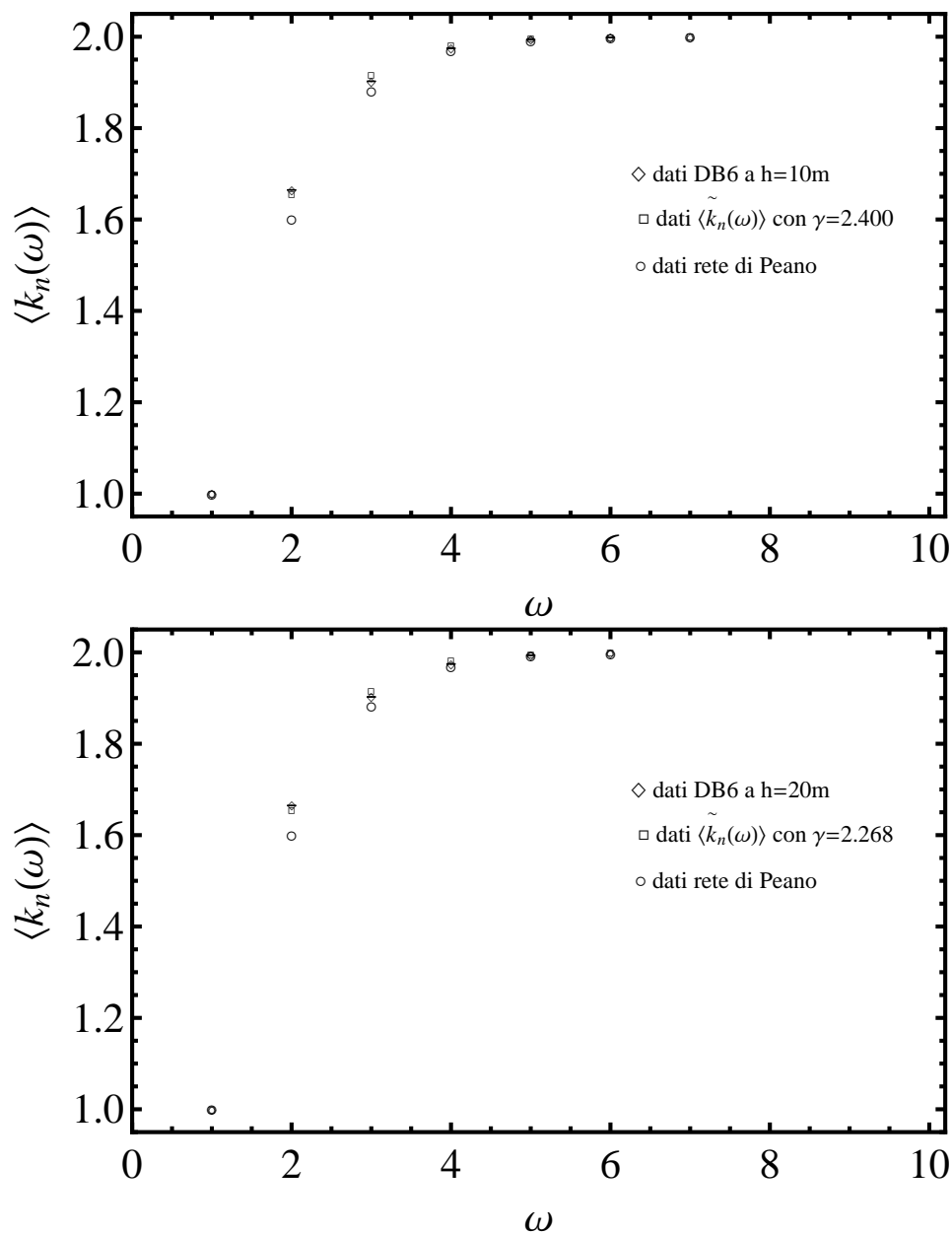


Figura 7.30: $\langle k_n(\omega) \rangle$ and $\langle k_{\tilde{\gamma}}(\omega) \rangle$ versus ω , per la rete di canale DB6 ottenuta applicando il metodo soglia ω_t^* : reticoli estratti alla risoluzione spaziale di 10 e 20 m.

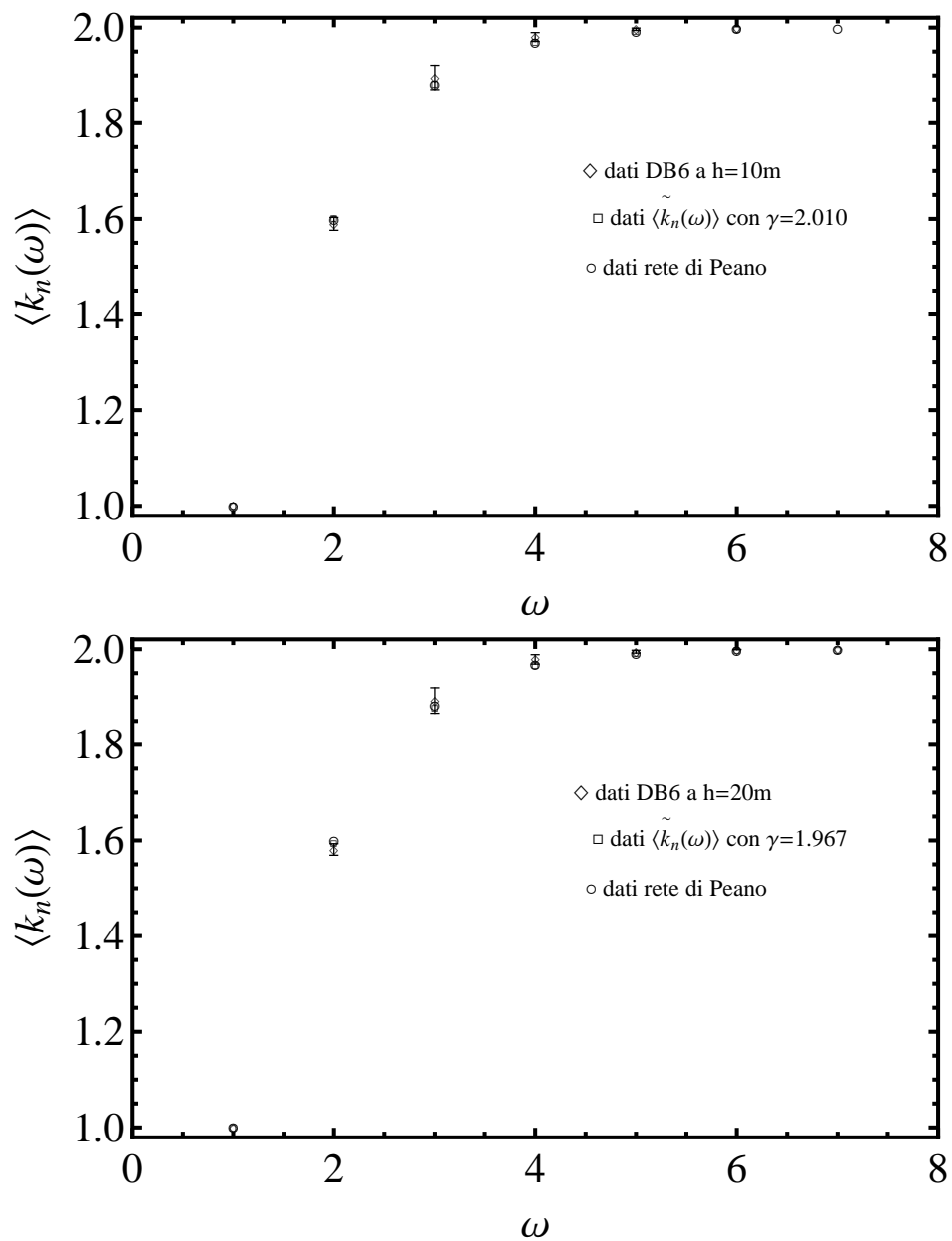


Figura 7.31: $\langle k_n(\omega) \rangle$ and $\langle k_{\tilde{\gamma}}(\omega) \rangle$ versus ω , per la rete di canale DB6 ottenuta applicando il metodo soglia A_t : reticoli estratti alla risoluzione spaziale di 10 e 20 m.

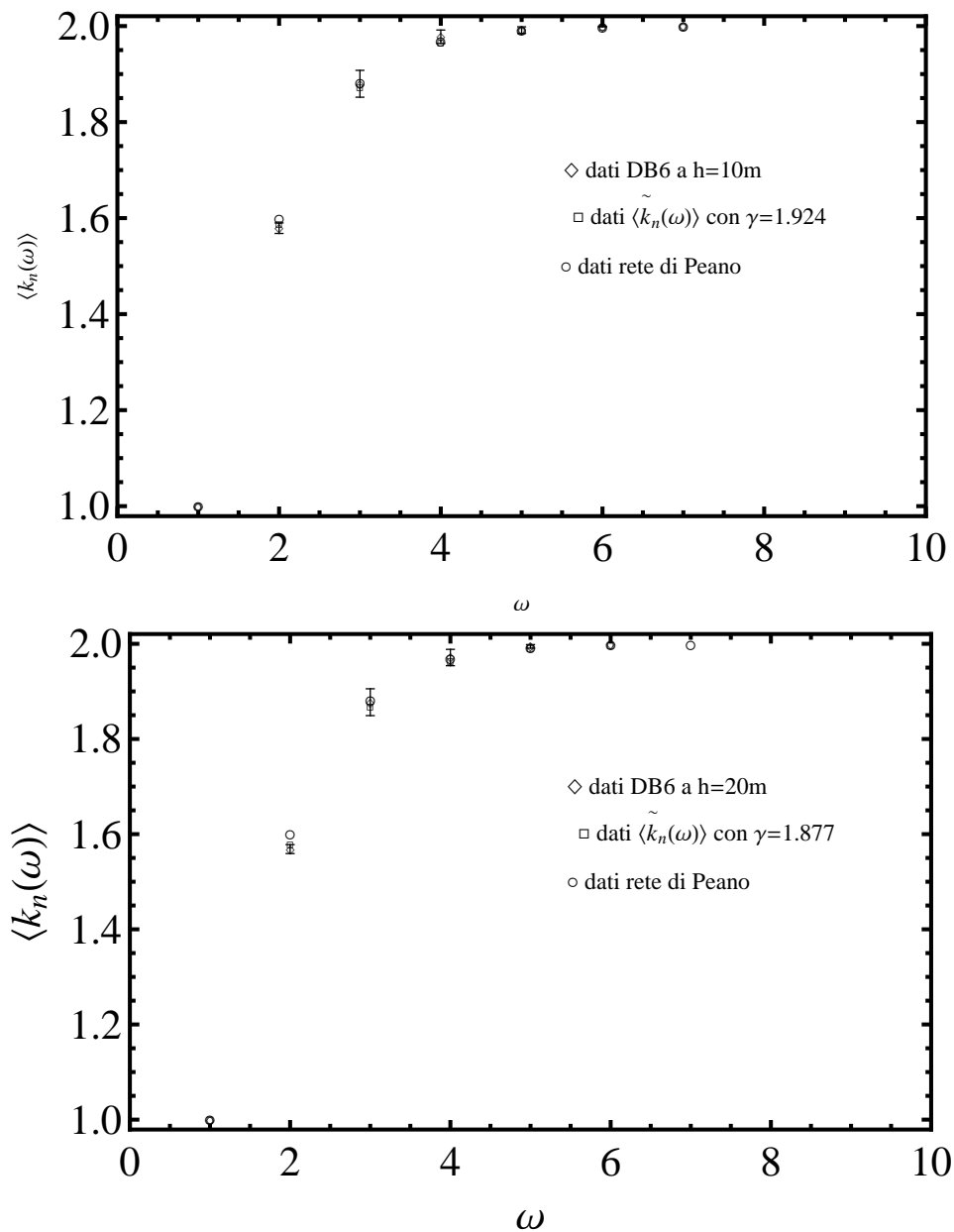


Figura 7.32: $\langle k_n(\omega) \rangle$ and $\langle k_{\tilde{\gamma}}(\omega) \rangle$ versus ω , per la rete di canale DB6 ottenuta applicando il metodo soglia $(AS^2)_t$: reticoli estratti alla risoluzione spaziale di 10 e 20 m.

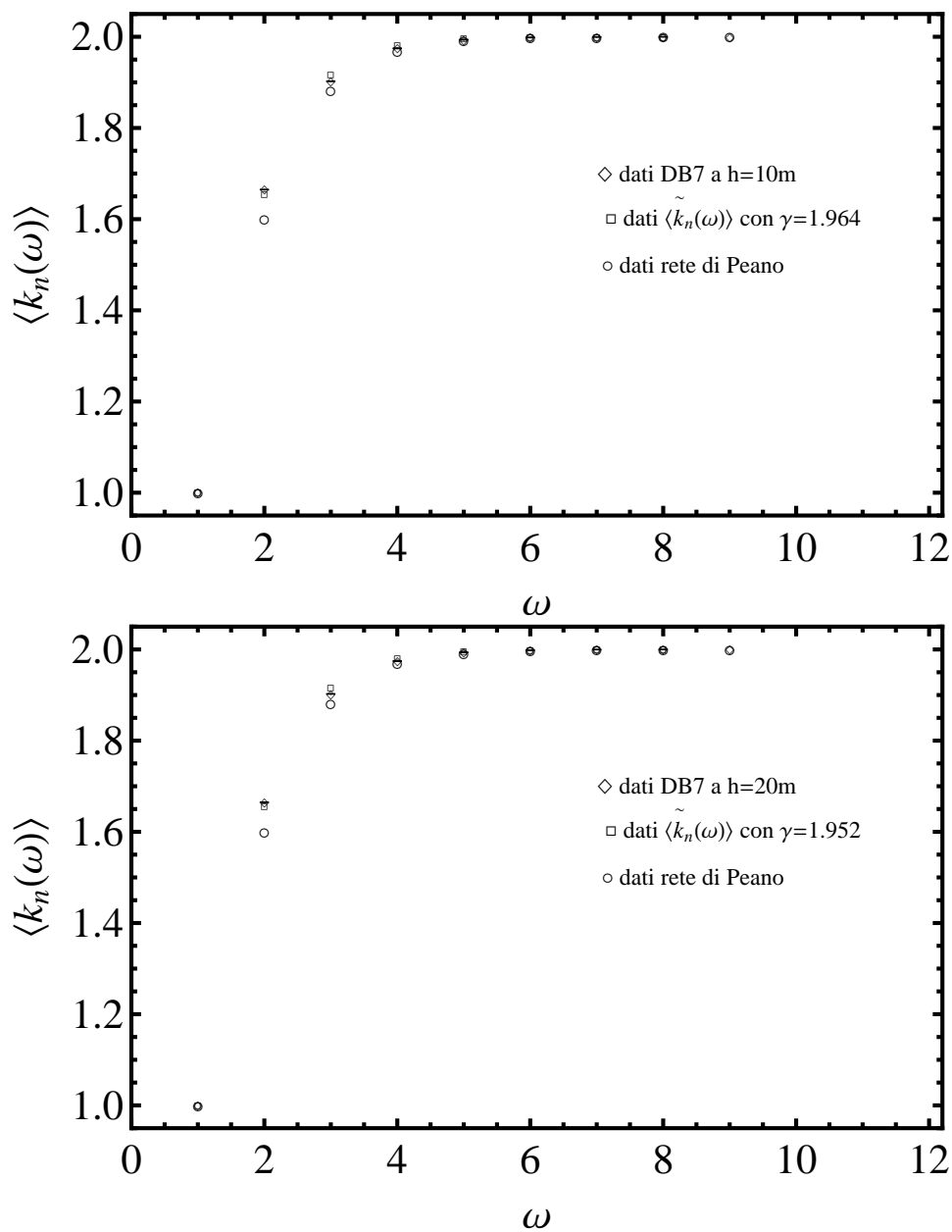


Figura 7.33: $\langle k_n(\omega) \rangle$ and $\langle k_{\tilde{\gamma}}(\omega) \rangle$ versus ω , per la rete di versante DB7: reticoli estratti alla risoluzione spaziale di 10 e 20 m.

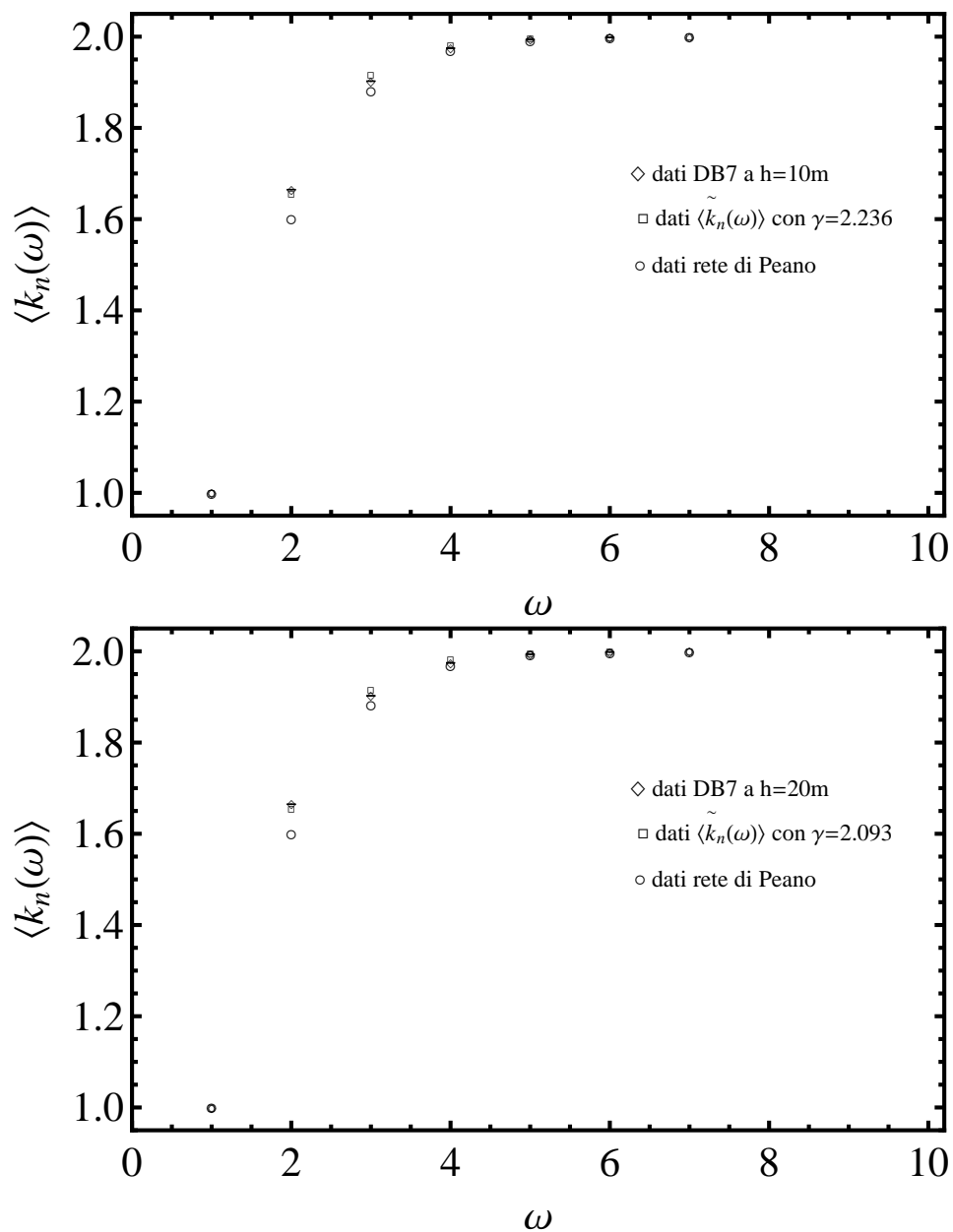


Figura 7.34: $\langle k_n(\omega) \rangle$ and $\langle k_{\tilde{\gamma}}(\omega) \rangle$ versus ω , per la rete di canale DB7 ottenuta applicando il metodo soglia ω_t^* : reticoli estratti alla risoluzione spaziale di 10 e 20 m.

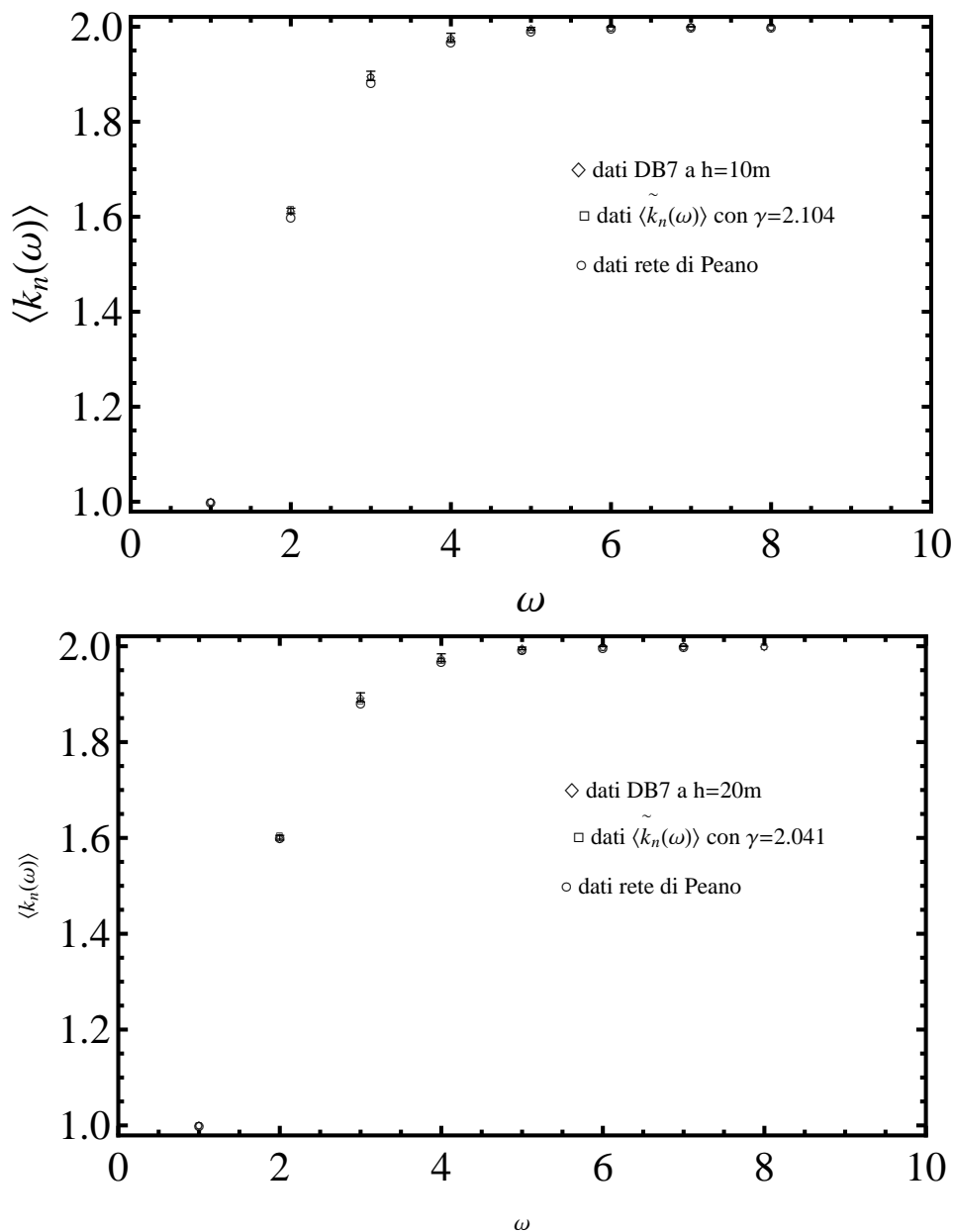


Figura 7.35: $\langle k_n(\omega) \rangle$ and $\langle k_{\tilde{\gamma}}(\omega) \rangle$ versus ω , per la rete di canale DB7 ottenuta applicando il metodo soglia A_t : reticoli estratti alla risoluzione spaziale di 10 e 20 m.

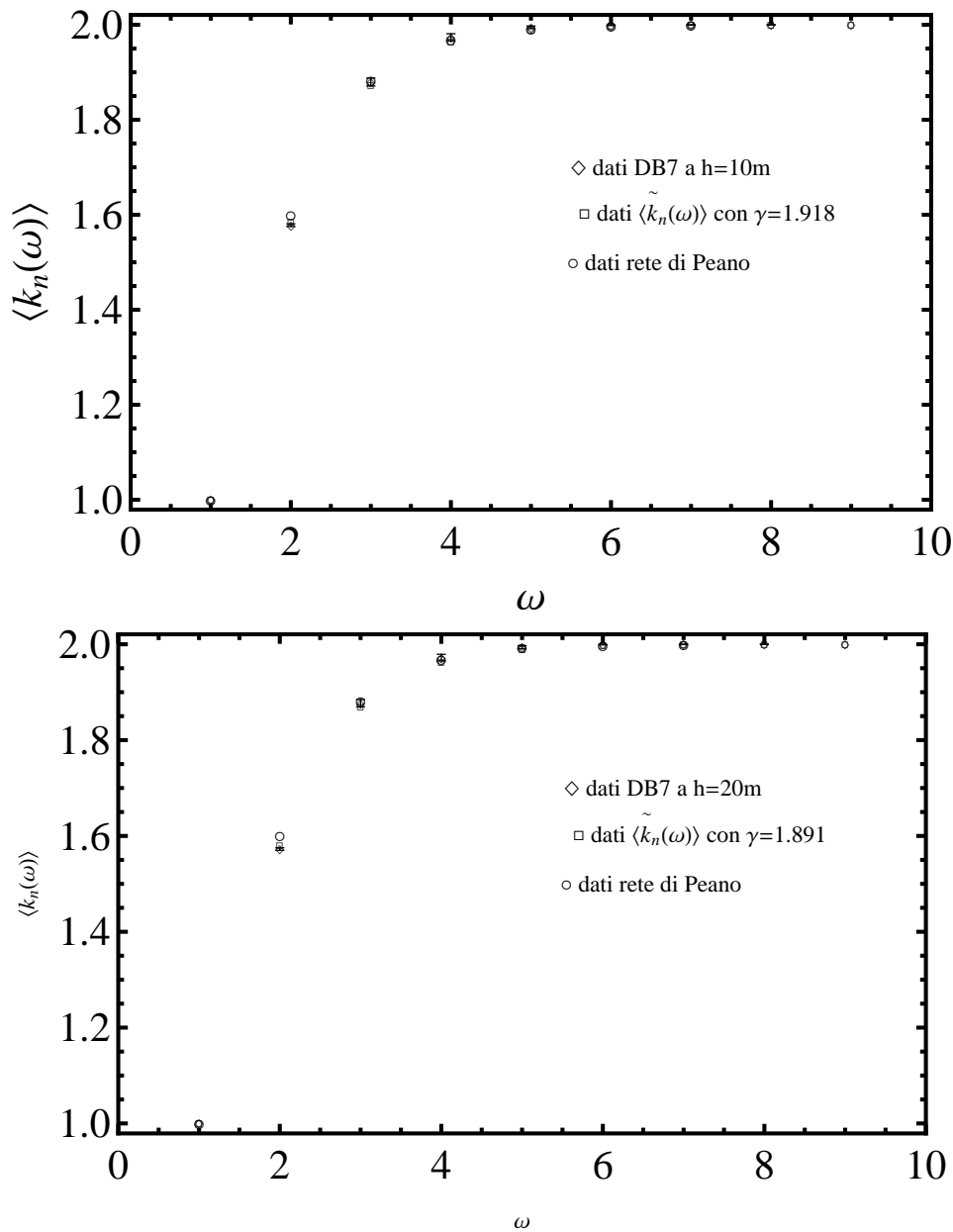


Figura 7.36: $\langle k_n(\omega) \rangle$ and $\langle k_{\tilde{\gamma}}(\omega) \rangle$ versus ω , per la rete di canale DB7 ottenuta applicando il metodo soglia $(AS^2)_t$: reticoli estratti alla risoluzione spaziale di 10 e 20 m.

Il parametro di uniformità, inoltre, è stato analizzato anche al variare della risoluzione delle celle h . Si è osservato che i valori del coefficiente di uniformità stimato per tutti i sotto-bacini risultano essere prossimi a 2, ossia il valore esatto del coefficiente di uniformità stimato per la rete di Peano. Relativamente alle reti estratte alla scala di versante (vedi Grafici riportati nelle Figure 7.37÷7.44), si è osservato che i sotto-bacini DB1÷DB5 presentano un andamento del coefficiente di uniformità, in funzione della risoluzione h , decrescente alle risoluzioni comprese tra 1 e 3 metri. Inoltre, all'aumentare della distanza tra le celle, tale andamento è risultato costante, sino alle risoluzioni spaziali di circa 15 metri per quanto concerne le reti DB1, DB2 e DB3, e di circa 10÷12 metri per le reti DB4 e DB5. Diverso, invece, l'andamento del sotto-bacino del torrente Crostolo, il quale ha mostrato, come si può osservare in Figura (7.42), un andamento del coefficiente di uniformità decrescente e che tende asintoticamente al valore esatto della rete di Peano, ossia 2, alle risoluzioni spaziali comprese tra 10 e circa 30 metri. Oltre questi valori di h , ovvero tra i 30 e 50 metri, i $\tilde{\gamma}$ tendono a crescere e ad allontanarsi dai valori di Peano. Analogo comportamento è stato osservato nelle reti DB6 e DB7, i cui valori di $\tilde{\gamma}$, in funzione di h , tendono ad aumentare a partire dalla risoluzione spaziale di circa 20÷25 metri, come mostrato nelle Figure (7.43) e (7.44). La maggiore distanza tra Peano e le reti di versante, in termini di coefficiente di uniformità, alle alte risoluzioni è legato al fatto che al secondo ordine le stesse presentano valori delle differenze relative più alte per le risoluzioni comprese in media tra 1 e 10 metri.

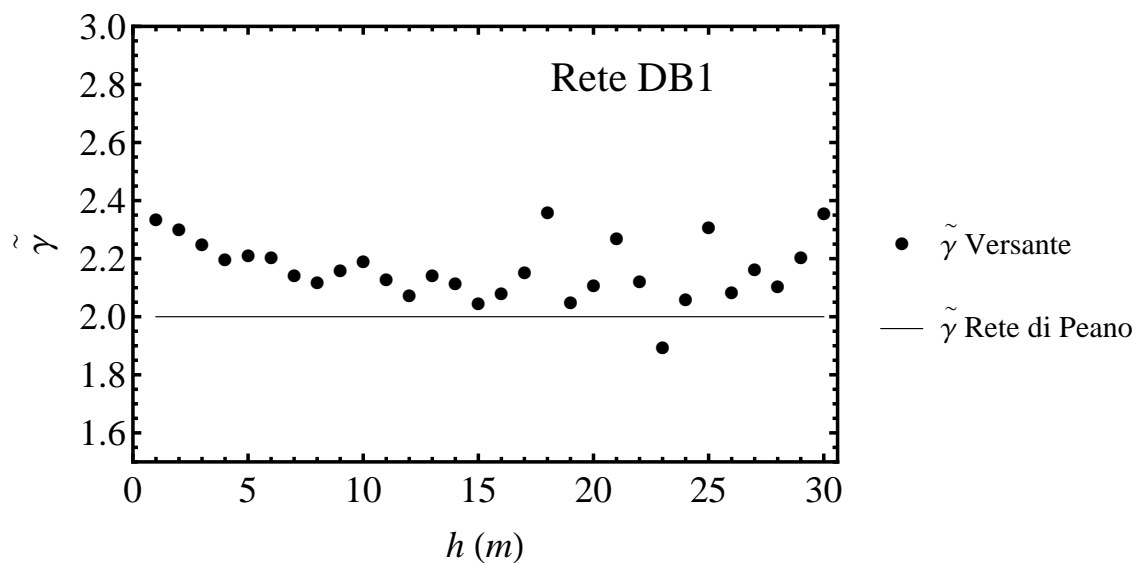


Figura 7.37: Andamento del parametro di uniformità $\tilde{\gamma}$ in funzione della risoluzione spaziale h per la rete del torrente DB1 estratta alla scala di versante e confronto con il valore di $\gamma = \gamma_P = 2$ per la rete deterministica di Peano.

