

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA



# Università della Calabria

Dipartimento di Ingegneria Civile

Dottorato di Ricerca in  
Ingegneria Civile e Industriale

CICLO

XXIX

**Adeguamento antisismico di edifici in c.a. irregolari  
in pianta mediante l'utilizzo di controventi dissipativi:  
modellazione, progettazione ed analisi non lineare**

Settore Scientifico Disciplinare ICAR 09

Coordinatore

Ch.mo Prof. Franco Furgiuele

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'F. Furgiuele', written over the printed name.

Supervisore/Tutor

Ch.mo Prof. Fabio Mazza

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'F. Mazza', written over the printed name.

Dottoranda

Dott.ssa Emilia Pedace

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'Emilia Pedace', written over the printed name.

# Indice

<b>Introduzione.....</b>	<b>1</b>
<b>Capitolo 1.....</b>	<b>6</b>
<b>SISTEMI DI CONTROLLO DELLE VIBRAZIONI.....</b>	<b>6</b>
1.1. Premessa .....	6
1.2. Controllo passivo .....	9
1.3. Controllo semi-attivo .....	11
1.4. Controllo attivo .....	12
1.5. Applicazioni in Italia.....	13
1.6. Applicazioni negli altri paesi .....	17
1.7. Controllo passivo mediante dissipazione supplementare.....	24
1.7.1 Effetto dello smorzamento .....	27
1.7.2 Inquadramento normativo .....	29
1.7.3 Dissipatori con smorzamento dipendente dallo spostamento .....	30
1.7.3.1 Dissipatori ad attrito.....	30
1.7.3.2 Dissipatori isteretici .....	34
1.7.3.3 Dissipatori con proprietà ricentranti.....	41
1.7.4 Dissipatori con smorzamento dipendente dalla velocità.....	43
1.7.4.1 Dissipatori viscoelastici .....	43
1.7.4.2 Dissipatori viscosi.....	47
<b>Capitolo 2.....</b>	<b>52</b>
<b>PROCEDURE DI PROGETTAZIONE DI CONTROVENTI DISSIPATIVI.....</b>	<b>52</b>
2.1 Premessa .....	52
2.2 Metodi di progettazione di dispositivi dissipativi viscosi.....	53
2.2.1 Metodo di Kim et al. (2003).....	53
2.2.2 Metodo di Petti et al. (2004) .....	59
2.2.3 Metodo di Sullivan e Lago (2012). .....	61

2.3	Metodi di progettazione di dispositivi dissipativi visco-elastici.....	68
2.3.1	Metodo di Ponzo et al. (2007).....	68
2.3.2	Metodo di Dall'Asta et al. (2005-2008).....	78
2.3.3	Metodo di Sullivan et al. (2009) .....	84
2.3.4	Metodo di Castaldo e Palazzo (2013) .....	91
2.3.5	Metodo di Mazza e Vulcano (2008, 2014).....	98
2.4	Metodi di progettazione di dispositivi dissipativi fluido-viscosi.....	105
2.4.1	Metodo di Sorace e Terenzi (2008).....	105
2.4.2	Metodo di Silvestri et al. (2010) .....	109
2.5	Metodi di progettazione di dispositivi dissipativi isteretici .....	112
2.5.1	Metodo di Ponzo et al. (2010).....	112
2.5.2	Metodo di Oviedo et al. (2012).....	120
2.5.3	Metodo di Mazza e Vulcano (2008,2014).....	123
2.6	Ulteriori metodi.....	130
2.6.1	Metodo di Losanno et al. (2015).....	131
2.6.2	Metodo di Bergami e Nuti (2014).....	138
<b>Capitolo 3.....</b>		<b>144</b>
<b>PROCEDURA DI PROGETTO PROPOSTA.....</b>		<b>144</b>
3.1	Premessa.....	144
3.2	Procedura di progetto dei controventi dissipativi per strutture regolari in pianta.....	145
3.2.1	Passo 1: Valutazione della curva di pushover.....	145
3.2.2	Passo 2: Calcolo del fattore di smorzamento viscoso equivalente e del periodo efficace....	148
3.2.2.1	Formulazione di Rosenblueth ed Herrera (1964).....	148
3.2.2.2	Formulazione di Mazza e Vulcano (2008).....	150
3.2.3	Passo 3: Rigidezza efficace del controvento dissipativo equivalente.....	152
3.2.4	Passo 4: Resistenza del controvento dissipativo equivalente.....	152
3.2.5	Passo 5: Distribuzione in elevazione dei controventi dissipativi.....	153
3.3	Procedura di progetto dei controventi dissipativi per strutture irregolari in pianta.....	154

3.3.1	Passo 1: Valutazione della curva di pushover .....	154
3.3.1.1	Metodo di Kreslin e Fajfar (2012).....	156
3.3.1.2	Metodo di Chopra e Goel (2002).....	161
3.3.1.3	Metodologie adottate.....	164
3.3.2	Passo 2: Valutazione del fattore di smorzamento viscoso .....	166
3.3.2.1	Metodo di Jacobsen (1960).....	167
3.3.2.2	Metodo di Iwan e Gates (1979).....	169
3.3.2.3	Metodo di Dwairi et al. (2007).....	172
3.3.2.4	Metodo di Rodrigues et al. (2012).....	177
3.3.2.5	Ulteriori metodi per il calcolo del fattore di smorzamento viscoso equivalente.....	184
3.3.2.6	Metodologie adottate.....	187
3.3.2.6.1	Formulazione di Rodrigues (2012).....	187
3.3.2.6.2	Formulazione proposta .....	189
3.3.2.6.2.1	Procedura N.1.....	202
3.3.2.6.2.2	Procedura N.2.....	209
3.3.3	Passo 3: Rigidezza efficace del controvento dissipativo equivalente.....	211
3.3.4.	Passo 4: Resistenza del controvento dissipativo equivalente.....	211
3.3.5	Passo 5: Distribuzione in elevazione dei controventi dissipativi.....	212
3.3.6	Passo 6: Distribuzione in pianta dei controventi dissipativi .....	213
3.3.6.1	Criterio delle rigidezze proporzionali.....	213
3.3.6.2	Criterio delle rigidezze inversamente proporzionali.....	214
<b>Capitolo 4.....</b>		<b>217</b>
<b>MODELLAZIONE E ANALISI NON LINEARI.....</b>		<b>217</b>
4.1	Premessa.....	217
4.2	Modellazione per le analisi statica e dinamica non lineari.....	218
4.2.1	Discretizzazione nello spazio.....	218
4.2.2	Problema elastico .....	224
4.2.3	Moti rigidi e modi deformativi.....	225

4.2.4	Primo modo deformativo naturale.....	227
4.2.5	Secondo e terzo modo deformativo naturale.....	228
4.2.6	Quarto e quinto modo deformativo naturale.....	229
4.2.7	Sesto modo deformativo naturale.....	230
4.2.8	Matrice di rigidezza dei modi naturali.....	232
4.2.9	Modello a plasticità concentrata .....	232
4.2.9.1	Costruzione del dominio elastico.....	232
4.2.9.2	Algoritmo di rientro sulla frontiera del dominio.....	239
4.3	Analisi statica non lineare.....	245
4.3.1	Processo iterativo nell'ambito di ciascun passo dell'analisi.....	247
4.4	Analisi dinamica non lineare.....	249
4.4.1	Processo iterativo nell'ambito di ciascun passo dell'analisi.....	252
4.5	Modellazione a fibre.....	255
4.5.1	Modellazione a livello di sezione (BIAXIAL).....	255
4.5.2	Modellazione a livello di struttura (SEISMOSTRUCT).....	259
<b>Capitolo 5.....</b>		<b>271</b>
<b>CASO STUDIO: IL MUNICIPIO DEL COMUNE DI SPILINGA.....</b>		<b>271</b>
5.1	Premessa.....	271
5.2	Livello di conoscenza.....	271
5.2.1	Geometria.. ..	271
5.2.2	Proprietà meccaniche dei materiali .....	276
5.2.3	Dimensioni degli elementi e dettagli costruttivi.....	281
5.2.4	Progettazione simulata dell'edificio oggetto di studio .....	284
5.2.5	Analisi dei carichi.....	285
5.2.6	Modellazione della struttura.....	289
5.2.7	Dimensioni e dettagli costruttivi degli elementi strutturali.....	291
5.2.8	Livelli prestazionali .....	295
5.3	Progettazione dei controventi dissipativi.....	299

5.3.1	Progettazione dei controventi dissipativi in base alla Pushover 3D .....	299
5.3.2	Progettazione dei controventi dissipativi in base al metodo N2 Esteso.....	301
5.3.2.1	Variabilità della distribuzione in pianta dei controventi dissipativi.....	301
5.3.2.2	Variabilità dei parametri di progetto dei controventi dissipativi.....	302
<b>Capitolo 6.....</b>		<b>312</b>
<b>RISULTATI NUMERICI.....</b>		<b>312</b>
6.1	Premessa .....	312
6.2	Verifica della modellazione non lineare per la struttura originaria.....	312
6.2.1	Confronto fra il modello a fibre (FM) ed il modello a falde (FSM).....	313
6.2.2	Confronto fra il modello a fibre (FM) ed il modello a plasticità concentrata (LPM).....	317
6.3	Confronto fra il metodo N2 Esteso e il metodo della Pushover 3D .....	323
6.4	Calcolo del fattore di smorzamento viscoso equivalente.....	329
6.4.1	Procedura 1.....	329
6.4.2	Procedura 2.....	341
6.4.3	Coefficiente correttivo dello smorzamento equivalente e formula proposta.....	341
6.5	Confronto tra soluzioni progettuali mediante analisi statica non lineare 3D.....	349
6.6	Confronto tra soluzioni progettuali mediante analisi dinamica non lineare 3D.....	354
6.6.1	Input sismico.....	354
6.6.2	Indagine numerica.....	357
Appendice A1: Fattore di smorzamento viscoso equivalente al variare dei parametri di progetto.....		368
<b>Conclusioni.....</b>		<b>458</b>
<b>Bibliografia.....</b>		<b>462</b>

## Introduzione

La crescente preoccupazione riguardante gli ultimi eventi sismici verificatisi in Italia negli ultimi decenni, ha portato alla luce la problematica della vulnerabilità sismica degli edifici esistenti in cemento armato. Ciò è dovuto al fatto che, la stragrande maggioranza degli edifici esistenti è stata realizzata tenendo conto di vecchie normative nelle quali non erano incluse le conoscenze attuali e quindi non in grado di fornire validi criteri per la stima delle azioni sismiche di progetto e per la scelta delle caratteristiche strutturali e dei dettagli costruttivi. Oltre all'aspetto legato alla normativa, vi sono problemi legati alle carenze durante la fase realizzativa (ad esempio, uso di materiali non adeguati), alla scarsa conoscenza della struttura e degli elementi che la compongono (spesso legata alla perdita di documentazione di progetto) e agli eccessivi costi per raggiungere informazioni dettagliate sulla costruzione. L'importanza maggiore ricade sulle strutture ad uso pubblico, poiché per la loro destinazione d'uso vi è un maggiore rischio di perdite di vite umane in caso di evento sismico di una certa importanza.

Queste problematiche evidenziano, quindi, il problema dell'adeguamento sismico delle costruzioni in c.a. e la necessità di avere delle tecniche di protezione sismica adeguate e più efficaci di quelle tradizionali. Questi problemi possono essere superati, in buona parte o totalmente, ricorrendo a tecniche di controllo passivo delle vibrazioni sismiche, che consentono la dissipazione di buona parte dell'energia ceduta dal sisma alla struttura. Oggetto del presente lavoro, è la proposta di una procedura di progetto di controventi dissipativi di tipo isteretico ai fini dell'adeguamento antisismico di edifici in c.a. irregolari in pianta.

Diverse procedure progettuali, seguendo approcci più o meno sofisticati, sono state proposte in letteratura. A parte le differenze fra gli approcci seguiti dai diversi autori proponenti, si possono distinguere metodi di ottimizzazione strutturale (più complessi) e metodi semplificati. Questi ultimi mirano a conseguire, per un determinato livello d'intensità sismica, un prescelto livello prestazionale combinando l'analisi statica non lineare ("pushover") della struttura, con l'analisi spettrale di un sistema equivalente ad un grado di libertà.

L'edificio oggetto di studio, progettato e realizzato nel 1962, è situato nel Comune di Spilinga in provincia di Vibo Valentia. La costruzione è adibita a sede municipale. Il municipio di Spilinga, dal punto di vista normativo, è stato progettato seguendo le indicazioni contenute nel Regio Decreto del 22 Novembre 1937 n° 2105, con il quale si cominciava a classificare il territorio italiano in due zone sismiche. Con questo decreto la zona del comune di Spilinga era classificata come zona sismica di prima categoria così come è classificata dall'attuale normativa italiana. L'edificio è stato

realizzato con una struttura intelaiata in calcestruzzo armato ordinario ed è costituito da due piani fuori terra. Dal punto di vista planimetrico invece presenta irregolarità in pianta in quanto la sua forma è assimilabile a quella di una “L”.

Gli elaborati architettonici, realizzati da altri professionisti in occasione di uno studio precedente sull'edificio, hanno consentito l'individuazione dell'organismo strutturale resistente alle azioni orizzontali e verticali (per es., geometria della struttura, elementi strutturali e le loro dimensioni). Successivamente è stato effettuato un rilievo visivo a campione a verifica dell'effettiva corrispondenza del costruito ai disegni. Le proprietà meccaniche del calcestruzzo strutturale sono state determinate mediante prove sclerometriche ed ultrasoniche. Per quanto riguarda, invece, le barre di armatura negli elementi strutturali, il rilievo è stato effettuato con metodi magnetici (con pacometro). La disponibilità di informazioni con riferimento alla geometria, ai dettagli costruttivi e alle proprietà dei materiali ha consentito di definire un livello di conoscenza LC1. È stato, quindi, effettuato un progetto simulato per poter risalire con precisione ai dettagli costruttivi dei vari elementi strutturali, per il quale si è fatto riferimento alle normative vigenti e alle proprietà tipiche dei materiali all'epoca della costruzione.

L'edificio è stato adeguato sismicamente, inserendo dei controventi dissipativi, che sono stati progettati in base alla Pushover 3D e al metodo N2 Esteso. Sono state effettuate sia analisi statiche che dinamiche non lineari, utilizzando un codice di calcolo in C++ appositamente messo a punto, con cui effettuare le analisi di strutture tridimensionali. A tal fine si è proposto un modello a plasticità concentrata (“Lumped Plasticity Model”, LPM), basato su un modello a superfici piane (“Flat Surface Model”, FSM) del dominio elastico delle sezioni in c.a., che viene implementato attraverso il codice di calcolo. Al fine di valutare l'affidabilità della formulazione e del codice realizzato, con riferimento all'edificio oggetto di studio, vengono confrontati i risultati ottenuti con quelli di software commerciali basati su modelli a fibre. In particolare, i risultati numerici che sono stati ottenuti utilizzando il modello a fibre (FM), disponibile all'interno del programma Biaxial, vengono utilizzati per testare l'efficacia, a livello di sezione, del modello a falde (FSM). I domini elastici, schematizzati in 26 superfici piane, ottenuti col modello FSM, vengono confrontati con i domini ottenuti col modello FM, per diversi valori dei carichi assiali. In seguito si confrontano i due modelli, considerando, i domini di flessione biassiale, corrispondenti a diversi valori dello sforzo normale. Successivamente, i risultati numerici ottenuti utilizzando il modello a fibre (FM), disponibile all'interno del programma SeismoStruct, vengono utilizzati, per poter calibrare, a livello di struttura, il modello LPM+FSM. Vengono, quindi, svolte le analisi statiche non lineari dell'edificio di Spilinga, lungo le direzioni principali in pianta. Si confrontano le curve di capacità

dell'edificio di Spilinga, ottenute dalle analisi statiche non lineari, lungo le direzioni principali in pianta, in riferimento al modello LPM+FSM, con quelle ottenute mediante il modello FM, utilizzando una distribuzione di carico uniforme e una triangolare e in riferimento al taglio alla base e allo spostamento all'ultimo piano normalizzati rispetto al peso totale e l'altezza totale della struttura, rispettivamente.

Il progetto dei controventi dissipativi viene svolto attraverso una procedura di progetto prestazionale basata sul controllo degli spostamenti che generalizza una preesistente procedura relativa ad edifici regolari. Le differenze sostanziali fra la procedura di progetto per le strutture regolari e quella per le strutture irregolari in pianta, sono tre: 1) l'utilizzo del metodo N2 Esteso anziché il metodo N2 base; 2) la biassialità del coefficiente di smorzamento viscoso equivalente; 3) i criteri di rigidezza proporzionale e inversamente proporzionale, utilizzati per effettuare la distribuzione in pianta dei controventi dissipativi.

L'edificio in esame è stato studiato considerando sia l'analisi Pushover 3D che il metodo N2 Esteso, per poter capire se questo ultimo consente di ottenere risultati affini alla Pushover 3D e quindi se può essere utilizzato come unico metodo per l'analisi sismica di strutture, in quanto meno oneroso. Come detto in precedenza, utilizzando il metodo N2 Esteso, i risultati dell'analisi pushover vengono corretti attraverso dei coefficienti correttivi, che nel caso in esame, si riferiscono solo alla irregolarità in pianta dell'edificio.

Il secondo punto fondamentale, della procedura proposta, è rappresentato dal calcolo del fattore di smorzamento. In letteratura esistono molte formule per il calcolo di tale fattore, ma tutte si riferiscono ad azioni uniassiali. Affinché il coefficiente di smorzamento viscoso tenga in considerazione la biassialità delle azioni che agiscono sulle strutture, si è proposta una nuova formula per il suo calcolo, generalizzando la formula proposta da Jacobsen.

Il terzo aspetto importante di cui si è tenuto conto, nella procedura di progetto dei controventi dissipativi, proposta, è rappresentato dalla distribuzione in pianta dei controventi dissipativi. A differenza della procedura per le strutture regolari si tengono in considerazione gli effetti torsionali che la struttura può subire. La ripartizione della rigidezza in pianta può essere effettuata secondo due diversi approcci: approccio delle rigidezze proporzionali e approccio delle rigidezze inversamente proporzionali. Col primo approccio, la distribuzione delle rigidezze dei controventi in pianta, viene effettuata mantenendo invariata l'eccentricità, cioè mantenendo invariata la posizione del baricentro delle rigidezze rispetto al baricentro delle masse, mentre il secondo approccio, è basato sul concetto di voler annullare gli effetti torsionali (elastici) sulla struttura.

L'affidabilità della procedura di progetto proposta, viene verificata, facendo variare i parametri di progetto dei controventi dissipativi (duttilità del telaio e coefficiente di incrudimento) e considerando due disposizioni in pianta dei controventi dissipativi. In particolare, nell'analisi statica non lineare, sono stati considerati tre casi progettuali, cioè tre diversi valori della duttilità del telaio, mentre si ha un unico valore per la duttilità ed il coefficiente di incrudimento dei controventi dissipativi. Per l'analisi dinamica non lineare dell'edificio, invece, sono stati considerati cinque casi, variando sia la duttilità del telaio che il coefficiente di incrudimento dei controventi dissipativi.

In definitiva, le analisi statiche e dinamiche non lineari, dopo l'analisi preliminare, in cui si è stabilito che il metodo N2 Esteso è affidabile quanto la Pushover 3D, sono state effettuate utilizzando il metodo N2 Esteso e il criterio di rigidità inversamente proporzionale, per diversi valori dei parametri progettuali e due disposizioni in pianta dei controventi dissipativi, una in cui sono disposti solo esternamente e una in cui sono disposti anche internamente al perimetro della struttura.

Di seguito, si illustra sinteticamente, il contenuto dei capitoli del lavoro di tesi.

Nel **Capitolo 1** vengono presentate le varie tipologie di dispositivi per il controllo passivo: dispositivi dissipativi dipendenti dallo spostamento, dispositivi dipendenti dalla velocità, dispositivi ricentranti. Inoltre, vengono illustrate le disposizioni delle Norme Tecniche per le Costruzioni (D.M. 14/01/2008, NTC '08) e della Circolare n°617 del 02/02/09 riguardo alla protezione sismica mediante sistemi di controllo passivo delle vibrazioni. In aggiunta, si illustrano alcuni punti di interesse di normative internazionali come la FEMA (Federal Emergency Management Agency), per ovviare alle scarse indicazioni presenti nella normativa Italiana, riguardo al tema dei controventi dissipativi.

Nel **Capitolo 2** l'attenzione è stata rivolta ad alcuni dei principali criteri di progetto dei controventi dissipativi presenti in letteratura. I criteri di progetto dei controventi dissipativi si riferiscono ad approcci diversi, basati su: controllo delle forze ("Force-Based Design", FBD); controllo degli spostamenti ("Direct-Displacement-Based Design", DDBD); criteri energetici ("Energy-Based Design", EBD).

Nel **Capitolo 3** viene illustrata la procedura di progetto dei controventi dissipativi nel caso di edifici regolari, presa come base per lo sviluppo di una formulazione estesa adatta ai problemi di adeguamento per edifici caratterizzati da irregolarità in pianta. Successivamente, viene esposta la procedura di progetto proposta che si basa sul metodo N2 Esteso, che combina l'analisi statica non lineare secondo le direzioni principali in pianta dell'edificio con l'introduzione di un coefficiente

correttivo determinato attraverso l'analisi modale. Inoltre, viene proposta una nuova formula per il calcolo del coefficiente di smorzamento viscoso. Si parte dalla formula proposta da Jacobsen e si effettua la generalizzazione della procedura di Jacobsen per un sistema tridimensionale con controventi dissipativi. L'affidabilità della formulazione proposta è stata verificata confrontando gli spostamenti di analisi dinamiche non lineari e lineari equivalenti, al fine di quantificare lo scarto nei risultati.

Nel **Capitolo 4** viene descritto il codice di calcolo, implementato in C++, appositamente messo a punto per le analisi statiche e dinamiche non lineari di strutture intelaiate in c.a. tridimensionali, con e senza controventi dissipativi. Si illustra il modello proposto a plasticità concentrata ("Lumped Plasticity Model", LPM), basato su un modello a superfici piane ("Flat Surface Model", FSM) del dominio elastico delle sezioni in c.a., che descrivono la risposta degli elementi strutturali in c.a.. L'affidabilità della formulazione e del codice realizzato, con riferimento all'edificio oggetto di studio, vengono verificati nel capitolo 6, confrontando i risultati ottenuti con quelli di software commerciali basati su modelli a fibre. A tal fine, viene riportata una sintetica descrizione dei software utilizzati per testare l'affidabilità della formulazione numerica proposta.

Nel **Capitolo 5** si illustra il caso di studio analizzato, rappresentato da un edificio esistente in c.a. per il quale erano disponibili i risultati di un'estesa campagna di indagine volta a caratterizzare la struttura, sia dal punto di vista geometrico che da quello delle resistenze dei materiali. Inoltre, viene illustrato il progetto simulato della struttura test, condotto sulla base della normativa vigente all'epoca della costruzione, ed il progetto dei controventi dissipativi in una variante di soluzioni legate sia alla scelta dei parametri di progetto che alle distribuzioni in pianta.

Nel **Capitolo 6** vengono esposti i risultati conseguiti, con le relative considerazioni in merito a quello che è stato ottenuto. Sono state effettuate sia analisi statiche che dinamiche non lineari utilizzando il codice di calcolo in C++. Con la Pushover 3D e nell'analisi dinamica non lineare, le analisi della struttura vengono svolte variando la direzione dell'azione sismica, da 0° a 360°, mentre utilizzando il metodo N2, l'azione sismica viene applicata alla struttura solo secondo le direzioni principali della pianta dell'edificio.

# Capitolo 1

## Sistemi di controllo delle vibrazioni

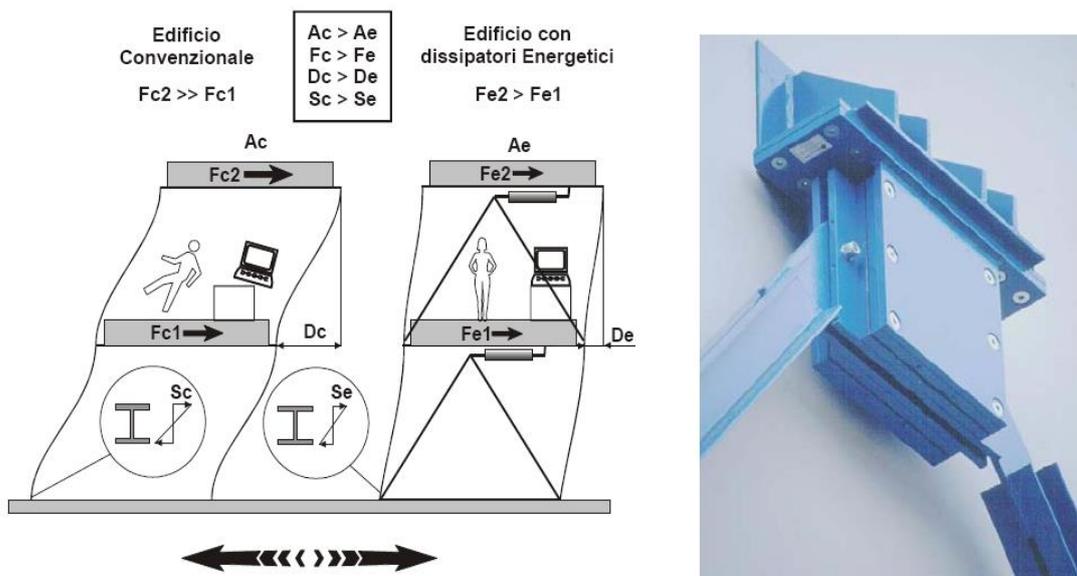
### 1.1 Premessa

Fino ai primi anni del 2000, l'Italia era sostanzialmente divisa in due aree: un'area (a sua volta divisa in tre aree, caratterizzate da rischio sismico di intensità differente) in cui la progettazione veniva eseguita tenendo conto oltre che dei carichi statici anche dell'azione sismica, e un'area in cui l'azione sismica poteva essere trascurata. Dopo l'evento del 2002 di San Giuliano di Puglia (Molise) e in seguito ai terremoti dell'Aquila (6 aprile 2009) con Magnitudo 5.8 e dell'Emilia Romagna (20 maggio 2012) con Magnitudo 5.9, si è visto che tale suddivisione del territorio non era esatta. Si è rimediato con l'introduzione dell'Ordinanza n. 3274 del 20 marzo 2003, in cui non vi è più la suddivisione dell'intero territorio Italiano in area sismica e area non sismica. Si ha una ripartizione in 4 zone: dalla zona 4, con accelerazioni al suolo di lieve intensità, alla zona 1, con accelerazioni al suolo più importanti. Gli eventi sismici avvenuti hanno quindi messo in evidenza uno dei problemi più gravi legato alle strutture in Italia: l'adeguamento sismico di edifici esistenti. Le nuove Norme Tecniche per le costruzioni, introdotte con il D.M. del 14/01/08, e la successiva Circolare n. 617 del 02/02/09 hanno portato ulteriori innovazioni: al posto della divisione in 4 zone, si è introdotto un reticolo di riferimento, in cui ogni lato del riquadro è lungo 10 km e per ogni suo vertice è indicata l'accelerazione al suolo. Oltre a questa novità si sono rimodellate in tutto o in parte le precedenti indicazioni sulla pericolosità sismica, la valutazione sulle azioni da considerare nella fase di progetto di un'opera, i metodi usati per l'analisi e la verifica delle strutture, la qualificazione ed accettazione dei materiali e soprattutto con la Circolare si è rivalutato in maniera significativo l'approccio per la valutazione della vulnerabilità sismica nei riguardi delle costruzioni esistenti e le tecniche di intervento per migliorare le prestazioni delle stesse in caso di un evento sismico di forte intensità. Vi è, quindi, l'esigenza di studiare sistemi che siano in grado di ridurre in maniera significativa l'energia sottoposta dall'evento sismico alla costruzione. Tra i vari sistemi analizzati, quelli di uso frequente sulle costruzioni esistenti sono i sistemi di controllo passivo: per controllo passivo si intendono quei sistemi che non necessitano di nessun apporto di energia esterna per funzionare. Oltre ai sistemi di controllo passivo possono essere utilizzati sistemi di controllo attivo e semi-attivo: con tali sistemi il moto di una struttura viene controllato o modificato attraverso un apparato di controllo alimentato da una fonte di energia esterna. Il sistema semi-attivo si differenzia in quanto richiede solo una quantità di energia nominale per correggere le proprie

proprietà meccaniche e, a differenza dei sistemi attivi, non aggiungono energia alla struttura. Infine, si possono avere anche dei sistemi di controllo ibrido, dati dall'unione di un sistema di controllo passivo ed un sistema di controllo attivo. A parità di prestazioni, il vantaggio risiede nella minore richiesta al sistema attivo in termini di forza ed energia.

Le tecniche maggiormente utilizzate sono quella della dissipazione supplementare di energia e l'isolamento alla base.

La dissipazione di energia è una strategia costruttiva complementare a quella dell'isolamento, basata sulla trasformazione in calore (questo significa "dissipazione") dell'energia sismica penetrata nella struttura attraverso le fondazioni. Tale trasformazione è attuata mediante dispositivi capaci di dissipare elevati quantitativi d'energia ed installati in posizioni dove essi sono in grado di attrarre e concentrare la maggior parte di tale energia.



**Fig. 1.1. Schema funzionamento dissipatori energetici.**

I dispositivi sono, in genere, inseriti in aste di controvento, disposte diagonalmente nelle maglie strutturali, o nei collegamenti tra tali aste e la struttura stessa, e dissipano energia grazie al movimento relativo tra i piani adiacenti dell'edificio. Si riducono, in tal modo, i movimenti della costruzione, evitando il danneggiamento delle parti strutturali e minimizzando quello delle parti non strutturali.

In sintesi il funzionamento e l'efficacia di tali dispositivi consiste nell'abbattere lo spettro di risposta:

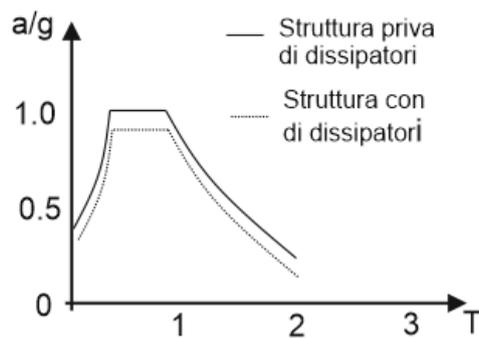


Fig. 1.2. Vantaggi dell'uso dei dissipatori.

Nell'equazione del moto:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{X\} = -[M]\{u\} \quad [1.1]$$

i dissipatori puri intervengono a modificare unicamente la matrice dello smorzamento viscoso  $[C]$ . Dove  $M$  è la matrice delle masse,  $K$  la matrice di rigidità,  $x$  è lo spostamento e  $u$  rappresenta il moto applicato al sistema.

Rispetto all'obiettivo di proteggere la struttura, i sistemi dissipativi sono ovviamente meno efficaci di quelli d'isolamento, perché lasciano entrare inalterata l'energia sismica nella struttura e questo perché, per attivarsi e funzionare, hanno la necessità che quest'ultima si deformi (non possono, quindi, ridurre gli spostamenti relativi nella stessa misura con cui riescono a farlo i sistemi d'isolamento). Per contro essa è applicabile a qualsiasi tipo di edificio ed a qualsiasi condizione di terreno di fondazione. Inoltre risulta d'uso più agevole nella applicazione degli edifici esistenti, permettendo di realizzare interventi di impatto limitato che, a fronte dei maggiori costi dei dispositivi, garantiscono migliori prestazioni rispetto a quelli tradizionali e minori costi per il rifacimento delle rifiniture.

Una classificazione delle tipologie di tali dispositivi dissipativi può essere effettuata in base alle modalità di trasformazione dell'energia in ingresso.

Distinguiamo quindi:

- dissipatori ad attrito: la dissipazione avviene in appositi giunti mediante scorrimento fra superfici rivestite di materiale ad alto coefficiente di attrito;
- dissipatori isteretici: la dissipazione avviene attraverso la plasticizzazione di elementi in acciaio o piombo;

- dissipatori viscosi: la dissipazione avviene tramite liquidi altamente viscosi in speciali apparecchiature oleodinamiche;
- dissipatori viscoelastici: devono il loro comportamento elastico-dissipativo alle proprietà meccaniche di uno speciale fluido polimerico di composizione siliconica;
- dispositivi ricentranti: caratterizzati dalla capacità di subire elevate deformazioni con un comportamento non lineare e dall'assenza di deformazioni residue all'atto dello scarico e sono in grado di tornare ad assumere la loro forma iniziale.

La collocazione dei dispositivi dissipativi può avvenire sia all'esterno, in corrispondenza della base o lateralmente alla costruzione, che all'interno della struttura, combinandoli con i controventi, nei quali si concentrano le funzioni irrigidenti e dissipative.

Se è presente un nucleo di irrigidimento, la sistemazione più opportuna è nelle zone di maggiori spostamenti relativi fra nucleo e struttura circostante, quindi lateralmente, a livello dei vari piani, a seguire i movimenti traslazionali degli impalcati, o adiacenti alla base per sfruttare gli spostamenti verticali conseguenti alle rotazioni del nucleo.

Questa tecnica è particolarmente utile nel caso in cui l'isolamento sismico non sia applicabile o sia sconsigliato, ovvero quando:

- l'edificio è troppo flessibile oppure il terreno su cui poggia è troppo soffice e si potrebbero verificare problemi di risonanza;
- si tratta di interventi di adeguamento o miglioramento sismico di edifici esistenti che non presentano (o non permettono di realizzare) giunti sufficientemente ampi, rispetto agli edifici adiacenti, da permettere gli inevitabili spostamenti rigidi (che, come si è detto, possono raggiungere alcune decine di centimetri).

## 1.2 Controllo passivo

Fanno parte del controllo passivo le tecniche che mirano a disaccoppiare il moto della struttura da quello del terreno ("isolatori") o che mirano a dissipare l'energia in ingresso mediante opportuni dispositivi ("dissipatori") trasformandola in forme più innocue (attrito, isteresi) nei confronti della vulnerabilità al danneggiamento. Naturalmente nessuna delle due tecniche esclude l'altra, possono infatti essere usate anche contemporaneamente a formare i cosiddetti sistemi misti a "smorzamento di massa" ed "ibrido passivo". Le caratteristiche degli isolatori e dei dissipatori sono stabilite in

fase di progetto e rimangono tali per tutta la vita della struttura (gli effetti di invecchiamento dei materiali sono in genere trascurabili).

Seguendo un approccio di tipo energetico si può inquadrare il problema scrivendo la seguente equazione di bilancio:

$$E_{in}(t) = E_s(t) + E_h(t) + E_k(t) + E_f(t) + E_v(t) \quad [1.2]$$

$$E_{in}(t) = E_i^E(t) + E_i^F(t) \quad [1.3]$$

essendo:

$E_{in}(t)$  = energia in ingresso data dalla somma dell'energia di input del sisma  $E_i^E(t)$  e dell'energia fornita dalla forzante esterna  $E_i^F(t)$ ;

$E_s(t)$  = energia elastica di deformazione assorbita dalla struttura (recuperabile);

$E_h(t)$  = energia globalmente dissipata per isteresi (dagli elementi strutturali e/o da opportuni dispositivi);

$E_k(t)$  = energia cinetica dell'intero sistema strutturale;

$E_v(t)$  = energia dissipata per smorzamento viscoso;

$E_f(t)$  = energia dissipata per attrito.

L'equazione di bilancio energetico fornisce uno strumento molto efficace per individuare quali sono le possibili strategie da adottare per superare un prefissato evento sismico (De Luca e Serino, 1988).

Le alternative che si presentano al progettista sono le seguenti:

- 1) riduzione dell'energia in input, modificando le caratteristiche dinamiche del sistema;
- 2) incremento dell'energia dissipata dallo smorzamento viscoso, quindi introduzione di dispositivi che consentono di dissipare energia mediante forze proporzionali alla velocità;
- 3) incremento della capacità di dissipazione plastica della struttura. L'energia complessivamente dissipata per isteresi in tutta la struttura, dipende dalle caratteristiche dei singoli cicli (duttilità e assenza di degrado) e dalla possibilità che si abbia un danneggiamento diffuso, nonché dalla presenza di eventuali dispositivi dissipativi a comportamento isteretico (indipendente dalla velocità);
- 4) incremento dell'energia dissipata dalla forza di controllo.

### 1.3 Controllo semi-attivo

Un compromesso tra sistemi a controllo attivo e passivo sono i sistemi a controllo semi-attivo i quali abbinano il vantaggio della realizzabilità, tipica dei sistemi a controllo passivo, con la capacità di risposta dei sistemi a controllo attivo.

Nei sistemi a controllo semi-attivo l'azione di controllo si realizza tramite la regolazione, in tempo reale, dei parametri meccanici di opportuni dispositivi, i quali interagiscono "passivamente" con il resto della struttura.

Le modalità di regolazione di tali parametri sono determinate, sulla base di un prescelto algoritmo di controllo, in funzione dell'eccitazione e/o della risposta strutturale. Quindi, come per il controllo attivo, il sistema necessita di sensori, processori ed attuatori, l'energia esterna richiesta, però, è minima rispetto a tali sistemi (quanto basta a modificare le caratteristiche meccaniche dei dispositivi) e può essere fornita, ad esempio, da una semplice batteria.

In caso di malfunzionamento, il sistema semi-attivo garantisce comunque un certo livello di protezione 'passiva'.

I dispositivi MR rappresentano un'applicazione di un sistema per il controllo semi-attivo delle vibrazioni strutturali. Si tratta di dispositivi oleodinamici contenenti un fluido magnetoreologico, in grado cioè di variare le proprie caratteristiche meccaniche (in particolare la viscosità) al variare del campo magnetico in cui il sistema si trova immerso. A sua volta, il campo magnetico può essere agevolmente modificato controllando una corrente di bassa potenza che passa in circuiti elettrici opportunamente collocati attorno al dispositivo: con un semplice 'click' è possibile, in pochi millisecondi, aumentare anche di 50 volte la rigidità del dispositivo.

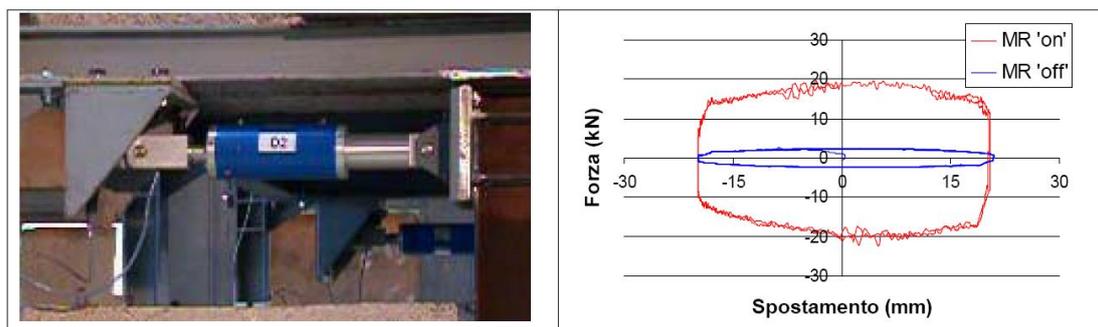


Fig. 1.3. Dispositivo MR e suo cambiamento delle caratteristiche meccaniche.

I dispositivi MR vengono in genere posti fra 'pavimento' e 'soffitto' di una struttura tramite un controvento flessibile. Quando viene fatta passare corrente nel circuito, i dispositivi diventano rigidi (condizione detta MR 'on') ed il controvento elastico viene deformato ed accumula energia.

Interrompendo il flusso di corrente, il dispositivo diventa meno rigido (MR 'off') ed il controvento ritorna nella sua posizione iniziale, dissipando l'energia precedentemente accumulata. Gli istanti in cui ciò deve accadere sono stabiliti da un opportuno algoritmo di controllo, inserito in un computer collegato ad una rete di sensori opportunamente distribuiti sulla struttura.

## 1.4 Controllo attivo

Il controllo attivo comprende l'insieme di quei sistemi dotati della capacità di intervenire nel processo dinamico attraverso apporto di energie esterne, in funzione dello stato istantaneo generato dalle azioni esterne, mediante contromisure "intelligenti", in modo da regolare più favorevolmente il processo dinamico cui sono soggetti.

Si realizza attraverso tre componenti: 1) sensori, installati in posizione conveniente, che misurano l'eccitazione esterna e/o la risposta strutturale; 2) calcolatori, che analizzano le misure dei sensori sulla base di opportuni algoritmi derivati dalla teoria del controllo ottimale e definiscono le azioni di controllo; 3) attuatori, che applicano alla struttura le forze di controllo stabilite dai calcolatori.

I sistemi di controllo attivo sono generalmente classificati in funzione del tipo di misure effettuate, oppure del tipo di attuatore impiegato. In funzione del tipo di misure effettuate, si distinguono in sistemi a ciclo aperto, in sistemi a ciclo chiuso e in sistemi a ciclo aperto/chiuso.

I sistemi a ciclo aperto (altrimenti detti non retro-attivi) valutano le forze di controllo mediante misure della sola eccitazione. I sistemi a ciclo chiuso (retro-attivi) valutano le forze di controllo in base alla sola risposta. Nei sistemi a ciclo aperto/chiuso le forze di controllo sono valutate avvalendosi sia delle misure di eccitazione, sia delle misure di risposta.

In funzione del tipo di attuatore impiegato, i sistemi di controllo attivo sono normalmente divisi in due categorie principali: i sistemi a tendine e i sistemi a massa attiva.

I sistemi a tendine (Active Tendon Control System) consistono di cavi d'acciaio, del tipo usato per il cemento armato precompresso, connessi alla struttura e collegati, mediante carrucole, a un servo-meccanismo elettro-idraulico che ne comanda lo stato di tensione.

I sistemi a massa attiva (Active Mass Damper) prevedono che sulla struttura sia installata una massa analoga al TMD. Anziché accordata sulla frequenza del modo da attenuare, la massa è sottoposta a forze di controllo realizzate, anche in questo caso, da un servo-meccanismo elettro-idraulico. In questo modo la massa aggiunta non è più un elemento passivo, bensì uno strumento in grado di attivarsi in funzione della situazione che di volta in volta si presenta.

Il vantaggio principale dei sistemi attivi è che, se l'algoritmo di controllo adottato è corretto, la risposta della struttura può essere precisamente controllata dal sistema; gli svantaggi vanno ricercati negli alti costi di realizzazione e di manutenzione, e nel fatto che in caso di malfunzionamento del sistema, la struttura si trova in condizioni non protette.

Un ulteriore limite dei sistemi attivi è dato dalla loro lentezza. Attivare attuatori idraulici, aprire e chiudere servovalvole e spostare pesanti masse inerziali richiede potenza e, soprattutto, tempo. Se ciò può essere fatto con successo nel caso dell'azione del vento (tutto sommato abbastanza lenta), risulta assolutamente impossibile seguire le repentine accelerazioni di un terremoto. Questo problema è stato superato con la filosofia del controllo semiattivo, in cui le forze richieste vengono messe a disposizione dall'evento naturale stesso grazie alla deformazione di opportuni controventi d'acciaio installati fra punti della struttura naturalmente sottoposti a spostamento relativo, e da una nuova generazione di dissipatori energetici in grado di cambiare le proprie caratteristiche in modo pressoché istantaneo.

## **1.5 Applicazioni in Italia**

Le prime applicazioni in Italia dell'isolamento sismico e dei sistemi dissipativi furono possibili in quanto la Legge N. 64, che fino all'8 maggio 2003 regolava in Italia le costruzioni in zona sismica, non escludeva la possibilità di utilizzo di tali sistemi.

Nel 1990 si ha la prima grande realizzazione italiana dell'isolamento sismico alla base, ovvero il Centro regionale della Telecom Italia di Ancona. Su tale edificio, fondato su isolatori elastomerici ad alto smorzamento (HDRB), furono effettuate le prime prove al mondo di grandi dimensioni; infatti l'edificio fu fatto vibrare spostandolo trasversalmente di ben 110 mm.

Negli anni successivi l'applicazione delle suddette tecnologie, però, subì un brusco ed inatteso arresto, dovuto soprattutto al parere dell'attuale Ministero dei Lavori Pubblici che giudicò l'applicazione agli edifici della Telecom Italia di Ancona non conforme alla Legge N. 64.

Solo nel 1998 la situazione si sbloccò. Infatti, il Servizio Tecnico Centrale del Ministero dei Lavori Pubblici emise le sue linee guida per strutture isolate. Ma ad agevolare la ripresa furono soprattutto gli eventi sismici che colpirono il paese in quel periodo. Tuttavia, la diffusione di questi sistemi era rallentata dal complicato iter burocratico necessario per l'approvazione dei progetti.

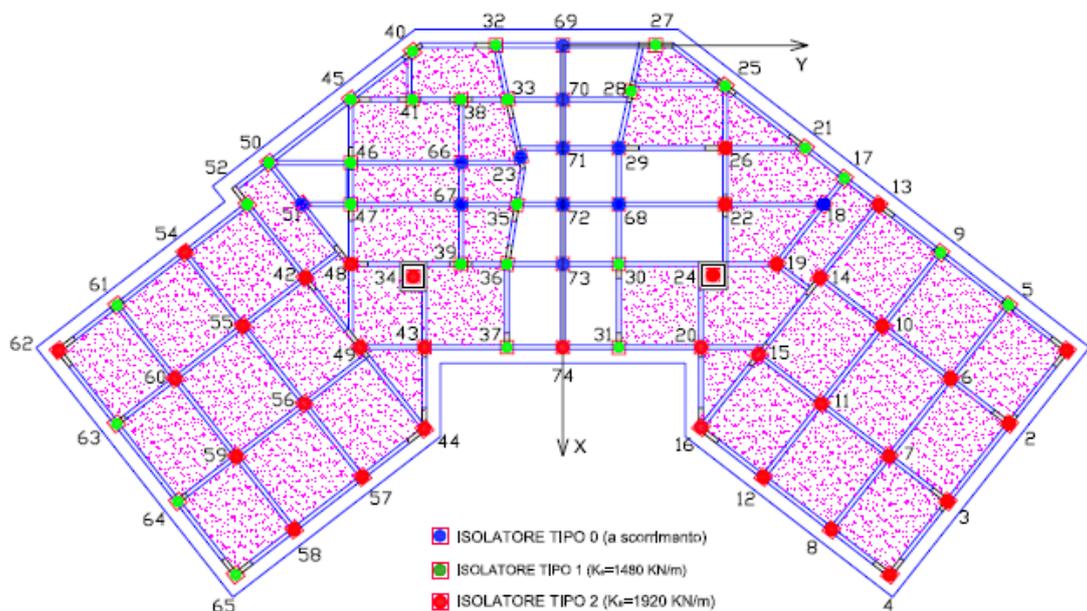
Nel 2003 finalmente il settore ha avuto la svolta decisiva data dalla nuova normativa sismica che ha liberalizzato e semplificato l'uso di tali sistemi. La normativa, poi, oltre ad aver liberalizzato l'uso delle moderne tecnologie antisismiche, lo ha reso più conveniente, permettendo, in particolare, nel caso di strutture isolate, di tener conto della *riduzione delle forze sismiche* agenti sulla

sovrastuttura e di assumere *accelerazione costante* (invece che crescente) dalla base alla sommità, coerentemente con il movimento di corpo rigido che essa presenta. In base ai risultati dei primi progetti predisposti, queste semplificazioni annullano spesso i costi aggiuntivi dovuti al sistema di isolamento, anche per le nuove costruzioni, in quanto questi sono compensati dai risparmi dovuti all'alleggerimento della sovrastuttura.

Il settore, dove queste tecniche trovano il maggior sviluppo, è quello degli edifici strategici e pubblici. Proprio in questo ambito, infatti, si trovano i più validi esempi di applicazione.

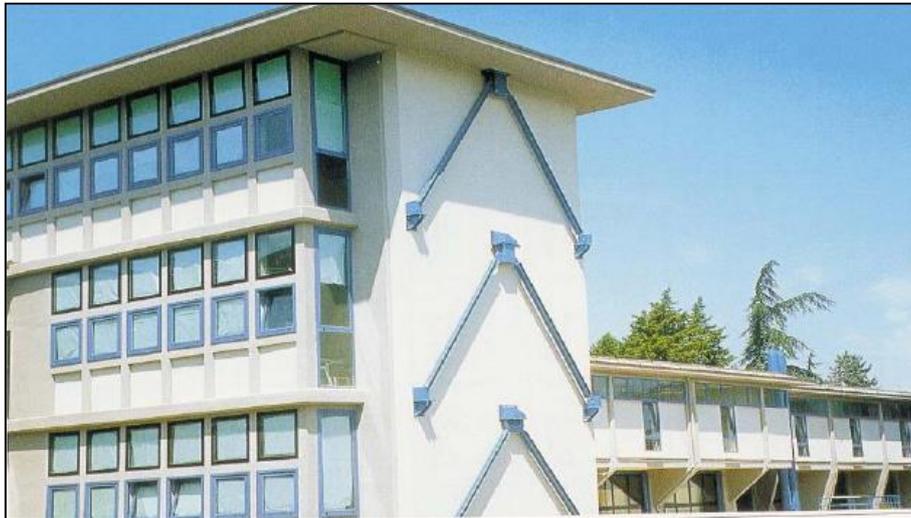
In seguito si riportano i casi più importanti.

- Isolamento sismico della nuova scuola di San Giuliano di Puglia: la soluzione adottata consiste nella costruzione di un unico impalcato di base, su tre lati, poggiante sulla struttura di fondazione, anch'essa unica, per mezzo del sistema d'isolamento sismico; dall'impalcato di base spiccano i due corpi, la scuola e l'università. Le strutture in elevazione hanno comunque un'adeguata rigidezza, che garantisce il dovuto "disaccoppiamento" tra il moto del suolo e quello della struttura. Sono stati previsti 12 Sliding Devices (Isolatore tipo 0) e 61 High Damping Rubber Bearings (HDRB), questi ultimi di due tipi caratterizzati da diverse rigidezze (Isolatori tipo 1 e tipo 2).



**Fig. 1.4.** Schema disposizione degli isolatori nella scuola di San Giuliano di Puglia.

- Miglioramento sismico con Controventi VED installati nella scuola Gentile Fermi a Fabriano.



**Fig. 1.5. Scuola Gentile Fermi a Fabriano.**

- Miglioramento sismico con Controventi EPD installati nella scuola Domiziano Viola a Potenza.



**Fig. 1.6. Scuola Domiziano Viola a Potenza.**

- Isolamento ospedale di Gervasutta a Udine.



**Fig. 1.7. Ospedale di Gervasutta.**

- Prima applicazione di isolamento sismico ad edifici esistenti al Centro Civico Rione Traiano di Soccavo (Napoli); l'intervento è stato realizzato tagliando i pilastri e le pareti di fondazione ed inserendo circa 630 HDRB.



**Fig. 1.8. Centro Civico Rione Traiano di Soccavo.**

- Sistema di dissipatori del Politecnico delle Marche ad Ancona.



**Fig. 1.9. Politecnico delle Marche.**

## 1.6 Applicazioni negli altri paesi

Rispetto all'Italia, negli altri paesi il numero delle applicazioni delle moderne tecnologie antisismiche è cresciuto più rapidamente.

Solo negli USA la crescita delle applicazioni dell'isolamento sismico agli edifici è stata relativamente lenta come in Italia. Ciò è avvenuto nonostante l'ottimo comportamento di tutti e tre gli edifici isolati che, a Los Angeles, erano poco distanti (a circa 30 km) dall'epicentro del terremoto di *Northridge* del 17 gennaio 1994: la *Fire Command and Control Facility* (pur in presenza di un danneggiamento locale, causato dall'errata realizzazione del giunto fra la passerella d'ingresso ed il terreno circostante all'edificio), l'*Emergency Operations Center* (che era ancora in costruzione) e, soprattutto, l'*University of Southern California (USC) Hospital*.



**Fig. 1.10. A sinistra: l'USC Hospital di Los Angeles, protetto da LRB, A destra: il Municipio di San Francisco, costruito nel 1912, danneggiato dal terremoto di Loma Prieta del 1989 ed adeguato sismicamente con 530 LRB e 62 SD nel 2000.**

La causa del numero relativamente limitato di nuove applicazioni dell'isolamento sismico ad edifici civili statunitensi è analoga a quella che, dalla fine del 1998 all'inizio di maggio 2003, aveva ostacolato la penetrazione delle moderne tecnologie antisismiche in Italia, cioè una normativa particolarmente penalizzante per gli edifici isolati (a differenza, stranamente, di quella relativa ai ponti e viadotti statunitensi isolati). Questa normativa, infatti, non permette di trarre alcun vantaggio dai benefici dell'isolamento sismico (ad esempio, dal fatto che la sovrastruttura si muove quasi rigidamente) e, almeno in California, prevede praticamente sempre la necessità di applicare agli edifici isolati condizioni di *near field*, con un conseguente incremento dell'input sismico del 15%.

Gli edifici isolati statunitensi sono situati soprattutto in California, ma ve ne sono anche in altri stati (Utah, Oregon, Washington, Nevada e Tennessee).

Gli isolatori utilizzati sono HDRB e LRB, questi ultimi, talvolta, assieme a LDRB e, in alcuni casi, ad SD, a VD e ad altri tipi di tali dissipatori; inoltre, più recentemente, è stato anche applicato il *Friction Pendulum System* (FPS).

A causa del costo elevato dell'isolamento sismico negli USA, vi sono, in questo paese, solo poche applicazioni di tale tecnica agli edifici residenziali.

Diversamente da quanto accade per l'isolamento sismico, l'utilizzazione di sistemi dissipativi per la protezione sismica degli edifici statunitensi prosegue in modo soddisfacente, in quanto essa è soggetta a regole di progetto più ragionevoli. Inizialmente, i dissipatori più utilizzati erano i VD (già nel 2001 vi era, negli USA, una quarantina di edifici con essi protetti), sebbene vi fossero anche applicazioni di EPD, di VED e, specialmente, di dissipatori ad attrito (*Friction Dampers* o FD) prodotti in Canada (con 12 delle complessive 63 applicazioni di questo sistema, nel 2001).

I FD sono stati applicati, negli USA, sia per l'adeguamento sismico, sia per nuove realizzazioni. Nel 2000, poi, iniziò, pure negli USA (seguendo l'esempio del Giappone), anche l'uso dei BRB.

In Giappone il numero di applicazioni dell'isolamento sismico agli edifici registrò un brusco incremento, che non si è più interrotto, immediatamente dopo il disastroso terremoto di Great Hanshin-Awaji (denominato anche *Hyogo-ken Nanbu*) che distrusse Kobe il 17 gennaio 1995, quando l'edificio isolato a quel tempo più grande del mondo, il Ministero delle Poste e Telecomunicazioni, ed un altro edificio isolato più piccolo della *Matsumura Gumi*, ambedue situati a Sanda City, superarono indenni il sisma. Essi sorgevano a circa 30 km dall'epicentro.

Negli ultimi anni sono stati isolati in Giappone circa 100 grandi edifici all'anno, ai quali, recentemente, si sono andate ad aggiungere molte villette: ciò ha portato ad un numero totale di edifici isolati giapponesi, di cui moltissimi privati, pari ad almeno 1700 in ottobre 2003 e a più di 2700 in giugno 2005.

Inoltre, molti edifici giapponesi sono stati protetti con sistemi dissipativi di vario tipo: ad esempio, le applicazioni dei cosiddetti "controventi ad instabilità impedita" (*Buckling-Restrained Braces* o BRB) erano già circa 250 nel 2003. Anche tali sistemi hanno dato ottima prova durante vari terremoti.

Una quarantina sono già anche gli edifici il cui moto sismico è controllato da *Tuned Mass Dampers* (TMD), di tipo attivo od ibrido.

Grazie alle numerose altre conferme dell'efficacia dei moderni sistemi antisismici durante i tre violenti terremoti giapponesi del 2003 e 2004 e più recentemente (ad esempio durante quello del 16 agosto 2005), si prevede un incremento ancora più rapido delle applicazioni di questi sistemi (soprattutto dell'isolamento sismico) nei prossimi anni. Si nota che, fino al 2001, anche in Giappone

era necessario sottoporre i progetti di edifici isolati ad una speciale commissione. Questa, però, ha sempre favorito lo sviluppo tecnologico. Da quando, con due anni d'anticipo rispetto all'Italia, a seguito della nuova normativa sismica entrata in vigore nel 2000, in Giappone non è più necessario chiedere alcun permesso specifico per isolare un edificio (a meno che non sia di grandi dimensioni – ma ciò vale anche per gli edifici fondati convenzionalmente), è ovviamente diventato impossibile tenere il conto esatto delle nuove applicazioni.

Per quanto attiene alle più recenti realizzazioni giapponesi, in corso o previste, sono di particolare interesse quelle riguardanti edifici di notevole altezza, fino a poco tempo fa sconsigliate perché non erano disponibili sistemi d'isolamento in grado, da una parte, di alzare il periodo d'isolamento sufficientemente al di sopra di quello della stessa struttura a base fissa e, dall'altra, di sopportare le conseguenti grandi deformazioni laterali ed il sollevamento (*uplift*) in corrispondenza degli spigoli della sovrastruttura.

Nel 2000, invece, fu completata a Tokyo la costruzione di un edificio residenziale alto 87,4 m (19224 m<sup>2</sup> di superficie abitabile), isolato alla base con 30 isolatori elastomerici a basso smorzamento (*Low Damping Rubber Bearings* o LDRB) e 99 dissipatori elasto-plastici (*Elastic-Plastic Dampers* o EPD); inoltre, la costruzione di un edificio ad uso uffici ancor più alto, la *DT Tower* (130 m, 47613 m<sup>2</sup>), isolato in corrispondenza del secondo piano mediante un sistema costituito da 12 dispositivi “a rotolamento” (*Linear Balls*), 6 LRB e 6 dissipatori viscosi (*Viscous Dampers* o VD), fu terminata ad Osaka nel 2003 ed altri edifici isolati di notevole altezza erano già in costruzione nel 2005, ad esempio a Yokohama, nei pressi di Tokyo. Per questi edifici, il cui periodo di isolamento è di circa 4 s, sono ammessi anche sforzi di trazione sugli isolatori (che erano fino a poco tempo fa vietati da tutte normative). Ciò dimostra l'estrema affidabilità raggiunta dai sistemi d'isolamento sismico in Giappone.



**Fig. 1.11. A sinistra: Edificio di 87,4 m d'altezza, che fu isolato sismicamente a Tokyo nel 2000. A destra: Schizzo del complesso di 21 edifici di 6÷14 piani che sorgono tutti su un'unica piattaforma isolata sismicamente a Sagamihara, nell'area di Tokyo.**

Inoltre, vale la pena di citare l'avveniristica realizzazione effettuata a Sagamihara, nell'area di Tokyo: è stata lì costruita un'enorme piattaforma in cemento armato (c.a.) di 12349 m<sup>2</sup> (*artificial ground*) isolata alla sommità dei pilastri che la sostengono, su cui sorgono 21 edifici residenziali di 6÷14 piani. Questa piattaforma, sotto la quale è ricavato un grande parcheggio, è sorretta da 48 LRB (di 1200 mm di diametro), 109 isolatori elastici a scorrimento (di 400÷1200 mm di diametro) e 85 isolatori "a rotolamento" (*Ball Bearings* o BB), che impongono alla sovrastruttura (111600 t) un periodo di 6,7 s ed uno spostamento di progetto di ben 800 mm. Altre realizzazioni con *artificial ground* stanno sorgendo in Giappone. È anche prevista a breve l'applicazione di sistemi d'isolamento sismico tridimensionali (3D) per la protezione degli edifici.

Accanto alle grandi realizzazioni summenzionate, è importante sottolineare la recente "esplosione" del numero delle applicazioni dell'isolamento sismico a villette private, anche di piccole dimensioni ed altezza limitata (tipicamente di due o tre piani). Essa è avvenuta a seguito della liberalizzazione dell'uso di tale tecnologia.



**Fig. 1.12. Villetta giapponese protetta da isolatori a ricircolo di sfere in acciaio.**

Il sistema maggiormente utilizzato nelle villette giapponesi (in circa 1300 casi nel 2005) è tipicamente costituito da 2 dispositivi a scorrimento acciaio-teflon (*Sliding Devices* o SD) e 4 HDRB. Un altro sistema molto usato consiste in particolari BB ricentranti, accoppiati a VD e protetti adeguatamente dall'acqua e dalla polvere. Dato che il periodo della struttura isolata è, per questi sistemi, indipendente dalla massa, essi sono adatti per isolare anche costruzioni molto leggere (ad esempio in legno). I VD possono essere bloccati mediante valvole elettromagnetiche per conferire la necessaria rigidità all'edificio durante violente tempeste di vento.

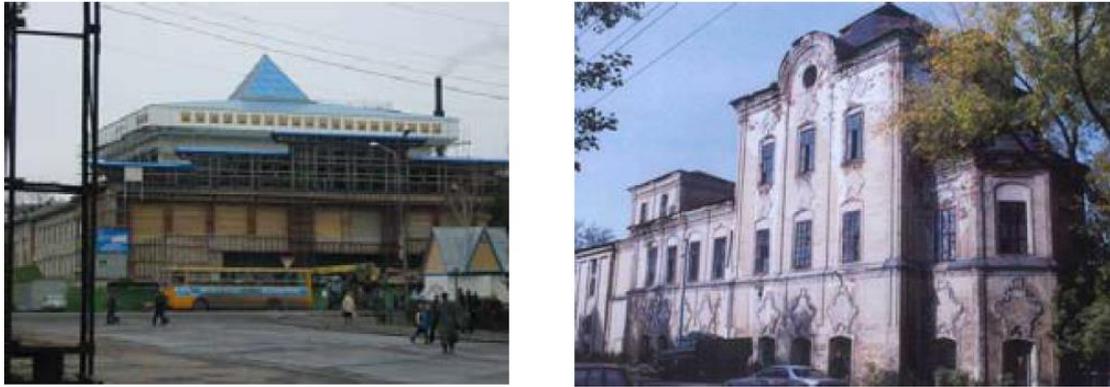
Il territorio della Federazione Russa comprende aree fra le più sismiche al mondo.

Alle numerose rozzе applicazioni iniziali dell'isolamento sismico (effettuate negli anni Settanta con sistemi a forma di fungo rovesciato in c.a.), se ne sono recentemente aggiunte di più moderne ed affidabili, che utilizzano HDRB di produzione cinese e SD.



**Fig. 1.13. La Banca Centrale di Irkutsk, adeguata sismicamente con HDRB.**

Al primo *retrofit* con HDRB, riguardante la banca di Irkutsk, un edificio storico adeguato sismicamente alcuni anni fa, ne sono recentemente seguiti altri. Le nuove realizzazioni (che includono alcune prime applicazioni a grattacieli) procedono, però, con una certa lentezza, a causa della crisi economica in cui da anni versa la Russia.



**Fig. 1.14. A sinistra: il Teatro Nazionale Drammatico a Gorno-Altaiisk, adeguato sismicamente con HDRB e dissipatori viscoelastici. A destra: la Chiesa Mihailo-Arkhangelskaya a Irtutsk, adeguata sismicamente con HDRB.**

La Repubblica Popolare Cinese è ora terza, a livello mondiale, per numero di tali applicazioni.



**Fig. 1.15. A sinistra: edificio residenziale isolato nel 1991 con HDRB a Shantou. A destra: complesso di 60 nuovi edifici residenziali in muratura isolati con HDRB.**

L'isolamento sismico è applicato non solo alla base degli edifici o alla sommità del piano terreno, ma anche sopra ad un piano più elevato (per sopraelevazioni o per realizzare edifici con forti asimmetrie in alzato), o alla sommità degli edifici (per sorreggere, nel caso di *retrofit* sismico, uno o due nuovi piani che fungono da TMD, o, infine, in corrispondenza di strutture che congiungono edifici adiacenti con diverse caratteristiche vibratorie.



**Fig. 1.16. I due serbatoi LNG da 140,000 m<sup>3</sup> in costruzione ciascuno protetto con 360 HDRB nel 2006.**

Le realizzazioni ormai proseguono a ritmo elevato, nonostante una normativa piuttosto severa, anche se meno penalizzante di quella statunitense, e nonostante la perdurante necessità di sottoporre i progetti ad una speciale commissione. Basti citare la cosiddetta *Isolation House Building on Subway Hub*, situata in prossimità del centro di Pechino, che è la più grande applicazione dell'isolamento sismico a livello mondiale: essa ha previsto la costruzione (completata nel 2006) di 50 edifici isolati alla base, dai 7 ai 9 piani di altezza, per un totale di 480000 m<sup>2</sup> di superficie abitabile. La peculiarità di questa realizzazione è che tutti gli edifici sono isolati sopra ad una unica immensa sottostruttura a 2 piani, di 3 km<sup>2</sup> (1500 m x 2000 m), che contiene tutti i servizi e le infrastrutture, incluse linee ferroviarie e metropolitane. L'obiettivo è stato di ottimizzare l'uso di una vasta area centrale, di grande valore economico, prima occupata solo da snodi ferroviari e della metropolitana, minimizzando anche le conseguenti vibrazioni ed il rumore. È da notare che, per quest'importantissima applicazione, l'isolamento ha consentito un risparmio del 25%: con la somma così resasi disponibile è stato possibile finanziare l'innalzamento dei 50 edifici mediante di 3 piani, con un aumento di 100000 m<sup>2</sup> di superficie abitabile.



**Fig. 1.17. L'Isolation House Building on Subway Hub.**

## 1.7 Controllo passivo mediante dissipazione supplementare

Una delle tecniche più impiegate nel campo dell'adeguamento sismico, ma anche in fase di progettazione delle strutture ex-novo è l'inserimento di controventi metallici tra le maglie dei telai, il cui posizionamento può essere molto vario.