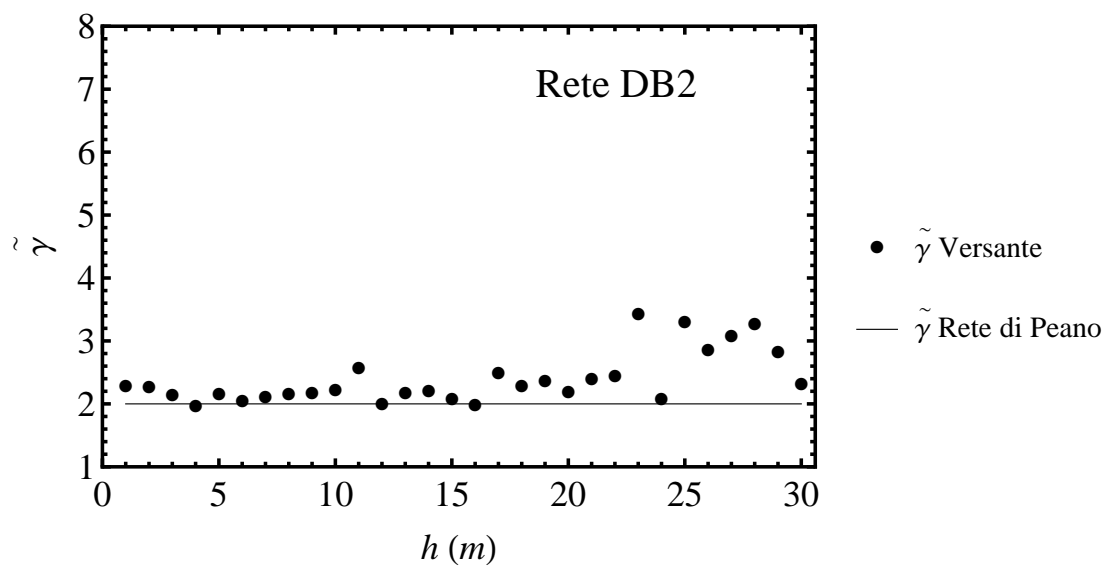


Figura 7.38: Andamento del parametro di uniformità $\tilde{\gamma}$ in funzione della risoluzione spaziale h per la rete del torrente DB2 estratta alla scala di versante e confronto con il valore di $\gamma = \gamma_P = 2$ per la rete deterministica di Peano.

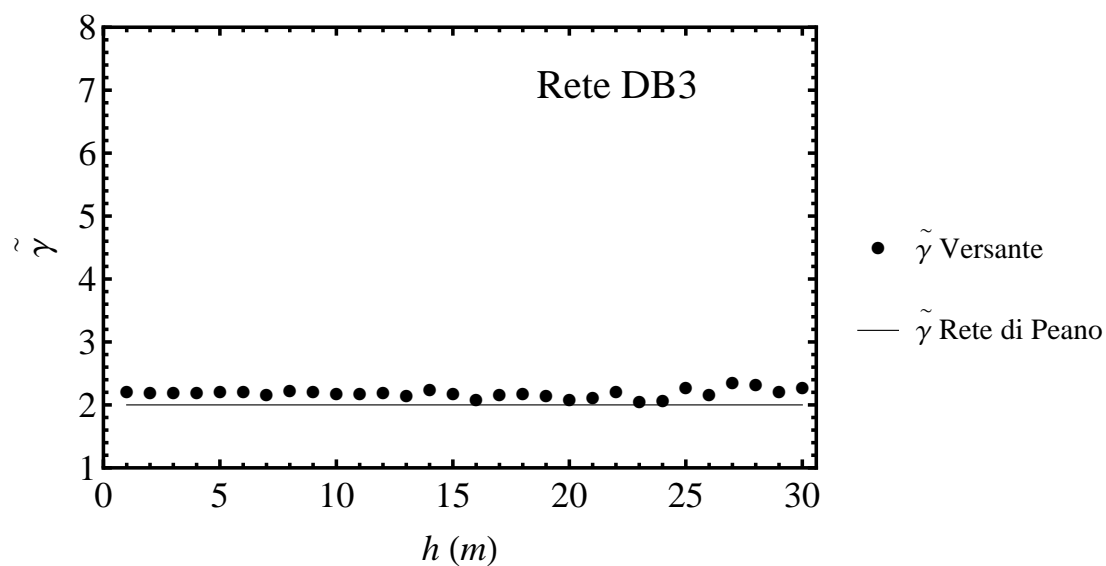


Figura 7.39: Andamento del parametro di uniformità $\tilde{\gamma}$ in funzione della risoluzione spaziale h per la rete del torrente DB3 estratta alla scala di versante e confronto con il valore di $\gamma = \gamma_P = 2$ per la rete deterministica di Peano.

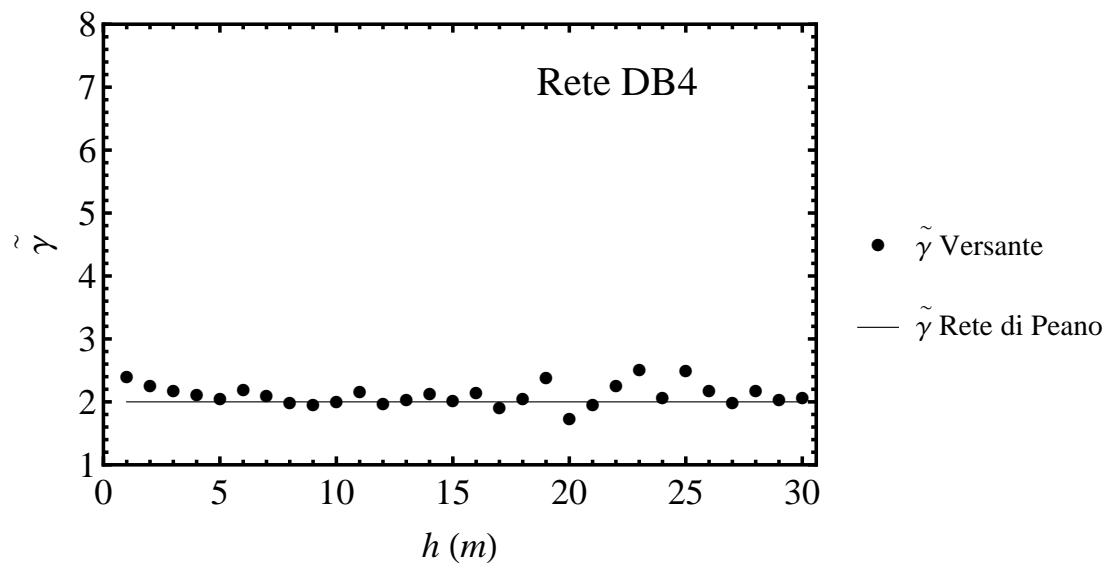


Figura 7.40: Andamento del parametro di uniformità $\tilde{\gamma}$ in funzione della risoluzione spaziale h per la rete del torrente DB4 estratta alla scala di versante e confronto con il valore di $\gamma = \gamma_P = 2$ per la rete deterministica di Peano.

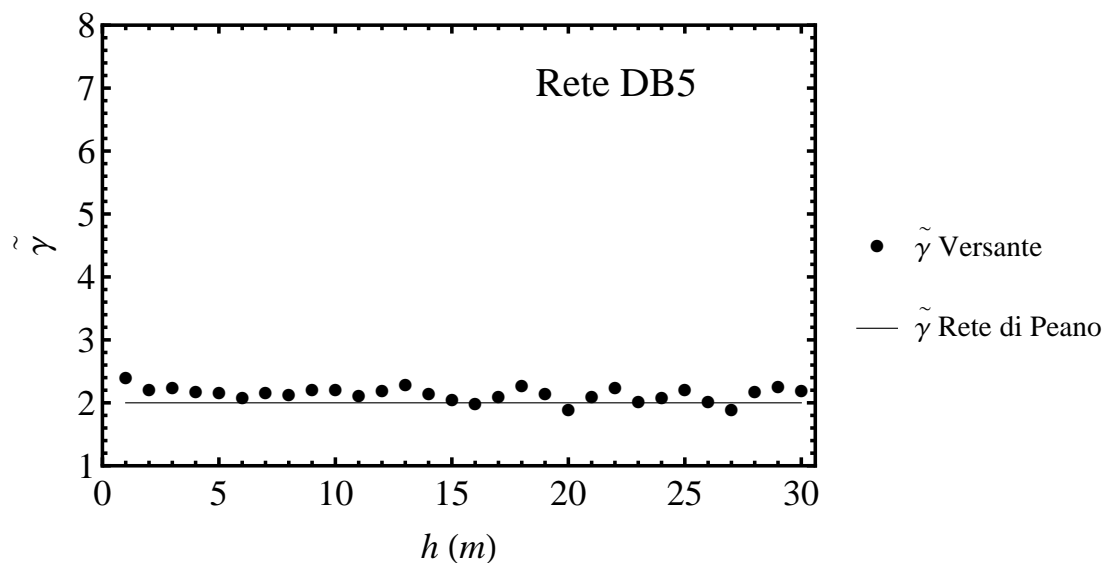


Figura 7.41: Andamento del parametro di uniformità $\tilde{\gamma}$ in funzione della risoluzione spaziale h per la rete del torrente DB5 estratta alla scala di versante e confronto con il valore di $\gamma = \gamma_P = 2$ per la rete deterministica di Peano.

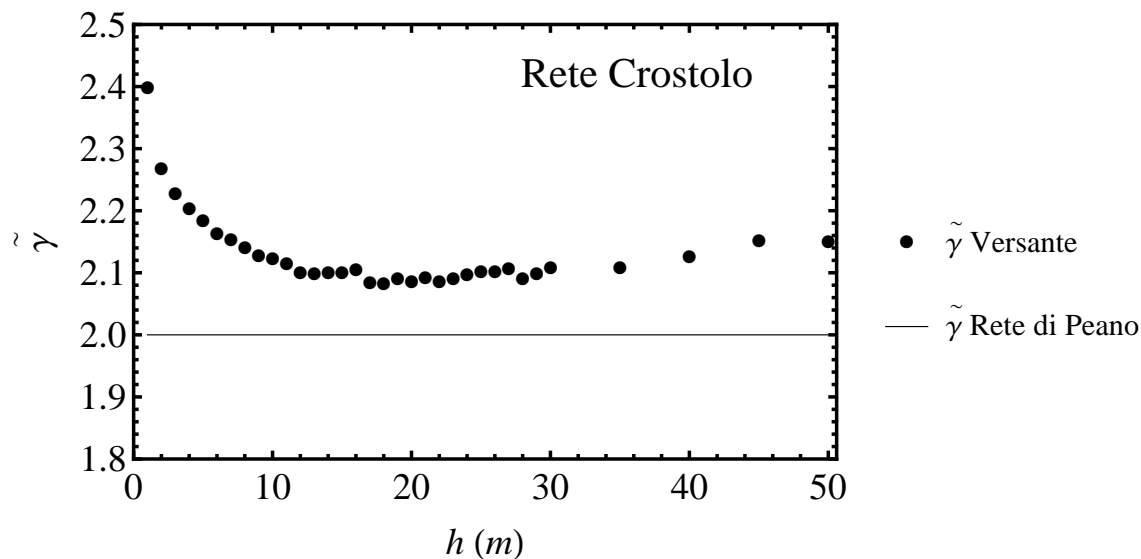


Figura 7.42: Andamento del parametro di uniformità $\tilde{\gamma}$ in funzione della risoluzione spaziale h per la rete del torrente Crostolo estratta alla scala di versante e confronto con il valore di $\gamma = \gamma_P = 2$ per la rete deterministica di Peano.

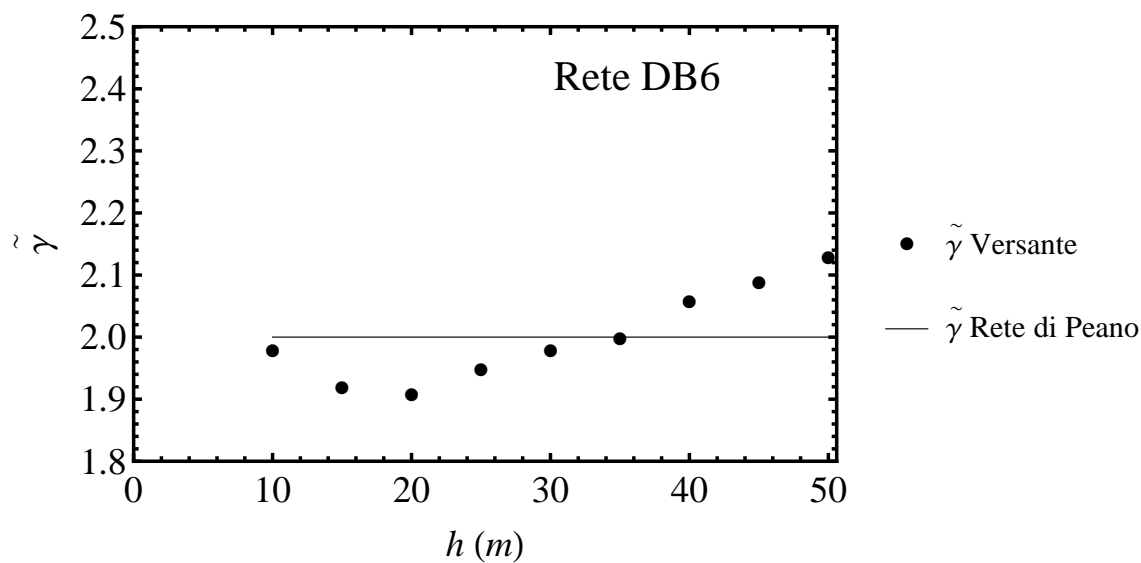


Figura 7.43: Andamento del parametro di uniformità $\tilde{\gamma}$ in funzione della risoluzione spaziale h per la rete del torrente DB6 estratta alla scala di versante e confronto con il valore di $\gamma = \gamma_P = 2$ per la rete deterministica di Peano.

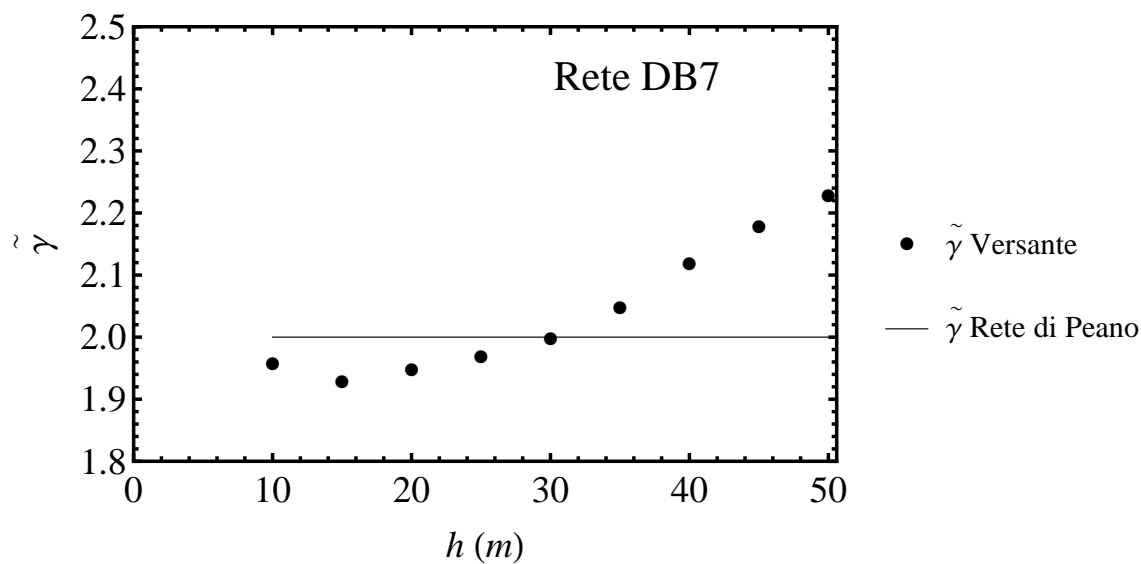


Figura 7.44: Andamento del parametro di uniformità $\tilde{\gamma}$ in funzione della risoluzione spaziale h per la rete del torrente DB7 estratta alla scala di versante e confronto con il valore di $\gamma = \gamma_P = 2$ per la rete deterministica di Peano.

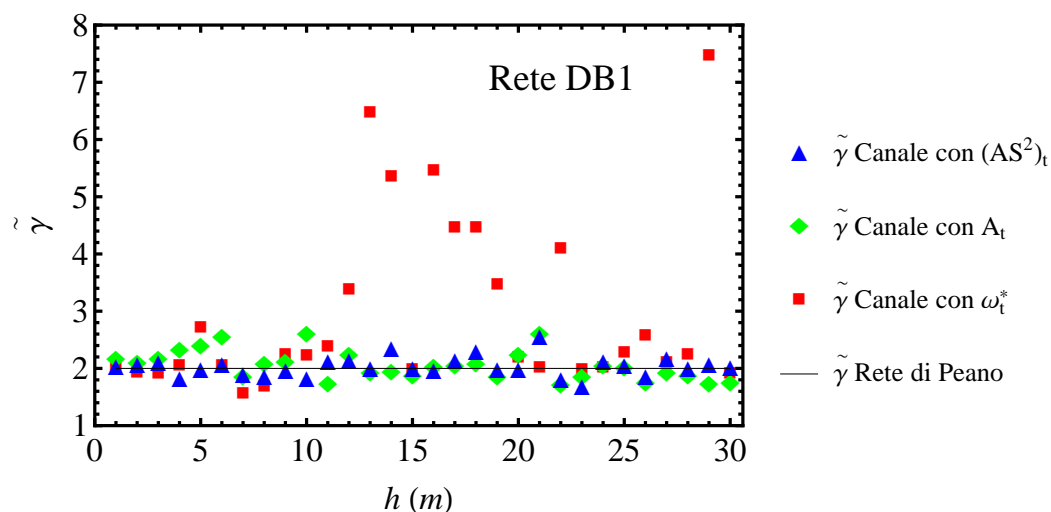


Figura 7.45: Andamenti del parametro di uniformità $\tilde{\gamma}$ in funzione della risoluzione spaziale h per la rete del torrente DB7 estratta alla scala di canale applicando i metodi soglia di innesco ω_t^* , A_t , $(AS^2)_t$, e confronto con il valore di $\gamma = \gamma_P = 2$ per la rete deterministica di Peano.

Relativamente alle reti di canale DB1÷DB5 estratte applicando i metodi soglia ω_t^* , A_t e $(AS^2)_t$, in generale, si è osservato che queste presentano, a differenza delle reti di versante, valori del coefficiente di uniformità costanti nei primi 10÷15 metri e differenti in maggiore misura rispetto a quello esatto della rete di Peano, alle risoluzioni oltre i 15 metri (vedi Figure 7.45÷7.49). In particolare, la rete DB1 presenta un andamento costante nei primi 10 metri indipendentemente dal metodo soglia adoperato (vedi Figura 7.45). La rete DB2 mostra un andamento del coefficiente di uniformità $\tilde{\gamma}$ costante nei primi 12 metri, con fluttuazioni più accentuate relativamente alle strutture estratte con il metodo A_t , come sul grafico riportato in Figura (7.46). La rete DB3 mostra un trend costante nei primi 15 metri, con valori maggiormente uniformi e prossimi a Peano relativamente alle reti ottenute applicando il metodo soglia $(AS^2)_t$ (vedi Figura 7.47). Per le reti DB4 e DB5, invece, si sono osservati trend del parametro $\tilde{\gamma}$ che presentano una certa linearità e invarianza sino alle risoluzioni spaziali comprese tra 10÷15 metri (vedi Figure 7.48 e 7.49).

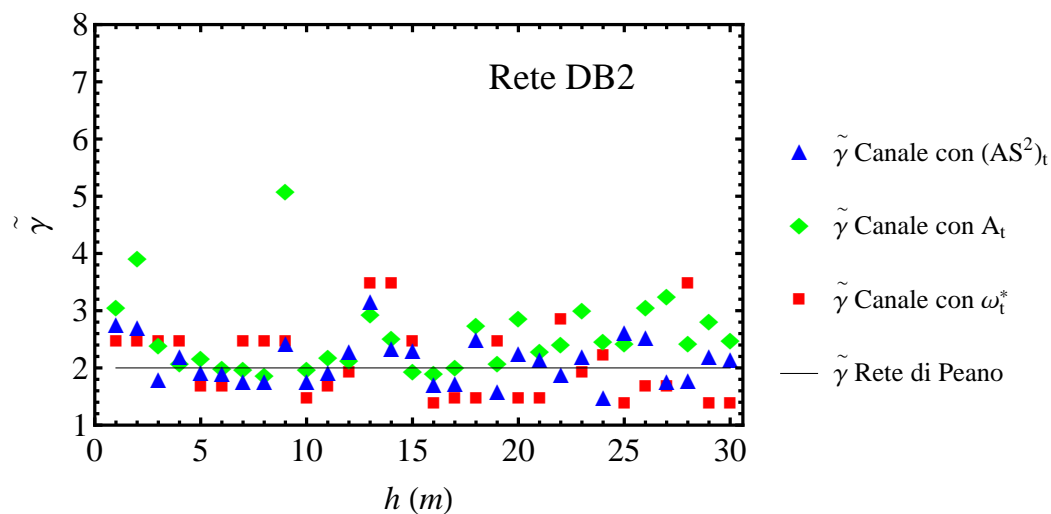


Figura 7.46: Andamenti del parametro di uniformità $\tilde{\gamma}$ in funzione della risoluzione spaziale h per la rete del torrente DB2 estratta alla scala di canale applicando i metodi soglia di innesco ω_t^* , A_t , $(AS^2)_t$, e confronto con il valore di $\gamma = \gamma_P = 2$ per la rete deterministica di Peano.

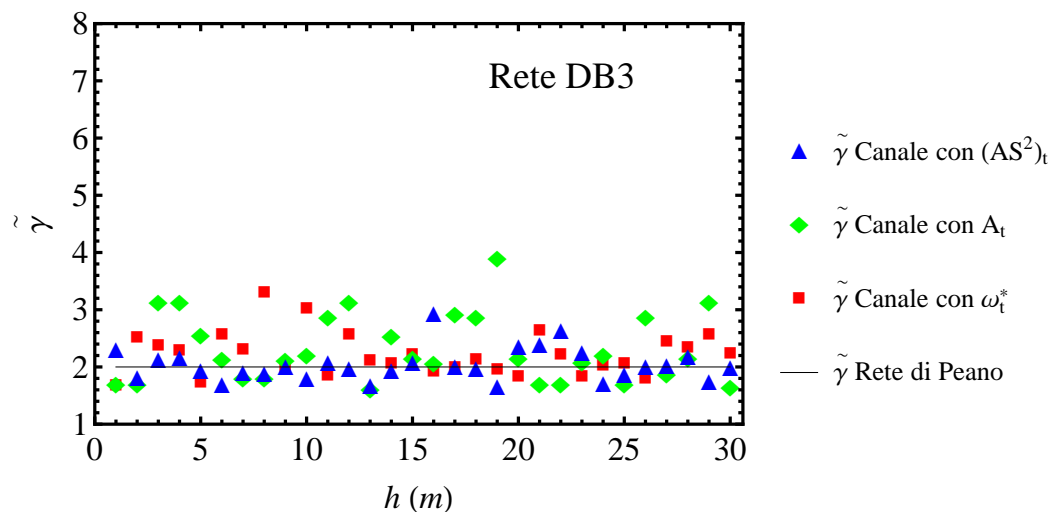


Figura 7.47: Andamenti del parametro di uniformità $\tilde{\gamma}$ in funzione della risoluzione spaziale h per la rete del torrente DB3 estratta alla scala di canale applicando i metodi soglia di innesco ω_t^* , A_t , $(AS^2)_t$, e confronto con il valore di $\gamma = \gamma_P = 2$ per la rete deterministica di Peano.

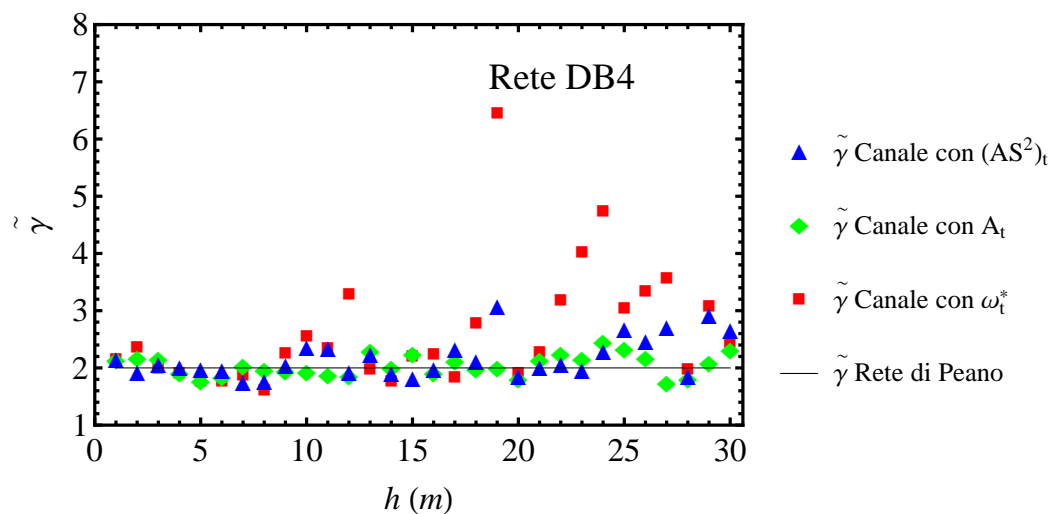


Figura 7.48: Andamenti del parametro di uniformità $\tilde{\gamma}$ in funzione della risoluzione spaziale h per la rete del torrente DB4 estratta alla scala di canale applicando i metodi soglia di innesco ω_t^* , A_t , $(AS^2)_t$, e confronto con il valore di $\gamma = \gamma_P = 2$ per la rete deterministica di Peano.

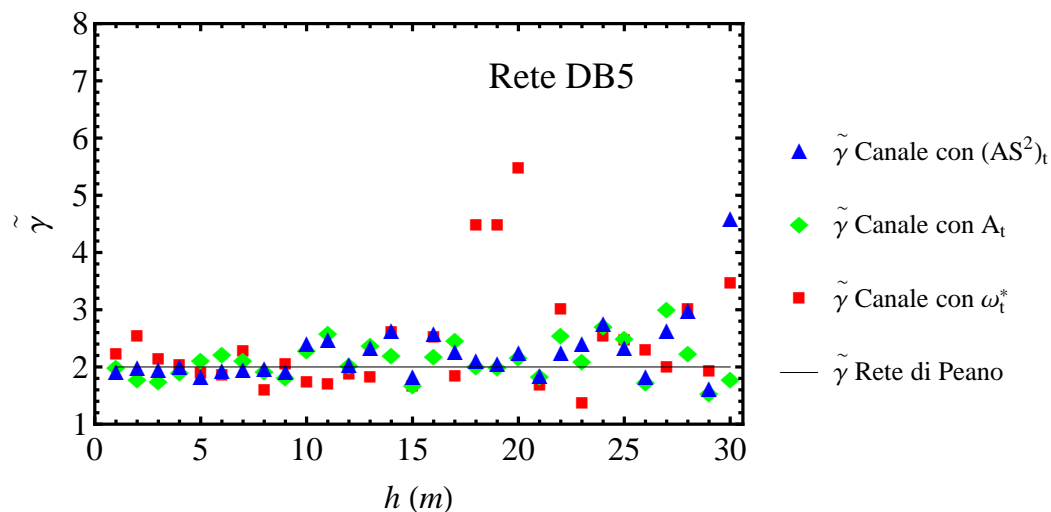


Figura 7.49: Andamenti del parametro di uniformità $\tilde{\gamma}$ in funzione della risoluzione spaziale h per la rete del torrente DB5 estratta alla scala di canale applicando i metodi soglia di innesco ω_t^* , A_t , $(AS^2)_t$, e confronto con il valore di $\gamma = \gamma_P = 2$ per la rete deterministica di Peano.

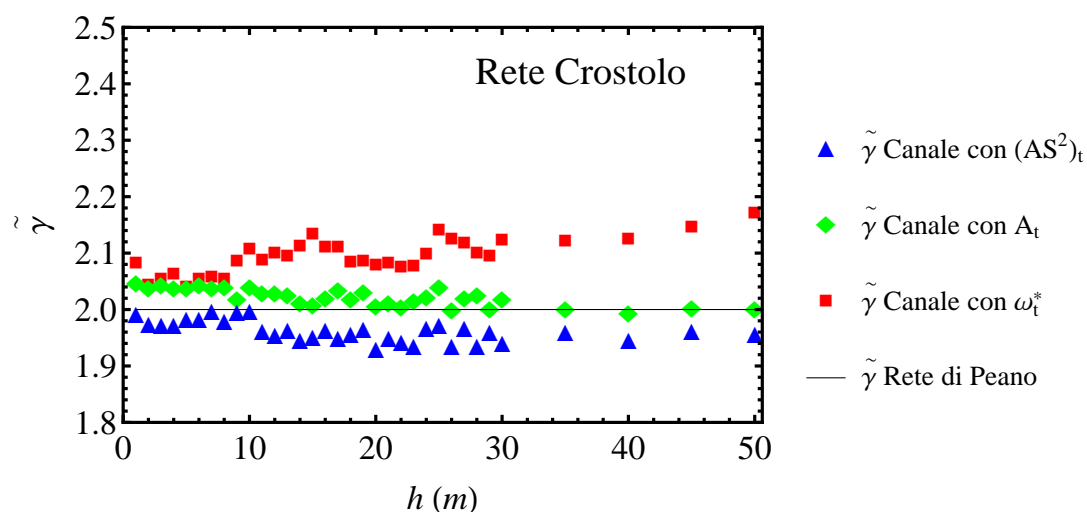


Figura 7.50: Andamenti del parametro di uniformità $\tilde{\gamma}$ in funzione della risoluzione spaziale h per la rete del torrente Crostolo estratta alla scala di canale applicando i metodi soglia di innesco ω_t^* , A_t , $(AS^2)_t$, e confronto con il valore di $\gamma = \gamma_P = 2$ per la rete deterministica di Peano.

La rete del torrente Crostolo, ha mostrato, come riportato in Figura (7.50), un andamento del coefficiente di uniformità costante, e molto prossimo a 2 (caso Peano), nei primi 10 metri, a prescindere da quale metodo soglia di innesco dei canali adoperato.

Questo comportamento coincide con l'intervallo di scaling riscontrato nello studio del comportamento scala-invariante delle condizioni soglia di Horton-Strahler ω_t^* per l'estrazione automatica delle reti dei canali, il quale risulta essere in media compreso tra 1 e 10 metri. Questo risultato è di notevole importanza in quanto mostra una vicinanza maggiore rispetto a Peano se vista in termini di scala di osservazione. Infatti i due sotto-bacini del Crostolo, il DB4 e il DB5, singolarmente, presentano un andamento del coefficiente di uniformità meno regolare rispetto alla scala complessiva del torrente Crostolo. Nello specifico, per le reti estratte con il metodo soglia di Strahler ω_t^* e con il metodo soglia sull'area drenata A_t , sono stati stimati valori di $\tilde{\gamma}$ pressochè uguali, e maggiori di Peano nei primi 10 metri. Dopo tale risoluzione, i valori del parametro di uniformità per la rete estratta con il metodo ω_t^* tendono a essere prossimi a quelli ottenuti per la stessa rete estratta alla scala di versante. I valori di $\tilde{\gamma}$ per la rete ottenuta tramite il metodo A_t , invece, tendono a decrescere e ad avvicinarsi al valore ottenuto per il caso esatto di Peano. Quelli stimati con il metodo $(AS^2)_t$, infine, pre-

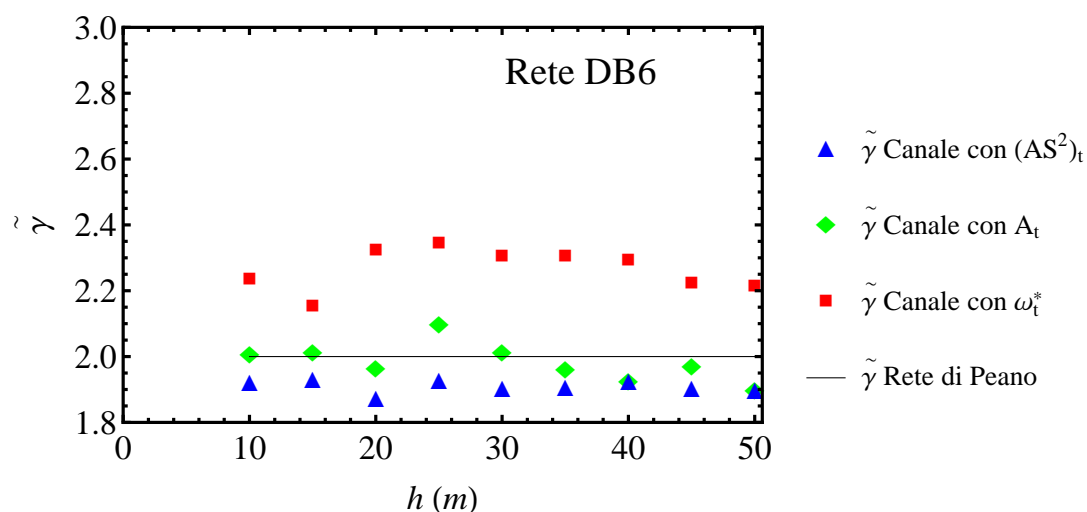


Figura 7.51: Andamenti del parametro di uniformità $\tilde{\gamma}$ in funzione della risoluzione spaziale h per la rete del torrente DB6 estratta alla scala di canale applicando i metodi soglia di innesco ω_t^* , A_t , $(AS^2)_t$, e confronto con il valore di $\gamma = \gamma_P = 2$ per la rete deterministica di Peano.

sentano valori molto prossimi a quello di Peano. Per tale rete, inoltre, si è osservato che i valori di $\tilde{\gamma}$ risultano, per tutte le risoluzioni spaziali esaminate, inferiori a 2. Applicando tale metodo, infatti, vengono generate reti con una particolare struttura morfologica a pettine, paragonabili con altre strutture fluviali, quali, ad esempio, quelle di tipo trellis. Quest'ultime, infatti, risultano essere caratterizzate, ai bassi ordini, da sotto-strutture che presentano un numero limitato di i nodi sorgente, il quale implica un valore medio del grado medio di giunzione più basso, e quindi, un valore di $\tilde{\gamma}$ minore. Caratteristica, quest'ultima, osservata in alcune reti morfologicamente allungate, e che ha permesso, come vedremo nel prossimo paragrafo, al parametro di uniformità di fornire tendenzialmente indicazioni utili circa le differenze strutturali, geometriche e topologiche tra le reti compatte e allungate.

Le reti DB6 e DB7, infine, hanno mostrato, analogamente alla rete del torrente Crostolo, gli stessi trend del coefficiente di uniformità in funzione della risoluzione spaziale delle celle (vedi Grafici riportati nelle Figure 7.51 e 7.52).

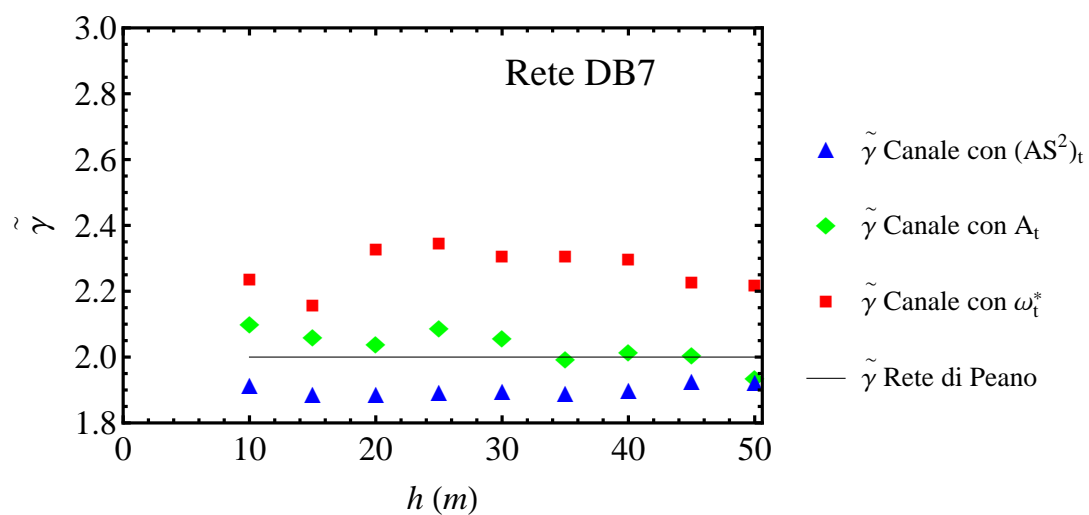


Figura 7.52: Andamenti del parametro di uniformità $\tilde{\gamma}$ in funzione della risoluzione spaziale h per la rete del torrente DB7 estratta alla scala di canale applicando i metodi soglia di innesco ω_t^* , A_t , $(AS^2)_t$, e confronto con il valore di $\gamma = \gamma_P = 2$ per la rete deterministica di Peano.

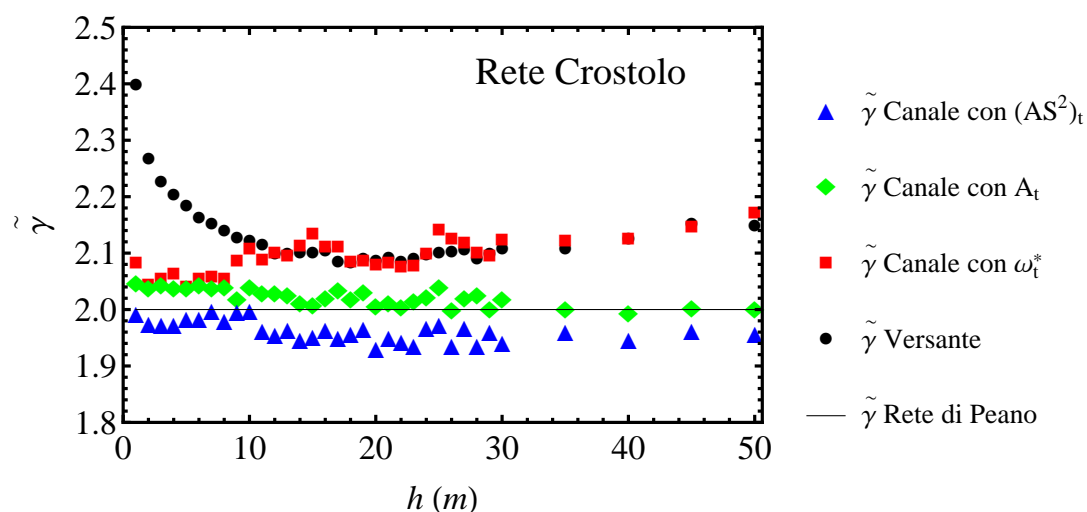


Figura 7.53: Confronto andamenti del parametro di uniformità $\tilde{\gamma}$ in funzione della risoluzione spaziale h per la rete del torrente Crostolo estratta alla scala di versante e di canale applicando i metodi soglia di innesco ω_t^* , A_t , $(AS^2)_t$, e con il valore di $\gamma = \gamma_P = 2$ per la rete deterministica di Peano.

Complessivamente, per la rete del Crostolo e per molte altre sotto-strutture analizzate, si osservato che, in termini di differenze tra reti di versante e di canale, il grado medio di giunzione e il parametro di uniformità forniscono un criterio di rappresentatività della topografia per l'estrazione delle reti di canale, se l'intervallo di scala è mantenuto per risoluzioni comprese tra 1 e 10 metri (vedi Figura 7.53, in cui sono confrontati gli andamenti di $\tilde{\gamma}$ estratti alla scala di versante e di canale). In definitiva è importante fare osservare dal punto di vista geomorfologico, che i descrittori $\langle k_n(\omega) \rangle$ e γ permettono di differenziare in maniera sostanziale le strutture nelle scale di versante e di canale.

7.3 Analisi di reti fluviali compatte e allungate

L'analisi condotta finora ha riguardato il ruolo del parametro di uniformità nel contesto dell'analisi di scala relativa a strutture di reti fluviali estratte da DEM ad alta risoluzione. Al fine di verificare l'utilità del parametro γ in altri contesti geomorfologici, sono state analizzate otto strutture fluviali prese dalla letteratura. Quest'ultime sono state raggruppate in due classi di reti, ossia quelle compatte e quelle allungate. In particolare, sono stati

analizzati i seguenti reticoli fluviali: tre sotto-strutture del fiume Russian (vedi Figure 7.54a, 7.54b e 7.54c), collocate in California, Stati Uniti [102], tre sotto-strutture del fiume Gauley (vedi Figure 7.55a, 7.55b e 7.55d), all'interno dell'Appalachian Plateau, Stati Uniti [70], una sotto-struttura del fiume Nujiang (vedi Figura 7.55c), Cina [44], e una sotto-struttura fluviale non classificata (vedi Figura 7.54d), proposta da Zhang e Guilbert [102]. Tutti i reticoli fluviali sono stati estratti da modelli digitali del terreno, i cui percorsi di flusso superficiale sono stati definiti mediante l'applicazione del criterio di estrazione D8 [62, 57]. In particolare, le sotto-strutture del fiume Russian da DEM a 1:24000, le sotto-strutture del fiume Gauley da DEM alla risoluzione spaziale di 10 metri, e la rete fluviale del fiume Nujiang da DEM a scala 1:25000. Le strutture fluviali sono state gerarchizzate attraverso il criterio di Horton-Strahler. Gli ordini di chiusura ottenuti da questa procedura sono risultati essere pari a 4, ad eccezione della rete non classificata, la quale ha mostrato un ordine pari a 3. Queste strutture fluviali sono state classificate in compatte e allungate tenendo conto di due indicatori morfologici: il *catchment elongation* β [102], ovvero il rapporto tra la profondità e l'ampiezza del Minimum Bounding Rectangle (MBR) del bacino e il fattore di forma F_s [82], ovvero il rapporto tra il quadrato della lunghezza dell'asta principale e l'area del bacino. In particolare, il MBR della rete fluviale è definito in base all'orientamento della rete. Inoltre, l'ampiezza della rete fluviale è data dalla lunghezza del lato del MBR che segue la direzione dell'asta principale, mentre l'altro lato corrisponde alla profondità della rete. Infine, per valori di β compresi tra 0 e 3 la rete assume una forma tendenzialmente compatta, mentre per valori maggiori di 3 una forma tendenzialmente più allungata [102]. Specificatamente, tre reti naturali e la rete non classificata (vedi Figure 7.54a, 7.54b, 7.54c, e 7.54d) sono state classificate mediante l'indicatore β , i cui valori, ordinati in maniera crescente, sono riportati in Tabella (7.1). Le restanti reti naturali (vedi Figure 7.55a, 7.55b, 7.55c e 7.55d), invece, sono state classificate tenendo conto del fattore di forma F_s [82]. Questo parametro, in particolare, usato per descrivere il grado di allungamento di un bacino, assume valori molto alti per bacini tendenzialmente di forma allungata e valori molto bassi per bacini che assumono una forma tendenzialmente più compatta. In Tabella (7.1), le reti sono ordinate in ordine crescente di F_s , al fine di differenziare le reti compatte e allungate. Su tutte le reti è stato calcolato il grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$, nonché stimato il coefficiente di uniformità $\tilde{\gamma}$, i cui valori numerici sono riportati in Tabella (7.1). Analizzando i differenti valori stimati di $\tilde{\gamma}$ è possibile osservare che le reti compatte presentano valori maggiori rispetto a quelli ricavati per le reti allungate. In particolare, esse assumono valori del coefficiente di uniformità maggiori di due, mentre quelle allungate valori minori di due.

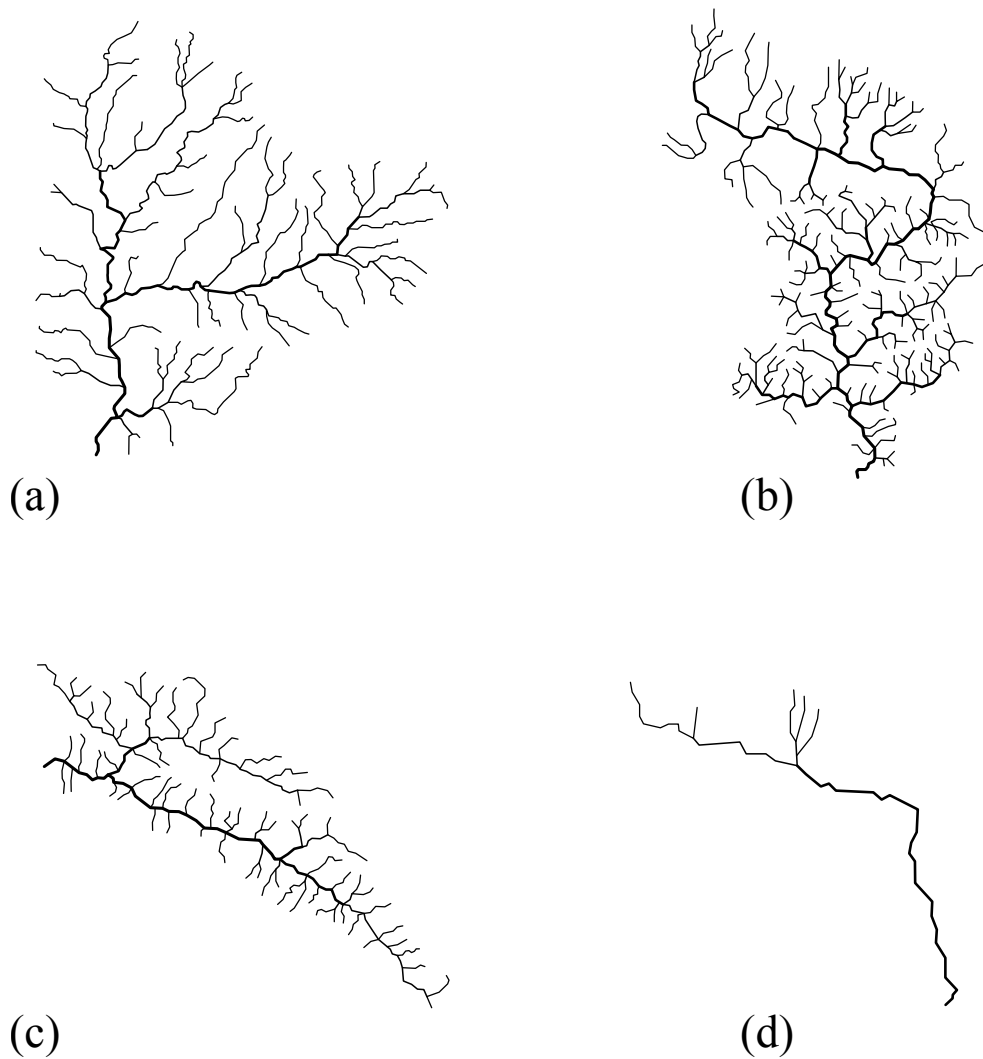


Figura 7.54: Reti fluviali classificate in base a valori crescenti del *catchment elongation* β [102]: (a), (b) e (c) sono sotto-bacini estratti dal fiume Russian, mentre (d) è un sotto-bacino non classificato. Le reti fluviali (a) e (b) hanno una forma tendenzialmente più compatta. Le reti fluviali (c) e (d) hanno una forma tendenzialmente più allungata.

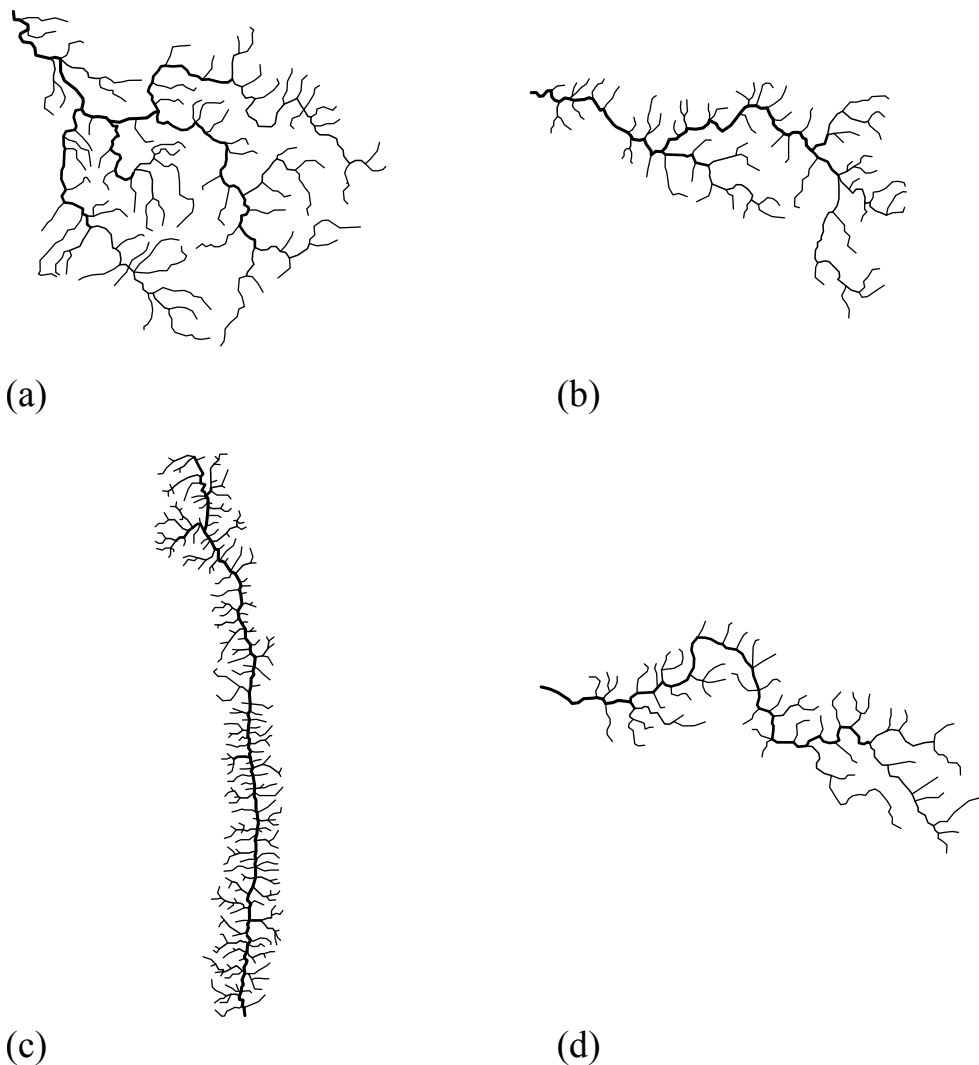


Figura 7.55: Reti fluviali classificate in base a valori crescenti del fattore di forma F_s [82]: (a), (b) e (d) sono sotto-bacini estratti dal fiume Gauley, mentre (c) è un sotto-bacino del fiume Nujiang. Le reti fluviali (a) e (b) hanno una forma tendenzialmente più compatta. Le reti fluviali (c) e (d) hanno una forma tendenzialmente più allungata.

Tabella 7.1: Valori del *catchment elongation* β , del fattore di forma F_s e del parametro $\tilde{\gamma}$ per le reti compatte e allungate riportate nelle Figure (7.54) e (7.55).

Rete fluviale da Figura (7.54)	β	Forma del bacino	$\tilde{\gamma}$
(a)	0.87	Compatta	2.256
(b)	1.71	Compatta	2.080
(c)	3.17	Allungata	1.947
(d)	3.51	Allungata	1.712
Rete fluviale da Figura (7.55)	F_s	Forma del bacino	$\tilde{\gamma}$
(a)	6.24	Compatta	2.335
(b)	9.49	Compatta	2.204
(c)	11.92	Allungata	1.937
(d)	14.16	Allungata	1.868

Inoltre, per tutte le tipologie di reti, il valore del parametro di uniformità diminuisce all'aumentare, rispettivamente, del *catchment elongation* β e del fattore di forma F_s . Questo comportamento è dovuto alla differenza statistica nel numero di sotto-strutture agli ordini $\omega = 2, 3$, la quale risulta essere dipendente dal numero di nodi sorgente i . Nel caso delle reti allungate qui prese in esame, infatti, tale numero di sotto-strutture, nonostante in media siano in quantità maggiori rispetto a quelle compatte, è caratterizzato da un basso numero di i nodi sorgente per sotto-struttura. Tale numerosità implica un valore medio del $\langle k_n(\omega) \rangle$ più basso, e quindi, un valore di $\tilde{\gamma}$ minore.

Da questo comportamento è possibile dedurre che il parametro di uniformità risulta essere un buon indicatore per poter differenziare le reti, con un preciso trend rispetto a Peano, compatte e allungate. Infatti, nonostante numerosi studi mostrano che vi è una marcata inevitabilità statistica delle leggi di Horton [45, 74], il coefficiente di uniformità risulta essere sensibile ai cambiamenti nella struttura della rete. Esso differenzia le reti compatte e allungate, tenendo conto della sola relazione tra il numero dei nodi e delle sue connessioni senza considerare le lunghezze, le aree dei canali e le relative distribuzioni. In questo contesto, infine, il parametro di uniformità γ_P della rete di Peano rappresenta un valore *borderline* che separa le forme fluviali allungate da quelle compatte.

Conclusioni

In questo studio, le reti di versante, le reti di canale e la rete deterministica di Peano sono state analizzate attraverso il calcolo del grado medio di giunzione, $\langle k_n(\omega) \rangle$, e del fattore di uniformità, γ . Quest'ultimo è risultato essere il parametro di scala rappresentativo della vicinanza o distanza tra le reti fluviali naturali e la rete di Peano. Il grado medio di giunzione è stato valutato anche considerando l'errore che si può commettere nel conteggio delle sotto-strutture hortoniane, il quale è risultato essere massimo al secondo e terzo ordine, per tutte le reti analizzate. In particolare, questa analisi basata su un nuovo criterio fornito da un fattore analitico, ottenuto mediante l'approssimazione in serie di Taylor di un nuovo modello perturbato, ha permesso di determinare l'insieme di variabilità del grado medio di giunzione. L'analisi ha riguardato inoltre, lo studio dello *scaling* dei valori dell'ordine di soglia medio ω_t^* di Horton-Strahler. Questa indagine, inoltre, ha permesso di definire un limite di *cut-off* fisico, in termini di risoluzione spaziale delle celle, compreso tra 1 e 10 metri, il quale risulta essere indicativo di una previsione automatica ottimale delle teste di canale per le reti esaminate.

Analizzando la variazione del parametro di uniformità, in funzione della risoluzione spaziale delle celle, è stato osservato che le reti investigate mostrano differenti comportamenti, i quali sono funzione del criterio di estrazione e della scala di rappresentazione. In particolare, per i sotto-bacini DB1÷DB5, l'andamento del coefficiente di uniformità è risultato essere, in media, costante nei primi 10÷15 m, sia alla scala di versante che di canale, con valori più vicini a quelli di Peano nel caso delle reti di versante.

Il bacino del torrente Crostolo (Italia) ha mostrato, alla scala di versante, un trend del parametro di uniformità decrescente e che tende asintoticamente al valore esatto della rete di Peano, ossia 2, per le risoluzioni spaziali comprese tra 10 e 30 metri. Oltre questi valori spaziali delle celle, ossia tra 30 e 50 m, i valori del parametro di uniformità, γ , tendono a crescere e ad allontanarsi dai valori di Peano. Analogo comportamento è stato mostrato dalle reti afferenti al bacino del fiume Gabilan (California, USA).

Alla scala di canale, invece, la rete del torrente Crostolo ha mostrato un

andamento del coefficiente di uniformità costante, e prossimo a 2, nei primi 10 metri, indipendentemente dal criterio soglia adoperato per l'estrazione dei reticoli fluviali. Intervallo di scala coincidente con quello di *scaling* riscontrato nello studio del comportamento scala invariante delle condizioni soglia di Horton-Strahler. Questo risultato è di notevole importanza in quanto mostra una maggiore vicinanza rispetto a Peano se vista in termini di scala di osservazione. Infatti, i due sotto-bacini DB4 e DB5 afferenti al torrente Crostolo, singolarmente, presentano un andamento del coefficiente di uniformità meno regolare rispetto a quello ottenuto alla scala complessiva dallo stesso. Le reti DB6 e DB7, infine, hanno mostrato, analogamente alla rete del torrente Crostolo, gli stessi andamenti del parametro di uniformità in funzione della risoluzione spaziale delle celle.

Da questa indagine, complessivamente, è emerso che per la rete del torrente Crostolo e per molte altre strutture fluviali analizzate, il grado medio di giunzione e il parametro di uniformità forniscono un intervallo di scala, indicativo della rappresentazione topografica, compreso tra 1 e 10 metri. È importante osservare dal punto di vista geomorfologico, che i descrittori $\langle k_n(\omega) \rangle$ e γ permettono di differenziare in maniera sostanziale le strutture nelle scale di versante e di canale. Inoltre, questi risultati sono di considerevole interesse per la scelta della scala fisica di rappresentazione della rete fluviale quando il modello teorico di Peano è adoperato. Inoltre, dall'analisi di un altro insieme di dati riportati in letteratura ed estratti da DEM a diverse risoluzioni spaziali, nonché consistente in un campione di differenti forme fluviali, il parametro di uniformità γ ha permesso di riconoscere, con uno specifico trend rispetto alla rete di Peano, le forme allungate da quelle compatte. In particolare, questa tendenza ha mostrato che il coefficiente γ è minore di 2 per le strutture allungate, mentre è maggiore di 2 per quelle compatte. Questo risultato è importante dal punto di vista geomorfologico e fisico in quanto suggerisce l'utilizzo del parametro γ per applicazioni pratiche nel riconoscimento delle forme fluviali.

In definitiva, il grado medio di giunzione rappresenta, unitamente al coefficiente di uniformità, un utile descrittore geomorfologico atto a fornire indicazioni circa la vicinanza geometrica e topologica delle reti naturali alla rete deterministica di Peano. Di notevole importanza sarà il procedere verso il confronto dello stesso grado di giunzione medio e del parametro di uniformità con altri modelli teorici di reti fluviali diverse da quelle di Peano. Sarà importante, inoltre, proseguire l'indagine sulla caratterizzazione del parametro di uniformità nell'ipotesi di validità della condizione di auto-somiglianza delle reti fluviali tenendo in conto il ruolo delle sotto-strutture di rete rispetto all'intera rete di drenaggio del bacino.

Appendice A

Tabelle relative alla stima del grado medio di giunzione e del fattore di uniformità

Nelle seguenti tabelle sono riportati, per le reti fluviali analizzate alla scala di versante (*grid networks*) e di canale (*channel networks*):

- gli ordini di Horton-Strahler, Ω , di chiusura dei bacini presi in esame;
- i risultati numerici del grado medio di giunzione, $\langle k_n(\omega) \rangle$, con i loro rispettivi errori di stima ϵ e con le differenze relative Δ dai valori corrispondenti di $\langle k_\gamma(\omega) \rangle_P$ per la rete deterministica di Peano;
- i valori stimati del parametro di uniformità, $\tilde{\gamma}$ (*Estimate Asymptotic Value, EAV*), ottenuti direttamente dalla procedura di regressione non lineare eseguita per il fittaggio dei dati sperimentali, unitamente all'errore standard (*Standard Error, SE*).

Tabella A.1: Risultati numerici del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ per la rete del torrente DB1 estratta alla scala di versante.

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\langle k_n(\omega) \rangle$	1	1	1.653	1.906	1.977	1.994	1.999	1.999	1.999	1.999
	2	1	1.650	1.901	1.975	1.994	1.999	1.999	1.999	
	3	1	1.646	1.893	1.975	1.993	1.999	1.999	1.999	
	4	1	1.635	1.894	1.973	1.995	1.999	1.999		
	5	1	1.639	1.894	1.973	1.995	1.999	1.999		
	6	1	1.631	1.903	1.972	1.994	1.998	1.999		
	7	1	1.625	1.894	1.973	1.992	1.997	1.999		
	8	1	1.614	1.902	1.970	1.993	1.997	1.999		
	9	1	1.630	1.889	1.975	1.994	1.999			
	10	1	1.638	1.888	1.971	1.991	1.999			
	11	1	1.615	1.900	1.982	1.996	1.999			
	12	1	1.618	1.883	1.969	1.995	1.999			
	13	1	1.627	1.888	1.981	1.999				
	14	1	1.621	1.889	1.976	1.998				
	15	1	1.617	1.880	1.959	1.985	1.998			
	16	1	1.619	1.883	1.969	1.998				
	17	1	1.625	1.894	1.980	1.998				
	18	1	1.650	1.917	1.977	1.997				
	19	1	1.603	1.894	1.975	1.997				
	20	1	1.613	1.900	1.973	1.997				
	21	1	1.643	1.902	1.974	1.997				
	22	1	1.614	1.897	1.988	1.996				
	23	1	1.590	1.860	1.965	1.996				
	24	1	1.612	1.888	1.964	1.996				
	25	1	1.643	1.913	1.980	1.996				
	26	1	1.608	1.898	1.979	1.995				
	27	1	1.619	1.906	1.984	1.995				
	28	1	1.617	1.890	1.980	1.994				
	29	1	1.621	1.912	1.994					
	30	1	1.659	1.903	1.969	1.994				

Tabella A.2: Risultati numerici dell'errore di stima ϵ per la rete del torrente DB1 estratta alla scala di versante.

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ϵ	1	0	0.003	0.005	0.004	0.003	0.0006	0.00014	0.00002	0
	2	0	0.006	0.008	0.007	0.002	0.0006	0.00007	0	
	3	0	0.008	0.013	0.011	0.003	0.0003	0.0002	0	
	4	0	0.011	0.02	0.010	0.003	0.0004	0		
	5	0	0.013	0.02	0.009	0.002	0.0006	0		
	6	0	0.014	0.02	0.009	0.002	0.0008	0		
	7	0	0.02	0.02	0.008	0.003	0.0009	0		
	8	0	0.02	0.02	0.013	0.002	0.0015	0		
	9	0	0.02	0.02	0.013	0.0014	0			
	10	0	0.03	0.03	0.013	0.006	0			
	11	0	0.02	0.03	0.006	0.003	0			
	12	0	0.02	0.03	0.02	0.003	0			
	13	0	0.03	0.03	0.010	0				
	14	0	0.03	0.03	0.013	0				
	15	0	0.03	0.03	0.02	0.007	0			
	16	0	0.03	0.03	0.02	0				
	17	0	0.03	0.04	0.007	0				
	18	0	0.03	0.03	0.008	0				
	19	0	0.03	0.03	0.014	0				
	20	0	0.03	0.04	0.02	0				
	21	0	0.04	0.03	0.008	0				
	22	0	0.04	0.03	0.003	0				
	23	0	0.04	0.03	0.010	0				
	24	0	0.05	0.04	0.02	0				
	25	0	0.05	0.04	0.012	0				
	26	0	0.04	0.03	0.014	0				
	27	0	0.04	0.04	0.004	0				
	28	0	0.06	0.05	0.012	0				
	29	0	0.05	0.04	0					
	30	0	0.05	0.03	0.02	0				

Tabella A.3: Valori numerici delle differenze relative Δ del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ calcolato per la rete del torrente DB1 estratta alla scala di versante dai valori corrispondenti del $\langle k_P(\omega) \rangle$ per la rete deterministica di Peano.