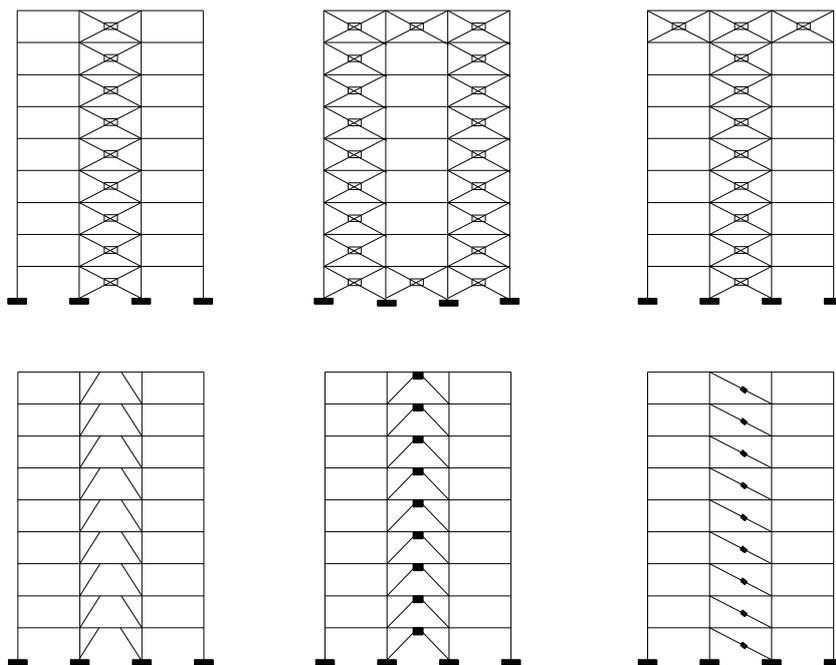
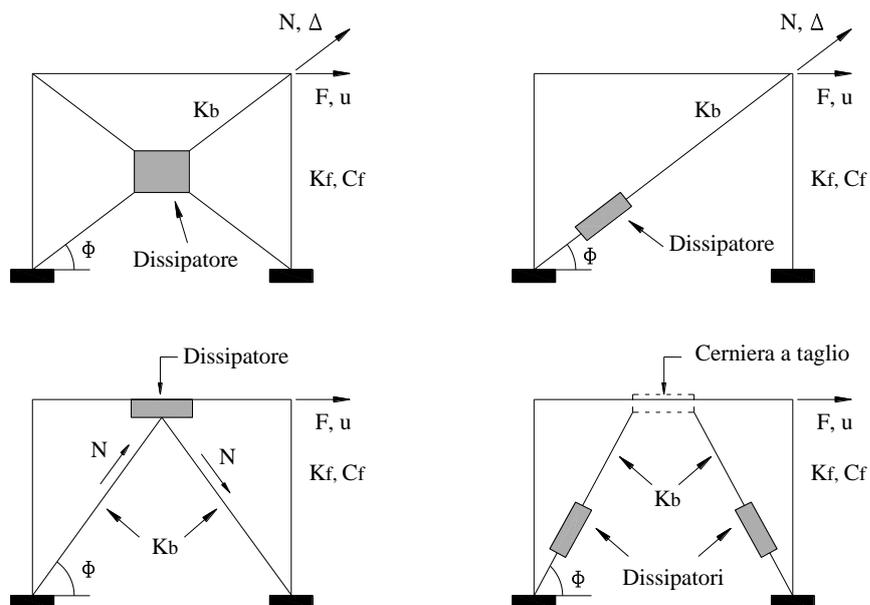


Fig. 1.18. Configurazioni tipiche di controvento dissipativi.

In combinazione con gli ordinari sistemi di controventamento, si possono adottare opportuni dispositivi in grado di dissipare, per attrito, per isteresi o in altri modi, buona parte dell'energia ceduta all'intero sistema strutturale durante un sisma violento.



**Fig. 1.19. Particolari configurazioni tipiche di controvento dissipativi.**

I vantaggi che si ottengono sono diversi:

- in condizione di esercizio gli spostamenti laterali sono contenuti;
- per sismi a forte intensità lo scorrimento nei giunti determina un incremento della flessibilità della struttura riducendo il richiamo di forze sismiche;
- la dissipazione di energia evita o comunque diminuisce il danneggiamento degli elementi strutturali.
- maggiore livello di protezione sismica della struttura intelaiata a parità di resistenza-rigidità;
- notevole riduzione degli eventuali interventi di riparazione;
- riduzione delle vibrazioni indotte da vento o sisma;
- mantenimento della funzionalità ed operatività della struttura.

Di contro, però, c'è un maggiore onere economico, che, però, è compensato dai benefici che i dissipatori apportano alla risposta strutturale.

Nel caso dell'adeguamento sismico, in cui le caratteristiche della struttura sono note a priori, si tratta di scegliere le caratteristiche del controvento e del dissipatore, mentre nel caso di progetto di strutture ex-novo, è possibile, per la parte intelaiata accettare prescrizioni di progetto e di dettaglio meno restrittive di quelle previste per il telaio senza controventi.

I numerosi tipi di controventi dissipativi disponibili in letteratura differiscono sia per la particolare disposizione dei controventi (diagonali semplici, a X, a K concentrici o eccentrici) che per le caratteristiche del dispositivo dissipativo, ovvero per il modo in cui viene dissipata l'energia (attrito, isteresi, viscosità, viscoelasticità).

Quindi, al fine di migliorare la capacità dissipativa, gli ordinari sistemi di controventamento vengono provvisti di un apposito dispositivo, che deve essere facilmente accessibile, per consentirne l'ispezione, e facilmente sostituibile, qualora se ne ravveda la necessità.

I dissipatori sono dispositivi che disperdono parte dell'energia proveniente dal sisma ed annullano o riducono l'energia di deformazione, elastica o plastica, immagazzinata dalla costruzione. Il meccanismo dissipativo è caratterizzato da una fase nella quale avvengono notevoli deformazioni che conferiscono al sistema una funzione di isolatore; ne consegue che, nella pratica, non esistono dissipatori puri. In ogni caso, la funzione dissipativa è prevalente e quella isolatrice si ha in conseguenza della prima e in fase di funzionamento non elastico del dispositivo. Il comportamento di un dissipatore elasto-plastico o elasto-viscoso può essere definito attraverso curve del tipo illustrato nella figura seguente:

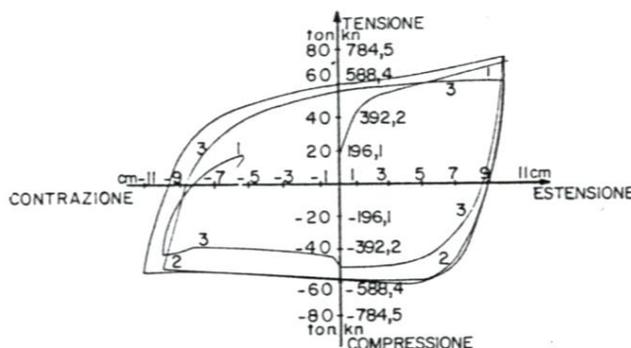


Fig. 1.20. Comportamento di un dissipatore elasto-plastico o elasto-viscoso.

La duttilità disponibile del dissipatore:

$$\mu_d = \frac{\delta_u}{\delta_s} \quad [1.4]$$

deve essere non minore di quella richiesta:

$$\mu_r = \frac{\delta_{\max}}{\delta_e} = \frac{\delta_{\max}}{\delta_s} \quad [1.5]$$

in cui  $\delta_{\max}$  è lo spostamento massimo, dovuto al sisma o al vento, nel sistema struttura-dissipatore, che viene calcolato in base allo spettro di risposta di spostamento, mentre  $\delta_e$  è lo spostamento al limite elastico del sistema stesso e, se la deformabilità della costruzione è trascurabile rispetto a quella del dispositivo, viene fatto coincidere con quello del dissipatore  $\delta_s$ .

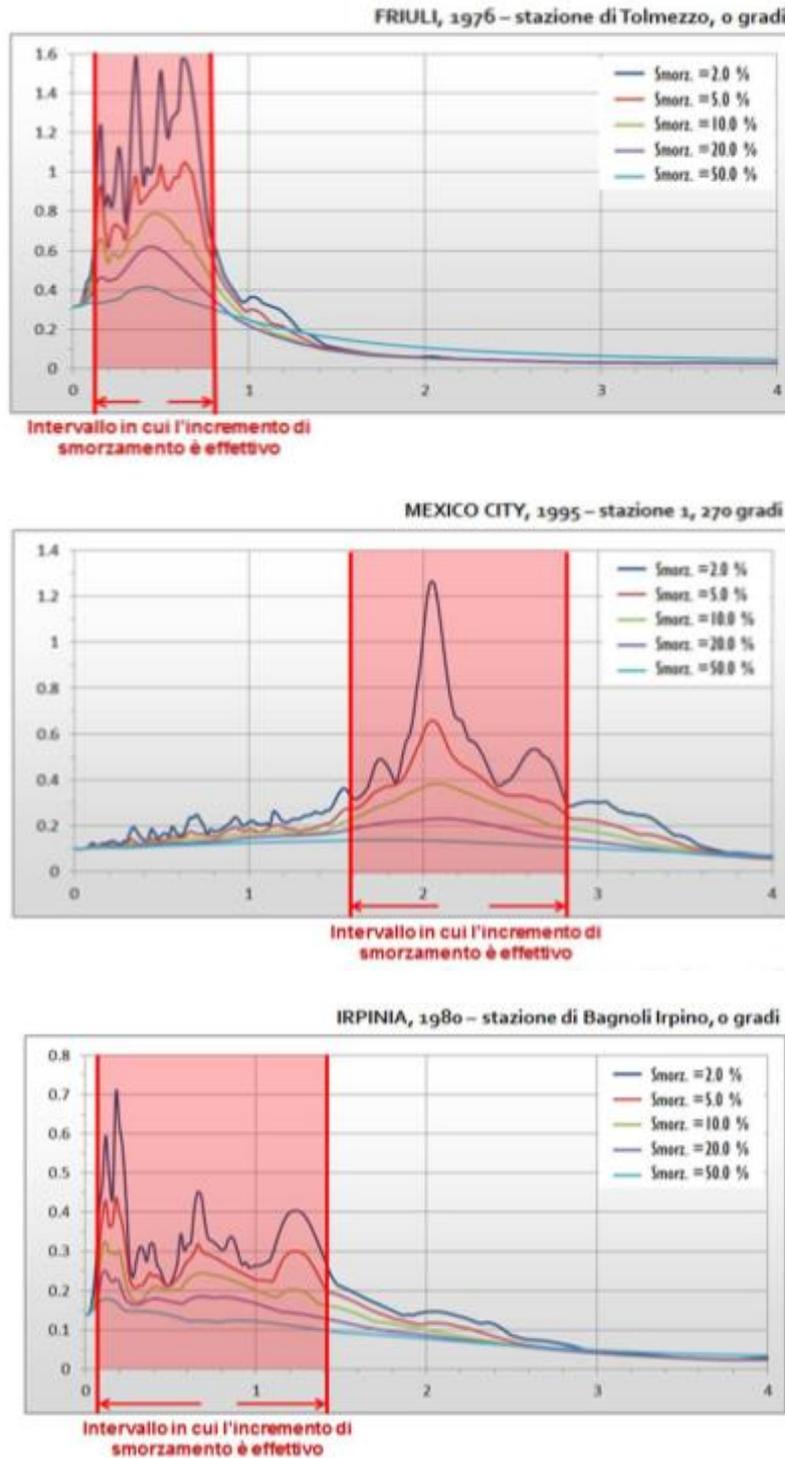
Passando alla descrizione dei sistemi con cui si realizzano in concreto i dissipatori, a seconda del modo in cui si consegue la dissipazione di energia, si distinguono diverse classi:

1. Dissipatori con smorzamento indipendente dalla velocità.
2. Dissipatori con smorzamento dipendente dalla velocità.

Prima di esporre le differenze fra i due tipi di dissipatori, si espone un'osservazione molto importante sullo smorzamento e sui possibili effetti dell'inserimento dei controventi dissipativi.

### 1.7.1 Effetto dello smorzamento

Inserendo i dispositivi di dissipazione, si incrementa sostanzialmente lo smorzamento della struttura. In Fig 1.21, sono mostrati gli spettri elastici in termini di accelerazione ottenuti con il programma SeismoSignal presi da uno studio effettuato dal R.E.L.U.I.S. (Rete dei Laboratori Universitari di Ingegneria Sismica). Tali spettri sono relativi a registrazioni ottenute durante i terremoti di: Friuli 1976 (stazione di Tolmezzo, 0 gradi), Mexico City 1995 (stazione 1, 270 gradi) e Irpinia 1980 (stazione di Bagnoli Irpino, 0 gradi) e sono stati tracciati per valori del rapporto di smorzamento pari al 2%, 5%, 10%, 20% e 50%. In ognuno dei casi è possibile individuare un intervallo di periodi in cui l'aumento di smorzamento risulta più efficace. Al di fuori di questo intervallo, l'aumento di smorzamento non è particolarmente significativo in termini di riduzione della risposta in accelerazione. L'intervallo cambia a seconda della frequenza dominante della registrazione, e questo risultato mette in evidenza come la risposta di un sistema soggetto ad un sisma, dipenda strettamente sia dalle caratteristiche dinamiche della struttura, che dal contenuto in frequenza del moto alla base e che quindi non si può intervenire ciecamente, prescindendo da tali conoscenze.



**Fig. 1.21. Spetti di risposta relativi alle registrazioni ottenute durante i terremoti di: Friuli 1976, Mexico City 1995 e Irpinia 1980 e rapporti di smorzamento pari a 2, 5, 10, 20 e 50%.**

Perciò quando si decide di intervenire utilizzando i controventi dissipativi, bisogna effettuare tali studi preliminari per capire se l'intervento sarà utile o meno.

Inoltre se da un lato è vero che l'inserimento di controventi dissipativi produce una riduzione degli spostamenti di interpiano, è anche vero che determina generalmente un incremento della forza laterale totale esercitata sulla struttura e quindi delle sollecitazioni maggiori agenti sulla struttura di fondazione. Quindi, l'inserimento di smorzatori all'interno di una struttura non è detto che comporti necessariamente una riduzione di tutte le grandezze della risposta strutturale sotto sisma. È fondamentale valutare preventivamente le caratteristiche della struttura e dell'evento sismico atteso.

### **1.7.2 Inquadramento normativo**

L'Eurocodice 8 “Progettazione delle strutture per la resistenza sismica – Parte 1: Regole generali, azioni sismiche e regole per gli edifici” (CEN, 2005) al capitolo 10 “Base Isolation” si occupa della progettazione di strutture isolate alla base. Né in questa sezione, però, né in altre parti dell'Eurocodice 8, viene preso esplicitamente in considerazione il caso di strutture con sistemi di dissipazione passiva di energia.

La vigente normativa italiana “Nuove norme tecniche per le costruzioni” (Decreto Ministeriale Infrastrutture del 14 gennaio 2008) insieme con la relativa Circolare esplicativa “Istruzioni per l'applicazione delle «Nuove norme tecniche per le Costruzioni» di cui al Decreto Ministeriale 14 gennaio 2008” (Circolare 02 febbraio 2009 n. 617/C.S.LL.PP.), presenta due paragrafi inerenti la dissipazione di energia nelle strutture: il paragrafo 7.10 denominato “Costruzioni e Ponti con Isolamento e/o Dissipazione” e il paragrafo 11.9, nominato “Dispositivi Antisismici”. In realtà, si entra nel merito della dissipazione di energia, solo come dispositivo migliorativo del comportamento dell'isolatore sismico.

Le linee guida nordamericane della Federal Emergency Management Agency (FEMA 273, 1997; FEMA 274, 1997; FEMA 356, 2000, FEMA 450, 2003) pur evidenziando l'estrema varietà dei metodi di progetto e verifica, legata alla varietà dei dispositivi dissipativi, tentano di inquadrare in maniera organica il problema della progettazione dei dispositivi di dissipazione. In particolare il Capitolo 9 “Seismic Isolation and Energy Dissipation” include una guida per la riabilitazione degli edifici con sistemi di isolamento e di dissipazione passiva.

Le FEMA 356 “Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings”, infine, hanno come obiettivo principale quello di convertire le FEMA 273 in un linguaggio obbligatorio per dare dei riferimenti più specifici ai progettisti. Come per le precedenti linee guida, il

Capitolo 9 presenta riferimenti per la riabilitazione di edifici con sistemi di isolamento e di dissipazione di energia e il Capitolo 9.3 più specifici riferimenti per quest'ultimi.

Nel 2010, infine, la Commissione Europea per la Standardizzazione (CEN) ha pubblicato il documento EN 15129 "European Standard on Anti-seismic Devices" con lo scopo di regolamentare l'uso dei dispositivi anti-sismici progettati in accordo con l'Eurocodice 8 e di garantire un certo livello di qualità indipendentemente dal dispositivo scelto per la messa in opera.

### 1.7.3 Dissipatori con smorzamento dipendente dallo spostamento

Rientrano in tale categoria i sistemi di smorzamento che manifestano un comportamento isteretico stabile e forme di dissipazione di energia indipendenti dalla velocità del moto (ad es., attrito o isteresi per plasticizzazione di metalli); in essi l'attivazione del dispositivo avviene quando sono superati prefissati livelli dello sforzo applicato. Essi si distinguono in base al loro comportamento lineare o non lineare.

#### 1.7.3.1 Dissipatori ad attrito

Si basano sul meccanismo di conversione dell'energia cinetica in energia dissipata per attrito, tramite scorrimento relativo tra due superfici.

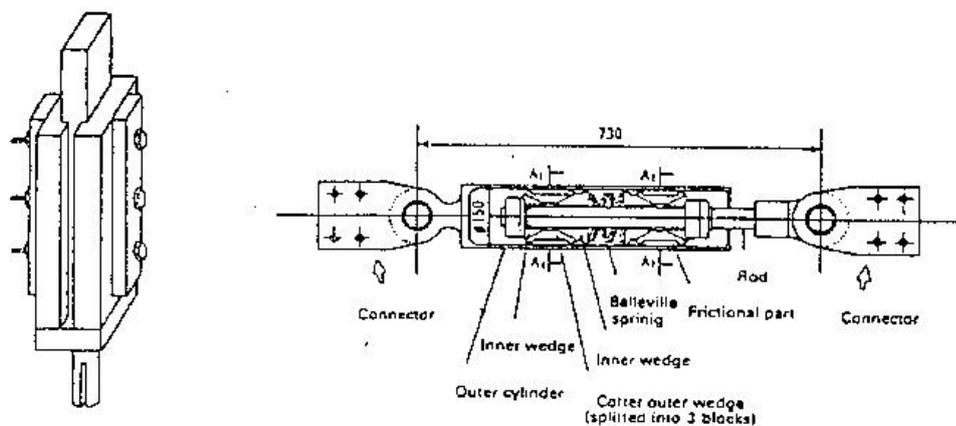


Fig. 1.22. Dispositivi ad attrito.

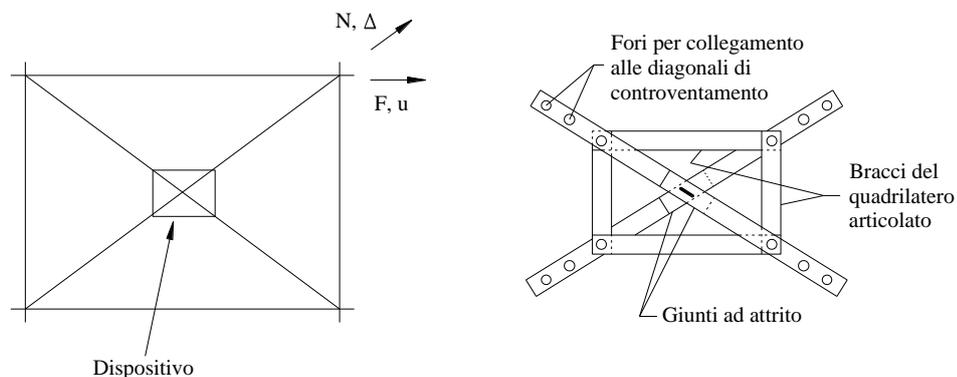
Un ruolo importante, quindi, giocano i materiali a contatto dalla cui natura dipende la capacità dissipativa e la stabilità per numerosi cicli di inversione del carico.

Per ottenere questa soluzione si può dotare ciascuna diagonale del controvento di un giunto scorrevole con superfici rivestite di materiale ad alto coefficiente d'attrito. Il giunto deve essere dimensionato in modo che si abbia scorrimento, in entrambe le direzioni di carico, per uno sforzo inferiore a quello critico  $N_{cr}$  delle aste, che restano così in campo elastico. Oppure il dimensionamento può essere effettuato in modo che si abbia scorrimento solo nell'eventualità che la corrispondente diagonale sia sollecitata da uno sforzo di trazione inferiore a quello di plasticizzazione  $N_y$ , ne consegue che le aste di controvento presentano una snellezza  $\lambda$  abbastanza elevata da assicurare che ciascuna di esse, se soggetta a compressione, sbandi in campo elastico per uno sforzo  $N_{cr}$  trascurabile.

Tale dispositivo dissipativo risulta poco conveniente, in quanto nel primo caso il dimensionamento delle diagonali non è economico, non essendo sfruttata al meglio la loro capacità portante in trazione, mentre nel secondo caso si ha una ridotta capacità dissipativa, poiché, nei cicli di carico successivi al primo, si ha scorrimento nel giunto se la diagonale tesa raggiunge la massima lunghezza attinta durante la precedente fase di carico.

Nell'eventualità in cui le diagonali presentano snellezza abbastanza elevata, la capacità dissipativa del sistema di controventamento può essere sensibilmente migliorata se, in alternativa al dispositivo prima considerato, ne viene installato un altro predisposto in maniera tale da consentire, in una stessa fase di carico, di recuperare in tutto o in parte l'accorciamento che subisce la diagonale compressa a causa dello sbandamento in campo elastico.

Un tale genere di dispositivo è quello proposto da Pall e Marsh (1982), installato in corrispondenza della zona d'incrocio delle diagonali di controvento e utilizzabile anche nel caso di aste piuttosto tozze.



**Fig. 1.23. Dissipatore ad attrito proposto.**

Quando la forza di trazione attiva lo scorrimento del nodo, 4 bracci generano lo scorrimento contemporaneo nella direzione della diagonale compressa. Questa forza può essere regolata osservando che per l'equilibrio deve valere:

$$N_g = 2N_t - N_{cr} \quad [1.6]$$

dove  $N_g$  è lo sforzo nella diagonale tesa durante lo scorrimento e  $N_t$  è il corrispondente sforzo nel generico giunto.

Quando lo sforzo normale critico può essere trascurato, ossia se le aste sono abbastanza snelle da sbandare in campo elastico si può scrivere  $N_g \approx 2N_t$ .

In base a quest'ultima relazione il dispositivo può essere tarato intervenendo sul serraggio dei bulloni, che regola lo scorrimento nel giunto.

La risposta delle due diagonali con dissipatore si può schematizzare come elasto-plastica perfetta, con un valore della componente orizzontale della forza complessiva, corrispondente allo scorrimento, paria  $N_g \cos\varphi$ , dove  $\varphi$  è l'inclinazione dei controventi rispetto alla direzione orizzontale.

Tale schematizzazione può comportare una sovrastima dell'effettiva capacità dissipativa del dispositivo; infatti, come evidenziato da Filiatrault e Cherry (1988), se durante un ciclo di carico il giunto relativo alla diagonale tesa non subisce scorrimento, il quadrilatero articolato non viene attivato e la diagonale compressa permane nel suo stato deformativo, subito a causa dello sbandamento laterale.

Inoltre se la diagonale compressa che si è instabilizzata non torna esattamente nella posizione iniziale, il giunto dissipa una quantità di energia minore a quella prevista.

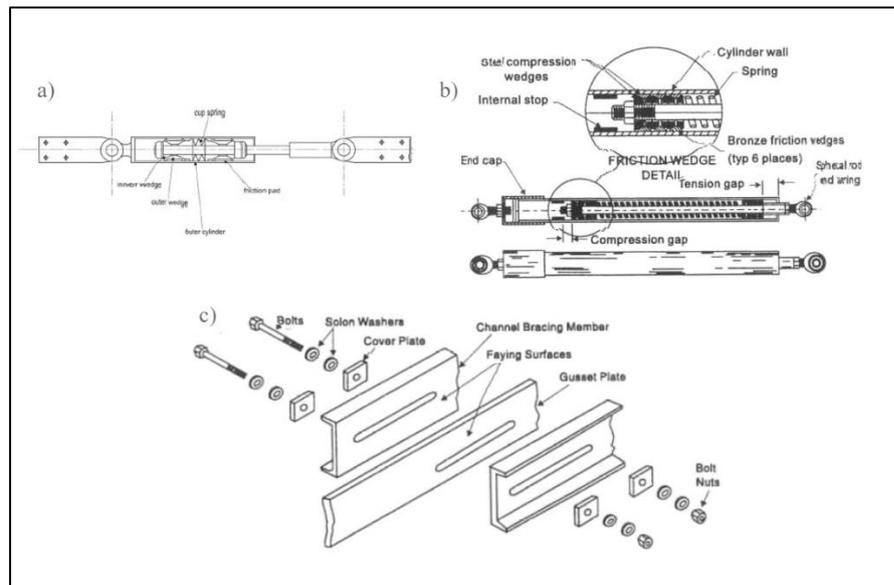
I vantaggi di questo genere di dispositivo sono:

- capacità di dissipare energia in modo stabile e controllato per un gran numero di cicli;
- assenza di danneggiamento del dispositivo;
- insensibilità alle alte temperature.

Gli svantaggi, invece, sono:

- difficoltà di calibrazione dello sforzo di scorrimento;
- dubbia affidabilità della risposta nel tempo.

I dispositivi Sumitomo (Aiken e Kelly, 1990), gli Energy Dissipating Restraint (EDR) (Nims et al., 1993) e i dispositivi Slotted Bolted Connection (SBC) (FitzGerald et al., 1989) rappresentano altre tipologie di dissipatori ad attrito (Fig. 1.23). Essi differiscono per la complessità del meccanismo o per il materiale utilizzato sulle superfici di scorrimento, ma il principio è sempre lo stesso.



**Fig. 1.24. Dispositivi Sumitomo, EDR e SBC.**

Test sperimentali hanno mostrato che generalmente dispositivi viscosi hanno un ciclo isteretico rettangolare, simile all'attrito di Coulomb, per cui si può far riferimento alla seguente formulazione:

$$P = \mu N \operatorname{sgn}(\dot{u}) \quad [1.4]$$

dove  $\mu$  è il coefficiente di attrito dinamico,  $N$  è la forza normale agente sulla superficie di scorrimento,  $\operatorname{sgn}(\cdot)$  è la funzione segno ed  $\dot{u}$  è la variazione di spostamento.

Il dispositivo attritivo aggiunge una grande rigidità iniziale alla struttura, per cui le deformazioni della struttura vengono fortemente ridotte fino a quando la forza di attrito non è superata. Il dispositivo può essere modellato come in Fig. 1.25a, ovvero da un elemento che scorre solo al di sopra di un certo valore di forza, corrispondente alla forza per cui avviene lo scorrimento. In questo modo, il modello presenterà una rigidità elastica infinita. Il ciclo di isteresi è pressoché rettangolare (Fig. 1.25b). Ciò indica una significativa quantità di energia dissipata.

Generalmente il comportamento di tali dispositivi rimane praticamente invariato al variare della frequenza di carico, al numero dei cicli e alle variazioni di temperatura. Si noti, però, che le condizioni delle superfici di scorrimento possono peggiorare nel tempo e il dispositivo può presentare deformazioni permanenti, se non è previsto un meccanismo di ricentramento al termine della sollecitazione esterna.

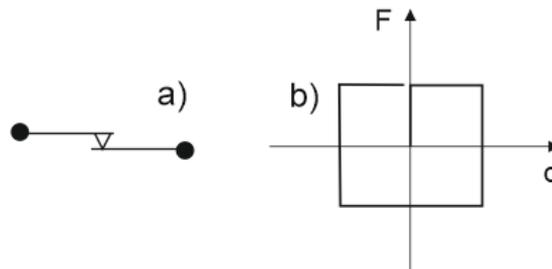


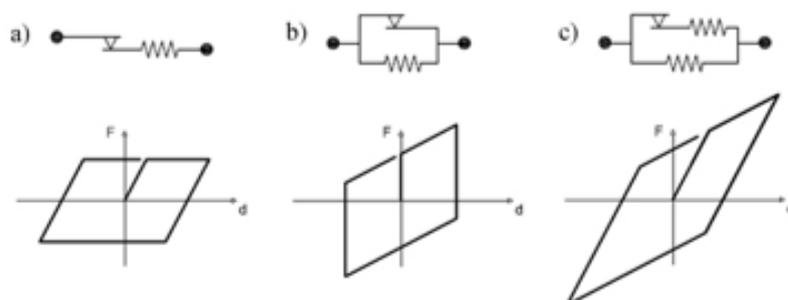
Fig. 1.25. Modello reologico e relativo ciclo isteretico.

### 1.7.3.2 Dissipatori isteretici

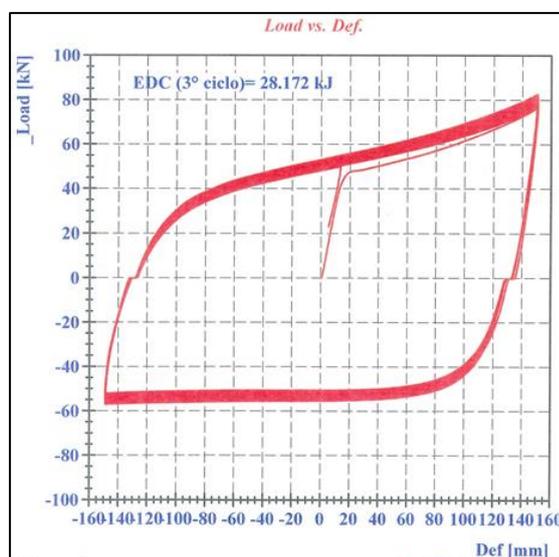
Questo tipo di dissipatori si basano sul meccanismo dell'isteresi, ossia sulla plasticizzazione di metalli come piombo o acciaio. Dal punto di vista progettuale è possibile formulare modellazioni tali da ottenere plasticizzazione diffuse, in base al regime di carico agente.

I modelli più utilizzati, anche per il loro grado di semplicità, sono sicuramente quello elastico-perfettamente plastico e quello elastico-incrudente. In Fig. 1.26 sono riportati degli esempi di modelli reologici ed i rispettivi cicli isteretici. Questi modelli solitamente risultano sufficienti ad approssimare i risultati sperimentali. In alternativa può essere considerato un modello polinomiale, che meglio segua l'andamento del comportamento non lineare del dispositivo. L'area contenuta in un ciclo rappresenta l'energia dissipata dal ciclo stesso. Lo snervamento viscoso equivalente è ottenuto uguagliando l'area all'interno del ciclo isteretico con l'area del ciclo di un dissipatore viscoso.

Per dissipatori metallici il ciclo, e quindi l'energia dissipata, rimane essenzialmente invariata al variare della frequenza di eccitazione e risulta, quindi, indipendente dalla velocità di carico. Inoltre i cicli sono solitamente stabili nel tempo (Fig. 1.27) e insensibili ai cambiamenti della temperatura esterna. Essendo il loro funzionamento basato sulle deformazioni plastiche, però, a seguito dell'evento sismico i sistemi rimangono danneggiati e devono essere sostituiti.



**Fig. 1.26. Modelli reologici e relativi cicli isteretici solitamente usati per modellare dispositivi a snervamento: a) modello elastico perfettamente plastico; b) modello rigido-incrudente; c) modello elasto-plastico.**



**Fig. 1.27. Ciclo di isteresi relativo ad una coppia di dissipatori a snervamento.**

Tali dispositivi, a differenza di quelli viscoelastici, presentano una soglia di scorrimento e non dissipano energia per vibrazioni di piccola ampiezza. Pertanto, si pone il problema della scelta del livello ottimale da assegnare allo sforzo di scorrimento in modo tale da: consentire un adeguato controllo delle vibrazioni eoliche; evitare uno scorrimento del dispositivo per effetto dei carichi verticali di esercizio e di eventuali azioni eoliche (o sismiche) di moderata intensità.

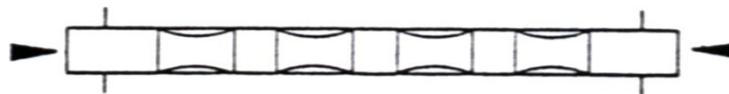
Ci sono diversi tipi di dissipatori isteretico a seconda della funzione dissipativa che li caratterizzano:

- dissipatori sollecitati a sforzo normale;
- dissipatori sollecitati a flessione;

- dissipatori sollecitati a presso-flessione;
- dissipatori sollecitati a torsione;
- dissipatori sollecitati a taglio.

### **Dissipatori sollecitati a sforzo normale**

Con tale termine si indicano elementi sollecitati lungo il proprio asse e contenuti in un profilo tubolare. Quest'ultimo funziona da ritegno trasversale nei confronti di eventuali fenomeni di instabilità laterale, i quali si possono verificare quando le aste sono soggette a compressione (Fig. 1.28).

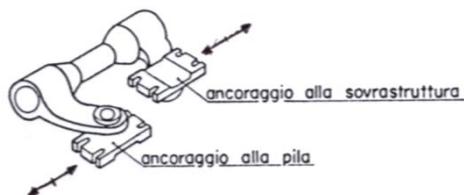


**Fig. 1.28. Dissipatore sollecitato a sforzo normale.**

I problemi che può dare questo sistema sono relativi all'instabilità cui è sottoposto. La plasticizzazione è diffusa, ma, a causa del tipo di sollecitazione cui è sottoposto, non si ha alcuna escursione in campo plastico.

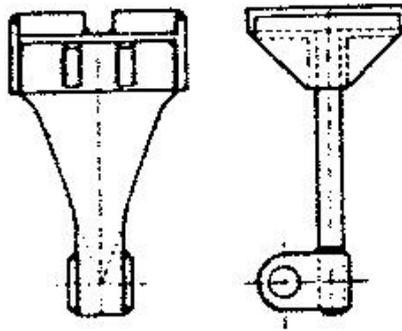
### **Dissipatori sollecitati a flessione**

Vengono realizzati mediante elementi sagomati in modo tale da ottenere plasticizzazione diffusa, quali elementi a C (Fig. 1.29), in cui le forze applicate alle estremità dei due bracci inducono una sollecitazione di flessione nella barra di collegamento.



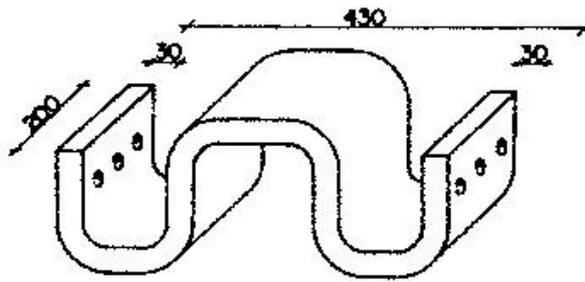
**Fig. 1.29. Dissipatore flessionale a trave.**

Fanno parte di questa categoria anche dissipatori a forma triangolare (Fig.1.30).



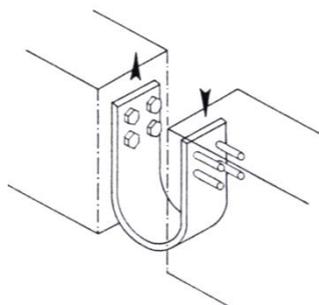
**Fig. 1.30. Dissipatore triangolare.**

Inoltre ci sono elementi a  $\Omega$ , che consentono l'estensione di tratti soggetti a flessione costante ed hanno grosse capacità deformative (Fig. 1.31).



**Fig. 1.31. Dissipatore a  $\Omega$ .**

Infine ci sono gli elementi in cui i due bracci orizzontali, cui sono applicate le azioni orizzontali contrapposte, sono collegati da un raccordo semicircolare con elevato raggio di curvatura (Fig. 1.32); anche in questo caso i valori dello spostamento ultimo sono molto elevati, perché l'elemento si deforma seguendo semicirconferenze di diametro pari a quelle del raccordo.



**Fig. 1.32. Dissipatore con raccordo semicircolare.**

### Dissipatori sollecitati a pressoflessione

Sono elementi costituiti da cilindri cavi in gomma caricati assialmente e caratterizzati da un diagramma forza  $F$  – spostamento  $s$  bilineare quasi perfetto. Per valori di carico piuttosto modesti, il manicotto passa da una configurazione cilindrica ad una a barile, mentre, superato un valore limite del carico stesso, si ha un fenomeno di instabilità e il dispositivo non è capace di sopportare ulteriori incrementi della forza applicata, per cui la curva di comportamento presenta un tratto all'incirca costante.

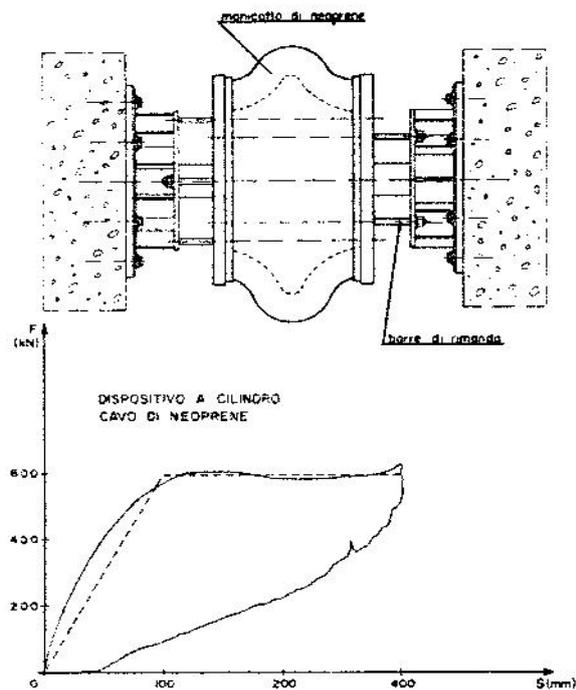


Fig. 1.33. Dissipatore sollecitato a presso flessione.

Le capacità dissipative non sono molto elevate, perché raggiunge facilmente la soglia di instabilità anche per carichi modesti, ma è possibile regolare il valore dello spostamento ultimo, in modo da dimensionare adeguatamente il manicotto.

### Dissipatori sollecitati a torsione

Sono costituiti da una barra metallica, di sezione rettangolare, sollecitata a torsione da quattro piastre trasversali a morsetto, che collegano la barra alla struttura di base e a quella in elevazione (Fig. 1.34).

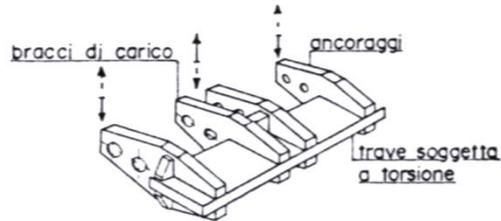


Fig. 1.34. Dissipatore torsionale.

Il loro vantaggio principale consiste nell'aver una plasticizzazione diffusa, mentre la duttilità del sistema è limitata alla sola capacità deformativa del materiale.

### Dispositivi sollecitati a taglio

I dispositivi sollecitati a taglio sono costituiti da un appoggio in gomma e lastre metalliche, con comportamento non lineare e forti proprietà isteretiche. La rigidezza a taglio è molto elevata, ma la rigidezza in fase post-elastica è molto bassa, quindi si ha un buon controllo della forza massima trasmissibile  $F_u$  e il raggiungimento di elevati periodi di vibrazione per la struttura. Tra i dispositivi più utilizzati ci sono quelli ad estrusione di piombo, in cui un pistone scorrevole in un cilindro costringe il piombo a passare attraverso un foro (Fig. 1.35).

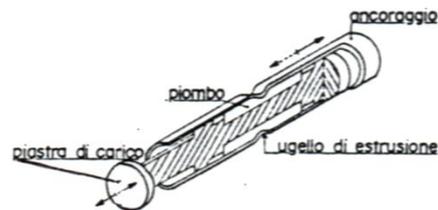
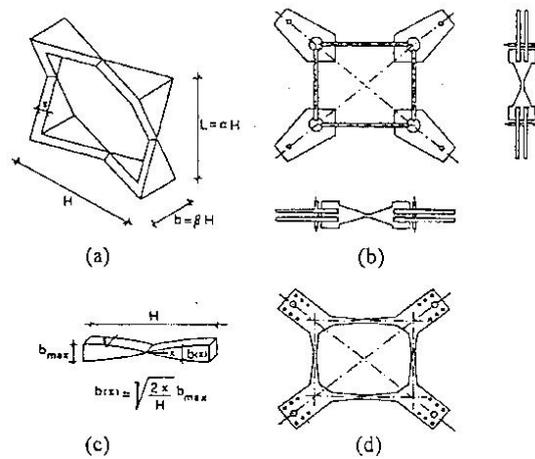


Fig. 1.35. Dissipatore ad estrusione di piombo.

I diagrammi di comportamento che si ottengono sono quasi ideali, con rigidezza elastica  $K_e$  molto elevata, rigidezza in campo plastico  $K_{ue}$  all'incirca nulla e valore dello spostamento ultimo  $\delta_u$  indipendente dalle caratteristiche dei materiali. Il problema di questi schemi è costituito principalmente dai costi molto elevati, inoltre ci possono essere anche problemi di manutenzione del dispositivo.

Tra i dispositivi dissipativi da inserire tra le aste di controvento, ricordiamo quello proposto da Ciampi (1992), costituito da un telaio metallico interno, i cui nodi sono collegati dalle diagonali di controvento ai nodi della maglia di telaio corrispondente. Nella figura 1.36 ne sono indicati due tipi, entrambi a sezione variabile, opportunamente sagomata al fine di avere una plasticizzazione diffusa e, quindi, un'elevata capacità dissipativa. Essi si

differenziano per il fatto che nel primo tipo l'unica dimensione variabile della sezione trasversale è quella ortogonale al piano del telaio (Fig. 1.36a e 1.36b), mentre nel secondo è quella parallela al piano stesso (Fig. 1.36c e 1.36d). Per tale motivo, il primo genere di dispositivo richiede delle saldature in corrispondenza dei nodi, che, come evidenziato sperimentalmente, possono presentare una rottura prematura se troppo vicine alle zone a più elevata deformazione; il secondo tipo può essere ricavato invece da un unico pezzo di lamiera, ma si richiede di disporre lateralmente ed in parallelo con il dissipatore delle barre che, funzionando solo estensionalmente in campo elastico, siano in grado di contrastare il fenomeno di allungamento delle diagonali, che potrebbe compromettere il funzionamento del dispositivo.



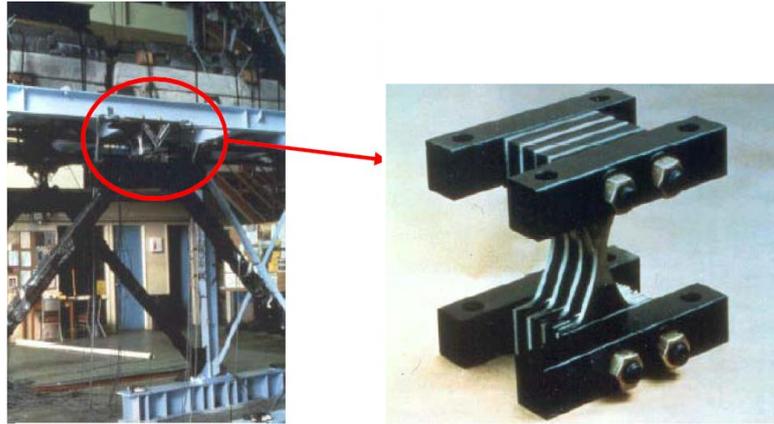
**Fig. 1.36. Dissipatori isteretici proposti da Ciampi (1992).**

Per tarare lo sforzo  $N_p$  che produce la completa plasticizzazione, basta fissare i parametri geometrici, secondo le seguenti espressioni

$$N_p = \beta \frac{\sqrt{1+\alpha^2}}{\alpha} S^2 \sigma_y \quad [1.7]$$

$$N_p = \beta \frac{\sqrt{1+\alpha^2}}{\alpha} \frac{S}{H} b_{\max}^2 \sigma_y \quad [1.8]$$

Tra i dispositivi dissipativi, c'è il tipo ADAS (Fig.1.37). esso è costituito da un certo numero di lamine metalliche incastrate alle due estremità e con forma a X, in modo da avere plasticizzazione diffusa per flessione quando lo spostamento relativo fra le due sommità dei controventi ed il corrispondente elemento di trave arriva ad un determinato valore di soglia.



**Fig. 1.37. Dispositivo dissipatore tipo ADAS.**

Generalmente, i dispositivi che dissipano energia per isteresi presentano, rispetto a quelli che la dissipano per attrito, una maggiore affidabilità, soprattutto nel tempo, ai fini di una corretta calibrazione dello sforzo di scorrimento nei dispositivi stessi e, quindi, degli sforzi massimi nei controventi.

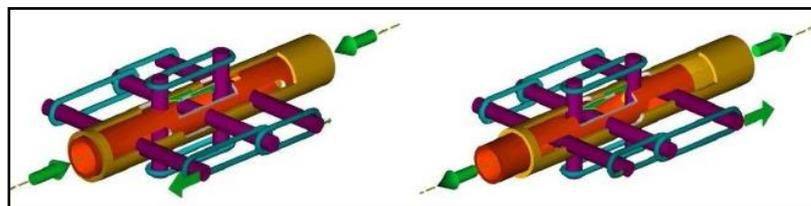
### **1.7.3.3 Dissipatori con proprietà ricentranti**

Nel campo di ricerca dei sistemi passivi e attivi, per il controllo e la protezione sismica delle strutture, c'è un'area il cui obiettivo è la ricerca di materiali intelligenti (smart materials). Questa classe di materiali, può essere implementata negli elementi strutturali o nei sistemi di controllo, come attuatori e sensori, modificando la risposta strutturale sotto azione esterna. In particolare vi sono dei materiali che esibiscono una proprietà detta "memoria di forma". Con il termine Leghe a Memoria di Forma (LMF o SMA) si identifica un gruppo di leghe metalliche (Ni-Ti, Cu-Zn-Al, ed altri) caratterizzate dalla capacità di subire elevate deformazioni con un comportamento non lineare e dall'assenza di deformazioni residue all'atto dello scarico e sono in grado di tornare ad assumere la loro forma iniziale; tali proprietà prendono rispettivamente il nome di superelasticità ed effetto "memoria di forma". Le leghe a Memoria di Forma appartengono ad una classe di solidi che possono subire mutamenti reversibili di tipo solido-solido tra due fasi cristalline; la prima fase, più ordinata e stabile alle alte temperature, è nota come austenite, mentre la seconda fase, meno ordinata dal punto di vista cristallografico ma comunque stabile alle basse temperature, è nota come martensite (la dissipazione è dovuta ad una trasformazione di fase: da austenite a martensite).

La principale dote di questi materiali è la loro capacità di unire aspetti tipici del comportamento in campo elastico (assenza di deformazioni residue, ampio intervallo di deformazioni di lavoro) con aspetti tipici del comportamento in campo plastico (dissipazione di energia, buon controllo della forza), in aggiunta ad una eccezionale resistenza a fatica e ad un comportamento ciclico stabile e ripetitivo.

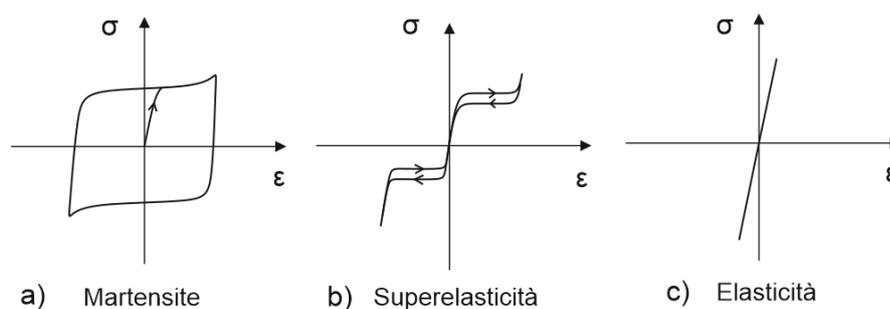
La tecnologia che li caratterizza è complessa ma molto affidabile, i costi sono sostenibili e l'ingombro è limitato.

I dispositivi a memoria di forma (Fig. 1.39) si distinguono per le loro grandi capacità ricentranti e dissipative, per la durabilità e la resistenza a fatica.



**Fig. 1.39. Schematizzazioni dispositivi a memoria di forma (SMA).**

Nella Fig. 1.40 è riportata la curva tensione-deformazione per tali dispositivi.



**Fig. 1.40. Dissipatori in lega a memoria di forma: curve tensione-deformazione.**

Alcuni esempi di applicazione di tali dispositivi sono riportati nelle seguenti figure:



(a) Progetto ILVA-IDEM (ex stabilimento ITALSIDER di Bagnoli).



(b) Protezione sismica della Basilica di S. Francesco (Assisi): Schema del collegamento tra tetto e parete mediante dispositivi in lega a memoria di forma.

Fig. 1.41. Esempi di applicazione di controventi rientranti con leghe a memoria di forma.

## 1.7.4 Dissipatori con smorzamento dipendenti dalla velocità

Rientrano in tale categoria i sistemi di smorzamento che utilizzano forme di dissipazione dell'energia dipendenti dalla velocità del moto o contemporaneamente da velocità e spostamento.

### 1.7.4.1 Dissipatori visco-elastici

I dissipatori viscoelastici più diffusi sono costituiti da strati di polimeri, con delle capacità dissipative connesse alla loro deformabilità a taglio e con un'area della superficie esposta molto piccola rispetto al volume del materiale, alternati a piatti di acciaio. Essi hanno la caratteristica, quando sono soggetti ad un ciclo di deformazione imposta, di dissipare energia sotto forma di calore, riacquistando, al termine del ciclo, la configurazione

originaria. I materiali impiegati sono chimicamente inerti e presentano una buona resistenza all'invecchiamento ed agli inquinanti ambientali. Nel 1969 i dispositivi viscoelastici furono introdotti per la prima volta nel campo civile, quando vennero installati nelle Torri Gemelle del World Trade Center di New York. Studi interessanti su questi dispositivi sono stati eseguiti nel corso degli anni (Zhang et al., 1989; Zhang e Soong, 1992; Shen et al., 1995).

Una configurazione tipica di dissipatore visco-elastico è mostrata in Fig. 1.42. Il dispositivo è costituito da uno o più strati di materiale visco-elastico connessi a piastre metalliche esterne ed è inserito all'interno di controventi di tipo Chevron, in modo tale che una piastra sia solidale con il controvento e l'altra alla struttura e quindi la gomma sia soggetta a deformazioni taglianti in seguito agli spostamenti di interpiano. E' importante che i bracci del controvento impediscano qualsiasi altro movimento secondario oltre allo scorrimento orizzontale in quanto questo comporterebbe deformazioni secondarie nella gomma. Sono in fase di studio anche dispositivi diversi, costituiti da cilindri metallici coassiali con interposti strati di gomma.

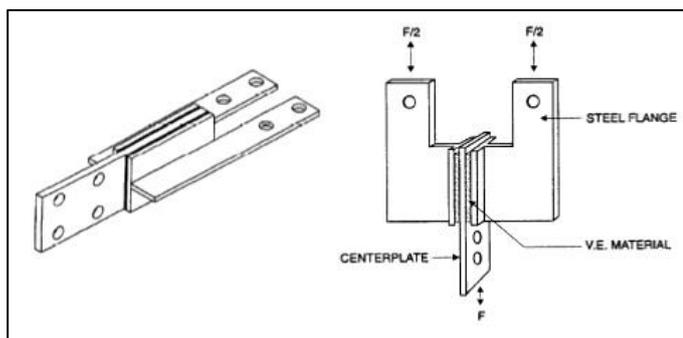


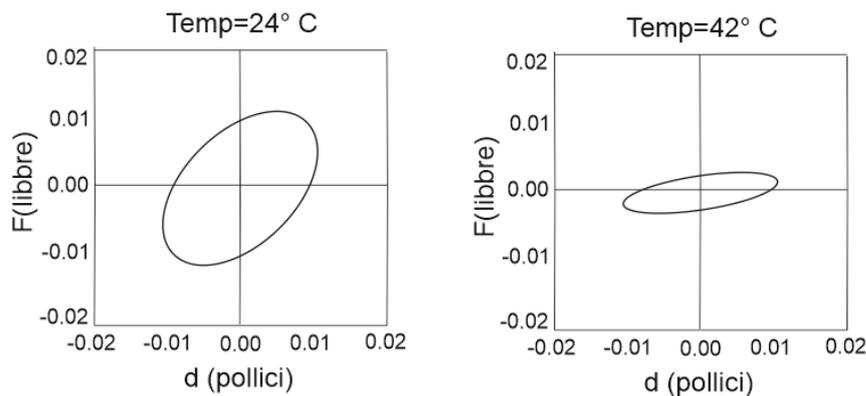
Fig. 1.42. Tipici dispositivi viscoelastici (Soong e Dargush, 1997).

Le proprietà principali da tenere sotto controllo nel progetto di un dissipatore visco-elastico sono: il Modulo di Carico (Shear Storage Modulus)  $G'$ , che fornisce la rigidità elastica a taglio del materiale, e il Modulo di Perdita (Shear Loss Modulus)  $G''$  che rappresenta la rigidità viscosa del materiale, ovvero la dipendenza dalla velocità. Sotto eccitazioni armoniche infinitesimali, la relazione che lega tali grandezze con le tensioni tangenziali è la seguente (Zhang et al., 1989):

$$\tau(t) = G'(\omega) \cdot \gamma(t) + \frac{G''(\omega)}{\omega} \cdot \dot{\gamma}(t) \quad [1.9]$$

dove  $\tau(t)$  è la tensione tangenziale,  $\gamma(t)$  è la deformazione a taglio,  $\dot{\gamma}(t)$  è la velocità di deformazione a taglio e  $\omega$  è la frequenza dei cicli in rad/sec. Questa relazione graficamente è rappresentata da un'ellisse inclinata. L'inclinazione è associata al termine  $G'$ , mentre l'area interna al termine  $G''$ .

Il comportamento dei materiali viscoelastici è generalmente dipendente dalle condizioni ambientali. Ad esempio, con l'aumentare della temperatura, il materiale diventa meno rigido e la sua efficacia nel dissipare energia decresce (Fig. 1.43). Inoltre le proprietà meccaniche sono influenzate dalla frequenza dei cicli di carico, dal numero e dall'ampiezza di questi (Tab. 1.1). Il fattore di perdita (Loss Factor), definito come rapporto tra  $G''$  e  $G'$ , invece, rimane relativamente invariato a moderati cambiamenti di frequenza e temperatura. Questo è un fattore importante come misura della capacità dissipativa del materiale visco-elastico perché è pari al doppio del rapporto di smorzamento del materiale.



**Fig. 1.43. Cicli di isteresi del materiale visco-elastico per diverse temperature esterne.**

Per il modello computazionale dei dispositivi visco-elastici esistono approcci molto diversi tra loro. Uno dei modelli più semplici è quello visco-elastico alla Kelvin, che prevede una molla e uno smorzatore in parallelo (Fig. 1.44b) e permette di utilizzare criteri di progettazione basati essenzialmente su analisi lineari. Viceversa è possibile utilizzare un modello alla Maxwell, dove molla e dissipatore sono posti in serie (Fig. 1.44c).

Temp (°C)	Freq (Hz)	Def (%)	G' (psi)	G'' (psi)	η
24	1.0	5	142	170	1.20
24	1.0	20	139	167	1.20
24	3.0	5	272	324	1.19
24	3.0	20	256	306	1.20
36	1.0	5	59	67	1.13
36	1.0	20	58	65	1.12
36	3.0	5	108	119	1.10
36	3.0	20	103	112	1.09

Tab. 1.1. Valori di G', G'' e η al variare della temperatura, della frequenza della forzante e del livello di deformazione del materiale visco-elastico.

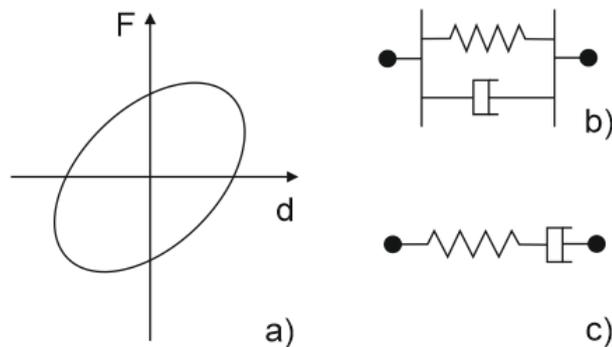


Fig. 1.44. Comportamento ciclico di un dispositivo visco-elastico (a); modello visco-elastico alla Kelvin (b) e alla Maxwell (c).

Se si considera un modello alla Kelvin, i parametri del dispositivo dissipativo sono facilmente deducibili dai parametri del materiale. Infatti la rigidezza della molla  $k'$  e lo smorzamento del dissipatore  $c'$  possono essere così espressi:

$$k' = \frac{A \cdot G'(\omega)}{h} \quad \text{a)}$$

$$c' = \frac{A \cdot G''(\omega)}{\omega \cdot h} \quad \text{b)}$$

[2.0]

dove  $A$  è l'area a taglio del materiale visco-elastico,  $h$  è lo spessore del materiale,  $G'$  è la rigidezza elastica a taglio del materiale,  $G''$  è la rigidezza viscosa del materiale e  $\omega$  è la frequenza di eccitazione. Nella maggior parte delle applicazioni strutturali,

l'approssimazione dell'utilizzo del modello di Kelvin è abbastanza ragionevole a patto che sia selezionato un valore adeguato per  $\omega$ .

I materiali viscoelastici hanno il vantaggio di essere a memoria evanescente e quindi non manifestano deformazioni residue dopo l'evento sismico (al contrario dei dispositivi elasto-plastici). Inoltre hanno un comportamento stabile e attivano la dissipazione anche per bassi livelli di deformazione. Dall'altro lato, però, hanno limitate capacità deformative (corsa limitata) e possono soffrire di debonding del materiale visco-elastico dal supporto metallico. Particolarmente interessanti risultano anche le gomme ad alto smorzamento, in quanto sono di facile ed economica realizzazione (Molina et al., 2000; Fuller et al., 2000; Bartera e Giacchetti, 2004; Dall'Asta e Ragni, 2006). Questo materiale ha la possibilità di dissipare interessanti quantità di energia anche con spostamenti laterali modesti e con una dipendenza dalla temperatura e dalla velocità di deformazione meno significativa rispetto ai classici dispositivi visco-elastici. Inoltre, la loro dipendenza dalla temperatura è modesta nell'intervallo di temperature di interesse nelle applicazioni strutturali e il comportamento è stabile nel tempo anche dopo l'applicazione di numerosi cicli di carico. Tuttavia esistono ancora poche applicazioni di controventi dissipativi in gomma ad alto smorzamento, soprattutto a causa del loro comportamento complesso e di difficile modellazione. Il comportamento di queste gomme è infatti caratterizzato da diversi fenomeni inelastici come la dipendenza non lineare dalla velocità e dall'ampiezza di deformazione e l'effetto Mullins che implica un progressivo degrado della rigidità del materiale al procedere della storia di deformazione, tale degrado è parziale e si stabilizza dopo pochi cicli. Tali gomme sono invece già ampiamente utilizzate nei dispositivi di appoggio per l'isolamento sismico dove la dissipazione gioca un ruolo secondario e la modellazione del comportamento delle gomme può quindi essere meno accurata.

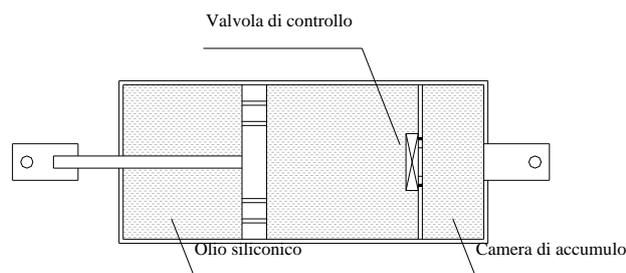
#### **1.7.4.2 Dissipatori viscosi**

I dissipatori viscosi sono apparecchiature oleodinamiche, costituite da un cilindro idraulico a doppio effetto, in cui scorre un pistone che lo divide in due camere. Ciascuna di queste è collegata ad un accumulatore idropneumatico a membrana, precaricato con gas inerte, e comunica con l'altra per mezzo di due valvole.

Per quanto riguarda il funzionamento, si osserva che, per bassi valori delle forze applicate, la risposta è quasi rigida. Successivamente, il volume del gas negli accumulatori si riduce in maniera proporzionale alla pressione applicata. Infine, quando la pressione raggiunge il valore di taratura della valvola di sovrappressione, il fluido passa da una camera all'altra a forza costante.

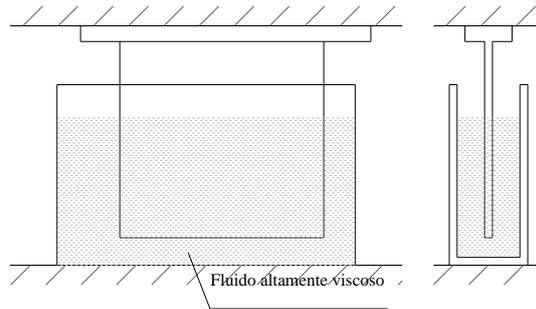
Si ottiene così una curva di comportamento elastico-perfettamente plastica, con capacità dissipativa molto elevata.

Le apparecchiature con cui si realizzano i dissipatori viscosi sono dunque costituite da un pistone in movimento in un cilindro riempito di un fluido, di solito un olio siliconico, eventualmente in pressione (Fig. 1.45). La testa del pistone suddivide il cilindro in due camere comunicanti attraverso degli orifizi opportunamente progettati per forma, dimensioni e numero. Per la presenza del braccio del pistone, il fluido subisce una compressione nel passaggio da una camera all'altra, manifestando un comportamento non puramente viscoso, ma più propriamente viscoelastico. Ciò determina una riduzione dell'efficienza dissipativa del dispositivo, evitabile mediante l'utilizzo di un apposito sistema, costituito da una camera di accumulo e da una valvola di controllo, che rende nulla la forza di richiamo del fluido per frequenze inferiori ad un assegnato limite (frequenza di *cut-off*). L'esistenza di questa frequenza limite consente di incrementare la capacità dissipativa nonché la rigidità in corrispondenza dei soli modi superiori, il cui contributo viene così ad essere praticamente eliminato.



**Fig. 1.45. Dissipatore viscoso: soluzione con dispositivo oleodinamico.**

Una differente tipologia di dissipatori viscosi si basa sulla deformazione di un fluido altamente viscoso, disposto in un contenitore al cui interno è forzata a muoversi una piastra di acciaio (Fig. 1.46). Questo tipo di dispositivo, inserito nelle maglie di un telaio, agisce sugli spostamenti d'interpiano, ma, affinché sia efficiente, si richiedono grandi volumi di fluido, il cui comportamento dipende fortemente dalla temperatura ambiente e dalla frequenza di carico.



**Fig. 1.46. Dissipatore viscoso: soluzione con parete viscosa.**

Il sistema presenta però inconvenienti dovuti al costo, all'ingombro e alla complessità dell'apparecchiatura, che lo rendono difficilmente utilizzabile nelle costruzioni civili e, in particolare, nei fabbricati.

La risposta di un dissipatore viscoso, nell'ipotesi di un fluido incomprimibile avente densità  $\rho$  e viscosità  $\mu$ , è del tipo:

$$N_D(t) = C_D \dot{\Delta}_D^2(t) \operatorname{sgn}[\dot{\Delta}_D(t)] \quad [2.1]$$

Dove  $N_D(t)$  è la forza di reazione dissipativa,  $\operatorname{sgn}$  è la funzione segno,  $C_D$  è il coefficiente di smorzamento,  $\dot{\Delta}_D(t)$  è la velocità del pistone.

In presenza di una modesta viscosità e di orifizi relativamente grandi e corti; di contro, per elevati valori della viscosità e orifizi relativamente piccoli e lunghi si ottiene un comportamento viscoso-lineare, che è caratteristico dei fluidi Newtoniani:

$$N_D(t) = C_D \dot{\Delta}_D(t) \quad [2.2]$$

Nel caso più generale, si ha una dipendenza non lineare dalla velocità:

$$N_D(t) = C_D |\dot{\Delta}_D(t)|^\beta \operatorname{sgn}[\dot{\Delta}_D(t)] \quad [2.3]$$

dove il parametro  $\beta$  (compreso nell'intervallo  $0 \div 2$ ) è funzione della forma e delle dimensioni degli orifizi (Mazzolani e Serino, 1997). Il legame forza-velocità, riportato in forma adimensionale in Fig. 1.47a, evidenzia come valori di  $\beta$  superiori ad 1 corrispondano

a modesti o improvvisi incrementi di forza, rispettivamente per bassi o elevati valori della velocità; dissipatori aventi tale caratteristica ben si presentano ad essere adoperati quali “shock-absorbes”. Il comportamento opposto si ha, invece, per valori di  $\beta$  inferiori ad 1, mentre per  $\beta = 1$  la risposta diventa di tipo viscoso-lineare. In quest’ultimo caso la forza dissipativa potrebbe risultare eccessiva per elevate velocità; ciò suggerisce l’impiego di dissipatori caratterizzati da  $\beta < 1$ , nei quali l’incremento di forza tende ad annullarsi alle velocità più elevate.

Per una storia di spostamenti armonica la (1.47a) si traduce in un’espressione, in cui la forza risulta fuori fase di  $90^\circ$  rispetto allo spostamento:

$$N_D(t) = C_D (\omega_D \Delta_{D,0})^\beta |\cos \omega_D t|^\beta \operatorname{sgn}(\cos \omega_D t) = N_{D,0} |\cos \omega_D t|^\beta \operatorname{sgn}(\cos \omega_D t) \quad [2.4]$$

Tale espressione risulta essere più favorevole rispetto a quella ottenuta in precedenza per i dissipatori viscoelastici, nei quali la forza era parzialmente in fase con lo spostamento (Soong e Dargush, 1997). E’ interessante osservare che a parità di forza massima ( $N_{D,0}$ ) e di spostamento massimo ( $\Delta_{D,0}$ ) a valori di  $\beta$  più piccoli corrispondono maggiori dissipazioni di energia. In particolare, per  $\beta=2$  si hanno orifizi di forma cilindrica e modeste capacità dissipative, mentre per  $\beta=0$  gli orifizi sono sostituiti da una valvola di controllo della pressione che rende il comportamento indipendente dalla velocità del fluido (risposta rigido-plastica). In forma adimensionale si ottiene così per moto sinusoidale, la risposta riportata in Fig. 1.47b.

Il fattore di smorzamento viscoso equivalente ( $\xi_D$ ), a meno del caso corrispondente a  $\beta=1$ , risulta essere funzione dell’ampiezza del moto e, per fluido incomprimibile pari a :

$$\zeta_D = \frac{\alpha C_D \omega^\beta \Delta_{D,0}^{1+\beta}}{2\pi K_F \Delta_{D,0}^2} \quad [2.5]$$

con  $\alpha$  a sua volta funzione del parametro  $\beta$ , mentre  $K_f$  rappresenta la rigidità del sistema in assenza di controventi. L’espressione 2.5 fornisce, però, per  $\beta < 1$ , elevati valori di  $\xi_D$  al diminuire dell’ampiezza del moto, contrariamente a quanto osservato sperimentalmente nel caso di basse velocità di carico, in cui il comportamento è linearmente dipendente dalla velocità ed il fattore di smorzamento viscoso è costante.

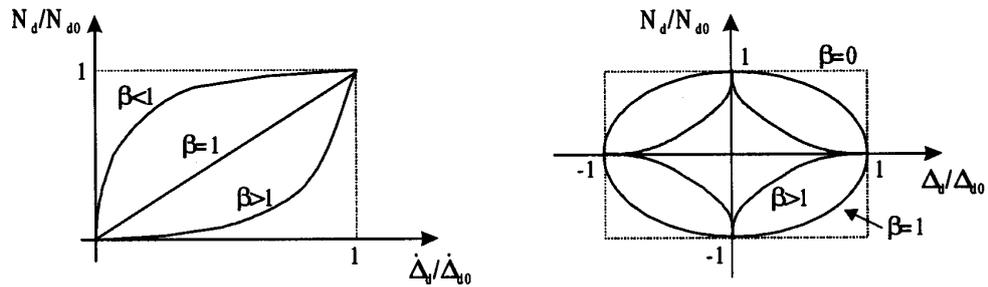


Fig. 1.47. Dissipatore viscoso: influenza del parametro  $b$  sui legami adimensionali forza-velocità (a), forza-spostamento (b).

Soffermando l'interesse sul comportamento viscoso-lineare ( $\beta=1$ ), accettabile su di un ampio campo di frequenze, la risposta nel piano  $N_D$ - $D_D$  è rappresentabile mediante un'ellisse avente intercetta sull'asse delle ordinate pari a  $C_D \omega D_{D,0}$  (Fig.1.48). Il corrispondente legame può essere visto come una specializzazione del modello di Kelvin, ponendo  $K_D^{(K)}=0$ , oppure di quello di Maxwell per  $K_D^{(M)} \rightarrow \infty$ .