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Δ	1	0	0.03	0.012	0.004	0.0010	0.0003	0.00010	0.00002	0.000010
	2	0	0.03	0.010	0.003	0.0010	0.0004	0.00009	0.00004	
	3	0	0.03	0.005	0.003	0.0005	0.0003	0.00002	0.000014	
	4	0	0.02	0.006	0.002	0.0012	0.0003	0.0002		
	5	0	0.02	0.006	0.002	0.0014	0.0004	0.00012		
	6	0	0.02	0.011	0.002	0.0011	0.00015	0.00007		
	7	0	0.02	0.006	0.002	0.0003	0.0003	0.000014		
	8	0	0.009	0.011	0.0003	0.0004	0.0005	0.00005		
	9	0	0.02	0.004	0.003	0.0011	0.0006			
	10	0	0.02	0.003	0.0009	0.0007	0.0005			
	11	0	0.009	0.010	0.007	0.002	0.0005			
	12	0	0.011	0.0004	0.0002	0.0012	0.0004			
	13	0	0.02	0.003	0.006	0.003				
	14	0	0.013	0.004	0.003	0.003				
	15	0	0.011	0.0013	0.005	0.004	0.00007			
	16	0	0.012	0.0006	0.0003	0.003				
	17	0	0.02	0.006	0.005	0.003				
	18	0	0.03	0.02	0.004	0.003				
	19	0	0.002	0.006	0.003	0.002				
	20	0	0.008	0.009	0.002	0.002				
	21	0	0.03	0.011	0.002	0.002				
	22	0	0.009	0.008	0.010	0.002				
	23	0	0.006	0.012	0.002	0.002				
	24	0	0.008	0.003	0.002	0.002				
	25	0	0.03	0.02	0.006	0.002				
	26	0	0.005	0.008	0.005	0.0014				
	27	0	0.012	0.012	0.007	0.0013				
	28	0	0.011	0.004	0.005	0.0011				
	29	0	0.013	0.02	0.013					
	30	0	0.04	0.011	0.00015	0.0008				

Tabella A.4: Risultati numerici del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ per la rete del torrente DB2 estratta alla scala di versante.

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5	6	7	8
$\langle k_n(\omega) \rangle$	1	1	1.650	1.903	1.974	1.993	1.998	1.999	1.999
	2	1	1.647	1.902	1.974	1.993	1.999	1.999	
	3	1	1.624	1.894	1.982	1.997	1.999		
	4	1	1.603	1.871	1.968	1.991	1.999		
	5	1	1.624	1.904	1.979	1.997	1.999		
	6	1	1.616	1.881	1.968	1.995	1.998		
	7	1	1.603	1.916	1.987	1.998			
	8	1	1.621	1.906	1.984	1.997			
	9	1	1.631	1.898	1.978	1.996			
	10	1	1.631	1.910	1.988	1.996			
	11	1	1.674	1.931	1.987	1.995			
	12	1	1.586	1.902	1.982	1.994			
	13	1	1.606	1.930	1.993				
	14	1	1.612	1.935	1.992				
	15	1	1.588	1.925	1.991				
	16	1	1.619	1.855	1.968	1.990			
	17	1	1.644	1.968	1.989				
	18	1	1.613	1.962	1.986				
	19	1	1.644	1.934	1.985				
	20	1	1.598	1.956	1.984				
	21	1	1.634	1.958	1.984				
	22	1	1.649	1.949	1.981				
	23	1	1.753	1.944	1.979				
	24	1	1.583	1.938	1.977				
	25	1	1.756	1.916	1.971				
	26	1	1.708	1.935	1.974				
	27	1	1.731	1.930	1.973				
	28	1	1.731	1.968					
	29	1	1.714	1.920	1.967				
	30	1	1.650	1.914	1.966				

Tabella A.5: Risultati numerici dell'errore di stima ϵ per la rete del torrente DB2 estratta alla scala di versante.

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5	6	7	8
ϵ	1	0	0.008	0.011	0.007	0.004	0.0007	0.00004	0
	2	0	0.014	0.02	0.012	0.002	0.0003	0	
	3	0	0.02	0.02	0.008	0.0008	0		
	4	0	0.02	0.03	0.02	0.006	0		
	5	0	0.03	0.04	0.008	0.0002	0		
	6	0	0.03	0.05	0.014	0.0004	0		
	7	0	0.03	0.03	0.004	0			
	8	0	0.03	0.04	0.006	0			
	9	0	0.04	0.04	0.014	0			
	10	0	0.05	0.04	0.0009	0			
	11	0	0.05	0.02	0.0011	0			
	12	0	0.05	0.03	0.0012	0			
	13	0	0.06	0.04	0				
	14	0	0.06	0.03	0				
	15	0	0.05	0.06	0				
	16	0	0.06	0.08	0	0			
	17	0	0.06	0.002	0				
	18	0	0.06	0.0007	0				
	19	0	0.08	0.02	0				
	20	0	0.05	0.0010	0				
	21	0	0.07	0.005	0				
	22	0	0.08	0.0013	0				
	23	0	0.10	0.003	0				
	24	0	0.06	0.009	0				
	25	0	0.08	0.007	0				
	26	0	0.11	0.002	0				
	27	0	0.06	0.007	0				
	28	0	0.12	0					
	29	0	0.13	0.003	0				
	30	0	0.11	0.014	0				

Tabella A.6: Valori numerici delle differenze relative Δ del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ calcolato per la rete del torrente DB2 estratta alla scala di versante dai valori corrispondenti del $\langle k_P(\omega) \rangle$ per la rete deterministica di Peano.

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5	6	7	8
Δ	1	0	0.03	0.011	0.003	0.0002	0.00014	0.00012	0.00003
	2	0	0.03	0.010	0.002	0.0005	0.0005	0.00013	
	3	0	0.02	0.006	0.006	0.003	0.0007		
	4	0	0.002	0.006	0.0006	0.0004	0.0005		
	5	0	0.015	0.012	0.005	0.0022	0.0003		
	6	0	0.010	0.0007	0.0008	0.002	0.00011		
	7	0	0.002	0.02	0.009	0.003			
	8	0	0.013	0.013	0.008	0.002			
	9	0	0.02	0.008	0.004	0.002			
	10	0	0.02	0.014	0.010	0.002			
	11	0	0.05	0.03	0.009	0.0014			
	12	0	0.009	0.010	0.007	0.0008			
	13	0	0.004	0.03	0.012				
	14	0	0.008	0.03	0.011				
	15	0	0.007	0.02	0.011				
	16	0	0.012	0.014	0.0008	0.0012			
	17	0	0.03	0.05	0.010				
	18	0	0.008	0.04	0.009				
	19	0	0.03	0.03	0.008				
	20	0	0.0009	0.04	0.007				
	21	0	0.02	0.04	0.007				
	22	0	0.03	0.04	0.006				
	23	0	0.10	0.03	0.005				
	24	0	0.010	0.03	0.004				
	25	0	0.10	0.02	0.0007				
	26	0	0.07	0.03	0.002				
	27	0	0.08	0.03	0.002				
	28	0	0.08	0.05					
	29	0	0.07	0.02	0.0013				
	30	0	0.03	0.02	0.002				

Tabella A.7: Risultati numerici del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ per la rete del torrente DB3 estratta alla scala di versante.

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\langle k_n(\omega) \rangle$	1	1	1.636	1.898	1.975	1.994	1.999	1.999	1.999	1.999	1.999
	2	1	1.633	1.899	1.976	1.994	1.999	1.999	1.999	1.999	1.999
	3	1	1.632	1.901	1.974	1.995	1.999	1.999	1.999	1.999	
	4	1	1.634	1.900	1.977	1.995	1.999	1.999	1.999	1.999	
	5	1	1.638	1.897	1.977	1.995	1.998	1.999	1.999	1.999	
	6	1	1.638	1.894	1.977	1.996	1.999	1.999	1.999		
	7	1	1.630	1.896	1.975	1.995	1.999	1.999	1.999		
	8	1	1.639	1.897	1.980	1.998	1.999	1.999	1.999		
	9	1	1.635	1.900	1.976	1.994	1.999	1.999	1.999		
	10	1	1.630	1.901	1.976	1.997	1.999	1.999	1.999		
	11	1	1.637	1.890	1.973	1.993	1.999	1.999	1.999		1.999
	12	1	1.631	1.904	1.975	1.996	1.999	1.999			
	13	1	1.625	1.897	1.980	1.996	1.999	1.999			
	14	1	1.639	1.904	1.976	1.995	1.999	1.999			
	15	1	1.631	1.898	1.981	1.995	1.999	1.999			
	16	1	1.612	1.895	1.973	1.993	1.999	1.999			
	17	1	1.626	1.903	1.973	1.994	1.999	1.999			
	18	1	1.624	1.905	1.981	1.997	1.999	1.999			
	19	1	1.623	1.902	1.970	1.993	1.999	1.999			
	20	1	1.625	1.879	1.968	1.992	1.998	1.998			
	21	1	1.624	1.885	1.980	1.996	1.998	1.998			
	22	1	1.630	1.905	1.985	1.996	1.998	1.998			
	23	1	1.613	1.890	1.963	1.988	1.998	1.998			
	24	1	1.620	1.878	1.980	1.995	1.998	1.998			
	25	1	1.644	1.903	1.980	1.994	1.998	1.998			
	26	1	1.626	1.903	1.977	1.994	1.997	1.997			
	27	1	1.649	1.917	1.983	1.997	1.997	1.997			
	28	1	1.636	1.931	1.983	1.997	1.997	1.997			
	29	1	1.627	1.911	1.986	1.997	1.997	1.997			
	30	1	1.635	1.917	1.983	1.997	1.997	1.997			

Tabella A.8: Risultati numerici dell'errore di stima ϵ per la rete del torrente DB3 estratta alla scala di versante.

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ϵ	1	0	0.002	0.003	0.004	0.002	0.0007	0.00015	0.00002	0.000002	0
	2	0	0.004	0.007	0.005	0.002	0.0005	0.0002	0.000006	0	
	3	0	0.006	0.009	0.009	0.003	0.0007	0.00006	0		
	4	0	0.008	0.011	0.008	0.002	0.0006	0.00002	0		
	5	0	0.010	0.014	0.010	0.002	0.0006	0.00003	0		
	6	0	0.012	0.02	0.011	0.002	0.0007	0			
	7	0	0.013	0.02	0.011	0.003	0.0008	0			
	8	0	0.014	0.02	0.009	0.0004	0.00008	0			
	9	0	0.02	0.02	0.011	0.002	0.00007	0			
	10	0	0.02	0.02	0.009	0.0007	0.00010	0			
	11	0	0.02	0.02	0.02	0.002	0.00012	0			
	12	0	0.02	0.03	0.014	0.002	0				
	13	0	0.02	0.03	0.009	0.002	0				
	14	0	0.02	0.03	0.012	0.002	0				
	15	0	0.02	0.03	0.009	0.003	0				
	16	0	0.02	0.04	0.014	0.003	0				
	17	0	0.02	0.04	0.02	0.004	0				
	18	0	0.03	0.04	0.007	0.0004	0				
	19	0	0.03	0.04	0.02	0.005	0				
	20	0	0.03	0.04	0.02	0.006	0				
	21	0	0.04	0.04	0.007	0.0005	0				
	22	0	0.03	0.03	0.004	0.0005	0				
	23	0	0.03	0.05	0.03	0.009	0				
	24	0	0.04	0.04	0.005	0.0010	0				
	25	0	0.04	0.04	0.007	0.0009	0				
	26	0	0.04	0.04	0.013	0.0007	0				
	27	0	0.03	0.03	0.013	0					
	28	0	0.04	0.03	0.012	0					
	29	0	0.04	0.05	0.006	0					
	30	0	0.05	0.03	0.006	0					

Tabella A.9: Valori numerici delle differenze relative Δ del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ calcolato per la rete del torrente DB3 estratta alla scala di versante dai valori corrispondenti del $\langle k_P(\omega) \rangle$ per la rete deterministica di Peano.

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Δ	1	0	0.02	0.008	0.003	0.0010	0.0003	0.00011	0.00004	0.000009	0.000011
	2	0	0.02	0.009	0.003	0.0011	0.0003	0.00007	0.00004	0.000005	
	3	0	0.02	0.010	0.003	0.0014	0.0004	0.00015	0.00004		
	4	0	0.02	0.009	0.004	0.0014	0.0004	0.0002	0.00002		
	5	0	0.02	0.008	0.004	0.0012	0.0002	0.00012	0.000004		
	6	0	0.02	0.006	0.004	0.002	0.0005	0.0002			
	7	0	0.02	0.007	0.003	0.0012	0.0004	0.00014			
	8	0	0.02	0.008	0.006	0.003	0.0007	0.00011			
	9	0	0.02	0.009	0.003	0.0011	0.0006	0.00007			
	10	0	0.02	0.010	0.004	0.002	0.0005	0.00003			
	11	0	0.02	0.004	0.002	0.0006	0.0004	0.000011			
	12	0	0.02	0.011	0.003	0.002	0.0007				
	13	0	0.02	0.008	0.006	0.002	0.0006				
	14	0	0.02	0.012	0.003	0.0013	0.0006				
	15	0	0.02	0.008	0.006	0.0015	0.0005				
	16	0	0.007	0.007	0.002	0.0006	0.0005				
	17	0	0.02	0.011	0.002	0.0009	0.0004				
	18	0	0.02	0.012	0.006	0.002	0.0003				
	19	0	0.014	0.011	0.0004	0.0002	0.0003				
	20	0	0.02	0.002	0.0008	0.0003	0.0002				
	21	0	0.02	0.0014	0.005	0.002	0.00009				
	22	0	0.02	0.012	0.008	0.002	0.00002				
	23	0	0.008	0.004	0.003	0.002	0.00009				
	24	0	0.012	0.002	0.005	0.0012	0.0002				
	25	0	0.03	0.011	0.006	0.0011	0.0003				
	26	0	0.02	0.011	0.004	0.0008	0.0003				
	27	0	0.03	0.02	0.007	0.002					
	28	0	0.02	0.03	0.007	0.002					
	29	0	0.02	0.02	0.008	0.002					
	30	0	0.02	0.02	0.007	0.002					

Tabella A.10: Risultati numerici del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ per la rete del torrente DB4 estratta alla scala di versante.

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5	6	7	8
	1	1	1.658	1.918	1.980	1.995	1.999	1.999	1.999
	2	1	1.651	1.890	1.970	1.993	1.999	1.999	
	3	1	1.640	1.886	1.968	1.992	1.999	1.999	
	4	1	1.626	1.889	1.973	1.989	1.998	1.999	
	5	1	1.619	1.879	1.962	1.987	1.997	1.999	
	6	1	1.633	1.902	1.969	1.996	1.999		
	7	1	1.624	1.890	1.958	1.994	1.999		
	8	1	1.609	1.874	1.955	1.992	1.998		
	9	1	1.607	1.862	1.967	1.998			
	10	1	1.605	1.879	1.975	1.997			
	11	1	1.620	1.903	1.986	1.997			
	12	1	1.604	1.863	1.985	1.997			
	13	1	1.624	1.860	1.981	1.996			
	14	1	1.646	1.856	1.979	1.996			
$\langle k_n(\omega) \rangle$	15	1	1.619	1.862	1.976	1.995			
	16	1	1.628	1.889	1.994				
	17	1	1.588	1.869	1.974	1.994			
	18	1	1.608	1.884	1.993				
	19	1	1.625	1.967	1.992				
	20	1	1.553	1.845	1.966	1.992			
	21	1	1.605	1.854	1.991				
	22	1	1.609	1.957	1.990				
	23	1	1.651	1.958	1.989				
	24	1	1.570	1.948	1.989				
	25	1	1.653	1.952	1.988				
	26	1	1.602	1.943	1.988				
	27	1	1.569	1.921	1.986				
	28	1	1.621	1.911	1.983				
	29	1	1.571	1.941	1.986				
	30	1	1.590	1.919	1.982				

Tabella A.11: Risultati numerici dell'errore di stima ϵ per la rete del torrente DB4 estratta alla scala di versante.

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5	6	7	8
ϵ	1	0	0.006	0.007	0.006	0.002	0.0006	0.0002	0
	2	0	0.010	0.013	0.008	0.003	0.0005	0	
	3	0	0.012	0.02	0.013	0.003	0.0004	0	
	4	0	0.02	0.02	0.009	0.004	0.0008	0	
	5	0	0.02	0.03	0.02	0.007	0.0012	0	
	6	0	0.02	0.03	0.007	0.002	0		
	7	0	0.02	0.03	0.012	0.002	0		
	8	0	0.02	0.04	0.02	0.003	0		
	9	0	0.03	0.03	0.02	0			
	10	0	0.03	0.03	0.011	0			
	11	0	0.03	0.02	0.006	0			
	12	0	0.05	0.04	0.006	0			
	13	0	0.04	0.04	0.008	0			
	14	0	0.05	0.05	0.009	0			
	15	0	0.04	0.04	0.011	0			
	16	0	0.04	0.03	0				
	17	0	0.04	0.05	0.011	0			
	18	0	0.04	0.07	0				
	19	0	0.06	0.013	0				
	20	0	0.03	0.07	0.012	0			
	21	0	0.06	0.08	0				
	22	0	0.05	0.02	0				
	23	0	0.05	0.013	0				
	24	0	0.05	0.02	0				
	25	0	0.06	0.014	0				
	26	0	0.06	0.02	0				
	27	0	0.04	0.03	0				
	28	0	0.07	0.04	0				
	29	0	0.04	0.02	0				
	30	0	0.06	0.03	0				

Tabella A.12: Valori numerici delle differenze relative Δ del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ calcolato per la rete del torrente DB4 estratta alla scala di versante dai valori corrispondenti del $\langle k_P(\omega) \rangle$ per la rete deterministica di Peano.

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5	6	7	8
Δ	1	0	0.04	0.02	0.006	0.0013	0.0003	0.00004	0.000011
	2	0	0.03	0.004	0.0004	0.0002	0.0004	0.0002	
	3	0	0.03	0.002	0.0006	0.0003	0.0004	0.00010	
	4	0	0.02	0.004	0.002	0.002	0.00010	0.000011	
	5	0	0.012	0.002	0.004	0.003	0.0007	0.00014	
	6	0	0.02	0.010	0.0003	0.002	0.0005		
	7	0	0.015	0.004	0.006	0.0009	0.0003		
	8	0	0.006	0.004	0.007	0.00010	0.00012		
	9	0	0.004	0.011	0.0010	0.003			
	10	0	0.003	0.002	0.003	0.003			
	11	0	0.013	0.011	0.009	0.002			
	12	0	0.003	0.010	0.008	0.002			
	13	0	0.02	0.012	0.006	0.002			
	14	0	0.03	0.014	0.005	0.002			
	15	0	0.012	0.011	0.004	0.0014			
	16	0	0.02	0.003	0.013				
	17	0	0.008	0.007	0.002	0.0009			
	18	0	0.005	0.0011	0.012				
	19	0	0.02	0.05	0.012				
	20	0	0.03	0.02	0.002	0.0002			
	21	0	0.003	0.02	0.011				
	22	0	0.006	0.04	0.010				
	23	0	0.03	0.04	0.010				
	24	0	0.02	0.03	0.010				
	25	0	0.03	0.04	0.009				
	26	0	0.0010	0.03	0.010				
	27	0	0.02	0.02	0.009				
	28	0	0.013	0.02	0.007				
	29	0	0.02	0.03	0.008				
	30	0	0.006	0.02	0.007				

Tabella A.13: Risultati numerici del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ per la rete del torrente DB5 estratta alla scala di versante.

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\langle k_n(\omega) \rangle$	1	1	1.658	1.916	1.978	1.995	1.999	1.999	1.999	1.999
	2	1	1.639	1.896	1.975	1.994	1.999	1.999	1.999	
	3	1	1.644	1.896	1.974	1.994	1.998	1.999		
	4	1	1.634	1.895	1.975	1.994	1.998	1.999		
	5	1	1.628	1.902	1.970	1.991	1.999			
	6	1	1.622	1.887	1.968	1.992	1.996	1.999		
	7	1	1.630	1.895	1.975	1.995	1.998			
	8	1	1.634	1.884	1.959	1.987	1.998			
	9	1	1.627	1.911	1.981	1.992	1.997			
	10	1	1.636	1.902	1.976	1.990	1.996			
	11	1	1.630	1.884	1.966	1.988	1.996			
	12	1	1.645	1.887	1.963	1.995				
	13	1	1.650	1.903	1.970	1.994				
	14	1	1.629	1.890	1.980	1.993				
	15	1	1.625	1.874	1.955	1.993				
	16	1	1.614	1.862	1.977	1.991				
	17	1	1.632	1.876	1.965	1.991				
	18	1	1.637	1.912	1.989					
	19	1	1.640	1.868	1.988					
	20	1	1.591	1.851	1.988					
	21	1	1.646	1.858	1.959	1.985				
	22	1	1.632	1.911	1.985					
	23	1	1.606	1.892	1.960	1.983				
	24	1	1.614	1.888	1.984					
	25	1	1.643	1.885	1.981					
	26	1	1.613	1.869	1.978					
	27	1	1.583	1.869	1.977					
	28	1	1.611	1.931	1.977					
	29	1	1.654	1.883	1.974					
	30	1	1.611	1.933	1.974					

Tabella A.14: Risultati numerici dell'errore di stima ϵ per la rete del torrente DB5 estratta alla scala di versante.

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ϵ	1	0	0.006	0.008	0.007	0.002	0.0004	0.00007	0.000007	0
	2	0	0.010	0.015	0.010	0.003	0.0008	0.00003	0	
	3	0	0.014	0.02	0.009	0.003	0.0006	0		
	4	0	0.02	0.02	0.010	0.003	0.0002	0		
	5	0	0.02	0.03	0.02	0.005	0			
	6	0	0.03	0.03	0.02	0.002	0.0008	0		
	7	0	0.03	0.03	0.011	0.0009	0			
	8	0	0.03	0.04	0.02	0.004	0			
	9	0	0.03	0.03	0.005	0.0009	0			
	10	0	0.03	0.03	0.002	0.0014	0			
	11	0	0.04	0.03	0.009	0.002	0			
	12	0	0.04	0.04	0.011	0				
	13	0	0.05	0.03	0.007	0				
	14	0	0.05	0.04	0.003	0				
	15	0	0.05	0.04	0.009	0				
	16	0	0.05	0.05	0.0008	0				
	17	0	0.05	0.04	0.011	0				
	18	0	0.06	0.010	0					
	19	0	0.07	0.05	0					
	20	0	0.04	0.04	0					
	21	0	0.06	0.04	0.005	0				
	22	0	0.06	0.05	0					
	23	0	0.07	0.012	0	0				
	24	0	0.06	0.04	0					
	25	0	0.07	0.06	0					
	26	0	0.06	0.05	0					
	27	0	0.05	0.04	0					
	28	0	0.08	0.02	0					
	29	0	0.07	0.03	0					
	30	0	0.06	0	0					

Tabella A.15: Valori numerici delle differenze relative Δ del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ calcolato per la rete del torrente DB5 estratta alla scala di versante dai valori corrispondenti del $\langle k_P(\omega) \rangle$ per la rete deterministica di Peano.

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Δ	1	0	0.04	0.02	0.005	0.002	0.0004	0.00013	0.00002	0.0000008
	2	0	0.02	0.007	0.003	0.0008	0.0003	0.00004	0.000015	
	3	0	0.03	0.007	0.002	0.0007	0.00014	0.00008		
	4	0	0.02	0.007	0.003	0.0007	0.0002	0.00005		
	5	0	0.02	0.010	0.0002	0.0006	0.0005			
	6	0	0.014	0.002	0.0005	0.00007	0.0008	0.0004		
	7	0	0.02	0.007	0.003	0.0014	0.00011			
	8	0	0.02	0.0011	0.005	0.002	0.00015			
	9	0	0.02	0.02	0.006	0.00010	0.0004			
	10	0	0.02	0.010	0.003	0.0011	0.0008			
	11	0	0.02	0.0011	0.002	0.002	0.0011			
	12	0	0.03	0.003	0.003	0.0014				
	13	0	0.03	0.011	0.0004	0.0011				
	14	0	0.02	0.004	0.005	0.0006				
	15	0	0.02	0.005	0.007	0.0003				
	16	0	0.009	0.011	0.004					
	17	0	0.02	0.003	0.002	0.0006				
	18	0	0.02	0.02	0.010					
	19	0	0.02	0.007	0.009					
	20	0	0.005	0.02	0.009					
	21	0	0.03	0.013	0.005	0.004				
	22	0	0.02	0.02	0.008					
	23	0	0.004	0.005	0.005	0.005				
	24	0	0.009	0.003	0.007					
	25	0	0.03	0.0011	0.006					
	26	0	0.008	0.007	0.005					
	27	0	0.010	0.007	0.004					
	28	0	0.007	0.03	0.004					
	29	0	0.03	0.0004	0.002					
	30	0	0.007	0.03	0.002					

Tabella A.17: Risultati numerici dell'errore di stima ϵ per la rete del torrente Crostolo estratta alla scala di versante.

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ϵ	1	0	0.0003	0.0004	0.0005	0.0005	0.0004	0.0002	0.00004	0.000010	0.000002	0.0000002	0
	2	0	0.0005	0.0007	0.0009	0.0009	0.0006	0.0002	0.00004	0.000007	0.0000015	0	0
	3	0	0.0007	0.0011	0.0013	0.0012	0.0007	0.0002	0.00004	0.000008	0.000002	0	0
	4	0	0.0008	0.0013	0.0015	0.0015	0.0007	0.0002	0.00003	0.000006	0.0000008	0	0
	5	0	0.0010	0.002	0.002	0.002	0.0008	0.0002	0.00003	0.000008	0	0	0
	6	0	0.0011	0.002	0.002	0.002	0.0007	0.00013	0.00004	0.000003	0	0	0
	7	0	0.0013	0.002	0.003	0.002	0.0007	0.00014	0.00004	0.000003	0	0	0
	8	0	0.0014	0.002	0.003	0.002	0.0007	0.00013	0.00003	0.000003	0	0	0
	9	0	0.002	0.003	0.003	0.003	0.0007	0.00011	0.00002	0.000003	0	0	0
	10	0	0.002	0.003	0.004	0.003	0.0006	0.00012	0.00002	0	0	0	0
	11	0	0.002	0.003	0.004	0.003	0.0008	0.00014	0.00003	0	0	0	0
	12	0	0.002	0.003	0.004	0.002	0.0006	0.0002	0.00005	0	0	0	0
	13	0	0.002	0.004	0.005	0.003	0.0008	0.0002	0.00002	0	0	0	0
	14	0	0.002	0.004	0.005	0.003	0.0008	0.0002	0.000014	0	0	0	0
	15	0	0.002	0.004	0.005	0.003	0.0006	0.00009	0.000013	0	0	0	0
	16	0	0.002	0.004	0.005	0.003	0.0004	0.00010	0.00002	0	0	0	0
	17	0	0.003	0.005	0.006	0.003	0.0006	0.00009	0.00002	0	0	0	0
	18	0	0.003	0.005	0.006	0.002	0.0005	0.00010	0.00002	0	0	0	0
	19	0	0.003	0.005	0.006	0.003	0.0006	0.00014	0.000012	0	0	0	0
	20	0	0.003	0.006	0.006	0.003	0.0005	0.0002	0.000014	0	0	0	0
	21	0	0.003	0.006	0.006	0.003	0.0005	0.00010	0.000015	0	0	0	0
	22	0	0.003	0.006	0.006	0.003	0.0006	0.00011	0	0	0	0	0
	23	0	0.003	0.006	0.007	0.003	0.0006	0.00012	0	0	0	0	0
	24	0	0.004	0.006	0.007	0.003	0.0005	0.00013	0	0	0	0	0
	25	0	0.004	0.007	0.006	0.002	0.0005	0.00007	0	0	0	0	0
	26	0	0.003	0.007	0.007	0.003	0.0006	0.0002	0	0	0	0	0
	27	0	0.004	0.008	0.007	0.002	0.0006	0.00004	0	0	0	0	0
	28	0	0.004	0.008	0.008	0.002	0.0006	0.00008	0	0	0	0	0
	29	0	0.004	0.008	0.008	0.002	0.0007	0.00005	0	0	0	0	0
	30	0	0.004	0.008	0.008	0.003	0.0006	0.00005	0	0	0	0	0
	35	0	0.005	0.009	0.008	0.002	0.0007	0.0002	0	0	0	0	0
	40	0	0.006	0.011	0.008	0.0020	0.0003	0.00003	0	0	0	0	0
	45	0	0.007	0.012	0.009	0.002	0.0003	0.00004	0	0	0	0	0
	50	0	0.007	0.013	0.01	0.003	0.0004	0.00011	0	0	0	0	0

Tabella A.18: Valori numerici delle differenze relative Δ del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ calcolato per la rete del torrente Crostolo estratta alla scala di versante dai valori corrispondenti del $\langle k_P(\omega) \rangle$ per la rete deterministica di Peano.

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Δ	1	0	0.04	0.011	0.003	0.0007	0.0002	0.00006	0.00002	0.000007	0.0000015	0.0000007	0.0000002
	2	0	0.03	0.008	0.002	0.0005	0.0002	0.00005	0.00002	0.000006	0.000002	0.0000008	
	3	0	0.03	0.006	0.0014	0.0004	0.00014	0.00006	0.00002	0.000007	0.000002	0.0000007	
	4	0	0.02	0.005	0.0011	0.0004	0.0002	0.00006	0.00002	0.000009	0.000003	0.0000005	
	5	0	0.02	0.005	0.0010	0.0004	0.0002	0.00008	0.00002	0.000007	0.000003	0.000003	
	6	0	0.02	0.004	0.0007	0.0004	0.0002	0.00011	0.00003	0.000011	0.000003	0.000003	
	7	0	0.02	0.003	0.0008	0.0004	0.0002	0.00009	0.00002	0.000010	0.000003	0.000003	
	8	0	0.02	0.003	0.0008	0.0004	0.0002	0.00009	0.00003	0.000011	0.000003	0.000002	
	9	0	0.02	0.002	0.0007	0.0005	0.0002	0.00008	0.00003	0.000010	0.000002		
	10	0	0.02	0.002	0.0008	0.0008	0.0004	0.00009	0.00003	0.000013			
	11	0	0.02	0.002	0.0009	0.0007	0.0002	0.00007	0.00003	0.000013			
	12	0	0.013	0.0013	0.0010	0.0008	0.0003	0.00007	0.00002	0.000012			
	13	0	0.013	0.0013	0.0007	0.0007	0.0002	0.00006	0.00004	0.000012			
	14	0	0.013	0.002	0.0015	0.0008	0.0003	0.00007	0.00004	0.000011			
	15	0	0.013	0.002	0.0013	0.0010	0.0003	0.00014	0.00004	0.000011			
	16	0	0.013	0.003	0.002	0.0008	0.0004	0.00013	0.00004	0.000010			
	17	0	0.011	0.0010	0.002	0.0007	0.0003	0.00014	0.00004	0.000010			
	18	0	0.011	0.0011	0.002	0.0011	0.0003	0.00013	0.00003	0.000009			
	19	0	0.011	0.002	0.002	0.0009	0.0003	0.00010	0.00004	0.000009			
	20	0	0.010	0.002	0.002	0.0009	0.0003	0.00009	0.00004	0.000008			
	21	0	0.011	0.002	0.002	0.0009	0.0003	0.00012	0.00004	0.000007			
	22	0	0.010	0.002	0.002	0.0009	0.0003	0.00013	0.00005				
	23	0	0.011	0.002	0.002	0.0011	0.0003	0.00013	0.00005				
	24	0	0.011	0.003	0.003	0.0013	0.0004	0.00012	0.00005				
	25	0	0.011	0.004	0.004	0.002	0.0004	0.0002	0.00005				
	26	0	0.011	0.004	0.003	0.0011	0.0003	0.00010	0.00005				
	27	0	0.012	0.004	0.003	0.0014	0.0003	0.0002	0.00005				
	28	0	0.010	0.003	0.003	0.002	0.0004	0.0002	0.00005				
	29	0	0.011	0.004	0.003	0.0012	0.0003	0.0002	0.00005				
	30	0	0.011	0.004	0.003	0.0011	0.0004	0.0002	0.00005				
	35	0	0.011	0.005	0.004	0.0013	0.0002	0.0000009	0.00005				
	40	0	0.012	0.007	0.003	0.002	0.0006	0.0002	0.00004				
	45	0	0.014	0.008	0.005	0.002	0.0006	0.0002	0.00004				
	50	0	0.013	0.010	0.004	0.0012	0.0005	0.00008	0.00003				

Tabella A.19: Risultati numerici del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ per la rete del torrente DB1 estratta alla scala di canale: metodo soglia ω_t^* .

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4
	1	1	1.583	1.923	
	2	1	1.563	1.923	
	3	1	1.602	1.861	1.962
	4	1	1.583	1.933	
	5	1	1.708	1.900	
	6	1	1.625	1.875	
	7	1	1.519	1.813	1.958
	8	1	1.578	1.813	1.950
	9	1	1.625	1.933	
	10	1	1.625	1.929	
	11	1	1.667	1.900	
	12	1	1.762	1.909	
	13	1	1.857		
	14	1	1.833		
$\langle k_n(\omega) \rangle$	15	1	1.583	1.909	
	16	1	1.833		
	17	1	1.800		
	18	1	1.800		
	19	1	1.750		
	20	1	1.617	1.929	
	21	1	1.583	1.923	
	22	1	1.800	1.917	
	23	1	1.567	1.933	
	24	1	1.583	1.923	
	25	1	1.650	1.900	
	26	1	1.688	1.909	
	27	1	1.625	1.889	
	28	1	1.650	1.889	
	29	1	1.875		
	30	1	1.583	1.889	

Tabella A.20: Risultati numerici dell'errore di stima ϵ per la rete del torrente DB1 estratta alla scala di canale: metodo soglia ω_t^* .

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4
	1	0	0.06	0	
	2	0	0.07	0	
	3	0	0.09	0.03	0
	4	0	0.08	0	
	5	0	0.04	0	
	6	0	0.13	0	
	7	0	0.02	0.05	0
	8	0	0.08	0.06	0
	9	0	0.05	0	
	10	0	0.05	0	
	11	0	0.2	0	
	12	0	0.10	0	
	13	0	0		
	14	0	0		
ϵ	15	0	0.09	0	
	16	0	0.00		
	17	0	0.00		
	18	0	0		
	19	0	0		
	20	0	0.10	0	
	21	0	0.06	0	
	22	0	0	0	
	23	0	0.05	0	
	24	0	0.10	0	
	25	0	0.15	0	
	26	0	0.2	0	
	27	0	0.13	0	
	28	0	0.15	0	
	29	0	0		
	30	0	0.08	0	

Tabella A.21: Valori numerici delle differenze relative Δ del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ calcolato per la rete del torrente DB1 estratta alla scala di canale dai valori corrispondenti del $\langle k_P(\omega) \rangle$ per la rete deterministica di Peano: metodo soglia ω_t^* .

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4
	1	0	0.010	0.02	
	2	0	0.02	0.02	
	3	0	0.0015	0.011	0.004
	4	0	0.010	0.03	
	5	0	0.07	0.009	
	6	0	0.02	0.004	
	7	0	0.05	0.04	0.006
	8	0	0.014	0.04	0.010
	9	0	0.02	0.03	
	10	0	0.02	0.02	
	11	0	0.04	0.009	
	12	0	0.10	0.014	
	13	0	0.2		
	14	0	0.15		
Δ	15	0	0.010	0.014	
	16	0	0.15		
	17	0	0.13		
	18	0	0.13		
	19	0	0.09		
	20	0	0.010	0.02	
	21	0	0.010	0.02	
	22	0	0.13	0.02	
	23	0	0.02	0.03	
	24	0	0.010	0.02	
	25	0	0.03	0.009	
	26	0	0.05	0.014	
	27	0	0.02	0.003	
	28	0	0.03	0.003	
	29	0	0.2		
	30	0	0.010	0.003	

Tabella A.22: Risultati numerici del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ per la rete del torrente DB2 estratta alla scala di canale: metodo soglia ω_t^* .

Ordine ω	h (m)	1	2	3
	1	1	1.667	
	2	1	1.667	
	3	1	1.667	
	4	1	1.667	
	5	1	1.583	1.800
	6	1	1.583	1.800
	7	1	1.667	
	8	1	1.667	
	9	1	1.667	
	10	1	1.500	
	11	1	1.583	1.800
	12	1	1.625	1.833
	13	1	1.750	
	14	1	1.750	
$\langle k_n(\omega) \rangle$	15	1	1.667	
	16	1	1.500	1.750
	17	1	1.500	
	18	1	1.500	
	19	1	1.667	
	20	1	1.500	
	21	1	1.500	
	22	1	1.733	1.875
	23	1	1.625	1.833
	24	1	1.667	1.857
	25	1	1.500	1.750
	26	1	1.583	1.800
	27	1	1.583	1.800
	28	1	1.750	
	29	1	1.500	1.750
	30	1	1.500	1.750

Tabella A.23: Risultati numerici dell'errore di stima ϵ per la rete del torrente DB2 estratta alla scala di canale: metodo soglia ω_t^* .

Ordine ω	h (m)	1	2	3
	1	0	0	
	2	0	0	
	3	0	0	
	4	0	0	
	5	0	0.08	0
	6	0	0.08	0
	7	0	0	
	8	0	0	
	9	0	0	
	10	0	0	
	11	0	0.08	0
	12	0	0.13	0
	13	0	0	
	14	0	0	
ϵ	15	0	0	
	16	0	0	0
	17	0	0	
	18	0	0	
	19	0	0	
	20	0	0	
	21	0	0	
	22	0	0.07	0
	23	0	0.13	0
	24	0	0	0
	25	0	0	0
	26	0	0.08	0
	27	0	0.08	0
	28	0	0	
	29	0	0	0
	30	0	0	0

Tabella A.24: Valori numerici delle differenze relative Δ del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ calcolato per la rete del torrente DB2 estratta alla scala di canale dai valori corrispondenti del $\langle k_P(\omega) \rangle$ per la rete deterministica di Peano: metodo soglia ω_t^* .

Ordine ω	h (m)	1	2	3
	1	0	0.04	
	2	0	0.04	
	3	0	0.04	
	4	0	0.04	
	5	0	0.010	0.04
	6	0	0.010	0.04
	7	0	0.04	
	8	0	0.04	
	9	0	0.04	
	10	0	0.06	
	11	0	0.010	0.04
	12	0	0.02	0.03
	13	0	0.09	
	14	0	0.09	
Δ	15	0	0.04	
	16	0	0.06	0.07
	17	0	0.06	
	18	0	0.06	
	19	0	0.04	
	20	0	0.06	
	21	0	0.06	
	22	0	0.08	0.004
	23	0	0.02	0.03
	24	0	0.04	0.013
	25	0	0.06	0.07
	26	0	0.010	0.04
	27	0	0.010	0.04
	28	0	0.09	
	29	0	0.06	0.07
	30	0	0.06	0.07

Tabella A.25: Risultati numerici del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ per la rete del torrente DB3 estratta alla scala di canale:metodo soglia ω_t^* .

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4
	1	1	1.583	1.800	
	2	1	1.708	1.857	
	3	1	1.667	1.900	
	4	1	1.667	1.875	
	5	1	1.542	1.879	1.941
	6	1	1.683	1.917	
	7	1	1.656	1.900	
	8	1	1.753	1.925	1.969
	9	1	1.571	1.920	1.963
	10	1	1.737	1.913	1.960
	11	1	1.583	1.873	1.941
	12	1	1.673	1.938	
	13	1	1.604	1.923	
	14	1	1.604	1.909	
$\langle k_n(\omega) \rangle$	15	1	1.631	1.913	1.978
	16	1	1.602	1.861	1.975
	17	1	1.600	1.893	1.971
	18	1	1.611	1.922	1.966
	19	1	1.607	1.870	1.964
	20	1	1.583	1.858	1.966
	21	1	1.694	1.919	1.963
	22	1	1.650	1.892	1.952
	23	1	1.611	1.824	1.950
	24	1	1.617	1.888	1.947
	25	1	1.631	1.879	1.944
	26	1	1.604	1.833	1.929
	27	1	1.667	1.917	
	28	1	1.656	1.909	
	29	1	1.683	1.917	
	30	1	1.639	1.909	

Tabella A.26: Risultati numerici dell'errore di stima ϵ per la rete del torrente DB3 estratta alla scala di canale: metodo soglia ω_t^* .

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4
	1	0	0.08	0	
	2	0	0.04	0	
	3	0	0	0	
	4	0	0.2	0	
	5	0	0.05	0.02	0
	6	0	0.12	0	
	7	0	0.10	0	
	8	0	0.05	0.02	0
	9	0	0.06	0.003	0
	10	0	0.04	0.004	0
	11	0	0.08	0.02	0
	12	0	0.09	0	
	13	0	0.09	0	
	14	0	0.09	0	
ϵ	15	0	0.07	0.03	0
	16	0	0.08	0.03	0
	17	0	0.06	0.04	0
	18	0	0.08	0.02	0
	19	0	0.06	0.05	0
	20	0	0.09	0.07	0
	21	0	0.08	0.02	0
	22	0	0.06	0.02	0
	23	0	0.07	0.05	0
	24	0	0.07	0.013	0
	25	0	0.11	0.02	0
	26	0	0.09	0	0
	27	0	0.11	0	
	28	0	0.10	0	
	29	0	0.12	0	
	30	0	0.09	0	

Tabella A.27: Valori numerici delle differenze relative Δ del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ calcolato per la rete del torrente DB3 estratta alla scala di canale dai valori corrispondenti del $\langle k_P(\omega) \rangle$ per la rete deterministica di Peano: metodo soglia ω_t^* .

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4
	1	0	0.010	0.04	
	2	0	0.07	0.013	
	3	0	0.04	0.009	
	4	0	0.04	0.004	
	5	0	0.04	0.002	0.014
	6	0	0.05	0.02	
	7	0	0.03	0.009	
	8	0	0.10	0.02	0.0002
	9	0	0.02	0.02	0.003
	10	0	0.09	0.02	0.005
	11	0	0.010	0.005	0.014
	12	0	0.05	0.03	
	13	0	0.003	0.022	
	14	0	0.003	0.014	
Δ	15	0	0.02	0.02	0.004
	16	0	0.0012	0.011	0.003
	17	0	0.000	0.006	0.0007
	18	0	0.007	0.02	0.002
	19	0	0.004	0.007	0.003
	20	0	0.010	0.013	0.002
	21	0	0.06	0.02	0.003
	22	0	0.03	0.005	0.009
	23	0	0.007	0.03	0.010
	24	0	0.010	0.003	0.011
	25	0	0.02	0.002	0.013
	26	0	0.003	0.03	0.02
	27	0	0.04	0.02	
	28	0	0.03	0.014	
	29	0	0.05	0.02	
	30	0	0.02	0.014	

Tabella A.28: Risultati numerici del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ per la rete del torrente DB4 estratta alla scala di canale: metodo soglia ω_t^* .

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5
$\langle k_n(\omega) \rangle$	1	1	1.592	1.957		
	2	1	1.649	1.925	1.990	
	3	1	1.582	1.911	1.976	
	4	1	1.621	1.831	1.959	1.990
	5	1	1.591	1.831	1.944	1.985
	6	1	1.523	1.899	1.976	
	7	1	1.560	1.899	1.974	
	8	1	1.500	1.855	1.968	
	9	1	1.610	1.960		
	10	1	1.667	1.947		
	11	1	1.650	1.917		
	12	1	1.750	1.923		
	13	1	1.583	1.906	1.980	
	14	1	1.521	1.902	1.974	
	15	1	1.638	1.899	1.975	
	16	1	1.600	1.974		
	17	1	1.583	1.857		
	18	1	1.683	1.969		
	19	1	1.861	1.963		
	20	1	1.600	1.858	1.967	
	21	1	1.617	1.957		
	22	1	1.733	1.944		
	23	1	1.792	1.933		
	24	1	1.817	1.952		
	25	1	1.733	1.917		
	26	1	1.750	1.933		
	27	1	1.762	1.944		
	28	1	1.583	1.909		
	29	1	1.733	1.923		
	30	1	1.667	1.917		

Tabella A.29: Risultati numerici dell'errore di stima ϵ per la rete del torrente DB4 estratta alla scala di canale: metodo soglia ω_t^* .

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5
	1	0	0.09	0		
	2	0	0.06	0.02	0	
	3	0	0.08	0.02	0	
	4	0	0.04	0.02	0.015	0
	5	0	0.05	0.04	0.02	0
	6	0	0.03	0.02	0	
	7	0	0.06	0.02	0	
	8	0	0	0.05	0	
	9	0	0.10	0		
	10	0	0.09	0		
	11	0	0.2	0		
	12	0	0.08	0		
	13	0	0.06	0.03	0	
	14	0	0.03	0.03	0	
ϵ	15	0	0.06	0.02	0	
	16	0	0.09	0		
	17	0	0.08	0		
	18	0	0.16	0		
	19	0	0.03	0		
	20	0	0.12	0.06	0	
	21	0	0.11	0		
	22	0	0.07	0		
	23	0	0.04	0		
	24	0	0.02	0		
	25	0	0.07	0		
	26	0	0.08	0		
	27	0	0.10	0		
	28	0	0.08	0		
	29	0	0.07	0		
	30	0	0	0		

Tabella A.30: Valori numerici delle differenze relative Δ del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ calcolato per la rete del torrente DB4 estratta alla scala di canale dai valori corrispondenti del $\langle k_P(\omega) \rangle$ per la rete deterministica di Peano: metodo soglia ω_t^* .

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5
	1	0	0.005	0.04		
	2	0	0.03	0.02	0.011	
	3	0	0.011	0.02	0.004	
	4	0	0.013	0.03	0.005	0.0012
	5	0	0.006	0.03	0.013	0.003
	6	0	0.05	0.009	0.004	
	7	0	0.03	0.009	0.002	
	8	0	0.06	0.015	0.0008	
	9	0	0.006	0.04		
	10	0	0.04	0.03		
	11	0	0.03	0.02		
	12	0	0.09	0.02		
	13	0	0.010	0.013	0.005	
	14	0	0.05	0.010	0.003	
Δ	15	0	0.02	0.009	0.003	
	16	0	0.00	0.05		
	17	0	0.010	0.013		
	18	0	0.05	0.05		
	19	0	0.2	0.04		
	20	0	0.00	0.013	0.0013	
	21	0	0.01	0.04		
	22	0	0.08	0.03		
	23	0	0.12	0.03		
	24	0	0.14	0.04		
	25	0	0.08	0.02		
	26	0	0.09	0.03		
	27	0	0.10	0.03		
	28	0	0.010	0.014		
	29	0	0.08	0.02		
	30	0	0.04	0.02		

Tabella A.31: Risultati numerici del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ per la rete del torrente DB5 estratta alla scala di canale: metodo soglia ω_t^* .

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5
$\langle k_n(\omega) \rangle$	1	1	1.660	1.875	1.955	
	2	1	1.700	1.888	1.955	
	3	1	1.641	1.875	1.974	
	4	1	1.619	1.882	1.957	
	5	1	1.600	1.845	1.983	
	6	1	1.590	1.872	1.937	1.978
	7	1	1.646	1.909	1.969	
	8	1	1.552	1.792	1.963	
	9	1	1.646	1.845	1.950	
	10	1	1.583	1.829	1.941	
	11	1	1.567	1.829	1.941	
	12	1	1.542	1.929		
	13	1	1.556	1.889		
	14	1	1.708	1.875		
	15	1	1.500	1.889		
	16	1	1.708	1.857		
	17	1	1.583	1.857		
	18	1	1.800			
	19	1	1.800			
	20	1	1.833			
	21	1	1.583	1.800		
	22	1	1.719	1.944		
	23	1	1.500	1.750		
	24	1	1.667	1.941		
	25	1	1.667			
	26	1	1.639	1.923		
	27	1	1.583	1.917		
	28	1	1.733	1.909		
	29	1	1.583	1.889		
	30	1	1.775	1.889		

Tabella A.32: Risultati numerici dell'errore di stima ϵ per la rete del torrente DB5 estratta alla scala di canale: metodo soglia ω_t^* .

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5
	1	0	0.06	0	0	
	2	0	0.06	0.013	0	
	3	0	0.06	0.05	0	
	4	0	0.09	0.007	0	
	5	0	0.05	0.06	0	
	6	0	0.05	0.013	0.008	0
	7	0	0.06	0.02	0	
	8	0	0.06	0.05	0	
	9	0	0.07	0.012	0	
	10	0	0.06	0.03	0	
	11	0	0.05	0.03	0	
	12	0	0.05	0		
	13	0	0.06	0		
	14	0	0.04	0		
ϵ	15	0	0	0		
	16	0	0.04	0		
	17	0	0.08	0		
	18	0	0			
	19	0	0			
	20	0	0			
	21	0	0.08	0		
	22	0	0.15	0		
	23	0	0	0		
	24	0	0.07	0		
	25	0	0			
	26	0	0.09	0		
	27	0	0.09	0		
	28	0	0.07	0		
	29	0	0.08	0		
	30	0	0.03	0		

Tabella A.33: Valori numerici delle differenze relative Δ del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ calcolato per la rete del torrente DB5 estratta alla scala di canale dai valori corrispondenti del $\langle k_P(\omega) \rangle$ per la rete deterministica di Peano: metodo soglia ω_t^* .

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5
	1	0	0.04	0.004	0.007	
	2	0	0.06	0.003	0.007	
	3	0	0.03	0.004	0.002	
	4	0	0.012	0.0002	0.006	
	5	0	0.0003	0.02	0.007	
	6	0	0.006	0.005	0.02	0.007
	7	0	0.03	0.014	0.0002	
	8	0	0.03	0.05	0.003	
	9	0	0.03	0.02	0.010	
	10	0	0.010	0.03	0.014	
	11	0	0.02	0.03	0.014	
	12	0	0.04	0.02		
	13	0	0.03	0.003		
	14	0	0.07	0.004		
Δ	15	0	0.06	0.003		
	16	0	0.07	0.013		
	17	0	0.010	0.013		
	18	0	0.13			
	19	0	0.13			
	20	0	0.15			
	21	0	0.010	0.04		
	22	0	0.07	0.03		
	23	0	0.06	0.07		
	24	0	0.04	0.03		
	25	0	0.04			
	26	0	0.02	0.02		
	27	0	0.010	0.02		
	28	0	0.08	0.014		
	29	0	0.010	0.003		
	30	0	0.11	0.003		

Tabella A.34: Risultati numerici del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ per la rete del torrente Crostolo estratta alla scala di canale: metodo soglia ω_t^* .

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5	6	7	8
	1	1	1.614	1.890	1.973	1.993	1.999	1.999	
	2	1	1.612	1.881	1.971	1.993	1.999	1.999	
	3	1	1.613	1.883	1.971	1.994	1.999	1.999	1.999
	4	1	1.612	1.887	1.971	1.993	1.999	1.999	1.999
	5	1	1.610	1.882	1.972	1.994	1.999	1.999	1.999
	6	1	1.611	1.886	1.973	1.995	1.999	1.999	1.999
	7	1	1.612	1.885	1.972	1.994	1.999	1.999	1.999
	8	1	1.611	1.885	1.972	1.994	1.999	1.999	1.999
	9	1	1.616	1.889	1.972	1.994	1.999	1.999	1.999
	10	1	1.616	1.894	1.976	1.994	1.999	1.999	
	11	1	1.614	1.893	1.972	1.993	1.999	1.999	
	12	1	1.616	1.893	1.975	1.993	1.998	1.999	
	13	1	1.615	1.894	1.971	1.993	1.999	1.999	
	14	1	1.621	1.890	1.973	1.993	1.999	1.999	
$\langle k_n(\omega) \rangle$	15	1	1.621	1.896	1.974	1.996	1.999	1.999	
	16	1	1.617	1.893	1.976	1.995	1.999	1.999	
	17	1	1.623	1.887	1.970	1.996	1.999	1.999	
	18	1	1.612	1.892	1.976	1.994	1.999	1.999	1.999
	19	1	1.613	1.892	1.974	1.994	1.999	1.999	1.999
	20	1	1.613	1.890	1.974	1.994	1.999	1.999	1.999
	21	1	1.611	1.894	1.975	1.994	1.999	1.999	1.999
	22	1	1.610	1.893	1.974	1.994	1.999	1.999	
	23	1	1.611	1.892	1.975	1.994	1.999	1.999	
	24	1	1.613	1.896	1.977	1.995	1.999	1.999	
	25	1	1.616	1.904	1.979	1.995	1.999	1.999	
	26	1	1.618	1.898	1.975	1.994	1.999	1.999	
	27	1	1.617	1.896	1.977	1.994	1.999	1.999	
	28	1	1.612	1.896	1.979	1.995	1.999	1.999	
	29	1	1.614	1.894	1.976	1.994	1.999	1.999	
	30	1	1.617	1.899	1.975	1.994	1.999	1.999	
	35	1	1.617	1.897	1.975	1.992	1.998	1.999	
	40	1	1.619	1.894	1.980	1.997	1.999	1.999	
	45	1	1.621	1.899	1.978	1.996	1.999	1.999	
	50	1	1.630	1.894	1.973	1.995	1.998	1.999	

Tabella A.35: Risultati numerici dell'errore di stima ϵ per la rete del torrente Crostolo estratta alla scala di canale: metodo soglia ω_t^* .

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5	6	7	8
ϵ	1	0	0.008	0.013	0.011	0.003	0.0003	0	
	2	0	0.007	0.012	0.010	0.003	0.0006	0	
	3	0	0.005	0.008	0.008	0.003	0.0007	0.00013	0
	4	0	0.006	0.011	0.009	0.002	0.0005	0.00006	0
	5	0	0.004	0.007	0.007	0.004	0.0006	0.0002	0
	6	0	0.004	0.008	0.008	0.002	0.0008	0.00006	0
	7	0	0.005	0.010	0.008	0.003	0.0007	0.00006	0
	8	0	0.006	0.011	0.009	0.003	0.0006	0.00005	0
	9	0	0.007	0.012	0.009	0.002	0.0005	0.00007	0
	10	0	0.008	0.013	0.009	0.002	0.0005	0	
	11	0	0.009	0.013	0.012	0.003	0.0006	0	
	12	0	0.009	0.014	0.010	0.004	0.0010	0	
	13	0	0.009	0.014	0.011	0.003	0.0004	0	
	14	0	0.011	0.02	0.011	0.004	0.0003	0	
	15	0	0.011	0.02	0.011	0.002	0.0002	0	
	16	0	0.012	0.02	0.007	0.002	0.0003	0	
	17	0	0.013	0.02	0.011	0.002	0.0004	0	
	18	0	0.006	0.011	0.007	0.002	0.0004	0.00009	0
	19	0	0.007	0.012	0.009	0.002	0.0006	0.00005	0
	20	0	0.007	0.012	0.009	0.002	0.0007	0.00006	0
	21	0	0.007	0.012	0.008	0.002	0.0005	0.00006	0
	22	0	0.008	0.013	0.010	0.003	0.0005	0	
	23	0	0.008	0.013	0.010	0.002	0.0005	0	
	24	0	0.008	0.014	0.010	0.002	0.0006	0	
	25	0	0.009	0.013	0.009	0.002	0.0003	0	
	26	0	0.010	0.014	0.010	0.003	0.0008	0	
	27	0	0.010	0.015	0.009	0.003	0.0002	0	
	28	0	0.009	0.02	0.009	0.003	0.0004	0	
	29	0	0.010	0.02	0.009	0.003	0.0002	0	
	30	0	0.011	0.02	0.012	0.003	0.0002	0	
35	0	0.012	0.02	0.011	0.003	0.0011	0		
40	0	0.012	0.02	0.008	0.001	0.0002	0		
45	0	0.015	0.02	0.010	0.002	0.0002	0		
50	0	0.020	0.02	0.012	0.003	0.0005	0		

Tabella A.36: Valori numerici delle differenze relative Δ del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ calcolato per la rete del torrente Crostolo estratta alla scala di canale dai valori corrispondenti del $\langle k_P(\omega) \rangle$ per la rete deterministica di Peano: metodo soglia ω_t^* .

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5	6	7	8
Δ	1	0	0.009	0.004	0.002	0.0002	0.0006	0.0002	
	2	0	0.008	0.0010	0.0008	0.0005	0.0004	0.0002	
	3	0	0.008	0.0002	0.0010	0.0007	0.0003	0.00010	0.00004
	4	0	0.008	0.002	0.0007	0.0005	0.0004	0.00015	0.00003
	5	0	0.006	0.000003	0.0012	0.0007	0.0002	0.00008	0.00005
	6	0	0.007	0.002	0.002	0.0013	0.0003	0.0002	0.00004
	7	0	0.007	0.002	0.0013	0.0010	0.0003	0.00015	0.00004
	8	0	0.007	0.002	0.002	0.0008	0.0004	0.0002	0.00003
	9	0	0.010	0.003	0.0015	0.0008	0.0004	0.00015	0.00003
	10	0	0.010	0.006	0.003	0.0009	0.0004	0.0002	
	11	0	0.009	0.006	0.0014	0.0002	0.0003	0.0002	
	12	0	0.010	0.005	0.003	0.0003	0.0002	0.0002	
	13	0	0.009	0.006	0.0011	0.0002	0.0005	0.0002	
	14	0	0.013	0.004	0.002	0.0004	0.0006	0.0002	
	15	0	0.013	0.007	0.003	0.002	0.0006	0.0002	
	16	0	0.011	0.006	0.003	0.0015	0.0005	0.00014	
	17	0	0.014	0.002	0.0006	0.002	0.0004	0.00013	
	18	0	0.007	0.005	0.004	0.0011	0.0005	0.00012	0.00003
	19	0	0.008	0.005	0.003	0.0010	0.0003	0.0002	0.00003
	20	0	0.008	0.004	0.003	0.0010	0.0003	0.0002	0.00003
	21	0	0.007	0.006	0.003	0.0009	0.0004	0.00015	0.00003
	22	0	0.006	0.006	0.003	0.0009	0.0005	0.0002	
	23	0	0.007	0.005	0.003	0.0011	0.0004	0.0002	
	24	0	0.008	0.007	0.004	0.0012	0.0004	0.0002	
	25	0	0.010	0.011	0.005	0.0015	0.0006	0.0002	
	26	0	0.011	0.008	0.003	0.0009	0.0003	0.0002	
	27	0	0.010	0.007	0.004	0.0010	0.0007	0.0002	
	28	0	0.008	0.007	0.005	0.0012	0.0005	0.0002	
	29	0	0.009	0.006	0.003	0.0009	0.0007	0.0002	
	30	0	0.011	0.009	0.003	0.0011	0.0007	0.0002	
35	0	0.011	0.008	0.003	0.00005	0.0002	0.0002		
40	0	0.012	0.006	0.005	0.002	0.0007	0.00014		
45	0	0.013	0.009	0.004	0.002	0.0006	0.00011		
50	0	0.02	0.006	0.002	0.0013	0.0002	0.00009		

Tabella A.37: Risultati numerici del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ per la rete del torrente DB1 estratta alla scala di canale: metodo soglia A_t .

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4
	1	1	1.630	1.902	1.973
	2	1	1.618	1.896	1.971
	3	1	1.644	1.875	1.969
	4	1	1.655	1.906	1.974
	5	1	1.669	1.902	1.972
	6	1	1.686	1.904	1.981
	7	1	1.583	1.860	1.968
	8	1	1.615	1.895	1.977
	9	1	1.621	1.899	1.969
	10	1	1.690	1.915	1.976
	11	1	1.533	1.874	1.964
	12	1	1.606	1.962	
	13	1	1.603	1.856	1.978
	14	1	1.600	1.871	1.967
$\langle k_n(\omega) \rangle$	15	1	1.571	1.878	1.976
	16	1	1.617	1.876	1.971
	17	1	1.611	1.890	1.976
	18	1	1.569	1.964	
	19	1	1.583	1.856	1.970
	20	1	1.663	1.869	1.970
	21	1	1.662	1.968	
	22	1	1.521	1.883	1.962
	23	1	1.588	1.850	1.968
	24	1	1.614	1.885	1.963
	25	1	1.618	1.863	1.979
	26	1	1.552	1.853	1.968
	27	1	1.574	1.899	1.964
	28	1	1.568	1.881	1.973
	29	1	1.546	1.853	1.966
	30	1	1.579	1.825	1.958

Tabella A.38: Risultati numerici dell'errore di stima ϵ per la rete del torrente DB1 estratta alla scala di canale: metodo soglia A_t .

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4
ϵ	1	0	0.07	0.03	0
	2	0	0.07	0.02	0
	3	0	0.07	0.04	0
	4	0	0.07	0.03	0
	5	0	0.06	0.03	0
	6	0	0.05	0.03	0
	7	0	0.06	0.04	0
	8	0	0.05	0.04	0
	9	0	0.06	0.02	0
	10	0	0.06	0.03	0
	11	0	0.04	0.07	0
	12	0	0.08	0.00	
	13	0	0.07	0.06	0
	14	0	0.08	0.04	0
	15	0	0.05	0.04	0
	16	0	0.07	0.08	0
	17	0	0.06	0.03	0
	18	0	0.07	0.00	
	19	0	0.06	0.05	0
	20	0	0.06	0.03	0
	21	0	0.07	0.0	
	22	0	0.03	0.03	0
	23	0	0.07	0.04	0
	24	0	0.07	0.05	0
	25	0	0.05	0.06	0
	26	0	0.06	0.10	0
	27	0	0.06	0.02	0
	28	0	0.05	0.08	0
	29	0	0.05	0.10	0
	30	0	0.07	0.08	0

Tabella A.39: Valori numerici delle differenze relative Δ del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ calcolato per la rete del torrente DB1 estratta alla scala di canale dai valori corrispondenti del $\langle k_P(\omega) \rangle$ per la rete deterministica di Peano: metodo soglia A_t .

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4
	1	0	0.02	0.010	0.002
	2	0	0.011	0.007	0.0007
	3	0	0.03	0.004	0.0002
	4	0	0.03	0.013	0.003
	5	0	0.04	0.010	0.002
	6	0	0.05	0.011	0.006
	7	0	0.010	0.012	0.0008
	8	0	0.010	0.006	0.004
	9	0	0.013	0.009	0.0002
	10	0	0.06	0.02	0.004
	11	0	0.04	0.005	0.003
	12	0	0.003	0.04	
	13	0	0.002	0.014	0.005
	14	0	0.00	0.006	0.0013
Δ	15	0	0.02	0.002	0.003
	16	0	0.010	0.003	0.0007
	17	0	0.007	0.004	0.004
	18	0	0.02	0.04	
	19	0	0.010	0.014	0.0002
	20	0	0.04	0.007	0.0002
	21	0	0.04	0.05	
	22	0	0.05	0.0004	0.004
	23	0	0.007	0.02	0.0008
	24	0	0.009	0.002	0.003
	25	0	0.011	0.01	0.005
	26	0	0.03	0.02	0.0008
	27	0	0.02	0.009	0.003
	28	0	0.02	0.0008	0.002
	29	0	0.03	0.02	0.002
	30	0	0.013	0.03	0.006

Tabella A.40: Risultati numerici del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ per la rete del torrente DB2 estratta alla scala di canale: metodo soglia A_t .

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4
	1	1	1.721	1.947	
	2	1	1.783	1.938	
	3	1	1.646	1.938	
	4	1	1.611	1.896	1.976
	5	1	1.635	1.888	1.977
	6	1	1.583	1.909	
	7	1	1.583	1.900	
	8	1	1.556	1.900	
	9	1	1.833	1.929	
	10	1	1.583	1.900	
	11	1	1.633	1.900	1.958
	12	1	1.622	1.895	1.980
	13	1	1.704	1.957	
	14	1	1.648	1.967	
$\langle k_n(\omega) \rangle$	15	1	1.556	1.928	1.971
	16	1	1.583	1.882	1.952
	17	1	1.583	1.917	1.966
	18	1	1.688	1.947	
	19	1	1.617	1.894	1.952
	20	1	1.698	1.955	
	21	1	1.639	1.917	
	22	1	1.646	1.941	
	23	1	1.722	1.933	
	24	1	1.667	1.917	
	25	1	1.656	1.929	
	26	1	1.750	1.875	
	27	1	1.739	1.941	
	28	1	1.667	1.909	
	29	1	1.702	1.933	
	30	1	1.667	1.923	

Tabella A.41: Risultati numerici dell'errore di stima ϵ per la rete del torrente DB2 estratta alla scala di canale: metodo soglia A_t .

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4
	1	0	0.11	0	
	2	0	0.02	0	
	3	0	0.07	0	
	4	0	0.06	0.02	0
	5	0	0.06	0.04	0
	6	0	0.09	0	
	7	0	0.09	0	
	8	0	0.06	0	
	9	0	0.00	0	
	10	0	0.09	0	
	11	0	0.09	0	0
	12	0	0.06	0.04	0
	13	0	0.12	0	
	14	0	0.12	0	
ϵ	15	0	0.04	0.005	0
	16	0	0.08	0.007	0
	17	0	0.09	0.02	0
	18	0	0.10	0	
	19	0	0.07	0.006	0
	20	0	0.11	0	
	21	0	0.09	0	
	22	0	0.12	0	
	23	0	0.06	0	
	24	0	0.09	0	
	25	0	0.10	0	
	26	0	0.00	0	
	27	0	0.05	0	
	28	0	0.00	0	
	29	0	0.13	0	
	30	0	0.11	0	

Tabella A.42: Valori numerici delle differenze relative Δ del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ calcolato per la rete del torrente DB2 estratta alla scala di canale dai valori corrispondenti del $\langle k_P(\omega) \rangle$ per la rete deterministica di Peano: metodo soglia A_t .