E' opportuno rilevare, però, che l'ipotesi di fluido a comportamento puramente viscoso (ossia  $K_D = 0$ ) è accettabile solo per velocità di carico abbastanza basse. Inoltre, a differenza dei dissipatori viscoelastici, quelli viscosi manifestano una minore sensibilità ai cambiamenti di temperatura e all'ampiezza del moto, ma comunque una certa dipendenza dalla frequenza.

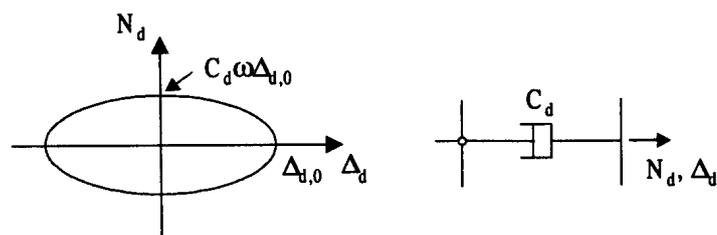


Fig. 1.48. Risposta di un dissipatore viscoso-lineare ( $b=1$ ) per una storia di spostamenti armonica.

## Capitolo 2

### Procedure di progettazione di controventi dissipativi

#### 2.1 Premessa

La dissipazione supplementare di energia rappresenta una tecnica molto efficace per la protezione sismica delle costruzioni. In particolare, nel caso di edifici intelaiati si ricorre usualmente all'inserimento di controventi metallici provvisti di dispositivi dissipativi, cosiddetti "controventi dissipativi" (De Matteis et al. 2003, Vulcano 1991).

Diverse procedure progettuali, seguendo approcci più o meno sofisticati, sono state proposte in letteratura. Nel presente capitolo viene fornito un quadro sintetico dei principali metodi seguiti per la progettazione dei sistemi dissipativi, mettendone in evidenza le principali differenze.

A parte le differenze fra gli approcci seguiti dai diversi autori proponenti, si possono distinguere metodi di ottimizzazione strutturale (più complessi) e metodi semplificati che fanno riferimento ad un sistema equivalente ad un grado di libertà. Questi ultimi metodi possono essere inquadrati nell'ambito del Performance Based Design (Bertero, 2002), PBD, la cui idea di base consiste nel cercare di conseguire un prescelto livello prestazionale per un definito livello dell'intensità sismica: per es., un designato livello di danneggiamento ritenuto accettabile per le parti strutturali o per quelle considerate non strutturali, quali tramezzature ed impianti.

I metodi semplificati, pur seguendo approcci differenti, fanno riferimento ad un sistema ad un grado di libertà (1 g.d.l.) rappresentativo della struttura da esaminare, ossia ad un semplice "sistema equivalente"; con riferimento a tale sistema, vengono costruiti degli spettri di risposta che consentono di operare le scelte delle caratteristiche dei controventi e dei dispositivi dissipativi sulla base di opportune distribuzioni delle loro caratteristiche lungo l'altezza di strutture intelaiate.

Inoltre, i metodi semplificati, che rientrano nel PBD, mirano a conseguire, per un determinato livello d'intensità sismica, un prescelto livello prestazionale combinando l'analisi statica non lineare (pushover) della struttura con l'analisi spettrale di un sistema equivalente ad un grado di libertà. A tale scopo vengono seguiti due approcci diversi: a) uno, basato sul controllo delle forze (Force-Based Design, FBD: per es., Kim et al., 2003; Ponso et al., 2007); b) l'altro, basato sul controllo degli spostamenti (Direct Displacement Based Design, DDBD: per es., Vulcano e Mazza, 2007; Sullivan et al., 2009, 2012).

Un altro approccio si basa sull'energia, si tratta dei criteri energetici per l'appunto. Secondo l'approccio energetico è possibile definire, da un lato, l'energia ceduta ad una struttura e, dall'altro,

la capacità di questa di assorbirla, capacità che dipende dalle caratteristiche delle zone dissipative e dal numero di zone attivate in seguito ad un evento sismico. L'equazione di bilancio energetico, che viene indicata in seguito, fornisce uno strumento molto efficace per individuare quali sono le possibili strategie da mettere in atto per superare un prefissato evento sismico (De Luca e Serino, 1988).

Di seguito si espongono una serie di metodi che vengono raggruppati a seconda del tipo di dispositivo dissipativo che viene considerato.

## **2.2 Metodi di progettazione di dispositivi dissipativi viscosi**

### **2.2.1 Metodo di Kim et al. (2003)**

Il metodo di Kim per la progettazione di dispositivi dissipativi viscosi, si basa sul metodo dello spettro di capacità (CSM), nell'ambito del Performance Based Design (PBD).

Il metodo ha due fasi basilari: la valutazione della dissipazione energetica, necessaria alla struttura a conseguire un certo livello prestazionale e la determinazione delle caratteristiche geometriche e dell'ubicazione dei dissipatori adeguate a realizzare il desiderato coefficiente di smorzamento.

La richiesta di dissipazione energetica, viene ricavata come differenza tra la domanda totale di dissipazione, che si evince dallo spettro di risposta e lo smorzamento isteretico della struttura, cui si somma la capacità di dissipazione equivalente della stessa che ha origine dalla deformazione plastica di ciascuno degli elementi strutturali.

Ai fini di una efficace distribuzione dei dissipatori ai vari piani dell'edificio il criterio adottato consiste nell'eguagliare l'energia dissipata dalla struttura quando si deforma in corrispondenza dello spostamento di performance e la richiesta di dissipazione precedentemente valutata.

I dissipatori viscosi hanno il vantaggio di dissipare energia senza mutare le proprie caratteristiche modali dinamiche. La forza di smorzamento esercitata da essi può essere assunta proporzionale alla velocità elevata ad un coefficiente costante con valore compreso tra 0,5 e 2 (FEMA-274, 1997). Nell'analisi preliminare e in fase di progettazione, tale esponente è assunto pari a 1, per semplicità (Soong e Dargush, 1997).

Più nel dettaglio, il metodo di Kim si articola nelle seguenti operazioni.

**Passo 1: Trasformare la struttura in un sistema equivalente ad un grado di libertà (SDOF).**

Pertanto, si dovrà convertire la curva di capacità e lo spettro di risposta elastico nel formato ADRS (Acceleration Displacement Response Spectra). Lo spettro di risposta viene trasformato nel formato ADRS utilizzando la relazione tra  $S_a$  e  $S_d$  che sono rispettivamente, l'accelerazione e lo spostamento spettrale:

$$S_d = \frac{1}{4 \cdot \pi^2} \cdot S_a \cdot T^2 \quad [2.1]$$

In cui T è il periodo.

La curva pushover della struttura si ottiene, invece, applicando alla stessa, in maniera graduale, carichi laterali opportunamente distribuiti con l'altezza. Tra le possibili distribuzioni di carichi sismici laterali, si individuano le seguenti:

a. Forze proporzionali al prodotto delle masse di piano per le relative componenti della prima forma modale del modello elastico della struttura:

$$F_i = \frac{m_i \varphi_{i1}}{\sum_{i=1}^N m_i \varphi_{i1}} V \quad [2.2]$$

in cui  $F_i$  è la forza sismica agente in corrispondenza dell'i-esimo piano,  $m_i$  è la massa dell'i-esimo piano,  $\varphi_i$  è l'i-esima componente della forma modale fondamentale, V è il taglio alla base della struttura e N è il numero di piani della stessa.

b. L'effetto delle forme modali successive alla prima è tenuto in conto per mezzo di una combinazione delle stesse utilizzando il metodo SRSS (Gilmartin et al.,1998):

$$F_i = \sqrt{\sum_{j=1}^N \left( \frac{\sum_{i=1}^N m_i \varphi_{ij}}{\sum_{i=1}^N m_i \varphi_{ij}^2} \varphi_{ij} S_{aj} m_i \right)^2} \quad [2.3]$$

in cui  $\varphi_{ij}$  è l'i-esima componente della j-esima forma modale e  $S_{aj}$  è l'accelerazione spettrale relativa al j-esimo modo di vibrare.

c. E' introdotta una forma modale equivalente considerando i fattori di partecipazione delle forme successive:

$$F_i = \frac{\overline{m_i \varphi_i}}{\sum_{i=1}^N \overline{m_i \varphi_i}} V \quad [2.4]$$

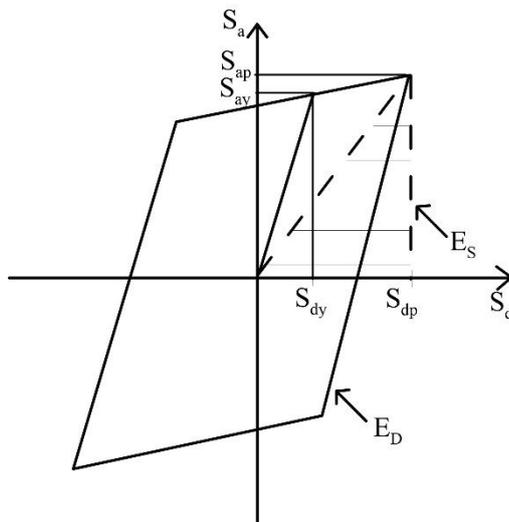
$$\text{in cui } \overline{\varphi_i} = \sqrt{\sum_{j=1}^N (\varphi_{ij} \Gamma_j)^2} \text{ e } \Gamma_j = \frac{\sum_{i=1}^N m_i \varphi_{ij}}{\sum_{i=1}^N m_i \varphi_{ij}^2} \quad [2.5]$$

in cui  $\Gamma$  è il coefficiente di partecipazione.

La prima distribuzione può adeguatamente essere adottata per strutture in cui la prima forma modale sia dominante sulle altre, mentre la seconda e la terza hanno il vantaggio di tener conto di tutte le forme modali nella valutazione dei carichi sismici laterali.

**Passo 2: Determinare lo smorzamento viscoso equivalente.**

Viene ricavato dall'energia dissipata dal comportamento isteretico della struttura.



**Fig. 2.1. Valutazione dello smorzamento equivalente.**

$E_D$  rappresenta l'area sottesa dalla curva di isteresi sino allo spostamento massimo, mentre  $E_S$  rappresenta l'energia potenziale immagazzinata, corrispondente all'area del triangolo ombreggiato come illustrato nella Fig. 2.1.

Lo smorzamento viscoso equivalente è dato da:

$$\beta_{eq} = \frac{1}{4\pi} \frac{E_D}{E_S} = \frac{2(S_{ay}S_{dp} - S_{dy}S_{ap})}{\pi S_{dp}S_{ap}} \quad [2.6]$$

in cui  $S_{ay}$  e  $S_{dy}$  sono l'accelerazione e lo spostamento al limite elastico del sistema equivalente ad un grado di libertà e  $S_{ap}$  e  $S_{dp}$  sono l'accelerazione e lo spostamento massimi. In seguito è necessario effettuare una rappresentazione bilineare dello spettro di capacità, per poter valutare lo smorzamento effettivo e l'appropriata riduzione della domanda spettrale. Il metodo ATC-40 (Applied Technology Council, 1996) raccomanda che le aree sottese dalla curva di capacità originale e dalla curva bilineare equivalente siano uguali cosicché si equivalgano le energie relative a ciascuna curva. Se si indica con  $\beta$  lo smorzamento viscoso della struttura, il contributo di dissipazione efficace può ottenersi come segue:

$$\beta_{eff} = \beta + k\beta_{eq} \quad [2.7]$$

in cui  $k$  è fattore di efficienza o di modificazione dello smorzamento che è pari al rapporto tra l'area sottesa dalla curva d'isteresi e quella sottesa dalla curva del corrispondente sistema isteretico perfettamente bilineare (ATC40, 1996; FEMA, 1997). Se il sistema è assunto perfettamente bilineare,  $k$  è pari a 1.

In seguito all'inserimento nella struttura, dei dispositivi di dissipazione energetica, lo smorzamento efficace diventa:

$$\beta_{eff} = \frac{1}{4\pi} \frac{E_{DE} / m + E_D}{E_S} + \beta \quad [2.8]$$

in cui  $E_{DE}$  è l'energia dissipata dai dispositivi,  $m$  è la massa efficace del sistema. Il primo membro del termine di destra dell'espressione rappresenta il contributo di smorzamento equivalente derivante dai dispositivi aggiuntivi. L'energia dissipata dai dissipatori viscosi per un ciclo di moto armonico, può essere valutata come segue:

$$E_{DE} = \pi c \omega S_{dp}^2 = 2\pi \beta_v \frac{T_{eff}}{T} k_{eff} S_{dp}^2 \quad [2.9]$$

in cui  $c$  è la costante di smorzamento di un dissipatore viscoso lineare,  $\omega$  e  $\omega_{eff}$  sono le frequenze della forzante e efficace, rispettivamente,  $k_{eff}$  è la rigidezza efficace del sistema e  $\beta_v$  è lo smorzamento del sistema con dissipatori viscosi che vibra armonicamente con periodo  $T_{eff}$ .

Se l'espressione su scritta è sostituita nella precedente, si può, allora, ottenere lo smorzamento totale efficace comprensivo del contributo dei dissipatori:

$$\beta_{eff} = \beta_{eq} + \beta + \beta_v \frac{T_{eff}}{T_e} \quad [2.10]$$

in cui  $T_e$  è il periodo efficace elastico.

### **Passo 3: Determinare lo smorzamento efficace totale del sistema.**

Può essere utilizzato nella valutazione della risposta strutturale per ridurre lo spettro di domanda a causa degli effetti dei dissipatori. Quando un desiderato livello di performance è prestabilito, come nel caso dell'adeguamento sismico, la dissipazione supplementare richiesta a conseguirlo può essere, dunque, ottenuta esplicitando l'espressione su vista nel seguente modo:

$$\beta_v = (\beta_{eff} - \beta - \beta_{eq}) \frac{T_e}{T_{eff}} \quad [2.11]$$

In tale espressione, lo smorzamento efficace si ottiene direttamente dallo spettro di domanda che interseca lo spettro di capacità nel punto di performance stabilito ( $S_{dT}$ ,  $S_{aT}$ ). Lo smorzamento equivalente è valutato in corrispondenza del medesimo punto. La procedura per la valutazione del richiesto smorzamento viscoso addizionale è la seguente:

- i. costruzione dello spettro di capacità bilineare mediante analisi pushover e valutazione della rigidezza efficace elastica  $k_e$  e del periodo efficace elastico  $T_e$ ;
- ii. determinazione dello spostamento  $S_{dt}$  che realizza il desiderato livello di performance;
- iii. valutazione dello smorzamento equivalente dallo spettro di capacità, leggendo le

coordinate spettrali ( $S_{at}$ ,  $S_{dt}$ ) e calcolando il periodo efficace  $T_{eff} = 2\pi \sqrt{\frac{S_{dt}}{S_{at}}}$  ;

iv. individuazione dello smorzamento  $\beta_{\text{eff}}$  relativo allo spettro di domanda che interseca la curva di capacità nel punto corrispondente allo spostamento di performance; esso rappresenta la domanda totale di dissipazione necessaria alla struttura a realizzare l'obiettivo prestabilito;

v. valutazione del contributo viscoso che deve essere aggiunto in modo tale che il massimo spostamento coincida con quello di performance.

**Passo 4: Distribuzione dei dissipatori supplementari in una struttura multipiano tra i vari piani.**

Se i dissipatori sono disposti su elementi diagonali con inclinazione  $\theta$  sull'orizzontale, l'energia dissipata dai dispositivi e quella immagazzinata nella struttura si valutano come segue (FEMA 274, 1997):

$$E_{DE} = \frac{2\pi^2}{T} \sum_{i=1}^n C_{di} \cos^2 \theta_i (\Delta_i - \Delta_{i-1})^2 \quad [2.12]$$

$$E_S = \frac{2\pi^2}{T^2 2} \sum_{i=1}^n m_i \Delta_i \quad [2.13]$$

in cui  $T$  è il periodo fondamentale della struttura;  $C_{di}$  e  $\Delta_i$  sono, rispettivamente, il coefficiente di dissipazione e il massimo spostamento laterale dell' $i$ -esimo piano e  $n$  è il numero di piani della struttura. Sostituendo le espressioni di  $E_{DE}$  e  $E_S$  in quella di  $\beta_{\text{eq}}$ , si ottiene la seguente espressione per il contributo di smorzamento offerto dai dispositivi dissipativi:

$$\beta_v = \frac{1}{4\pi} \frac{T \sum_{i=1}^N C_{di} \cos^2 \theta_i (\Delta_i - \Delta_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^N m_i \Delta_i^2} \quad [2.14]$$

Per il dato spostamento di performance e il richiesto coefficiente di smorzamento, per ciascun piano può essere determinato un appropriato valore del coefficiente  $C_{di}$ . In questa fase, tuttavia, i massimi spostamenti laterali sono incogniti. Si può, pertanto, fare un'assunzione in merito: ad esempio, disporre la stessa quantità di dissipatori in ciascun piano e supporre che i massimi spostamenti di piano siano proporzionali alla prima forma modale o alla curva di pushover.

## Osservazioni

Il metodo è semplice da applicare ma richiede delle assunzioni come visto nell'ultima fase della procedura pertanto non è molto affidabile o comunque richiede una verifica sui risultati che si ottengono accurata.

### 2.2.2 Metodo di Petti et al. (2004)

Il metodo prevede la definizione dello spostamento di progetto desiderato e consiste nel definire la disposizione migliore dei controventi dissipativi in funzione dello spettro elastico imposto e quindi del coefficiente di smorzamento combinando i contributi delle varie forme modali attraverso la CQC (Complete Quadratic Combination) in modo da poter effettivamente stabilire quale sia la disposizione dei dissipatori che massimizza la dissipazione dell'energia del terremoto. La dissipazione massima è quella che si preferisce perciò in corrispondenza di questa si sceglie la disposizione dei dispositivi.

Gli autori verificano la procedura proposta considerando venti strutture di riferimento, in modo da poter tenere in considerazione gli edifici in acciaio tipici di varia altezza. Il sistema strutturale presenta valori dello smorzamento proporzionali corrispondenti al 5% dello smorzamento adimensionale di ciascuna forma modale. La struttura è costituita da pilastri e travi di varie dimensioni al variare del piano.

Di seguito si riassumono i passi essenziali del metodo.

#### **Passo 1: Si definisce lo spostamento di progetto.**

Si determina l'accelerazione di interpiano all'i-esimo piano come di seguito:

$$\ddot{x}^{(i)}(t) = \sum_{k=1}^n g_k \ddot{x}_k^i(t) \quad [2.15]$$

Dove:

$g_k$  è il fattore di partecipazione sismico per la k-esima forma modale e  $\ddot{x}_k^i(t)$  è il contributo della k-esima forma modale all'accelerazione di interpiano dell'i-esimo livello.

**Passo 2: Si valuta una prima disposizione dei controventi dissipativi e si svolge l'analisi modale.**

Considerando le prime tre forme modali, gli autori determinano la domanda sismica in termini di spostamenti di interpiano, disponendo 50 dissipatori ai vari piani.

**Passo 3 : Si calcola la massima dissipazione in funzione delle singole forme modali per uno spettro di progetto assegnato.**

La domanda sismica in termini di spostamenti di interpiano per ciascun livello è stata fatta considerando sia le caratteristiche del sistema ad un grado di libertà (SDOF) sia i parametri sismici dello spettro dell'accelerazione spettrale. Gli autori, in accordo con l'Eurocodice EC8, considerano uno spettro di risposta per una classe di sottosuolo di tipo A, nella sperimentazione numerica che conducono. Vengono, infatti, effettuate delle analisi lineari, considerando venti terremoti compatibili con lo spettro di risposta per la classe di sottosuolo di tipo A.

Il coefficiente riduttivo che deve tenere conto della dissipazione di energia fornita dai dissipatori, viene scelto in accordo all'Eurocodice EC8, utilizzando la seguente formula:

$$q_{\xi} = \frac{1}{\eta} = \sqrt{\frac{5 + \xi}{10}} \quad [2.16]$$

**Passo 4: Si calcola la massima dissipazione attraverso la CQC.**

Considerando la Combinazione Quadratica Completa, cioè la combinazione dei massimi contributi delle varie forme modali, si ottiene che l'accelerazione di interpiano tra due piani, quindi il rapporto di accelerazione di interpiano, è dato da:

$$\frac{\ddot{x}_{\max}^{(i)}}{\ddot{x}_{\max}^{(j)}} = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^n \sum_{w=1}^n \rho_{kw} g_k g_w \omega_k^2 \omega_w^2 x_k^{(i)} x_w^{(i)}}}{\sqrt{\sum_{k=1}^n \sum_{w=1}^n \rho_{kw} g_k g_w \omega_k^2 \omega_w^2 x_k^{(j)} x_w^{(j)}}} \quad [2.17]$$

Dove  $\rho_{kw}$  è il coefficiente di correlazione del contributo modale ed è uguale a:

$$\rho_{kw} = \frac{8\sqrt{\xi_k \xi_w} (\xi_k + \beta_{kw} \xi_w) \beta_{kw}^{3/2}}{(1 - \beta_{kw}^2)^2 + 4\xi_k \xi_w \beta_{kw} (1 + \beta_{kw}^2) + 4(\xi_k^2 + \xi_w^2) \beta_{kw}^2} \quad [2.18]$$

Dove  $\xi_k$  e  $\xi_w$  rappresentano lo smorzamento adimensionale per l'i-esimo e j-esimo modo rispettivamente e  $\beta_{kw} = \omega_k / \omega_w$  è il rapporto della frequenza circolare.

**Passo 5: si effettua l'eventuale modifica della disposizione dei dissipatori per ottenere la massima dissipazione determinata in precedenza.**

### *Osservazioni*

Il metodo proposto dagli autori fornisce la possibilità di poter cogliere con maggiore facilità, la risposta dinamica della struttura, avendo espresso in modo diverso le equazioni del moto. Inoltre il metodo di progetto proposto, riesce a fornire una stima utile dello spostamento di interpiano massimo e permette di poter valutare il numero e la disposizione dei controventi, per ottenere un determinato livello di prestazione della struttura, sia per edifici nuovi che da adeguare.

### **2.2.3 Metodo di Sullivan e Lago (2012)**

In questo lavoro viene introdotta una nuova procedura per la progettazione sismica del momento resistente del telaio (MRF), di strutture dotate di smorzatori viscosi lineari. La nuova metodologia riformula ed estende l'approccio proposto per sistemi a telaio con smorzatori viscosi da Lin et al. (2003) ed aggiungendo gli sviluppi dello stato dell'arte elaborati per il momento resistente del telaio (MRF).

Va notato che in realtà in letteratura ci sono molte altre procedure di progetto proposte per strutture dotate di smorzatori viscosi, come la procedura di Silvestri et al. (2010) presentata in

seguito e che fornisce chiare linee guida per il dimensionamento dei dissipatori all'interno di una struttura, basata sulle forze.

Tuttavia, sviluppando ulteriormente il metodo DDBD per telai con smorzatori viscosi, l'intento è quello di fornire agli operatori un'alternativa ai metodi di progetto esistenti.

Le caratteristiche dei dissipatori viscosi sono state esposte nel Capitolo 1, qui si fa una considerazione generale sul loro utilizzo. Poiché le tradizionali tipologie strutturali non hanno componenti di forza dipendenti dalla velocità e sviluppano invece forze interne quando viene imposto un aumento degli spostamenti (o viceversa se sono applicate delle forze) in funzione della rigidità della struttura, per la maggior parte dei professionisti, la progettazione sismica di strutture dotate di smorzatori viscosi è concettualmente impegnativo in quanto il progettista deve riconoscere come trattare con forze di smorzamento di picco che tendono a verificarsi quando le forze strutturali dipendenti dallo spostamento sono pari a zero. Il progettista potrebbe essere incerto su quale distribuzione di forze interne dovrebbe essere utilizzata per le verifiche di progetto, quale domanda di spostamento massimo dovrebbe essere prevista e, nel caso, il progettista abbia utilizzato una progettazione basata sull'applicazione di forze, quale fattore di comportamento dovrebbe essere usato per il sistema costruttivo.

La metodologia DDBD fornisce un approccio che dà ai progettisti chiarezza e fiducia per la progettazione sismica di sistemi MRF dotati di smorzatori viscosi.

Si espone la procedura di progettazione con l'approccio a sistemi MRF con smorzatori viscosi lineari con il metodo DDBD, di seguito. E' costituita da otto passaggi, come verrà illustrato nelle sottosezioni che seguono.

### **Passo 1: Definire il profilo dello spostamento di progetto**

La progettazione sismica di un sistema MRF potrebbe dipendere dal limite di deformazione del materiale, dal drift limite ai piani (usati per limitare i danni agli elementi non-strutturali) o dal limite di deformazione residua.

L'espressione empirica dello spostamento è pari a:

$$\Delta_i = \omega_\theta \cdot \theta_c \cdot h_i \cdot \frac{4 \cdot H_n - h_i}{4 \cdot H_n - h_1} \quad [2.19]$$

dove  $\theta_c$  è il drift limite dei piani,  $H_n$  è l'altezza totale del telaio,  $h_i$  è l'altezza del piano i-esimo, e  $n$  è il numero dei piani. Il fattore di riduzione  $\omega_\theta$  rappresenta gli effetti di modi superiori sul drift di piano e può essere calcolato utilizzando l'Eq. [2.20]:

$$\omega_\theta = 1.15 - 0.0034 \cdot H_n \leq 1.0 \quad [2.20]$$

Impostato il profilo dello spostamento di progetto, lo spostamento di progetto del sistema SDOF equivalente, la massa efficace e l'altezza effettiva possono essere ricavati rispettivamente dalle seguenti equazioni:

$$\Delta_d = \frac{\sum m_i \cdot \Delta_i^2}{\sum m_i \cdot \Delta_i} \quad m_e = \frac{\sum m_i \cdot \Delta_i}{\Delta_d} \quad h_e = \frac{\sum m_i \cdot \Delta_i \cdot h_i}{\sum m_i \cdot \Delta_i} \quad [2.21]$$

a)                      b)                      c)

Dove  $m_i$  è la massa di piano.

**Passo 2: Scegliere la percentuale della forza di taglio alla base di progetto che sarà assorbita dai dissipatori**

Al progettista è data la libertà di scegliere il relativo impatto degli smorzatori sulla risposta del sistema attraverso la scelta del coefficiente proporzionale,  $\beta_i$ , del taglio di piano che viene assorbito da ogni dissipatore:

$$F_{d,i} = \beta_i \cdot V_i \quad [2.22]$$

dove  $F_{d,i}$  è la forza di progetto per i dissipatori al piano i-esimo e  $V_i$  è il taglio di progetto al piano i-esimo.

**Passo 3: Calcolare lo smorzamento del sistema SDOF equivalente**

Con la percentuale del taglio di progetto scelta, lo smorzamento viscoso del sistema equivalente,  $\xi_{eq}$ , può essere calcolato utilizzando l'Eq. [2.23]:

$$\xi_{eq} = \xi_{eq,fr} + \frac{\beta}{2} \quad [2.23]$$

dove  $\beta$  è la percentuale del taglio di progetto fissato al passo precedente, e  $\xi_{eq,fr}$  è lo smorzamento viscoso equivalente offerto dal telaio, che può essere ottenuto dall'Eq. [2.24]:

$$\xi_{eq,fr} = 0.05 + 0.710 \cdot \left( \frac{\mu - 1}{\mu \cdot \pi} \right) \quad [2.24]$$

Dove  $\mu$  è la richiesta di duttilità sul telaio, ottenuta come  $\mu = \Delta_d / \Delta_y$ .

Lo spostamento al limite di snervamento  $\Delta_y$  è pari a:

$$\Delta_y = H_e \cdot 0.5 \cdot \frac{\varepsilon_y \cdot L_b}{h_b} \quad [2.25]$$

dove  $\varepsilon_y$  è la deformazione di snervamento dell'acciaio,  $L_b$  è la lunghezza della trave e  $h_b$  è la profondità della sezione della trave.

**Passo 4: Scalare lo spettro di progetto dello spostamento in funzione del valore dello smorzamento viscoso equivalente.**

Lo spettro di progetto dello spostamento dovrebbe essere scalato in base al valore dello smorzamento viscoso del sistema equivalente. Per fare questo, si può usare l'espressione cui fa riferimento l'Eurocodice EC8:

$$S_{d,\xi\%} = \left( \frac{10}{5 + \xi} \right)^{0.5} \cdot S_{d,5\%} \quad [2.26]$$

dove  $S_{d,5\%}$  e  $S_{d,\xi\%}$  sono, rispettivamente, lo spostamento spettrale richiesto al 5% di smorzamento e lo spostamento spettrale richiesto al livello di smorzamento viscoso equivalente e  $\xi$  è lo smorzamento viscoso equivalente.

**Passo 5: Identificare l'effettivo periodo richiesto.**

Noto lo spostamento di progetto  $\Delta_d$ , dal grafico di Fig. 2.2 è possibile leggere il periodo effettivo richiesto dal sistema.

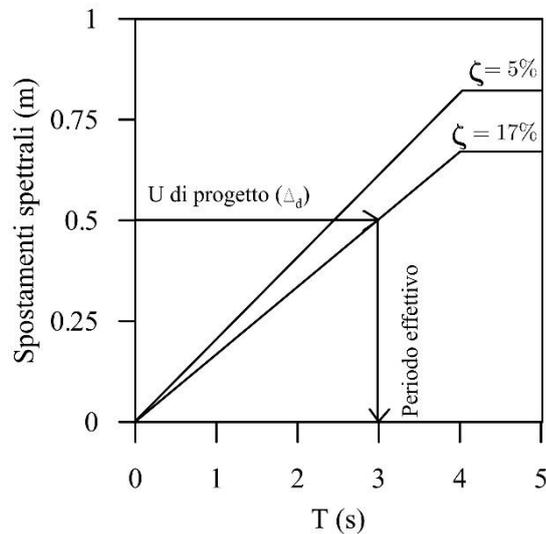


Fig.2.2. Spettro spostamento.

**Passo 6: Determinare la rigidezza effettiva richiesta e il taglio alla base di progetto.**

La rigidezza effettiva richiesta è pari a:

$$K_{\text{eff}} = 4 \cdot \pi^2 \cdot \frac{m_e}{T_e^2} \quad [2.27]$$

Il taglio alla base di progetto è pari a:

$$V_b = K_{\text{eff}} \cdot \Delta_d \quad [2.28]$$

**Passo 7: Calcolare le forze di progetto degli elementi e dei dissipatori.**

Gli sforzi richiesti dagli elementi possono essere ottenuti analizzando la struttura sottoposta ad una distribuzione di forze laterali equivalenti calcolate come:

$$F_i = k \cdot V_b \cdot \frac{m_i \cdot \Delta_i}{\sum m_i \cdot \Delta_i} \quad [2.29]$$

dove  $k$  è uguale a 0,9 per telai con 10 o più piani, altrimenti è pari a 1,  $F_i$  è la forza laterale equivalente al livello  $i$ -esimo,  $V_b$  il taglio alla base di progetto,  $m_i$  è la massa sismica al livello  $i$ -esimo e  $\Delta_i$  è lo spostamento di progetto al livello  $i$ -esimo.

Note le forze di inerzia ottenute dall'Eq. [2.29], è possibile determinare i tagli di piano associati (cioè la somma delle forze di inerzia).

Imponendo delle condizioni di equilibrio si determinano i momenti richiesti nelle travi ( $M_{b,i}$ ), i momenti richiesti alla base dei pilastri interni ( $M_{col,int}$ ) ed esterni ( $M_{col,ext}$ ), dalle Eqq. [2.30]:

$$\begin{aligned} M_{b,i} &= \frac{(2 \cdot k_1 \cdot V_i + V_{i+1})}{4 \cdot n_b} \cdot h_s & \text{a)} \\ M_{col,int} &= \frac{(1 - k_1) \cdot h_s \cdot V_{b,fr}}{n_b} & \text{b)} \\ M_{col,ext} &= \frac{M_{col,int}}{2} & \text{c)} \end{aligned} \quad [2.30]$$

dove  $k_1$  è un fattore scelto per controllare l'altezza del punto di flesso nelle colonne al primo piano, e vale 0.4 al primo livello e 0.5 agli altri livelli,  $V_i$  e  $V_{i+1}$  sono i tagli richiesti dal telaio al livello  $i$  e  $i + 1$ , rispettivamente,  $h_s$  è l'altezza di interpiano,  $n_b$  è il numero di campate nel telaio e  $V_{b,fr}$  è il taglio alla base di progetto nel telaio.

Questa altezza di flesso aiuta a fornire una certa protezione contro un meccanismo di piano soffice secondo le raccomandazioni di Priestley et al. (2007).

### **Passo 8: Calcolare le costanti di progetto dei dissipatori richieste.**

La costante del dissipatore richiesta,  $C_i$ , al livello  $i$ -esimo, può essere ottenuta come:

$$C_i = \frac{F_{d,i} \cdot T_e}{2 \cdot \pi \cdot \Delta_{d,j}} \quad [2.31]$$

dove  $F_{d,i}$  è la forza di progetto dei dissipatori al livello i-esimo,  $T_e$  è il periodo effettivo della struttura e  $\Delta_{d,j}$  è lo spostamento dei dissipatori al livello i-esimo.

$\Delta_{d,j}$  può essere calcolato con la seguente espressione:

$$\Delta_{d,j} = \theta_{d,j} \cdot h_s \cdot \cos(\theta_{damp}) \quad [2.32]$$

dove  $\theta_{d,j}$  è il drift di piano richiesto al livello i-esimo,  $h_s$  è l'altezza d'interpiano e  $\theta_{damp}$  è l'angolo d'inclinazione dei dissipatori.

La metodologia proposta è stata formulata per dare al progettista una procedura semplificata di controllo del sistema di smorzamento delle strutture, scegliendo le percentuali di forza da assegnare ai dissipatori rispetto alla struttura principale. Questo approccio differisce dalle precedenti raccomandazioni per tali strutture in quanto permette che le dimensioni delle sezioni si mantengano costanti ed evita un processo di progettazione di tipo iterativo.

### **Passo 9: Garantire l'efficacia del metodo e la “capacity design” della struttura.**

Dopo aver determinato i momenti delle cerniere plastiche negli elementi strutturali e le caratteristiche degli ammortizzatori, la capacità del telaio dovrebbe essere garantita.

#### *Osservazioni*

Il metodo fornisce un nuovo approccio per garantire la capacità della struttura, nel caso in cui, però, si considerino gli effetti dei modi superiori, si otterrebbero dei valori delle forze degli elementi e dei dissipatori (passo 7), maggiori e questo perché i modi superiori causano dei picchi del taglio che aumentano le forze degli ammortizzatori. Quindi sono necessari studi di approfondimento.

## 2.3 Metodi di progetto basati su dispositivi visco-elastici

### 2.3.1 Metodo di Ponzo et al. (2007)

Il metodo di Ponzo, finalizzato al dimensionamento delle caratteristiche meccaniche di dispositivi dissipativi di tipo visco-elastico (VED) e valido per l'adeguamento sismico delle costruzioni esistenti ma, in generale, anche per le nuove, si basa sulla ricerca del performance point di un sistema strutturale ricavato iterativamente col metodo ATC40 (Applied Technology Council, 1996). La curva di capacità della struttura rinforzata con i controventi VED, utilizzata nel processo iterativo, è fornita dalla risposta ottenuta mediante analisi di pushover, nell'ipotesi di conferire ai dispositivi una rigidezza legata sostanzialmente al primo modo di vibrare della struttura rinforzata. La curva di domanda è, invece, quella proposta dalla norma, ridotta in funzione dello smorzamento complessivo fornito dai dispositivi e dalle componenti viscosa ed isteretica della struttura.

Il metodo si articola sostanzialmente in sette punti fondamentali che si illustrano di seguito.

#### **Passo 1: Analisi della struttura da adeguare.**

La prima fase della procedura è rappresentata dall'analisi delle caratteristiche della struttura da adeguare, ancora priva di controventi dissipativi, al fine di valutarne il grado di sicurezza di partenza e definire alcuni parametri fondamentali, quali le rigidezze elastiche di ciascun piano nelle due direzioni principali ( $K_{s,px}$  e  $K_{s,py}$ ) e il periodo fondamentale  $T_1$ .

Le rigidezze nelle due direzioni principali della struttura non rinforzata possono essere ricavate mediante una semplice analisi statica lineare. Tali valori vengono utilizzati per definire un primo valore di rigidezza dei controventi dissipativi di ciascun piano, nel rispetto del criterio di proporzionalità delle rigidezze.

Il periodo, che può essere, invece, valutato mediante un'analisi dinamica modale, è necessario a definire il valore di partenza, nella procedura iterativa, della rigidezza dei dispositivi dissipativi, che, come noto, modificano le proprie caratteristiche in funzione della velocità di movimento.

In questa prima fase si vanno a determinare, inoltre, le curve di capacità nelle due direzioni principali, mediante un'analisi statica non lineare. Allo scopo, è possibile utilizzare due diverse distribuzioni di forze, una proporzionale al modo di vibrare fondamentale (pressoché triangolare), l'altro proporzionale alle masse (rettangolare). Si ottengono così due curve per ogni direzione, delle quali si considera, ai fini della progettazione dei dispositivi, quella con resistenza minore.

Già in questa fase è possibile effettuare una prima verifica, al fine di valutare lo stato di sicurezza di partenza della struttura, confrontando le curve di capacità con lo spettro di domanda, mediante il metodo proposto dall'ATC40 (ricerca del performance point).

### **Passo 2: Progettazione dei controventi.**

I dispositivi viscoelastici vengono progettati facendo ricorso al criterio della rigidità proporzionale (Vulcano e Guzzo-Foliaro, 1993), mediante il quale si attribuisce ai controventi di piano una rigidità pari ad una percentuale, uguale a tutti i piani, di quella del telaio da adeguare. Tale criterio comporta che i modi di vibrare della struttura originaria coincidano, a meno della deformabilità assiale di travi e pilastri, con quelli del telaio controventato. Quindi, note le rigidità di piano della struttura da adeguare  $K_{s,px}$  e  $K_{s,py}$ , si definiscono le rigidità da attribuire ai controventi dissipativi di ciascun piano e nelle due direzioni principali della struttura  $K'_{cd,px}$  e  $K'_{cd,py}$ , come:

$$\begin{aligned} K'_{cd,px} &= \alpha \cdot K_{s,px} & \text{a)} \\ K'_{cd,py} &= \alpha \cdot K_{s,py} & \text{b)} \end{aligned} \quad [2.33]$$

dove  $\alpha$  rappresenta il coefficiente di proporzionalità il cui valore, per i dispositivi trattati, è tipicamente inferiore ad 1 (Vulcano e Mazza, 2000). La sua definizione rappresenta il primo passo della procedura iterativa. Partendo da un valore di  $\alpha$  piccolo ( $\alpha=0.1$ ), la procedura viene iterata aumentando  $\alpha$  fino ad ottenere le condizioni di verifica della struttura.

Le rigidità da attribuire ai singoli controventi dissipativi  $K'_{cd,x}$  e  $K'_{cd,y}$ , possono essere valutate una volta effettuata una prima ipotesi sulla distribuzione e numero per ogni piano e nelle due direzioni principali della struttura,  $n_x$  e  $n_y$ :

$$\begin{aligned} K'_{cd,x} &= K'_{cd,px} / n_x & \text{a)} \\ K'_{cd,y} &= K'_{cd,py} / n_y & \text{b)} \end{aligned} \quad [2.34]$$

I controventi sono costituiti da dispositivi dissipativi installati su aste metalliche, dotate di una loro rigidità  $K_a$  e resistenza  $F_a$  assiale. Una maggiore rigidità assiale dei controventi metallici rispetto a quella dei dispositivi viscoelastici comporta un aumento dell'efficacia dei dissipatori in quanto riduce la possibilità di deformazioni secondarie del polimero interposto tra

i piatti di acciaio. E' importante evitare, infatti, qualsiasi altro movimento del dissipatore, diverso dalla deformazione tagliante. A tale scopo è opportuno considerare una rigidezza assiale  $K_a$  dell'asta costituente il controvento significativamente maggiore di quella del dispositivo  $K'_d$ , di almeno 10÷15 volte. In queste condizioni la rigidezza complessiva del controvento dissipativo può essere considerata come corrispondente a quella del solo dispositivo dissipativo  $K'_{cd} \rightarrow K'_d$ . In generale, invece, dalla relazione che definisce la rigidezza di carico del controvento dissipativo  $K'_{cd}$ , (Kasai et al., 1993), è possibile risalire alla rigidezza del dispositivo nelle due direzioni  $K'_{d,x}$  e  $K'_{d,y}$ , una volta fissata la rigidezza assiale dell'asta:

$$\begin{aligned}
 K'_{cd,x} &= \frac{\{(1 + \eta_d^2) \cdot K'_{d,x} + K_a\} \cdot K'_{d,x} \cdot K_a}{(K'_{d,x} + K_a)^2 + (\eta \cdot K'_{d,x})^2} & \text{a)} \\
 K'_{cd,y} &= \frac{\{(1 + \eta_d^2) \cdot K'_{d,y} + K_a\} \cdot K'_{d,y} \cdot K_a}{(K'_{d,y} + K_a)^2 + (\eta \cdot K'_{d,y})^2} & \text{b)}
 \end{aligned}
 \tag{2.35}$$

Definito  $K'_d$  è possibile, quindi, valutare la rigidezza di perdita del controvento dissipativo  $K''_{cd}$  nelle direzioni considerate, mediante le relazioni:

$$\begin{aligned}
 K''_{cd,x} &= \frac{\eta_d \cdot K'_{d,x} \cdot K_a}{(K'_{d,x} + K_a)^2 + (\eta \cdot K'_{d,x})^2} & \text{a)} \\
 K''_{cd,y} &= \frac{\eta_d \cdot K'_{d,y} \cdot K_a}{(K'_{d,y} + K_a)^2 + (\eta \cdot K'_{d,y})^2} & \text{b)}
 \end{aligned}
 \tag{2.36}$$

### Passo 3: Modello reologico.

Il modello reologico solitamente utilizzato per descrivere le caratteristiche meccaniche del dissipatore visco-elastico è il modello di Kelvin-Voigt di Fig. 2.3.

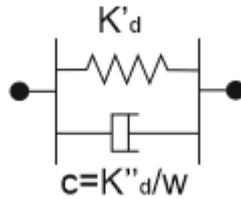


Fig. 2.3. Modello reologico di Kelvin- Voigt per un dispositivo visco-elastico tipo.

Si tratta sostanzialmente di un modello in cui sono collegati in parallelo una molla, rappresentativa del comportamento solido elastico, ed uno smorzatore, rappresentativo del comportamento fluido viscoso. In questo caso, a parità di deformazione  $u_d$  imposta, la forza  $F$  esercitata dal dispositivo sarà pari alla somma della forza generata dalla molla  $F_m$  più quella del dissipatore  $F_s$ :

$$F = F_m + F_s = K'_d \cdot u_d + c \cdot u_d \quad [2.37]$$

I parametri caratteristici del dispositivo dissipativo  $K'_d$  (rigidezza di carico) e  $K''_d$  (rigidezza di perdita) sono legati, attraverso semplici relazioni, ai parametri propri del materiale polimerico, noti come modulo di carico  $G'$  e modulo di perdita  $G''$ :

$$\begin{aligned} K'_d &= \frac{G' \cdot A}{t} & \text{a)} \\ K''_d &= \frac{G'' \cdot A}{t} & \text{b)} \end{aligned} \quad [2.38]$$

dove  $A$  e  $t$  rappresentano, rispettivamente, l'area resistente a taglio e lo spessore totale degli strati di polimero. Il modulo di carico  $G'$  influenza la rigidezza (e quindi la frequenza) del sistema e rappresenta la capacità del campione di polimero di immagazzinare l'energia elastica in un ciclo di carico. Il modulo di perdita  $G''$  fornisce, invece, una misura dell'energia dissipata per ciclo. Noti  $G'$  e  $G''$  è possibile definire il parametro che misura lo sfasamento tra la forza applicata al dispositivo e lo spostamento da esso subito, noto come fattore di perdita (loss-factor):

$$\eta_d = \frac{G''}{G'} = \frac{K''_d}{K'_d} = 2 \cdot \xi_d \quad [2.39]$$

Le proprietà meccaniche dei dissipatori visco-elastici  $G'$  e  $G''$  sono normalmente dipendenti da alcuni parametri quali il periodo di oscillazione  $T$  della struttura, l'ampiezza di deformazione  $\gamma$  della gomma e la temperatura ambiente  $\theta$ . Le relazioni che legano  $G'$  e  $G''$  ai parametri sopra descritti sono solitamente definite sulla base di sperimentazione e fornite dalle case produttrici.

La procedura di progettazione proposta ha come obiettivo la ricerca dei parametri, relativi al periodo proprio della struttura controventata  $T^c$  e di deformazione dei dispositivi  $\gamma$ , che ottimizzano la dissipazione di energia del sistema di rafforzamento e consentono alla struttura controventata di raggiungere condizioni di verifica sotto l'azione del sisma di progetto, nell'ipotesi di assumere come costante la temperatura di riferimento. Questa ultima ipotesi è realistica nei casi in cui i dispositivi visco-elastici siano posti all'interno della struttura o in apposite intercapedini ricavate nei pannelli di tamponatura.

#### **Passo 4: Progettazione dei dissipatori.**

All'inizio della procedura (passo 0) si fissano dei valori di primo tentativo di questi parametri. In particolare si adottano le seguenti ipotesi:

- il periodo fondamentale della struttura controventata coincide con quello della struttura non rinforzata ( $T^c_0 = T_1^{nc}$ );
- l'ampiezza di deformazione di partenza del polimero  $\gamma$  viene fissata pari al 100% della sua altezza  $t$ .

Quindi si definiscono i parametri meccanici  $G'$  e  $G''$  dei dispositivi, in funzione di  $T^c_0$ ,  $\gamma_0$  e  $\theta$ , tramite le relazioni fornite dai produttori del polimero. Fissato il tipo, il numero e la posizione dei controventi si passa, quindi, al progetto dei dispositivi dissipativi. A tal fine si può utilizzare la relazione:

$$K'_d = n \cdot \frac{G' \cdot A}{t} \quad [2.40]$$

Essa lega la rigidezza di carico alle caratteristiche geometriche e fisiche del dispositivo. In particolare definite, per ogni piano, le rigidezze dei dispositivi  $K'_{d,px}$  e  $K'_{d,py}$ , ricavato il valore di  $G'$ , in funzione di  $T^c_0$ ,  $\gamma_0$  e  $\theta$ , e fissati, ad esempio, il numero di strati  $n$  e lo spessore dei singoli strati  $t$ , si può calcolare l'area della sezione trasversale  $A$  nelle due direzioni:

$$A_x = \frac{K'_{d,px} \cdot t}{n \cdot G'} \quad \text{a)} \quad [2.41]$$

$$A_y = \frac{K'_{d,py} \cdot t}{n \cdot G'} \quad \text{b)}$$

A questo punto, introducendo all'interno della struttura i dispositivi con le caratteristiche stimate al primo passo, mediante un'analisi dinamica modale, si verifica che la differenza tra il periodo del primo modo di vibrare della struttura al passo  $i$ -esimo  $T_i^0$  e quello al passo precedente  $T_{i-1}^0$  sia inferiore di una tolleranza stabilita  $\varepsilon$ :

$$|T_i^0 - T_{i-1}^0| < \varepsilon \quad [2.42]$$

In caso di esito negativo si procede con una nuova iterazione nella quale si vanno a valutare i nuovi valori di  $G'$  e  $G''$ , aggiornati col nuovo periodo  $T_i^c$ , mediante i quali si calcolano i nuovi valori di  $K'_{d,p}$  e quindi le caratteristiche geometriche dei nuovi dispositivi, questo fino a convergenza. In caso di esito positivo della verifica, si procede al punto successivo della procedura, ossia alla ricerca del performance point e alla successiva verifica a deformazione del polimero.

### **Passo 5: Calcolo dello smorzamento complessivo.**

La valutazione dello smorzamento complessivo, ossia quello prodotto dalla struttura e dal sistema di controventi dissipativi, viene effettuata utilizzando il metodo dell'ATC40 (ricerca del performance point). Tale operazione viene preceduta dalla determinazione delle curve di pushover della struttura rinforzata, nelle due direzioni principali, in cui la rigidezza della struttura, compreso il sistema di controventi, è quella calcolata al punto 3.

La ricerca del performance point, e quindi del massimo spostamento atteso per la struttura, passa attraverso un processo iterativo che si articola nelle seguenti fasi:

- Individuazione dello spettro elastico di partenza (smorzamento del 5%), funzione delle caratteristiche sismiche e di amplificazione del sito;
- Conversione della curva di capacità e dello spettro di risposta elastico nel formato ADRS (Acceleration-Displacement Response Spectra). Lo spettro di risposta viene trasformato nel formato ADRS utilizzando la relazione tra  $S_a$  e  $S_d$ :

$$S_d = \frac{1}{4 \cdot \pi^2} \cdot S_a \cdot T^2 \quad [2.43]$$

Per convertire la curva di capacità nello stesso formato occorre ricondurre il comportamento della struttura a quello di un sistema ad un grado di libertà. Allo scopo si utilizza una distribuzione di spostamenti orizzontali sull'altezza che usa il modo di vibrazione fondamentale. Per garantire l'uguaglianza fra l'energia cinetica della struttura e quella del sistema equivalente ad un grado di libertà si sfruttano il fattore partecipazione  $PF_1$  e il coefficiente di massa  $\alpha_1$  relativi al primo modo:

$$PF_1 = \frac{\left( \sum_{i=1}^n w_i \cdot \Phi_{i1} \right)^2}{\sum_{i=1}^n w_i \cdot \sum_{i=1}^n (w_i \cdot \Phi_{i1}^2)} \quad \text{a)} \quad [2.44]$$

$$\alpha_1 = \frac{\left( \sum_{i=1}^n w_i \cdot \Phi_{i1} \right)}{\sum_{i=1}^n (w_i \cdot \Phi_{i1}^2)} \quad \text{b)}$$

dove  $w_i$  è il peso del piano  $i$ -esimo,  $\Phi_{i1}$  è l'ampiezza del primo modo,  $N$  è il numero totale di piani.

Ciascun punto della curva di capacità (pushover) è associato al corrispondente sullo spettro di capacità mediante le seguenti relazioni:

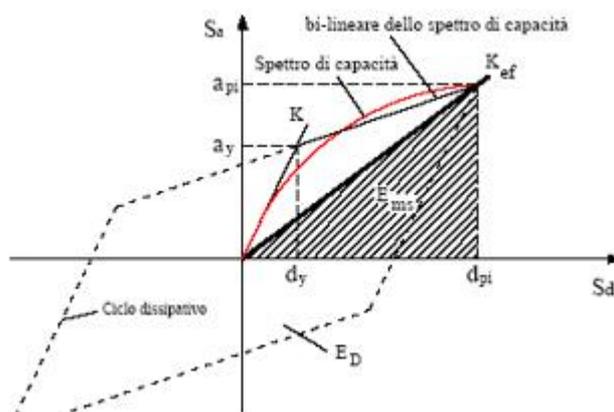
$$S_a = \frac{F/W}{\alpha_1} \quad [2.45]$$

$$S_d = \frac{d}{PF_1 \cdot \Phi_{c,1}} \quad [2.46]$$

in cui  $F$  è il valore del taglio alla base,  $W$  è il peso della struttura,  $d$  è lo spostamento del punto di controllo e  $\Phi_{c,1}$  è l'ampiezza del primo modo.

- Effettuazione di una prima stima del performance point considerando come primo punto di prova il massimo spostamento definito dalla curva di capacità ( $a_{pi} - d_{pi}$ );

Si determina da esso un legame costitutivo bilineare equivalente, in termini energetici, alla curva di capacità fino al performance point (Fig. 2.4);



**Fig. 1.4. Bilinearizzazione dello spettro di capacità.**

- Calcolo dello smorzamento equivalente del legame bilineare e del conseguente fattore di riduzione dello spettro elastico lineare. Il fattore di riduzione dello spettro di domanda è funzione dello smorzamento equivalente della struttura, completa di controventi dissipativi. Rispetto alla formulazione classica dell'ATC40, il valore complessivo viene valutato sommando, al contributo isteretico  $\beta_0$  e viscoso  $\beta_v$  della struttura rinforzata, il contributo  $\beta_d$  offerto dal sistema dissipativo:

$$\beta_{eq} = \beta_v + \beta_0 + \beta_d \quad [2.47]$$

Lo smorzamento viscoso  $\beta_v$  è assunto pari al 5% per le strutture in c.a., mentre quello isteretico  $\beta_0$  è legato all'energia dissipata dalla struttura ed è proporzionale all'area racchiusa dai cicli d'isteresi che, con riferimento alla Fig. 2.4, può essere valutato mediante la seguente espressione:

$$\beta_0 = \frac{63,7 \cdot k \cdot (a_y \cdot d_{pi} - d_y \cdot a_{pi})}{a_{pi} \cdot d_{pi}} \quad [2.48]$$

Il valore del coefficiente  $k$ , che tiene conto della progressiva riduzione dell'ampiezza dei cicli d'isteresi dovuto al degrado, verrà assunto in funzione del comportamento strutturale e della percentuale di smorzamento equivalente.

Il valore di smorzamento dovuto ai dispositivi dissipativi  $\beta_d$  può essere espresso, con riferimento a (Constantinou et al.,1998), come:

$$\beta_d = \frac{C \cdot T_{ef}}{4 \cdot \pi \cdot m} \quad [2.49]$$

dove  $C$  è il coefficiente di viscosità che vale:

$$\begin{aligned} C &= \frac{\eta_d \cdot K'_{d,eq}}{\omega} & \text{a)} \\ \omega &= \sqrt{\frac{K_{sc}}{m}} & \text{b)} \end{aligned} \quad [2.50]$$

$T_{ef}$  rappresenta il periodo efficace della struttura controventata, in corrispondenza della rigidezza  $K_{ef}$  evidenziata in Fig. 2.7.

Sostituendo le definizioni di  $C$  e  $\omega$  nella relazione di  $\beta_d$  si ha che:

$$\beta_d = \frac{\eta_d \cdot K'_{cd,eq}}{2 \cdot m} \sqrt{\frac{m \cdot m_{ef}}{K_{sc} \cdot K_{ef}}} \quad [2.51]$$

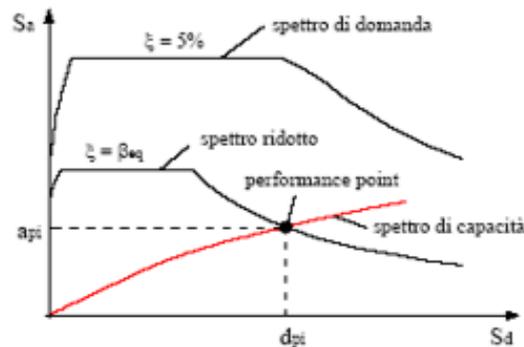
dove  $K'_{cd,eq}$  è la rigidezza del controvento dissipativo equivalente pari ad  $\alpha$  volte la rigidezza della struttura nuda,  $m$  è la massa complessiva della struttura,  $m_{ef}$  è la massa efficace della struttura valutata rispetto alla forma modale del modo fondamentale,  $K_{sc}$  è la rigidezza elastica della struttura controventata ricavata nel formato ADRS.

▪ Determinato lo smorzamento complessivo si determina il valore del fattore di riduzione dello spettro di risposta elastico, definito come:

$$\eta = \sqrt{\frac{10}{(5 + \xi)}} \geq 0.55 \quad [2.52]$$

con  $\xi = \beta_{eq}$ .

- A questo punto si individua l'eventuale punto d'intersezione fra spettro di capacità e quello di domanda. Se il punto d'intersezione trovato non rientra nell'intervallo del 5% del punto di performance fissato al passo precedente, si ripete l'iterazione dal passo 4 considerando come nuovo punto di prestazione quello appena determinato (Fig. 2.5).



**Fig. 2.5. Determinazione del performance point.**

- Una volta determinato il performance point del sistema complessivo (struttura più controventi) è possibile procedere con la verifica dell'ampiezza di deformazione del polimero costituente il dispositivo.
- La verifica consiste nel confrontare la deformazione tagliante che il polimero presenta quando la struttura raggiunge il massimo spostamento, in corrispondenza del sisma atteso (performance point), con quella imposta  $\gamma$  al primo passo, pari al 100% di  $t$ . Si valuta che la differenza fra l'ampiezza della deformazione tagliante nel polimero al passo  $i$ -esimo  $\gamma_i$ , e quello al passo precedente  $\gamma_{i-1}$  sia inferiore di una tolleranza stabilita  $\epsilon_\gamma$ :

$$|\gamma_i - \gamma_{i-1}| < \epsilon_\gamma \quad [2.53]$$

Se tale verifica è soddisfatta la procedura termina, in caso contrario si valutano i valori di  $G'$  e  $G''$ , quindi la rigidezza di carico  $K'_d$  del dispositivo e la rigidezza di perdita  $K''_{cd}$ , aggiornati in funzione del nuovo valore della deformazione tagliante (Punto 3).

## Osservazioni

L'approccio fornito dagli autori risulta completo ma abbastanza oneroso anche perché si tratta di una procedura iterativa.

### 2.3.2 Metodo di Dall'Asta et al. (2005 - 2008)

Il metodo proposto da Dall'asta si riferisce a dispositivi con comportamento elasto-plastico e viscoelastico che vengono inseriti in un edificio esistente a bassa duttilità. Per questo motivo l'autore considera controventi ad instabilità impedita (BRBs) per rappresentare il comportamento elasto-plastico e i dispositivi ad elevato smorzamento (HDR) per il comportamento visco-elastico. Poiché il modello degli HDR è molto complesso, vengono considerati dei modelli lineari equivalenti.

#### *Modellazione dei controventi dissipativi*

Nel caso dei *dispositivi BRBs*, la rigidezza  $K_c$ , la forza di snervamento  $F_c$  e la loro duttilità  $\mu_c$  del controvento dissipativo, dipendono dalle proprietà del sistema BRB (cioè dalla sua forza di snervamento  $F_o$  e duttilità  $\mu_o$ ) e dalla rigidezza elastica del controvento  $K_b$ , in accordo con le seguenti relazioni:

$$F_c = F_o \quad [2.54]$$

$$K_c = \frac{K_b K_o}{K_b + K_o} \quad [2.55]$$

$$\mu_c = \frac{K_o + K_b \mu_o}{K_b + K_o} \quad [2.56]$$

Dove  $K_b = EA_b / L_b$  in cui  $A_b$  è l'area della sezione trasversale del controvento,  $E$  è il modulo elastico dell'acciaio e  $L_b$  è la lunghezza del controvento. In genere nella progettazione dei controventi, si fissano i valori di  $\mu_o$  per ciascun controvento e una volta nota  $\mu_o$ , si ottengono i seguenti valori:

$$K_0 = K_c \frac{\mu_0 - 1}{\mu_c - 1} \quad [2.57]$$

$$K_b = \frac{K_0}{K_0/K_c - 1} \quad [2.58]$$

Dal rapporto  $\frac{\mu_0}{\mu_c}$  si capisce che la duttilità massima si ottiene per elevati valori della rigidezza del controvento metallico e che adottando un rapporto di duttilità eccessivo, si dovrebbero utilizzare controventi di dimensioni onerose.

Nel caso di *dispositivi HDR*, poiché il materiale HDR è soggetto a deformazioni di taglio e presenta comportamento non lineare, si assume un modello tipo “Kelvin” in cui la rigidezza e il coefficiente del modello Kelvin, sono uguali a:

$$K_0 = \frac{G_0(\bar{\omega}, \bar{\gamma}) A_0}{h_0} \quad [2.59]$$

$$c_0 = \frac{2\xi_o(\bar{\omega}, \bar{\gamma}) G_0(\bar{\omega}, \bar{\gamma}) A_0}{\bar{\omega} h_0} \quad [2.60]$$

dove  $G_0$  è il modulo tangenziale,  $\xi_o$  è il fattore di smorzamento equivalente,  $\bar{\gamma}$  è l'ampiezza della deformazione,  $\bar{\omega}$  è la frequenza e  $A_0$  e  $h_0$  sono l'area e lo spessore del dispositivo di gomma. Il comportamento globale del sistema costituito da controventi e dissipatori, può essere descritto dalla rigidezza  $K_c$  e dal fattore di smorzamento  $\xi_c$ , per una assegnata frequenza e ampiezza di deformazione. Questi due parametri, possono essere espressi come una funzione di  $K_o$ ,  $\xi_c$  e della rigidezza del controvento  $K_b$ , in accordo con le seguenti espressioni:

$$K_c = \frac{K_b K_o \left( (1 + 4\xi_0^2) K_o + K_b \right)}{(K_o + K_b)^2 + (2\xi_0 K_o)^2} \quad [2.61]$$

$$\xi_c = \frac{\xi_0 K_b}{(1 + 4\xi_0^2) K_o + K_b} \quad [2.62]$$

Come per il caso dei dispositivi BRBs, la procedura di progetto dei controventi dissipativi HDR, parte con l'assegnazione dei valori di  $K_c$  e  $\xi_c$ , per ciascun controvento. Una volta noto il valore del coefficiente di smorzamento della gomma  $\xi_0$ , questi valori si determinano adottando le seguenti formulazioni per:

$$K_o = \beta(\xi_0, \xi_c) K_c \quad [2.63]$$

$$K_b = \alpha(\xi_0, \xi_c) K_o = \alpha(\xi_0, \xi_c) (\xi_0, \xi_c) K_c \quad [2.64]$$

dove  $\alpha(\xi_0, \xi_c)$  e  $\beta(\xi_0, \xi_c)$  si ottengono invertendo le Eqq. 2.63 e 2.64 e sono uguali a:

$$\alpha(\xi_0, \xi_c) = \frac{(1 + 4\xi_0^2) \xi_c}{\xi_0 - \xi_c} \quad [2.65]$$

$$\beta(\xi_0, \xi_c) = \frac{(1 + \alpha)^2 + 4\xi_0^2}{\alpha^2 + \alpha(1 + 4\xi_0^2)} \quad [2.66]$$

Il valore del rapporto di smorzamento  $\xi_c / \xi_0$  vicino all'unità si ottiene per valori di  $K_o / K_c \rightarrow 1$  e  $K_b / K_c \rightarrow \infty$ , ciò significa che un elevato smorzamento si ottiene per elevati valori della rigidità del controvento metallico. In genere, nella progettazione di controventi dissipativi del

tipo HDR, si assumono valori dello smorzamento dei controventi  $\xi_c$  molto vicini a quelli dello smorzamento degli HDR  $\xi_o$ .

*Procedura di progetto*

Per prima cosa si passa da un sistema a più gradi di libertà (MDOF) ad un sistema ad un grado di libertà (SDOF). L'autore considera un telaio che presenta un comportamento regolare in altezza e assume uno spostamento di progetto obiettivo coincidente con il primo modo di vibrare della struttura in c.a.. Gli spostamenti di interpiano del telaio sono identificati con  $\Delta^i (i = 1..n)$  e gli spostamenti ai vari piani sono espressi come:

$$U^1 = \Delta^1; U^i = U^{i-1} + \Delta^i, (i = 2..n) \quad [2.67]$$

Dove n è il numero totali di piani. L'autore normalizza gli spostamenti di interpiano e gli spostamenti rispetto allo spostamento dell'ultimo piano:

$$\delta^i = \Delta^i / U^n \quad [2.68]$$

$$u^i = U^i / U^n \quad [2.69]$$

Il metodo consta di quattro passi.

**Passo 1: Determinare la capacità della struttura effettuando un'analisi statica non lineare del sistema SDOF.**

Si considerano un gruppo di forze uguali alle forze di inerzia del primo modo di vibrare ( $F^i = \omega^2 m^i u^i$ ). Si ottiene così la curva di capacità, taglio alla base e spostamento del nodo di controllo, che corrisponde in genere allo spostamento all'ultimo piano  $s_u$ . lo spostamento di snervamento  $s_y$  viene determinato in accordo alla Normativa D.M. del 2008 e la duttilità del

sistema equivalente elasto-plastico-perfetto è data da  $\mu_f = s_u/s_y$ . In seguito, il sistema non lineare, può essere sostituito da un sistema equivalente lineare, che presenta le seguenti proprietà:

$$K_f = V_f^1 / s_u \quad [2.70]$$

$$\xi_f = 0.05 + 0.565 \left( \frac{\mu_f - 1}{\pi \mu_f} \right) \quad [2.71]$$

In cui lo smorzamento viene calcolato attraverso la formula di Priestley et al (2007).

**Passo 2: Determinare le caratteristiche dei dispositivi BRBs o HDR.**

Nel caso di *dispositivi del tipo BRBs*, il sistema dei controventi dissipativi, può essere rappresentato da un sistema equivalente elastico-perfettamente plastico, con taglio alla base  $V_d^1$  e duttilità  $\mu_d$ . Quindi taglio e duttilità totali, del sistema accoppiato, sono pari a:

$$V^1 = V_f^1 + V_d^1 \quad [2.72]$$

$$\mu = \frac{\mu_d \mu_f (V_f^1 + V_d^1)}{V_f^1 \mu_d + V_d^1 \mu_f} \quad [2.73]$$

L'accelerazione massima che il sistema può sopportare, è  $a^* = V^1/m^*\Gamma$  in cui lo spostamento massimo è  $s_u^* = s_u/\Gamma$ , dove  $\Gamma$  e  $m^*$  sono il coefficiente di partecipazione e la massa del sistema SDOF.

Nel caso di *dispositivi del tipo HDR*, il sistema dei controventi dissipativi, può essere rappresentato da un sistema equivalente SDOF viscoelastico, con rigidezza  $K_d$  e smorzamento

equivalente  $\xi_d$ . Il sistema accoppiato, ha quindi come rigidezza e smorzamento totali, i seguenti valori:

$$K = K_f + K_d \quad [2.74]$$

$$\xi = \frac{\xi_f K_f + \xi_d K_d}{K_f + K_d} \quad [2.75]$$

L'accelerazione massima che il sistema può sopportare, è  $a^* = K s_u / m^* \Gamma = (K / m^*) s_u^*$  in cui lo spostamento massimo è  $s_u^* = s_u / \Gamma$ , dove  $\Gamma$  e  $m^*$  sono il coefficiente di partecipazione e la massa del sistema SDOF.

In tutte e due i casi, sia per i dispositivi BRBs che HDR, la capacità del sistema, viene confrontata con la domanda sismica.

**Passo 3: Si determinano taglio e rigidezza dei controventi.**

$$V_d^i = V_d^1 v^i \quad [2.76]$$

$$K_d^i = K_d^1 k^i \quad [2.78]$$

In cui  $v^i = V^i / V^1$  e  $k^i = K^i / K^1$ , cioè taglio e rigidezza a ciascun piano, vengono normalizzati rispetto al taglio alla base e alla rigidezza del primo piano.

#### **Passo 4: Si definisce la geometria dei dispositivi.**

Una volta scelti posizione e numero dei controventi, si determina la rigidezza del singolo controvento diagonale  $K_c$ . In seguito si determinano gli spostamenti ultimi del controvento diagonale a partire dagli spostamenti di interpiano ultimi, come  $\Delta_u^i = s_u \delta^i$ .