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4
	1	0	0.08	0.03	
	2	0	0.11	0.03	
	3	0	0.03	0.03	
	4	0	0.007	0.007	0.004
	5	0	0.02	0.003	0.004
	6	0	0.01	0.014	
	7	0	0.01	0.009	
	8	0	0.03	0.009	
	9	0	0.15	0.02	
	10	0	0.01	0.009	
	11	0	0.02	0.009	0.006
	12	0	0.01	0.007	0.005
	13	0	0.07	0.04	
	14	0	0.03	0.04	
Δ	15	0	0.03	0.02	0.0007
	16	0	0.01	0.00	0.009
	17	0	0.01	0.02	0.002
	18	0	0.05	0.03	
	19	0	0.01	0.006	0.009
	20	0	0.06	0.04	
	21	0	0.02	0.02	
	22	0	0.03	0.03	
	23	0	0.08	0.03	
	24	0	0.04	0.02	
	25	0	0.03	0.02	
	26	0	0.09	0.004	
	27	0	0.09	0.03	
	28	0	0.04	0.014	
	29	0	0.06	0.03	
	30	0	0.04	0.02	

Tabella A.43: Risultati numerici del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ per la rete del torrente DB3 estratta alla scala di canale: metodo soglia A_t .

Ordine ω	h (m)	1	2	3
	1	1	1.583	1.800
	2	1	1.583	1.800
	3	1	1.750	1.889
	4	1	1.750	1.889
	5	1	1.683	1.909
	6	1	1.611	1.917
	7	1	1.556	1.875
	8	1	1.556	1.875
	9	1	1.611	1.909
	10	1	1.650	1.875
	11	1	1.733	1.875
	12	1	1.750	1.889
	13	1	1.500	1.857
	14	1	1.708	1.857
$\langle k_n(\omega) \rangle$	15	1	1.650	1.857
	16	1	1.611	1.889
	17	1	1.733	1.889
	18	1	1.733	1.875
	19	1	1.792	1.909
	20	1	1.650	1.857
	21	1	1.583	1.800
	22	1	1.583	1.800
	23	1	1.611	1.900
	24	1	1.650	1.875
	25	1	1.583	1.800
	26	1	1.733	1.875
	27	1	1.556	1.900
	28	1	1.650	1.857
	29	1	1.750	1.889
	30	1	1.500	1.875

Tabella A.44: Risultati numerici dell'errore di stima ϵ per la rete del torrente DB3 estratta alla scala di canale: metodo soglia A_t .

Ordine ω	h (m)	1	2	3
	1	0	0.08	0
	2	0	0.08	0
	3	0	0.08	0
	4	0	0.08	0
	5	0	0.12	0
	6	0	0.13	0
	7	0	0.06	0
	8	0	0.06	0
	9	0	0.13	0
	10	0	0.15	0
	11	0	0.07	0
	12	0	0.08	0
	13	0	0.00	0
	14	0	0.04	0
ϵ	15	0	0.15	0
	16	0	0.06	0
	17	0	0.07	0
	18	0	0.07	0
	19	0	0.04	0
	20	0	0.15	0
	21	0	0.08	0
	22	0	0.08	0
	23	0	0.06	0
	24	0	0.15	0
	25	0	0.08	0
	26	0	0.07	0
	27	0	0.06	0
	28	0	0.15	0
	29	0	0.00	0
	30	0	0.00	0

Tabella A.45: Valori numerici delle differenze relative Δ del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ calcolato per la rete del torrente DB3 estratta alla scala di canale dai valori corrispondenti del $\langle k_P(\omega) \rangle$ per la rete deterministica di Peano: metodo soglia A_t .

Ordine ω	h (m)	1	2	3
	1	0	0.010	0.04
	2	0	0.010	0.04
	3	0	0.09	0.003
	4	0	0.09	0.003
	5	0	0.05	0.014
	6	0	0.007	0.02
	7	0	0.03	0.004
	8	0	0.03	0.004
	9	0	0.007	0.014
	10	0	0.03	0.004
	11	0	0.08	0.004
	12	0	0.09	0.003
	13	0	0.06	0.013
	14	0	0.07	0.013
Δ	15	0	0.03	0.013
	16	0	0.007	0.003
	17	0	0.08	0.003
	18	0	0.08	0.004
	19	0	0.12	0.014
	20	0	0.03	0.013
	21	0	0.010	0.04
	22	0	0.010	0.04
	23	0	0.007	0.009
	24	0	0.03	0.004
	25	0	0.010	0.04
	26	0	0.08	0.004
	27	0	0.03	0.009
	28	0	0.03	0.013
	29	0	0.09	0.003
	30	0	0.06	0.004

Tabella A.46: Risultati numerici del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ per la rete del torrente DB4 estratta alla scala di canale: metodo soglia A_t .

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4
	1	1	1.608	1.917	1.980
	2	1	1.606	1.933	1.983
	3	1	1.606	1.924	1.982
	4	1	1.560	1.904	1.980
	5	1	1.577	1.819	1.983
	6	1	1.526	1.921	1.980
	7	1	1.590	1.909	1.979
	8	1	1.572	1.911	1.978
	9	1	1.552	1.928	1.983
	10	1	1.563	1.911	1.977
	11	1	1.565	1.887	1.973
	12	1	1.538	1.911	1.979
	13	1	1.632	1.928	1.985
	14	1	1.565	1.929	1.981
$\langle k_n(\omega) \rangle$	15	1	1.597	1.974	
	16	1	1.547	1.922	1.981
	17	1	1.601	1.919	1.981
	18	1	1.594	1.881	1.974
	19	1	1.595	1.892	1.975
	20	1	1.546	1.874	1.987
	21	1	1.620	1.899	1.978
	22	1	1.607	1.952	1.976
	23	1	1.579	1.972	
	24	1	1.633	1.971	
	25	1	1.617	1.966	
	26	1	1.580	1.977	
	27	1	1.537	1.862	1.973
	28	1	1.521	1.917	1.972
	29	1	1.617	1.887	1.973
	30	1	1.611	1.970	

Tabella A.47: Risultati numerici dell'errore di stima ϵ per la rete del torrente DB4 estratta alla scala di canale: metodo soglia A_t .

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4
	1	0	0.05	0.02	0
	2	0	0.04	0.02	0
	3	0	0.06	0.02	0
	4	0	0.03	0.03	0
	5	0	0.06	0.06	0
	6	0	0.02	0.012	0
	7	0	0.08	0.02	0
	8	0	0.07	0.02	0
	9	0	0.05	0.02	0
	10	0	0.07	0.02	0
	11	0	0.05	0.03	0
	12	0	0.04	0.02	0
	13	0	0.06	0.03	0
	14	0	0.06	0.012	0
ϵ	15	0	0.09	0	
	16	0	0.05	0.02	0
	17	0	0.07	0.03	0
	18	0	0.09	0.05	0
	19	0	0.08	0.02	0
	20	0	0.03	0.08	0
	21	0	0.05	0.04	0
	22	0	0.07	0.00	0
	23	0	0.07	0	
	24	0	0.09	0	
	25	0	0.10	0	
	26	0	0.06	0	
	27	0	0.03	0.06	0
	28	0	0.03	0.00	0
	29	0	0.07	0.03	0
	30	0	0.07	0	

Tabella A.48: Valori numerici delle differenze relative Δ del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ calcolato per la rete del torrente DB4 estratta alla scala di canale dai valori corrispondenti del $\langle k_P(\omega) \rangle$ per la rete deterministica di Peano: metodo soglia A_t .

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4
	1	0	0.005	0.02	0.005
	2	0	0.003	0.03	0.007
	3	0	0.004	0.02	0.006
	4	0	0.03	0.012	0.006
	5	0	0.014	0.03	0.007
	6	0	0.05	0.02	0.006
	7	0	0.007	0.014	0.005
	8	0	0.02	0.02	0.005
	9	0	0.03	0.02	0.007
	10	0	0.02	0.02	0.004
	11	0	0.02	0.002	0.002
	12	0	0.04	0.02	0.005
	13	0	0.02	0.02	0.008
	14	0	0.02	0.02	0.006
Δ	15	0	0.002	0.05	
	16	0	0.03	0.02	0.006
	17	0	0.0004	0.02	0.006
	18	0	0.003	0.0007	0.003
	19	0	0.003	0.005	0.003
	20	0	0.03	0.005	0.009
	21	0	0.013	0.009	0.004
	22	0	0.004	0.04	0.004
	23	0	0.013	0.05	
	24	0	0.02	0.05	
	25	0	0.010	0.04	
	26	0	0.013	0.05	
	27	0	0.04	0.011	0.002
	28	0	0.05	0.02	0.002
	29	0	0.010	0.002	0.002
	30	0	0.007	0.05	

Tabella A.49: Risultati numerici del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ per la rete del torrente DB5 estratta alla scala di canale: metodo soglia A_t .

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5
$\langle k_n(\omega) \rangle$	1	1	1.594	1.899	1.963	
	2	1	1.580	1.851	1.926	1.972
	3	1	1.568	1.827	1.971	
	4	1	1.592	1.866	1.972	
	5	1	1.635	1.872	1.972	
	6	1	1.648	1.882	1.971	
	7	1	1.597	1.931	1.974	
	8	1	1.630	1.833	1.939	1.975
	9	1	1.597	1.845	1.931	1.974
	10	1	1.638	1.923	1.969	
	11	1	1.686	1.917	1.969	
	12	1	1.607	1.890	1.962	
	13	1	1.655	1.920	1.968	
	14	1	1.639	1.899	1.960	
	15	1	1.563	1.806	1.966	
	16	1	1.633	1.903	1.958	
	17	1	1.650	1.950		
	18	1	1.567	1.941		
	19	1	1.595	1.894	1.957	
	20	1	1.600	1.944		
	21	1	1.569	1.873	1.947	
	22	1	1.660	1.952		
	23	1	1.646	1.866	1.933	
	24	1	1.688	1.941		
	25	1	1.658	1.944		
	26	1	1.571	1.825	1.957	
	27	1	1.722	1.933		
	28	1	1.667	1.867	1.950	
	29	1	1.528	1.792	1.941	
	30	1	1.567	1.866	1.933	

Tabella A.50: Risultati numerici dell'errore di stima ϵ per la rete del torrente DB5 estratta alla scala di canale: metodo soglia A_t .

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5
	1	0	0.06	0.010	0	
	2	0	0.07	0.007	0.003	0
	3	0	0.05	0.03	0	
	4	0	0.07	0.04	0	
	5	0	0.06	0.03	0	
	6	0	0.07	0.02	0	
	7	0	0.07	0.002	0	
	8	0	0.05	0.03	0.002	0
	9	0	0.07	0.008	0.002	0
	10	0	0.08	0.006	0	
	11	0	0.07	0.00	0	
	12	0	0.06	0.03	0	
	13	0	0.07	0.003	0	
	14	0	0.07	0.010	0	
ϵ	15	0	0.05	0.03	0	
	16	0	0.07	0.014	0	
	17	0	0.06	0		
	18	0	0.05	0		
	19	0	0.04	0.006	0	
	20	0	0.05	0.0		
	21	0	0.07	0.02	0	
	22	0	0.14	0		
	23	0	0.07	0.009	0	
	24	0	0.02	0		
	25	0	0.08	0		
	26	0	0.04	0.08	0	
	27	0	0.06	0		
	28	0	0.08	0.03	0	
	29	0	0.03	0.04	0	
	30	0	0.05	0.009	0	

Tabella A.51: Valori numerici delle differenze relative Δ del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ calcolato per la rete del torrente DB5 estratta alla scala di canale dai valori corrispondenti del $\langle k_P(\omega) \rangle$ per la rete deterministica di Peano: metodo soglia A_t .

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5
Δ	1	0	0.004	0.009	0.003	
	2	0	0.012	0.02	0.02	0.010
	3	0	0.02	0.03	0.0011	
	4	0	0.005	0.009	0.002	
	5	0	0.02	0.005	0.002	
	6	0	0.03	0.0002	0.0007	
	7	0	0.002	0.03	0.002	
	8	0	0.02	0.03	0.02	0.009
	9	0	0.002	0.02	0.02	0.009
	10	0	0.02	0.02	0.0002	
	11	0	0.05	0.02	0.0002	
	12	0	0.004	0.004	0.004	
	13	0	0.03	0.02	0.0008	
	14	0	0.02	0.009	0.005	
	15	0	0.02	0.04	0.002	
	16	0	0.02	0.011	0.006	
	17	0	0.03	0.04		
	18	0	0.02	0.03		
	19	0	0.003	0.006	0.006	
	20	0	0.00	0.03		
	21	0	0.02	0.005	0.011	
	22	0	0.04	0.04		
	23	0	0.03	0.009	0.02	
	24	0	0.05	0.03		
	25	0	0.04	0.03		
	26	0	0.02	0.03	0.006	
	27	0	0.08	0.03		
	28	0	0.04	0.008	0.010	
	29	0	0.05	0.05	0.014	
	30	0	0.02	0.009	0.02	

Tabella A.52: Risultati numerici del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ per la rete del torrente Crostolo estratta alla scala di canale: metodo soglia A_t .

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5	6	7	8
$\langle k_n(\omega) \rangle$	1	1	1.611	1.883	1.971	1.993	1.998	1.999	1.999
	2	1	1.611	1.880	1.970	1.993	1.998	1.999	1.999
	3	1	1.612	1.880	1.970	1.993	1.998	1.999	1.999
	4	1	1.610	1.881	1.971	1.993	1.998	1.999	1.999
	5	1	1.610	1.880	1.971	1.994	1.998	1.999	1.999
	6	1	1.610	1.882	1.972	1.994	1.998	1.999	1.999
	7	1	1.609	1.882	1.972	1.994	1.998	1.999	1.999
	8	1	1.610	1.881	1.973	1.994	1.999	1.999	1.999
	9	1	1.607	1.878	1.972	1.994	1.999	1.999	1.999
	10	1	1.609	1.883	1.971	1.994	1.998	1.999	1.999
	11	1	1.607	1.882	1.971	1.994	1.999	1.999	1.999
	12	1	1.605	1.884	1.974	1.994	1.998	1.999	1.999
	13	1	1.607	1.881	1.972	1.993	1.999	1.999	1.999
	14	1	1.604	1.881	1.971	1.993	1.998	1.999	1.999
	15	1	1.603	1.881	1.971	1.993	1.998	1.999	1.999
	16	1	1.607	1.879	1.973	1.994	1.999	1.999	1.999
	17	1	1.606	1.885	1.972	1.994	1.999	1.999	1.999
	18	1	1.605	1.882	1.970	1.993	1.999	1.999	1.999
	19	1	1.605	1.884	1.973	1.994	1.998	1.999	1.999
	20	1	1.604	1.879	1.970	1.994	1.999	1.999	1.999
	21	1	1.603	1.882	1.971	1.994	1.999	1.999	1.999
	22	1	1.602	1.880	1.972	1.993	1.999	1.999	1.999
	23	1	1.602	1.883	1.972	1.993	1.999	1.999	1.999
	24	1	1.603	1.885	1.972	1.994	1.999	1.999	1.999
	25	1	1.605	1.889	1.970	1.993	1.999	1.999	1.999
	26	1	1.601	1.880	1.971	1.993	1.999	1.999	1.999
	27	1	1.603	1.884	1.971	1.993	1.998	1.999	1.999
	28	1	1.606	1.883	1.971	1.993	1.999	1.999	1.999
	29	1	1.602	1.880	1.970	1.992	1.999	1.999	1.999
	30	1	1.605	1.882	1.970	1.993	1.999	1.999	1.999
35	1	1.602	1.880	1.971	1.993	1.999	1.999	1.999	
40	1	1.600	1.880	1.971	1.994	1.999	1.999	1.999	
45	1	1.600	1.883	1.972	1.993	1.999	1.999	1.999	
50	1	1.603	1.878	1.969	1.993	1.999	1.999	1.999	

Tabella A.53: Risultati numerici dell'errore di stima ϵ per la rete del torrente Crostolo estratta alla scala di canale: metodo soglia A_t .

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5	6	7	8
ϵ	1	0	0.005	0.009	0.007	0.003	0.0012	0.0004	0
	2	0	0.004	0.008	0.008	0.003	0.0007	0.00012	0
	3	0	0.005	0.008	0.008	0.003	0.0010	0.00014	0
	4	0	0.004	0.008	0.007	0.004	0.0009	0.00005	0
	5	0	0.005	0.008	0.007	0.003	0.0011	0.00011	0
	6	0	0.005	0.008	0.007	0.003	0.0012	0.00007	0
	7	0	0.005	0.009	0.007	0.003	0.0009	0.00005	0
	8	0	0.004	0.009	0.007	0.002	0.0008	0.00006	0
	9	0	0.004	0.008	0.007	0.003	0.0008	0.00006	0
	10	0	0.005	0.009	0.008	0.003	0.0012	0.0002	0
	11	0	0.005	0.009	0.007	0.002	0.0007	0.00008	0
	12	0	0.005	0.010	0.007	0.003	0.0011	0.00008	0
	13	0	0.005	0.009	0.007	0.003	0.0008	0.00013	0
	14	0	0.005	0.009	0.008	0.003	0.0009	0.00008	0
	15	0	0.005	0.009	0.008	0.003	0.0012	0.00006	0
	16	0	0.005	0.010	0.008	0.002	0.0007	0.00004	0
	17	0	0.005	0.011	0.009	0.003	0.0003	0.00005	0
	18	0	0.005	0.010	0.008	0.003	0.0008	0.00009	0
	19	0	0.006	0.010	0.009	0.003	0.0009	0.00005	0
	20	0	0.005	0.010	0.008	0.003	0.0005	0.00007	0
	21	0	0.005	0.010	0.009	0.003	0.0007	0.00004	0
	22	0	0.005	0.009	0.008	0.003	0.0008	0.00008	0
	23	0	0.006	0.011	0.008	0.003	0.0008	0.00006	0
	24	0	0.006	0.011	0.009	0.003	0.0005	0.00006	0
	25	0	0.006	0.012	0.011	0.003	0.0005	0.00006	0
	26	0	0.006	0.011	0.008	0.003	0.0005	0.00011	0
	27	0	0.006	0.010	0.009	0.002	0.0008	0.00006	0
	28	0	0.006	0.012	0.010	0.003	0.0004	0.00006	0
	29	0	0.006	0.012	0.010	0.003	0.0005	0.00007	0
	30	0	0.007	0.013	0.010	0.003	0.0005	0.00007	0
35	0	0.006	0.010	0.009	0.004	0.0007	0.00005	0	
40	0	0.006	0.012	0.011	0.003	0.0005	0.00006	0	
45	0	0.007	0.013	0.011	0.003	0.0006	0.00007	0	
50	0	0.005	0.010	0.009	0.003	0.0005	0.00010	0	

Tabella A.54: Valori numerici delle differenze relative Δ del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ calcolato per la rete del torrente Crostolo estratta alla scala di canale dai valori corrispondenti del $\langle k_P(\omega) \rangle$ per la rete deterministica di Peano: metodo soglia A_t .

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5	6	7	8
Δ	1	0	0.007	0.0002	0.0010	0.0006	0.000002	0.00005	0.00004
	2	0	0.007	0.0014	0.0002	0.0004	0.0002	0.00012	0.00004
	3	0	0.007	0.0011	0.0006	0.0005	0.00010	0.00009	0.00004
	4	0	0.006	0.0006	0.0008	0.0003	0.0002	0.0002	0.00004
	5	0	0.006	0.0011	0.0009	0.0009	0.00003	0.00013	0.00004
	6	0	0.006	0.0000	0.0014	0.0009	0.00008	0.0002	0.00004
	7	0	0.006	0.0003	0.0012	0.0010	0.0002	0.0002	0.00004
	8	0	0.006	0.0008	0.002	0.0011	0.0002	0.0002	0.00004
	9	0	0.005	0.002	0.0014	0.0009	0.0003	0.0002	0.00005
	10	0	0.006	0.0002	0.0010	0.0007	0.00005	0.00009	0.00004
	11	0	0.004	0.00005	0.0010	0.0009	0.0003	0.00014	0.00004
	12	0	0.003	0.0007	0.002	0.0009	0.00012	0.00013	0.00004
	13	0	0.004	0.0008	0.0013	0.0006	0.0003	0.00011	0.00004
	14	0	0.002	0.0007	0.0008	0.0005	0.0002	0.00014	0.00004
	15	0	0.002	0.0009	0.0010	0.0006	0.00011	0.00015	0.00004
	16	0	0.004	0.0019	0.002	0.0010	0.0004	0.0002	0.00004
	17	0	0.004	0.0013	0.002	0.0008	0.0005	0.0002	0.00003
	18	0	0.003	0.00005	0.0005	0.0005	0.0003	0.00012	0.00004
	19	0	0.003	0.0011	0.002	0.0009	0.0002	0.0002	0.00003
	20	0	0.002	0.002	0.0003	0.0008	0.0004	0.00013	0.00004
	21	0	0.002	0.0004	0.0010	0.0008	0.0004	0.0002	0.00003
	22	0	0.0013	0.0012	0.002	0.0006	0.0003	0.00014	0.00004
	23	0	0.0014	0.0005	0.002	0.0005	0.0002	0.0002	0.00003
	24	0	0.002	0.002	0.0015	0.0007	0.0004	0.00015	0.00003
	25	0	0.003	0.004	0.0006	0.0006	0.0004	0.00014	0.00002
	26	0	0.0008	0.0012	0.0007	0.0004	0.0004	0.00010	0.00003
	27	0	0.002	0.0009	0.0010	0.0005	0.0002	0.0002	0.00003
	28	0	0.003	0.0004	0.0009	0.0002	0.0004	0.00015	0.00002
	29	0	0.0010	0.0011	0.0006	0.0001	0.0003	0.00014	0.00002
	30	0	0.003	0.0002	0.0006	0.0004	0.0003	0.00014	0.00002
35	0	0.0011	0.0014	0.0008	0.0005	0.0003	0.0002	0.00003	
40	0	0.0003	0.0011	0.0011	0.0008	0.0003	0.00014	0.00002	
45	0	0.0002	0.0002	0.002	0.0006	0.0004	0.00011	0.000011	
50	0	0.002	0.002	0.0002	0.0002	0.0003	0.00010	0.00003	

Tabella A.55: Risultati numerici del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ per la rete del torrente DB1 estratta alla scala di canale: metodo soglia $(AS^2)_t$.

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5
	1	1	1.603	1.896	1.974	1.994
	2	1	1.600	1.910	1.973	1.993
	3	1	1.615	1.901	1.967	1.991
	4	1	1.562	1.866	1.988	
	5	1	1.595	1.884	1.989	
	6	1	1.599	1.904	1.991	
	7	1	1.579	1.872	1.983	
	8	1	1.569	1.878	1.959	1.989
	9	1	1.590	1.878	1.987	
	10	1	1.583	1.852	1.948	1.986
	11	1	1.621	1.892	1.978	
	12	1	1.645	1.864	1.981	
	13	1	1.594	1.887	1.991	
	14	1	1.659	1.896	1.989	
$\langle k_n(\omega) \rangle$	15	1	1.593	1.890	1.989	
	16	1	1.577	1.903	1.983	
	17	1	1.622	1.896	1.983	
	18	1	1.654	1.892	1.981	
	19	1	1.609	1.875	1.956	1.989
	20	1	1.595	1.880	1.987	
	21	1	1.669	1.937	1.990	
	22	1	1.592	1.840	1.946	1.985
	23	1	1.558	1.815	1.979	
	24	1	1.620	1.895	1.981	
	25	1	1.604	1.899	1.974	1.985
	26	1	1.580	1.854	1.986	
	27	1	1.632	1.892	1.981	
	28	1	1.623	1.850	1.981	
	29	1	1.609	1.894	1.981	
	30	1	1.608	1.883	1.971	

Tabella A.56: Risultati numerici dell'errore di stima ϵ per la rete del torrente DB1 estratta alla scala di canale: metodo soglia $(AS^2)_t$.

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5
	1	0	0.05	0.05	0.010	0
	2	0	0.04	0.02	0.010	0
	3	0	0.04	0.03	0.010	0
	4	0	0.04	0.06	0	
	5	0	0.06	0.06	0	
	6	0	0.05	0.04	0	
	7	0	0.07	0.03	0	
	8	0	0.04	0.02	0.012	0
	9	0	0.05	0.03	0	
	10	0	0.04	0.02	0.02	0
	11	0	0.07	0.03	0	
	12	0	0.07	0.04	0	
	13	0	0.05	0.05	0	
	14	0	0.06	0.04	0	
ϵ	15	0	0.05	0.04	0	
	16	0	0.05	0.04	0	
	17	0	0.07	0.03	0	
	18	0	0.06	0.04	0	
	19	0	0.05	0.02	0.015	0
	20	0	0.05	0.03	0	
	21	0	0.04	0.03	0	
	22	0	0.05	0.03	0.02	0
	23	0	0.04	0.05	0	
	24	0	0.08	0.04	0	
	25	0	0.07	0.03	0	0
	26	0	0.05	0.05	0	
	27	0	0.06	0.06	0	
	28	0	0.06	0.06	0	
	29	0	0.07	0.04	0	
	30	0	0.07	0.05	0	

Tabella A.57: Valori numerici delle differenze relative Δ del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ calcolato per la rete del torrente DB1 estratta alla scala di canale dai valori corrispondenti del $\langle k_P(\omega) \rangle$ per la rete deterministica di Peano: metodo soglia $(AS^2)_t$.

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5
	1	0	0.002	0.007	0.003	0.0009
	2	0	0.0003	0.015	0.002	0.0005
	3	0	0.009	0.010	0.0013	0.0006
	4	0	0.02	0.009	0.009	
	5	0	0.003	0.0006	0.010	
	6	0	0.0004	0.012	0.011	
	7	0	0.013	0.006	0.007	
	8	0	0.02	0.002	0.005	0.0014
	9	0	0.006	0.002	0.009	
	10	0	0.010	0.02	0.011	0.003
	11	0	0.013	0.005	0.004	
	12	0	0.03	0.010	0.006	
	13	0	0.004	0.002	0.011	
	14	0	0.04	0.007	0.010	
Δ	15	0	0.004	0.004	0.010	
	16	0	0.014	0.011	0.007	
	17	0	0.014	0.007	0.007	
	18	0	0.03	0.005	0.006	
	19	0	0.006	0.004	0.007	0.002
	20	0	0.003	0.0012	0.009	
	21	0	0.04	0.03	0.011	
	22	0	0.005	0.02	0.012	0.004
	23	0	0.03	0.04	0.005	
	24	0	0.013	0.007	0.006	
	25	0	0.002	0.009	0.003	0.003
	26	0	0.013	0.02	0.009	
	27	0	0.02	0.005	0.006	
	28	0	0.014	0.02	0.006	
	29	0	0.005	0.006	0.006	
	30	0	0.005	0.0005	0.0011	

Tabella A.58: Risultati numerici del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ per la rete del torrente DB2 estratta alla scala di canale: metodo soglia $(AS^2)_t$.

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4
	1	1	1.692	1.941	
	2	1	1.688	1.938	
	3	1	1.556	1.875	
	4	1	1.650	1.877	1.967
	5	1	1.638	1.817	1.950
	6	1	1.583	1.875	
	7	1	1.556	1.857	
	8	1	1.556	1.857	
	9	1	1.667	1.909	
	10	1	1.556	1.857	
	11	1	1.600	1.873	1.941
	12	1	1.658	1.892	1.950
	13	1	1.739	1.923	
	14	1	1.633	1.944	
$\langle k_n(\omega) \rangle$	15	1	1.679	1.866	1.938
	16	1	1.583	1.817	1.923
	17	1	1.560	1.850	1.938
	18	1	1.667	1.929	
	19	1	1.542	1.817	1.917
	20	1	1.639	1.909	
	21	1	1.667	1.833	
	22	1	1.563	1.900	
	23	1	1.639	1.889	
	24	1	1.500	1.800	
	25	1	1.708	1.875	
	26	1	1.708	1.857	
	27	1	1.556	1.857	
	28	1	1.583	1.833	
	29	1	1.639	1.889	
	30	1	1.667	1.833	

Tabella A.59: Risultati numerici dell'errore di stima ϵ per la rete del torrente DB2 estratta alla scala di canale: metodo soglia $(AS^2)_t$.

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4
	1	0	0.09	0	
	2	0	0.10	0	
	3	0	0.06	0	
	4	0	0.07	0.02	0
	5	0	0.09	0.02	0
	6	0	0.09	0	
	7	0	0.06	0	
	8	0	0.06	0	
	9	0	0.09	0	
	10	0	0.06	0	
	11	0	0.08	0.02	0
	12	0	0.08	0.02	0
	13	0	0.05	0	
	14	0	0.08	0	
ϵ	15	0	0.10	0.009	0
	16	0	0.09	0.02	0
	17	0	0.07	0.05	0
	18	0	0.07	0	
	19	0	0.05	0.02	0
	20	0	0.09	0	
	21	0	0.00	0	
	22	0	0.07	0	
	23	0	0.09	0	
	24	0	0.00	0	
	25	0	0.04	0	
	26	0	0.04	0	
	27	0	0.06	0	
	28	0	0.08	0	
	29	0	0.09	0	
	30	0	0.00	0	

Tabella A.60: Valori numerici delle differenze relative Δ del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ calcolato per la rete del torrente DB2 estratta alla scala di canale dai valori corrispondenti del $\langle k_P(\omega) \rangle$ per la rete deterministica di Peano: metodo soglia $(AS^2)_t$.

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4
	1	0	0.06	0.03	
	2	0	0.05	0.03	
	3	0	0.03	0.004	
	4	0	0.03	0.003	0.0013
	5	0	0.02	0.03	0.010
	6	0	0.010	0.004	
	7	0	0.03	0.013	
	8	0	0.03	0.013	
	9	0	0.04	0.014	
	10	0	0.03	0.013	
	11	0	0.00	0.005	0.014
	12	0	0.04	0.005	0.010
	13	0	0.09	0.02	
	14	0	0.02	0.03	
Δ	15	0	0.05	0.009	0.02
	16	0	0.010	0.03	0.02
	17	0	0.03	0.02	0.02
	18	0	0.04	0.02	
	19	0	0.04	0.03	0.03
	20	0	0.02	0.014	
	21	0	0.04	0.03	
	22	0	0.02	0.009	
	23	0	0.02	0.003	
	24	0	0.06	0.04	
	25	0	0.07	0.004	
	26	0	0.07	0.013	
	27	0	0.03	0.013	
	28	0	0.010	0.03	
	29	0	0.02	0.003	
	30	0	0.04	0.03	

Tabella A.61: Risultati numerici del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ per la rete del torrente DB3 estratta alla scala di canale: metodo soglia $(AS^2)_t$.

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5
	1	1	1.649	1.904	1.981	
	2	1	1.570	1.855	1.976	
	3	1	1.617	1.903	1.975	
	4	1	1.597	1.950	1.978	
	5	1	1.606	1.860	1.958	1.989
	6	1	1.556	1.837	1.945	1.985
	7	1	1.584	1.873	1.970	1.988
	8	1	1.579	1.877	1.969	
	9	1	1.597	1.893	1.973	
	10	1	1.583	1.853	1.935	1.976
	11	1	1.614	1.892	1.972	
	12	1	1.604	1.872	1.965	1.991
	13	1	1.536	1.845	1.955	
	14	1	1.583	1.889	1.972	
$\langle k_n(\omega) \rangle$	15	1	1.622	1.882	1.973	
	16	1	1.703	1.962		
	17	1	1.614	1.879	1.957	1.982
	18	1	1.607	1.869	1.960	
	19	1	1.550	1.828	1.950	1.980
	20	1	1.650	1.918	1.985	
	21	1	1.646	1.938		
	22	1	1.681	1.934	1.984	
	23	1	1.621	1.939	1.977	
	24	1	1.578	1.813	1.949	1.979
	25	1	1.608	1.822	1.976	
	26	1	1.610	1.874	1.979	
	27	1	1.624	1.870	1.950	1.990
	28	1	1.597	1.957		
	29	1	1.573	1.834	1.957	1.982
	30	1	1.611	1.881	1.949	1.980

Tabella A.62: Risultati numerici dell'errore di stima ϵ per la rete del torrente DB3 estratta alla scala di canale: metodo soglia $(AS^2)_t$.

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5
	1	0	0.08	0.05	0	
	2	0	0.07	0.07	0	
	3	0	0.07	0.03	0	
	4	0	0.05	0.00	0	
	5	0	0.04	0.03	0.008	0
	6	0	0.02	0.04	0.005	0
	7	0	0.05	0.03	0.010	0
	8	0	0.08	0.02	0	
	9	0	0.07	0.02	0	
	10	0	0.05	0.04	0.03	0
	11	0	0.05	0.02	0	
	12	0	0.04	0.03	0.010	0
	13	0	0.04	0.01	0	
	14	0	0.07	0.02	0	
ϵ	15	0	0.06	0.03	0	
	16	0	0.08	0.00		
	17	0	0.06	0.04	0.012	0
	18	0	0.06	0.07	0	
	19	0	0.04	0.02	0.013	0
	20	0	0.06	0.04	0	
	21	0	0.07	0		
	22	0	0.06	0.02	0	
	23	0	0.05	0.02	0	
	24	0	0.04	0.06	0.005	0
	25	0	0.06	0.06	0	
	26	0	0.08	0.05	0	
	27	0	0.04	0.04	0.02	0
	28	0	0.07	0		
	29	0	0.04	0.03	0.003	0
	30	0	0.06	0.03	0.005	0

Tabella A.63: Valori numerici delle differenze relative Δ del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ calcolato per la rete del torrente DB3 estratta alla scala di canale dai valori corrispondenti del $\langle k_P(\omega) \rangle$ per la rete deterministica di Peano: metodo soglia $(AS^2)_t$.

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5
	1	0	0.03	0.012	0.006	
	2	0	0.02	0.014	0.003	
	3	0	0.010	0.011	0.003	
	4	0	0.002	0.04	0.004	
	5	0	0.004	0.012	0.005	0.002
	6	0	0.03	0.02	0.012	0.004
	7	0	0.010	0.005	0.0003	0.002
	8	0	0.013	0.003	0.0002	
	9	0	0.002	0.006	0.002	
	10	0	0.010	0.02	0.02	0.008
	11	0	0.009	0.005	0.002	
	12	0	0.002	0.005	0.002	0.0005
	13	0	0.04	0.02	0.007	
	14	0	0.010	0.003	0.002	
Δ	15	0	0.014	0.0003	0.002	
	16	0	0.06	0.04		
	17	0	0.008	0.002	0.006	0.005
	18	0	0.004	0.007	0.005	
	19	0	0.03	0.03	0.010	0.006
	20	0	0.03	0.02	0.008	
	21	0	0.03	0.03		
	22	0	0.05	0.03	0.007	
	23	0	0.013	0.03	0.004	
	24	0	0.013	0.04	0.010	0.007
	25	0	0.005	0.03	0.003	
	26	0	0.006	0.004	0.005	
	27	0	0.015	0.006	0.010	0.0013
	28	0	0.002	0.04		
	29	0	0.02	0.03	0.006	0.005
	30	0	0.007	0.0005	0.010	0.006

Tabella A.64: Risultati numerici del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ per la rete del torrente DB4 estratta alla scala di canale: metodo soglia $(AS^2)_t$.

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5
$\langle k_n(\omega) \rangle$	1	1	1.624	1.894	1.995	
	2	1	1.591	1.866	1.975	1.995
	3	1	1.611	1.887	1.992	
	4	1	1.598	1.883	1.989	
	5	1	1.600	1.868	1.990	
	6	1	1.576	1.898	1.990	
	7	1	1.542	1.856	1.989	
	8	1	1.535	1.875	1.987	
	9	1	1.568	1.943	1.989	
	10	1	1.617	1.978		
	11	1	1.613	1.976		
	12	1	1.540	1.932	1.987	
	13	1	1.595	1.970	1.989	
	14	1	1.536	1.935	1.987	
	15	1	1.567	1.852	1.985	
	16	1	1.551	1.940	1.988	
	17	1	1.610	1.977	1.980	
	18	1	1.606	1.915	1.983	
	19	1	1.711	1.972		
	20	1	1.514	1.937	1.986	
	21	1	1.589	1.904	1.982	
	22	1	1.610	1.893	1.979	
	23	1	1.583	1.893	1.980	
	24	1	1.610	1.967	1.978	
	25	1	1.667	1.973		
	26	1	1.638	1.971		
	27	1	1.685	1.950	1.971	
	28	1	1.528	1.923	1.975	
	29	1	1.694	1.974		
	30	1	1.667	1.969		

Tabella A.65: Risultati numerici dell'errore di stima ϵ per la rete del torrente DB4 estratta alla scala di canale: metodo soglia $(AS^2)_t$.

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5
	1	0	0.04	0.04	0	
	2	0	0.04	0.04	0.010	0
	3	0	0.05	0.07	0	
	4	0	0.05	0.09	0	
	5	0	0.05	0.08	0	
	6	0	0.04	0.07	0	
	7	0	0.03	0.07	0	
	8	0	0.03	0.08	0	
	9	0	0.05	0.03	0	
	10	0	0.11	0		
	11	0	0.11	0		
	12	0	0.04	0.03	0	
	13	0	0.07	0.00	0	
	14	0	0.04	0.03	0	
ϵ	15	0	0.06	0.02	0	
	16	0	0.05	0.02	0	
	17	0	0.10	0.00	0	
	18	0	0.11	0.04	0	
	19	0	0.05	0		
	20	0	0.02	0.03	0	
	21	0	0.06	0.05	0	
	22	0	0.10	0.04	0	
	23	0	0.06	0.04	0	
	24	0	0.10	0.00	0	
	25	0	0.11	0		
	26	0	0.12	0		
	27	0	0.14	0.00	0	
	28	0	0.03	0.00	0	
	29	0	0.03	0		
	30	0	0.07	0		

Tabella A.66: Valori numerici delle differenze relative Δ del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ calcolato per la rete del torrente DB4 estratta alla scala di canale dai valori corrispondenti del $\langle k_P(\omega) \rangle$ per la rete deterministica di Peano: metodo soglia $(AS^2)_t$.

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5
Δ	1	0	0.02	0.006	0.013	
	2	0	0.006	0.009	0.003	0.002
	3	0	0.007	0.002	0.012	
	4	0	0.0010	0.000	0.010	
	5	0	0.0003	0.008	0.011	
	6	0	0.015	0.008	0.011	
	7	0	0.04	0.014	0.010	
	8	0	0.04	0.004	0.009	
	9	0	0.02	0.03	0.010	
	10	0	0.010	0.05		
	11	0	0.008	0.05		
	12	0	0.04	0.03	0.009	
	13	0	0.003	0.05	0.010	
	14	0	0.04	0.03	0.009	
	15	0	0.02	0.02	0.008	
	16	0	0.03	0.03	0.009	
	17	0	0.006	0.05	0.006	
	18	0	0.003	0.02	0.007	
	19	0	0.07	0.05		
	20	0	0.05	0.03	0.008	
	21	0	0.007	0.011	0.006	
	22	0	0.006	0.006	0.005	
	23	0	0.010	0.006	0.005	
	24	0	0.006	0.04	0.005	
	25	0	0.04	0.05		
	26	0	0.02	0.05		
	27	0	0.05	0.04	0.0007	
	28	0	0.05	0.02	0.003	
	29	0	0.06	0.05		
	30	0	0.04	0.05		

Tabella A.67: Risultati numerici del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ per la rete del torrente DB5 estratta alla scala di canale: metodo soglia $(AS^2)_t$.

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5
	1	1	1.613	1.853	1.946	1.988
	2	1	1.614	1.868	1.957	1.987
	3	1	1.605	1.869	1.954	1.984
	4	1	1.628	1.858	1.957	1.986
	5	1	1.579	1.849	1.982	
	6	1	1.589	1.891	1.948	1.981
	7	1	1.597	1.871	1.982	
	8	1	1.632	1.843	1.945	1.982
	9	1	1.607	1.865	1.940	1.980
	10	1	1.649	1.935	1.977	
	11	1	1.663	1.933	1.977	
	12	1	1.600	1.902	1.970	
	13	1	1.646	1.923	1.974	
	14	1	1.694	1.914	1.971	
$\langle k_n(\omega) \rangle$	15	1	1.593	1.833	1.971	
	16	1	1.687	1.916	1.967	
	17	1	1.611	1.957		
	18	1	1.583	1.955		
	19	1	1.619	1.883	1.963	
	20	1	1.611	1.955		
	21	1	1.569	1.882	1.958	
	22	1	1.608	1.958		
	23	1	1.694	1.866	1.938	
	24	1	1.688	1.952		
	25	1	1.639	1.933		
	26	1	1.604	1.833	1.947	
	27	1	1.675	1.947		
	28	1	1.711	1.952		
	29	1	1.533	1.833	1.941	
	30	1	1.817	1.929		

Tabella A.68: Risultati numerici dell'errore di stima ϵ per la rete del torrente DB5 estratta alla scala di canale: metodo soglia $(AS^2)_t$.

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5
	1	0	0.04	0.02	0.009	0
	2	0	0.05	0.05	0.005	0
	3	0	0.06	0.03	0.009	0
	4	0	0.05	0.07	0.010	0
	5	0	0.05	0.04	0	
	6	0	0.04	0.02	0.007	0
	7	0	0.05	0.05	0	
	8	0	0.05	0.05	0.007	0
	9	0	0.05	0.009	0.007	0
	10	0	0.08	0.002	0	
	11	0	0.08	0.004	0	
	12	0	0.06	0.03	0	
	13	0	0.08	0.006	0	
	14	0	0.06	0.014	0	
ϵ	15	0	0.06	0	0	
	16	0	0.08	0.007	0	
	17	0	0.04	0		
	18	0	0.05	0		
	19	0	0.04	0.03	0	
	20	0	0.07	0		
	21	0	0.07	0.007	0	
	22	0	0.11	0		
	23	0	0.03	0.009	0	
	24	0	0.02	0		
	25	0	0.09	0		
	26	0	0.09	0.08	0	
	27	0	0.12	0		
	28	0	0.14	0		
	29	0	0.04	0.08	0	
	30	0	0.02	0		

Tabella A.69: Valori numerici delle differenze relative Δ del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ calcolato per la rete del torrente DB5 estratta alla scala di canale dai valori corrispondenti del $\langle k_P(\omega) \rangle$ per la rete deterministica di Peano: metodo soglia $(AS^2)_t$.

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5
Δ	1	0	0.008	0.02	0.012	0.002
	2	0	0.009	0.007	0.006	0.003
	3	0	0.003	0.007	0.008	0.004
	4	0	0.02	0.013	0.006	0.003
	5	0	0.013	0.02	0.007	
	6	0	0.007	0.004	0.011	0.005
	7	0	0.002	0.006	0.006	
	8	0	0.02	0.02	0.012	0.005
	9	0	0.004	0.009	0.015	0.006
	10	0	0.03	0.03	0.004	
	11	0	0.04	0.03	0.004	
	12	0	0.00	0.010	0.000	
	13	0	0.03	0.02	0.003	
	14	0	0.06	0.02	0.0011	
	15	0	0.005	0.03	0.0011	
	16	0	0.05	0.02	0.0013	
	17	0	0.007	0.04		
	18	0	0.010	0.04		
	19	0	0.012	0.0004	0.003	
	20	0	0.007	0.04		
	21	0	0.02	0.0002	0.006	
	22	0	0.005	0.04		
	23	0	0.06	0.009	0.02	
	24	0	0.05	0.04		
	25	0	0.02	0.03		
	26	0	0.003	0.03	0.011	
	27	0	0.05	0.03		
	28	0	0.07	0.04		
	29	0	0.04	0.03	0.014	
	30	0	0.14	0.02		

Tabella A.70: Risultati numerici del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ per la rete del torrente Crostolo estratta alla scala di canale: metodo soglia $(AS^2)_t$.

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\langle k_n(\omega) \rangle$	1	1	1.605	1.874	1.964	1.992	1.998	1.999	1.999	1.999	
	2	1	1.603	1.872	1.965	1.992	1.998	1.999	1.999	1.999	1.999
	3	1	1.601	1.873	1.966	1.992	1.998	1.999	1.999	1.999	
	4	1	1.602	1.872	1.965	1.991	1.998	1.999	1.999	1.999	
	5	1	1.604	1.873	1.966	1.993	1.999	1.999	1.999	1.999	
	6	1	1.602	1.874	1.968	1.993	1.998	1.999	1.999	1.999	
	7	1	1.603	1.877	1.969	1.993	1.999	1.999	1.999	1.999	
	8	1	1.602	1.873	1.968	1.993	1.998	1.999	1.999	1.999	
	9	1	1.604	1.877	1.967	1.993	1.998	1.999	1.999	1.999	
	10	1	1.602	1.879	1.971	1.994	1.998	1.999	1.999		
	11	1	1.597	1.873	1.969	1.994	1.998	1.999	1.999		
	12	1	1.597	1.870	1.968	1.993	1.998	1.999	1.999		
	13	1	1.599	1.872	1.967	1.993	1.998	1.999	1.999		
	14	1	1.595	1.871	1.968	1.992	1.998	1.999	1.999		
	15	1	1.597	1.870	1.968	1.993	1.998	1.999	1.999		
	16	1	1.599	1.872	1.967	1.993	1.998	1.999	1.999	1.999	
	17	1	1.597	1.870	1.968	1.993	1.999	1.999	1.999		
	18	1	1.596	1.873	1.970	1.993	1.999	1.999	1.999		
	19	1	1.598	1.873	1.968	1.992	1.999	1.999	1.999		
	20	1	1.594	1.866	1.967	1.992	1.998	1.999	1.999		
	21	1	1.597	1.869	1.969	1.993	1.999	1.999	1.999		
	22	1	1.594	1.870	1.968	1.993	1.998	1.999	1.999		
	23	1	1.593	1.869	1.969	1.993	1.999	1.999	1.999		
	24	1	1.598	1.874	1.970	1.994	1.999	1.999	1.999		
	25	1	1.598	1.876	1.969	1.992	1.998	1.999	1.999		
	26	1	1.593	1.868	1.970	1.993	1.999	1.999	1.999		
	27	1	1.598	1.874	1.970	1.993	1.999	1.999	1.999		
	28	1	1.594	1.868	1.969	1.993	1.999	1.999	1.999		
	29	1	1.598	1.871	1.971	1.994	1.999	1.999	1.999		
	30	1	1.593	1.871	1.969	1.993	1.999	1.999	1.999		
35	1	1.595	1.875	1.970	1.993	1.999	1.999				
40	1	1.593	1.872	1.969	1.994	1.999	1.999	1.999			
45	1	1.595	1.875	1.971	1.993	1.999	1.999				
50	1	1.596	1.874	1.968	1.991	1.998	1.999	1.999			

Tabella A.71: Risultati numerici dell'errore di stima ϵ per la rete del torrente Crostolo estratta alla scala di canale: metodo soglia $(AS^2)_t$.

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ϵ	1	0	0.003	0.005	0.007	0.004	0.0007	0.0002	0.00002	0	
	2	0	0.002	0.004	0.005	0.004	0.0008	0.0003	0.00006	0.000010	0
	3	0	0.003	0.005	0.006	0.004	0.0008	0.0003	0.00006	0	
	4	0	0.003	0.005	0.007	0.004	0.0009	0.0002	0.000015	0	
	5	0	0.003	0.006	0.007	0.003	0.0007	0.00010	0.00002	0	
	6	0	0.003	0.006	0.008	0.004	0.0008	0.00011	0.00002	0	
	7	0	0.003	0.006	0.008	0.004	0.0007	0.00012	0.00002	0	
	8	0	0.003	0.007	0.008	0.004	0.0011	0.00014	0.00002	0	
	9	0	0.004	0.007	0.008	0.004	0.0010	0.00013	0.00002	0	
	10	0	0.005	0.009	0.010	0.003	0.0013	0.00014	0		
	11	0	0.004	0.009	0.010	0.003	0.0014	0.0002	0		
	12	0	0.004	0.008	0.009	0.003	0.0009	0.00013	0		
	13	0	0.004	0.007	0.008	0.003	0.0008	0.00010	0		
	14	0	0.004	0.008	0.008	0.004	0.0009	0.00011	0		
	15	0	0.004	0.008	0.009	0.004	0.0011	0.00014	0		
	16	0	0.004	0.008	0.009	0.003	0.0010	0.0002	0.00003	0	
	17	0	0.005	0.009	0.010	0.003	0.0009	0.00004	0		
	18	0	0.005	0.009	0.009	0.003	0.0006	0.0002	0		
	19	0	0.005	0.011	0.011	0.005	0.0007	0.00011	0		
	20	0	0.004	0.009	0.010	0.004	0.0011	0.0002	0		
	21	0	0.005	0.009	0.009	0.003	0.0006	0.0002	0		
	22	0	0.004	0.009	0.009	0.004	0.0010	0.0002	0		
	23	0	0.005	0.011	0.010	0.003	0.0005	0.00005	0		
	24	0	0.005	0.011	0.010	0.002	0.0005	0.00006	0		
	25	0	0.006	0.011	0.010	0.003	0.0012	0.0002	0		
	26	0	0.005	0.010	0.009	0.003	0.0006	0.00006	0		
	27	0	0.005	0.012	0.011	0.003	0.0005	0.00006	0		
	28	0	0.005	0.011	0.011	0.003	0.0005	0.00006	0		
	29	0	0.006	0.012	0.010	0.003	0.0004	0.00006	0		
	30	0	0.006	0.011	0.011	0.003	0.0006	0.00007	0		
35	0	0.006	0.012	0.012	0.004	0.0006	0				
40	0	0.006	0.012	0.010	0.003	0.0005	0.00007	0			
45	0	0.007	0.013	0.011	0.003	0.0005	0				
50	0	0.008	0.013	0.011	0.004	0.0006	0.00009	0			

Tabella A.72: Valori numerici delle differenze relative Δ del grado medio di giunzione $\langle k_n(\omega) \rangle$ calcolato per la rete del torrente Crostolo estratta alla scala di canale dai valori corrispondenti del $\langle k_P(\omega) \rangle$ per la rete deterministica di Peano: metodo soglia $(AS^2)_t$.

Ordine ω	h (m)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Δ	1	0	0.003	0.004	0.003	0.00008	0.0002	0.00009	0.00004	0.000007	
	2	0	0.002	0.006	0.002	0.00009	0.00009	0.000012	0.000008	0.000002	0.000002
	3	0	0.0007	0.005	0.002	0.00004	0.0002	0.00006	0.000013	0.000007	
	4	0	0.0010	0.005	0.002	0.0004	0.00004	0.00010	0.00004	0.000007	
	5	0	0.002	0.005	0.002	0.0003	0.0003	0.00013	0.00004	0.000006	
	6	0	0.0014	0.004	0.0005	0.0002	0.0002	0.00011	0.00004	0.000005	
	7	0	0.002	0.003	0.0003	0.0004	0.0003	0.00011	0.00004	0.000005	
	8	0	0.0012	0.005	0.0007	0.0005	0.00012	0.00010	0.00003	0.000004	
	9	0	0.002	0.003	0.0010	0.0002	0.00012	0.00009	0.00003	0.000004	
	10	0	0.0010	0.002	0.0008	0.0008	0.0002	0.00013	0.00004		
	11	0	0.002	0.005	0.0002	0.0008	0.000014	0.00005	0.00004		
	12	0	0.002	0.006	0.0005	0.0006	0.0002	0.00009	0.00004		
	13	0	0.0009	0.006	0.0009	0.0003	0.00010	0.00011	0.00005		
	14	0	0.003	0.006	0.0009	0.00006	0.00002	0.00008	0.00004		
	15	0	0.002	0.007	0.0007	0.0002	0.00009	0.00008	0.00004		
	16	0	0.0006	0.006	0.0011	0.0003	0.00006	0.00002	0.00002	0.000003	
	17	0	0.002	0.007	0.0007	0.0005	0.0002	0.0002	0.00004		
	18	0	0.003	0.005	0.0002	0.0004	0.0003	0.00005	0.00004		
	19	0	0.0012	0.005	0.0005	0.00007	0.0003	0.00011	0.00003		
	20	0	0.004	0.008	0.0012	0.00003	0.000013	0.00002	0.00004		
	21	0	0.002	0.007	0.00010	0.0005	0.0004	0.000007	0.00003		
	22	0	0.004	0.007	0.0005	0.0003	0.0002	0.00009	0.00004		
	23	0	0.005	0.007	0.00006	0.0003	0.0005	0.0002	0.00003		
	24	0	0.002	0.004	0.0002	0.0009	0.0004	0.0002	0.00003		
	25	0	0.0013	0.004	0.000014	0.00003	0.0000	0.00010	0.00003		
	26	0	0.004	0.008	0.0002	0.0006	0.0004	0.0002	0.00003		
	27	0	0.0015	0.005	0.0002	0.0004	0.0004	0.0002	0.00002		
	28	0	0.004	0.008	0.0003	0.0005	0.0004	0.0002	0.00003		
	29	0	0.0015	0.006	0.0008	0.0009	0.0005	0.0002	0.00002		
	30	0	0.005	0.006	0.0003	0.0004	0.0003	0.00014	0.00002		
35	0	0.003	0.004	0.0004	0.0003	0.0004	0.0002				
40	0	0.004	0.005	0.0002	0.0006	0.0003	0.00012	0.000012			
45	0	0.003	0.004	0.0007	0.0005	0.0004	0.0002				
50	0	0.003	0.004	0.0005	0.0007	0.00011	0.00008	0.000004			

Tabella A.73: Valori stimati del parametro di uniformità, $\tilde{\gamma}$ (*Estimate Asymptotic Value, EAV*), e dell'errore standard (*Standard Error, SE*) per le reti DB1, DB2 e DB3 estratte alla scala di versante.

Rete	DB1		DB2		DB3	
h(m)	$\tilde{\gamma}$	ES	$\tilde{\gamma}$	ES	$\tilde{\gamma}$	ES
1	2.339	0.023	2.312	0.029	2.221	0.015
2	2.305	0.032	2.290	0.029	2.207	0.010
3	2.253	0.040	2.155	0.021	2.206	0.008
4	2.201	0.025	1.980	0.025	2.216	0.009
5	2.216	0.032	2.181	0.018	2.231	0.019
6	2.207	0.012	2.065	0.027	2.220	0.027
7	2.146	0.013	2.131	0.083	2.185	0.013
8	2.120	0.023	2.182	0.035	2.238	0.025
9	2.162	0.030	2.200	0.014	2.219	0.011
10	2.194	0.047	2.243	0.037	2.202	0.005
11	2.131	0.027	2.584	0.019	2.196	0.037
12	2.077	0.025	2.011	0.069	2.210	0.008
13	2.147	0.037	2.189	0.139	2.167	0.014
14	2.119	0.021	2.232	0.146	2.255	0.011
15	2.049	0.044	2.093	0.144	2.197	0.015
16	2.084	0.031	1.998	0.083	2.091	0.009
17	2.156	0.020	2.512	0.229	2.180	0.012
18	2.363	0.018	2.310	0.236	2.190	0.022
19	2.053	0.025	2.393	0.085	2.160	0.019
20	2.112	0.023	2.218	0.223	2.098	0.044
21	2.272	0.028	2.412	0.194	2.127	0.033
22	2.124	0.042	2.469	0.138	2.219	0.022
23	1.899	0.030	3.449	0.183	2.070	0.026
24	2.064	0.022	2.094	0.177	2.084	0.040
25	2.311	0.009	3.329	0.385	2.282	0.020
26	2.088	0.029	2.875	0.104	2.184	0.009
27	2.168	0.036	3.093	0.193	2.363	0.014
28	2.107	0.020	3.291	0.131	2.336	0.074
29	2.207	0.077	2.852	0.193	2.224	0.039
30	2.360	0.066	2.340	0.061	2.287	0.036

Tabella A.74: Valori stimati del parametro di uniformità, $\tilde{\gamma}$ (*Estimate Asymptotic Value, EAV*), e dell'errore standard (*Standard Error, SE*) per le reti DB4, DB5 e Crostolo estratte alla scala di versante.

Rete	DB4		DB5		Crostolo	
h(m)	$\tilde{\gamma}$	ES	$\tilde{\gamma}$	ES	$\tilde{\gamma}$	ES
1	2.420	0.008	2.409	0.013	2.400	0.041
2	2.269	0.060	2.228	0.025	2.271	0.030
3	2.193	0.052	2.253	0.035	2.230	0.027
4	2.137	0.024	2.200	0.021	2.206	0.026
5	2.060	0.040	2.183	0.021	2.186	0.026
6	2.207	0.024	2.105	0.023	2.166	0.025
7	2.113	0.044	2.181	0.017	2.155	0.025
8	1.999	0.042	2.145	0.064	2.143	0.023
9	1.970	0.053	2.220	0.029	2.130	0.022
10	2.020	0.024	2.230	0.019	2.125	0.023
11	2.170	0.037	2.132	0.048	2.117	0.022
12	1.982	0.062	2.216	0.078	2.102	0.020
13	2.052	0.089	2.307	0.045	2.101	0.020
14	2.141	0.138	2.162	0.031	2.103	0.016
15	2.028	0.073	2.065	0.072	2.103	0.018
16	2.170	0.073	2.010	0.065	2.107	0.013
17	1.924	0.022	2.116	0.068	2.087	0.017
18	2.067	0.067	2.288	0.043	2.085	0.016
19	2.401	0.250	2.159	0.122	2.093	0.012
20	1.748	0.026	1.904	0.082	2.088	0.011
21	1.966	0.099	2.119	0.139	2.094	0.013
22	2.279	0.221	2.255	0.035	2.088	0.012
23	2.526	0.178	2.040	0.041	2.093	0.016
24	2.077	0.228	2.091	0.036	2.099	0.013
25	2.512	0.146	2.219	0.079	2.104	0.012
26	2.200	0.180	2.027	0.058	2.104	0.010
27	2.003	0.150	1.912	0.034	2.109	0.010
28	2.195	0.050	2.195	0.121	2.092	0.010
29	2.058	0.204	2.265	0.108	2.101	0.008
30	2.078	0.117	2.201	0.129	2.110	0.008
35					2.111	0.009
40					2.129	0.006
45					2.154	0.007
50					2.152	0.011

Tabella A.75: Valori stimati del parametro di uniformità, $\tilde{\gamma}$ (*Estimate Asymptotic Value, EAV*), e dell'errore standard (*Standard Error, SE*) per le reti DB6 e DB7 estratte alla scala di versante.

Rete	DB6		DB7	
h(m)	$\tilde{\gamma}$	ES	$\tilde{\gamma}$	ES
10	1.983	0.052	1.964	0.038
15	1.925	0.062	1.926	0.037
20	1.906	0.043	1.953	0.051
25	1.953	0.037	1.971	0.062
30	1.976	0.053	2.002	0.039
35	1.999	0.054	2.051	0.043
40	2.060	0.064	2.119	0.036
45	2.089	0.032	2.176	0.045
50	2.135	0.040	2.231	0.046

Tabella A.76: Valori stimati del parametro di uniformità, $\tilde{\gamma}$ (*Estimate Asymptotic Value, EAV*), e dell'errore standard (*Standard Error, SE*) per le reti DB1, DB2 e DB3 estratte alla scala di canale: metodo soglia ω_t^* .

Rete	DB1		DB2		DB3	
h(m)	$\tilde{\gamma}$	ES	$\tilde{\gamma}$	ES	$\tilde{\gamma}$	ES
1	2.047	0.16	2.500	7.0E-10	1.712	0.148
2	1.964	0.19	2.500	7.0E-10	2.553	0.455
3	1.942	0.05	2.500	7.0E-10	2.414	0.106
4	2.076	0.20	2.500	7.0E-10	2.321	0.204
5	2.740	0.26	1.712	0.148	1.763	0.078
6	2.090	0.08	1.712	0.148	2.599	0.081
7	1.589	0.04	2.500	7.0E-10	2.342	0.073
8	1.724	0.09	2.500	7.0E-10	3.338	0.332
9	2.278	0.14	2.500	7.0E-10	1.984	0.135
10	2.262	0.12	1.500	4.7E-10	3.054	0.336
11	2.414	0.11	1.712	0.148	1.881	0.058
12	3.404	0.52	1.960	0.190	2.598	0.061
13	6.500	0.00	3.500	3.5E-13	2.140	0.131
14	5.382	0.00	3.500	3.5E-13	2.098	0.079
15	2.007	0.12	2.500	7.0E-10	2.247	0.032
16	5.500	0.00	1.403	0.063	1.954	0.056
17	4.500	0.00	1.500	4.7E-10	2.031	0.026
18	4.500	0.00	1.500	4.7E-10	2.159	0.098
19	3.500	0.00	2.500	7.0E-10	1.988	0.043
20	2.218	0.13	1.500	4.7E-10	1.869	0.027
21	2.047	0.16	1.500	4.7E-10	2.668	0.151
22	4.128	0.82	2.872	0.532	2.248	0.119
23	2.008	0.22	1.960	0.190	1.860	0.137
24	2.047	0.16	2.256	0.264	2.060	0.078
25	2.308	0.06	1.403	0.063	2.095	0.114
26	2.601	0.13	1.712	0.148	1.834	0.129
27	2.135	0.03	1.712	0.148	2.476	0.031
28	2.270	0.10	3.500	3.5E-13	2.375	0.035
29	7.500	0.00	1.403	0.063	2.599	0.081
30	1.951	0.05	1.403	0.063	2.275	0.007

Tabella A.77: Valori stimati del parametro di uniformità, $\tilde{\gamma}$ (*Estimate Asymptotic Value, EAV*), e dell'errore standard (*Standard Error, SE*) per le reti DB1, DB2 e DB3 estratte alla scala di canale: metodo soglia A_t .

Rete	DB1		DB2		DB3	
h(m)	$\tilde{\gamma}$	ES	$\tilde{\gamma}$	ES	$\tilde{\gamma}$	ES
1	2.198	0.01	3.076	1.0E-02	1.712	0.148
2	2.120	0.01	3.920	4.2E-01	1.712	0.148
3	2.181	0.11	2.414	1.2E-01	3.135	0.575
4	2.353	0.05	2.090	1.9E-02	3.135	0.575
5	2.420	0.09	2.186	0.051	2.568	0.119
6	2.566	0.13	2.007	0.115	2.154	0.094
7	1.877	0.02	1.982	8.6E-02	1.815	0.061
8	2.110	0.01	1.879	1.3E-01	1.815	0.061
9	2.139	0.02	5.092	1.2E+00	2.130	0.066
10	2.629	0.10	1.982	8.6E-02	2.221	0.149
11	1.754	0.08	2.192	0.066	2.872	0.532
12	2.264	0.29	2.144	0.016	3.135	0.575
13	1.950	0.07	2.945	1.1E-01	1.618	0.100
14	1.966	0.03	2.531	2.7E-01	2.553	0.455
15	1.888	0.05	1.956	1.7E-01	2.160	0.206
16	2.054	0.04	1.917	0.042	2.068	0.003
17	2.074	0.01	2.023	1.1E-01	2.939	0.459
18	2.101	0.34	2.755	8.3E-02	2.872	0.532
19	1.868	0.04	2.087	6.6E-02	3.909	0.807
20	2.262	0.17	2.877	1.1E-01	2.160	0.206
21	2.632	0.26	2.301	3.8E-02	1.712	0.148
22	1.738	0.11	2.427	0.137	1.712	0.148
23	1.869	0.05	3.027	0.119	2.102	0.034
24	2.062	0.03	2.476	0.031	2.221	0.149
25	2.032	0.08	2.445	0.054	1.712	0.148
26	1.763	0.03	3.063	0.656	2.872	0.532
27	1.941	0.08	3.258	0.128	1.879	0.129
28	1.884	0.05	2.448	6.6E-02	2.160	0.206
29	1.746	0.03	2.829	0.048	3.135	0.575
30	1.767	0.07	2.500	0.137	1.656	0.138

Tabella A.78: Valori stimati del parametro di uniformità, $\tilde{\gamma}$ (*Estimate Asymptotic Value, EAV*), e dell'errore standard (*Standard Error, SE*) per le reti DB1, DB2 e DB3 estratte alla scala di canale: metodo soglia $(AS^2)_t$.