In particolare nel caso dei dispositivi BRBs, la rigidezza del controvento elastico e la rigidezza dei BRB, si determinano attraverso le Equ.2.57 e 2.58. Nel caso dei dispositivi HDR, la rigidezza del controvento elastico e la rigidezza degli HDR, si determinano attraverso le Equ.2.63 e 2.64, e il coefficiente del singolo controvento dissipativo diagonale, si determina come:

$$c_c = \frac{2\xi_c(\bar{\omega}, \bar{\gamma}) K_c(\bar{\omega}, \bar{\gamma})}{\bar{\omega}} \quad [2.79]$$

#### *Osservazioni*

Il metodo presentato dagli autori, è molto utile perché in un'unica procedura viene spiegato in modo semplice ed esaustivo come progettare e determinare i parametri dei dispositivi, sia nel caso di dispositivi del tipo BRBs che HDR.

#### **2.3.3 Metodo di Sullivan et al. (2009)**

Un metodo DDBD (Direct Displacement Based Design) per sistemi duali telaio-parete è stato sviluppato e testato da Sullivan et al. (2009), e una metodologia DDBD per sistemi con l'aggiunta degli smorzatori è stata proposta da Christopoulos e Filiatrault (2007), anche se tale metodologia è iterativa e quindi non molto pratica.

Come verrà illustrato in questo lavoro, la metodologia DDBD è stata sviluppata per sistemi duali telaio-parete da Sullivan et al. (2009) e può essere adattata al caso di strutture con smorzatori aggiunti, senza l'ausilio del processo iterativo.

### Procedura generale

Il processo di base del metodo DDBD sviluppato principalmente da Priestley et al. (2007) è illustrato per un duplice sistema in Fig. 2.6. Le prime due fasi della procedura, mirano a stabilire la massa efficace  $m_e$ , l'altezza  $h_e$  e lo spostamento di progetto  $\Delta_d$  di un sistema equivalente SDOF che rappresenta l'edificio MDOF. Questo è basato sul metodo Substitute-structure lanciato da Gulkan e Sozen (1974) e Shibata e Sozen (1976).

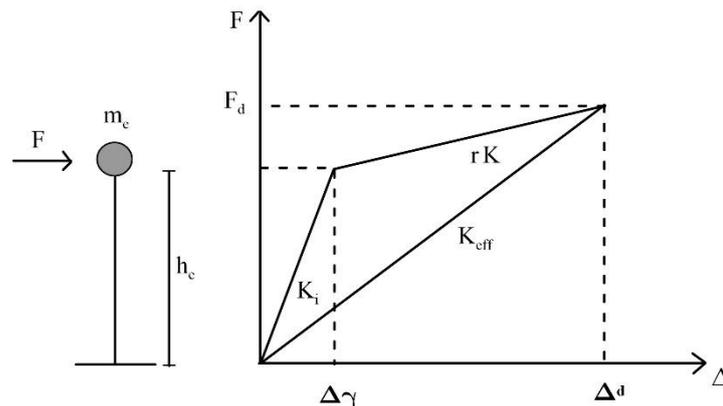
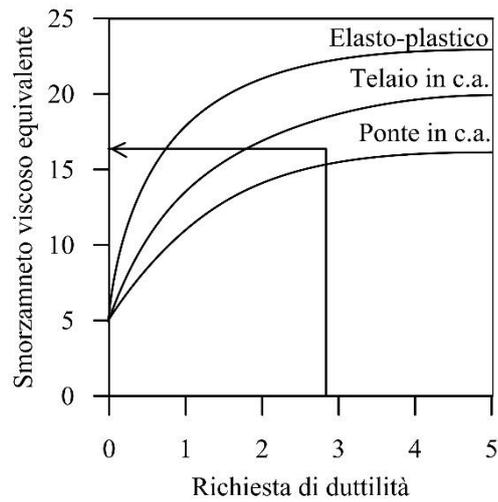


Fig. 2.6. Sistema SDOF e rigidezza effettiva ( $K_{eff}$ ).

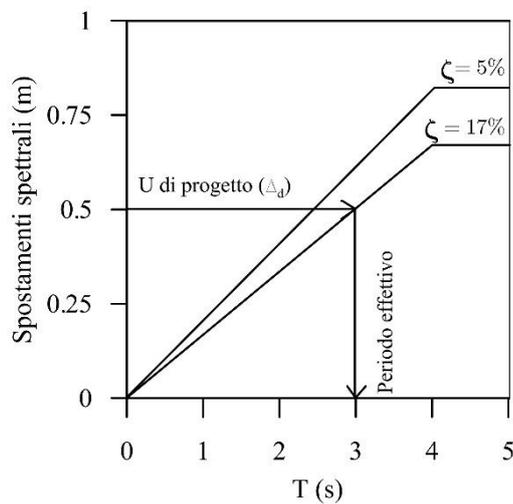
Come indicato in Fig. 2.7, la richiesta di duttilità prevista al limite di deformazione di progetto viene scelta per impostare un valore dello smorzamento viscoso per il sistema SDOF equivalente. Questo smorzamento viscoso equivalente rappresenta l'energia dissipata dalla struttura e quindi i valori di smorzamento variano a seconda delle proprietà isteretiche del sistema strutturale che è stato progettato.

Per spiegare l'impatto che la dissipazione di energia ha sulla risposta dinamica, lo spettro di progetto dello spostamento è stato poi sviluppato al livello previsto del dissipatore viscoso equivalente.

Come mostrato in Fig. 2.8, lo spostamento di progetto è stato poi utilizzato per entrare nello spettro con un alto smorzamento e leggere il periodo effettivo, il quale garantirà che lo spostamento di progetto non venga superato.



**Fig. 2.7. Dissipatore viscoso equivalente.**



**Fig.2.8. Spettro spostamento.**

Il periodo effettivo,  $T_e$ , può essere correlato alla rigidità effettiva del sistema SDOF equivalente utilizzando l'equazione seguente:

$$K_{\text{eff}} = 4 \cdot \pi^2 \cdot \frac{m_e}{T_e^2} \quad [2.80]$$

dove  $m_e$  è la massa efficace del sistema SDOF equivalente. Infine, il taglio alla base di progetto  $V_b$ , si ottiene moltiplicando la rigidità effettiva richiesta per lo spostamento di progetto, come mostrato nella seguente equazione:

$$V_b = K_{\text{eff}} \cdot \Delta_d \quad [2.81]$$

Tale procedura di progettazione è relativamente semplice. La sfida per le strutture con sistemi-duali è quello di stabilire l'appropriato smorzamento viscoso equivalente e i valori di massa efficace, altezza e spostamento di progetto del sistema SDOF equivalente. Come si vedrà nella sezione successiva, questi parametri del sistema SDOF equivalente possono essere stabiliti conoscendo lo spostamento di progetto previsto per l'edificio al limite di deformazione di progetto.

Considerando i risultati dei test su tavola vibrante dei sistemi telaio-parete in c.a., Sullivan et al., pensano che lo spostamento dei sistemi telaio-parete in c.a. dipende dall'andamento della curvatura nelle pareti in c.a., che a sua volta è funzione della resistenza proporzionale assegnata alle pareti e telai.

Sulla base di questa osservazione, la metodologia di progetto è stata sviluppata da Sullivan et al. (2009), per il doppio sistema pareti-telai in c.a. e stabilisce di:

1. assegnare le resistenze proporzionali per stabilire lo spostamento di progetto;
2. utilizzare lo spostamento di progetto per ottenere le proprietà del sistema SDOF equivalente:  $m_e$ ,  $h_e$ , e  $\Delta_d$ ;
3. stimare lo smorzamento viscoso equivalente del doppio sistema considerando le richieste di duttilità e il relativo lavoro svolto dai sistemi separati;
4. assumere il metodo DDBD per ottenere il taglio alla base di progetto  $V_b$ ;
5. impostare gli elementi resistenti per fornire  $V_b$ , nel rispetto delle resistenze proporzionali assegnate al punto 1.

#### *Andamento dello spostamento di progetto per il sistema duale*

Le resistenze proporzionali sono assegnate all'inizio della procedura per ottenere l'andamento dello spostamento di progetto. Questo viene fatto utilizzando le resistenze proporzionali per stabilire l'andamento del momento e successivamente l'andamento della curvatura nelle pareti in c.a. in funzione del picco di risposta.

L'integrazione dell'andamento della curvatura fornisce poi l'andamento dello spostamento. Sullivan et al. hanno rilevato che l'andamento dello spostamento nei sistemi telaio-parete in c.a. è ben rappresentato sommando l'andamento dello spostamento elastico delle pareti con un andamento dello spostamento linearmente crescente associato con la rotazione

anelastica di una cerniera plastica formatesi alla base delle pareti in c.a., come mostrato nella seguente Eq. [2.82]:

$$\Delta_i = \Delta_{iy} + \left( \theta_d - \frac{\phi_{y,wall} \cdot h_{cf}}{2} \right) \cdot h_i \quad [2.82]$$

dove  $\Delta_i$  è lo spostamento di progetto per il livello i-esimo,  $\theta_d$  è il drift limite di progetto ai piani,  $\phi_{y,wall}$  è la curvatura di snervamento della parete,  $h_i$  è l'altezza al livello i-esimo,  $h_{cf}$  è l'altezza di flesso nelle pareti e  $\Delta_{iy}$  è dato dalle Eqq. [2.83].

$$\begin{aligned} \Delta_{iy} &= \frac{\phi_{y,wall} \cdot h_{cf} \cdot h_i}{2} - \frac{\phi_{y,wall} \cdot h_{cf}^2}{6} & h_i > h_{cf} \\ \Delta_{iy} &= \frac{\phi_{y,wall} \cdot h_i^2}{2} - \frac{\phi_{y,wall} \cdot h_i^3}{6 \cdot h_{cf}} & h_i < h_{cf} \end{aligned} \quad [2.83]$$

La curvatura di snervamento per pareti a forma di U è valutabile come:

$$\phi_{y,wall} = \frac{1.4 \cdot \varepsilon_y}{L_w} \quad [2.84]$$

Il punto di flesso si sviluppa in un muro quando un sistema strutturale provoca ai livelli superiori della parete il piegamento nel senso opposto rispetto ai livelli inferiori. Ciò si verifica nelle strutture telaio-parete perché i telai tendono a contenere i livelli superiori delle pareti.

Le forze di taglio e i momenti flettenti dovrebbero variare in funzione della percentuale di resistenza assegnata alle pareti e al sistema EBF (“eccentrically braced frames”) rispettivamente. Con una grande porzione di ribaltamento assegnato al sistema EBF, le pareti dovrebbero subire una flessione inversa ai livelli superiori, sviluppando un punto di flesso ad una altezza definita come  $h_{cf}$ .

Al fine di determinare l'altezza di flesso, bisogna conoscere l'andamento del momento nelle pareti. Questo viene calcolato utilizzando l'andamento del taglio nelle pareti che si ottiene dalla seguente Eq. [2.85]:

$$\frac{V_{i,wall}}{V_b} = \frac{V_{i,total}}{V_b} - \frac{V_{i,EBF}}{V_b} \quad [2.85]$$

dove  $V_b$  è il taglio totale alla base,  $V_{i,wall}$  è il taglio della parete al livello i-esimo,  $V_{i,total}$  è il taglio totale al livello i-esimo e  $V_{i,EBF}$  è il taglio del sistema EBF al livello i-esimo.

La resistenza a taglio proporzionale di progetto del sistema EBF è scelta dal progettista. Questo perché il progettista può controllare le forze che si sviluppano nel sistema EBF quando vengono fissate le caratteristiche degli smorzatori visco-elastici alla fine della procedura di progettazione e con la consapevolezza del taglio totale alla base richiesto.

Considerando gli smorzatori visco-elastico al centro dei telai EBF, ci si aspetta una componente di forza dipendente dalla velocità che è funzione delle caratteristiche viscosse del dissipatore in aggiunta ad una forza dipendente dallo spostamento associato con le caratteristiche elastiche del dispositivo.

Si noti che il sistema EBF è connesso alla costruzione a livello del tetto, e perciò fornisce una resistenza a taglio uniforme lungo l'altezza dell'edificio.

La conoscenza dell'andamento dello spostamento di progetto permette poi di stabilire la maggior parte delle proprietà del sistema SDOF equivalente. Lo spostamento di progetto del sistema SDOF equivalente  $\Delta_d$ , la massa efficace  $m_e$  e l'altezza effettiva  $h_e$ , per il caso di studio possono essere trovati usando le seguenti Eqq. [2.86]:

$$\Delta_d = \frac{\sum m_i \cdot \Delta_i^2}{\sum m_i \cdot \Delta_i} \quad m_e = \frac{\sum m_i \cdot \Delta_i}{\Delta_d} \quad h_e = \frac{\sum m_i \cdot \Delta_i \cdot h_i}{\sum m_i \cdot \Delta_i} \quad [2.86]$$

a)                      b)                      c)

Per poter effettuare il metodo DDBD è rimasto solo da conoscere lo smorzamento viscoso equivalente del sistema duale.

#### *Smorzamento viscoso equivalente del sistema duale*

Un coefficiente di smorzamento viscoso equivalente è stato utilizzato nella procedura DDBD per spiegare l'effetto che l'energia di dissipazione ha sulla risposta sismica. Per pareti strutturali in c.a. il valore di smorzamento appropriato è impostato in proporzione alla richiesta di duttilità di spostamento prevista,  $\mu$ , utilizzando l'Eq. [2.87] seguente:

$$\xi_{\text{wall}} = 0.05 + 0.444 \cdot \left( \frac{\mu - 1}{\mu \cdot \pi} \right) \quad [2.87]$$

Oltre all'energia dissipata dalla risposta ciclica delle pareti in c.a., il telaio EBF e gli smorzatori viscosi contribuiscono anche alla dissipazione di energia e quindi l'effettivo sistema di smorzamento deve essere ottenuto considerando queste componenti.

La Fig. 2.9, illustra come la risposta isteretica non lineare delle pareti può essere suddivisa in un equivalente componente di smorzamento viscoso, con la massima forza  $F_d$ , in parallelo con una molla elastica che possiede una rigidezza efficace  $K_{\text{eff}}$ .

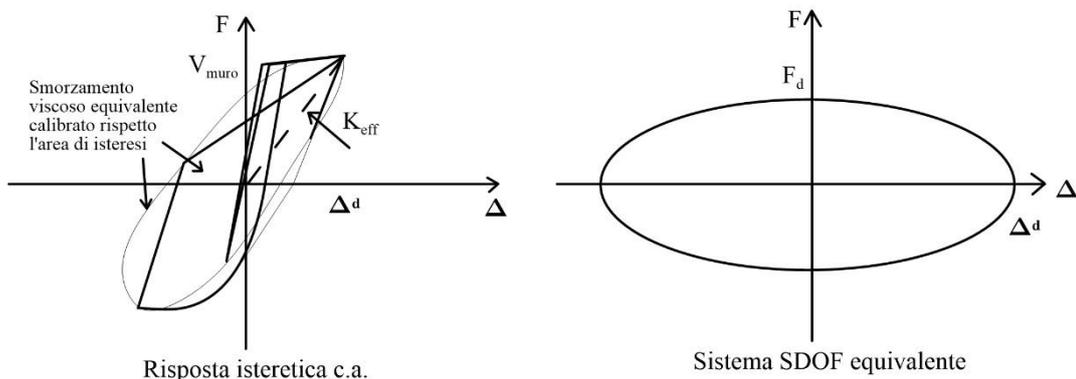
Come si può vedere nella Fig. 2.9, lo smorzamento viscoso fornisce una forza che è dipendente dalla velocità, variabile in base alla seguente Eq. [2.88]:

$$F = C \cdot v \quad [2.88]$$

dove  $F$  è la forza di smorzamento,  $v$  è la velocità e  $C$  è una costante espressa in unità di forza divisa per la velocità. La componente di smorzamento viscosa è di natura ellittica con una forza massima al picco di velocità (spostamento nullo) e forza nulla al picco di spostamento,  $\Delta_d$ .

La forza di smorzamento massima dell'ellisse,  $F_d$ , è pari a:

$$F_d = C \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot \Delta_d}{T} \quad [2.89]$$



**Fig. 2.9. Smorzamento viscoso del sistema SDOF equivalente.**

La costante di smorzamento,  $C$ , può essere correlato al coefficiente di smorzamento  $\xi$ , attraverso la seguente Eq. [2.90]:

$$C = \xi \cdot C_c = \xi \cdot 2 \cdot m \cdot \omega_n = \xi \cdot \frac{4 \cdot m \cdot \pi}{T} \quad [2.90]$$

Effettuando delle sostituzioni e notando che  $T^2 = 4 \cdot \pi^2 \cdot m / K$ , dove  $K = V / \Delta_d$ , il picco della forza di smorzamento può essere correlato al coefficiente di smorzamento viscoso dalla seguente Eq. [2.91]:

$$F_d = 2 \cdot V \cdot \xi \quad [2.91]$$

Tale Eq. [2.91] è particolarmente utile per il sistema duale.

Questa forza di smorzamento totale (fornita dagli smorzatori attivi nella direzione di eccitazione del terremoto) può essere trasformata in un rapporto del sistema di smorzamento viscoso equivalente come mostrato nell'Eq. [2.92] seguente:

$$\xi_{\text{sys}} = \frac{\sum F_d}{2 \cdot V_b} \quad [2.92]$$

Noto lo smorzamento viscoso equivalente sono stati definiti tutti gli elementi necessari per l'applicazione del metodo DDBD.

### *Osservazioni*

Il metodo è semplice, infatti uno dei vantaggi del metodo DDBD è che l'intera progettazione sismica dell'edificio può essere effettuata utilizzando calcoli non complicati, senza lo sviluppo di un codice di calcolo.

### **2.3.4 Metodo di Castaldo e Palazzo (2013)**

Gli autori presentano una procedura semplificata per il progetto di controventi dissipativi ed in particolare si tratta di dispositivi visco-elastici. La progettazione ottimale, quando si parla di dispositivi viscosi e visco-elastici, dovrebbe sfruttare le risorse fornite dalla rigidità elastica laterale e dalle proprietà dei controventi dissipativi, per ottenere una buona protezione sismica come visto già in precedenza. Per valutare l'efficacia della procedura proposta, gli autori studiano la risposta dinamica di un sistema ad un grado di libertà (SDOF), verificando che questo ultimo raggiunga lo spostamento prefissato, considerando sette accelerogrammi non

scalati, che in media rispettano lo spettro di risposta elastico allo stato limite di salvaguardia delle vite, come previsto dalla normativa Italiana. Ed in seguito analizzano la risposta di un sistema a più gradi di libertà (MDOF).

### **Passo 1: Scelta dello spostamento di progetto.**

Per uno spostamento di progetto fissato  $u$  ed un periodo di vibrazione naturale  $T$ , la rigidezza laterale  $k_{laterale\_struttura}$ , la rigidezza statica  $k_b$  e il coefficiente di viscosità  $c_v$ , del sistema visco-elastico, sono considerati delle variabili. Il progetto ottimale integrato, ha come problema quindi, quello di identificare quale sia la progettazione ottimale, combinando queste tre variabili, per ottenere la funzione di costo minore. Il rapporto di smorzamento, viene posto pari al 40% e gli autori considerano un range dei periodi che va da 0 a 3 secondi. Come per il sistema MDOF, anche per il sistema SDOF, le variabili e le ipotesi che stanno alla base del metodo sono:

- Massa e rigidezza del sistema strutturale integrato, regolari in elevazione;
- Uguaglianza fra il periodo del sistema SDOF e il primo modo di vibrare del sistema MDOF e uguaglianza tra il rapporto di smorzamento supplementare con quello relativo alla prima forma modale;
- Smorzamento del sistema strutturale proporzionale;
- Il rapporto economico ottimale, dato dal rapporto fra la rigidezza laterale del sistema strutturale e la rigidezza laterale totale del sistema strutturale integrato  $k_{laterale\_struttura} / k_{totale\_laterale}$  del sistema SDOF, deve essere raggiunto a ciascun livello del sistema MDOF, in modo da rispettare il criterio di regolarità;
- Il valore economico ottimale del tempo  $\tau$  del sistema SDOF deve essere raggiunto per ciascun livello del sistema strutturale integrato MDOF;
- I termini dinamici delle matrici di rigidezza e dello smorzamento vengono valutate assumendo che esse dipendono dalla frequenza fondamentale del primo modo di vibrare.

Per ottenere lo spostamento prefissato del sistema MDOF, bisogna dividere lo spostamento del sistema SDOF per il coefficiente di partecipazione  $G_1$  relativo alla prima forma modale.

**Passo 2: Si definisce lo smorzamento per ogni periodo e spostamento prestazionale considerando un set di sismi spettro-compatibili in media con uno stato limite.**

Nelle strutture equipaggiate con dispositivi di dissipazione dell'energia, come i dissipatori viscosi, il rapporto di smorzamento è dato da:

$$\xi = \xi_s + \xi_d \quad [2.93]$$

Considerando un sistema SDOF soggetto ad un carico sinusoidale caratterizzato da una frequenza  $\omega_n$ , l'energia dissipata dal dissipatore è data da:

$$W_D = \oint F_d du \quad [2.94]$$

Dove  $F_d$  è la forza del dissipatore uguale a  $c\dot{u}$ ,  $c$  è il coefficiente di smorzamento del dissipatore,  $\dot{u}$  è la velocità del sistema e del dissipatore. Ricordando che il rapporto di smorzamento può essere espresso come  $\xi_d = c/c_{cr}$ , si ottiene:

$$W_D = \oint c\dot{u}du = \int_0^{2\pi/\omega_n} c\dot{u}^2 dt = 2\pi\xi_d u_0^2 k \frac{\omega_n}{\omega} = 2\pi\xi_d W_s \frac{\omega_n}{\omega} \quad [2.95]$$

Dove  $c_{cr}$ ,  $K$ ,  $m$ ,  $\omega$  e  $W_s$  sono rispettivamente, il coefficiente di smorzamento critico, la rigidità, la massa, la frequenza naturale e l'energia di deformazione elastica del sistema. Sotto l'azione sismica,  $\omega_n$  può essere considerata uguale a  $\omega$  e la risposta del sistema è caratterizzata dal rapporto di smorzamento (relativo al dissipatore), espresso come:

$$\xi_d = \frac{W_D}{2\pi W_s} \quad [2.96]$$

Per il sistema MDOF il rapporto di smorzamento è dato da:

$$\xi_d = \frac{\sum W_j}{2\pi W_k} \quad [2.97]$$

Dove  $\sum W_j$  è la somma dell'energia dissipata dal j-esimo dissipativo del sistema in un ciclo e  $W_k$  è l'energia di deformazione del telaio.  $W_k = \sum F_i \Delta_i$ , in cui  $F_i$  è il taglio alla base e  $\Delta_i$  è lo spostamento di interpiano all'i-esimo piano. L'energia dissipata dai dissipatori viscosi viene espressa come:

$$\sum_j W_j = \sum_j \pi c_j u_j^2 \omega = \frac{2\pi}{T} \sum_j c_j u_j^2 \quad [2.98]$$

Dove  $u_j$  è lo spostamento assiale relativo del j-esimo dissipatore. Usando il metodo dell'energia di deformazione modale, l'energia di deformazione elastica può essere riscritta come:

$$\sum_j W_j = \frac{2\pi}{T} \sum_j c_j \phi_{dj}^2 \cos^2 \vartheta_j \quad [2.99]$$

$$W_k = \Phi_1^T K \Phi_1 = \Phi_1^T \omega_1^2 M \Phi_1 = \sum_i \omega_1^2 m_i \phi_i^2 = \frac{4\pi^2}{T_1^2} \sum_i m_i \phi_i^2 \quad [2.100]$$

Dove  $K$ ,  $M$  e  $\Phi_1$  sono rispettivamente la matrice di rigidità, delle masse e la prima forma modale del sistema;  $\phi_{dj}$  è lo spostamento orizzontale relativo del dissipatore al j-esimo piano corrispondente alla prima forma modale,  $\phi_i$  è lo spostamento del primo modo all'i-esimo piano,  $m_i$  è la massa all'i-esimo piano e  $\vartheta_j$  è l'angolo di inclinazione dello j-esimo dissipatore. Attraverso

le Equ. 2.97-2.100 si arriva alla seguente formula del rapporto di smorzamento della struttura dei dissipatori viscosi lineari:

$$\xi = \xi_s + \frac{T_1 \sum_j c_j \phi_{rj}^2 \cos^2 \mathcal{G}_j}{4\pi \sum_i m_i \phi_i^2} \quad [2.101]$$

**Passo 3: Si determinano i parametri dei dissipatori.**

Considerando un'azione armonica di frequenza  $\omega_D$  e ampiezza  $u_0$ , la forza del dissipatore viscoso è data da:

$$F_{vb}(t) = k_b \frac{\tau^2 \omega_D^2}{1 + \tau^2 \omega_D^2} u_{vb}(t) + c_v \frac{1}{1 + \tau^2 \omega_D^2} \dot{u}_{vb}(t) \quad [2.102]$$

Dove  $u_{vb}$  è lo spostamento relativo del dissipatore viscoso e  $\dot{u}_{vb}$  la sua derivata,  $c_v$  è il coefficiente di viscosità del dispositivo visco-fluido,  $k_b$  è la rigidità assiale del controvento e la frequenza  $\omega_D$  dipende dalle componenti del dispositivo viscoso che sono la rigidità e lo smorzamento apparenti.

La rigidità “apparente” e lo smorzamento “apparente” dal modello Maxwell sono pari a:

$$k_{vb}(\omega_D) = k'(\omega_D) = k_b \frac{\tau^2 \omega_D^2}{1 + \tau^2 \omega_D^2} \quad [2.103]$$

$$c_{vb}(\omega_D) = c'(\omega_D) = c_v \frac{1}{1 + \tau^2 \omega_D^2} \quad [2.104]$$

Lo smorzamento e il coefficiente di riduzione della rigidezza del dissipatore viscoso lineare sono rispettivamente pari a:

$$\beta_{vc}(\omega_D) = \frac{c_{vb}(\omega_D)}{c_v} = \frac{c'(\omega_D)}{c_v} \quad [2.105]$$

$$\beta_{vk}(\omega_D) = \frac{k_{vb}(\omega_D)}{k_b} = \frac{k'(\omega_D)}{k_b} \quad [2.106]$$

*Parametri ottimali del sistema equivalente ad un grado di libertà*

Attraverso dei grafici ottenuti dagli autori, è possibile ottenere i valori ottimali della rigidezza del sistema strutturale, la rigidezza statica e il coefficiente di viscosità del sistema dissipativo, per diversi valori del periodo elastico naturale e lo spostamento di progetto. L'energia di dissipazione dovuta ai controventi dissipativi, risulta essere assolutamente importante per ridurre la risposta dinamica e il danno strutturale.

**Passo 4: Si valutano i costi.**

**Passo 5: Si estende la procedura ad un sistema reale a più gradi di libertà dividendo lo spostamento di progetto per il coefficiente di partecipazione del primo modo di vibrare.**

I sistemi ad N gradi di libertà, vengono caratterizzati da N equazioni del moto, come illustrato di seguito:

$$(M + \bar{M})\ddot{u}(t) + (C + \bar{C})\dot{u}(t) + (K + \bar{K})u(t) = -(M + \bar{M})\ddot{u}_g(t) \quad [2.107]$$

Dove  $M$ ,  $C$  e  $K$  rappresentano la matrice delle masse, dello smorzamento e di rigidezza del sistema e  $\bar{M}$ ,  $\bar{C}$ ,  $\bar{K}$  rappresentano la matrice delle masse, dello smorzamento e di rigidezza del controvento dissipativo viscoso.  $\ddot{u}_g(t)$  rappresenta l'azione del terremoto.

L'Eq. 2.107 può essere espressa come:

$$\dot{z}(t) = Az(t) + b\ddot{u}_g(t) \quad [2.108]$$

Dove:

$$z(t) = \begin{bmatrix} u(t) \\ \dot{u}(t) \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} 0_{N \times N} & I_{N \times N} \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}; b = \begin{bmatrix} 0_{N \times 1} \\ i \end{bmatrix} \quad [2.109, 2.110, 2.111]$$

$N \times N$

Dove  $0_{N \times N}$ ,  $0_{N \times 1}$ ,  $I_{N \times N}$  e  $i$  rappresentano rispettivamente, la matrice zero di grado  $N \times N$ , il vettore colonna zero di grado  $N$ , la matrice identità di grado  $N \times N$  e il vettore di influenza rappresentativo dell'azione sismica sulla struttura.

### *Osservazioni*

Gli autori dimostrano che l'utilizzo di dispositivi fluido viscosi, rappresenta una buona tecnica per la dissipazione di energia per la riduzione dei danni strutturali di una struttura soggetta all'azione sismica. Un contro potrebbe essere rappresentato dalle varie ipotesi che stanno alla base del metodo.

### 2.3.5 Metodo di Mazza e Vulcano (2008 - 2014)

Il metodo è volto alla progettazione di dispositivi dissipativi a comportamento visco-elastico, installati su controventi inseriti all'interno di strutture a telaio, in c.a. o acciaio, e utilizzati come mezzi per la riduzione delle vibrazioni, in caso di sisma. Sono possibili diverse configurazioni per l'inserimento dei controventi dissipativi nelle maglie di un telaio:

- soluzione DKB: dispositivi VED installati su controventi a K (Fig. 2.10a);
- soluzione ABDKB: dispositivi VED installati su controventi a K con elementi diagonali aggiuntivi nelle campate adiacenti (Fig. 2.10b);
- soluzione DAB: dispositivi VED installati su controventi diagonali (Fig. 2.10c).

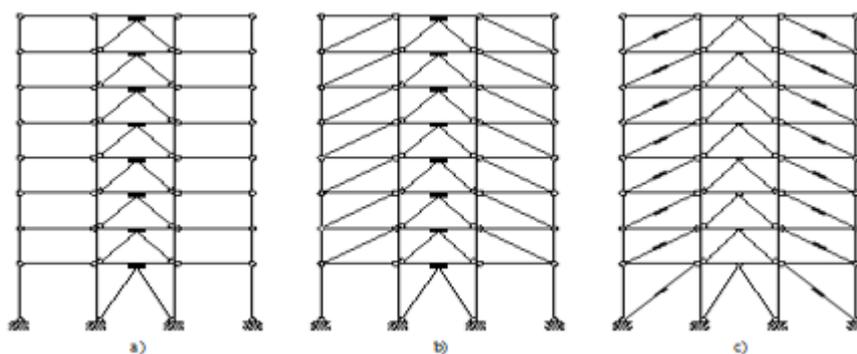


Fig. 2.10. Soluzioni possibili per la disposizione dei controventi e dei dissipatori.

Il metodo di Vulcano e Mazza si basa sul criterio di rigidità proporzionale, secondo il quale, le distribuzioni delle rigidità laterali elastiche di piano dei controventi dissipativi ( $K_{DB}$ ) e dei dispositivi VED ( $K'_D$ ) riproducono quella delle rigidità del telaio privo di controventi ( $K_F$ ), cosicché i rapporti di rigidità  $K_{DB}^* = K_{DB}/K_F$  e  $K_D^* = K'_D/K_F$  sono costanti ad ogni piano.

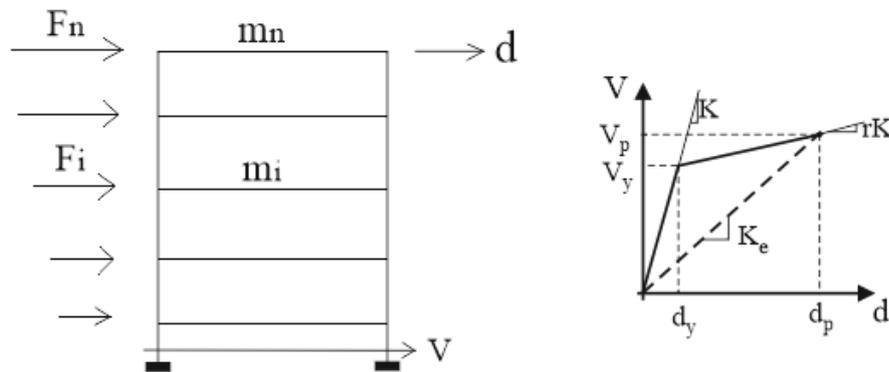
Una distribuzione analoga è assunta per la rigidità di perdita  $K''_D$  del dispositivo VED, una volta assegnati il fattore di forma  $A/t$  e le proprietà meccaniche del materiale visco-elastico (il modulo di carico  $G'$  e il modulo di perdita  $G''$  che sono legati alla frequenza fondamentale dell'intero sistema strutturale).

Questo criterio di progettazione è preferibile in caso di adeguamento di una struttura esistente, poiché consente di mantenere inalterate le forme modali della stessa, anche dopo l'inserimento dei controventi e dei dispositivi di dissipazione.

Le principali fasi del metodo sono sintetizzate nel seguito.

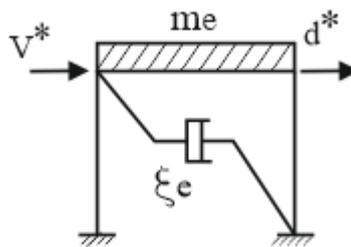
**Passo 1: Analisi statica non lineare e sistema equivalente ad un grado di libertà.**

Al fine di ottenere la curva taglio alla base - spostamento in sommità ( $V^{(F)}$ - $d$ ) per il telaio senza controventi, viene condotta l'analisi statica non lineare applicando ad esso carichi gravitazionali costanti e forze orizzontali monotonicamente crescenti, proporzionali al prodotto delle componenti (orizzontali) della prima forma modale ( $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$ ) per le corrispondenti masse di piano ( $m_1, m_2, \dots, m_n$ ). La curva di capacità del telaio viene idealizzata con una legge bilineare sulla base del principio di equivalenza energetica (Fig. 2.11).



**Fig. 2.11. Struttura MDOF e idealizzazione curva taglio – spostamento.**

La struttura intelaiata viene, poi, rappresentata attraverso un sistema equivalente ad 1 grado di libertà (g.d.l.), illustrato in Fig. 2.12, caratterizzato da una curva bilineare ( $V^*$ -  $d^*$ ) derivata da quella del telaio, attraverso la seguente trasformazione di coordinate mostrate nelle Eqq. [2.112]:



**Fig. 2.12. Sistema ad 1 g.d.l. equivalente al telaio ( $V=V^{(F)}$ ).**

$$\begin{aligned}
d^* &= d/\Gamma & \text{a)} \\
V^* &= V/\Gamma & \text{b)} \\
\Gamma &= \sum m_i \cdot \phi_i / \sum m_i \cdot \phi_i^2 & \text{c)} \\
m_e &= \sum m_i \cdot \phi_i \quad (\phi_n = 1) & \text{d)} \\
T_e &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{m_e / K_e} & \text{e)}
\end{aligned}
\tag{2.112}$$

essendo  $m_i$  la massa dell' $i$ -esimo piano e  $\phi_i$  la componente relativa della prima forma modale. Fissato, quindi, lo spostamento corrispondente ad un prescelto livello prestazionale ( $d_p$ ) e la percentuale di incrudimento  $r_F$ , è possibile determinare la duttilità del telaio ( $\mu_F = d_p / d_y^{(F)}$ ). Con questi parametri si calcola, infine, lo smorzamento viscoso equivalente alla dissipazione isteretica del telaio:

$$\xi_F^{(h)} (\%) = \frac{1}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{E_D}{E_S} = k \cdot \left( 63.7 \cdot \frac{(\mu_F - 1) \cdot (1 - r_F)}{\mu_F \cdot [1 + r_F \cdot (\mu_F - 1)]} \right)
\tag{2.113}$$

essendo  $E_D$  l'energia dissipata in un ciclo completo di isteresi, assumendo lo stesso valore (assoluto) dello spostamento massimo in entrambe le direzioni di carico, ed  $E_S$  l'energia di deformazione elastica assorbita fino al punto di snervamento. Il parametro  $k$  dipende dalla tipologia strutturale: per es.,  $k$  può essere assunto, in accordo alle ATC40 (1996), uguale ad  $1/3$  nel caso di comportamento strutturale con forte degradazione delle caratteristiche meccaniche.

**Passo 2: Assegnazione dei rapporti di rigidezza dei controventi e dei dissipatori, valutazione dei parametri meccanici caratteristici dei dispositivi VED e dello smorzamento viscoso equivalente dei controventi dissipativi.**

Si assegna un valore di tentativo del rapporto di rigidezza  $K_{DB}^*$ , da cui, note le rigidezze elastiche di piano della struttura nuda, valutate mediante una semplice analisi statica lineare, si ricavano le rigidezze di piano dei controventi dissipativi:

$$K_{DB,i} = K_{DB}^* \cdot K_{F,i}
\tag{2.114}$$

In maniera analoga, si assegnano anche i seguenti rapporti di rigidezza:

$$\begin{aligned}
K_D^* &= \frac{K'_D}{K_F} \quad \text{a) per strutture DKB} \\
K_B^* &= \frac{K_B}{K_F} \quad \text{b) } \quad K_D^* = \frac{K'_D}{K_F} \quad \text{c) per strutture ABDKB} \\
\alpha &= \frac{K_B}{K'_D} \quad \text{d) per strutture DAB}
\end{aligned} \tag{2.115}$$

Proiettando la rigidezza di piano dei controventi dissipativi nella direzione degli stessi e dividendo per 2 il risultato, si ottiene la rigidezza assiale del singolo controvento:

$$EA_{DB,i} = \frac{K_{DB,i}}{2} \cdot \frac{l_i}{\cos^2 \theta_i} \tag{2.116}$$

in cui  $l_i$  e  $\theta_i$  sono, rispettivamente, la lunghezza e l'inclinazione dell' $i$ -esimo controvento.

Dalla rigidezza assiale si evince, dunque, l'area della sezione trasversale dei controventi da inserire nella struttura, cosicché è possibile, mediante analisi modale, valutare la frequenza fondamentale di vibrazione della struttura rinforzata.

Da essa, infatti, dipendono i parametri caratteristici del materiale polimerico dei dispositivi VED, il modulo di carico  $G'$  e il modulo di perdita  $G''$ , che possono essere valutati, utilizzando le seguenti espressioni:

$$\begin{aligned}
G' &= \omega^2 \cdot \left( \frac{K_{D,1} \cdot C_{D,1}^2}{\omega^2 \cdot C_{D,1}^2 + K_{D,1}^2} + \frac{K_{D,2} \cdot C_{D,2}^2}{\omega^2 \cdot C_{D,2}^2 + K_{D,2}^2} \right) + K_{D,3} \quad \text{a)} \\
G'' &= \omega \cdot \left( \frac{K_{D,1}^2 \cdot C_{D,1}}{\omega^2 \cdot C_{D,1}^2 + K_{D,1}^2} + \frac{K_{D,2}^2 \cdot C_{D,2}}{\omega^2 \cdot C_{D,2}^2 + K_{D,2}^2} + C_{D,3} \right) \quad \text{b)}
\end{aligned} \tag{2.117}$$

Tali espressioni sono state ricavate relativamente ad un particolare modello reologico ideato per descrivere il comportamento di un VED, il modello GM. Esso, combinando il modello di Kelvin (Fig. 2.13a) e quello di Maxwell (Fig. 2.13b), è costituito da sei elementi: due coppie di molla elastica e smorzatore collegati in serie e una coppia di molla e smorzatore collegati in parallelo (Fig. 2.13c). Ciascuna molla ha una rigidezza  $K_{D,i}$  e ciascuno smorzatore ha una costante di smorzamento  $C_{D,i}$ . Entrambi i parametri sono fortemente dipendenti dalla temperatura: pertanto, i moduli  $G'$  e  $G''$  vengono valutati, in funzione di essi, una volta fissata la temperatura.

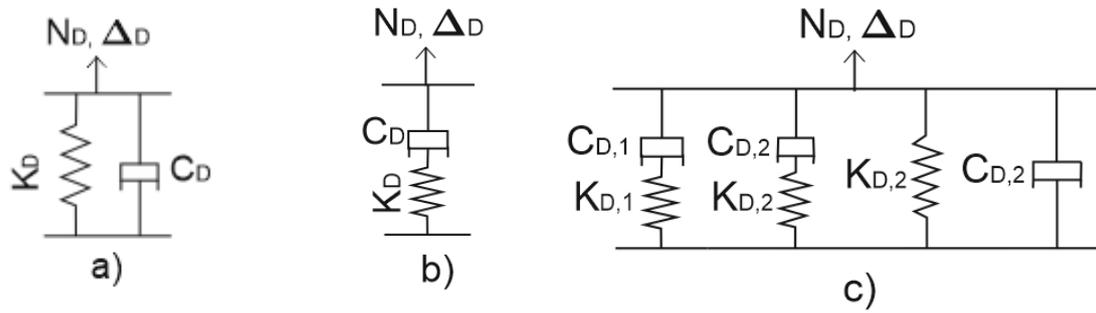


Fig. 2.13. Modelli usati per la descrizione del comportamento di un VED.

Noti  $G'$  e  $G''$  è possibile definire il parametro che misura lo sfasamento tra la forza applicata al dispositivo e lo spostamento da esso subito, noto come fattore di perdita  $\eta_d$ :

$$\eta_d = \frac{G''}{G'} = \tan \delta \quad [2.118]$$

In funzione di  $\alpha$  e  $\eta_d$ , si determina la rigidezza laterale di piano  $K'D$  dei dissipativi visco-elastici:

$$K'_D = K_{DB} \cdot \frac{(1+\alpha)^2 + \eta_d^2}{(1+\alpha) \cdot \alpha + \alpha \cdot \eta_d^2} \quad [2.119]$$

Quindi, è possibile stimare l'area resistente a taglio dei vari dissipatori attraverso la seguente relazione:

$$A = \frac{K'_D \cdot t}{G'} \quad [2.120]$$

in cui lo spessore  $t$  dovrà essere necessariamente non minore di 1,27 cm, affinché si abbia una distribuzione quasi uniforme della temperatura nello strato di materiale polimerico.

Relativamente alle possibili configurazioni di struttura intelaiata rinforzata, lo smorzamento viscoso equivalente per i controventi dissipativi si valuta come segue.

$$\xi_a = \frac{\eta_D}{2 \cdot [1 + (1 + \eta_D^2) \cdot K_D^*]} \quad \text{a) per str. DKB}$$

$$\xi_a = \frac{\eta_D \cdot K_D^*}{2 \cdot [K_D^* + (1 + \eta_D^2) \cdot K_D^{*2} + K_B^* \cdot (1 + 2K_D^* + (1 + \eta_D^2) \cdot K_D^{*2})]} \quad \text{b) per str. ABDKB} \quad [2.121]$$

$$\xi_a = \frac{\eta_D}{2 \cdot \left[ 1 + \frac{1}{\alpha} + \frac{\eta_D^2}{\alpha} + \frac{\alpha}{K_B^*} \cdot \left( 1 + \frac{1}{\alpha^2} + \frac{2}{\alpha} + \frac{\eta_D^2}{\alpha^2} \right) \right]} \quad \text{c) per str. DAB}$$

### Passo 3: Periodo di vibrazione efficace della struttura con controventi dissipativi

Il periodo efficace ( $T_e$ ) della struttura DBF può essere valutato attraverso lo spettro di spostamento elastico ( $S_{De}-T$ ) ottenuto per il fattore di smorzamento  $\xi_e$  (Fig. 2.14), in corrispondenza dello spostamento  $d_p$  assunto per il livello prestazionale richiesto.

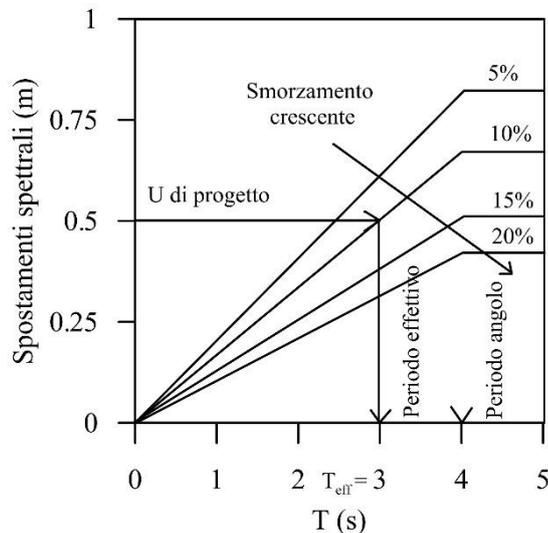


Fig. 2.14. Spettro dello spostamento.

### Passo 4. Rigidezza efficace del controvento dissipativo equivalente

Si calcola la rigidezza efficace del DBF come:

$$K_e = (4 \cdot \pi^2 \cdot m_e) / T_e^2 \quad [2.122]$$

La rigidezza efficace richiesta ai controventi dissipativi può essere ottenuta come:

$$K_e^{(DB)} = K_e - K_e^{(F)} \quad [2.123]$$

dove la rigidezza effettiva del telaio si può calcolare facilmente come:

$$K_e^{(F)} = \frac{V_p^F}{d_p} \quad [2.124]$$

in cui  $d_p$  è lo spostamento di performance.

### **Passo 5. Verifica di convergenza del procedimento iterativo.**

Dividendo la rigidezza equivalente del controvento dissipativo  $K_e^{DB}$ , valutata nella fase precedente, per la rigidezza secante del telaio,  $K_e^F$ , valutata nella prima fase della procedura, si ottiene un rapporto di rigidezza  $K_{DB}^*$  che dovrà essere confrontato con quello fissato all'inizio della fase 2: se i due valori sono molto vicini, la procedura iterativa è terminata. In caso contrario, si ripeterà la sequenza di fasi, a partire dalla seconda, con il nuovo valore di  $K_{DB}^*$  stimato in questa ultima fase e la procedura proseguirà, ciclicamente, fino a che la differenza tra i due valori di  $K_{DB}^*$  stimati nella seconda e quinta fase dell' $i$ -esimo passo non sarà inferiore ad una tolleranza ritenuta trascurabile.

In corrispondenza del valore di  $K_{DB}^*$  che realizza la convergenza dell'iterazione, si calcoleranno, come illustrato nelle varie fasi del metodo, le effettive caratteristiche geometriche e meccaniche dei dispositivi VED, utilizzati come retrofit, nelle strutture esistenti o di nuova concezione, per mitigare il rischio derivante da sismi.

### *Considerazioni*

L'approccio degli autori è chiaro in tutti i passi che lo caratterizzano. L'analisi del progetto nel caso di dispositivi diversi è un altro punto favorevole, l'unica mancanza del metodo potrebbe essere il fatto che gli autori si riferiscono a strutture regolari, quindi per poter utilizzare il metodo anche nei riguardi di strutture irregolari, sono necessari degli approfondimenti.

## 2.4 Metodi basati su dispositivi fluido-viscosi

### 2.4.1 Metodo di Sorace e Terenzi (2008)

Oltre ai criteri basati sulle forze e sugli spostamenti visti anche nei paragrafi precedenti, esistono dei criteri basati sull'energia, definiti, appunto, criteri energetici. L'applicazione di questi criteri è legato all'utilizzo di dissipatori non lineari fluido viscosi ("fluid viscous", FV). Come mostrato in Fig. 2.15, i dissipatori FV sono composti da una parte interna riempita con uno speciale fluido siliconico compressibile, pressurizzato con una forza statica iniziale pari a  $F_0$ , da un pistone che scorre in questo fluido, da una parte più esterna e da due piatti terminali che collegano il dispositivo agli elementi strutturali di supporto. Quando viene applicata un'azione dinamica, il fluido scorre attraverso lo spazio anulare tra la testa del pistone e la parte interna; ciò genera una forza di reazione non lineare di smorzamento. Una volta che, l'effetto prodotto dall'azione dinamica si esaurisce, il pistone recupera la sua posizione iniziale dovuta alla pressurizzazione del fluido.

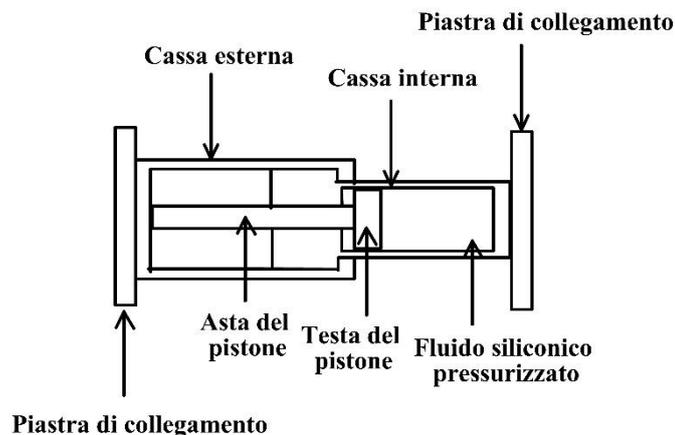
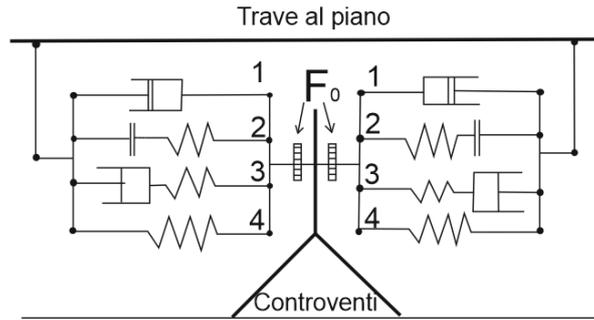


Fig. 2.15. Sezione trasversale dissipatore FV.

I criteri energetici vengono così chiamati per il fatto che, la capacità dissipativa dei dispositivi FV è computata come frazione prefissata dell'energia sismica totale in ingresso ad ogni piano della struttura. Il computo della capacità dissipativa viene effettuato attraverso l'utilizzo di modelli numerici agli elementi finiti. La rappresentazione agli elementi finiti in grado di riprodurre il comportamento di un dispositivo FV standard è mostrato nella Fig. 2.16.



**Fig. 2.16. Rappresentazione del dissipatore attraverso i modelli numerici ad elementi finiti: 1) ammortizzatore; 2) vincolo monolatero; 3) vincolo bilatero; 4) molla.**

Le forze di reazione dell'ammortizzatore e della molla sono definite dalle seguenti Eqq. [2.125] e [2.126]:

$$F_d(t) = c \cdot \operatorname{sgn}(\dot{x}(t)) \cdot |\dot{x}(t)|^\alpha \quad [2.125]$$

$$F_{nc}(t) = k_2 \cdot x(t) + \frac{(k_1 - k_2) \cdot x(t)}{\left[ 1 + \left| \frac{k_1 \cdot x(t)}{F_0} \right|^R \right]^{1/R}} \quad [2.126]$$

dove  $c$  è il coefficiente di smorzamento,  $\operatorname{sgn}(\cdot)$  è il segno della funzione,  $|\cdot|$  è il valore assoluto,  $x(t)$  è lo spostamento,  $\alpha$  è l'esponente frazionario,  $k_1$  e  $k_2$  sono, rispettivamente, le rigidità dei rami di risposta situate al di sotto e al di sopra della soglia della forza iniziale  $F_0$ ,  $F_0$  è la forza statica iniziale e  $R$  è un esponente pari a 5 per dispositivi FV con fluido siliconico pressurizzato.

Come spiegato prima, la capacità dissipativa dei dispositivi FV è calcolata come frazione dell'energia totale sismica in ingresso per ogni piano, attraverso le seguenti equazioni:

$$E_{Dj} = \beta_j \cdot E_{Ij} \quad [2.127]$$

$$E_{Dj} = \int_0^{t_c} c_j \cdot \left| \dot{v}_j \right|^\alpha \cdot \operatorname{sgn}(\dot{v}_j) \cdot \dot{v}_j \, dt \quad [2.128]$$

$$E_{Ij} = \int_0^{t_c} m_j \cdot \ddot{v}_{ij} \, d v_g \quad [2.129]$$

dove  $E_{Dj}$  è la frazione di energia dissipata al j-esimo piano dal set di dissipatori posizionati a quello stesso piano,  $\beta_j$  è il rapporto d'energia al j-esimo piano,  $E_{Ij}$  è l'energia assoluta in ingresso al j-esimo piano,  $t_c$  è l'istante di tempo in cui il calcolo viene effettuato,  $c_j$  è il coefficiente di smorzamento globale caratterizzante il dissipatore al j-esimo piano,  $\dot{v}_j$  è la velocità relativa del j-esimo piano,  $\alpha$  è un esponente frazionale,  $m_j$  è la massa associata al j-esimo piano,  $\ddot{v}_{ij}$  l'accelerazione assoluta del j-esimo piano e  $v_g$  è lo spostamento al suolo.

Il procedimento parte da un'iniziale valutazione dell'energia in ingresso al piano j  $E^{wd}_{Ij}$ , considerando all'interno del modello i controventi e la molla, ma senza il loro ammortizzatore (ad esempio l'elemento 1 della Fig. 2.16).

Considerando, la componente molla, la cui rigidezza è sconosciuta a questo punto, l'intervallo globale della rigidezza elastica  $k_2$  (Equ. 2.126), per la serie di dispositivi FV, adatto per l'uso in sistemi con controventi dissipativi è molto limitato; il valore di  $k_2$  è compreso tra 0.6 e 1.2 KN/mm. Il valore di  $k_1$  che rappresenta la rigidezza del primo ramo elastico, è pari a 15  $k_2$ . Successivamente una analisi di ricerca iterativa viene sviluppata per settare il valore coefficiente di smorzamento globale, garantendo l'attendibilità del coefficiente  $\beta_j$  assunto nell'Eq. [2.127]. La scelta del coefficiente  $\beta_j$ , secondo Sorace e Terenzi (2003), deve essere valutata tenendo conto dell'istante in cui al j-esimo piano si raggiunge il massimo spostamento di interpiano  $ID_{j,max}$ .

Due aspetti sono fondamentali nell'applicazione pratica di questo metodo e si espongono di seguito.

- Il primo riguarda  $\beta_j$ , legato al valore dell'indice di prestazione di spostamento  $r^{ID}_j$ , dato come rapporto tra il massimo spostamento di interpiano della struttura non protetta da controventi dissipativi e il massimo spostamento di interpiano della struttura protetta; valori di  $\beta_{max}$  possono essere tratti dalla Tabella seguente.

$\beta_{max}$	0.5	0.6	0.7
$r^{ID}$	1.5÷1.8	1.8÷2.2	2.2÷2.5

Tab. 2.1. Scelta valore  $\beta_{max}$  (Sorace e Terenzi, 2003).

I valori di  $\beta_{max}$  dovrebbe essere incrementati del 15% nel caso in cui i controventi dissipativi non siano montati nel piano superiore.

- Il secondo aspetto, riguarda la dimensione dei controventi in acciaio per il calcolo di  $E^{wd}_{Ij}$  di primo tentativo. Si può considerare una dimensione dei controventi posizionati ad ogni piano assegnando loro il 50% del taglio di piano computato per la struttura originale sotto il progetto sismico di base.

Di seguito si riassumono i passi essenziali del metodo.

1. Si valutano gli spostamenti massimi di interpiano della struttura originaria non controventata.
2. Si valuta l'aliquota di energia che i controventi dissipativi devono dissipare.
3. Si svolge l'analisi dinamica della struttura controventata e si calcola l'energia in ingresso e l'energia che deve essere dissipata a ciascun piano.
4. Si stabilisce il valore dello smorzamento.
5. Si risolve l'analisi dinamica per la struttura controventata con il coefficiente di smorzamento stabilito.
6. Si calcola l'energia effettivamente dissipata.
7. Si verifica che l'aliquota di energia dissipata sia minore di una soglia di errore fissata e nel caso contrario si itera dal punto 1.
8. Si scelgono i dissipatori da catalogo.

### *Considerazioni*

Il metodo potrebbe risultare oneroso in quanto prevede una fase iterativa ma offre un grande vantaggio, la possibilità di poter inserire i dispositivi solo in determinati piani quando si effettua l'adeguamento sismico di una struttura. Gli autori, infatti, per verificare l'efficacia del metodo che propongono, studiano due strutture, una in acciaio e una in c.a. e in questa ultima, non inseriscono i controventi dissipativi a tutti i piani. In seguito, gli autori, svolgono un'analisi numerica e dai risultati ottenuti, si evince che l'adeguamento sismico di entrambe le strutture, determina un forte miglioramento. Si ottengono, quindi, buoni risultati anche nella configurazione in cui i dispositivi non sono presenti a tutti i piani, riducendo gli spostamenti di interpiano. Si conclude quindi che il progettista, può, naturalmente studiandone prima le

condizioni, evitare di disporre i controveti dissipativi lungo tutta l'altezza dell'edificio, ottenendo una diminuzione dei costi.

#### 2.4.2 Metodo di Silvestri et al. (2010)

Gli autori utilizzano dispositivi fluido viscosi di tipo non lineare. Definiscono in primo luogo un valore dello smorzamento di progetto della struttura che si ipotizza di tipo lineare. Per un primo dimensionamento si progettano i dissipatori a comportamento lineare e si determina lo smorzamento proporzionale alle masse, quando i dispositivi sono vincolati ad un punto fisso esterno o alle rigidezze e quando i dispositivi sono posti al generico interpiano. Lo smorzamento dei dispositivi lineari viene calcolato quindi in funzione dello smorzamento di progetto. Si effettuano in seguito le analisi dinamiche “time-history” per valutare lo smorzamento effettivo e gli sforzi agenti sui dispositivi. Si definisce un sistema non lineare equivalente agli smorzatori lineari e si conducono le analisi dinamiche non lineari in modo da verificare l'efficacia del metodo di progetto.

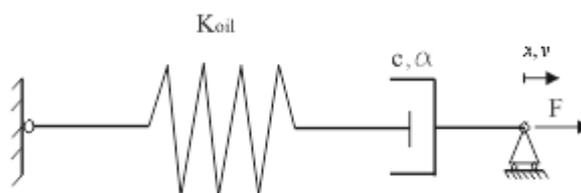


Fig. 2.17. Modello “Maxwell”

Di seguito si analizza la procedura proposta dagli autori.

#### Passo 1: Scelta del rapporto di smorzamento di progetto.

Esistono molti studi che correlano il rapporto di smorzamento  $\xi$  con il fattore riduttivo  $\eta$ . Gli autori decidono di calcolare il fattore riduttivo sia considerando varie formule proposte in letteratura, sia utilizzando le seguenti formulazioni:

$$\eta_{\delta}(\xi) = \frac{\delta_{\max}(\xi)}{\delta_{\max}(\xi = 0.05)} \quad [2.133]$$

$$\eta_a(\xi) = \frac{a_{\max}(\xi)}{a_{\max}(\xi = 0.05)} \quad [2.134]$$

In cui il fattore riduttivo viene calcolato sia in termini di spostamenti che di accelerazioni e dove gli spostamenti e le accelerazioni massime del sistema sono caratterizzati da un rapporto di smorzamento uguale a  $\bar{\xi}$  e  $\bar{\xi} = 0.05$  rispettivamente. I rapporti riduttivi sono stati calcolati dagli autori per un sistema SDOF, caratterizzato da differenti valori dei periodi di vibrazione ( $T = 0.2 \div 1.8s$ ). I risultati vengono espressi in termini di spostamenti e accelerazioni massimi medi, ottenuti considerando quaranta terremoti (vicino e lontano faglia) con valori dell'accelerazione di picco (PGA) molto diversi, in modo da rendere la procedura estendibile alle possibili situazioni che possono verificarsi.

**Passo2: Si valutano le caratteristiche principali dei dissipatori lineari.**

Gli autori determinano il coefficiente di smorzamento sia per ciascun dissipatore che lo smorzamento totale al piano, utilizzando le Equ. 2.135 e 2.137.

$$c_j = c_L \left( 2\bar{\xi}\omega_1 \right) \frac{m_j}{n_j} \quad [2.135]$$

Dove  $c_L$  è il coefficiente di smorzamento lineare,  $\bar{\xi}$  è il rapporto di smorzamento relativo al primo modo di vibrare,  $\omega_1$  è la prima frequenza circolare del sistema e  $m_j$  e  $n_j$  sono la massa e il numero dei dissipatori ad ogni piano della struttura, rispettivamente.

Nel caso in cui i dissipatori presentino un'inclinazione  $\phi$  rispetto all'asse orizzontale, il coefficiente di smorzamento può essere valutato come di seguito:

$$c_{j,inclined} = c_j \left( \frac{1}{\cos^2 \phi} \right) \quad [2.136]$$

$$c_{storey} = \bar{\xi}\omega_1 m_{tot} (N + 1) \quad [2.137]$$

Dove N è il numero dei piani della struttura.

### **Passo 3: Si eseguono le analisi dinamiche preliminari.**

Gli autori, successivamente al calcolo delle caratteristiche principali dei dissipatori, effettuano le analisi dinamiche preliminari in modo da:

- Verificare che il rapporto di smorzamento calcolato, sia sufficientemente vicino al rapporto di smorzamento di progetto;
- Calibrare i coefficienti di smorzamento dei dissipatori;
- Stimare le velocità massime considerando dissipatori lineari ( $v_{\max}$ );
- Stimare il massimo spostamento dei dissipatori considerando dissipatori lineari ( $x_{\max}$ ).

### **Passo 4: Identificazione delle caratteristiche del sistema equivalente dei dissipatori viscosi non lineari.**

Gli autori per identificare le caratteristiche dei dissipatori non lineari, considerano un approccio energetico: i due sistemi, lineare e non, infatti, devono dissipare lo stesso quantitativo di energia se soggetti allo stesso input.

$$\overline{c_{NL}} \cong \overline{c_L} (0.8v_{\max})^{1-\overline{\alpha}} \quad [2.138]$$

Dove  $c_{NL}$  è il coefficiente di smorzamento non lineare,  $\overline{\alpha}$  è un coefficiente che dipende dalle caratteristiche commerciali dei dissipatori.

Bisogna sottolineare il fatto che la formula precedente, è valida, solo per un'azione sinusoidale.

### **Passo 5: Analisi dinamiche in riferimento al modello costitutivo non lineare.**

Gli autori rifanno le analisi dinamiche, già svolte nel passo 3, però facendo riferimento al modello costitutivo non lineare dei dissipatori.

In questo modo, è possibile:

- Verificare che i modelli lineare e non lineare per i dissipatori, presentino un comportamento simile;
- Ottenere i valori di progetto finali per le azioni sugli elementi strutturali;
- Ottenere tutte le caratteristiche dei dissipatori viscosi.

### *Considerazioni*

Il metodo proposto dagli autori è di semplice intuizione, l'unico difetto potrebbe essere nella ipotesi fatta del telaio modello shear-type, quindi studiando un altro tipo di struttura si potrebbero ottenere risultati diversi o troppo prudenti.

## **2.5 Metodi basati su dispositivi isteretici**

### **2.5.1 Metodo di Ponzo et al. (2010)**

Il metodo di Ponzo ha come obiettivo principale il dimensionamento delle caratteristiche di dispositivi dissipativi dipendenti dagli spostamenti, compatibilmente con le prescrizioni della recente O.P.C.M. 3431/05. Il metodo, che si ispira alle normative americane FEMA 356, si basa sulla ricerca del performance point di un sistema equivalente ad un g.d.l., in cui la capacità è fornita dalla risposta della struttura rinforzata con i controventi dissipativi, mentre la domanda è ricavata iterativamente in funzione dello spostamento raggiunto e dalla capacità di dissipazione del sistema.

La procedura è di tipo iterativo e si sviluppa secondo lo schema descritto nel seguito.

#### **Passo 1: Si valuta la capacità della struttura equivalente (senza controventi).**

Il primo passo del metodo consiste nel determinare le caratteristiche fondamentali di resistenza  $F_y^*$  e rigidezza  $k^*$  del sistema bilineare equivalente della struttura non controventata, valutato mediante analisi statica non lineare, secondo la procedura proposta dall'O.P.C.M 3431/05. Per il calcolo delle capacità degli elementi duttili è necessaria la conoscenza delle caratteristiche dei materiali costituenti la struttura, ottenuti da prove in situ o dai dati ricavati dal progetto originale, in relazione al livello di conoscenza raggiunto. A partire, quindi, da una modellazione

non lineare della struttura, anche semplificata, si procede alla determinazione delle curve di push-over, utilizzando due distribuzioni di forze orizzontali applicate ai baricentri delle masse di ciascun piano, una proporzionale alle masse e l'altra legata al primo modo di vibrare. Delle due curve così ottenute si considera quella a resistenza minore, ai fini della determinazione del sistema bi-lineare equivalente, ridotta secondo il coefficiente di partecipazione del primo modo di vibrare (Fig. 2.18). Lo spostamento massimo viene assunto uguale al valore minimo tra quello di normativa e lo spostamento massimo ottenuto mediante la curva di push-over.

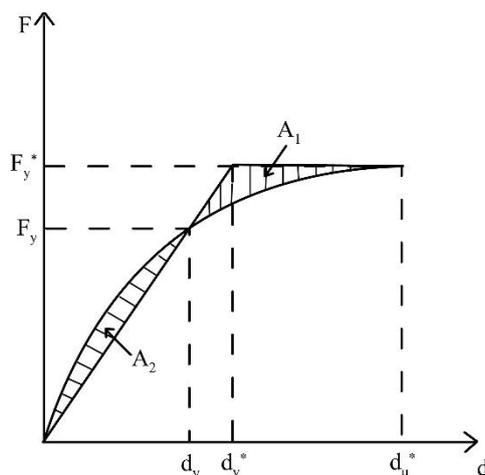


Fig. 2.18. Sistema bi-lineare equivalente della struttura.

## Passo 2: Si determinano le caratteristiche del controvento equivalente.

Viene ipotizzato un valore di partenza della duttilità del controvento dissipativo  $\mu_c$ : la duttilità del solo dispositivo può raggiungere valori abbastanza elevati, anche maggiori di 20, con buona stabilità di comportamento anche per numero di cicli elevati (Dolce et al., 2000).

La duttilità del controvento viene valutata considerando il comportamento complessivo dell'asta connessa in serie al dispositivo.

Si valuta l'entità della forzante sismica di riferimento dell'oscillatore elastico  $F_{e,j}$ , al passo  $j$ -esimo, in funzione delle caratteristiche dinamiche complessive della struttura controventata, della sismicità del sito e della eventuale amplificazione dovuta al suolo di fondazione. La forza  $F_{e,0}$  all'inizio della procedura viene calcolata come prodotto della massa totale dell'oscillatore equivalente  $m^*$  per l'accelerazione  $S_e(T^*)$  dello spettro di risposta elastico ( $\xi=5\%$ ) di riferimento, in corrispondenza del periodo equivalente  $T^*$  del sistema bilineare equivalente.

$$F_{e,0} = m^* \cdot S_e(T^*) \quad [2.139]$$

$$T^* = 2\pi \cdot (m^* / k^*)^{\frac{1}{2}} \quad [2.140]$$

Per il calcolo delle caratteristiche meccaniche del controvento, partendo dal valore di duttilità disponibile  $\mu_c$ , in funzione del dispositivo selezionato, e imponendo uno spostamento ultimo del controvento  $d_{c0}$  pari a quello ultimo della struttura non controventata  $d_{max}^*$  ottenuto dalla bi-linearizzazione, si ricava lo spostamento di plasticizzazione del controvento  $d_{cy}$ , come indicato in Fig. 2.19.

$$d_{cy} = \frac{d_{c0}}{\mu_c} \quad [2.141]$$

Noto  $d_{cy}$ , l'unica incognita del problema rimane la forza di plasticizzazione del controvento ( $F_{c,j}$ ), in quanto la rigidezza del controvento equivalente  $k_{c,j}$  e quella del sistema controventato equivalente  $k_{TOT,j}$  possono essere calcolate come:

$$k_{c,j} = \frac{F_{c,j}}{d_{cy}} \quad k_{TOT,j} = k^* + k_{c,j} \quad [2.142a,b]$$

Utilizzando il criterio di uguaglianza fra l'energia accumulata dall'oscillatore equivalente ad un grado di libertà, nelle condizioni di comportamento elastico, e quella accumulata nelle condizioni di comportamento elasto-plastico, si ricava l'incognita  $F_{c,j}$ . Con riferimento alla Fig. 2.19, infatti, l'uguaglianza delle energie può essere espressa in termini di uguaglianza delle aree sottese dall'oscillatore elastico  $A_e$  e da quello elasto-plastico  $A_p$ .

$$\begin{aligned} A_e &= A(0Ad_{TOT}) \\ A_p &= A(0Bd_{cy}) + A(d_{cy}BCd_y^*) + A(d_y^*CDd_{c0}) \end{aligned} \quad [2.143]$$

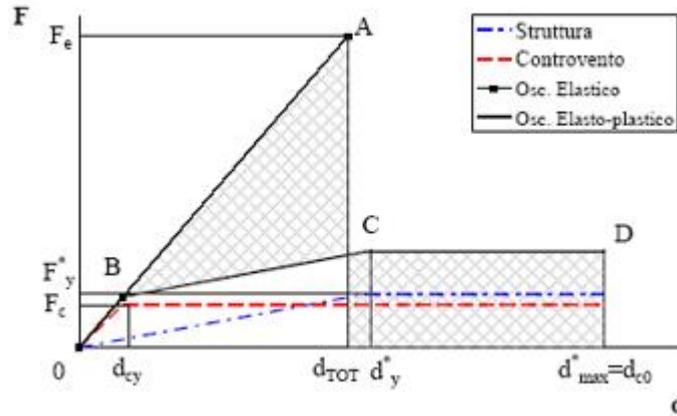


Fig.2.19. Criterio di uguaglianza delle energie.