Rete	DB1		DB2		DB3	
h(m)	$\tilde{\gamma}$	ES	$\tilde{\gamma}$	ES	$\tilde{\gamma}$	ES
1	2.057	0.026	2.766	0.034	2.320	0.031
2	2.084	0.062	2.715	0.023	1.831	0.040
3	2.113	0.030	1.815	0.061	2.138	0.026
4	1.844	0.071	2.216	0.119	2.189	0.202
5	2.005	0.059	1.943	0.211	1.949	0.056
6	2.082	0.082	1.912	0.012	1.712	0.021
7	1.908	0.051	1.770	0.018	1.914	0.013
8	1.867	0.032	1.770	0.018	1.906	0.025
9	1.971	0.057	2.448	0.066	2.021	0.034
10	1.833	0.041	1.770	0.018	1.816	0.065
11	2.130	0.016	1.942	0.074	2.087	0.002
12	2.162	0.137	2.294	0.145	1.982	0.026
13	2.011	0.066	3.169	0.270	1.689	0.022
14	2.360	0.089	2.362	0.175	1.957	0.044
15	2.017	0.064	2.313	0.275	2.096	0.040
16	1.983	0.097	1.719	0.110	2.958	0.145
17	2.153	0.026	1.746	0.038	2.028	0.053
18	2.305	0.083	2.521	0.028	1.980	0.049
19	2.002	0.045	1.604	0.055	1.681	0.024
20	1.995	0.052	2.275	0.007	2.377	0.020
21	2.577	0.060	2.169	0.331	2.414	0.119
22	1.830	0.069	1.903	0.119	2.646	0.022
23	1.707	0.084	2.207	0.070	2.273	0.135
24	2.138	0.023	1.500	0.119	1.724	0.078
25	2.067	0.039	2.631	0.383	1.875	0.139
26	1.870	0.069	2.553	0.455	2.031	0.045
27	2.185	0.037	1.770	0.018	2.040	0.084
28	2.015	0.120	1.799	0.087	2.207	0.281
29	2.083	0.031	2.207	0.070	1.767	0.044
30	2.040	0.012	2.169	0.331	2.014	0.064

Tabella A.79: Valori stimati del parametro di uniformità, $\tilde{\gamma}$ (*Estimate Asymptotic Value, EAV*), e dell'errore standard (*Standard Error, SE*) per le reti DB4, DB5 e Crostolo estratte alla scala di canale: metodo soglia ω_t^* .

Rete	DB4		DB5		Crostolo	
h(m)	$\tilde{\gamma}$	ES	$\tilde{\gamma}$	ES	$\tilde{\gamma}$	ES
1	2.181	0.287	2.249	0.167	2.086	0.004
2	2.397	0.054	2.573	0.271	2.047	0.018
3	2.016	0.101	2.169	0.097	2.058	0.014
4	1.928	0.126	2.067	0.060	2.065	0.007
5	1.800	0.077	1.917	0.094	2.043	0.011
6	1.792	0.144	1.891	0.069	2.058	0.008
7	1.901	0.100	2.301	0.044	2.060	0.008
8	1.638	0.088	1.626	0.086	2.056	0.007
9	2.282	0.282	2.068	0.188	2.088	0.008
10	2.591	0.130	1.768	0.082	2.110	0.006
11	2.367	0.012	1.720	0.054	2.092	0.004
12	3.311	0.332	1.903	0.236	2.103	0.005
13	2.011	0.091	1.850	0.098	2.098	0.006
14	1.791	0.149	2.631	0.383	2.116	0.011
15	2.233	0.027	1.686	0.171	2.138	0.005
16	2.273	0.359	2.553	0.455	2.114	0.006
17	1.864	0.034	1.864	0.034	2.114	0.023
18	2.805	0.234	4.500	6.1E-10	2.086	0.008
19	6.476	0.867	4.500	6.1E-10	2.090	0.004
20	1.931	0.053	5.500	8.0E-15	2.082	0.004
21	2.307	0.258	1.712	0.148	2.086	0.007
22	3.206	0.078	3.043	0.027	2.079	0.009
23	4.057	0.540	1.403	0.063	2.081	0.007
24	4.768	0.508	2.568	0.095	2.101	0.012
25	3.072	0.286	2.500	7.0E-10	2.144	0.023
26	3.364	0.247	2.322	0.066	2.128	0.007
27	3.595	0.209	2.029	0.141	2.120	0.008
28	2.007	0.115	3.036	0.337	2.103	0.017
29	3.103	0.242	1.951	0.052	2.098	0.007
30	2.476	0.031	3.492	0.799	2.126	0.010
35					2.124	0.008
40					2.128	0.014
45					2.149	0.009
50					2.173	0.019

Tabella A.80: Valori stimati del parametro di uniformità, $\tilde{\gamma}$ (*Estimate Asymptotic Value, EAV*), e dell'errore standard (*Standard Error, SE*) per le reti DB4, DB5 e Crostolo estratte alla scala di canale: metodo soglia A_t .

Rete	DB4		DB5		Crostolo	
h(m)	$\tilde{\gamma}$	ES	$\tilde{\gamma}$	ES	$\tilde{\gamma}$	ES
1	2.146	0.082	2.014	0.055	2.048	0.011
2	2.186	0.139	1.790	0.077	2.039	0.017
3	2.160	0.107	1.755	0.066	2.045	0.017
4	1.920	0.117	1.927	0.029	2.040	0.013
5	1.773	0.105	2.130	0.092	2.039	0.015
6	1.853	0.191	2.225	0.098	2.045	0.011
7	2.041	0.087	2.128	0.139	2.039	0.011
8	1.978	0.116	1.936	0.154	2.041	0.014
9	1.956	0.186	1.836	0.092	2.021	0.016
10	1.944	0.126	2.305	0.067	2.041	0.010
11	1.888	0.067	2.596	0.110	2.031	0.008
12	1.866	0.156	2.043	0.030	2.031	0.008
13	2.306	0.085	2.391	0.061	2.027	0.011
14	2.003	0.172	2.220	0.068	2.013	0.007
15	2.258	0.365	1.684	0.084	2.009	0.007
16	1.921	0.174	2.201	0.066	2.021	0.014
17	2.121	0.102	2.485	0.175	2.036	0.005
18	1.980	0.019	2.029	2.5E-01	2.020	0.005
19	2.014	0.035	2.000	5.3E-02	2.032	0.006
20	1.813	0.091	2.184	2.2E-01	2.007	0.010
21	2.148	0.013	1.841	0.042	2.014	0.006
22	2.242	0.201	2.559	0.171	2.006	0.008
23	2.168	0.369	2.115	0.184	2.016	0.005
24	2.452	0.316	2.730	0.045	2.023	0.005
25	2.336	0.302	2.521	1.3E-01	2.042	0.006
26	2.187	0.391	1.742	0.062	2.001	0.006
27	1.747	0.063	3.027	0.119	2.021	0.003
28	1.821	0.180	2.253	0.210	2.027	0.005
29	2.088	0.018	1.551	0.043	2.002	0.006
30	2.319	0.329	1.799	0.061	2.020	0.006
35					2.002	0.007
40					1.996	0.006
45					2.004	0.007
50					2.003	0.010

Tabella A.81: Valori stimati del parametro di uniformità, $\tilde{\gamma}$ (*Estimate Asymptotic Value, EAV*), e dell'errore standard (*Standard Error, SE*) per le reti DB4, DB5 e Crostolo estratte alla scala di canale: metodo soglia $(AS^2)_t$.

Rete	DB4		DB5		Crostolo	
h(m)	$\tilde{\gamma}$	ES	$\tilde{\gamma}$	ES	$\tilde{\gamma}$	ES
1	2.170	0.067	1.943	0.089	1.993	0.019
2	1.929	0.030	2.002	0.060	1.976	0.018
3	2.084	0.063	1.963	0.052	1.974	0.015
4	2.017	0.059	2.031	0.100	1.973	0.017
5	1.987	0.072	1.849	0.064	1.985	0.018
6	1.975	0.098	1.951	0.061	1.985	0.014
7	1.765	0.084	1.970	0.046	1.999	0.011
8	1.786	0.104	1.987	0.141	1.981	0.015
9	2.056	0.215	1.942	0.081	1.996	0.012
10	2.376	0.369	2.421	0.085	1.998	0.009
11	2.349	0.358	2.502	0.059	1.963	0.012
12	1.929	0.211	2.055	0.049	1.956	0.015
13	2.249	0.281	2.354	0.047	1.964	0.014
14	1.921	0.220	2.660	0.132	1.948	0.012
15	1.823	0.063	1.845	0.090	1.953	0.015
16	1.988	0.223	2.599	0.121	1.965	0.014
17	2.334	0.295	2.277	0.265	1.951	0.016
18	2.131	0.083	2.137	2.9E-01	1.958	0.011
19	3.083	0.213	2.076	4.4E-02	1.966	0.012
20	1.858	0.242	2.271	2.6E-01	1.931	0.017
21	2.028	0.079	1.875	0.046	1.951	0.018
22	2.083	0.023	2.268	0.276	1.943	0.013
23	1.975	0.061	2.419	0.332	1.936	0.014
24	2.302	0.253	2.775	0.116	1.969	0.012
25	2.687	0.287	2.357	1.1E-01	1.973	0.008
26	2.475	0.307	1.857	0.111	1.937	0.016
27	2.726	0.125	2.651	0.113	1.968	0.011
28	1.858	0.190	2.996	0.057	1.936	0.016
29	2.927	0.258	1.645	0.009	1.962	0.017
30	2.671	0.253	4.605	0.332	1.941	0.011
35					1.961	0.009
40					1.947	0.010
45					1.963	0.009
50					1.959	0.008

Tabella A.82: Valori stimati del parametro di uniformità, $\tilde{\gamma}$ (*Estimate Asymptotic Value, EAV*), e dell'errore standard (*Standard Error, SE*) per le reti DB6 e DB7 estratte alla scala di canale: metodo soglia ω_t^* .

Rete	DB6		DB7	
h(m)	$\tilde{\gamma}$	ES	$\tilde{\gamma}$	ES
10	2.400	0.038	2.242	0.052
15	2.227	0.037	2.163	0.062
20	2.064	0.051	2.334	0.043
25	2.468	0.062	2.356	0.037
30	2.495	0.039	2.315	0.053
35	2.454	0.043	2.315	0.054
40	2.473	0.036	2.367	0.064
45	2.445	0.045	2.230	0.032
50	2.563	0.046	2.228	0.040

Tabella A.83: Valori stimati del parametro di uniformità, $\tilde{\gamma}$ (*Estimate Asymptotic Value, EAV*), e dell'errore standard (*Standard Error, SE*) per le reti DB6 e DB7 estratte alla scala di canale: metodo soglia A_t .

Rete	DB6		DB7	
h(m)	$\tilde{\gamma}$	ES	$\tilde{\gamma}$	ES
10	2.010	0.047	2.104	0.015
15	2.016	0.041	2.032	0.023
20	1.967	0.045	2.041	0.021
25	2.101	0.035	2.090	0.008
30	2.015	0.024	2.060	0.012
35	1.966	0.050	1.996	0.016
40	1.927	0.029	2.018	0.014
45	1.974	0.018	2.010	0.015
50	1.900	0.034	1.938	0.009

Tabella A.84: Valori stimati del parametro di uniformità, $\tilde{\gamma}$ (*Estimate Asymptotic Value, EAV*), e dell'errore standard (*Standard Error, SE*) per le reti DB6 e DB7 estratte alla scala di canale: metodo soglia $(AS^2)_t$.

Rete	DB6		DB7	
h(m)	$\tilde{\gamma}$	ES	$\tilde{\gamma}$	ES
10	1.924	0.031	1.918	0.023
15	1.933	0.028	1.889	0.020
20	1.877	0.034	1.891	0.024
25	1.933	0.055	1.897	0.027
30	1.907	0.047	1.900	0.029
35	1.911	0.035	1.893	0.021
40	1.927	0.029	1.901	0.017
45	1.906	0.025	1.929	0.014
50	1.900	0.049	1.926	0.011

Ringraziamenti

Desidero ricordare coloro che con il loro fondamentale contributo hanno reso possibile la definizione e la stesura di questo lavoro di tesi.

Un ringraziamento particolare va ai miei due Tutor, il prof. Samuele De Bartolo e il prof. Stefano Orlandini, per aver creduto in me e nella validità di questo progetto. Esprimo la mia riconoscenza al prof. Samuele De Bartolo per avermi dato la straordinaria opportunità di entrare a contatto con il fantastico mondo della ricerca trasmettendomi, contemporaneamente, la sua esperienza professionale ed umana. Ringrazio il prof. Stefano Orlandini per avermi trasmesso la metodologia di lavoro, la rapidità e la capacità di affrontare problematiche diverse. Senza il loro supporto e la loro guida sapiente questa tesi non esisterebbe.

Desidero ringraziare il prof. Massimo Veltri, mio relatore di tesi triennale e specialistica, per aver investito la sua conoscenza ed il suo tempo in interessanti confronti e determinanti contributi sull'intero lavoro svolto consigliandomi e guidandomi costantemente.

Un sincero grazie va al prof. Francesco Dell'Accio per avermi supportato nel lavoro di tesi, dandomi preziosi suggerimenti per il miglioramento del presente lavoro di ricerca.

Un sentito riconoscimento va all'ing. Giovanni Moretti per la sua gentilezza e disponibilità ad aiutarmi, attraverso le insistenti ed innumerevoli domande poste e per le infinite discussioni su Skype.

Ringrazio il prof. Taylor Perron del Massachusetts Institute of Technology (MIT) per avermi fornito i dati DEM dei bacini americani analizzati in questo lavoro.

Ringrazio il prof. Andrea Rinaldo e il suo gruppo di ricerca per le interessanti discussioni che abbiamo avuto durante il soggiorno di studio di sette mesi che ho trascorso presso il Laboratorio di Eoidraulica dell'Istituto Politecnico di Losanna (Svizzera). Hanno reso il periodo passato presso il laboratorio di ricerca ricco di stimoli e di conoscenze utili per la mia preparazione.

Desidero ringraziare il Prof. Riccardo Rigon e l'ing. Giuseppe Formetta per l'immenso contributo teorico e metodologico offertomi e la loro dedizione a

seguirmi nello studio delle Optimal Channel Networks.

Ringrazio il coordinatore del corso di Dottorato in Ingegneria Idraulica e Ambientale, prof. Francesco Macchione, e il prof. Carmine Fallico.

Infine vorrei ringraziare la mia famiglia, la mia fidanzata Giusy e la sua famiglia, i miei cognati e i miei amici più cari per avermi supportato durante tutto il periodo della stesura della tesi di dottorato.

Bibliografia

- [1] Albert, R., and A. L. Barabási, (2002), *Statistical mechanics of complex networks*, Reviews of Modern Physics, 74, 47-97.
- [2] Albert, R., and A.L. Barabási, (2004), *Link la scienza delle reti*, Einaudi.
- [3] Andah, K., R. Rosso, and A.C. Taramasso (1987), *The role of quantitative geomorphology in the hydrologic response of river networks*, Water for the Future, edited by J.C. Rodda and N.C. Matalas, IAHS Publications, Wallingford, UK, no.164, p.93-110.
- [4] Bar-Yam, Y., (1997), *Dynamics of Complex System*, Perseus.
- [5] Barenblatt, G. I., (2003), *Scaling*, 188 pp., Cambridge University Press.
- [6] Barthelemy, M., H. E. Stanley, L. A. N. Amaral, and A. Scala, (2000), *Classes of Small-world Networks*, Proceed. of the Nat. Acad. of Sciences, 97, 49-52.
- [7] Bertuzzo, E., A. Maritan, M. Gatto, I. Rodriguez-Iturbe, and A. Rinaldo, (2000), *River networks and ecological corridors: Reactive transport on fractals, migration fronts, hydrochory*, Water Resour. Res., 43.
- [8] Bertuzzo, E., S. Azaele, A. Maritan, M. Gatto, I. Rodriguez-Iturbe, and A. Rinaldo, (2008), *On the space-time evolution of a cholera epidemic*, Water Resour. Res., 44, W01424.
- [9] Bertuzzo, E., R. Casagrandi, M. Gatto, I. Rodriguez-Iturbe, and A. Rinaldo, (2010), *On spatially explicit models of cholera epidemics*, J. R. Soc. Interface, 7, 321-333.
- [10] Bras, R. L., (1990), *Hydrology: an introduction to hydrologic science*, Series in civil engineering, Addison-Wesley.

- [11] Campos, D., J. Fort, and V. Mendez, (2006), *Transport on fractal river networks: application to migration fronts*, Theor. Popul. Biol., 69, 88-93.
- [12] Cavalli, M., (2009), *Caratterizzazione idrologica e morfologica dei bacini montani mediante scansione laser da aeromobile*, Tesi di dottorato di ricerca, Dipartimento Territorio e Sistemi Forestali, Università degli Studi, Padova, 186 pp.
- [13] De Bartolo, S., S. Gabriele, and R. Gaudio, (2000), *Multifractal behaviour of river networks*, Hydrol. Earth Syst. Sci., 4(1), 105-112.
- [14] De Bartolo, S., R. Gaudio, and S. Gabriele, (2004), *Multifractal analysis of river networks: Sandbox approach*, Water Resour. Res., 40(2), W02201, doi:10.1029/2003WR002760.
- [15] De Bartolo, S., L. Primavera, R. Gaudio, A. D'Ippolito, and M. Veltri, (2006a), *Fixed-mass multifractal analysis of river networks and braided channels*, Phys. Rev. E, 74, 026101.
- [16] De Bartolo, S., L. Primavera, and M. Veltri, (2006b), *Estimated generalized dimensions of river networks*, J. Hydrol., 322, 181-191.
- [17] De Bartolo, S., F. Dell'Accio, and M. Veltri, (2009), *Approximations on the Peano river network: the case of low connections applying the Horton-Strahler hierarchy*, Phys. Rev. E, 79, 026108.
- [18] De Mauro, (2000), *Il Dizionario della lingua italiana*, Paravia.
- [19] Dekking, F. M., (1991), *Construction of fractals and dimension problems*, Computat. Geosci.
- [20] Dietrich, W. E., and T. Dunne, (1993), *The channel head*, in *Channel Network Hydrology*, edited by K. Beven and M. J. Kirkby, pp. 175-219, John Wiley and Sons, New York.
- [21] Dodds, P., and D. Rothman, (1999), *Unified view of scaling laws for river networks*, Phys. Rev. E, 59(5), 4865-4877.
- [22] Dodds, P., and D. Rothman, (2000), *Scaling, universality and geomorphology*, Annu. Rev. Earth Planet. Sci., (28), 571-610.
- [23] Dodds, P., and D. Rothman, (2001a), *Geometry of river networks. i. scaling, fluctuations, and deviations*, Phys. Rev. E, 63, 016115.

- [24] Dodds, P., and D. Rothman, (2001b), *Geometry of river networks. ii. distributions of component size and number*, Phys. Rev. E, 63, 016116.
- [25] Dombrádi, E., G. Timár, G. Bada, S. Cloetingh, and F. Horváth, (2007), *Fractal dimension estimations of drainage network in the carpathian-pannonian system*, Global Planet. Change, 58, 197-213.
- [26] Dorogovtsev, and Mendes, (2003), *Evolution of Networks: From Biological Nets to the Internet and WWW*, arXiv:cond-mat/0106144v2.
- [27] Dubrulle, B., F. Graner, and D. Sornette, (1997), *Scale invariance and beyond*, EDP Sciences and Springer, Berlin, Germany.
- [28] Durham, W., (1999), *Euler. The Master of Us All*, Mathematical Association of America.
- [29] El-Sheik, S., R. Rosso, and P. La Barbera (1992), *Analysis of spatial variability of river network morphology, flow and potential energy*, Entropy and Energy Dissipation in Water Resources, edited by V. K. Singh and M. Fiorentino, Kluwer, Dordrecht, p.401-418.
- [30] Erdős, P., and A. Renyi, (1960), *On the evolution of random graphs*, Publications of the Mathematical Institute of the Hungarian Academy of Sciences, 5, 17-61.
- [31] Falconer, K., (1990), *Fractal Geometry*, Mathematical Foundations and Applications, 288 pp., Wiley, New York.
- [32] Feder, J., (1988), *Fractals*, 283 pp., Plenum Press, New York.
- [33] Flammioni, A., and F. Colaiori, (1996), *Exact analysis of the peano basin*, J. Phys. A: Math. Gen., 29, 6701-6708.
- [34] Gaudio, R., S. De Bartolo, L. Primavera, S. Gabriele, and M. Veltri, (2006), *Lithologic control on the multifractal spectrum of river networks*, J. Hydrol., 327, 365-375, doi:10.1016/j.jhydrol.2005.11.025.
- [35] Giusti, E., and W. J. Schneider, (1965), *The distribution of branches in river networks*, Geological Survey Professional Paper, 422-G.
- [36] Gupta, V., and E. Waymire, (1989), *Statistical self-similarity in river networks parameterized by elevation*, Water Resour. Res., 25(3), 463-476.

- [37] Hack, J. T., (1957), *Studies of longitudinal stream profiles in Virginia and Maryland*, U.S. Geol. Surv. Prof. Pap. 294-B.
- [38] Hergarten, S., (2002), *Self-Organized Criticality in Earth Systems*, 250 pp., Springer-Verlag, New York, USA.
- [39] Horton, R.E., (1932), *Drainage basin characteristics*, Transactions of the American Geophysical Union (AGU), 13, 350-361.
- [40] Horton, R.E., (1945), *Erosional development of streams and their drainage basins: hydrophysical approach to the quantitative morphology*, Geological Society American Bulletin, 56, 275-370.
- [41] Howard, A. D., (1971), *Optimal angles of streamjunction: geometric, stability to capture, and minimum power criteria*, Water Resour. Res., 7(4), 863-873.
- [42] Howard, A. D., (1990), *Theoretical model of optimal drainage networks*, Water Resour. Res., 26(9), 2107-2117.
- [43] Ijjasz-Vasquez, E. J., and R. L. Bras, (1995), *Scaling regimes of local slope versus contributing area in digital elevation models*, Geo-morphology, 12(4), 299-311, doi:10.1016/0169-555X(95)00012-T.
- [44] Jiang, L., Q. Qi, Z. Zhang, J. Han, X. Cheng, and A. Zhang, (2008), *The generalization method research of river network based on morph structure and catchments character knowledge*, ISPRS Archives, XXXVII(B4).
- [45] Kirchner, J. W., (1993), *Statistical inevitability of horton's laws and the apparent randomness of stream channel networks*, Geology, 21, 591-594.
- [46] La Barbera, P., and R. Rosso, (1987), *Fractal geometry of river networks*,(abstract), EOS Transactions of the American Geophysical Union (AGU), 68, pp. 1276.
- [47] La Barbera, P., and R. Rosso, (1989), *On the fractal dimension of stream networks*, Water Resour. Res., 25(4), 735-741.
- [48] La Barbera, P., and R. Rosso, (1989), Reply to comment on *On the fractal dimension of stream networks*, by D. G. Tarboton, R. L. Bras and I. Rodriguez-Iturbe, Water Resource Research, 26, pp. 2245-2248.
- [49] Langbein, W. B., (1947), *Topographic characteristics of drainage basins*, U.S. Geol. Surv. Water Supply Pap. 968-C.

- [50] Leopold, L. B., and T. Maddock, (1953), *The hydraulic geometry of stream channels and some physiographic implications*, U.S. Geol. Surv. Prof. Pap. 252.
- [51] Mantilla, R., B. M. Troutman, and V. Gupta, (2010), *Testing statistical self-similarity in the topology of river networks*, J. Geophys. Res., 115, F03038, doi:10.1029/2009JF001609.
- [52] Mandelbrot, B. B., (1975), *Les objets fractals: forme, hasard et dimension*, Flammarion, Paris.
- [53] Mandelbrot, B. B., (1977), *Fractals: Form, Chance and Dimension*, 365 pp., W. H. Freeman and Company, New York.
- [54] Marani, A., R. Rigon, and A. Rinaldo, (1991), *A note on fractal channel networks*, Water Resour. Res., 27, 3041-3049.
- [55] Maritan, A., A. Rinaldo, I. Rodriguez-Iturbe, R. Rigon, and A. Giacometti, (1996), *Scaling in river networks*, Phys. Rev. E, 53(2), 1510-1515.
- [56] Maritan, A., J.R. Banavar, and A. Rinaldo, (1999), *Size and form in efficient transportation networks*, Nature, 399, 130-132.
- [57] Marks, D., J. Dozier, and J. Frew, (1984), *Automated basin delineation from digital elevation data*, GeoProcessing, 2(4), 299-311.
- [58] Meakin, P., (1998), *Fractals, scaling and growth far from equilibrium*, 674 pp., Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- [59] Milgram, S., (1967), *The small world problem*, Psychology Today, 1, 60-67.
- [60] Montgomery, D. R., and W. E. Dietrich, (1988), *Where do channels begin?*, Nature, 336(6196), 232-234.
- [61] Newman, M. E. J., (2003), *The structure and function of complex networks*, SIAM Rev., 45, 167-256.
- [62] O'Callaghan, J., and D. M. Mark, (1984), *The extraction of drainage networks from digital elevation data*, Comput. Vision Graph. Image Process., 28(3), 323-344.

- [63] Orlandini, S., G. Moretti, M. Franchini, B. Aldighieri, and B. Testa, (2003), *Path-based methods for the determination of nondispersive drainage directions in grid-based digital elevation models*, Water Resour. Res., 39(6), 1144, doi:10.1029/2002WR001639.
- [64] Orlandini, S., and G. Moretti, (2009), *Determination of surface flow paths from gridded elevation data*, Water Resour. Res., 45(3), W03417, doi:10.1029/2008WR007099.
- [65] Orlandini, S., P. Tarolli, G. Moretti, and G. D. Fontana, (2011), *On the prediction of channel heads in a complex alpine terrain using gridded elevation data*, Water Resour. Res., 47, W02538, doi:10.1029/2010WR009648.
- [66] Orlandini, S., G. Moretti, and A. Gavioli, (2014), *Analytical basis for determining slope lines in grid digital elevation models*, Water Resour. Res., 50(1), 526-539, doi:10.1002/2013WR014606.
- [67] Peckham, S. D., (1995a), *Self-similarity in the three-dimensional geometry and dynamics of large river basins*, Ph.D. thesis, University of Colorado, Boulder.
- [68] Peckham, S. D., (1995b), *New results for self-similar trees with applications to river networks*, Water Resour. Res., 31(4), 1023-1029.
- [69] Perron, J. T., P. W. Richardson, K. L. Ferrier, and M. Laptre, (2012), *The root of branching river networks*, Nature, 492, 100-104, doi:10.1038/nature11672.
- [70] Plitzuweit, S., (2009), *Effects of Channel Network Geometries on Incision Processes and Channel Hydraulics in Bedrock Streams*, Master Thesis, Ohio University, Ohio.
- [71] Rigon, R., A. Rinaldo, I. Rodriguez-Iturbe, E. Ijjasz-Vasquez, and R. L. Bras, (1993), *Optimal channel networks: a framework for the study of river basin morphology*, Water Resour. Res., 29(6), 1635-1646.
- [72] Rinaldo, A., I. Rodriguez-Iturbe, R. Rigon, R. L. Bras, E. Ijjasz-Vasquez, and A. Marani, (1992), *Minimum energy and fractal structures of drainage networks*, Water Resour. Res., 28(9), 2183-2195.
- [73] Rinaldo, A., I. Rodriguez-Iturbe, and R. Rigon, (1998), *Channel networks*, Annu. Rev. Earth Planet. Sci., 26, 289-327.

- [74] Rinaldo, A., J. Banavar, and A. Maritan, (2006), *Trees, networks, and hydrology*, Water Resour. Res., 42(6), doi:10.1029/2005WR004108.
- [75] Rodriguez-Iturbe, I., and A. Rinaldo, (1997), *Fractal River Networks: Chance and Self-Organization*, 547 pp., Cambridge University Press, New York.
- [76] Rosso, R., (1996), *Foreword, Special Issue on Fractals, Scaling and Nonlinear Variability in Hydrology*, Journal of Hydrology, Vol. 187, p.1.
- [77] Rosso, R., B. Bacchi, and P. La Barbera (1991), *Fractal relation of mainstream length to catchment area in river networks*, Water Resour. Res., 27(3), pp. 381-387.
- [78] Schumm, S., and D. S. R. Chorley, (1984), *Geomorphology*, Edition Methuen.
- [79] Shreve, R. L., (1966a), *Statistical law of stream numbers*, J. Geol., 74, 17-37.
- [80] Shreve, R. L., (1966b), *Stream lengths and basin areas in topologically random channel networks*, J. Geol., 77, 397-414.
- [81] Shreve, R. L., (1967), *Infinite topologically random channel networks*, Journal of Geology, 75, 178-186.
- [82] Singh, V. P., (1988), *Elementary Hydrology*, Prentice-Hall, New Jersey 07632, USA.
- [83] Singh, V. P., (1989), *Hydrologic systems, watershed modeling*, Prentice Hall.
- [84] Sornette, D., (2004), *Critical Phenomena in Natural Sciences, Chaos, Fractals, Self-organization and Disorder: Concepts and Tools*, 528 pp., Springer Series in Synergetics, Heidelberg.
- [85] Strahler, A. N., (1952), *Hypsometric (area-altitude) analysis of erosional topography*, Geological Society America Bulletin, 63, 1117-1142.
- [86] Strahler, A. N., (1957), *Quantitative analysis of watershed geomorphology*, Transactions of the American Geophysical Union (AGU), 38, 913-920.

- [87] Strahler, A. N., (1958), *Dimensional analysis applied to fluviially eroded landforms*, Geological Society America Bulletin, 69, 279-300.
- [88] Strahler, A. N., (1984), *Geografia Fisica*, Piccin Nuova Libreria.
- [89] Strogatz, S.H., and D. J. Watts, (1998), *Collective dynamics of small world networks*, Nature, 393, 440-442.
- [90] Tarboton, D. G., R. L. Bras, and I. Rodriguez-Iturbe, (1988), *The fractal nature of river networks*, Water Resour. Res., 24(8), 1317-1322.
- [91] Tarboton, D. G., (1988), *A new method for the determination of flow directions and upslope areas in grid digital elevation models*, Water Resour. Res., 33, 309-319.
- [92] Tay, L. T., B. S. D. Sagar, and H. T. Chuah, (2006), *Allometric relationships between travel time channel networks, convex hills, and convexity measures*, Water Resour. Res., 42(6), W06502.
- [93] Taylor, J. R., (2000), *Introduzione all'analisi degli errori*, II ed., Zanichelli.
- [94] Troutman, B. M., and T. M. Over, (2001), *River flow mass exponents with fractal channel networks and rainfall*, Adv Water Resour., 24, 967-989.
- [95] Veitzer, S., and V. Gupta, (2000), *Random self-similar river networks and derivations of generalized horton laws in terms of statistical simple scaling*, Water Resour. Res., 36(4), 1033-1048.
- [96] Veitzer, S. A., and V. K. Gupta, (2001), *Statistical self-similarity of width function maxima with implications to floods*, Adv Water Resour., 24, 955-965.
- [97] Willgoose, G., R. L. Bras, and I. Rodriguez-Iturbe, (1991a), *Results from a new model of river basin evolution*, Earth Surface Processes and Landforms, 16, 237-254.
- [98] Willgoose, G., R. L. Bras, and I. Rodriguez-Iturbe, (1991b), *A coupled channel network growth and hillslope evolution model 1. Theory*, Water Resour. Res., 27(7), 1671-1684.
- [99] Willgoose, G., R. L. Bras, and I. Rodriguez-Iturbe, (1991c), *A coupled channel network growth and hillslope evolution model 2. Nondimensionalization*, Water Resour. Res., 27, 1685-1696.

- [100] Willgoose, G., R. L. Bras, and I. Rodriguez-Iturbe, (1991d), *A physical explanation of an observed link area-slope relationship*, Water Resour. Res., 27, 1697-1702.
- [101] Wilson, J., R. L. Gallant, (2000), *Digital terrain analysis*, Wiley, New York, 1-27.
- [102] Zhang, L., and E. Guilbert, (2012), *A study of variables characterizing drainage patterns in river networks*, International Archives of the Photogrammetry, XXXIX-B2.