L'area  $A_e$  è funzione della forza sismica elastica, quindi del periodo  $T_j$ , dell'oscillatore elasto-plastico al passo  $j$ -esimo  $F_{e,j}$ , è pari a:

$$A(0Ad_{TOT})_j = \frac{F_{e,j}^2 \cdot d_{cy,j}}{2 \cdot (k^* \cdot d_{cy} + F_{c,j})} \quad [2.144]$$

Dove  $T_j = 2\pi \cdot (m^* / k_{TOT,j})^{\frac{1}{2}}$ .

L'area  $A_p$  allo stesso passo è data, invece, dalla somma dei seguenti contributi:

$$\begin{aligned} A(0Bd_{cy})_j &= \frac{d_{cy}}{2} \cdot (F_{c,j} + k^* \cdot d_{cy}) \\ A(d_{cy}BCd_y^*)_j &= \frac{(F_{c,j} + k^* \cdot d_{cy}) + (F_{c,j} + F_y^*)}{2} \cdot (d_y^* - d_{cy}) \\ A(d_y^*CDd_{c0})_j &= (F_{c,j} + F_y^*) \cdot (d_{c0} - d_y^*) \end{aligned} \quad [2.145]$$

Dall'uguaglianza delle aree ( $A_e=A_p$ ) si ottiene un'equazione di secondo grado nell'unica incognita  $F_{c,j}$ , esprimibile nella forma:

$$a \cdot F_{c,j}^2 + b \cdot F_{c,j} + c = 0 \quad [2.146]$$

in cui:

$$a = 2 \cdot (d_0 - d_{cy})$$

$$b = k^* \cdot d_{cy} \cdot (2 \cdot d_{c0} + d_y^* - d_{cy}) + F_y^* \cdot (2 \cdot d_{c0} - d_y^* - d_{cy})$$

$$c = d_{cy} \cdot (-F_{e,j}^2 + 2 \cdot d_{c0} \cdot F_y^* \cdot k^* - F_y^* \cdot k^* \cdot (d_{cy} + d_y^*)) + d_{cy} \cdot d_y^* \cdot k^{*2}$$

Noto il valore della forza di plasticizzazione,  $F_{c,j}$ , del controvento al j-esimo passo diventa possibile determinare il valore della rigidezza del controvento  $k_{c,j}$ , il valore del periodo della struttura controventata  $T_j$  e quindi il nuovo valore di  $F_{e,j}$ .

La procedura converge a soluzione quando la differenza tra il valore di  $F_{e,j}$  determinato al passo j-esimo e quello valutato al passo precedente è minore di in certa tolleranza imposta:

$$|F_{e,j} - F_{e,j-1}| < \varepsilon \quad [2.147]$$

**Passo 3: Si effettua la distribuzione in elevazione e in pianta delle caratteristiche del controvento equivalente.**

La distribuzione delle caratteristiche del singolo controvento ( $F_{c,i,s}$ ;  $k_{c,i,s}$ ;  $\mu_c$ ) si svolge in due fasi. In una prima fase si valutano le caratteristiche medie di piano del controvento, nella seconda fase tali caratteristiche vengono ripartite in funzione del numero e della loro posizione nella maglia strutturale. Per la distribuzione in elevazione della rigidezza del controvento al piano i-esimo si ipotizza che i rapporti tra la rigidezza della struttura al piano i-esimo  $k_i$  e quella del relativo controvento  $k_{c,i}$  siano uguali al rapporto fra la rigidezza del controvento equivalente  $k_c$  e quella della struttura equivalente  $k^*$ .

$$\frac{k_{c,i}}{k_i} = \frac{k_c}{k^*} \rightarrow k_{c,i} = \frac{k_c}{k^*} \cdot k_i \quad [2.148]$$

Le rigidezze di piano  $k_i$  della struttura non controventata possono essere determinate facilmente a partire da un'analisi statica lineare. Assegnate, infatti, le forze ai piani  $F_i$  e ricavati gli spostamenti di interpiano  $\Delta_{si}$ , la rigidezza del piano i-esimo  $k_i$  si ottiene dalla seguente espressione:

$$k_i = \frac{1}{\Delta s_i} \cdot \sum_1^{n_p} F_i \quad [2.149]$$

Per la distribuzione al piano i-esimo della resistenza del controvento  $F_{c,i}$ , si ipotizza, invece, che i rapporti tra tale resistenza e quella del controvento equivalente  $F_c$  siano uguali ai rapporti fra la resistenza del piano i-esimo della struttura  $F_{y,i}$  e quella della struttura equivalente  $F_y^*$ .

$$\frac{F_{c,i}}{F_c} = \frac{F_{y,i}}{F_y^*} \quad [2.150]$$

$$F_{c,i} = \frac{F_{y,i}}{F_y^*} \cdot F_c$$

Lo spostamento al limite elastico della struttura al piano i-esimo  $d_{y,i}$  può essere calcolato, in maniera semplificata, ridistribuendo lo spostamento al limite elastico della struttura equivalente  $d_y^*$ , ricavato dall'analisi push-over per la struttura non controventata, in funzione della percentuale di spostamento di interpiano,  $\Delta s_i$ , rispetto allo spostamento totale elastico  $s_{TOT}$ , determinato con l'analisi statica lineare, come mostrato in Fig. 2.20.

$$d_{y,i} = \frac{\Delta s_i}{s_{TOT}} \cdot d_y^* \quad [2.151]$$

$$F_{y,i} = k_i \cdot d_{y,i}$$

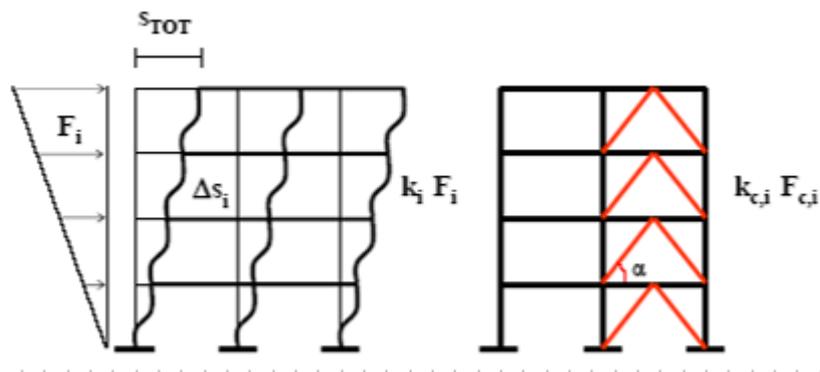


Fig. 2.20. Distribuzione delle caratteristiche dei controventi in elevazione.

Nella seconda fase si effettua la ripartizione della rigidezza  $k_{c,i}$  e della resistenza  $F_{c,i}$  del controvento equivalente di piano tra i controventi effettivamente previsti al piano stesso, in funzione del loro numero e della rispettiva inclinazione sull'orizzontale.

La rigidezza del singolo controvento dell' $i$ -esimo piano  $k_{c,i,s}$  è data da:

$$k_{c,i,s} = \frac{k_{c,i}}{n_{c,i}} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha_s} \quad [2.152]$$

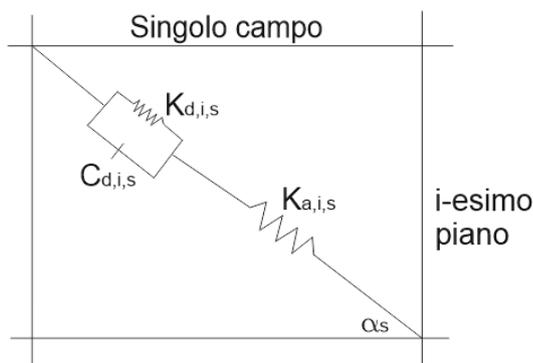
dove:

$n_{c,i}$  numero di controventi all' $i$ -esimo piano;

$\alpha_s$  angolo che il controvento forma con l'orizzontale.

La rigidezza complessiva del singolo controvento dissipativo  $k_{c,i,s}$  è fornita dalla composizione in serie delle rigidezze relative delle sue parti componenti, (dispositivo dissipativo  $k_{d,i,s}$  e asta metallica  $k_{a,i,s}$ ), come indicato dalla seguente espressione e come mostrato in Fig. 2.21.

$$\frac{1}{k_{c,i,s}} = \frac{1}{k_{d,i,s}} + \frac{1}{k_{a,i,s}} \quad [2.153]$$



**Fig. 2.21. Rigidezza del singolo controvento dissipativo.**

Nell'ottica di ottimizzare lo sfruttamento del materiale, cioè di minimizzare l'area dell'asta  $A_{a,i,s,min}$ , si ipotizza una rigidezza del dispositivo molto maggiore della rigidezza dell'asta ( $k_{d,i,s} \gg k_{a,i,s}$ ) e si ricava:

$$A_{a,i,s,min} = k_{a,i,s} \cdot \frac{1}{E} \approx k_{c,i,s} \cdot \frac{1}{E} \quad [2.154]$$

La scelta della rigidezza del singolo dispositivo dissipativo  $k_{d,i,s}$  avverrà, comunque, nel range di valori di rigidezza indicati dalle case produttrici e nel rispetto della condizione di verifica ad instabilità dell'asta con  $A_{a,i,s,min}$ , per i massimi valori di carico assiale previsti. Anche la resistenza di piano del controvento equivalente deve essere ripartita in funzione del numero e dell'inclinazione reale  $\alpha_s$  dei controventi presenti secondo l'espressione:

$$F_{c,i,s} = \frac{F_{c,i}}{n_{c,i}} \cdot \frac{1}{\cos \alpha_s} \quad [2.155]$$

La resistenza così ottenuta va attribuita esclusivamente al dispositivo dissipativo nell'ipotesi che l'asta conservi un comportamento elastico.

#### **Passo 4: Verifica con il Metodo N2.**

La procedura si completa con la verifica della struttura controventata. A tale scopo si utilizza il metodo N2, che si basa sulla definizione di una serie di spettri anelastici ottenuti abbattendo gli spettri elastici di riferimento, di un fattore di riduzione appropriato  $R_\mu$  funzione della duttilità  $\mu$  e quindi dall'energia isteretica dissipata da parte del sistema controventato. Fra le diverse formulazioni proposte per il calcolo di  $R_\mu$ , si adotta quella basata sulla rappresentazione bi-lineare (1 gdl) della curva di capacità, per coerenza con la metodologia proposta dall'OPCM 3431/05.

$$R_\mu = (\mu - 1) \cdot \frac{T}{T_C} + 1 \quad \text{se } T < T_C \quad [2.156]$$

$$R_\mu = \mu \quad \text{se } T > T_C \quad [2.157]$$

Rappresentando le curve di capacità della struttura controventata e di domanda (spettri anelastici) nello stesso formato (ADRS), come mostrato in Fig. 2.22, si può determinare la duttilità richiesta  $\mu$  dalla struttura controventata e si verifica che questa sia inferiore a quella

disponibile. Più semplicemente la verifica si ritiene soddisfatta se esiste una intersezione fra le due curve che definisce il punto di prestazione “performance point” della struttura.

Nell’impossibilità di determinare il performance point, e quindi in caso di verifica non soddisfatta, si interviene aumentando la duttilità dei controventi  $\mu_c$  o, in alternativa, rinforzando localmente la struttura.

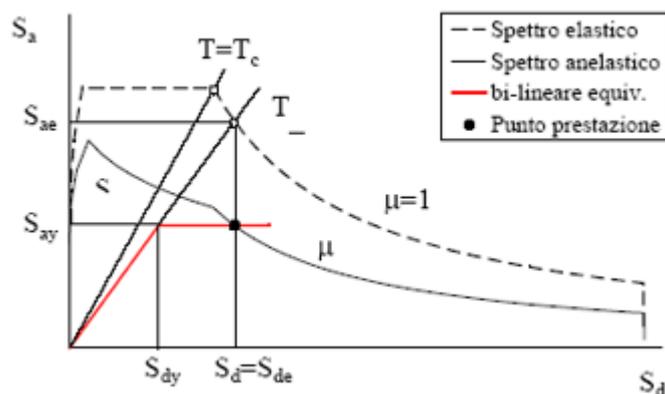


Fig. 2.22. Verifica della struttura controventata: Metodo N2.

### Osservazioni

Il metodo propone una legge di distribuzione in elevazione delle caratteristiche meccaniche dei controventi tale da coinvolgere, nel comportamento sismico globale, parte o tutte le risorse plastiche dell’edificio, risulta però oneroso in quanto prevede una procedura iterativa.

### 2.5.2 Metodo di Oviedo (2012)

Gli autori svolgono analisi non lineari di telai in c.a. con controventi dissipativi a spostamenti di interpiano controllati, per una serie di modelli del telaio in modo da considerare un range vasto di caratteristiche meccaniche dei dissipatori. L’obiettivo dei dissipatori isteretici è quello di snervarsi prima degli elementi strutturali, molti studi quindi analizzano la geometria dei dissipatori in modo da poter avere un’adeguata forza di snervamento e rigidità. Se la rigidità del dispositivo, però, è molto più piccola di quella della struttura, si snerverebbe per una deformazione laterale più grande di quella richiesta per lo snervamento della struttura, quindi il dispositivo non funzionerebbe bene.

Gli autori considerano un telaio di cinque e dieci piani. I dissipatori vengono inseriti a ciascun piano e al centro della campata. I carichi gravitazionali vengono assunti uguali a ciascun piano.

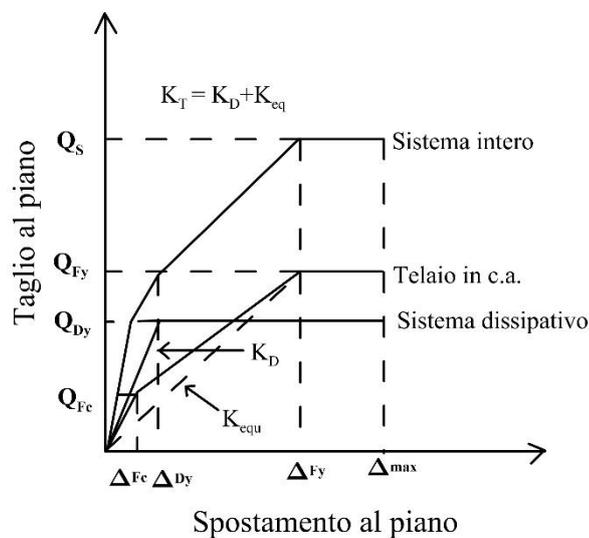
**Passo 1: Determinare lo spostamento di interpiano.**

La forza di snervamento e lo spostamento di interpiano di snervamento al piano i-esimo di ciascun telaio, sono determinati tracciando la curva corrispondente taglio-spostamento, attraverso l'analisi pushover. Definito il taglio al limite di snervamento del telaio  $Q_{Fy}^i$ , si determinano il taglio dell'intero sistema ( $Q_S^i$ ) e del dissipatore ( $Q_{Dy}^i$ ) attraverso le seguenti equazioni:

$$Q_S^i = Q_{Fy}^i (1 + \beta^i) \tag{2.158}$$

$$Q_{Dy}^i = \beta^i Q_{Fy}^i \tag{2.159}$$

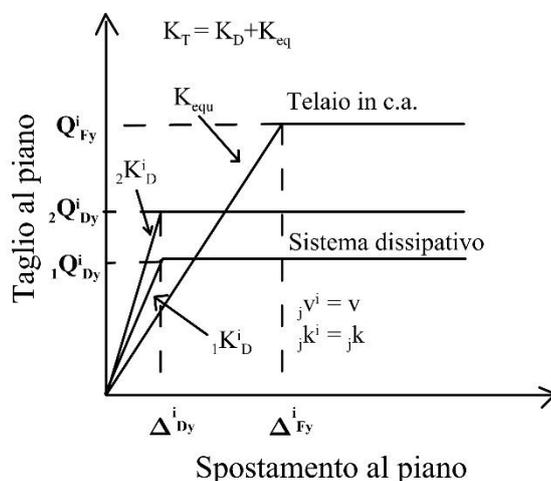
Dove  $\beta^i$  il rapporto di forza del sistema telaio-dissipatore (la forza di snervamento del sistema dissipativo normalizzato rispetto a quello del telaio in c.a.).



**Fig.2.23. Influenza dello smorzamento dovuto ai controventi dissipativi**

In cui  $\Delta_{Fc}, \Delta_{Fy}, \Delta_{Dc}, \Delta_{max}$  sono, rispettivamente, lo spostamento al piano di fessurazione, lo spostamento al piano di snervamento del telaio in c.a., lo spostamento al piano di snervamento del sistema dissipativo e lo spostamento al piano massimo.  $Q_{Fc}, K_{equ}, K_T$  sono, rispettivamente, il taglio al punto di fessurazione, la rigidezza equivalente del telaio in c.a. e la rigidezza totale dell'intero sistema.

Lo spostamento di interpiano di snervamento del dissipatore viene determinato attraverso lo schema proposto da Oviedo (2010) del "rapporto dello spostamento di interpiano costante". Questo schema utilizza il rapporto tra lo spostamento di interpiano del dissipatore in proporzione a quelli del telaio ( $\nu$ ). Il valore di  $\nu$  è costante lungo l'altezza dell'edificio in modo da mantenere una proporzione uniforme della rigidezza tra il telaio e il sistema dissipativo, come si può notare in Fig.2.24. Si può notare che quando la forza del dissipatore cresce, andando da  ${}_1Q_{Dy}$  a  ${}_2Q_{Dy}$ , anche la rigidezza del dissipatore  $K_D$  cresce e mantiene costante il valore del rapporto di spostamento  $\nu$ , lungo l'altezza dell'edificio.



**Fig.2.24. Relazione tra il taglio e lo spostamento di interpiano al piano, sotto il rapporto costante snervamento al piano-spostamento di interpiano**

Il controllo passivo si ottiene attraverso lo snervamento prima dei dissipatori e poi del telaio, cioè imponendo un valore di  $\nu$  minore di uno ( $0.2 < \nu < 1$ ). Lo spostamento di interpiano e la rigidezza dei dissipatori si determinano attraverso le Equ. 2.160 e 2.162.

$$\Delta_{Dy}^i = \nu \Delta_{Fy}^i \quad [2.160]$$

$$k^i = K_D^i / K_{equ}^i = \beta' / \nu \quad [2.161]$$

$$K_D^i = Q_{Dy}^i / \Delta_{Dy}^i \quad [2.162]$$

## **Passo 2: Determinare le proprietà meccaniche dei modelli di telaio attraverso le analisi dinamiche non lineari.**

Le proprietà meccaniche dei vari modelli di telaio sono state variate sistematicamente e la loro risposta sismica è stata trovata, effettuando delle analisi dinamiche non lineari. I casi analizzati dagli autori sono: due numeri di piani diversi ( $n=5$  e  $n=10$ ); otto rapporti della forza dissipatore-telaio ( $\beta = 0.01-0.07$ ); cinque rapporti di  $\nu$  ( $\nu = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1$ ); dieci terremoti. L'isteresi è rappresentata dal modello trilineare di Takeda (1970) per travi e pilastri, per i dissipatori il modello isteretico è di tipo bilineare con incrudimento cinematico.

## **Passo 3: Verifica della procedura attraverso il calcolo dell'energia dissipata.**

### *Osservazioni*

Il metodo è abbastanza completo in quanto gli autori studiano diversi casi e variano i vari parametri fondamentali, per la progettazione dei dispositivi, quindi forniscono risultati che abbracciano più possibilità di progetto e di condizioni sismiche.

### **2.5.3 Metodo di Mazza e Vulcano (2008 - 2014)**

La procedura di progetto di controventi dissipativi, elaborata da Vulcano e Mazza, consente di ottenere, per un'assegnata intensità sismica, un prefissato livello prestazionale della struttura. In particolare, il "criterio della rigidità proporzionale", che assume la rigidità laterale (elastica) di piano ( $K_{iDB}$ ) dei controventi dissipativi proporzionale a quella della struttura non controventata ( $K_{iF}$ ), viene combinato con il Direct Displacement Based Design (DDBD),

attraverso cui il progetto fa riferimento ad uno spostamento rappresentativo del livello prestazionale che si vuole conseguire.

Attraverso il metodo DDBD, la progettazione dei controventi dissipativi può essere effettuata utilizzando spettri di progetto con riferimento ad un sistema equivalente ad un grado di libertà, rappresentativo della struttura effettiva.

Nel caso di dissipatori isteretici:

- la legge di distribuzione dello sforzo di snervamento (ovvero, di scorrimento),  $N_y$ , è assunta analoga alla distribuzione degli sforzi elastici indotti nei controventi dei vari piani da forze sismiche orizzontali, per le quali può essere assunta, ad esempio, una distribuzione corrispondente alla prima forma vibratoria;
- la scelta del valore di  $N_y$  al generico piano viene effettuata nell'intervallo ( $N_{min}$ ,  $N_{max}$ ), potendo assumere ragionevolmente il limite inferiore come  $N_{min}=0.5 \cdot N_{max}$ , intendendo assicurare che il dissipatore non si plasticizzi (ovvero, non scorra) per effetto dei normali carichi di esercizio e di terremoti di moderata intensità, mentre il limite superiore dovrebbe evitare che la plasticizzazione del telaio preceda la plasticizzazione (ovvero, lo scorrimento) del dissipatore;
- sulla base delle assunzioni precedenti, lo sforzo di snervamento (ovvero, di scorrimento) può essere caratterizzato ad ogni piano dallo stesso valore del rapporto adimensionale  $N^* = N_y / N_{max}$  (per le assunzioni fatte:  $0.5 < N^* < 1$ ). In pratica è accettabile assumere  $N^*$  prossimo al valore unitario (Vulcano 1994).

Nel seguito sono illustrati i principali passi del metodo con riferimento a controventi diagonali provvisti di dissipatore isteretico (più in generale, del tipo YL).

### **Passo 1: Analisi statica non lineare e sistema equivalente ad un grado di libertà.**

Al fine di ottenere la curva taglio alla base - spostamento in sommità ( $V^{(F)}$ -d) per il telaio senza controventi, viene condotta l'analisi statica non lineare applicando ad esso carichi gravitazionali costanti e forze orizzontali monotonicamente crescenti, proporzionali al prodotto delle componenti (orizzontali) della prima forma modale ( $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$ ) per le corrispondenti masse di piano ( $m_1, m_2, \dots, m_n$ ). La curva di capacità del telaio viene idealizzata con una legge bilineare sulla base del principio di equivalenza energetica (Fig. 2.25).

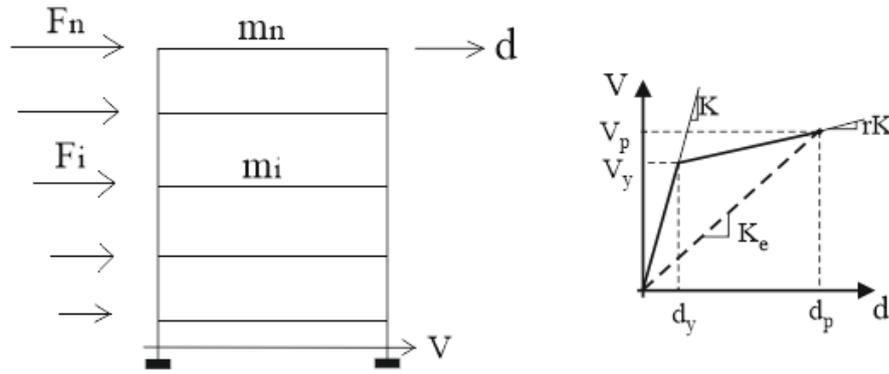


Fig. 2.25. Struttura MDOF e idealizzazione curva taglio – spostamento.

La struttura intelaiata viene, poi, rappresentata attraverso un sistema equivalente ad 1 grado di libertà (g.d.l.), illustrato in Fig. 2.26, caratterizzato da una curva bilineare ( $V^*$ -  $d^*$ ) derivata da quella del telaio, attraverso la seguente trasformazione di coordinate mostrate nelle Eqq. [2.163].

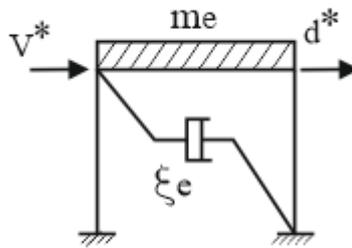


Fig. 2.26. Sistema ad 1 g.d.l. equivalente al telaio ( $V=V^{(F)}$ ).

$$\begin{aligned}
 d^* &= d/\Gamma & \text{a)} \\
 V^* &= V/\Gamma & \text{b)} \\
 \Gamma &= \sum m_i \cdot \phi_i / \sum m_i \cdot \phi_i^2 & \text{c)} \\
 m_e &= \sum m_i \cdot \phi_i \quad (\phi_n=1) & \text{d)} \\
 T_e &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{m_e/K_e} & \text{e)}
 \end{aligned}
 \tag{2.163}$$

Essendo  $m_i$  la massa dell' $i$ -esimo piano e  $\phi_i$  la componente relativa della prima forma modale. Fissato, quindi, lo spostamento corrispondente ad un prescelto livello prestazionale ( $d_p$ ) e la percentuale di incrudimento  $r_F$ , è possibile determinare la duttilità del telaio ( $\mu_F = d_p/d_y^{(F)}$ ).

Con questi parametri si calcola, infine, lo smorzamento viscoso equivalente alla dissipazione isteretica del telaio:

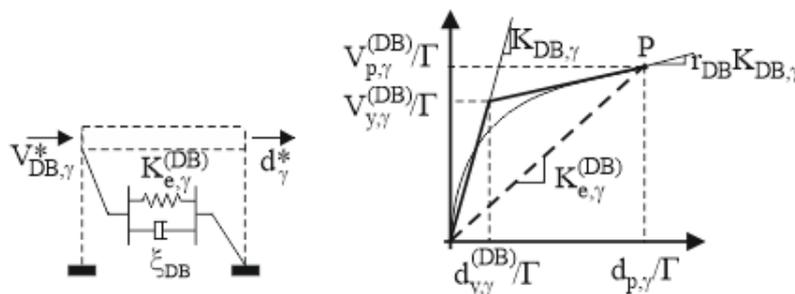
$$\xi_F^{(h)} (\%) = \frac{1}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{E_D}{E_S} = k \cdot \left( 63.7 \cdot \frac{(\mu_F - 1) \cdot (1 - r_F)}{\mu_F \cdot [1 + r_F \cdot (\mu_F - 1)]} \right) \quad [2.164]$$

essendo  $E_D$  l'energia dissipata in un ciclo completo di isteresi, assumendo lo stesso valore (assoluto) dello spostamento massimo in entrambe le direzioni di carico, ed  $E_S$  l'energia di deformazione elastica assorbita fino al punto di snervamento. Il parametro  $k$  dipende dalla tipologia strutturale: per es.,  $k$  può essere assunto, in accordo alle ATC40 (1996), uguale ad  $1/3$  nel caso di comportamento strutturale con forte degradazione delle caratteristiche meccaniche.

**Passo 2: Smorzamento viscoso del controvento dissipativo equivalente.**

Se la legge costitutiva del controvento dissipativo equivalente viene schematizzata come bilineare (Fig. 2.27), il corrispondente smorzamento viscoso può essere valutato mediante un'espressione analoga a quella adottata per lo smorzamento del telaio (omettendo il parametro  $k$  e ponendo  $\mu_{DB}$  e  $r_{DB}$  al posto di  $\mu_F$  e  $r_F$ , rispettivamente):

$$\xi_{DB}^{(h)} (\%) = \frac{1}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{E_D}{E_S} = \left( 63.7 \cdot \frac{(\mu_{DB} - 1) \cdot (1 - r_{DB})}{\mu_{DB} \cdot [1 + r_{DB} \cdot (\mu_{DB} - 1)]} \right) \quad [2.165]$$



**Fig. 2.27. Sistema equivalente che rappresenta i controventi dissipativi e idealizzazione bilineare della sua risposta.**

Inoltre, la duttilità del controvento dissipativo equivalente,  $\mu_{DB}(=d_p/d_y^{(DB)})$ , dovrebbe essere assunta non minore di  $\mu_F$  (precisamente, se, come indicato in precedenza, si assume  $0.5 \cdot N_{max} \leq N \leq N_{max}$ , risulta:  $\mu_F \leq \mu_{DB} \leq 2 \cdot \mu_F$ ), mentre il corrispondente rapporto d'incrudimento,  $r_{DB}$ , può essere espresso come:

$$r_{DB} = \frac{1/K_B + 1/K_D}{1/K_B + 1/(r_D K_D)} = \frac{r_D \cdot (1 + K_D^*)}{1 + r_D \cdot K_D^*} \quad \text{a)} \quad [2.166]$$

$$K_D^* = \frac{K_D}{K_B} \quad \text{b)}$$

dove  $r_D$  è il rapporto di incrudimento del dissipatore (in particolare, per un dissipatore ad attrito  $r_{DB}=r_D=0$ ) ed il rapporto  $K_D^*$  può essere ragionevolmente assunto minore di 1. Inoltre,  $\mu_{DB}$  può essere espresso come:

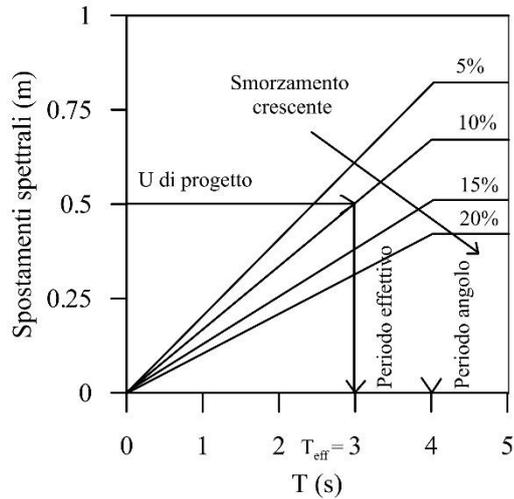
$$\mu_{DB} = 1 + \frac{(\mu_D - 1) \cdot (1 + r_D \cdot K_D^*)}{1 + K_D^*} \quad [2.167]$$

### **Passo 3: Periodo di vibrazione efficace della struttura con controventi dissipativi.**

Assunto uno smorzamento viscoso in campo elastico,  $\xi_v$ , pari al 5%, può essere calcolato lo smorzamento viscoso equivalente del telaio con controventi dissipativi (DBF):

$$\xi_e (\%) = \xi_v + \frac{\xi_{DB} \cdot V_p^{(DB)} + \xi_F^{(h)} \cdot V_p^{(F)}}{V_p^{(DB)} + V_p^{(F)}} \quad [2.168]$$

dove  $\xi_F^{(h)}$  e  $\xi_{DB}$  sono stati calcolati nei passi 1 e 2, rispettivamente. Quindi, il periodo efficace ( $T_e$ ) della struttura DBF può essere valutato attraverso lo spettro di spostamento elastico ( $S_{De-T}$ ) ottenuto per il fattore di smorzamento  $\xi_e$  (Fig. 2.28), in corrispondenza dello spostamento  $d_p$  assunto per il livello prestazionale richiesto.



**Fig. 2.28. Spettro dello spostamento.**

#### **Passo 4: Rigidezza efficace del controvento dissipativo equivalente.**

Si calcola la rigidezza efficace del DBF come:

$$K_e = (4 \cdot \pi^2 \cdot m_e) / T_e^2 \quad [2.169]$$

La rigidezza efficace richiesta ai controventi dissipativi può essere ottenuta come:

$$K_e^{(DB)} = K_e - K_e^{(F)} \quad [2.170]$$

dove la rigidezza effettiva del telaio si può calcolare facilmente come:

$$K_e^{(F)} = \frac{V_p^F}{d_p} \quad [2.171]$$

in cui  $d_p$  è lo spostamento di performance.

#### **Passo 5: Proprietà di resistenza dei controventi dissipativi.**

La curva taglio-spostamento che schematizza la risposta dei soli controventi dissipativi del telaio controventato ( $V^{(DB)}-d$ ) è simile a quella del sistema equivalente ad un grado di libertà. In

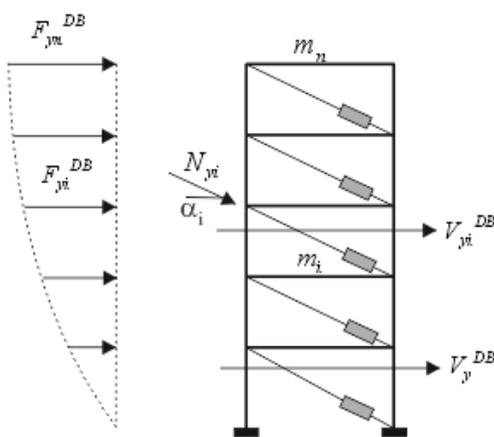
particolare, i contributi dei controventi dissipativi al tagliante di base, in corrispondenza dello spostamento di progetto  $d_p$  e del punto di snervamento ( $V_p^{(DB)}$  e  $V_y^{(DB)}$ , rispettivamente), sono:

$$\begin{aligned}
 V_p^{(DB)} &= K_e^{(DB)} \cdot d_p & \text{a)} \\
 V_y^{(DB)} &= \frac{V_p^{(DB)}}{1 + r_{DB} \cdot (\mu_{DB} - 1)} & \text{b)}
 \end{aligned}
 \tag{2.172}$$

Come si può notare, lo smorzamento viscoso equivalente, espresso dall'Eq. [2.168], è funzione del taglio relativo al controvento dissipativo equivalente ( $V_p^{(DB)}$ ), che inizialmente è incognito. Ciò richiede l'utilizzo di una procedura di tipo iterativo per la soluzione delle Eqq. [2.168] ÷ [2.172].

**Passo 6: Dimensionamento dei controventi dissipativi della struttura da adeguare.**

Sulla base del “criterio della rigidezza proporzionale”, può essere ragionevolmente assunto che un generico modo di vibrare (in particolare, il primo modo) del telaio senza controventi rimanga praticamente invariato anche dopo l’inserimento dei controventi dissipativi. Il criterio anzidetto è, quindi, da ritenersi preferibile nel caso di adeguamento antisismico, in quanto la distribuzione delle sollecitazioni non subisce variazioni apprezzabili. In più, la distribuzione dei carichi laterali, portata dai controventi dissipativi, può essere assunta come illustrato in Fig. 2.29.



**Fig. 2.29. Dimensionamento delle aste di controvento con dissipatori isteretici.**

$$V_{y_i}^{DB} = \sum_{j=1}^n F_{y_j}^{(DB)} \quad V_y^{DB} = \sum_{i=1}^n F_{y_i}^{(DB)} \quad F_{y_i}^{(DB)} = \frac{m_i \cdot \varphi_i}{\sum_{i=1}^n m_i \cdot \varphi_i} \cdot V_y^{(DB)}$$

a)                      b)                      c)

[2.173]

$$N_{y_i} = \frac{V_{y_i}^{(DB)}}{\cos \alpha_i} \quad K_i^{(DB)} = \frac{V_{y_i}^{(DB)}}{(\varphi_i - \varphi_{i-1}) \cdot d_y^{(DB)}} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha_i}$$

d)                      e)

Una volta calcolato il taglio al generico piano,  $V_{y_i}$ , possono essere determinate le proprietà dei controventi dissipativi al medesimo piano. Specificatamente, per un controvento diagonale con dissipatore isteretico, lo sforzo di plasticizzazione,  $N_{y_i}$ , e la rigidezza elastica del controvento dissipativo (lungo la sua direzione),  $K_{DB}^i$ , possono essere espressi come specificato nelle Eqq. [2.65d, 2.65e]. Infine, con il valore assunto per  $K_D^*$ , (passo 2), e con quello calcolato  $K_{DB}^i$ , si hanno le due condizioni sufficienti per il calcolo della rigidezza del solo controvento  $K_B$ , e quella del solo dissipatore  $K_D$ :

$$K_D^* = \frac{K_D}{K_B} \quad \text{a)}$$

$$K_{DB} = \frac{1}{\frac{1}{K_B} + \frac{1}{K_D}} \quad \text{b)}$$

[2.174]

La procedura sopra illustrata è stata presentata riferendosi ad un telaio piano, che viene inteso tale da rappresentare il comportamento di un edificio in una data direzione (nella sua globalità). Pertanto, è necessario distribuire le proprietà di rigidezza e di resistenza di un controvento dissipativo, come sopra ottenute, fra i controventi effettivamente previsti al piano considerato.

## 2.6 Ulteriori metodi

Di seguito si espongono infine due metodi che possono essere applicati rispettivamente a dispositivi viscosi o ad attrito e a tutti i dispositivi.

### 2.6.1 Metodo di Losanno et al. (2015)

Il metodo si riferisce a dispositivi di tipo viscoso o ad attrito e fa riferimento ad un modello equivalente ad un grado di libertà (ESDOF). Gli autori si concentrano sull'importanza che assume il rapporto fra la rigidezza del telaio e quella del controvento, se infatti il valore di tale rapporto è basso, diminuisce l'efficienza del dissipatore. Il metodo consiste nell'impartire alla struttura un carico armonico alla base e tramite delle funzioni di trasferimento si valuta il valore dello smorzamento ottimale.

#### Passo 1: Risposta del telaio con controventi dissipativi ad un moto armonico.

Il modello strutturale (Fig.2.30) è un sistema a due gradi di libertà (DOF,  $(x, x_b)$ ) dove  $k_f$  è la rigidezza laterale del telaio e  $k_b$  è la rigidezza diagonale elastica del controvento. Il dissipatore è definito dal coefficiente di smorzamento ( $C_d$ ) nel caso di dissipatori viscosi (VD) e dalla forza di snervamento ( $F_{dy}$ ) nel caso di dissipatori ad attrito (FD).

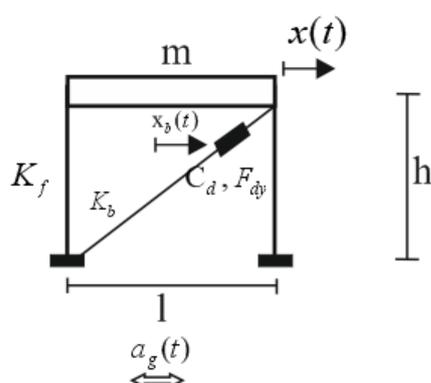


Fig. 2.30. Modello del telaio controventato con dissipatori di tipo viscoso o ad attrito.

Il problema dinamico di un telaio soggetto ad una forzante armonica, viene risolto dagli autori, considerando due equazioni del moto, una per i dissipatori VP e una per i dissipatori FD, che definiscono i parametri di progetto fondamentali e la risposta del sistema. Gli autori, ipotizzano che la rigidezza sia uguale al rapporto fra la rigidezza del telaio e quella del controvento ( $k = k_f / k_b$ ) e che la massa sia un valore noto. Inoltre, gli autori, considerano un range assoluto per le frequenze del moto che agisce sul telaio ( $0 \leq \bar{\omega} \leq \infty$ ). Il problema da risolvere è quello

legato allo spostamento del telaio ( $x$ ): l'obiettivo è determinare il valore per cui si ha il minimo spostamento di interpiano e quindi calcolare il coefficiente di smorzamento e la forza di snervamento ottimali ( $C_{d,opt}$  e  $F_{dy,opt}$ ) e il valore minimo del taglio alla base ( $C_{d,f,opt}$  e  $F_{dy,f,opt}$ ).

## Passo 2: Formulazione dell'equazione del moto.

L'equazione del moto per il sistema illustrato in Fig. 2.30, soggetto ad un'accelerazione armonica, alla base è:

$$m\ddot{x} + F(x, x_b, \dot{x}, \dot{x}_b, \dots) = -ma_{g,max} \cos \bar{\omega}t \quad [2.175]$$

dove  $x$  è lo spostamento relativo del telaio,  $x_b$  è lo spostamento relativo dell'elemento elastico del controvento dissipativo,  $F(x, x_b, \dot{x}, \dot{x}_b, \dots)$  è il ripristino di forza globale, il puntino rappresenta la derivata rispetto al tempo.

Considerando il parametro  $\tau = \omega_b t$  e lo spostamento corrispondente  $x_{g,max} = a_{g,max} / \omega_b^2$  in cui  $\omega_b = \sqrt{(k_f + k_b) / m_f}$ , l'Equ. 2.175 può essere scritta in forma adimensionale come di seguito:

$$\xi''(\tau) + \frac{F(x, x_b, \dot{x}, \dot{x}_b, \dots)}{ma_{g,max}} = -\cos \beta\tau \rightarrow \xi''(\tau) + f(\xi) = -\cos \beta\tau \quad [2.176]$$

Dove  $\xi = x / x_{g,max}$  e rappresenta lo spostamento del telaio normalizzato,  $f(\xi) = F(x, x_b, \dot{x}, \dot{x}_b, \dots) / [(k_f + k_b)x_{g,max}]$  è la forza di ripristino normalizzata e  $\beta = \bar{\omega} / \omega_b$  è la frequenza normalizzata.

### Passo 3: Soluzione dell'equazione del moto nel caso di dissipatori viscosi.

Nel caso di un dispositivo viscoso con coefficiente di smorzamento  $C_d$ , il rapporto di smorzamento equivalente è dato da:

$$\nu = \frac{C_d}{2\sqrt{mk_f}} \quad [2.177]$$

La forza di ripristino dell'Equ. 2.175 può essere espressa come  $F_d = k_b x_b = C_d (\dot{x} - \dot{x}_b)$ , in cui  $F_d = k_b x_b = C_d (\dot{x} - \dot{x}_b)$ .

Considerando la relazione forza-spostamento per un elemento alla Maxwell, composto da una molla ( $k_b$ ) e da un ammortizzatore viscoso ( $C_d$ ) in serie e attraverso una serie di passaggi, si arriva alla seguente espressione della risposta del sistema, la quale è periodica, con una frequenza  $\beta$  ed è data da:

$$\xi_{\max}(\beta) = \frac{-1}{\frac{k}{1+k} + \frac{4\beta^2\nu^2k}{1+\beta^2\nu^2k(1+k)} - \beta^2 + i \frac{2\beta\nu\sqrt{k(1+k)}}{(1+k)[1+4\beta^2\nu^2k(1+k)]}} \quad [2.178]$$

$$\Rightarrow |\xi_{\max}(\beta)| = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{k}{1+k} + \frac{4\beta^2\nu^2k}{1+\beta^2\nu^2k(1+k)} - \beta^2\right)^2 + \frac{4\beta^2\nu^2k}{(1+k)[1+4\beta^2\nu^2k(1+k)]^2}}}$$

I casi limite per i quali si ottiene un sistema elastico non smorzato sono:

$$\nu = 0 \Rightarrow C_d = 0 \Rightarrow |\xi_{\max}(\beta)| = \frac{1}{|k/(1+k) - \beta^2|} \quad [2.179]$$

▪  $\beta_{\text{risonanza}} = \sqrt{\frac{k}{1+k}}$

$$\begin{aligned} \blacksquare \quad \nu \rightarrow \infty \Rightarrow C_d \rightarrow \infty \Rightarrow |\xi_{\max}(\beta)| &= \frac{1}{|1-\beta^2|} \\ \beta_{\text{risonanza}} &= 1 \end{aligned} \quad [2.180]$$

Il coefficiente di smorzamento influenza la risposta del sistema, inoltre valori molto bassi di  $\nu$  producono un picco della curva in prossimità dell'unità, per il caso limite senza smorzamento. Il picco diminuisce al crescere di  $\nu$  ma il forte incremento dello smorzamento, induce il fenomeno della risonanza, per il caso limite di smorzamento infinito. Il punto di intersezione fra le curve, fornisce il valore di ottimale e lo spostamento ottimale, i quali dipendono dalla rigidità  $k$ .

I risultati possono essere espressi anche in termini energetici.

$$\bar{E}_{VD} = \pi \frac{1}{1+k} \frac{2\beta\nu\sqrt{k(1+k)}}{1+4\beta^2\nu^2k(1+k)} \xi_{\max}^2 \quad [2.181]$$

L'energia dissipata durante un ciclo è stata calcolata come l'area racchiusa dalla curva normalizzata forza-spostamento, al massimo spostamento  $\xi_{\max}$ . Il valore  $\nu_{opt}$  corrisponde al valore minimo tra i valori dello spostamento ottenuti attraverso le curve energetiche.

#### **Passo 4: Soluzione dell'equazione del moto nel caso di dissipatori ad attrito.**

Nel caso di dissipatori ad attrito la  $F(x, x_b, \dot{x}, \dot{x}_b, \dots) = k_f x + F_d$  dove  $F_d = k_b x$  per  $|x| < x_y$  e  $F_d = F_{dy} = k_b x_y$  per  $|x| > x_y$ . La forza di ripristino normalizzata dipende da due parametri adimensionali:  $k = k_f/k_b$  e  $\delta$ . La rigidità iniziale normalizzata è uguale all'unità, fintanto che la rigidità post-elastica sia uguale a  $k/(1+k)$ .  $\delta$  è lo spostamento del telaio controventato con comportamento elasto-plastico-perfetto, ed è definito da  $k$ ,  $\delta$  e  $\beta$ . L'equazione del moto non è lineare in questo caso e si assume che la risposta del sistema sia periodica con frequenza  $\beta$ :

$$\xi(\tau) = \xi_{\max}(\tau) \cos[\beta\tau + \phi(\tau)] = \xi_{\max} \cos \theta \quad [2.182]$$

Dove  $\theta = \beta\tau + \phi(\tau)$

Attraverso una serie di passaggi e se  $S(\xi_{\max}) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\xi) \sin \theta d\theta$ ,

$C(\xi_{\max}) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\xi) \cos \theta d\theta$ , gli autori arrivano alla seguente formulazione:

$$-2\beta\xi_{\max}' + S(\xi_{\max}) = -\sin \phi \quad [2.183]$$

$$-2\beta\xi_{\max} \phi' - \beta^2 \xi_{\max} + C(\xi_{\max}) = -\cos \phi \quad [2.184]$$

Attraverso la Fig.2.31 e se  $\theta^* = \cos^{-1}\left(1 - \frac{2\delta}{\xi_{\max}}\right)$  i parametri S e C sono pari a:

$$S(\xi_{\max}) = -\frac{1}{1+k} \frac{\xi_{\max}}{\pi} \sin^2 \theta^* \quad \text{per } \xi_{\max} > \delta \quad [2.185]$$

$$S(\xi_{\max}) = 0 \quad \text{per } \xi_{\max} \leq \delta \quad [2.186]$$

$$C(\xi_{\max}) = \frac{\xi_{\max}}{\pi} \left[ \frac{1}{1+k} \theta^* + \frac{k\pi}{1+k} - \frac{1}{2(1+k)} \sin 2\theta^* \right] \quad \text{per } \xi_{\max} > \delta \quad [2.187]$$

$$C(\xi_{\max}) = \xi_{\max} \quad \text{per } \xi_{\max} \leq \delta \quad [2.188]$$

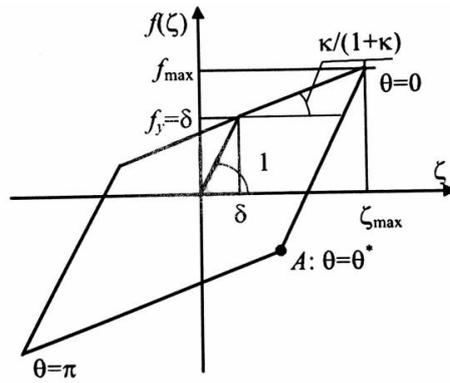


Fig. 2.31. Sistema SDOF con dissipatori viscosi (ciclo  $f(\xi) - \xi$ ).

A differenza del caso dei dispositivi viscosi, conviene esprimere  $\xi_{\max}$  in funzione di  $\beta$ :

$$\beta^2 = \left[ \xi_{\max} C(\xi_{\max}) \pm \sqrt{-\xi_{\max}^2 S^2(\xi_{\max}) + \xi_{\max}^2} \right] / \xi_{\max}^2 \quad [2.189]$$

Il valore ottimale di  $\delta$  si ha in corrispondenza della curva  $\xi_{\max}(\beta)$  che ha il picco di risonanza minimo, ad un valore stabilito di rigidezza. Vengono introdotte delle espressioni per poter determinare il massimo taglio alla base; quando  $\xi_{\max} > \delta$ , la massima forza assume l'espressione  $f_{\max} = \delta + (\xi_{\max} - \delta) \frac{1}{1+k}$ , mentre  $f_{\max} = \xi_{\max}$  per  $\xi_{\max} \leq \delta$ . Per bassi valori della rigidezza, il massimo valore del taglio è quasi uguale a  $\delta$ , mentre, i valori ottimali dello spostamento e della forza crescono al crescere delle rigidezza linearmente. Anche in questo caso, viene calcolata l'energia dissipata dai dissipatori a snervamento:

$$\bar{E}_{FD} = 4\delta(\xi_{\max} - \delta) \frac{1}{1+k} \quad [2.190]$$

Per quanto riguarda, invece, il parametro di smorzamento ottimale, questo si ottiene come valore minimo dei valori massimi ottenuti.

### **Passo 5: Analisi numerica.**

Per verificare l'efficacia della procedura proposta, gli autori, effettuano delle analisi numeriche considerando un sistema SDOF e un sistema SDOF equivalente, per diversi valori del periodo del telaio nudo e due valori della rigidezza (0.25 e 1). Considerando un gruppo sette di accelerogrammi non scalati che corrispondono, in media, allo spettro elastico relativo alla zona della struttura in esame e relativo allo stato limite di salvaguardia delle vite.

Nel caso di dispositivi viscosi, si ottiene una buona corrispondenza tra i risultati teorici e numerici. Nel caso, invece, di dispositivi ad attrito, i valori di  $\delta_{opt}$  e  $\delta_{f,opt}$  teorici sono più alti rispetto a quelli ottenuti con l'analisi numerica e quindi, gli autori, introducono un coefficiente  $\alpha$  ( $\alpha\delta_{opt}$ ,  $\alpha\delta_{f,opt}$ ), per ridurre i valori ottimali teorici. Gli autori, inoltre, concludono dicendo che la forza di snervamento ottimale non dipende dalla rigidezza come si pensava, ma per un dato valore di rigidezza, il coefficiente  $\alpha$  trovato, tende a decrescere, al crescere dei valori del periodo del telaio nudo.

Di seguito si riassumono i passi essenziali della **procedura effettiva**:

1. Si definiscono le proprietà del telaio nudo ( $k_f$  e  $m$ );
2. Si definiscono le proprietà del controvento dissipativo ( $k_b$  e  $k = k_f/k_b$ );
3. Si determinano i primi valori ipotetici ottimali di  $\delta$  e  $\delta_f$ , come illustrato in Fig.6a e 12a, con  $0.25 < \alpha < 0.5$ ;
4. Si effettuano le analisi seguendo la normativa relativa alle azioni sismiche;
5. Successivamente si trova il livello di riduzione esatto della risposta del sistema in esame, verificando i valori assunti di  $v_{opt}$  e  $\delta_{opt}$  corrispondenti ad un determinato valore di rigidezza, in modo da produrre una riduzione accettabile in termini di spostamento e taglio alla base;
6. Se i risultati non sono soddisfacenti, si cambiano i valori di  $\alpha\delta_{opt}$  e  $v_{opt}$  iterativamente, fino a trovare, i valori  $\bar{v}_{opt}$  e  $\alpha\bar{\delta}_{opt}$  che producono il livello di riduzione desiderato;
7. Se i risultati non sono convincenti, si può intervenire sui valori di  $k_b$ .

## *Considerazioni*

Il metodo proposto dagli autori fornisce ottime osservazioni, dimostra, per esempio, l'importanza del valore del parametro  $v_{opt}$  che deve essere infatti considerato un parametro di progetto essenziale, in quanto influenza il taglio alla base e scegliendone un valore adeguato, si riduce la risposta del sistema. Il metodo risulta essere, però, abbastanza oneroso, per le scelte dei vari parametri e coefficienti e per la fase iterativa che lo caratterizza.

### **2.6.2 Metodo di Bergami e Nuti (2014)**

Il metodo si basa sull'analisi statica non lineare, gli autori determinano la curva di capacità e progettano i controventi dissipativi in modo da garantire il raggiungimento dell'obiettivo prestazionale che si vuole in termini di spostamento in riferimento ad un nodo di controllo perciò l'obiettivo prestazionale si valuta in un punto specifico della curva di capacità. Gli autori consigliano una distribuzione della rigidezza proporzionale agli spostamenti di interpiano. La procedura è iterativa.

#### *Posizionamento dei controventi dissipativi*

L'inserimento dei controventi dissipati produce, in genere, un incremento di rigidezza e resistenza e conseguentemente cambia la curva di capacità della struttura. Per un dato spostamento, esse incrementano lo smorzamento e riducono la domanda, quindi, la rigidezza aumenta con la possibilità di rendere meno efficiente o addirittura inutile l'aumento della dissipazione. Di questo gli autori discutono nel loro metodo. Il posizionamento e la distribuzione di rigidezza dei controventi, deve essere analizzata caso per caso. Diversi criteri sono presenti in letteratura per la distribuzione di rigidezza: costante a ciascun piano, proporzionale al taglio del piano, proporzionale agli spostamenti di interpiano della struttura originaria. Quest'ultima viene utilizzata dagli autori. In particolare, dato uno spostamento di interpiano  $\delta_j$ , la rigidezza corrispondente a ciascun piano del sistema controventato, è la seguente:

$$K'_{b,j} = K_{globale} C_{b,j} \quad [2.191]$$

Dove:

$$c_{b,j} = \frac{\delta_j}{\max_j \{\delta_j\}} \quad [2.192]$$

Ciascun controvento è dotato di dissipatori posti in serie, la cui forza di snervamento dovrà essere determinata in modo da ottenere la rigidezza desiderata.

*Valutazione dello smorzamento viscoso equivalente*

L'energia dissipata da entrambe le strutture, con e senza controventi dissipativi, può essere espressa attraverso la formula dello smorzamento viscoso equivalente, proposta da Chopra e Goel (2002), per il generico spostamento D:

$$\nu_{eq,S} = \frac{1}{4\pi} \frac{E_{D,S}}{E_{S,S}} \quad [2.193]$$

dove  $E_{D,S}$  è l'energia dissipata in un ciclo di ampiezza D e  $E_{S,S}$  è l'energia di deformazione elastica corrispondente allo spostamento D. Bilinearizzando la curva di capacità e considerando un ciclo isteretico elasto.-plastico-perfetto, si ottiene:

$$E_{D,S}^{bilineare} = 4(F_{sy} D - D_{sy} F_s(D)) \quad [2.194]$$

$$E_{S,S} = \frac{1}{2} D F_s(D) \quad [2.195]$$

sove D è lo spostamento raggiunto dalla struttura,  $F_s$  è la forza corrispondente a D,  $D_{sy}$  è lo spostamento di snervamento e  $F_{sy}$  è la forza di snervamento.

Poiché un ciclo isteretico reale differisce da quello ideale, vengono utilizzati dei coefficienti correttivi, uno per la struttura (pedice S) e uno per i controventi (pedice B):

$$E_{D,S} = \chi_S E_{D,S}^{bilinear} \quad [2.196]$$

$$E_{D,B} = \chi_B E_{D,B}^{bilinear} \quad [2.197]$$

Il valore del coefficiente correttivo per la struttura, viene scelto in riferimento alla Normativa ATC40, mentre gli autori assumono il coefficiente correttivo per i controventi pari ad uno (per comportamento elasto-plastico ideale).

Lo smorzamento viscoso equivalente totale, che tiene conto della struttura e dei controventi è pari a:

$$v_{eq,S+B} = \frac{1}{4\pi} \frac{E_{D,S+B}}{E_{S,S+B}} = \frac{1}{4\pi} \left[ \frac{\chi_S E_{D,S}^{bilinear}}{E_{S,S+B}} + \frac{\chi_B \sum_j E_{D,B,j}^{bilinear}}{E_{S,S+B}} \right] \quad [2.198]$$

Lo smorzamento della struttura e dei singoli controventi, è pari a:

$$v_{eq,S} = \chi_S \frac{1}{4\pi} \frac{E_{D,S}^{bilinear}}{E_{S,S+B}}; v_{eq,B} = \chi_B \frac{1}{4\pi} \frac{\sum_j E_{D,B,j}^{bilinear}}{E_{S,S+B}} \quad [2.199]$$

dove  $E_{D,B,j}^{bilinear}$  è l'energia dissipata dai controventi dissipativi posizionati al j-esimo piano.

### *Procedura di progetto*

In riferimento alle equazioni illustrate in precedenza, il metodo consta dei seguenti passi:

1. Si definisce la domanda sismica in funzione dello spettro di risposta elastico in termini di accelerazione;
2. Si sceglie lo spostamento obiettivo,
3. Si determina la curva di capacità attraverso l'analisi statica non lineare della struttura senza controventi;

4. Si definisce il sistema bilineare equivalente della curva di capacità;
5. Si converte il sistema a più gradi di libertà ad un sistema equivalente ad un grado di libertà;
6. Si valuta lo smorzamento viscoso equivalente facendo in modo che la curva di capacità intersechi la curva di domanda in corrispondenza dello spostamento obiettivo;
7. Si valuta lo smorzamento del controvento dissipativo in modo che lo spostamento massimo della struttura controventata non superi quello obiettivo;
8. Si dimensionano e distribuiscono i controventi. L'energia dissipata dai controventi a ciascun livello è espressa come:

$$E_{D,B}^{bilineare} = \sum_{j=1}^n 4(F'_{by} \delta'_j - \delta'_{y,j} F'_{b,j}(\delta'_j)) \quad [2.200]$$

dove  $\delta'_j$  è una componente dello spostamento di interpiano  $\delta_j$  al j-esimo piano lungo l'asse del controvento e  $\delta'_{y,j}$  è lo spostamento assiale corrispondente allo snervamento del dispositivo.

Lo spostamento assiale del controvento dissipativo al j-esimo piano può essere determinato a partire dall'angolo della sua inclinazione  $\theta_{bj}$  e attraverso lo spostamento di interpiano

$$\delta_j = D_j - D_{j-1}; \delta'_{b,j} = \delta_j \cos \theta_{bj}.$$

Per quanto riguarda la rigidità equivalente delle molle sia nel range elastico che plastico, esse sono pari rispettivamente a:

$$K'_{b,j} = \frac{K'_{d,j}}{\frac{1}{\alpha_j} + 1}; K'_{by,j} = \frac{\beta_{b,j} K'_{d,j}}{\frac{\beta_{b,j}}{\alpha_j} + 1} \quad [2.201]$$

dove  $\alpha_j = \frac{K'_{p,j}}{K'_{d,j}}$  è il rapporto tra la rigidezza del profilato di acciaio e del dispositivo a ciascun piano e  $\beta_{b,j}$  è il rapporto tra la rigidezza dopo e prima dello snervamento del dispositivo dissipativo a ciascun piano.

La forza di snervamento  $F'_{b,j}$  diventa:

$$F'_{b,j} = F'_{by,j} + (\delta'_j - \delta'_{y,j}) \frac{\beta_{b,j} K'_{d,j}}{\frac{\beta_{b,j}}{\alpha_j} + 1} \quad [2.202]$$

Lo spostamento di snervamento è pari a :

$$\delta'_{y,j} = \frac{F'_{by,j}}{K'_{b,j}} = \frac{F'_{by,j}}{K'_{d,j}} \left( \frac{1}{\alpha_j} + 1 \right) \quad [2.203]$$

9. Si effettua la verifica della procedura effettuando una nuova analisi statica non lineare, considerando non più uno solo modo ma effettuando un'analisi pushover multimodale.

Gli autori, quindi, applicano la procedura considerando un edificio esistente in c.a. e concludono che, confrontando i risultati ottenuti, dall'analisi pushover (che si riferisce al primo modo di vibrare), con quelli ottenuti dall'analisi pushover multimodale (per verificare l'efficacia della procedura proposta), se si considera la struttura adeguata con i controventi dissipativi, la differenza risulta insignificante (mentre per la struttura originaria è accentuata).

### *Osservazioni*

Gli autori consigliano una distribuzione della rigidezza proporzionale agli spostamenti di interpiano, ma poiché l'inserimento dei controventi modifica le caratteristiche di rigidezza e di

resistenza della struttura bisogna effettuare la procedura iterativamente, e ciò rende il metodo oneroso.

## Capitolo 3

### Procedura di progetto proposta

#### 3.1 Premessa

Nel presente lavoro viene utilizzata una procedura di progetto prestazionale basata sul controllo degli spostamenti per l'adeguamento di strutture, mediante controventi dissipativi di tipo isteretico. Il progetto dei controventi, viene eseguito, sia nel caso di strutture regolari in pianta e viene utilizzato il metodo N2, sia nel caso di strutture irregolari in pianta. A tal proposito, poiché il Metodo N2 non tiene conto dell'irregolarità in pianta degli edifici, si è utilizzato il Metodo N2 Esteso, cioè si applicano dei coefficienti correttivi agli spostamenti ottenuti dall'analisi Pushover (Fajfar, 2012). Seguendo la Normativa sismica Europea, è stato utilizzato il metodo N2 anche per poter valutare gli effetti torsionali, viene infatti eseguita l'analisi pushover combinata con l'analisi modale e vengono considerate due procedure diverse per eliminare gli effetti torsionali: il criterio di rigidità proporzionale e il criterio di rigidità inversamente proporzionale. Inoltre, viene proposta un'espressione dello smorzamento viscoso per poter capire il quantitativo di energia dissipata dai controventi dissipativi, per la struttura soggetta a carichi sismici bidirezionali, in cui compaiono dei fattori correttivi che si assumono legati ai parametri di progetto dei dissipatori isteretici. Si illustrano, inoltre, alcuni fra i metodi di progetto dei controventi dissipativi e alcuni metodi per il calcolo dello smorzamento viscoso equivalente, presenti in letteratura.

Perciò di seguito si analizzano:

1. procedura di progetto per edifici regolari;
2. procedura di progetto per edifici irregolari:
  - generalizzazione del metodo N2 Esteso;
  - calcolo dello smorzamento viscoso equivalente per azioni biassiali:
    - formulazione di Rodrigues et al.;
    - formulazione proposta;

- distribuzione della rigidezza in pianta proporzionale e inversamente proporzionale.

### **3.2 Procedura di progetto dei controventi dissipativi per strutture regolari in pianta**

Si procede inizialmente effettuando l'analisi pushover 3D per determinare la direzione di massima vulnerabilità e successivamente si considera una procedura meno onerosa, applicando il metodo N2. L'obiettivo principale del metodo N2, è ottenere delle curve di capacità, taglio alla base – spostamento più basse lungo le direzioni x ed y della struttura spaziale, tra quelle corrispondenti ai profili di carico più comuni: distribuzione di carico uniforme, proporzionali alle masse di piano; distribuzione di carico triangolare. Nel seguente lavoro, la struttura inizialmente viene considerata priva di controventi e su di essa viene effettuata l'analisi statica non lineare considerando i telai soggetti ai carichi gravitazionali e ad azioni sismiche orizzontali monotonicamente crescenti. Per le forze orizzontali viene utilizzata una distribuzione proporzionale alle masse di piano  $m_i$ , cioè una distribuzione ricavata dalla prima forma modale  $\phi_i$  moltiplicata per la massa di piano  $m_i$ . Così facendo si ottiene una curva taglio alla base – spostamento in sommità ( $V^F - d$ ).

I principali passi della metodologia basata sul controllo degli spostamenti proposta, vengono riassunti di seguito.

#### **3.2.1 Passo 1: Valutazione della curva di pushover**

Si determina la curva di pushover del sistema a più gradi di libertà (MDOF) e del sistema equivalente ad un grado di libertà (SDOF).

##### **MDOF**

La struttura inizialmente viene considerata priva di controventi e su di essa viene effettuata l'analisi statica non lineare considerando i telai soggetti ai carichi gravitazionali e ad azioni sismiche orizzontali monotonicamente crescenti. Per le forze orizzontali viene utilizzata una distribuzione proporzionale alle masse di piano  $m_i$ , cioè una distribuzione ricavata dalla prima forma modale  $\phi_i$  moltiplicata per la massa di piano  $m_i$ . Così facendo si ottiene una curva taglio alla base – spostamento in sommità ( $V^F - d$ ).

## SDOF

Ottenuta quindi la curva per l'intera struttura intelaiata a più gradi di libertà (MDOF), si passa alla curva di pushover riferita ad un sistema ad un grado di libertà (SDOF). Il passaggio si ottiene attraverso il coefficiente di partecipazione  $\Gamma$  ottenendo una nuova curva taglio alla base – spostamento in sommità ( $V^* - d^*$ ) in cui:

$$V^* = \frac{V^F}{\Gamma} \quad [3.1]$$

$$d^* = \frac{d}{\Gamma} \quad [3.2]$$

Dove

$$\Gamma = \frac{\sum m_i \phi_i}{\sum m_i \phi_i^2} \quad [3.3]$$

Un successivo passaggio consiste nello schematizzare il più possibile la curva di pushover (o curva di capacità). La schematizzazione più frequente consiste nel trasformare la curva in una bilatera in cui il primo ramo che esce dall'origine è lineare e rappresenta la fase elastica fino al punto di snervamento, mentre il secondo ramo rappresenta la fase post-elastico e può essere costante, lineare con pendenza positiva o negativa. La bilatera risulta essere definita quindi da tre parametri: la rigidezza iniziale  $K$ , la forza di snervamento  $F_y$  e la rigidezza post-elastica  $K_p$ . Introducendo la forza di snervamento  $F_y^*$

$$F_y^* = \frac{F_y d_y^*}{d_y} \quad [3.4]$$

Dove:

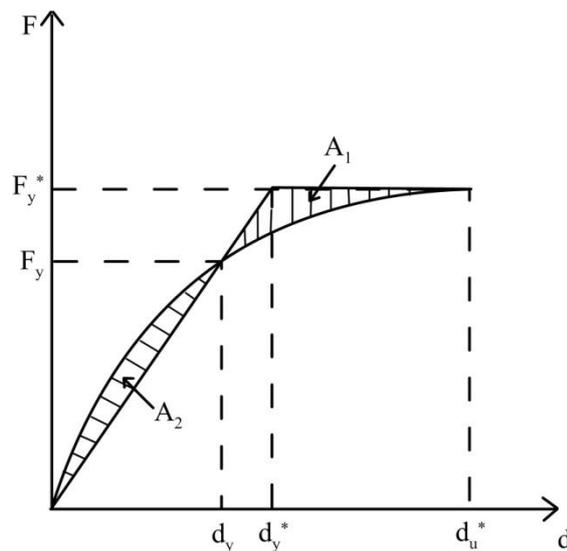
- $F_y$  è la forza di snervamento che secondo la normativa vigente (NTC 2008) deve essere pari a  $0.6 V_u^*$ , valore ultimo del tagliante alla base riferito alla curva di capacità per un sistema a più gradi di libertà;
- $d_y$  è lo spostamento corrispondente a  $F_y$ ;

- $d_y^*$  è lo spostamento di snervamento che si ricava attraverso l'uguaglianza delle aree utilizzando la seguente espressione:

$$d_y^* = \frac{2d_u^* - \sqrt{4d_u^{*2} - 8\frac{d_y A}{F_y}}}{2} \quad [3.5]$$

dove:

- $d_u^*$  è lo spostamento ultimo riferito alla curva di capacità del sistema equivalente ad un solo grado di libertà;
- $A$  area sottesa dalla curva di capacità riferita al sistema equivalente ad un grado di libertà.



**Fig. 3.1. Bilinearizzazione della curva di capacità**

Di conseguenza, il primo tratto della spezzata coincide con la rigidezza iniziale del modello SDOF equivalente di rigidezza  $K^* = \frac{F_y^*}{d_y^*}$  e periodo  $T^* = 2\pi \sqrt{\frac{m^*}{K^*}}$ . Il secondo ramo ha invece una pendenza tale che le aree  $A_1$  e  $A_2$  siano uguali (Fig. 3.1), in modo che l'energia dissipata per ciclo sia identica fra il legame bilineare e la curva di capacità effettiva.

### 3.2.2 Passo 2: Calcolo del fattore di smorzamento viscoso equivalente e del periodo efficace

Si procede prima utilizzando una formula presente in letteratura, la formula proposta da Rosenblueth e di Herrera ed in seguito si espone una procedura per il calcolo dello smorzamento proposta per le strutture regolari in pianta.

#### 3.2.2.1 Formulazione di Rosenblueth ed Hererra (1964)

La risposta della struttura intelaiata è caratterizzata dalla rigidezza secante

$K_e^{(F)} = \frac{V_p^{(F)}}{d_p}$  e dallo smorzamento viscoso equivalente alla dissipazione isteretica:

$$\xi_F (\%) = \frac{1}{4\pi} \frac{E_D}{E_S} = k \left( 63.7 \frac{(\mu_F - 1)(1 - r_F)}{\mu_F [1 + r_F (\mu_F - 1)]} \right) \quad [3.6]$$

Dove:

$E_D$  energia dissipata per isteresi in un ciclo completo di carico con ampiezza  $d_p$

$E_S$  energia di deformazione al limite elastico

$\mu_F = \frac{d_p}{d_y^*}$  duttilità del telaio

$r_F$  rapporto di incrudimento

$k$  coefficiente riduttivo

indicando con  $d_p$  il valore dello spostamento corrispondente ad un prescelto livello prestazionale (SLO, SLD, SLV ed SLC). Il coefficiente riduttivo  $k$  inoltre, tiene conto della degradazione meccanica e dipende dalla tipologia strutturale. Con riferimento alle ATC40 1996 per strutture in cemento armato che presentano un'elevata degradazione delle caratteristiche meccaniche, può essere assunto pari 1/3.

Questa procedura è valida nel caso si considerino pilastri soggetti al solo sforzo assiale. Alcuni studi basati su prove sperimentali hanno portato alla formulazione di altre espressioni per tener conto del fatto che i pilastri in realtà non sono soggetti solo a carico mono-assiale ma anche a carico biassiale. In virtù di ciò nel caso dell'edificio in esame lo smorzamento viscoso equivalente della struttura è stata calcolato con una espressione derivante da prove sperimentali effettuate da Rodrigues e dipendente dal coefficiente di duttilità della struttura  $\mu$ .

### **Fattore di smorzamento viscoso equivalente del controvento dissipativo**

Analogamente a quanto visto nel paragrafo precedente, lo smorzamento viscoso equivalente del controvento dissipativo ( $\xi_{DB}$ ) si può valutare con una formula analoga a quella utilizzata per calcolare lo smorzamento viscoso equivalente della struttura senza controventi:

$$\xi_{DB} (\%) = 63.7 \frac{(\mu_{DB} - 1)(1 - r_{DB})}{\mu_{DB} [1 + r_{DB} (\mu_{DB} - 1)]} \quad [3.7]$$

dove:

- $\mu_{DB}$  duttilità del controvento dissipativo equivalente;
- $r_{DB}$  rapporto di incrudimento del controvento dissipativo.

La duttilità del controvento dissipativo dovrebbe essere inoltre assunta non minore di quella del telaio ( $\mu_F$ ) mentre il rapporto di incrudimento si può determinare con la seguente espressione

$$r_{DB} = \frac{1/K_B + 1/K_D}{1/K_B + 1/(r_D K_D)} = \frac{r_D (1 + K_D^*)}{1 + r_D K_D^*} \quad [3.8]$$

Dove  $K_D^* = \frac{K_D}{K_B}$ ,  $K_B$  e  $K_D$  sono rispettivamente la rigidezza del controvento e del dissipatore. La duttilità del controvento dissipativo inoltre può essere espressa dalla seguente espressione

$$\mu_{DB} = \frac{1 + (\mu_D - 1)(1 + r_{DB} K_D^*)}{(1 + K_D^*)} \quad [3.9]$$

### **Periodo efficace del telaio con controventi dissipativi**

Lo smorzamento viscoso equivalente del telaio con controventi dissipativi può essere calcolato con la seguente espressione:

$$\xi_e(\%) = \xi_V + \frac{\xi_{DB} V_p^{(DB)} + \xi_F V_p^{(F)}}{V_p^{(DB)} + V_p^{(F)}} \quad [3.10]$$

dove  $\xi_V$  altro non è che lo smorzamento viscoso in campo elastico. Il valore che si assume di solito per  $\xi_V$  è il 5%. Inoltre:

- $\xi_{DB}$  smorzamento viscoso equivalente del controvento dissipativo;
- $\xi_F$  smorzamento viscoso equivalente della struttura che corrisponde allo smorzamento  $\xi_{eq}$  di Rodrigues;
- $V_p^{(DB)}$  massimo valore del taglio alla base nella struttura con controventi dissipativi;
- $V_p^{(F)}$  massimo valore del taglio alla base nella struttura riferita al sistema SDOF.

Il valore di  $V_p^{(DB)}$  è incognito e quindi si determina attraverso una procedura iterativa.

Il periodo efficace della struttura controventata può essere così valutato attraverso lo spettro di spostamento elastico ( $S_{De} - T$ ) ottenuto per il fattore di smorzamento  $\xi_e$  in corrispondenza dello spostamento  $d_p$  che viene assunto per un determinato livello di prestazione.

#### **3.2.2.2 Formulazione di Mazza e Vulcano (2008)**

Lo smorzamento viscoso totale è dato dalla somma dello smorzamento viscoso  $\xi_V$  e quello isteretico  $\xi_H$ . Il problema sta nel determinare lo smorzamento isteretico, mentre  $\xi_V$  in genere viene posto pari al 5%.

$$\xi_{TOT} = \xi_V + \xi_H = \xi_V + \frac{2}{\pi} \cdot \frac{A_1}{A_2} \quad [3.11]$$

dove  $A_1$  è l'area del ciclo isteretico (del tipo trilineare), e  $A_2$  è l'area del ciclo rigido-perfettamente-plastico (RPP) che comprende il ciclo isteretico di area  $A_1$ .

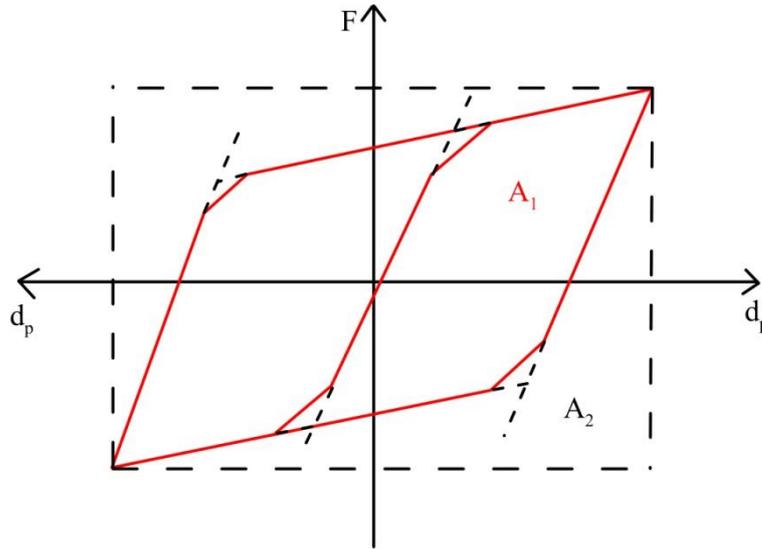


Fig. 3.2. Ciclo isteretico.

Attraverso una serie di manipolazioni che vengono spiegate nel dettaglio in seguito, si ottiene:

$$\xi_H = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\mu_F \cdot (K^* \cdot d^* + 1 - r^{DB} \cdot K^* \cdot d^*) \cdot \left( \frac{(K^* \cdot d^* + 1 - r^{DB} \cdot K^* \cdot d^*)^2}{(1 + K^* \cdot r^{DB} \cdot K^*)} + \frac{(1 - d^*)}{2} \cdot \left( \frac{K^* \cdot d^* + 1 - r^{DB} \cdot K^* \cdot d^*}{1 + K^* \cdot r^{DB} \cdot K^*} - 1 \right) \right)}{\mu^F \cdot (K^* \cdot d^* + 1 + r^{DB} \cdot K^* \cdot d^* \cdot (\mu^{DB} - 1))} \quad [3.12]$$

Dove:

$$K^* = \frac{K^{DB}}{K^F} \quad [3.13]$$

$$d^* = \frac{d_y^{DB}}{d_y^F} \quad [3.14]$$

$$\mu^F = \frac{d_p}{d_y^F} \quad [3.15]$$

$$\mu^{DB} = \frac{d_p}{d_y^{DB}} \quad [3.16]$$

$$\mu^{DB} = \frac{d_p}{d_y^{DB}} \quad [3.17]$$

In cui  $r^{DB}$  è l'incrudimento del dissipatore,  $K^F$  è la rigidezza del telaio,  $\mu^F$  è la duttilità del telaio,  $d_y^F$  è lo spostamento al limite di snervamento del telaio,  $K^{DB}$  è la rigidezza del dissipatore,  $\mu^{DB}$  è la duttilità del dissipatore,  $d_p$  è lo spostamento di progetto e  $d_y^{DB}$  è lo spostamento al limite di snervamento del dissipatore.

Il periodo efficace è pari a:

$$\frac{T_{eff}}{T_1} = \sqrt{\frac{\mu^F + K^* \cdot d^* \cdot \mu^{DB}}{1 + K^* \cdot d^* + r^{DB} \cdot K^* \cdot (\mu^F - d^*)}} \quad [3.18]$$

dove  $T_1$  è il periodo fondamentale.

### 3.2.3 Passo 3: Rigidezza efficace del controvento dissipativo equivalente

Determinato il periodo efficace  $T_{eff}$ , la massa efficace  $m_e$  riferiti al sistema ad un grado di libertà, è possibile calcolare la rigidezza efficace della struttura con controventi dissipativi ( $K_e$ ) e la rigidezza efficace del controvento dissipativo ( $K_e^{(DB)}$ ) con le seguenti espressioni :

$$K_e = \frac{4\pi m_e}{T_{eff}^2} \quad [3.19]$$

$$K_e^{(DB)} = K_e - K_e^{(F)} \quad [3.20]$$

In cui  $K_e^{(F)}$  rappresenta la rigidezza efficace della struttura senza controventi.

### 3.2.4 Passo 4: Resistenza del controvento dissipativo equivalente

La curva di capacità taglio – spostamento relativa alla risposta dei soli controventi è simile alla curva di capacità ottenuta per il sistema equivalente ad un grado di libertà. I contributi al tagliante di base dovuto ai controventi dissipativi in

corrispondenza di  $d_p$  e di quello relativo allo snervamento ( $V_p^{(DB)}$  e  $V_y^{(DB)}$ ), sono determinati attraverso le seguenti espressioni:

$$V_p^{(DB)} = K_e^{(DB)} d_p \quad [3.21]$$

$$V_y^{(DB)} = \frac{V_p^{(DB)}}{1 + r_{DB}(\mu_{DB} - 1)} \quad [3.22]$$

Si può notare come la determinazione di  $V_p^{(DB)}$  sia legata alla rigidità efficace del controvento dissipativo  $K_e^{(DB)}$ . Per questo motivo per determinare il valore di  $V_p^{(DB)}$  si effettua una procedura iterativa.

### 3.2.5 Passo 5: Distribuzione in elevazione dei controventi dissipativi

I controventi vengono progettati in base a due parametri fondamentali: lo sforzo di snervamento  $N_{yi}$  e la rigidità del controvento dissipativo  $K_i^{(DB)}$  da assegnare al generico piano. I valori di  $N_{yi}$  e  $K_i^{(DB)}$  vengono determinati attraverso le seguenti espressioni:

$$N_{yi} = \frac{V_{yi}^{DB}}{\cos \alpha_i} \quad [3.23]$$

$$K_i^{(DB)} = \frac{V_{yi}^{DB}}{(\varphi_i - \varphi_{i-1}) d_y^{DB} \cos^2 \alpha_i} \quad [3.24]$$

dove  $d_y^{(DB)}$  rappresenta lo spostamento al limite elastico del sistema costituito dai controventi dissipativi e:

$$V_{yi}^{DB} = \sum_{j=i}^n F_{yj}^{DB} \quad [3.25a,b]$$

$$V_y^{DB} = \sum_{i=1}^n F_{yi}^{DB}$$

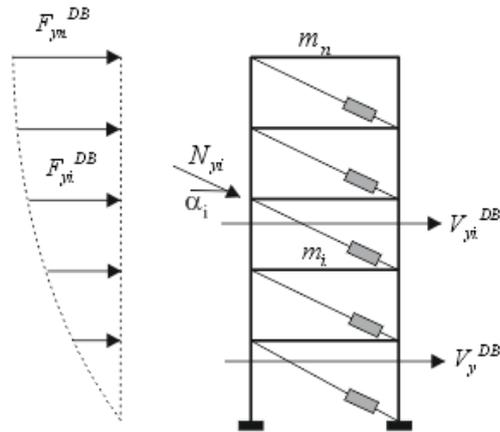


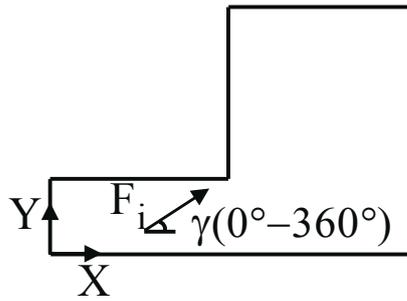
Fig. 3.3. Progetto controventi.

### 3.3 Procedura di progetto dei controventi dissipativi per strutture irregolari in pianta

La differenza sostanziale fra la procedura di progetto per le strutture regolari e quella per le strutture irregolari in pianta che di seguito si espone, sta nel passo 1, 2 e 5 in quanto entrano in gioco: il Metodo N2 Esteso, la biassialità del coefficiente di smorzamento viscoso equivalente e i criteri di rigidezza proporzionale e inversamente proporzionale per considerare la distribuzione in pianta dei controventi dissipativi e gli effetti torsionali.

#### 3.3.1 Passo 1: Valutazione della curva di pushover

Il procedimento per ricavare la curva di pushover del sistema a più gradi di libertà (MDOF) e del sistema equivalente ad un grado di libertà (SDOF) è analogo al Passo 1 descritto precedentemente, nella metodologia di progetto per strutture regolari. La differenza sostanziale riguarda la distribuzione delle forze applicate alla struttura, infatti, trattandosi di una struttura irregolare in pianta, l'angolo di direzione del sistema viene fatto variare tra  $0^\circ$  e  $360^\circ$  con un passo di  $15^\circ$ , cioè non si applicano le forze solo in direzione X e Y.



**Fig. 3.4. Pianta edificio irregolare**

Una volta determinato il periodo  $T^*$  e gli spostamenti in corrispondenza dei vari livelli prestazionali, si calcola l'indice di vulnerabilità (I.V) che dipende dalla massima risposta in spostamento ( $d_{\max}$ ) del sistema equivalente SDOF.

L'indice di vulnerabilità si ricava dalla seguente espressione:

$$I.V. = \frac{d_{\max}}{d_p} \quad [3.26]$$

in cui  $d_p$  è lo spostamento riferito a vari livelli prestazionali (SLO, SLD, SLV e SLC).

Il metodo N2 consiste, quindi, nel determinare la massima risposta in spostamento ( $d^*_{\max}$ ) del sistema equivalente SDOF, convertire tale spostamento nel sistema MDOF attraverso il coefficiente di partecipazione  $\Gamma$  e determinare l'indice di vulnerabilità (I.V.) come rapporto tra questo spostamento massimo e lo spostamento in corrispondenza del livello prestazionale scelto. La verifica risulta essere soddisfatta se l'indice di vulnerabilità è inferiore all'unità. Per determinare  $d^*_{\max}$  si confronta il periodo  $T^*$  con il  $T_c$  che si ottiene dallo spettro di risposta elastico. Nel caso in cui  $T^* \geq T_c$ , il massimo spostamento raggiunto dal sistema anelastico è pari a quello di un sistema elastico con pari periodo:

$$d^*_{\max} = d^*_{e,\max} = S_{DE}(T^*) \quad [3.27]$$

dove  $S_{De}(T^*)$  si ricava dalla seguente espressione:

$$S_{DE}(T^*) = \frac{1}{4\pi^2} S_{Ae}(T^*) \quad [3.28]$$

dove  $S_{Ae}(T^*)$  è lo spettro di risposta elastico in termini di pseudo - accelerazione.

Se invece  $T^* < T_c$  la risposta in spostamento del sistema anelastico è maggiore di quella del corrispondente sistema elastico e risulta:

$$d_{\max}^* = \frac{d_{e,\max}^*}{q^*} \left[ 1 + (q^* - 1) \frac{T_c}{T^*} \right] \geq d_{e,\max}^* \quad [3.29]$$

dove  $q^*$  è il rapporto tra la forza di risposta elastica (data dal prodotto di  $S_{Ae}(T^*)$  per la massa  $m^*$ ) e la forza di snervamento del sistema SDOF ( $F_y^*$ ). Inoltre se  $q^* < 1$  cioè se la risposta è elastica,  $F_y^* > m^* S_{Ae}(T^*)$ , si ha:

$$d_{\max}^* = d_{e,\max}^* = S_{DE}(T^*) \quad [3.30]$$

ottenuto  $d_{\max}^*$ , questo va riportato nella configurazione effettiva del sistema che è quella a più gradi di libertà (sistema MDOF). Questa operazione si effettua attraverso il coefficiente di partecipazione attraverso la seguente espressione:

$$d_{\max} = \Gamma d_{\max}^* \quad [3.31]$$

La vulnerabilità della struttura si verifica calcolando l'indice di vulnerabilità e controllando che esso sia inferiore all'unità.

### 3.3.1.1 Metodo di Kreslin e Fajfar (2012)

Secondo la normativa il metodo N2 base è valido solo per edifici che sono regolari sia in pianta che in elevazione. Per tenere conto allora anche degli effetti dei modi superiori, cioè per tenere conto di eventuali irregolarità in elevazione o come nel caso in esame, irregolarità in pianta, i risultati ottenuti con il metodo N2 base vanno corretti. Sulla base di queste considerazioni M. Kreslin e P. Fajfar

hanno studiato una procedura che consiste nell'identificare dei coefficienti correttivi per l'irregolarità in pianta ed in elevazione e attraverso questi correggere i risultati dell'analisi statica non lineare (pushover). Fajfar ha notato che i modi superiori assumono una grande importanza ed hanno degli effetti soprattutto nella parte superiore degli edifici medio-alti, ai bordi flessibili delle strutture irregolari in pianta e ai bordi rigidi delle costruzioni irregolari in pianta flessibili torsionalmente. Bisogna comunque ricordare che tale procedura è stata ricavata solo per le due direzioni orizzontali della forzante sismica.

Gli autori studiano un edificio di otto piani in c.a. costruito secondo l'Eurocodice 8. I risultati ottenuti in termini di spostamenti e di spostamenti di interpiano attraverso il metodo N2, vengono confrontati dagli autori, con quelli ottenuti da un'analisi non lineare rigorosa (NRHA).

Il metodo N2 esteso, che tiene conto degli effetti dei modi superiori, si basa sull'assunzione che le influenze dei modi superiori nel range inelastico, siano uguali a quelle del range elastico. Gli effetti dei modi superiori, quindi, vengono considerati, a partire dall'analisi elastica modale, da cui derivano i coefficienti correttivi utilizzati per correggere i risultati ottenuti dall'analisi pushover. Ciò significa, che la struttura, rimane in campo elastico quando vibra in relazione ai modi superiori e che la domanda sismica ai vari piani può essere stimata come combinazione dei modi superiori (sia in pianta che in elevazione attraverso due diversi tipi di fattori correttivi).

L'edificio studiato dagli autori, si trova in Croazia (Rijeka) ed è irregolare in elevazione ed in pianta. Gli accelerogrammi utilizzati, provengono dal PEER NGA database e sono in tutto quarantaquattro.

Gli autori, svolgono per prima cosa, l'analisi elastica modale per il sistema SDOF, considerando i primi sei modi di vibrare. I risultati di tale analisi vengono utilizzati per la determinazione degli effetti dei modi superiori in pianta ed in elevazione, come detto in precedenza.

In seguito gli autori, effettuano l'analisi pushover e viene condotta in una sola direzione (si ha lo stesso comportamento nell'altra). Si effettua il passaggio dal sistema MDOF al sistema SDOF e trovando la curva di capacità ed effettuando la bilinearizzazione della curva, si trova lo spostamento di progetto del sistema SDOF, che diviso per il coefficiente di partecipazione, fornisce lo spostamento di

progetto per il sistema MDOF. Si sintetizza la procedura del metodo N2 Base di seguito, in quanto ampiamente spiegata in precedenza.

Passo 1: calcolo della curva di capacità per il sistema MDOF.

Passo 2: determinazione del sistema ad un grado di libertà (SDOF) a comportamento bilineare.

Passo 3: calcolo della domanda sismica.

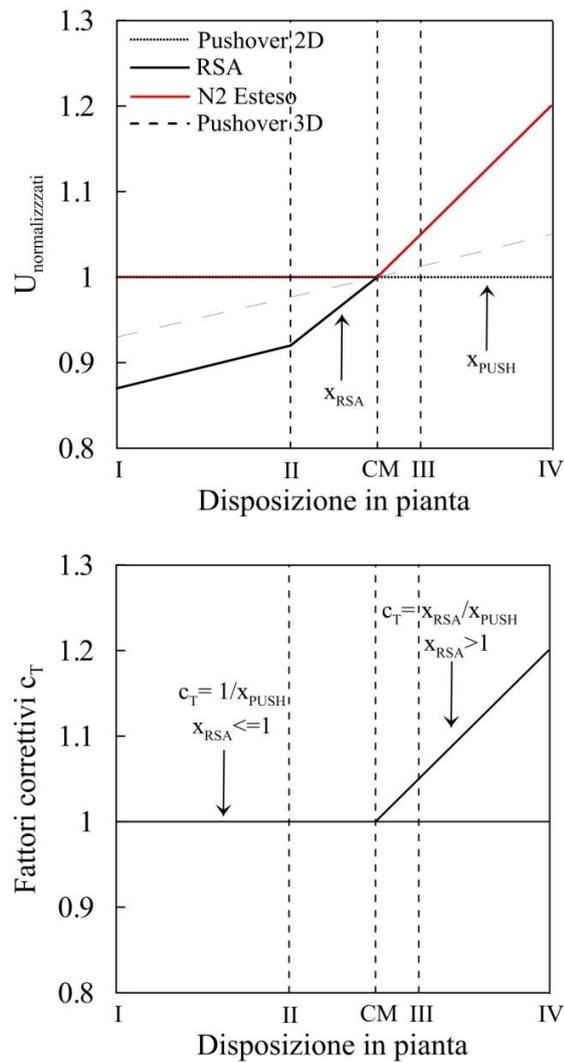
Passo 4: conversione della domanda in quella effettiva del sistema a più gradi di libertà (MDOF).

Riassumendo, secondo gli autori per valutare gli effetti dei modi superiori in pianta (es. torsione), devono essere determinati gli spostamenti riferiti all'ultimo piano per punti diversi della pianta, sia attraverso l'analisi statica non lineare (pushover) e sia attraverso l'analisi modale (RSA). I risultati ottenuti dalle due prove devono essere normalizzati rispetto allo spostamento del baricentro che si ha in corrispondenza dell'ultimo piano.

$$C_T = \frac{1}{\bar{x}_{PUSH}} \text{ nel caso in cui } \bar{x}_{RSA} \leq 1 \quad [3.32]$$

$$C_T = \frac{\bar{x}_{RSA}}{\bar{x}_{PUSH}} \text{ nel caso in cui } \bar{x}_{RSA} > 1 \quad [3.33]$$

I risultati ottenuti da M. Kreslin e P. Fajfar sono mostrati in Fig. 3.5.



**Fig. 3.5. Fattore di correzione  $c_T$  per gli effetti dei modi superiori in pianta.**

Così facendo il coefficiente correttivo  $c_T$  viene determinato come rapporto tra gli spostamenti dei punti dell'ultimo piano e lo spostamento del baricentro delle masse all'ultimo piano. Tale coefficiente quindi viene determinato sia per l'analisi modale e sia per l'analisi pushover. Se lo spostamento normalizzato con l'analisi modale è inferiore ad 1.0, il valore di  $c_T$  usato è pari ad 1.0. Nel caso invece di un'analisi pushover 2D, non esistono effetti torsionali e gli spostamenti normalizzati attraverso l'analisi pushover sono uguali ad 1.0 per ogni punto in pianta. Per questo motivo per tener conto degli effetti dei modi superiori in pianta, si usa il coefficiente correttivo derivante dai risultati dell'analisi modale. Il fattore correttivo in pianta  $c_T$  è indipendente dal fattore correttivo in elevazione.

L'estensione del metodo N2 quindi consiste nel moltiplicare il coefficiente correttivo per gli spostamenti ottenuti dall'analisi pushover.

Ottenute le nuove curve di capacità si procede alla fase di progettazione dei controventi dissipativi.

### *Osservazioni*

Gli autori Lin, Tsai e Chuang analizzano gli studi presenti in letteratura riguardo agli effetti torsionali e in particolare i quattro trends (elencati in seguito) principali creatisi in riferimento alle strutture irregolari in pianta. La chiave per capire tali trends, secondo gli autori, sta nella eccentricità modale e nella non proporzionalità tra le traslazioni e le rotazioni modali; inoltre questa condizione produce in generale una diminuzione degli effetti torsionali al crescere delle deformazioni plastiche.

Le strutture irregolari in pianta portano ad una domanda in termini di spostamenti diversa nei vari punti della struttura. Si è notato nel corso degli studi svolti in tale ambito, che in genere l'analisi modale sovrastima gli effetti torsionali ai lati flessibili della struttura, mentre, il metodo N2 esteso offre una stima conservativa degli spostamenti sia ai lati flessibili che rigidi della struttura. Il problema si ha quando l'edificio asimmetrico in pianta, possiede pochi elementi laterali resistenti cioè quando la resistenza e la rigidezza della struttura, è concentrata lungo il perimetro e quindi il cedimento di un solo elemento resistente produce un cambiamento significativo del centro di rigidezza accompagnato da una perdita di rigidezza torsionale.

Per quanto riguarda le maggiori considerazioni che sono state fatte in riferimento alle strutture asimmetriche in pianta, gli autori si concentrano sulle conclusioni espresse da Fajfar e analizzando una struttura, concludono che siano affidabili. Infatti:

- gli effetti torsionali generalmente decrescono al crescere delle deformazioni plastiche;
- tra le due direzioni orizzontali, l'effetto torsionale sugli spostamenti è più piccolo nella direzione flessibile (FS) rispetto alla direzione più rigida;

- per quanto riguarda i lati rigidi (SS), è difficile predirne il comportamento in quanto esso dipende dai modi di vibrare e dall'intensità sismica.

È chiaro, che, la risposta dipende dall'eccentricità della struttura e porta ad una domanda di spostamento diversa sui lati flessibili e rigidi, nelle strutture asimmetriche. Le direzioni delle eccentricità ( $e_{xn}$   $e_{zn}$ ) sono quindi importanti e nello specifico, se sono positive, determinano una domanda in spostamento maggiore lungo la direzione X per i lati flessibili e lungo la direzione Z per i lati rigidi; se sono negative, determinano una domanda in spostamento maggiore lungo la direzione Z per i lati flessibili e lungo la direzione X per i lati rigidi.

- Per favorire il comportamento in risposta all'azione sismica dei lati rigidi, la deamplificazione o amplificazione della stessa può avere degli effetti positivi.

È chiaro che cambiando le caratteristiche dei terremoti si ottengono dei vantaggi sugli effetti torsionali lungo i lati rigidi.

Ciascuna osservazione espressa da Fajfar viene confermata dagli autori, questo è molto importante, in quanto si ottengono informazioni in più e soprattutto affidabili riguardanti i problemi dell'irregolarità in pianta delle strutture.

### 3.3.1.2 Metodo di Chopra e Goel (2002)

Gli autori hanno l'obiettivo di estendere l'analisi modale pushover (MPA), in modo da poter stimare la domanda sismica di strutture irregolari in pianta. Gli autori, quindi, presentano la loro procedura MPA che si dimostrerà essere equivalente alle analisi standard relative alla risposta spettrale (RSA) e valutano l'efficacia della loro procedura confrontandola con quella rigorosa non lineare (RHA). Di seguito si sintetizzano i passi della procedura.

**Passo 1:** Calcolare le frequenze naturali e i modi di vibrare dell'edificio.

**Passo 2:** Per l'n-esimo modo di vibrare, determinare le curve di pushover, taglio alla base- spostamenti all'ultimo piano, attraverso l'analisi statica non lineare, utilizzando la distribuzione di forze  $s_n^*$  :

$$s_n^* = \begin{Bmatrix} m\phi_{xn} \\ m\phi_{yn} \\ I_p\phi_{\theta n} \end{Bmatrix} \quad [3.34]$$

dove  $\phi_{xn}$ ,  $\phi_{yn}$  e  $\phi_{\theta n}$  sono i tre sotto vettori del vettore  $\phi_n$  dei modi di vibrare,  $m$  è la massa del sistema.

Tra le due curve che si ottengono, in direzione  $x$  e  $y$ , scegliere quella nella direzione dominante del moto relativo al modo di vibrare. Per le strutture elastiche, il vettore  $s_n^*$  rappresenta l'unica distribuzione di forze, che produce spostamenti proporzionali all' $n$ -esimo modo di vibrare. Le tre componenti dello spostamento, quindi, del sistema elastico, raggiungeranno simultaneamente, i valori forniti dalle seguenti equazioni:

$$\begin{aligned} u_{rxn} &= \Gamma_n \phi_{rxn} D_n \\ u_{ryn} &= \Gamma_n \phi_{ryn} D_n \\ u_{r\theta n} &= \Gamma_n \phi_{r\theta n} D_n \end{aligned} \quad [3.35]$$

dove  $\Gamma_n = \frac{L_n}{M_n}$  in cui  $M_n = \phi_n^T M \phi_n$  e  $L_n = \begin{Bmatrix} \phi_{xn}^T m_1 \text{for} \ddot{u}_{gx}(t) \\ \phi_{yn}^T m_1 \text{for} \ddot{u}_{gy}(t) \end{Bmatrix}$ , e  $D_n$  è il picco di deformazione.

Gli autori concludono che la procedura MPA fornisce gli stessi risultati della procedura RSA, per i sistemi elastici. Nel caso di un sistema inelastico, la distribuzione di forze, non produce spostamenti proporzionali all' $n$ -esimo modo di vibrare, perciò le tre componenti dello spostamento, non raggiungono simultaneamente i valori forniti dalle Equ. 3.35.

**Passo 3:** Trasformare la curva di pushover in una curva bilineare ideale. Se la curva di pushover presenta una rigidezza di post-snervamento negativa, la seconda rigidezza o rigidezza di post-snervamento della curva bilineare sarà molto probabilmente, negativa.

**Passo 4:** Convertire la curva di pushover idealizzata in una curva forza-spostamento, in relazione all'n-esimo modo di vibrare del sistema SDOF inelastico.

**Passo 5:** Calcolare il picco di deformazione  $D_n$  dell'n-esimo modo del sistema ad un grado di libertà (SDOF) inelastico e lo smorzamento  $\xi_n$ .

**Passo 6:** Calcolare lo spostamento di picco all'ultimo piano, nella direzione della curva di pushover selezionata, associata all'n-esimo modo del sistema inelastico SDOF.

**Passo 7:** Dalle curve di pushover (passo 2), ricavare i valori delle rispose del sistema dovuti ai carichi gravitazionali combinati ai carichi laterali.

**Passo 8:** Ripetere i passi 3-7 per un numero adeguato di modi di vibrare.

**Passo 9:** Determinare la risposta dinamica relativa all'n-esimo modo di vibrare.

**Passo 10:** Determinare la risposta totale combinando la risposta gravitazionale con le risposte modali utilizzando la CQC (combinazione quadratica completa).

La procedura MPA vista in questi passi è un'estensione di quella per le strutture simmetriche, in modo da poterla utilizzare per le strutture asimmetriche in pianta. Una differenza con la procedura base, è che i carichi gravitazionali e i loro effetti vengono considerati per tutti i modi di vibrare e non solo per il primo modo.

Gli autori, infatti, osservano che tenere in considerazione, solo il primo modo di vibrare, non è sufficiente nel caso di strutture irregolari in pianta, per poter capire la risposta della struttura e soprattutto stimare adeguatamente gli spostamenti di interpiano, specialmente ai piani alti. Gli autori, arrivano a questa conclusione, considerando e analizzando un edificio di nove piani e tre sistemi irregolari in pianta con diversi accoppiamenti tra le forze laterali e quelle torsionali: un sistema rigido torsionalmente, uno flessibile torsionalmente e uno rigido allo stesso modo torsionalmente. Confrontando i risultati ottenuti con la MPA e quelli ottenuti dall'analisi statica non lineare, si ottiene una buona corrispondenza.

### *Osservazioni*

Risulta essere necessario effettuare ulteriori studi, in quanto la MPA è una procedura semplificata e non rigorosa.

#### **3.3.1.3 Metodologie adottate**

##### **Pushover 3D**

L'analisi pushover 3D altro non è che l'applicazione della pushover 2D non solo con riferimento al baricentro delle masse ma anche ad altri punti opportunamente scelti della pianta dell'edificio. Il metodo consiste quindi nell'effettuare l'analisi statica non lineare e ottenere tante curve di capacità taglio alla base – spostamento in sommità, quanti sono i punti considerati. Per scegliere questi punti, inizialmente è stata effettuata un'analisi pushover 2D con riferimento al baricentro delle masse dell'ultimo piano considerando la forza sismica variabile in direzione da un angolo di  $0^\circ$  a  $360^\circ$ . Applicando il metodo N2 base, è stato possibile individuare la direzione di maggiore vulnerabilità per il livello prestazionale di SLV. Per tale direzione si è deciso di applicare l'analisi pushover 3D, cioè si è deciso di ricavare le curve di capacità non solo riferite al baricentro delle masse ma anche quelle riferite ai punti più distanti dal baricentro. Si sono ottenute così più curve di capacità e la scelta è ricaduta sulla curva più corta, cioè sulla curva in cui lo stato limite di collasso viene raggiunto per un valore di spostamento minore. Questa curva quindi è stata utilizzata per la procedura di progetto dei controventi dissipativi che verrà discussa in seguito. Di seguito si riporta un esempio del metodo, in cui la forza viene applicata in tutte le direzioni ( $\alpha = 0-360^\circ$ ).

##### **Metodo N2 Esteso**

Il procedimento analizzato fin qui è riferito come detto in precedenza al metodo N2 base contenuto nella normativa NTC 08'. Secondo la normativa tale metodo è valido solo per edifici che sono regolari sia in pianta che in elevazione. Per tenere conto allora anche degli effetti dei modi superiori, cioè per tenere conto di eventuali irregolarità in elevazione o come nel caso in esame, irregolarità in pianta, i risultati ottenuti con il metodo N2 vengono corretti attraverso i

coefficienti correttivi per l'irregolarità in pianta forniti da Fajfar (2012) e attraverso questi correggere i risultati dell'analisi statica non lineare (pushover), come visto precedentemente. Bisogna comunque ricordare che tale procedura è stata ricavata solo per le due direzioni orizzontali della forzante sismica. Non presentando l'edificio in esame irregolarità in elevazione, nel presente lavoro si è proceduto ad analizzare solo il coefficiente correttivo per l'irregolarità in pianta. Secondo gli autori per valutare gli effetti dei modi superiori in pianta (es. torsione), devono essere determinati gli spostamenti riferiti all'ultimo piano per punti diversi della pianta, sia attraverso l'analisi statica non lineare (pushover) e sia attraverso l'analisi modale. I risultati ottenuti dalle due prove devono essere normalizzati rispetto allo spostamento del baricentro che si ha in corrispondenza dell'ultimo piano. Così facendo il coefficiente correttivo  $c_T$  viene determinato come rapporto tra gli spostamenti dei punti dell'ultimo piano e lo spostamento del baricentro delle masse all'ultimo piano. Tale coefficiente quindi viene determinato sia per l'analisi modale e sia per l'analisi pushover. Se lo spostamento normalizzato con l'analisi modale è inferiore ad 1.0, il valore di  $c_T$  usato è pari ad 1.0. Nel caso invece di un'analisi pushover 2D, non esistono effetti torsionali e gli spostamenti normalizzati attraverso l'analisi pushover sono uguali ad 1.0 per ogni punto in pianta. Per questo motivo per tener conto degli effetti dei modi superiori in pianta, si usa il coefficiente correttivo derivante dai risultati dell'analisi modale. Il fattore correttivo in pianta  $c_T$  è indipendente dal fattore correttivo in elevazione che in questa trattazione non è stato preso in considerazione in quanto l'edificio non presenta irregolarità in elevazione. L'estensione del metodo N2 quindi consiste nel moltiplicare il coefficiente correttivo per gli spostamenti ottenuti dall'analisi pushover. Si riassumono di seguito i passi del metodo N2 esteso.

- Eseguire l'analisi modale sull'edificio nelle due direzioni orizzontali principali.
- Individuare gli spostamenti dei punti in pianta dell'ultimo livello riferiti all'analisi modale.
- Individuare lo spostamento del baricentro delle masse  $G$  riferito all'ultimo livello.
- Determinare il coefficiente correttivo  $c_T$  come rapporto tra gli spostamenti dei

punti in pianta e lo spostamento del baricentro delle masse G.

- Scegliere il coefficiente correttivo più basso per essere sicuri di operare a vantaggio di sicurezza.
- Moltiplicare il coefficiente correttivo per gli spostamenti ottenuti dall'analisi pushover.

Nello specifico, una volta determinato, per un dato livello di capacità, lo spostamento in funzione della duttilità del telaio ( $d_p = \mu_F d_y^F$ ), si corregge attraverso il coefficiente correttivo, illustrato di seguito.

$$\bar{d}_p = c_T d_p \quad [3.36]$$

Quindi, si corregge anche il valore della duttilità del telaio e si calcola il valore della rigidezza equivalente, come descritto di seguito.

$$\bar{\mu}^F = \frac{\bar{d}_p}{d_y^F} \quad [3.37]$$

$$K_e^F = \frac{V_p^F}{\bar{d}_p} \quad [3.38]$$

Ottenute le nuove curve di capacità si procede alla fase di progettazione dei controventi dissipativi.

### 3.3.2 Passo 2: Valutazione del fattore di smorzamento viscoso

Affinché il coefficiente di smorzamento viscoso tenga in considerazione la biassialità delle azioni che agiscono sulle strutture, si cerca di intervenire o solo sulla duttilità del telaio e quindi ci si riferisce alla formulazione proposta da Rodrigues oppure si interviene su tutti i parametri che entrano in gioco e in questo caso, si propone una nuova formula per il calcolo dello smorzamento viscoso equivalente. Prima si espongono alcuni metodi presenti in letteratura, per il calcolo del coefficiente di smorzamento.

### 3.3.2.1 Metodo di Jacobsen (1960)

L'approccio dello smorzamento equivalente è stato proposto per la prima volta da Jacobsen nel 1930. Sistemi lineari equivalenti con uno smorzamento equivalente fittizio sono stati proposti per approssimare la risposta di un sistema smorzato non lineare. Le ipotesi di base dell'approccio originale di Jacobsen sono:

- entrambi i sistemi hanno lo stesso periodo iniziale (cioè, non vi è una traslazione del periodo iniziale tra i due sistemi);
- entrambi i sistemi sono sottoposti ad una risposta armonica data da una funzione sinusoidale di ampiezza costante della forma  $X \cdot \sin(\omega t - \psi)$ ;
- entrambi i sistemi sono in risonanza;
- l'energia dissipata in un ciclo del moto del sistema non lineare è uguale all'energia dissipata per un ciclo dal sistema equivalente.

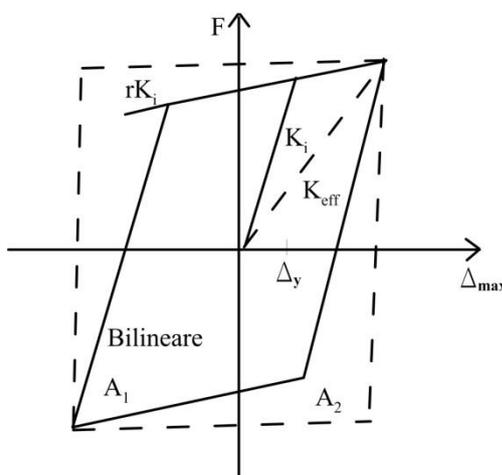
Queste ipotesi non sono in genere soddisfatte, soprattutto se la struttura è sottoposta ad un terremoto. I terremoti reali tendono ad avere: 1) varie frequenze piuttosto che una singola frequenza di eccitazione; 2) una risposta non armonica; 3) in alcuni casi, lo spostamento massimo si verifica prima della risposta transitoria. Pertanto, sono attesi significativi errori nell'approccio, soprattutto per i periodi più piccoli, dove la risposta dipende maggiormente dal periodo fondamentale della struttura. Inoltre, il criterio di considerare un solo ciclo suggerito da Jacobsen ignora tutti i cicli che hanno luogo prima del raggiungimento del massimo spostamento. Questa ipotesi è una fonte di errore nello smorzamento equivalente di Jacobsen. Considerando il valore medio di energia dissipata in tutti i cicli sono attesi dei valori più bassi dello smorzamento equivalente come osservato da Gulkan e Sozen [1974].

Mentre l'approccio originale di Jacobsen è legato alla rigidità iniziale del sistema, nelle recenti applicazioni l'approccio è legato ad un'altra rigidità e non più alla rigidità iniziale, il che si traduce in una traslazione del periodo. Ad esempio, utilizzando l'approccio di Jacobsen, in combinazione con la rigidità secante al picco di risposta (approccio JDSS) si ottiene una traslazione del periodo ( $T_{eff} / T_1$ ) uguale per tutti i modelli isteretici. I valori dello smorzamento equivalente ottenuti da questa traslazione del periodo sono in genere superiori a

quelli ottenuti da altre tecniche che prendono in considerazione una traslazione del periodo più piccola. Così, applicando l'approccio JDSS per il caso teorico di un ciclo rigido perfettamente plastico, che dissipa più energia rispetto a qualsiasi altro modello, si ottiene uno smorzamento equivalente massimo pari a  $2/\pi$  [Jennings, 1968]. L'approccio JDSS viene applicato per un modello bilineare isteretico come mostrato in Fig. 3.6. Il modello bilineare considerato ha rigidezza iniziale  $K_i$ , rigidezza secondaria  $r \cdot K_i$ , spostamento di snervamento  $\Delta_y$ , e spostamento massimo  $\Delta_{max}$ , dove con  $r$  si intende l'incrudimento.

Può essere dimostrato che il sistema equivalente ha una traslazione del periodo dato da Eq. [3.39] dove  $T_1$  è il periodo iniziale fondamentale della struttura e  $\mu$  è la duttilità in termini di spostamento ( $\Delta_{max} / \Delta_y$ ):

$$\frac{T_{eff}}{T_1} = \sqrt{\frac{\mu}{1+r \cdot \mu - r}} \quad [3.39]$$



**Fig. 3.6. Smorzamento equivalente per modello isteretico bilineare e rigido perfettamente plastico (R-P-P).**

Come già detto in precedenza, l'applicazione dell'approccio JDSS per il ciclo rigido perfettamente plastico (RPP) mostrato in Fig. 3.6, ha fornito un valore dello smorzamento equivalente pari a  $2/\pi$ . Poiché lo smorzamento equivalente è proporzionale all'energia dissipata dal modello isteretico, lo smorzamento equivalente per qualsiasi forma è dato dalla Eq. [3.40] e dall'Eq. [3.41]

successiva, dove  $\xi_v$  è lo smorzamento elastico iniziale nel sistema non lineare,  $\xi_{hyst}$  è lo smorzamento isteretico causato dalla dissipazione di energia,  $A_1$  è l'area del ciclo isteretico, e  $A_2$  è l'area del ciclo RPP che comprende il ciclo isteretico di area  $A_1$ .

$$\xi_{hyst} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{A_1}{A_2} \quad [3.40]$$

Caratterizzando le precedenti equazioni per il ciclo bilineare, mostrato in Fig. 3.6, il valore dello smorzamento equivalente è dato dall'Eq. [3.41]:

$$(\xi_{eq})_{bilinear} = \xi_v + \frac{2 \cdot (\mu-1) \cdot (1-r)}{\pi \cdot \mu \cdot (1+r \cdot \mu-r)} \quad [3.41]$$

Tuttavia le nuove espressioni fornite dagli autori, devono essere controllate attraverso prove sperimentali aggiuntive.

### 3.3.2.2 Metodo di Iwan e di Gates (1979)

#### Passo 1: Modello della struttura.

L'equazione del moto della struttura considerata dagli autori è la seguente:

$$\ddot{x} + 2\xi_0 \omega_0 \dot{x} + \omega_0^2 f[x(t)]/k_0 = -a(t) \quad [3.42]$$

dove  $x$  è lo spostamento,  $\xi_0$  è lo smorzamento viscoso che viene assunto pari al 2% per tutti i casi,  $\omega_0$  è la frequenza naturale,  $k_0$  è la rigidezza nominale,  $a(t)$  è l'accelerazione. Il ripristino di forza  $f(x)$  viene assunto in modo da fare insorgere delle azioni combinate di tre tipi diversi di modelli del sistema: modello elastico, modello elasto-plastico e un modello di rigidezza degradata per tenere conto del deterioramento o degrado della rigidezza per l'appunto.

Il modello strutturale può essere descritto attraverso quattro parametri:

$\alpha = k_e/k_0$  è il rapporto tra la rigidezza elastica (del modello elastico) e la rigidezza nominale del sistema, fissato dagli autori al 5%;

$\beta = k_s/k_c$  è il rapporto tra la rigidezza di snervamento (del modello elasto-plastico) e la rigidezza di degrado (del modello degradato);

$\gamma = x_s/x_c$  è il rapporto tra lo spostamento di snervamento più significativo e quello di rottura;

$\delta = f_b/f_c$  è il rapporto tra la forza di snervamento e quella di rottura del modello di degrado.

Gli autori considerano sei sistemi, tra cui il sistema isteretico bilineare (BLH). Il rapporto di duttilità è definito da  $\mu = x_m/x_s = u_{\max}/x_s$ .

### **Passo 2: Terremoti considerati.**

Gli autori considerano venti terremoti, in modo da tenere in conto diversi range di intensità, durata ecc.. Poiché l'accelerazione di picco (PGA), non sempre è il migliore indicatore della forza del terremoto, gli autori considerano un valore caratteristico dell'accelerazione per ciascun terremoto, definito come l'accelerazione di picco dello spettro di risposta ( $a^*$ ), che viene scalato per minimizzare l'errore che si verifica tra il logaritmo del 2% dello spettro per i periodi che vanno da 0.2 a 4 secondi.

### **Passo 3: Risposta del sistema.**

La risposta del sistema può essere analizzata sia considerando, lo spostamento massimo ( $x_m$ ) in funzione dello spostamento di snervamento e del parametro  $\rho = a^*/(f_y/m)$ , oppure attraverso la duttilità che dipende dallo spostamento massimo e quello di snervamento. Gli autori considerano l'Eq.3.42 e determinano il rapporto che c'è tra  $x_m$  e  $\mu$ , per ciascun terremoto e per ciascun sistema per nove periodi nominali ( $T = 0.4, 0.5, 0.6, 0.8, 1.0, 1.5, 2, 3$  e  $4$ ). Gli autori concludono che quando il sistema presenta una risposta lineare, il rapporto è costante per tutti i valori della duttilità ( $\mu \leq 1$ ); quando invece il comportamento del sistema non è lineare, il rapporto  $x_m/a^*$  dipende fortemente dalla duttilità e

non si ha un singolo valore corrispondente; quindi per gli autori è improprio considerare la duttilità, come parametro fondamentale per la caratterizzazione del sistema.

#### **Passo 4: Spettri inelastici.**

Gli autori considerano diversi livelli di duttilità ( $\mu = 0.6, 1.0, 1.5, 2.0, 4.0$  e  $8.0$ ), per i diversi valori del periodo visti in precedenza e per ciascuno di questi livelli, determinano lo spettro inelastico per i vari sistemi e trasformando lo spostamento spettrale in velocità spettrale (PSV).

#### **Passo 5: Smorzamento.**

Gli autori osservano che per duttilità pari a 4, la risposta del sistema non lineare, è simile a quella del sistema lineare, quindi questo indica che è possibile identificare una “famiglia” di sistemi lineari che presentano, una risposta strutturale vicina a quella di una classe particolare di sistemi non lineari isteretici. Il sistema lineare, dipende dallo smorzamento viscoso e dalla duttilità del sistema isteretico. L'equazione del moto di questo particolare sistema lineare, è la seguente:

$$\ddot{x} + 2\xi_e \omega_e \dot{x} + \omega_e^2 x = a(t) \quad [3.43]$$

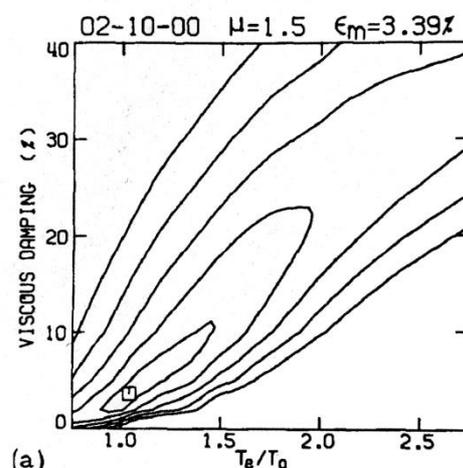
dove  $\xi_e$  e  $\omega_e$  sono lo smorzamento e la frequenza naturale del sistema lineare.

La condizione per cui, si ha una corrispondenza fra la risposta strutturale del sistema lineare e quella del sistema non lineare è la seguente:

$$T_e = CT_0 \quad [3.44]$$

dove  $C$  è una costante. Gli autori concludono che una migliore corrispondenza, si ha quando  $T_e/T_0$  e  $\xi_e$  diminuiscono su o vicino l'asse con il gradiente minimo ( $\varepsilon$  minimo, Fig. 3.7).

$$\varepsilon_i = \frac{u_e(CT_0, \xi_e)}{u_{in}(T_0, \xi_o, \mu)} - 1 \quad [3.45]$$



**Fig.3.7. Esempio grafico dello smorzamento viscoso in funzione della duttilità, del periodo efficace e per un determinato sistema.**

Il valore ottimale dello smorzamento dovrà essere preso in corrispondenza dell'errore minimo.

### *Osservazioni*

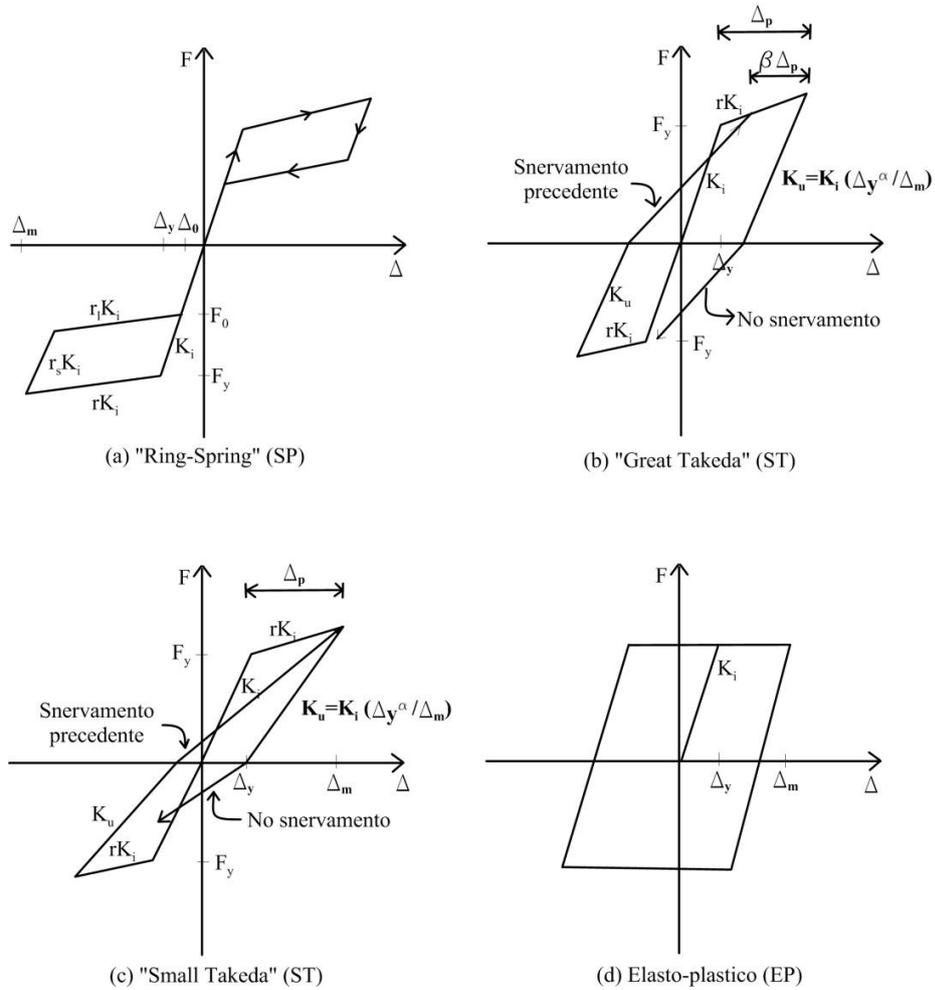
Con questo lavoro gli autori, hanno posto le basi per un progetto in cui le caratteristiche del sistema non lineare, possono essere determinate direttamente del sistema elastico. per quanto riguarda, invece, il calcolo dello smorzamento, il metodo risulta essere macchinoso e non molto affidabile.

### **3.3.2.3 Metodo di Dwairi et al. (2007)**

Dwairi si propone di capire la dispersione che deriva utilizzando l'approccio di Jacobsen e l'accuratezza degli approcci di progetto diretti (Direct Displacement Based Design) attraverso l'utilizzo di espressioni alternative dello smorzamento equivalente utilizzando il periodo definito dalla rigidezza secante.

Nel suo studio, l'approccio JDSS è valutato per quattro sistemi isteretici differenti (Fig. 3.8), differenti valori di duttilità, e 100 registrazioni di moti al suolo. In tutto, 250000 analisi non lineari time-history sono state condotte in preparazione del

database per tale investigazione. Inoltre è stata fornita una rivisitazione dell'approccio di linearizzazione equivalente originale di Jacobsen, attraverso anche una breve discussione delle assunzioni fatte. L'algoritmo di valutazione usato per valutare l'approccio JDSS è quindi discusso. Relazioni modificate dello smorzamento equivalente sono ottenute sulla base di un miglior adattamento dei risultati da 100 registrazioni per i quattro sistemi isteretici.



**Fig. 3.8. Modelli isteretici utilizzati da Dwairi.**

Dwairi conduce due procedure, una che si riferisce al confronto fra le analisi non lineari e quelle lineari per ottenere uno smorzamento equivalente ed una che cerca di minimizzare l'errore in termini di spostamento dei due tipi di analisi.

## Procedura N.1

**Passo 1:** utilizzare i terremoti e costruire gli spettri per diversi valori dello smorzamento; ciascun punto di ciascuno spettro rappresenta un oscillatore lineare equivalente con spostamento lineare uguale a quello spettrale, periodo efficace uguale a quello dell'oscillatore e smorzamento equivalente uguale a quello spettrale.

**Passo 2:** per ciascun modello isteretico si calcola la duttilità in base alle seguenti equazioni:

- Modello “Spring-Ring”:

$$\xi_{hyst} = \frac{217}{\pi} \left( \frac{5\mu^2 + 95\mu - 100}{\mu(10\mu + 90)} \right) 100\% \quad [3.46]$$

- Modello isteretico Takeda:

$$\xi_{hyst} = \frac{2}{\pi} \left( \frac{1 - \frac{3}{4}\mu^{\alpha-1_\gamma} - \frac{1}{4} \left[ \frac{r\beta\mu}{\mu} \left( 1 - \frac{1}{\mu} \right) + 1 \right] [2 - \beta] \left( 1 - \frac{1}{\mu} \right) - \mu^{\alpha-1_\gamma}}{-\frac{1}{4} \left[ \frac{r\beta^2\mu}{\mu} \left( 1 - \frac{1}{\mu} \right)^2 \right]} \right) 100\% \quad [3.47]$$

Dove  $\gamma = r\mu - r + 1$ .

- Modello isteretico elasto-plastico:

$$\xi_{hyst} = \frac{2}{\pi} \frac{(\mu - 1)}{\mu} 100\% \quad [3.48]$$

**Passo 3:** in base al periodo efficace e alla duttilità si definisce la rigidezza iniziale del sistema non lineare utilizzando gli accelerogrammi utilizzati nel primo passo.

**Passo 4:** per ultimo si calcola il rapporto tra gli spostamenti ottenuti dalle analisi non lineari e quelli ottenuti dalle analisi lineari; si calcola la media dei valori ottenuti e si determinano i coefficienti di variazione.

## Procedura N.2

Nella procedura due, le analisi non lineari si riferiscono a tutti i modelli mentre nella procedura uno solo al legame elasto-plastico. Si ottiene un nuovo valore dello smorzamento equivalente in modo che lo spostamento lineare e quello non lineare si uguaglino in corrispondenza del nuovo valore del periodo efficace.

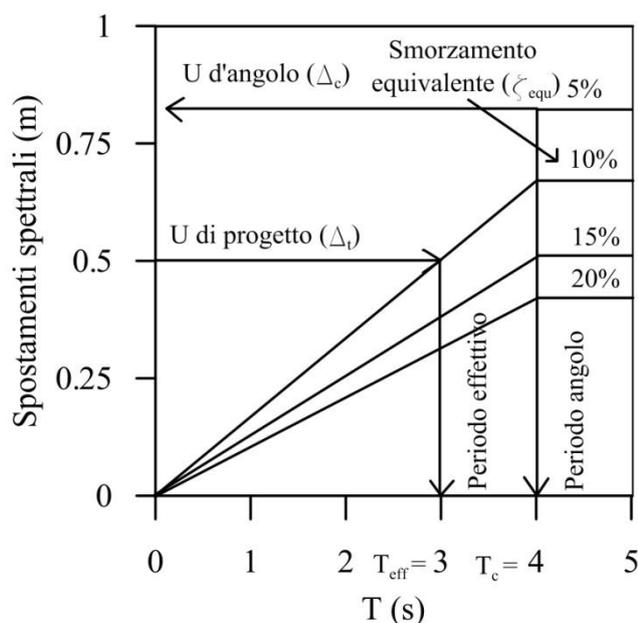


Fig.3.9. Determinazione delle proprietà del sistema equivalente SDOF.

### Espressione dello smorzamento equivalente proposto da Dwairi.

L'autore utilizza la rigidità secante e le nuove espressioni dello smorzamento equivalente vengono determinate secondo l'approccio EDSs (empirical damping secant stiffness). Le equazioni sono state ottenute per un sistema ad un grado di libertà ed utilizzando il metodo dei minimi quadrati. Vi è una forte riduzione dello smorzamento equivalente per periodi intermedi e lunghi (periodo efficace maggiore o uguale ad 1). Le equazioni si riferiscono a terremoti far fault ma possono essere utilizzate anche per terremoti near fault se vengono usati opportuni fattori di scala degli spettri. La verifica del metodo proposto da Dwairi viene eseguita considerando venti terremoti e cinquanta oscillatori per cinque livelli di duttilità.

Per ciascun modello isteretico si calcola lo smorzamento equivalente, in base alle seguenti equazioni:

- Legame SP:

$$\xi_{eq} = \xi_v + C_{RS} \left( \frac{\mu - 1}{\pi \mu} \right) \% \quad [3.49]$$

$$C_{RS} = 30 + 35\pi(1 - T_{eff}) \quad T_{eff} < 1 \text{ sec}$$

$$C_{RS} = 30 \quad T_{eff} \geq 1 \text{ sec}$$

- Legame LT:

$$\xi_{eq} = \xi_v + C_{LT} \left( \frac{\mu - 1}{\pi \mu} \right) \% \quad [3.50]$$

$$C_{LT} = 65 + 50(1 - T_{eff}) \quad T_{eff} < 1 \text{ sec}$$

$$C_{LT} = 65 \quad T_{eff} \geq 1 \text{ sec}$$

- Legame ST:

$$\xi_{eq} = \xi_v + C_{ST} \left( \frac{\mu - 1}{\pi \mu} \right) \% \quad [3.51]$$

$$C_{ST} = 50 + 40(1 - T_{eff}) \quad T_{eff} < 1 \text{ sec}$$

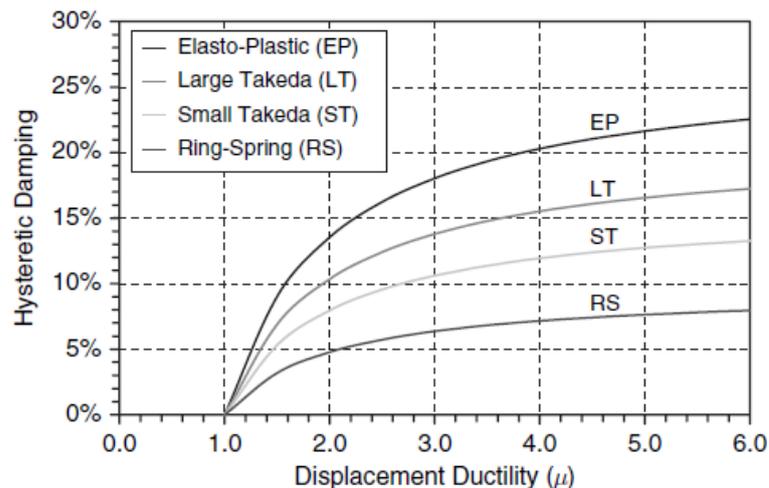
$$C_{ST} = 50 \quad T_{eff} \geq 1 \text{ sec}$$

- Legame EP:

$$\xi_{eq} = \xi_v + C_{EP} \left( \frac{\mu - 1}{\pi \mu} \right) \% \quad [3.52]$$

$$C_{ST} = 85 + 60(1 - T_{eff}) \quad T_{eff} < 1 \text{ sec}$$

$$C_{ST} = 85 \quad T_{eff} \geq 1 \text{ sec}$$



**Fig.3.10. Smorzamento isteretico rispetto alla duttilità.**

I risultati di tali prove hanno indicato una sovrastima dello smorzamento equivalente e una conseguente sottostima degli spostamenti per periodi intermedi-lunghi. La sovrastima dello smorzamento è proporzionale alla quantità di energia dissipata e al livello di duttilità. Una larga sottostima dello smorzamento equivalente, invece, si ha per periodi efficaci brevi, in particolare minori di 0.4 sec. La dispersione nei risultati è proporzionale alla duttilità per i modelli di Takeda e Ring-Spring. La dispersione è compresa tra il 20% e il 40% per periodi intermedi e lunghi. Nel caso del modello elasto-plastico, la dispersione è leggermente più alta.

#### *Osservazioni*

Confrontando il metodo di Dwairi e il metodo di Jacobsen, si notano notevoli miglioramenti soprattutto per periodi efficaci minori di un secondo, per i quali l'approccio di Jacobsen presentava maggiori problemi. In conclusione il metodo proposto da Dwairi produce buoni risultati se si considerano più terremoti mentre sono probabili gli errori se si considerano terremoti singoli.

#### **3.3.2.4 Metodo di Rodrigues et al. (2012)**

Gli autori provano a correlare l'energia di dissipazione con lo smorzamento equivalente considerando dei pilastri in cemento armato soggetti a carichi assiali e

biassiali. Rodrigues analizza ventiquattro pilastri con caratteristiche geometriche differenti, sottoposti a cicli di carico differenti in condizione di spostamenti controllati.

La resistenza media del calcestruzzo è stata ottenuta attraverso tests effettuati su campioni e due attuatori orizzontali sono usati per applicare i carichi laterali sul pilastro campione.

Poiché l'attuatore del carico assiale rimane nella stessa posizione durante la prova mentre il pilastro devia lateralmente, viene utilizzato un dispositivo di scorrimento (posto tra la sommità del pilastro e l'attuatore), che è stato costruito per minimizzare gli effetti di attrito. Per tutti i campioni testati, è stata imposta una forza assiale costante, sia assoluta che normalizzata. Al fine di caratterizzare la risposta dei pilastri, sono state imposti spostamenti laterali ciclici in cima al pilastro con aumento costante dei livelli di domanda. Tre cicli di carico sono stati ripetuti per ogni livello di domanda di deformazione laterale. Questa procedura consente di avere informazioni sul comportamento del pilastro e quindi di poter effettuare un confronto tra i diversi test e di poter calibrare i modelli numerici.

### **Passo 1 : Risposta globale dei pilastri.**

Dal grafico taglio-spostamento ricavato dagli autori, si distinguono quattro zone: una di pre-fessurazione, una di post-fessurazione (snervamento dell'acciaio), una di post snervamento (incrudimento) e una di addolcimento. Nelle prove di carico biassiali la quarta fase è più pronunciata rispetto alla terza perciò si ha un brusco decadimento di resistenza del pilastro cioè una maggiore esigenza di deformazioni laterali. La rigidità iniziale del pilastro non è influenzata se si considera il carico biassiale; la forza massima calcolata in una specifica direzione del pilastro, è minore per carico biassiale. Il carico biassiale, infatti, produce una riduzione di resistenza del 20-30% lungo la direzione debole (Y) e del 8-15% lungo la direzione forte (X). La duttilità ultima è significativamente ridotta per carico biassiale ed il degrado del pilastro aumenta quando la richiesta di duttilità è superiore a tre.

## **Passo 2: Energia dissipata.**

Su tutti i tests, l'energia dissipata per isteresi è stata valutata considerando l'area di ciascun ciclo di carico in direzione x e y e l'energia totale è stata calcolata come la somma di queste due parti, secondo le seguenti equazioni.

$$Ed_x = \int F_x d_x \quad [3.53]$$

$$Ed_y = \int F_y d_y \quad [3.54]$$

$$Ed_{tot} = \int F_x d_x + \int F_y d_y \quad [3.55]$$

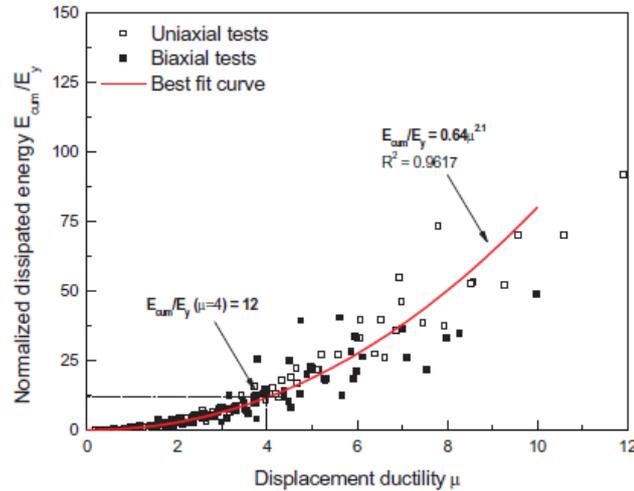
Gli autori concludono che:

- Per carico monoassiale si ha un'energia dissipata più bassa se la forza viene applicata lungo la direzione debole del pilastro;
- I carichi biassiali producono un quantitativo di energia dissipata maggiore;
- Nel caso di carico cruciforme, a rombo e circolare, il quantitativo di energia dissipata è simile;
- Il percorso di carico quadrangolare produce meno energia;
- Confrontando l'energia dissipata dei percorsi di carico biassiali con la somma dell'energia dissipata nelle due prove unidirezionali, il percorso di carico romboidale tende a dissipare più del 10-20% e il percorso di carico circolare dissipa più del 20-40%.

## **Passo 3: Energia dissipata fino al raggiungimento del collasso.**

Gli autori studiano e verificano le considerazioni presenti in letteratura riguardo al tema dell'energia dissipata e analizzano, quindi, l'energia dissipata dall'inizio della prova fino alla rottura del pilastro, inoltre, per tutti i pilastri analizzati, determinano l'energia dissipata che normalizzano rispetto all'energia totale dissipata fino allo snervamento ( $E_y$ ) e la correlano con la duttilità (Fig. 3.11).

$$\frac{E_{cum}}{E_y} = 0.64\mu^{2.1} \quad [3.56]$$



**Fig. 3.11. Energia dissipata normalizzata e duttilità**

La formula, su suggerimento anche degli autori, richiede ulteriori approfondimenti.

#### **Passo 4: Smorzamento viscoso equivalente.**

Nel caso di carico assiale lo smorzamento viscoso equivalente è pari a :

$$\xi_{eq} = \xi_{el} + \xi_{hyst} \quad [3.57]$$

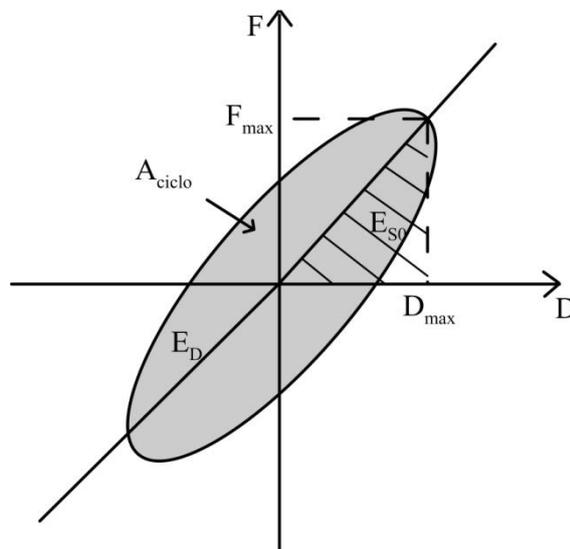
In cui si ha la somma fra lo smorzamento elastico relativo alla rigidezza iniziale e lo smorzamento isteretico relativo alla rigidezza secante, questo ultimo è calcolato attraverso la seguente formula:

$$\xi_{hyst} = \frac{E_D}{4\pi E_{so}} = \frac{A_{loop}}{2\pi F_{max} D_{max}} \quad [3.58]$$

Nel caso in cui però, la risposta isteretica non sia perfettamente simmetrica e ciò accade per carichi sismici, l'equazione precedente risulta inappropriata. Pertanto, gli autori, sulla base degli studi svolti da Jacobsen e Varum, calcolano lo

smorzamento viscoso equivalente, considerando ciascun semiciclo della curva forza-spostamento (Fig.3.12 ), secondo la seguente procedura.

- Ogni semiciclo è identificato cioè delimitato dallo zero e dalla forza.
- I valori della forza e dello spostamento massimi ( $F_{max}$  e  $D_{max}$ ) vengono determinati in modo da poter calcolare l'energia elastica di deformazione ( $E_{S0}$ ).
- L'energia dissipata ( $E_D$ ) viene calcolata facendo l'integrale dell'area della curva forza-spostamento.



**Fig. 3.12. Smorzamento per un semiciclo isteretico**

- Lo smorzamento isteretico viene calcolato come di seguito:

$$\xi_{hyst} = \frac{1}{\pi} \frac{A_{half-loop}}{F_{max} D_{max}} \quad [3.59]$$

Questa espressione dello smorzamento isteretico può essere utilizzata come primo approccio ma si ottiene una sovrastima dello smorzamento equivalente (Dwairi).

### **Passo 5: Smorzamento equivalente per carichi biassiali**

L'equazione di Rodrigues per carico biassiale diventa la seguente:

$$\xi_{eq} = \frac{\xi_x \cdot E_x + \xi_y \cdot E_y}{E_x + E_y} \quad [3.60]$$

Nella formulazione proposta da Rodrigues si utilizza uno smorzamento equivalente biassiale che combina i singoli smorzamenti nelle due direzioni X e Y, pesandoli con l'energia di deformazione, calcolata come:

$$E = \frac{1}{2} \cdot K^{TOT} \cdot d_{ine}^2 \quad [3.61]$$

dove  $K^{TOT}$  è la somma delle rigidezze della struttura e di quella dei controventi dissipativi e  $d_{ine}$  è lo spostamento inelastico. L'Eq. [3.61] è valida per entrambe le direzioni.

In Fig. 3.13, lo smorzamento equivalente ottenuto, secondo le metodologie indicate da Rodrigues, viene illustrato per ogni tipo di percorso di carico.

Lo smorzamento globale equivalente stimato per le prove biassiali, dipende chiaramente dal percorso di carico, inoltre, l'autore conclude che tipicamente le equazioni utilizzate per la stima dello smorzamento equivalente per carico monoassiale, non possono essere utilizzate per calcolare lo smorzamento equivalente in condizioni di carico biassiali.

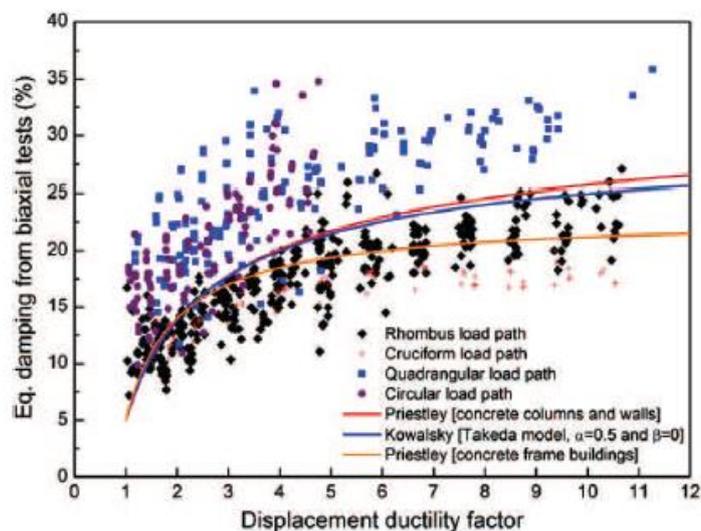
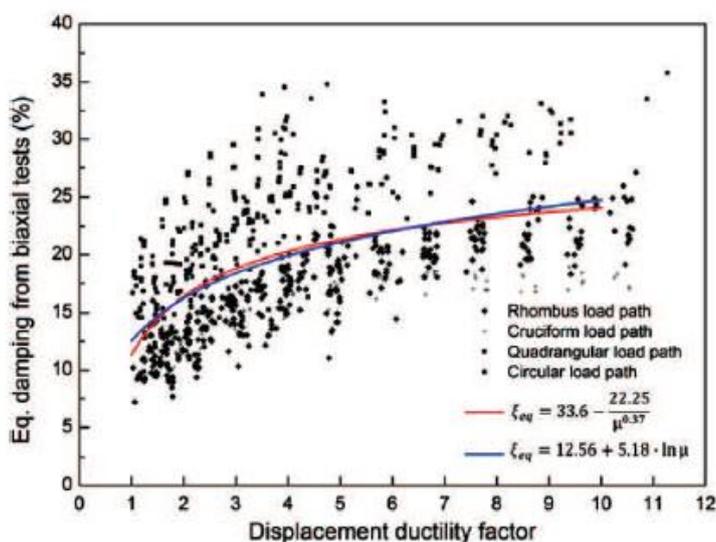


Fig.3.13. Smorzamento equivalente per carico biassiale

Per ridurre la dispersione ottenuta, gli autori propongono, considerando una serie di fattori di riduzione della dispersione stessa, le seguenti espressioni dello smorzamento equivalente per carico biassiale:

$$\xi_{eq} = 33.6 - \frac{22.25}{\mu^{0.37}} \quad [3.62]$$

$$\xi_{eq} = 12.6 + 5.18 \ln \mu \quad [3.63]$$



**Fig.3.14. Espressioni migliori per il calcolo dello smorzamento equivalente per carico biassiale**

Gli autori quindi confermano che i carichi biassiali producono un'energia di deformazione maggiore rispetto al carico monoassiale ed inoltre concludono che la geometria degli elementi considerati, e i cicli di carico influiscono sulla risposta dell'elemento e tra tutti i tipi di carico considerati dagli autori, il percorso di carico circolare è quello che produce maggiore energia di deformazione, mentre avviene il contrario con il percorso di carico quadrangolare.

### 3.3.2.5 Ulteriori metodi per il calcolo del fattore di smorzamento viscoso equivalente

#### Metodo di Hudson

Nel 1965, Hudson ha esaminato l'approccio dello smorzamento viscoso equivalente per sistemi isteretici, ed ha concluso che il massimo valore possibile dello smorzamento viscoso equivalente per sistemi bilineari è pari al 15.9% e la maggior parte dei sistemi isteretici hanno valori inferiori a questo. Egli ha assunto un modello bilineare con rigidità iniziale  $K_0$ , rigidità secondaria  $r \cdot K_0$ , spostamento di snervamento  $D_y$  e spostamento massimo  $D_m$  come mostrato in Fig. 3.15.

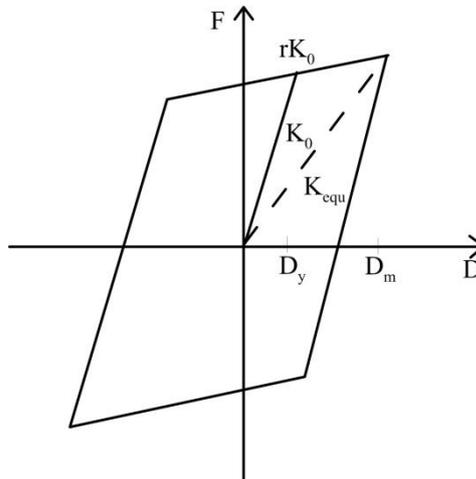


Fig. 3.15. Modello Isteretico Bilineare

Hudson quindi ha equiparato l'energia dissipata da un ciclo (vale a dire l'area del ciclo bilineare) con quella dissipata da un sistema molla-cella viscosa-massa in risonanza con la costante della molla  $K_0$  e smorzamento viscoso  $\xi_{eq}$ . L'equazione assume la seguente forma:

$$\xi_{eq} = \frac{2}{\pi} \frac{(\mu-1)(1-r)}{\mu^2}$$

[3.64]

Come notato da Jennings [1968], variazioni dei valori dello smorzamento in letteratura sono ottenute nella maniera in cui è definita la forma del periodo. Jennings ha rivisto e comparato sei precedenti metodi per ottenere la struttura lineare equivalente e ha riportato un valore minimo dello smorzamento equivalente del 15.9 % e massimo del 63.7 %.

### **Metodo di Gulkan e Sozen**

Nel 1974, Gulkan e Sozen hanno introdotto la definizione di smorzamento sostituto, utilizzando l'analisi *time-history* del terremoto e la risposta *time-history* di un sistema SDOF. Nella loro attività di ricerca, calcolarono lo smorzamento viscoso sostituto equiparando l'energia in ingresso nel sistema con l'energia dissipata da uno smorzatore viscoso immaginario durante il periodo di eccitazione. Gulkan e Sozen confrontarono i risultati del loro approccio con i risultati sperimentali e con l'approccio di Jacobsen, e verificarono che vi era una buona corrispondenza. Il limite dell'approccio proposto da Gulkan e Sozen, sta nel fatto che richiede la preventiva conoscenza del sistema di risposta che non è disponibile in fase di progettazione, mentre l'approccio di Jacobsen non richiede tali conoscenze e, di conseguenza, è più adatto alla procedura di progettazione.

### **Metodo di Shibata e Sozen**

Nel 1976, Shibata e Sozen hanno introdotto la definizione di una struttura sostituta per determinare le forze sismiche di progetto per una determinata struttura e per una determinata intensità del terremoto. Hanno caratterizzato la struttura sostituta con uno smorzamento sostituto e con una rigidezza efficace (o secante) in corrispondenza della massima risposta. Quest'ultima è la pendenza della linea che collega l'origine al massimo spostamento in un modello isteretico. Utilizzando la definizione di rigidità efficace, e utilizzandola nel modello bilineare isteretico in Fig. 3.15 si arriva alla seguente relazione tra la rigidità iniziale e la rigidità efficace:

$$K_0 = \frac{\mu}{r\mu - r + 1} K_{eq} \quad [3.65]$$

Nel 1980, Iwan e Gates ottennero lo smorzamento equivalente basato sull'analisi statistica di 12 terremoti registrati, minimizzando l'errore tra lo spostamento esatto e quello approssimato:

$$\xi_{eq} = 0.0587(\mu-1)^{0.371} \quad [3.66]$$

Il metodo verrà analizzato in modo più approfondito in seguito.

### **Metodo di Kowalsky et al.**

Nel 1995, Kowalsky e altri applicarono l'approccio di Jacobsen a vari modelli isteretici; utilizzando la stessa formulazione e applicandola al modello isteretico bilineare riportato in Fig. 3.15, ossia equiparando l'energia dissipata da un ciclo del modello bilineare con l'energia dissipata da un ciclo sinusoidale di risposta di un sistema molla-cella viscosa-massa in risonanza, con la costante della molla  $K_{eq}$  ottennero:

$$\xi_{eq} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{(\mu-1) \cdot (1-r)}{\mu \cdot (1+r \cdot \mu - r)} \quad [3.67]$$

### *Considerazioni*

Miranda e Garcia (2002) hanno rivisto quattro dei più recenti approcci usati per approssimare la risposta non lineare basata sul concetto di struttura equivalente, due di questi metodi sono quelli di Gulkan e Sozen (1974) e Kowalsky (1995). Miranda e Garcia hanno concluso che entrambi i metodi producono ragionevolmente buone stime del massimo spostamento in un intervallo di lungo periodo, mentre entrambi gli approcci sovrastimano gli spostamenti in un intervallo di breve periodo. Gli autori, inoltre, conclusero che il metodo di Iwan e Gates produce risultati migliori nell'intervallo di lungo periodo rispetto ai due precedenti; tuttavia, gli spostamenti sono stati sottostimati per un intervallo di breve periodo. È importante evidenziare che le equazioni empiriche, che hanno una forma di periodo variabile, non sono direttamente connesse con il taglio alla base di progetto. Inoltre, queste equazioni usualmente non prendono in considerazione la forma del modello isteretico, quindi sono meno legati al

comportamento strutturale e perciò meno attraenti per le procedure di progettazione.

Recentemente Ramirez et al. (2002) hanno validato i metodi semplificati dell'analisi anelastica suggeriti nel 2000 dalle disposizioni del NEHRP che sono basate sull'approccio JDSS. Più recentemente, Kwan et al. (2003) hanno proposto delle relazioni empiriche per lo smorzamento equivalente e la forma del periodo derivata dalla minimizzazione dello scarto quadratico medio degli errori tra gli spostamenti dei sistemi non lineari e il sistema equivalente lineare. Sei modelli isteretici, 20 moti del suolo, e periodi tra 0,1 e 1,5 sec. sono stati considerati. Le equazioni proposte differiscono da quelle empiriche precedenti valutando per il tipo di modello isteretico, tuttavia, utilizzano uno spostamento variabile nel periodo. Questi modelli hanno prodotto stime dello smorzamento equivalente date dai metodi di Iwan e Gates (1979) e Gulkan e Sozen (1974) per elementi in cemento armato.

Dwairi (2007) attraverso il suo studio ha contribuito a: (1) identificare lo sparpagliamento associato con l'approccio JDSS utilizzato nel DDBD; e (2) migliorare l'accuratezza dell'approccio DBDD fornendo espressioni dello smorzamento equivalente alternative usando una forma del periodo definito dalla rigidità secante, se necessario. Il metodo proposto dall'autore viene discusso in seguito in modo più dettagliato.

### 3.3.2.6 Metodologie adottate

#### 3.3.2.6.1 Formulazione di Rodrigues (2012)

Alcuni studi basati su prove sperimentali hanno portato alla formulazione di altre espressioni per tener conto del fatto che i pilastri in realtà non sono soggetti solo a carico mono-assiale ma anche a carico biassiale. In virtù di ciò nel caso dell'edificio in esame lo smorzamento viscoso equivalente della struttura è stato calcolato con una espressione derivante da prove sperimentali effettuate da Rodrigues e dipendente dal coefficiente di duttilità della struttura  $\mu$ .

$$\xi_{eq} = \xi_F = 33.6 - \frac{22.25}{\mu^{0.37}} \cong 12.56 + 5.18 \ln \mu \quad [3.68]$$

### **Fattore di smorzamento viscoso equivalente del controvento dissipativo**

Analogamente a quanto visto nel paragrafo precedente, lo smorzamento viscoso equivalente del controvento dissipativo ( $\xi_{DB}$ ) si può valutare con una formula analoga a quella utilizzata per calcolare lo smorzamento viscoso equivalente della struttura senza controventi.

$$\xi_{DB}(\%) = 63.7 \frac{(\mu_{DB} - 1)(1 - r_{DB})}{\mu_{DB} [1 + r_{DB} (\mu_{DB} - 1)]} \quad [3.69]$$

Dove:

- $\mu_{DB}$  duttilità del controvento dissipativo equivalente.
- $r_{DB}$  rapporto di incrudimento del controvento dissipativo.

La duttilità del controvento dissipativo dovrebbe essere inoltre assunta non minore di quella del telaio ( $\mu_F$ ) mentre il rapporto di incrudimento si può determinare con la seguente espressione:

$$r_{DB} = \frac{1/K_B + 1/K_D}{1/K_B + 1/(r_D K_D)} = \frac{r_D(1 + K_D^*)}{1 + r_D K_D^*} \quad [3.70]$$

dove  $K^* = \frac{K_D}{K_B}$ ,  $K_B$  e  $K_D$  sono rispettivamente la rigidezza del controvento e del dissipatore. La duttilità del controvento dissipativo inoltre può essere espressa dalla seguente espressione:

$$\mu_{DB} = \frac{1 + (\mu_D - 1)(1 + r_{DB} K_D^*)}{(1 + K_D^*)} \quad [3.71]$$

### **Periodo efficace del telaio con controventi dissipativi**

Lo smorzamento viscoso equivalente del telaio con controventi dissipativi può

essere calcolato con la seguente espressione:

$$\xi_e (\%) = \xi_V + \frac{\xi_{DB} V_p^{(DB)} + \xi_F V_p^{(F)}}{V_p^{(DB)} + V_p^{(F)}} \quad [3.72]$$

dove  $\xi_V$  altro non è che lo smorzamento viscoso in campo elastico; il valore che si assume di solito per  $\xi_V$  è il 5% e:

- $\xi_{DB}$  è lo smorzamento viscoso equivalente del controvento dissipativo;
- $\xi_F$  è lo smorzamento viscoso equivalente della struttura che corrisponde allo smorzamento  $\xi_{eq}$  di Rodrigues;
- $V_p^{(DB)}$  è il massimo valore del taglio alla base nella struttura con controventi dissipativi;
- $V_p^{(F)}$  è il massimo valore del taglio alla base nella struttura riferita al sistema SDOF.

Il valore di  $V_p^{(DB)}$  è incognito e quindi si determina attraverso una procedura iterativa.

Il periodo efficace della struttura controventata può essere così valutato attraverso lo spettro di spostamento elastico ( $S_{De} - T$ ) ottenuto per il fattore di smorzamento  $\xi_e$  in corrispondenza dello spostamento  $d_p$  che viene assunto per un determinato livello di prestazione.

### 3.3.2.6.2 Formulazione proposta

Nel presente paragrafo si andrà ad effettuare la caratterizzazione della procedura di Jacobsen per un sistema tridimensionale; a tale sistema verranno applicati dei dissipatori (Fig. 3.16). Essendo il sistema tridimensionale, dovremmo distinguere tutti i vari termini utilizzati per le due direzioni, X e Y. Nel seguito verrà descritta la procedura soltanto per una direzione, è analoga per l'altra.

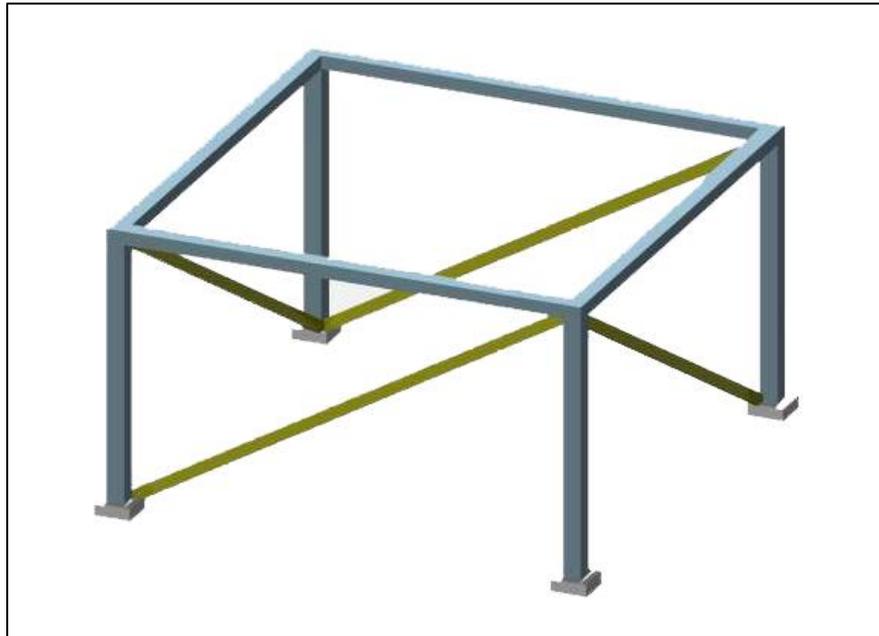


Fig. 3.16. Modello tridimensionale utilizzato per la taratura della procedura.

Come semplificazione del problema, si è assunta infinita sia la rigidezza tagliante dei traversi, sia la rigidezza assiale dei piedritti, quindi  $GA$  e  $EA$  infiniti. Le grandezze corrispondenti al telaio saranno caratterizzate dalla lettera  $F$  (dall'inglese frame, telaio), mentre quelle riguardanti il dissipatore dalle lettere  $DB$  (damped brace, controvento dissipativo). Il telaio presenta un comportamento elasto-plastico perfetto (Fig. 3.17), quindi con incrudimento pari a zero ( $r^F=0$ ).

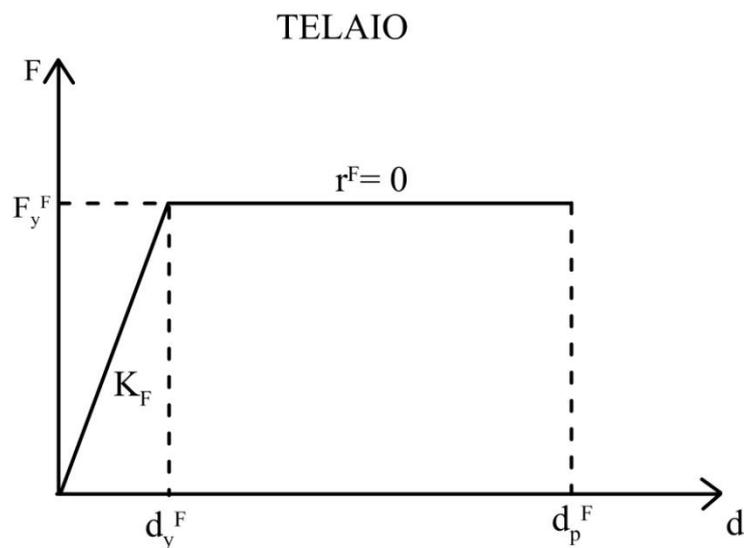
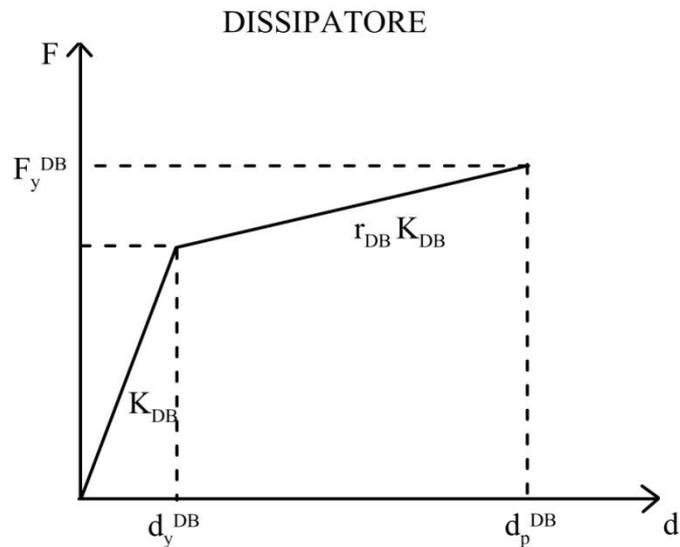


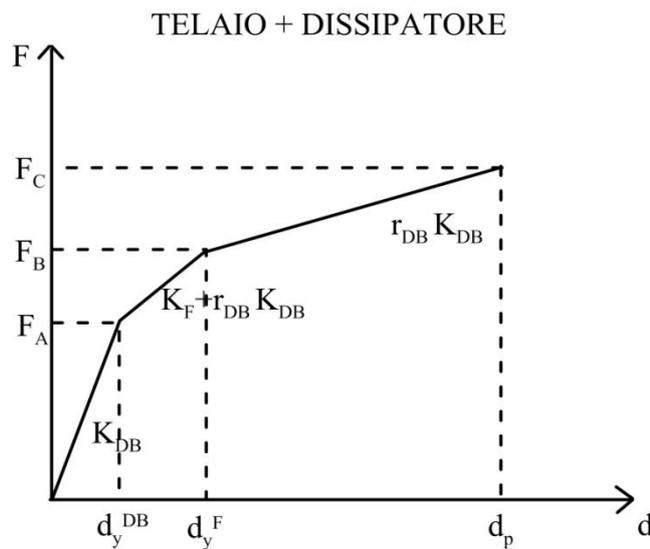
Fig. 3.17. Legame elasto-plastico perfetto del telaio.

Per il dissipatore il comportamento è di tipo bilineare (Fig. 3.18), con coefficiente di incrudimento  $r^{DB}$ .



**Fig. 3.18. Legame bilineare del dissipatore.**

Il sistema composto da telaio + dissipatore avrà comportamento dato dalla somma dei singoli legami utilizzati per telaio e dissipatore; quindi sarà di tipo trilineare (Fig. 3.19).



**Fig. 3.19. Legame telaio+dissipatore.**

dove:

$$F_A = F_y^{DB} + K_F \cdot d_y^{DB} \quad [3.73]$$

$$F_B = F_y^{DB} + F_y^F + r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot (d_y^F - d_y^{DB}) \quad [3.74]$$

$$F_C = F_y^{DB} + F_y^F + r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot (d_p - d_y^{DB}) \quad [3.75]$$

Si sono introdotti, inoltre, due rapporti,  $K^*$  e  $d^*$ :

$$K^* = \frac{K^{DB}}{K^F} \quad [3.76]$$

$$d^* = \frac{d_y^{DB}}{d_y^F} \quad [3.77]$$

Il passo successivo è l'introduzione del concetto di duttilità, sia del telaio che del dissipatore. La duttilità, in sostanza, è la capacità del sistema di deformarsi oltre il campo elastico senza sostanziali riduzioni della resistenza.

Per il telaio si ha:

$$\mu^F = \frac{d_p}{d_y^F} \quad [3.78]$$

in cui  $d_p$  è lo spostamento obiettivo.

Per la duttilità del dissipatore, assumendo il criterio delle rigidezze proporzionali, si può scrivere:

$$F_y^{DB} = K^* \cdot F_y^F \cdot d^* \quad [3.79]$$

$$\mu^{DB} = \frac{d_p}{d_y^{DB}} = \frac{\mu_F \cdot d_y^F}{d_y^{DB}} = \mu_F \cdot \frac{F_y^F}{K^F} \cdot \frac{K^{DB}}{F_y^{DB}} = \mu_F \cdot \frac{F_y^F}{K^F} \cdot \frac{K^{DB}}{K^* \cdot d^* \cdot F_y^F} = \frac{\mu^F}{d^*}$$

$$d_p = \mu_F \cdot d_y^F \quad [3.80a,b,c]$$

$$d_y^{DB}$$

Un altro aspetto importante per spostare il problema dal sistema MDOF (*Multi Degree Of Freedom*) al sistema SDOF (*Single Degree Of Freedom*) è quello del periodo efficace; si avrà bisogno di conoscere sia il periodo efficace della struttura lineare, sia il periodo iniziale della struttura non lineare. I due periodi sono così, rispettivamente, definiti:

$$T_{\text{eff}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{K_{\text{eff}}}} \quad [3.81]$$

$$T_1 = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{K^F + K^{DB}}} \quad [3.82]$$

dove  $m$  è la massa del sistema,  $K_{\text{eff}}$  è la rigidezza efficace,  $K^F$  è la rigidezza del telaio e  $K^{DB}$  è la rigidezza dei controventi dissipativi.

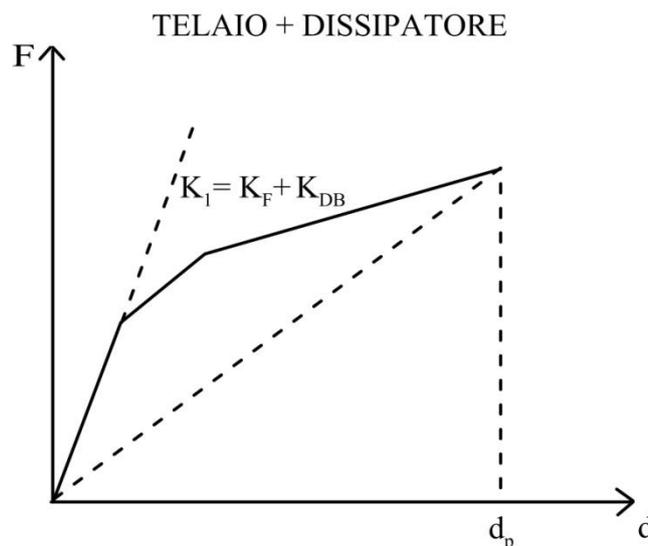


Fig. 3.20. Rigidezza della struttura non lineare.

Uguagliando le Eqq. [3.81] e [3.82], si può trovare una relazione che legghi il periodo della struttura non lineare con il periodo della struttura lineare.

$$T_{\text{eff}}^2 \cdot K_{\text{eff}} = T_1^2 \cdot (K^F + K^{\text{DB}}) \quad [3.83]$$

Di seguito vengono illustrati tutti i passaggi per scrivere l'Eq. [3.83] come funzione delle duttilità del telaio e del dissipatore e dei parametri  $K^*$  e  $d^*$ .

$$\begin{aligned}
\frac{T_{\text{eff}}}{T_1} &= \sqrt{\frac{K^F + K^{DB}}{K_{\text{eff}}}} = \sqrt{\left(\frac{F_y^F}{d_y^F} + \frac{F_y^{DB}}{d_y^{DB}}\right) \cdot \frac{d_p}{F_y^F + F_y^{DB} + r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot (d_p - d_y^{DB})}} = \\
&= \sqrt{\left(\frac{F_y^F \cdot d_y^{DB} + F_y^{DB} \cdot d_y^F}{d_y^F \cdot d_y^{DB}}\right) \cdot d_p \cdot \frac{1}{F_y^F + F_y^{DB} + r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot (d_p - d_y^{DB})}} = \\
&= \sqrt{\frac{F_y^F \cdot (d_y^{DB} + K^* \cdot d^* \cdot d_y^F)}{d_y^F \cdot d_y^{DB}} \cdot d_p \cdot \frac{1}{F_y^F + F_y^{DB} + r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot (d_p - d_y^{DB})}} = \\
&= \sqrt{\frac{F_y^F \cdot (d_y^{DB} + K^* \cdot d^* \cdot d_y^F)}{\frac{1}{\mu^F} \cdot \frac{1}{\mu^{DB}}} \cdot \frac{1}{d_p} \cdot \frac{1}{F_y^F + F_y^{DB} + r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot (d_p - d_y^{DB})}} = \\
&= \sqrt{\frac{F_y^F \cdot \left(\frac{1}{\mu^{DB}} + \frac{K^* \cdot d^*}{\mu^F}\right)}{\frac{1}{\mu^F \cdot \mu^{DB}}} \cdot \frac{1}{F_y^F + F_y^{DB} + r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot (d_p - d_y^{DB})}} = \\
&= \sqrt{F_y^F \cdot (\mu^F + K^* \cdot d^* \cdot \mu^{DB}) \cdot \frac{1}{F_y^F + F_y^{DB} + r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot (d_p - d_y^{DB})}} = \\
&= \sqrt{(\mu^F + K^* \cdot d^* \cdot \mu^{DB}) \cdot \frac{F_y^F}{F_y^F + F_y^{DB} + r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot (d_p - d_y^{DB})}} = \\
&= \sqrt{(\mu^F + K^* \cdot d^* \cdot \mu^{DB}) \cdot \frac{1}{1 + K^* \cdot d^* + \frac{r^{DB} \cdot K^{DB}}{K_F \cdot d_y^F} \cdot (d_p - d_y^{DB})}} = \\
&= \sqrt{(\mu^F + K^* \cdot d^* \cdot \mu^{DB}) \cdot \frac{1}{1 + K^* \cdot d^* + r^{DB} \cdot K^* \cdot \left(\mu^F - \frac{d_y^{DB}}{d_y^F}\right)}} =
\end{aligned}$$

$$\frac{T_{\text{eff}}}{T_1} = \sqrt{\frac{\mu^F + K^* \cdot d^* \cdot \mu^{DB}}{1 + K^* \cdot d^* + r^{DB} \cdot K^* \cdot (\mu^F - d^*)}} \quad [3.84]$$

L'ultimo passo è proprio la valutazione dello smorzamento equivalente di Jacobsen, partendo da:

$$\xi_{\text{TOT}} = \xi_V + \xi_H = \xi_V + \frac{2}{\pi} \cdot \frac{A_1}{A_2} \quad [3.85]$$

dove  $A_1$  è l'area del ciclo isteretico (del tipo trilineare), e  $A_2$  è l'area del ciclo RPP che comprende il ciclo isteretico di area  $A_1$ .

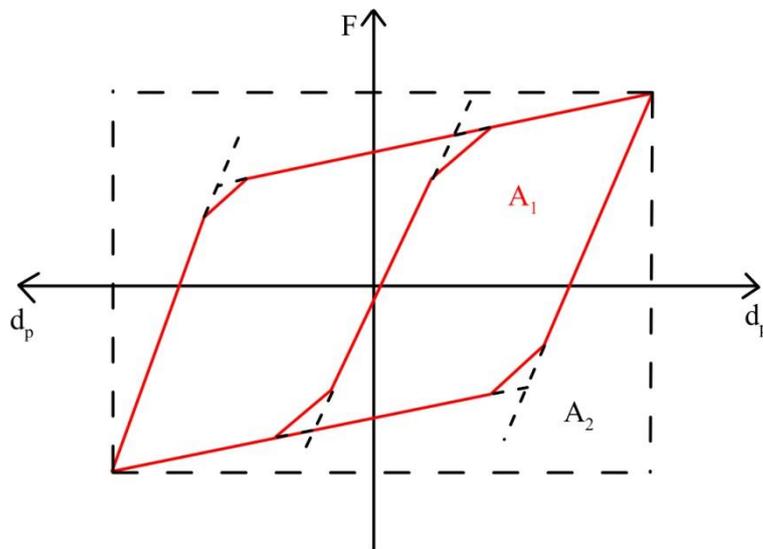


Fig. 3.21. Ciclo isteretico.

Se concentriamo l'attenzione su un singolo quadrante e facendo l'ipotesi di ciclo isteretico perfettamente centrato nell'origine possiamo vedere sia l'area  $A_1$  che l'area  $A_2$  come somma di 4 contributi di uguale entità. L'area  $A_2$  è facile da calcolare in quanto si tratta di un rettangolo:

$$A_2 = 4 \cdot [F_y^{DB} + F_y^F + r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot (d_p - d_y^{DB})] \cdot d_p \quad [3.86]$$

L'area  $A_1$  presenta, invece, delle maggiori difficoltà; in particolare sarà importante calcolare il punto di coordinate  $(F_y^*, d_y^*)$  corrispondente allo snervamento di un ipotetico legame forza-spostamento bilineare. Ricordando che:

$$F_A = F_y^{DB} + K_F \cdot d_y^{DB} \quad [3.87]$$

$$F_B = F_y^{DB} + F_y^F + r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot (d_y^F - d_y^{DB}) \quad [3.88]$$

$$F_C = F_y^{DB} + F_y^F + r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot (d_p - d_y^{DB}) \quad [3.89]$$

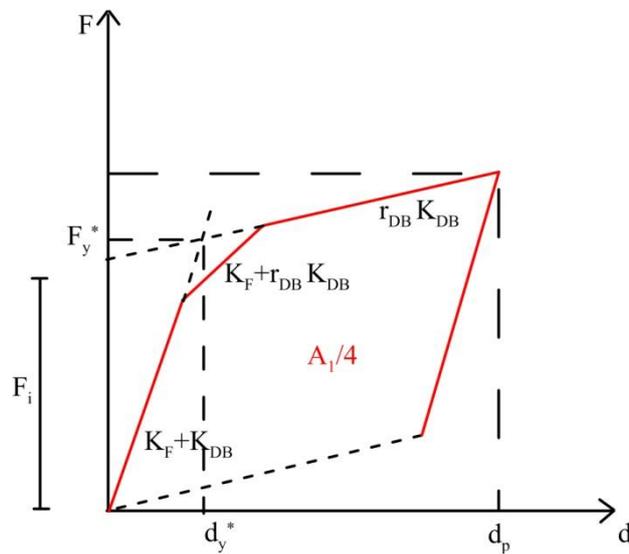


Fig. 3.22. Rappresentazione punti con coordinate  $F_y^*, d_y^*$ .

il punto di coordinate  $(F_y^*, d_y^*)$  sarà calcolato mettendo a sistema le equazioni delle rette alla cui intersezione si trova il punto cercato. In particolare l'intercetta  $F_i$  di una delle due sarà:

$$F_i = F_y^{DB} + F_y^F + r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot (d_y^F - d_y^{DB}) - r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot d_y^F \quad [3.90]$$

$$F_i = F_y^{DB} + F_y^F + r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot d_y^F - r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot d_y^{DB} - r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot d_y^F \quad [3.91]$$

$$F_i = F_y^{DB} + F_y^F - r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot d_y^{DB} \quad [3.92]$$

Calcolata l'intercetta  $F_i$  saremo in grado di risolvere il sistema tra le due rette:

$$\begin{cases} F_y^* = F_i + r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot d_y^* \\ F_y^* = (K^F + K^{DB}) \cdot d_y^* \end{cases} \quad [3.93]$$

$$F_i + r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot d_y^* = (K^F + K^{DB}) \cdot d_y^* \quad [3.94]$$

$$F_i = (K^F + K^{DB} - r^{DB} \cdot K^{DB}) \cdot d_y^* \quad [3.95]$$

ottenendo così le coordinate del punto cercato:

$$d_y^* = \frac{F_i}{K^F + K^{DB} - r^{DB} \cdot K^{DB}} = \frac{F_y^{DB} + F_y^F - r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot d_y^{DB}}{K^F + K^{DB} - r^{DB} \cdot K^{DB}} \quad [3.96]$$

$$F_y^* = (K^F + K^{DB}) \cdot \frac{F_y^{DB} + F_y^F - r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot d_y^{DB}}{K^F + K^{DB} - r^{DB} \cdot K^{DB}} \quad [3.97]$$

L'area  $A_1/4$  si può ottenere come differenza tra l'area sottesa dalla bilineare:

$$\text{Area bilineare} = [F_y^* - (r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot d_y^*)] \cdot (d_p - d_y^*) \quad [3.98]$$

e l'area  $S/2$  indicata nella seguente Fig. 3.23 in blu:

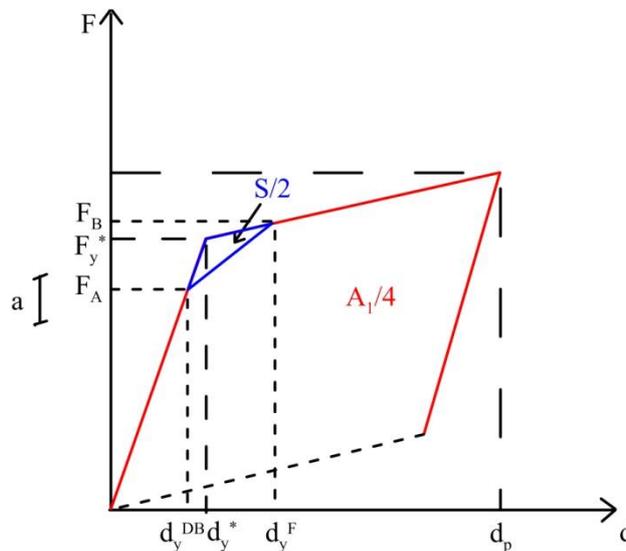


Fig. 3.23. Rappresentazione area  $S/2$ .

Per il calcolo dell'area  $S/2$  si procede con i seguenti passi:

$$a = F_y^{DB} + F_y^F + r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot (d_y^F - d_y^{DB}) - F_y^{DB} - K^F \cdot d_y^{DB} - r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot (d_y^F - d_y^{DB}) \quad [3.99]$$

$$a = F_y^F - K^F \cdot d_y^{DB} \quad [3.100]$$

$$S = a \cdot (d_y^F - d_y^*) \quad [3.101]$$

$$\frac{S}{2} = \frac{a}{2} \cdot (d_y^F - d_y^*) \quad [3.102]$$

$$\frac{S}{2} = \frac{1}{2} \cdot (F_y^F - K^F \cdot d_y^{DB}) \cdot \left( d_y^F - \frac{F_y^{DB} + F_y^F - r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot d_y^{DB}}{K^F + K^{DB} - r^{DB} \cdot K^{DB}} \right) \quad [3.103]$$

A questo punto si può riscrivere l'Eq. [3.85].

$$\xi_H = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{4 \cdot \left[ (K^F + K^{DB}) \cdot \frac{F_y^{DB} + F_y^F - r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot d_y^{DB}}{K^F + K^{DB} - r^{DB} \cdot K^{DB}} - \left( r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot \frac{F_y^{DB} + F_y^F - r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot d_y^{DB}}{K^F + K^{DB} - r^{DB} \cdot K^{DB}} \right) \right] \cdot \left( d_p - \frac{F_y^{DB} + F_y^F - r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot d_y^{DB}}{K^F + K^{DB} - r^{DB} \cdot K^{DB}} \right) - \frac{S}{2}}{4 \cdot [F_y^{DB} + F_y^F + r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot (d_p - d_y^{DB})] \cdot d_p} =$$

$$= \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\left[ \frac{F_y^{DB} + F_y^F - r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot d_y^{DB}}{K^F + K^{DB} - r^{DB} \cdot K^{DB}} \cdot (K^F + K^{DB} - r^{DB} \cdot K^{DB}) \right] \cdot \left( d_p - \frac{F_y^{DB} + F_y^F - r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot d_y^{DB}}{K^F + K^{DB} - r^{DB} \cdot K^{DB}} \right) - \frac{S}{2}}{[F_y^{DB} + F_y^F + r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot (d_p - d_y^{DB})] \cdot d_p} =$$

$$= \frac{2}{\pi} \cdot \frac{(F_y^{DB} + F_y^F - r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot d_y^{DB}) \cdot d_p - \frac{(F_y^{DB} + F_y^F - r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot d_y^{DB}) \cdot d_y^F}{K^F + K^{DB} - r^{DB} \cdot K^{DB}} - \frac{d_y^F}{2} \cdot (F_y^F - K^F \cdot d_y^{DB}) + \frac{(F_y^F - K^F \cdot d_y^{DB})}{2} \cdot \left[ \frac{F_y^{DB} + F_y^F - r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot d_y^{DB}}{K^F + K^{DB} - r^{DB} \cdot K^{DB}} \right]}{[F_y^{DB} + F_y^F + r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot (d_p - d_y^{DB})] \cdot d_p} =$$

$$= \frac{2}{\pi} \cdot \frac{F_y^F \cdot d_p \cdot \left( K^* \cdot d^{*+1} - \frac{r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot d_y^{DB}}{K^F \cdot d_y^F} \right) - \frac{F_y^F \cdot \left( K^* \cdot d^{*+1} - \frac{r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot d_y^{DB}}{K^F \cdot d_y^F} \right)^2}{K^F \cdot (1 + K^* - r^{DB} \cdot K^*)} - \frac{F_y^F \cdot d_y^F \cdot \left( 1 - \frac{K^F \cdot d_y^{DB}}{K^F \cdot d_y^F} \right)}{2} + \frac{F_y^F \cdot \left( 1 - \frac{K^F \cdot d_y^{DB}}{K^F \cdot d_y^F} \right) \cdot \left( K^* \cdot d^{*+1} - \frac{r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot d_y^{DB}}{K^F \cdot d_y^F} \right)}{2 \cdot K^F \cdot (1 + K^* - r^{DB} \cdot K^*)}}{F_y^F \cdot d_p \cdot \left( K^* \cdot d^{*+1} + \frac{r^{DB} \cdot K^{DB} \cdot d_y^{DB}}{K^F \cdot d_y^F} \cdot (\mu^F - 1) \right)} =$$

$$= \frac{2}{\pi} \cdot \frac{F_y^F \cdot d_p \cdot (K^* \cdot d^{*+1} - r^{DB} \cdot K^* \cdot d^*) - \frac{F_y^F \cdot d_y^F \cdot (K^* \cdot d^{*+1} - r^{DB} \cdot K^* \cdot d^*)^2}{(1 + K^* - r^{DB} \cdot K^*)} - \frac{F_y^F \cdot d_y^F \cdot (1 - d^*)}{2} + \frac{F_y^F \cdot d_y^F \cdot (1 - d^*) \cdot (K^* \cdot d^{*+1} - r^{DB} \cdot K^* \cdot d^*)}{2 \cdot (1 + K^* - r^{DB} \cdot K^*)}}{F_y^F \cdot d_p \cdot (K^* \cdot d^{*+1} + r^{DB} \cdot K^* \cdot d^* (\mu^{DB} - 1))} =$$

$$\xi_H = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\mu^F \cdot (K^* \cdot d^{*+1} - r^{DB} \cdot K^* \cdot d^*) - \frac{(K^* \cdot d^{*+1} - r^{DB} \cdot K^* \cdot d^*)^2}{(1 + K^* - r^{DB} \cdot K^*)} + \frac{(1 - d^*)}{2} \cdot \left( \frac{K^* \cdot d^{*+1} - r^{DB} \cdot K^* \cdot d^*}{1 + K^* - r^{DB} \cdot K^*} - 1 \right)}{\mu^F \cdot (K^* \cdot d^{*+1} + r^{DB} \cdot K^* \cdot d^* (\mu^{DB} - 1))} \quad [3.104]$$

Quella vista fino ad ora è la procedura generale per arrivare all'equazione dello smorzamento di Jacobsen che utilizzeremo; in realtà, come specificato all'inizio di questo paragrafo, essendo il caso di studio un caso tridimensionale dovremmo distinguere separatamente i vari termini per le due direzioni X e Y. Quindi il nostro sistema equivalente al sistema MDOF non sarà un sistema ad un solo grado di libertà, e quindi SDOF, ma un sistema a due gradi di libertà.

### **Procedura di valutazione**

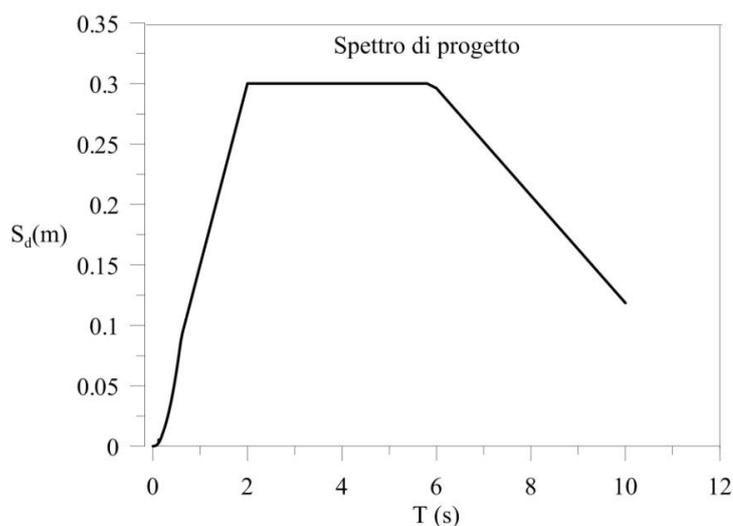
L'approccio dello smorzamento equivalente è stato valutato attraverso la procedura del *Direct Displacement Based Design* confrontando gli spostamenti delle analisi time history non lineari (NLTH) con gli spostamenti delle strutture lineari equivalenti (ELS), al fine di quantificare lo scarto nei risultati.

Si sono individuate due fasi, descritte nel seguito come Procedura 1 e Procedura 2.

#### **3.3.2.6.2.1 Procedura N.1**

##### **Passo 1: Scelta dello spettro di spostamento obiettivo.**

Essendo la procedura basata sugli spostamenti, il primo passo è stato quello di scegliere i parametri per la definizione dello spettro di spostamento obiettivo. Si è scelto di utilizzare lo spettro di spostamento dell'Eurocodice 8 corrispondente ad un'accelerazione di 0.35g e una categoria di sottosuolo C.



**Fig. 3.24. Spettro di spostamento obiettivo**

### Passo 2: Scelta accelerogrammi compatibili con lo spettro.

Attraverso l'utilizzo del software Rexel-Disp, sviluppato dal Reluis (Rete dei Laboratori Universitari di Ingegneria Sismica), si sono ricercati gli accelerogrammi a due componenti compatibili con lo spettro di spostamento considerato. Gli accelerogrammi sono stati ricercati all'interno di un database chiamato SIMBAD: tale database contiene registrazioni di terremoti di tutto il mondo con magnitudo  $M$  compresa tra 5 e 7.3 e distanza epicentrale massima  $R$  all'incirca pari a 35 km. Nel caso in esame, si è considerata una magnitudo  $M$  compresa tra 5 e 7, una distanza epicentrale massima  $R$  di 30 km, con un limite inferiore e superiore di compatibilità degli accelerogrammi, rispettivamente, del 10% e 20%. La compatibilità, inoltre, è stata ricercata nell'intervallo di periodo  $T$  tra 0.15s e 4s.

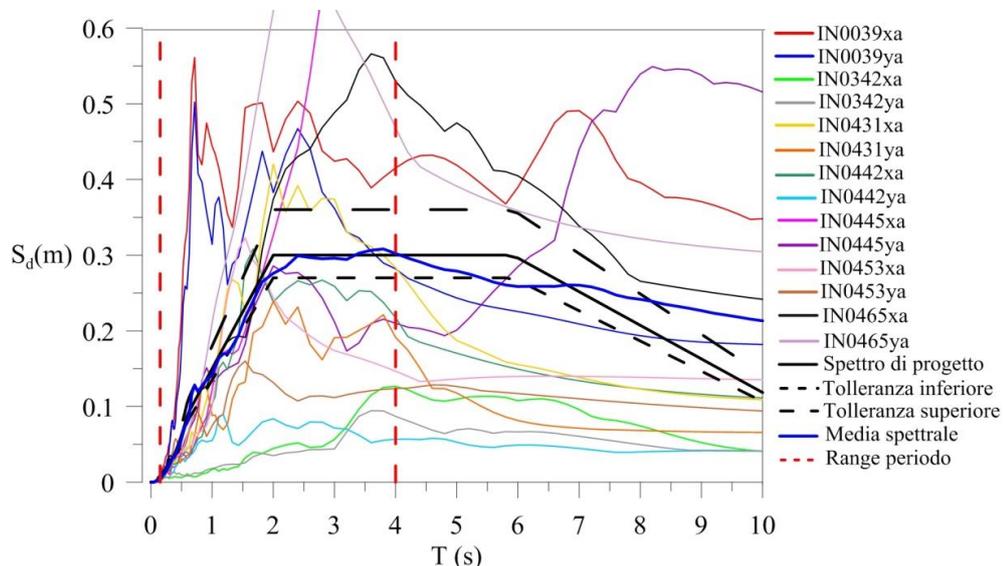
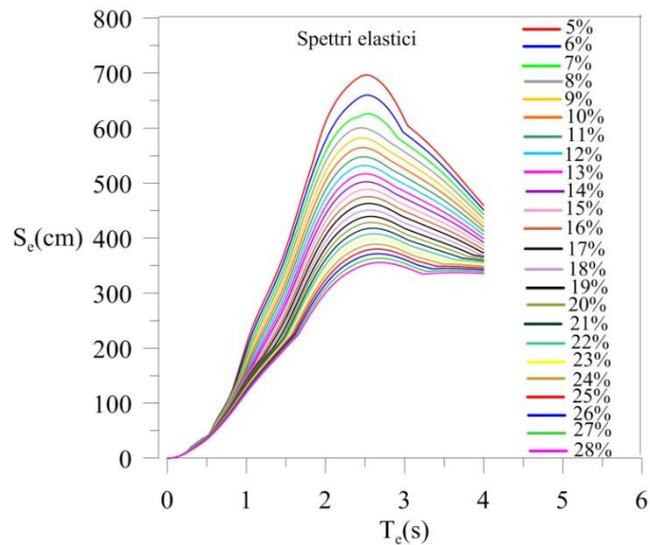


Fig. 3.25. Accelerogrammi compatibili con lo spettro di spostamento obiettivo.

### Passo 3: Costruzione spettri elastici.

Con l'utilizzo di un ulteriore software, SeismoSpect, partendo dagli accelerogrammi compatibili, si sono generati gli spettri elastici di spostamento per diversi valori dello smorzamento, dal 5% al 28% (come prescritto da normativa).



**Fig.3.26. Spettri elastici di spostamento.**

**Passo 4: Assegnazione parametri  $K^*$  e  $d^*$ .**

La fase successiva è quella di assegnazione dei parametri  $K^*$  e  $d^*$ ; i passi che si vedranno di seguito rappresentano l'applicazione generale della procedura. In realtà la procedura dovrebbe essere distinta per le due direzioni considerate, X e Y; da ciò ne consegue che i valori di  $K^*$  e  $d^*$  (e di conseguenza di tutti gli altri parametri dipendenti da loro) sono in generale diversi lungo X e lungo Y.

**Passo 5: Calcolo duttilità  $\mu^F$  e  $\mu^{DB}$ .**

Successivamente si passa al calcolo delle duttilità  $\mu^F$  e  $\mu^{DB}$ , partendo dalla Eq. [3.104], assegnando caso per caso, allo smorzamento valori dal 5% al 28%.

**Passo 6: Calcolo periodo  $T_I$  del sistema non lineare.**

Si passa poi al calcolo del periodo iniziale del sistema non lineare  $T_I$ , assegnando valori di  $T_{eff}$  compresi tra 0.1s e 2.0s, con un intervallo di 0.1s; avremo quindi 20 valori, per ogni caso, di  $T_{eff}$  che corrispondono a 20 oscillatori che ci aiutano a semplificare il problema.

**Passo 7: Valutazione della massa  $m$  del sistema partendo dallo sforzo normale adimensionalizzato.**

Nel presente lavoro si è voluto valutare l'influenza dello sforzo normale nella procedura. Per tener conto dello sforzo normale si è seguita una procedura per la valutazione delle dimensioni dei piedritti da considerare e di conseguenza della loro rigidità e della massa del sistema. Si parte dalla definizione di sforzo normale adimensionalizzato:

$$v = \frac{N}{N_{cu}} \quad [3.105]$$

in cui  $N$  e  $N_{cu}$  sono, rispettivamente, lo sforzo normale agente nella sezione e quello ultimo della sezione stessa.

Considerando la sola sezione resistente in calcestruzzo, senza considerare l'armatura, e considerando una sezione quadrata, possiamo scrivere che:

$$v = \frac{N}{N_{cu}} = \frac{N}{0.8 \cdot b^2 \cdot f_{cd}} = \frac{m \cdot g}{0.8 \cdot b^2 \cdot f_{cd}} \quad [3.106]$$

dove  $m$  è la massa,  $g$  è l'accelerazione di gravità,  $b$  è la dimensione della sezione,  $f_{cd}$  è la resistenza cilindrica di calcolo del calcestruzzo e 0.8 è un coefficiente di riduzione utilizzato per ridurre  $f_{cd}$  nel caso di solo sforzo normale. Nell'Eq. [3.106] le incognite presenti sono due:  $b$  e  $m$ ,  $v$  e  $f_{cd}$  vengono assegnati. Per risolvere il problema bisogna considerare altre due equazioni, relative entrambe alla rigidezza del telaio  $K^F$ :

$$K^F = \frac{48 \cdot E \cdot I}{h^3} = \frac{48 \cdot E \cdot b^4}{12 \cdot h^3} = \frac{4 \cdot E \cdot b^4}{h^3} \quad [3.107]$$

$$K^F = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot m}{T_1^2 \cdot (1+K^*)} \quad [3.108]$$

in cui  $E$  è il modulo elastico del cls e  $h$  è l'altezza dei piedritti. Uguagliando le due equazioni troviamo che:

$$m = \frac{E \cdot b^4 \cdot T_1^2 \cdot (1+K^*)}{h^3 \cdot \pi^2} \quad [3.109]$$

Mettendo a sistema l'Eq. [3.107] con l'Eq. [3.108], si può quindi ricavare la massa  $m$  e le dimensioni dei piedritti imponendo un determinato valore dello sforzo normale adimensionalizzato. Nel nostro caso di studio, la valutazione è stata effettuata imponendo tre differenti valori di  $v$  pari a 0.2, 0.4 e 0.6.

**Passo 8: Calcolo delle rigidezze  $K^F$  e  $K^{DB}$ .**

Ottenuta la dimensione  $b$  dal passo precedente si può valutare, di conseguenza la rigidezza del telaio  $K^F$  e la rigidezza del sistema dissipatore+controventi  $K^{DB}$ , essendo entrambe legate dal parametro  $K^*$ :

$$K^F = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot m}{T_1^2 \cdot (1 + K^*)} \quad [3.110]$$

$$K^{DB} = K^F \cdot K^* \quad [3.111]$$

**Passo 9: Calcolo degli spostamenti di snervamento  $d_y^F$  e  $d_y^{DB}$ .**

Si possono calcolare lo spostamento di snervamento del telaio e del sistema dissipatore+controvento partendo dallo spostamento spettrale  $S_{eff}$  in corrispondenza del periodo  $T_{eff}$  che stiamo analizzando.

Infatti per definizione di spettro, lo spostamento spettrale è il massimo spostamento per un oscillatore a 1 g.d.l. con un determinato periodo.

Ricordando che lo spostamento massimo del telaio  $d_p^F$  deve essere uguale a quello del sistema dissipatore+controvento  $d_p^{DB}$  possiamo quindi scrivere che:

$$d_p^F = d_p^{DB} = d_p = S_{eff} \quad [3.112]$$

$$d_y^F = \frac{S_{eff}}{\mu^F} \quad [3.113]$$

$$d_y^{DB} = \frac{S_{eff}}{\mu^{DB}} \quad [3.114]$$

**Passo 10: Calcolo forze di snervamento  $F_y^F$  e  $F_y^{DB}$ .**

Avendo gli spostamenti di snervamento sarà facile calcolare, tramite semplici considerazioni di carattere geometrico, la forza di snervamento del telaio  $F_y^F$  e quella del sistema dissipatore + controvento  $F_y^{DB}$ :

$$F_y^F = K^F \cdot d_y^F \quad [3.115]$$

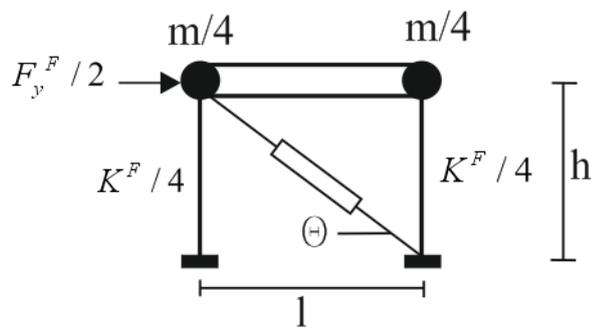
$$F_y^{DB} = K^{DB} \cdot d_y^{DB} \quad [3.116]$$

**Passo 11: Calcolo caratteristiche dei piedritti e del sistema dissipatore+controvento.**

Le caratteristiche dei piedritti da calcolare (con ipotesi di rigidità assiale del piedritto e rigidità tagliante del traverso entrambe infinite) sono la rigidità flessionale  $EI$  del singolo oscillatore e il momento di snervamento  $M_y^F$  agli estremi:

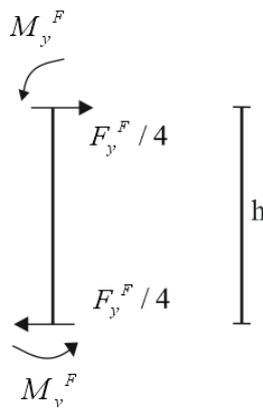
$$K^F = 4 \cdot \frac{12 \cdot EI}{h^3} \Rightarrow EI = \frac{K^F \cdot h^3}{48} \quad [3.117]$$

dove il 4 sta ad indicare il fatto che per ogni direzione siamo in presenza di 2 telai e di conseguenza di 4 piedritti.



**Fig. 3.27. Telaio piano.**

$$2 \cdot M_y = \frac{F_y^F}{4} \cdot h \Rightarrow M_y = \frac{F_y^F}{8} \cdot h \quad [3.118]$$



**Fig. 3.28. Schema piedritto.**

Per quanto riguarda il sistema dissipatore+controvento, le caratteristiche da calcolare sono la rigidezza assiale del sistema  $EA^{DB}_\theta$ , quella assiale del solo controvento  $EA^B_\theta$ , quella assiale del solo dissipatore  $EA^D_\theta$  e la forza assiale di snervamento agente lungo il dissipatore  $F_{y\theta}^{DB}$ :

$$K_\theta^{DB} = \frac{K^{DB}}{2 \cdot \cos^2(\theta)} \cong K_\theta^D \quad [3.119]$$

$$EA_\theta^{DB} = K_\theta^{DB} \cdot d \quad [3.120]$$

Il due al denominatore dell'Eq. [3.119] indica il numero dei controventi per ogni direzione, uno per telaio.

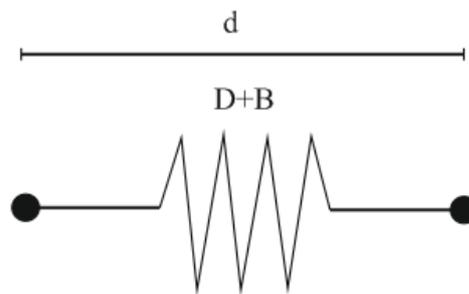


Fig. 3.29. Schema per calcolo rigidezza assiale del sistema dissipatore+controvento.

$$EA_\theta^D = K_\theta^D \cdot \frac{d}{2} \quad [3.121]$$

$$EA_\theta^B = K_\theta^B \cdot \frac{d}{2} \quad [3.122]$$

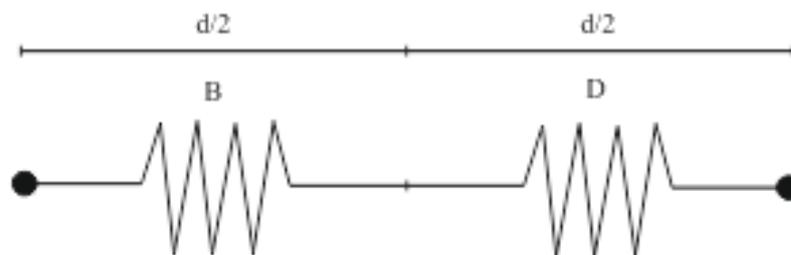


Fig. 3.30. Schema per il calcolo della rigidezza assiale del controvento e del dissipatore.

La forza assiale di snervamento  $F_{y\theta}^{DB}$  è pari a:

$$F_{y\theta}^{DB} = \frac{F_y^{DB}}{2 \cdot \cos(\theta)} \quad [3.123]$$

**Passo 12: Analisi *time history* e calcolo nuove duttilità  $\underline{\mu}^F$  e  $\underline{\mu}^{DB}$ .**

Una volta definiti tutti questi parametri, attraverso l'utilizzo di un codice di calcolo appositamente scritto in MATLAB per effettuare le analisi non lineari *time history* partendo dagli accelerogrammi ricercati come al passo 2, si otterranno gli spostamenti inelastici  $d_{ine}$ . Dal rapporto tra gli spostamenti inelastici  $d_{ine}$  dell'oscillatore non lineare (uguali sia per il telaio che per il sistema dissipatore+controvento) e gli spostamenti di snervamento  $d_y^F$  e  $d_y^{DB}$ , si avranno i nuovi valori delle duttilità  $\underline{\mu}^F$  e  $\underline{\mu}^{DB}$ .

Invece, dal rapporto tra gli spostamenti inelastici dell'oscillatore non lineare  $d_{ine}$  e quelli dell'oscillatore lineare del per ogni terremoto si calcola l'errore che si commette:

$$\text{Errore} = \frac{d_{ine}(T_1)}{d_{el}(T_{eff})} \quad [3.124]$$

**3.3.2.6.2.2 Procedura N.2**

La procedura 2 ha l'obiettivo di calcolare valori dello smorzamento equivalente rivisti, attraverso la correzione della formula di Jacobsen.

**Passo 1: Valutazione dei nuovi valori del periodo  $T_{eff}$ .**

Per ogni periodo  $T_1$  del sistema elasto-plastico si determina il periodo del corrispondente sistema elastico  $T_{eff}$  sfruttando la formula precedentemente vista che mette in relazione i periodi dei due sistemi. Questa volta, tuttavia, inseriremo al suo interno i nuovi valori delle duttilità,  $\underline{\mu}^F$  e  $\underline{\mu}^{DB}$ :

$$T_{eff} = T_1 \cdot \sqrt{\frac{\underline{\mu}^F + K^* \cdot d^* \cdot \underline{\mu}^{DB}}{1 + K^* \cdot d^* + r^{DB} \cdot K^* \cdot (\underline{\mu}^F - d^*)}} \quad [3.125]$$

### **Passo 2: Valutazione nuovi valori dello smorzamento equivalente.**

Si ricerca la curva, corrispondente al valore corretto dello smorzamento viscoso equivalente  $\zeta_{tot}$ , passante per il punto di coordinate  $(T_{eff}, d_{ine})$  degli spettri elastici costruiti al passo 3 della procedura 1. Oltre ad avere questi valori, avremo ulteriori valori dello smorzamento equivalente derivati dall'espressione di Jacobsen, inserendo i nuovi valori delle duttilità  $\underline{\mu}^F$  e  $\underline{\mu}^{DB}$ ; per distinguerli, indicheremo con  $\zeta_{ine}$  il valore derivante dagli spettri, con  $\zeta_{el}$  il valore derivante dal calcolo con la formula di Jacobsen.

### **Passo 3: Smorzamento equivalente biassiale.**

Fino al passo precedente, l'algoritmo di valutazione descritto è da applicare, separatamente, ad entrambe le direzioni, X e Y. Nel nostro caso, però, il sistema è di tipo tridimensionale; a questo punto entra in gioco l'espressione di Rodrigues [2011], che combina gli smorzamenti nelle due direzioni in un unico smorzamento biassiale, pesati per l'energia di deformazione nella direzione corrispondente:

$$\zeta_{eq} = \frac{\zeta_x \cdot E_x + \zeta_y \cdot E_y}{E_x + E_y} \quad [3.126]$$

dove  $\zeta_x$  e  $\zeta_y$  sono gli smorzamenti equivalenti nelle due direzioni,  $E_x$  e  $E_y$  sono le energie di deformazione nelle due direzioni. Queste ultime due sono calcolate come:

$$E_x = \frac{1}{2} \cdot K_x^{tot} \cdot d_{ine,x}^2 \quad [3.127]$$

$$E_y = \frac{1}{2} \cdot K_y^{tot} \cdot d_{ine,y}^2 \quad [3.128]$$

in cui  $K_x^{tot}$  e  $K_y^{tot}$  sono, rispettivamente, le rigidezze totali (somma della rigidezza del telaio e di quella del sistema dissipatore+controvento) in direzione X e Y,  $d_{ine,x}$  e  $d_{ine,y}$  sono gli spostamenti inelastici nelle due direzioni.

Così come si è descritto nel passo 2 di questa procedura, si avranno valori dello smorzamento equivalente biassiale  $\zeta_{eq,ine}$  (calcolati con  $\zeta_{ine,x}$  e  $\zeta_{ine,y}$ ) e  $\zeta_{eq,el}$  (calcolati con  $\zeta_{el,x}$  e  $\zeta_{el,y}$ ).

#### **Passo 4: Calcolo coefficiente correttivo.**

Si cerca un coefficiente correttivo da applicare alla formula di Jacobsen. Cercheremo infatti di far coincidere mediamente (su tutti i periodi o su una parte di essi) lo smorzamento equivalente biassiale  $\zeta_{eq,el}$  con lo smorzamento equivalente biassiale  $\zeta_{eq,ine}$ . Il coefficiente correttivo sarà funzione di  $K^*$  e  $d^*$ ; per trovare una sua espressione si è provveduto ad un'opportuna interpolazione, attraverso un piano dei minimi quadrati.

#### **Passo 5: Applicazione del coefficiente correttivo e verifica.**

Una volta calcolato il coefficiente e applicato alla formula di Jacobsen, si ripete per intero la procedura 1 per verificare l'efficacia delle correzioni.

### **3.3.3 Passo 3: Rigidezza efficace del controvento dissipativo equivalente**

Il passo 3 coincide con il Passo 3 della procedura vista per le strutture regolari. Determinato il periodo efficace  $T_e$ , la massa efficace  $m_e$  riferiti al sistema ad un grado di libertà, è possibile calcolare la rigidezza efficace della struttura con controventi dissipativi ( $K_e$ ) e la rigidezza efficace del controvento dissipativo ( $K_e^{(DB)}$ ) con le seguenti espressioni :

$$K_e = \frac{4\pi m_e}{T_e^2} \quad [3.130]$$

$$K_e^{(DB)} = K_e - K_e^{(F)} \quad [3.131]$$

In cui  $K_e^{(F)}$  rappresenta la rigidezza efficace della struttura senza controventi.

### **3.3.4 Passo 4: Resistenza del controvento dissipativo equivalente**

Il passo 4 coincide con il Passo 4 della procedura vista per le strutture regolari. La curva di capacità taglio – spostamento relativa alla risposta dei soli controventi è simile alla curva di capacità ottenuta per il sistema equivalente ad un grado di libertà. I contributi al tagliante di base dovuto ai controventi dissipativi in corrispondenza di  $d_p$  e di quello relativo allo snervamento ( $V_p^{(DB)}$  e  $V_y^{(DB)}$ ), sono determinati attraverso le seguenti espressioni:

$$V_p^{(DB)} = K_e^{(DB)} d_p \quad [3.132]$$

$$V_y^{(DB)} = \frac{V_p^{(DB)}}{1 + r_{DB}(\mu_{DB} - 1)} \quad [3.133]$$

Si può notare come la determinazione di  $V_p^{(DB)}$  sia legata alla rigidità efficace del controvento dissipativo  $K_e^{(DB)}$ . Per questo motivo, per determinare il valore di  $V_p^{(DB)}$  si effettua una procedura iterativa.

### 3.3.5 Passo 5: Distribuzione in elevazione dei controventi dissipativi

I controventi vengono progettati in base a due parametri fondamentali: lo sforzo di snervamento  $N_{yi}$  e la rigidità del controvento dissipativo  $K_i^{(DB)}$  da assegnare al generico piano. I valori di  $N_{yi}$  e  $K_i^{(DB)}$  vengono determinati attraverso le seguenti espressioni:

$$N_{yi} = \frac{V_{yi}^{DB}}{\cos \alpha_i} \quad [3.134]$$

$$K_i^{(DB)} = \frac{V_{yi}^{DB}}{(\varphi_i - \varphi_{i-1}) d_y^{DB} \cos^2 \alpha_i} \quad [3.135]$$

dove  $d_y^{(DB)}$  rappresenta lo spostamento al limite elastico del sistema costituito dai controventi dissipativi e:

$$V_{yi}^{DB} = \sum_{j=i}^n F_{yj}^{DB} \quad [3.136]$$

$$V_y^{DB} = \sum_{i=1}^n F_{yi}^{DB}$$

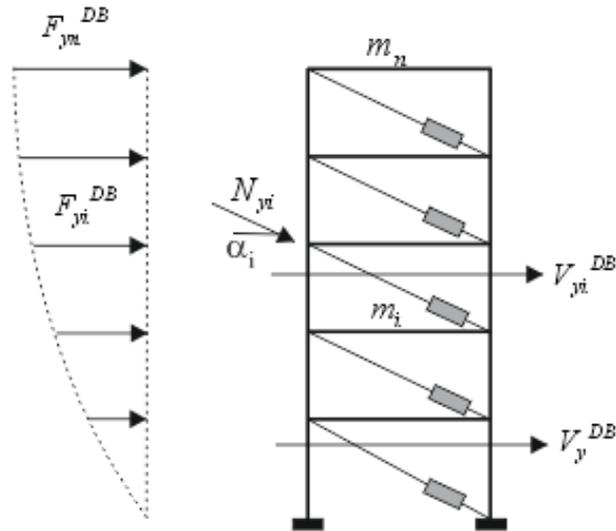


Fig. 3.31. Progetto controventi

### 3.3.6 Passo 6: Distribuzione in pianta dei controventi dissipativi

#### 3.3.6.1 Criterio delle rigidezze proporzionali

A differenza della procedura vista per le strutture regolari, in questo paragrafo si tengono in considerazione gli effetti torsionali che la struttura può subire.

La procedura vista finora serve per ripartire la rigidezza dei controventi in elevazione. La ripartizione della rigidezza in pianta invece può essere effettuata secondo due diversi approcci: approccio delle rigidezze proporzionali; approccio delle rigidezze inversamente proporzionali. Nel caso del primo approccio la distribuzione delle rigidezze dei controventi in pianta, viene effettuata mantenendo invariata l'eccentricità, cioè mantenendo invariata la posizione del baricentro delle rigidezze rispetto al baricentro delle masse. La disposizione dei controventi in pianta scelta per l'edificio in esame è mostrata nella Fig. 3.32.

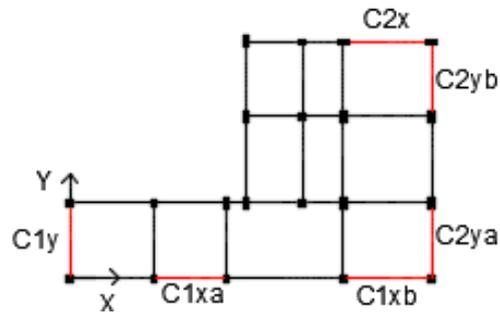


Fig. 3.32. Disposizione controventi in pianta

La scelta di questa disposizione è stata fatta in base all'architettonico e alla funzionalità dell'edificio.

### 3.3.6.2 Criterio delle rigidezze inversamente proporzionali

Questo criterio è basato sul concetto di voler annullare gli effetti torsionali sulla struttura. Per ottenere ciò si cerca di far coincidere il baricentro delle rigidezze (CR) con il baricentro delle masse (CM). La tecnica utilizzata è la medesima sia per il metodo N2 Esteso che per il metodo della Pushover 3D.

In particolare con riferimento alla disposizione dei controventi (Fig. 3.33) ed essendo la procedura di progetto basata su analisi pushover per differenti angoli di applicazione della forzante sismica, per annullare l'effetto torsionale si è seguito il seguente approccio.

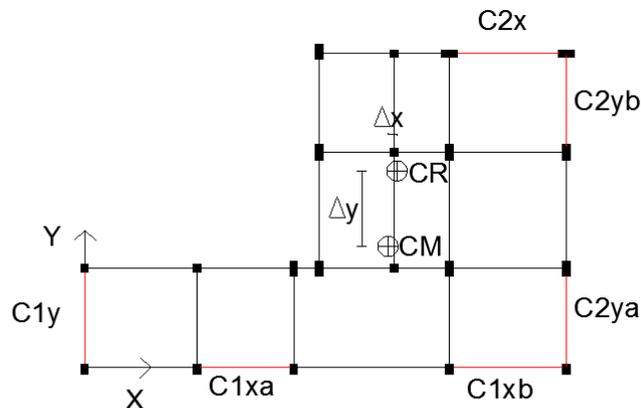


Fig. 3.33. Procedura di distribuzione delle rigidezze in pianta

$$\begin{cases} \frac{K_{c1}^X Y_{c1} + K_{c2}^X Y_{c2}}{K_{c1}^X + K_{c2}^X + K_F^X} = \Delta_y \\ \frac{K_{c1}^Y X_{c1} + K_{c2}^Y X_{c2}}{K_{c1}^Y + K_{c2}^Y + K_F^Y} = \Delta_x \\ K_{c1}^X + K_{c2}^X = K_{i,\alpha}^{(DB)} \cos \alpha \\ K_{c1}^Y + K_{c2}^Y = K_{i,\alpha}^{(DB)} \operatorname{sen} \alpha \end{cases} \quad [3.137]$$

Dove le incognite del sistema di quattro equazioni sono le rigidezze dei controventi  $K_{c1}^X$ ,  $K_{c2}^X$ ,  $K_{c1}^Y$  e  $K_{c2}^Y$ . Inoltre si ha

X	distanza lungo l'asse x dei controventi dal baricentro delle rigidezze
Y	distanza lungo l'asse y dei controventi dal baricentro delle rigidezze
i	generico piano
$\alpha$	angolo di applicazione della forza sismica
$K_F^X$	rigidezza dell'intera struttura in direzione x
$K_F^Y$	rigidezza dell'intera struttura in direzione y
$K_{i,\alpha}^{(DB)}$	rigidezza del controvento dissipativo al i-esimo piano
$\Delta_x$	distanza tra il baricentro delle rigidezze e il baricentro delle masse lungo asse x
$\Delta_y$	distanza tra il baricentro delle rigidezze e il baricentro delle masse lungo asse y

Come detto in precedenza tale approccio viene utilizzato nel caso in cui si voglia annullare l'eccentricità, cioè gli effetti torsionali. Nel caso tali effetti si vogliano lasciare invariati, basta utilizzare lo stesso approccio e quindi lo stesso sistema di quattro equazioni, con l'accortezza di porre uguale a zero i valori di  $\Delta_x$  e  $\Delta_y$ .

Infine, sia nel caso in cui si annullino gli effetti torsionali, e sia nel caso si vogliano lasciare invariati, una volta determinata la rigidezza del controvento in pianta, questa va ripartita per ogni singolo controvento. Per fare ciò si è adottato il seguente approccio

$$K_{c1,a}^X = K_{c1}^X \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha_1 + \cos^2 \alpha_2} \quad [3.138]$$

$$K_{c1,b}^X = K_{c1}^X - K_{c1,a}^X \quad [3.139]$$

Le espressioni precedenti valgono per le rigidezze dei controventi in direzione  $x$  ma le rigidezze in direzione  $y$ , si ricavano allo stesso modo.

## Capitolo 4

### Modellazione e analisi non lineari

#### 4.1 Premessa

I metodi di analisi lineare tengono conto del comportamento non lineare post – elastico della struttura in modo sintetico, ovvero tramite il fattore di struttura  $q$  che permette di ridurre lo spettro di risposta elastico, oppure attraverso il fattore  $\theta$  per tenere in conto le non linearità geometriche. Questi metodi non possono però cogliere in maniera diretta i cambiamenti nella risposta strutturale, che si verificano man mano che intervengono fenomeni di danneggiamento (inteso come progressiva plasticizzazione delle sezioni) e grandi spostamenti e quindi non consentono di individuare i meccanismi di collasso e la relativa redistribuzione delle forze; la loro utilizzazione per l'analisi delle prestazioni sotto sisma è chiaramente soggetta a forte restrizioni. È evidente quindi la necessità di ricorrere talvolta ad analisi di tipo non lineare, in quest'ambito l'analisi dinamica non lineare rappresenta senza dubbio il metodo in grado di fornire i risultati più affidabili, essendo la risposta di una struttura al terremoto sempre di tipo dinamico e non lineare. Questo metodo risulta tuttavia ancora difficilmente praticabile per le difficoltà connesse con un'opportuna scelta delle variabili strutturali da considerare e degli accelerogrammi da impiegare come input alla struttura, per le scarse indicazioni di normativa oltre che per la notevole onerosità computazionale. Un giusto compromesso tra le semplificazioni offerte da un'analisi lineare e le complessità intrinseche in una analisi dinamica non lineare è rappresentato dalle analisi statiche non lineari. Questi metodi sono tutti accomunati dall'idea di una procedura non lineare semplificata che combini una analisi statica non lineare (nota anche come analisi *pushover*) con le analisi basate sulla conoscenza degli spettri di risposta. L'analisi *pushover* rappresenta quindi uno strumento dotato di notevole potenzialità e costituisce una valida alternativa ai metodi lineari tradizionali. Infatti, l'utilizzo di tale approccio risulta molto utile per condurre verifiche che tengano conto in modo appropriato delle non linearità strutturali.

Di seguito si descrivono gli elementi comuni all'analisi statica e dinamica non lineari e successivamente gli elementi che si differenziano fra i due tipi di analisi.

## 4.2 Modellazione per l'analisi statica e dinamica non lineari

### 4.2.1 Discretizzazione nello spazio

I metodi degli elementi finiti sono tecniche atte ad approssimare le equazioni differenziali che governano un sistema continuo con un sistema di equazioni algebriche in un numero finito di incognite.

Dapprima si procede alla discretizzazione del continuo: si tratta di suddividere il dominio in sottodomini, gli elementi finiti, e di scegliere dei punti detti nodi su cui “appoggiare” le funzioni di interpolazione, in termini delle variabili nodali.

Le equazioni algebriche risolventi sono generate mediante l'impiego di un principio variazionale. Operando nell'ambito del principio di minimo dell'energia potenziale totale (elementi finiti di tipo compatibile):

- si vede la struttura come composta di elementi (travi e pilastri), interconnessi attraverso i punti nodali;
- si descrive la cinematica della struttura attraverso gli spostamenti nodali;
- si scrive l'energia di deformazione della struttura, ed il lavoro dei carichi come somma dei contributi di ogni elemento (proprietà di linearità degli integrali), cioè per assemblaggio diretto dei singoli contributi;
- si impongono le condizioni di equilibrio attraverso il principio del minimo dell'energia potenziale totale.

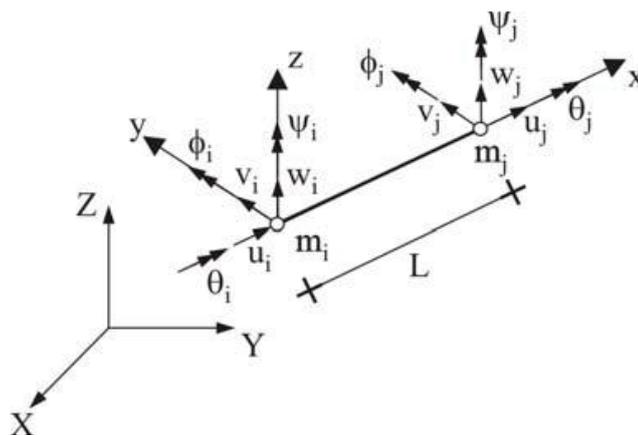
Per ogni elemento si costruiscono le matrici delle masse e delle rigidezze e il vettore dei carichi nodali. Per passare dal singolo elemento all'intera struttura si deve procedere con l'assemblaggio, che vede, però, prima il trasferimento da un riferimento locale ad uno assoluto.

Affinché si possa effettuare l'assemblaggio devono valere queste ipotesi:

- gli spostamenti nodali condivisi dagli elementi siano uguali;
- le forze nodali siano staticamente equivalenti alle forze applicate.

Il comportamento cinematico dell'elemento è caratterizzato da dodici parametri di spostamento nodali, riferiti ad una terna destrorsa con asse  $x$  coincidente con l'asse geometrico lungo l'elemento. I parametri locali vengono ordinati nel vettore  $u$  come indicato di seguito:

$$u_e = \{u_i, v_i, w_i, \theta_i, \varphi_i, \psi_i, u_j, v_j, w_j, \theta_j, \varphi_j, \psi_j\}^T \quad [4.1]$$



**Fig. 4.1. Descrizione cinematica di una trave nello spazio.**

Per il generico elemento, le matrici di rigidezza elastica  $K_e$  e delle masse  $M_e$  si possono ottenere, con riferimento al sistema locale, come:

- $K_e$  è pari alla derivata prima della risposta strutturale rispetto ai parametri spostamento assunti nel modello e quindi pari alla derivata seconda dell'energia potenziale;
- $M_e$  è pari alla derivata prima delle forze d'inerzia rispetto ai parametri accelerazione assunti nel modello e quest'ultima è pari alla doppia derivazione dell'energia cinetica, rispetto alla velocità e al tempo.

Il legame esistente tra i parametri locali e globali consente di riformulare la matrice di rigidezza dell'elemento rispetto al riferimento globale dell'intera struttura. Questo legame viene formulato come segue:

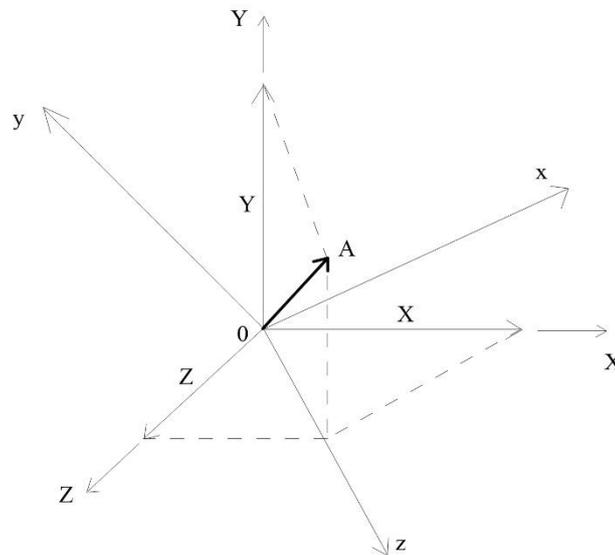
$$\bar{u}_e = T_e^t u_e \quad [4.2]$$

Dove  $T_e$  è la matrice di trasformazione che raccoglie i coseni direttori degli assi locali rispetto a quelli globali (Equ.4.4).

Prima di assemblare la matrice delle rigidezze, la matrice delle masse ed il vettore dei carichi della struttura, è necessario, quindi, rappresentarli nel riferimento globale attraverso la matrice di trasferimento  $T_e$ .

$$\begin{aligned}
 \bar{K}_e &= T_e^t K_e T_e \\
 \bar{M}_e &= T_e^t M_e T_e \\
 \bar{p}_e &= T_e^t p_e \\
 p_e &= K_e u_e
 \end{aligned}
 \tag{4.3}$$

Nella figura sottostante, si nota, che per ottenere le componenti di un vettore generale A lungo gli assi locali x, y o z, è necessario aggiungere le proiezioni alle componenti X, Y e Z lungo questo asse.



**Fig. 4.2** Componenti di un vettore generale A nelle coordinate locali e globali.

$$\begin{aligned}
 x &= X \cos xX + Y \cos xY + Z \cos xZ \\
 y &= X \cos yX + Y \cos yY + Z \cos yZ \\
 z &= X \cos zX + Y \cos zY + Z \cos zZ
 \end{aligned}
 \tag{4.4}$$

Queste equazioni si possono scrivere in forma matriciale, come illustrato di seguito.

$$T_1 = \begin{bmatrix} \cos xX & \cos xY & \cos xZ \\ \cos yX & \cos yY & \cos yZ \\ \cos zX & \cos zY & \cos zZ \end{bmatrix}
 \tag{4.5}$$

Un elemento di trave tridimensionale, richiede, per ciascuno dei due nodi, la trasformazione di un totale di quattro vettori di spostamento; analogamente per la trasformazione da forze nodali

in coordinate globali, la matrice di trasformazione, assume la seguente forma.

$$T_e = \begin{bmatrix} [T_1] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [T_1] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [T_1] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [T_1] \end{bmatrix} \quad [4.6]$$

$$p_e(t) = \begin{Bmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \\ p_3(t) \\ p_4(t) \\ p_5(t) \\ p_6(t) \\ p_7(t) \\ p_8(t) \\ p_9(t) \\ p_{10}(t) \\ p_{11}(t) \\ p_{12}(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{xi} \\ F_{yi} \\ m_i \\ F_{xj} \\ F_{yj} \\ m_j \\ F_{xi} \\ F_{zi} \\ m_i \\ F_{xj} \\ F_{zj} \\ m_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{p_x l}{2} \\ \frac{p_y l}{2} \\ \frac{p_y l^2}{12} \\ \frac{p_x L}{2} \\ \frac{p_y L}{2} \\ \frac{p_y L^2}{12} \\ \frac{12}{p_x L} \\ \frac{p_x L}{2} \\ \frac{p_z L}{2} \\ \frac{p_z L^2}{12} \\ \frac{12}{p_x L} \\ \frac{p_x L}{2} \\ \frac{p_z L}{2} \\ \frac{p_z L^2}{12} \end{Bmatrix} \quad [4.7]$$

Relativo alla seguente condizione di carico.

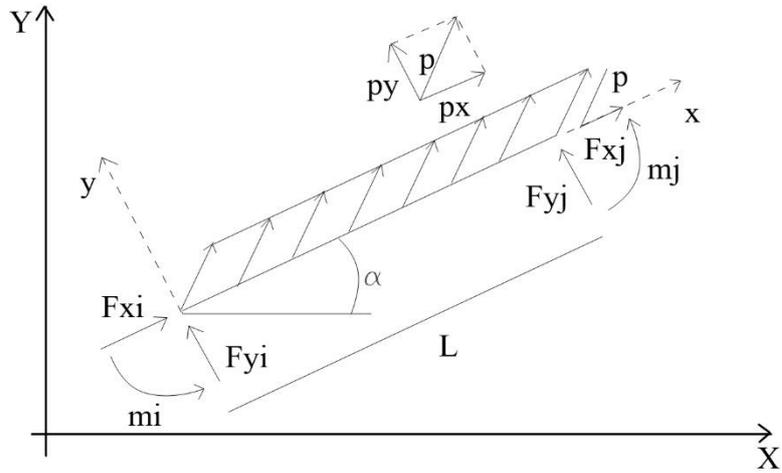


Fig. 4.3. Condizione di carico distribuito sull'asta in direzione x-y.

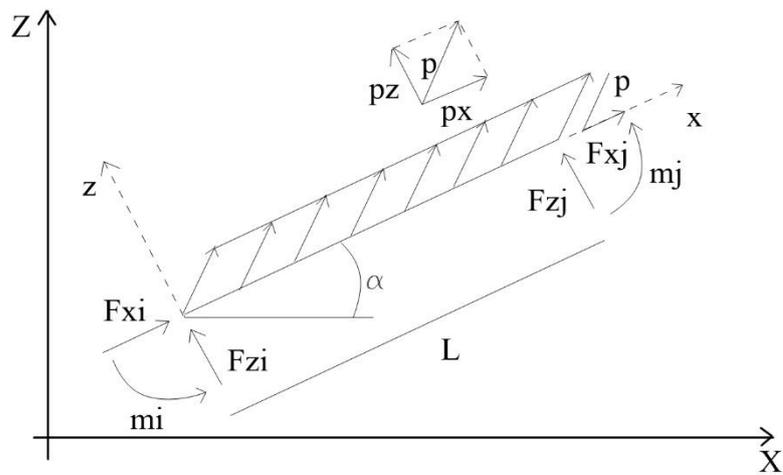


Fig. 4.4. Condizione di carico distribuito sull'asta in direzione x-z.

In cui  $x,y,z$  sono gli assi a livello locale e  $X,Y$  e  $Z$  a livello globale. I coseni richiesti nella matrice di trasformazione, vengono in genere calcolati in codici di computer.

$$M_e = \frac{\bar{m}L}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 0 & 0 & 0 & 22L & 0 & 54 & 0 & 0 & 0 & -13L \\ 0 & 0 & 156 & 0 & 22L & 0 & 0 & 0 & 54 & 0 & 13L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{140I_{\bar{m}}}{\bar{m}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{70I_{\bar{m}}}{\bar{m}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 22L & 0 & 4L^2 & 0 & 0 & 0 & -13L & 0 & -3L^2 & 0 \\ 0 & 22L & 0 & 0 & 0 & 4L^2 & 0 & 13L & 0 & 0 & 0 & -3L^2 \\ 70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 0 & 0 & 0 & 13L & 0 & 156 & 0 & 0 & 0 & -22L \\ 0 & 0 & 54 & 0 & -13L & 0 & 0 & 0 & 156 & 0 & 22L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{70I_{\bar{m}}}{\bar{m}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{140I_{\bar{m}}}{\bar{m}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 13L & 0 & -3L^2 & 0 & 0 & 0 & 22L & 0 & 4L^2 & 0 \\ 0 & -13L & 0 & 0 & 0 & -3L^2 & 0 & -22L & 0 & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad [4.8]$$

Dove:

- $\bar{m}$  rappresenta la massa distribuita;
- $I_{\bar{m}}$  è il momento d'inerzia polare.

La matrice di rigidezza complessiva della struttura nel riferimento globale può essere ottenuta assemblando le matrici di rigidezza assiale, torsionale e flessionale:

$$K_e = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & \frac{-12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{-6EI_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{-6EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{2EI_y}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} & 0 & \frac{-6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} \\ \frac{-EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{-6EI_z}{L^2} & 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{-6EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{-12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{2EI_y}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} & 0 & \frac{-6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} \end{bmatrix} \quad [4.9]$$

dove:

$I_Y$  e  $I_Z$  sono, rispettivamente, i momenti d'inerzia della sezione ortogonale rispetto agli assi principali,  $L$ ,  $A$  e  $J$  sono, rispettivamente, l'area della sezione trasversale e la costante torsionale dell'elemento di trave.

Nello specifico del presente lavoro di tesi, la generica struttura test viene discretizzata in elementi finiti di trave, assumendo per ciascuno di essi: rigidezze assiale e flessionale costanti e con deformabile a taglio trascurabile. Per i pilastri si considera un solo elemento, mentre nel caso delle travi al fine di cogliere eventuali plasticizzazioni si considerano le due sezioni di estremità.

#### 4.2.2 Problema elastico

La soluzione elastica locale dell'elemento, in termini di parametri nodali, porta ad una rappresentazione del livello locale:

$$p_e = K_e u_e \quad [4.10]$$

che presenta, nella matrice di rigidezza, delle direzioni di singolarità corrispondenti ai moti rigidi dell'asta. Tali moti rigidi sono inessenziali al bilancio complessivo in quanto sono associati ad un valore nullo dell'energia di deformazione. E' possibile pensare ad una diversa rappresentazione locale che filtri le direzioni di moto rigido, ossia in termini di modi deformativi naturali  $\mathbf{u}_n$ . L'espressione dell'energia di deformazione dell'elemento diventa:

$$\phi_n[u_n] = \frac{1}{2} u_n^T K_n u_n \quad [4.11]$$

dove il ritorno alla rappresentazione nodale si effettua attraverso la matrice di compatibilità  $C_n$ :

$$u_n = C_n u_e \quad [4.12]$$

### 4.2.3 Moti rigidi e modi deformativi

La matrice di rigidezza consente di valutare il contributo deformativo del generico elemento in termini di parametri nodali e di ottenere pertanto una descrizione semplice e diretta delle condizioni nodali di equilibrio per la struttura in esame. La rappresentazione è tuttavia sovrabbondante poiché i parametri di spostamento nodali descrivono non solo i modi deformativi della trave ma anche i suoi sei moti rigidi (Fig. 4.5), tre traslazioni ( $u_0, v_0, w_0$ ) lungo gli assi locali  $\mathbf{x}, \mathbf{y}$  e  $\mathbf{z}$  dell'elemento e le tre rotazioni ( $\theta_0, \phi_0, \psi_0$ ) intorno agli stessi assi.

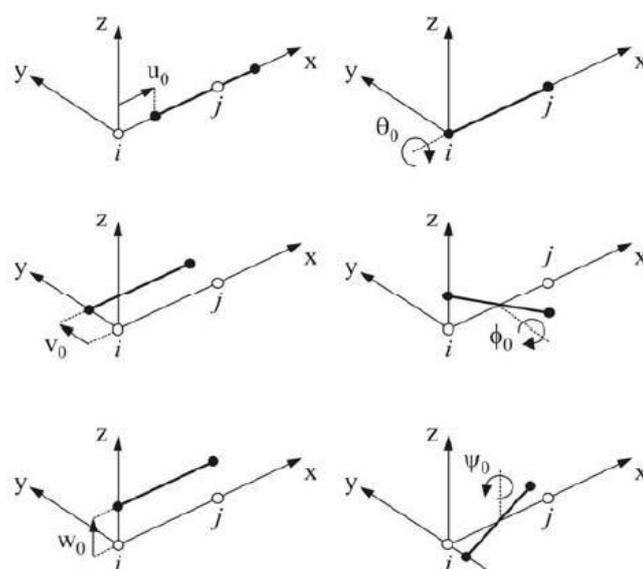


Fig. 4.5. Moti rigidi di una nello spazio.

Tale situazione è evidenziata anche dal rango della matrice  $K_e$  che è pari a sei e presenta pertanto  $(12 - 6)$  6 direzioni di singolarità, vale a dire le direzioni ( $u_{r1}, u_{r2}, u_{r3}, u_{r4}, u_{r5}, u_{r6}$ ) per le quali:

$$(u_{ek}^r)^T K_e (u_{ek}^r) = 0; \quad (k = 1, 2, 3, 4, 5, 6) \quad [4.13]$$

Tali direzioni di singolarità corrispondono ai sei moti rigidi suddetti per i quali, non essendo associati a deformazioni pure (allungamenti o inflessione) della trave, l'energia di deformazione è nulla:

$$\phi_{ek}^r = \frac{1}{2} (u_{ek}^r)^T K_e (u_{ek}^r) = 0; \quad (k = 1, 2, 3, 4, 5, 6) \quad [4.14]$$

mentre in tutte le altre sei direzioni la matrice di rigidezza è definita positiva per la positività dell'energia di deformazione. La deformazione dell'elemento può essere descritta in modo più opportuno con una scelta diversa dei parametri locali tali da condurre ad una matrice di rigidezza locale in forma diagonale. Tali parametri sono i modi deformativi naturali, rappresentati in Fig. 4.6.

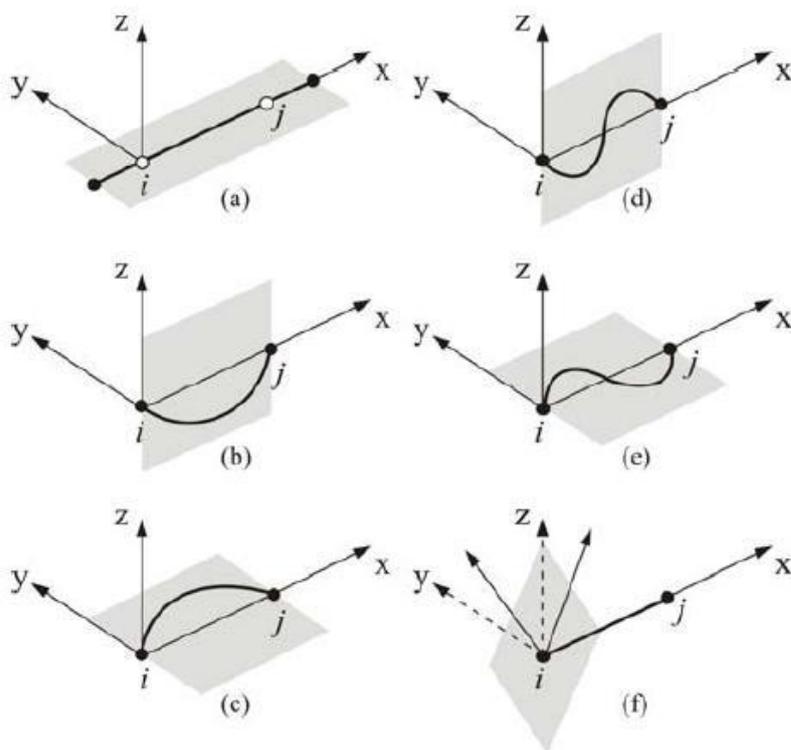


Fig. 4.6. Modi deformativi di una trave nello spazio.

Da un punto di vista geometrico i modi deformativi naturali corrispondono agli autovettori della matrice di rigidezza locale, da un punto di vista meccanico rappresentano quei particolari spostamenti che compiono lavoro nullo l'uno sull'altro, ossia risultano tra loro energeticamente ortogonali. Essi sono raccolti nel vettore:

$$u_n = \left\{ \varepsilon_x, \chi_{sy}, \chi_{ey}, \chi_{sz}, \chi_{ez}, \theta_x \right\}^T \quad [4.15]$$

#### 4.2.4 Primo modo deformativo naturale

È l'allungamento (Fig. 4.6a) che rappresenta una deformazione assiale costante lungo l'asse della trave, per la quale vale la relazione di compatibilità cinematica

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} = \frac{du}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} = \frac{1}{L} \frac{du}{d\xi}; \quad 0 \leq \xi = \frac{x}{L} \leq 1 \quad [4.16]$$

la cui integrazione fornisce  $e_x$  in funzione degli spostamenti nodali:

$$u[\xi] = \varepsilon_x \xi L + c \quad [4.17]$$

La condizione al contorno sullo spostamento nullo in mezzeria ci permette di ottenere la costante di integrazione  $c$ :

$$u\left[\xi = \frac{1}{2}\right] = 0 \Rightarrow c = -\frac{\varepsilon_x L}{2} \quad [4.18]$$

Lo spostamento lungo l'elemento è quindi dato dalla seguente espressione:

$$u[\xi] = \varepsilon_x L \left( \xi - \frac{1}{2} \right) \quad [4.19]$$

da cui si ricavano gli spostamenti nodali:

$$u_i = u[0] = -\frac{\varepsilon_x L}{2} \quad u_j = u[1] = \frac{\varepsilon_x L}{2} \quad [4.20]$$

ed infine  $e_x$  in funzione degli spostamenti nodali:

$$\varepsilon_x = \frac{u_j - u_i}{L} \quad [4.21]$$

La prima riga della matrice  $C_n$  di compatibilità, che ci fornisce la  $e_x$  è, quindi, pari a:

$$C_{n1} = \left[ -\frac{1}{L} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \frac{1}{L} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \right] \quad [4.22]$$

#### 4.2.5 Secondo e terzo modo deformativo naturale

Questi due modi corrispondono alle curvature simmetriche (Fig. 4.6b) e (Fig. 4.6c) cioè a curvature flessionali costanti lungo l'asse della trave, contenute nei piani x-z ( $c_{sz}$ ) e x-y ( $c_{sy}$ ), rispettivamente, e definite dalle seguenti relazioni di compatibilità

$$\chi_{sz} = -\frac{d^2 v_s}{dx^2} = -\frac{1}{L^2} \frac{d^2 v_s}{d\xi^2}; \quad \chi_{sy} = -\frac{d^2 w_s}{dx^2} = -\frac{1}{L^2} \frac{d^2 w_s}{d\xi^2} \quad [4.23]$$

L'espressione della curvatura simmetrica  $c_s$ , per entrambi i piani, può essere ottenuta in funzione degli spostamenti nodali, dall'integrazione della seguente equazione differenziale:

$$\frac{d^2 v_s}{d\xi^2} = -L^2 \chi_s \quad [4.24]$$

l'integrazione fornisce lo spostamento trasversale;

$$v_s = -L^2 \chi_s \frac{\xi^2}{2} + c_1 \xi + c_2 \quad [4.25]$$

Le condizioni al contorno sugli spostamenti nulli alle estremità della trave ci permette di ottenere le costanti di integrazione  $c_1$  e  $c_2$ :

$$v_s[\xi=0]=0 \ ; \ v_s[\xi=1]=0 \Rightarrow c_2=0 \ ; \ c_1 = \frac{\chi_s L^2}{2} \quad [4.26]$$

da cui si ottiene:

$$v_s[\xi] = \frac{\chi_s L^2}{2} (\xi - \xi^2) \quad \frac{dv_s}{d\xi}[\xi] = \frac{\chi_s L^2}{2} (1 - 2\xi) \quad [4.27]$$

#### 4.2.6 Quarto e quinto modo deformativo naturale

Questi due modi corrispondono alle curvature emisimmetriche (Fig. 4.6d) e (Fig. 4.6e) cioè a curvature flessionali lineari lungo l'asse della trave, contenute nei piani x-z ( $c_{ey}$ ) e x-y ( $c_{ez}$ ), rispettivamente, e definite dalle seguenti relazioni di compatibilità cinematica:

$$\chi_e - 2\chi_e \xi = -\frac{d^2 v_e}{dx^2} = -\frac{1}{L^2} \frac{d^2 v_e}{d\xi^2} \quad [4.28]$$

da cui:

$$\frac{d^2 v_e}{d\xi^2} = -L_e (\chi_e - 2\chi_e \xi) \quad [4.29]$$

la cui integrazione fornisce la curvatura emisimmetrica  $c_e$  in funzione dello spostamento trasversale:

$$\frac{dv_e}{d\xi} = \left( 2\chi_e \frac{\xi^2}{2} - \chi_e \xi \right) L^2 + c_1; \quad v_e = \left( \chi_e \frac{\xi^3}{3} - \chi_e \frac{\xi^2}{2} \right) L^2 + c_1 \xi + c_2 \quad [4.30]$$

Imponendo le condizioni al contorno, si ottengono le costanti di integrazione:

$$v_e[\xi=0]=0; \quad v_e[\xi=1]=0; \quad c_2=0 \quad c_1 = \frac{\chi_e L^2}{6} \quad [4.31]$$

da cui si ottiene:

$$v_e = \left( \chi_e \frac{\xi^3}{3} - \chi_e \frac{\xi^2}{2} + \chi_e \frac{\xi}{6} \right) L^2 \quad ; \quad \frac{dv_e}{d\xi} = \left( \xi^2 - \xi + \frac{1}{6} \right) L^2 \chi_e \quad [4.32]$$

Per determinare il legame tra i modi naturali flessionali ( $c_s, c_e$ ) e gli spostamenti nodali ( $v_i, y_i, v_j, y_j$ ) si impongono le seguenti condizioni:

$$\frac{dv_s}{d\xi_{\xi=0}} + \frac{dv_e}{d\xi_{\xi=0}} = \left( \psi_i - \frac{v_j - v_i}{L} \right) L \quad ; \quad \frac{dv_s}{d\xi_{\xi=1}} + \frac{dv_e}{d\xi_{\xi=1}} = \left( \psi_j - \frac{v_j - v_i}{L} \right) L \quad [4.33]$$

da cui deriva un sistema lineare nelle due incognite  $c_s, c_e$ .

Risolvendo il sistema si ottiene per la direzione  $z$ :

$$\chi_{ez} = \frac{3}{L} (\psi_i - \psi_j) - \frac{6}{L^2} (v_j - v_i) \quad \chi_{sz} = \frac{\psi_i - \psi_j}{L} \quad [4.34]$$

e per la direzione  $y$ :

$$\chi_{ey} = \frac{3}{L} (\phi_i + \phi_j) - \frac{6}{L^2} (w_j - w_i) \quad \chi_{sy} = \frac{\phi_i - \phi_j}{L} \quad [4.35]$$

Di seguito sono riportate le corrispondenti righe della matrice di compatibilità  $C_n$  che forniscono i valori, rispettivamente, di  $c_{sy}, c_{ey}, c_{sz}, c_{ez}$ :

$$C_{n2} = \left[ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \frac{1}{L} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 -\frac{1}{L} \ 0 \right] \quad [4.36]$$

$$C_{n3} = \left[ 0 \ 0 -\frac{6}{L^2} \ 0 \ \frac{3}{L} \ 0 \ 0 \ 0 \ \frac{6}{L^2} \ 0 \ \frac{3}{L} \ 0 \right] \quad [4.37]$$

$$C_{n4} = \left[ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \frac{1}{L} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 -\frac{1}{L} \right] \quad [4.38]$$

$$C_{n5} = \left[ 0 \ \frac{6}{L^2} \ 0 \ 0 \ 0 \ \frac{3}{L} \ 0 -\frac{6}{L^2} \ 0 \ 0 \ 0 \ \frac{3}{L} \right] \quad [4.39]$$

#### 4.2.7 Sesto modo deformativo naturale

Questo modo corrisponde ad una deformazione torsionale (Fig. 4.6f) costante lungo l'asse della trave, per la quale vale la relazione di compatibilità:

$$\theta_x = \frac{d\bar{\theta}}{dx} = \frac{1}{L} \frac{d\bar{\theta}}{d\xi} \quad [4.40]$$

la cui integrazione fornisce il legame tra il modo naturale  $\theta_x$  e le rotazioni torsionali di estremità:

$$\bar{\theta} = L\theta\xi + c \quad [4.41]$$

Imponendo le rotazioni torsionali alle estremità si ottiene la costante di integrazione  $c$ :

$$\theta_i = \bar{\theta}[\xi = 0] \Rightarrow c = \theta_i \quad [4.42]$$

La corrispondente riga della matrice di compatibilità  $C_n$  che fornisce  $q$  è:

$$C_{n6} = \left[ 0 \ 0 \ 0 \ -\frac{1}{L} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \frac{1}{L} \ 0 \ 0 \right] \quad [4.43]$$

In definitiva la matrice di compatibilità  $C_n$  che permette di passare dagli spostamenti nodali ai modi deformativi naturali è:

$$C_n = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6}{L^2} & 0 & \frac{3}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6}{L^2} & 0 & \frac{3}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L} \\ 0 & \frac{6}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{3}{L} & 0 & -\frac{6}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{3}{L} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [4.44]$$

## 4.2.8 Matrice di rigidezza dei modi naturali

La matrice  $K_n$  è ricavabile dall'espressione dell'energia di deformazione in funzione dei modi deformativi naturali:

$$\begin{aligned} \phi_e(\varepsilon, \chi_{sy}, \chi_{ey}, \chi_{sz}, \chi_{ez}, \theta) &= \frac{1}{2} \int_0^L (EA\varepsilon^2 + EI_y\chi_y^2 + EI_z\chi_z^2 + GI_t\theta^2) dx = \\ &= \frac{1}{2} \int_0^L \left( EA\varepsilon^2 + EI_y \left( \chi_{sy} + \chi_{ey} - 2\chi_{ey} \frac{x}{L} \right)^2 + EI_z \left( \chi_{sz} + \chi_{ez} - 2\chi_{ez} \frac{x}{L} \right)^2 + GI_t\theta^2 \right) dx \end{aligned} \quad [4.45]$$

In forma matriciale si ottiene:

$$K_n = \begin{bmatrix} EAL & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & EI_y L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{EI_y L}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & EI_z L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EI_z L}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & GI_t L \end{bmatrix} \quad [4.46]$$

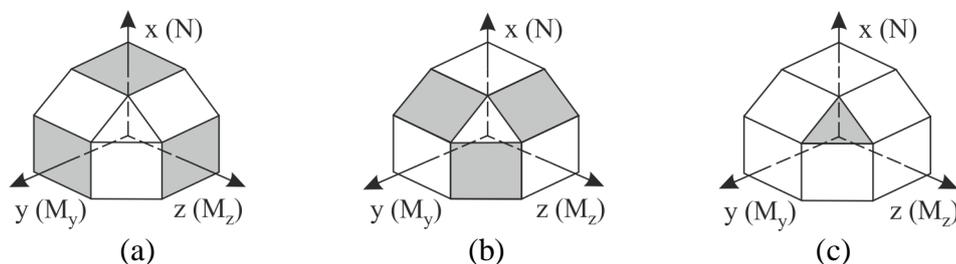
Tale rappresentazione del contributo deformativo dell'elemento è molto più vantaggiosa per l'implementazione.

## 4.2.9 Modello a plasticità concentrata

### 4.2.9.1 Costruzione del dominio elastico

Il primo passo dell'analisi statica non lineare di una struttura in cemento armato spaziale, è la costruzione del carico assiale  $N$  e del momento flettente biassiale  $Mz$  cioè la costruzione del dominio elastico, riferendosi alle sezioni finali di una trave o di un pilastro, dove ci si aspetta che si creino le deformazioni anelastiche, sotto l'azione sismica. Ogni sezione è definita dalla posizione dei suoi vertici e dalla posizione e diametro delle barre di armatura. Le superfici piane sono utilizzate per descrivere il dominio elastico, considerando una linearizzazione a tratti della sua superficie di delimitazione (Mazza, 2014). In particolare, una soddisfacente

rappresentazione del dominio, si ottiene considerando 26 superfici piane: 6 superfici normali agli assi principali x, y e z (Fig.4.7a); 12 superfici normali alle bisezioni degli assi x-z, x-y e x-z (Fig.4.7b); 8 superfici normali alle bisezioni degli ottanti (Fig.4.7c).



**Fig.4.7. Superfici piane che approssimano il dominio elastico di una sezione in c.a..**

Per valutare la k-esima superficie piana, in riferimento al baricentro geometrico della sezione trasversale, viene assegnato il vettore delle deformazioni plastiche:

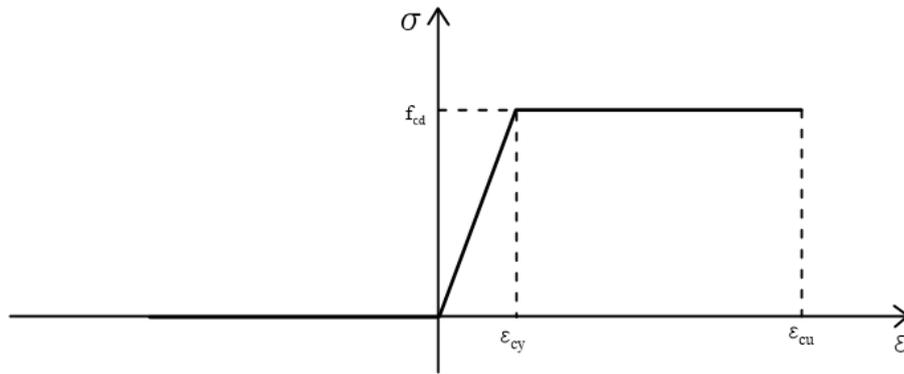
$$\boldsymbol{\varepsilon}_{P,k} = \left[ \varepsilon_{P,k}, \chi_{P_{y,k}}, \chi_{P_{z,k}} \right]^T \quad [4.47]$$

Definendo la deformazione assiale  $\varepsilon_{P,k}$  lungo l'asse longitudinale x, e le curvature  $\chi_{P_{y,k}}$  e  $\chi_{P_{z,k}}$ , lungo gli assi principali y e z delle sezioni trasversali; di conseguenza, sono noti la posizione dell'asse neutro e l'area del calcestruzzo compresso ( $A_c$ ) e possono essere determinate le deformazioni del calcestruzzo e dell'acciaio ( $\varepsilon_c$  e  $\varepsilon_{si}$ ). Il vettore delle tensioni plastiche (Equ.4.50) generalizzato viene valutato assumendo un legame elasto-plastico-perfetto sia per il calcestruzzo che per l'acciaio e si considerano positive le tensioni e le deformazioni in compressione.

La resistenza di calcolo del calcestruzzo risulta:

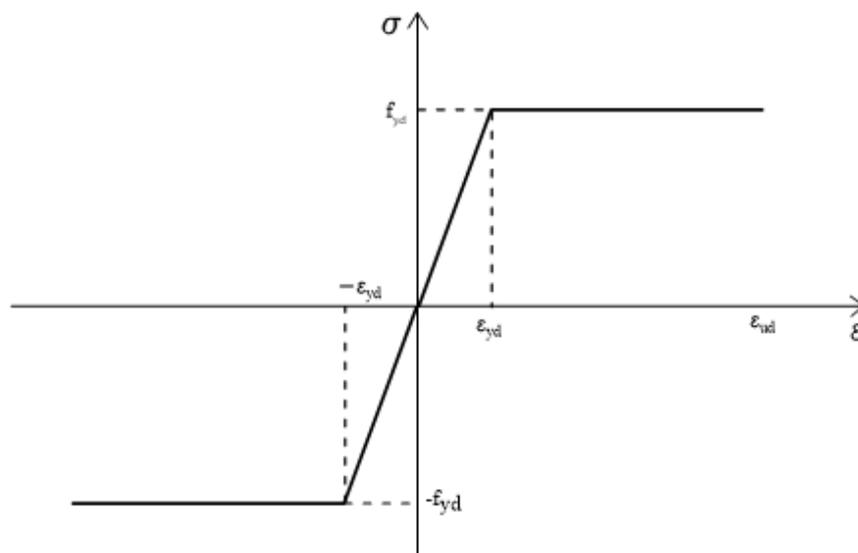
$$f_{cd} = \frac{0.850.83R_{ck}}{\gamma_c} \quad [4.48]$$

dove  $R_{ck}$  è la resistenza cubica caratteristica a compressione del calcestruzzo ed il fattore di sicurezza del materiale ( $\gamma_c$ ) è pari ad 1.5. La deformazione di snervamento  $\varepsilon_{cy}$  e la deformazione ultima  $\varepsilon_{cu}$  sono pari rispettivamente a 0.175 % e 0.35%.



**Fig. 4.8. Diagramma tensione deformazione del calcestruzzo.**

Il diagramma tensione-deformazione scelto per l'acciaio è quello elasto-plastico perfetto riportato in Fig.4.9.



**Fig. 4.9. Diagramma tensione deformazione dell'acciaio.**

La resistenza di calcolo dell'acciaio risulta:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad [4.49]$$

dove  $f_{yk}$  è la resistenza caratteristica a trazione dell'acciaio e  $\gamma_s$  (coefficiente di sicurezza del materiale) è pari a 1.15. La deformazione di snervamento dell'acciaio  $\epsilon_{yd}$  viene determinata come rapporto tra la resistenza di calcolo dell'acciaio ed il modulo elastico, mentre la

deformazione ultima  $\varepsilon_{ud}$  è pari a 1%. Si considera per l'acciaio uguale comportamento in trazione ed in compressione.

Il secondo passo consiste nella valutazione del vettore di sollecitazione, utilizzando, come visto in precedenza, il legame triangolo rettangolo per il calcestruzzo ed il legame elasto-plastico perfetto per l'acciaio.

$$\sigma_{P,k} = [N_{P,k}, M_{Py,k}, M_{Pz,k}]^T \quad [4.50]$$

$$\sigma_{p1} = \begin{bmatrix} N_{p1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \sigma_{p3} = \begin{bmatrix} N_{p3} \\ M_{py3} \\ 0 \end{bmatrix}; \sigma_{p5} = \begin{bmatrix} N_{p5} \\ 0 \\ M_{pz5} \end{bmatrix}; \sigma_{p7} = \begin{bmatrix} N_{p7} \\ M_{py7} \\ M_{pz7} \end{bmatrix}; \sigma_{p9} = \begin{bmatrix} N_{p9} \\ M_{py9} \\ M_{pz9} \end{bmatrix} \quad [4.51]$$

Il dominio della sezione viene approssimato mediante  $n$  falde ciascuna delle quali definita dalla normale  $\varepsilon_k^p = n_k$ . Per ciascuna normale  $n_k$ , è associata la sollecitazione limite. La rappresentazione del dominio di interazione sarà tanto più accurata quanto maggiore sarà il numero di falde scelte, a costo però di un maggiore onere computazionale.

Il dominio della sezione viene approssimato, come detto precedentemente, mediante 26 falde, ciascuna delle quali definita dalla normale  $\varepsilon_k^p = n_k$ . Per ciascuna normale  $n_k$ , è associata la sollecitazione limite  $\bar{\sigma}_{P,k} = [\bar{N}_{P,k}, \bar{M}_{Py,k}, \bar{M}_{Pz,k}]^T$ .

Si avranno 6 piani ortogonali agli assi principali x,y,z (Fig. 4.7a), i cui 6 vettori di deformazione plastica che vengono associati ai piani ortogonali agli assi principali sono i seguenti:

$$N = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad [4.52]$$

Altri 12 piani, come mostra la Fig.4.7b, si otterranno ortogonalmente alle bisettrici dei piani principali y-z, x-y e x-z.

I 12 vettori di deformazione plastica che sono associati ai piani ortogonali agli assi principali sono i seguenti:

$$N = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & c_{yx} & c_{yx} & -c_{yx} & -c_{yx} & c_{zx} & c_{zx} & -c_{zx} & -c_{zx} \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{yz} & c_{yz} & -c_{yz} & -c_{yz} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad [4.53]$$

dove  $c_{yz}$ ,  $c_{yx}$  e  $c_{zx}$  sono definiti in funzione delle sollecitazioni limite relative alle direzioni principali di deformazione:

$$c_{yx} = \frac{\sigma_{P3} - \sigma_{P5}}{\sigma_{P1} - \sigma_{P2}} \quad ; \quad c_{zx} = \frac{\sigma_{P5} - \sigma_{P6}}{\sigma_{P1} - \sigma_{P2}} \quad ; \quad c_{yz} = \frac{\sigma_{P3} - \sigma_{P4}}{\sigma_{P5} - \sigma_{P6}} \quad [4.54]$$

Infine ci sono gli ultimi 8 piani che sono ortogonali alle bisettrici degli ottanti, come evidenziato in Fig. 4.7c, i cui vettori di deformazione plastica associati a questi 8 piani sono:

$$N = \begin{bmatrix} c'_{yx} & c'_{yx} & -c'_{yx} & -c'_{yx} & c'_{yx} & c'_{yx} & -c'_{yx} & -c'_{yx} \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ c_{yx} & c_{yx} & c_{yx} & c_{yx} & -c'_{yx} & -c'_{yx} & -c'_{yx} & -c'_{yx} \end{bmatrix} \quad [4.55]$$

dove  $c'_{yx}$  è definito in funzione delle sollecitazioni limite relative alle direzioni principali di deformazione:

$$c'_{yx} = \frac{\sigma_{P7} - \sigma_{P10}}{\sigma_{P1} - \sigma_{P2}} \quad [4.56]$$

Imponendo la deformata plastica (che corrisponde ad una curvatura  $\chi_y^p$  rispetto al baricentro geometrico) oltre al momento flettente  $M_y$  sarà presente uno sforzo normale  $N$  per l'equilibrio e, quindi, il vettore sollecitazione limite  $t_k$ , avrà come componenti:

$$\bar{\sigma}_{P,k} = \left[ \bar{N}_{P,k}, \bar{M}_{P_y,k}, \bar{M}_{P_z,k} \right]^T \quad [4.57]$$

Definite le deformate plastiche della sezione, per ciascuna deformata imposta deve essere effettuato il controllo sulle deformazioni limite sia per il calcestruzzo che per l'acciaio. Viene quindi controllato prioritariamente se l'estrema fibra compressa di calcestruzzo ha superato la deformazione ultima ed in tal caso viene imposta una deformazione massima pari alla

deformazione ultima del calcestruzzo ( $\epsilon_{cu}=0.0035$ ), moltiplicando quindi tutte le deformazioni imposte ( $\epsilon_0^p, \chi_x^p, \chi_y^p$ ), per un fattore inferiore all'unità determinato come  $\epsilon_{cu}/\epsilon_{c,max}$  (Fig. 4.10a,b).

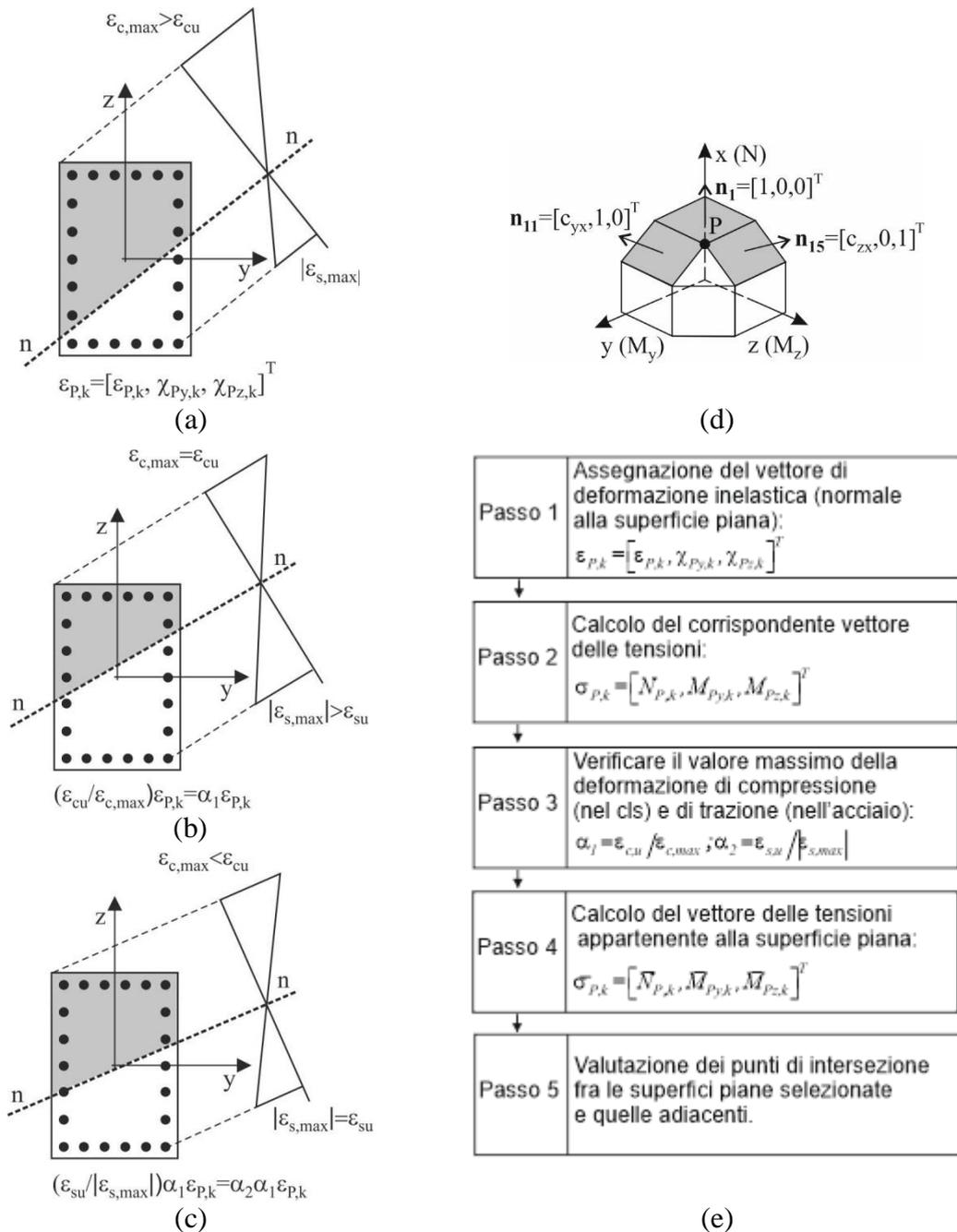


Fig. 4.10. Deformazioni sezione e passi della procedura numerica per valutare il dominio elastico di una sezione in c.a..

Successivamente si valuta la deformazione in corrispondenza del baricentro della barra di armatura che manifesta il massimo allungamento e se risultasse maggiore del valore ultimo di deformazione dell'acciaio ( $\varepsilon_{su}=0.01$ ), viene valutato un nuovo fattore che ridurrà ulteriormente le deformazioni imposte determinato come  $\varepsilon_{su}/\varepsilon_{s,max}$  (Fig. 4.10c).

Imposta la deformata plastica ed effettuato il controllo sulle deformazioni, risulta definita la posizione dell'asse neutro e quindi la sezione reagente di calcestruzzo. Le corrispondenti sollecitazioni limite possono essere calcolate dalle equazioni di equilibrio alla traslazione lungo l'asse  $x$  e alla rotazione intorno agli assi  $y$  e  $z$ :

$$N_{P,k} = \int_{A_c} \sigma_c dA + \sum_{i=1}^{n_b} A_{si} \sigma_{si} \quad [4.58]$$

$$M_{Py,k} = \int_{A_c} \sigma_c z dA + \sum_{i=1}^{n_b} A_{si} \sigma_{si} z_i \quad [4.59]$$

$$M_{Pz,k} = - \int_{A_c} \sigma_c y dA - \sum_{i=1}^{n_b} A_{si} \sigma_{si} y_i \quad [4.60]$$

Nel caso in cui, la deformazione massima del calcestruzzo in compressione, superi il valore ultimo ( $\varepsilon_{cu}=0.35\%$ ), può essere definito un nuovo vettore delle deformazioni plastiche.

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{P,k}^{(1)} = \frac{\varepsilon_{c,u}}{\varepsilon_{c,max}} \boldsymbol{\varepsilon}_{P,k} = \alpha_1 \boldsymbol{\varepsilon}_{P,k} \quad [4.61]$$

La stessa cosa si ha naturalmente nel caso in cui la deformazione massima dell'acciaio superi la deformazione ultima ( $\varepsilon_{su}=1\%$ ).

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{P,k}^{(2)} = \frac{\varepsilon_{s,u}}{|\varepsilon_{s,max}|} \boldsymbol{\varepsilon}_{P,k}^{(1)} = \alpha_2 \alpha_1 \boldsymbol{\varepsilon}_{P,k} \quad [4.62]$$

$$\alpha_1 = \frac{\varepsilon_{c,u}}{\varepsilon_{c,max}} ; \alpha_2 = \frac{\varepsilon_{s,u}}{|\varepsilon_{s,max}|} \quad [4.63]$$

Definiti i punti di tangenza con il dominio elastico della sezione, si procede nel costruire il dominio discretizzato mediante falde. Risulta per ciascuna falda definito un punto ad essa appartenente e la normale alla stessa. La costruzione del dominio viene quindi effettuata mediante l'intersezione tra piani adiacenti. Fissato un generico piano, la procedura consiste

nell'individuare due piani ad esso contigui, e nel risolvere il sistema di tre equazioni (le tre equazioni che definiscono i piani considerati) in tre incognite ovvero le coordinate nello spazio  $N, M_y, M_z$ , del punto di intersezione tra i tre piani. In Fig. 4.10d è riportato un esempio relativo all'intersezione tra i piani 1-11-15. Il punto P viene facilmente determinato risolvendo il sistema ottenuto tramite le equazioni dei piani 1 -11- 15:

$$\begin{cases} N - d_1 = 0 & eq.falda1 \\ c_y N + M_y - d_{11} = 0 & eq.falda11 \\ c_z N + M_z - d_{15} = 0 & eq.falda15 \end{cases} \quad [4.64]$$

dove i parametri  $d_k$  sono ricavati per ciascun piano come:

$$\begin{cases} d_1 = n_1 \bar{\sigma}_1 & falda1 \\ d_{11} = n_{11} \bar{\sigma}_{11} & falda11 \\ d_{15} = n_{15} \bar{\sigma}_{15} & falda15 \end{cases} \quad [4.65]$$

Infine deve essere verificato che il punto in esame appartenga alla superficie esterna del dominio, l'intersezione tra i piani potrebbe verificarsi, in base all'inclinazione di questi, al di là dei limiti del dominio. I passi della procedura sono sintetizzati in Fig.4.10e.

#### 4.2.9.2 Algoritmo di rientro sulla frontiera del dominio

Le deformazioni anelastiche di un pilastro sono determinate come soluzione del principio di *Haar-Karman* facendo riferimento al dominio elastico sforzo normale-flessione deviata. La differenza fondamentale della formulazione di un problema elasto-plastico rispetto ad uno di natura lineare risiede nella non linearità delle relazioni costitutive, che a causa della natura incrementale delle leggi che regolano il flusso plastico, inducono una dipendenza dal percorso della soluzione. Come ogni problema non lineare il problema elasto-plastico viene risolto in modo iterativo.

La strategia numerica al passo utilizzata cerca di risolvere il problema elasto – plastico ponendola nella forma seguente: *assegnato un programma di carico  $p(l)$ , determinare una successione sufficientemente fitta di punti  $(\mathbf{u}_j, \mathbf{l}_j)$  del percorso di equilibrio della struttura che permetta una sua accurata ricostruzione per interpolazione.* Il problema può essere decomposto in due sotto-problemi più adatti ad una risoluzione di tipo numerico:

- Note le condizioni iniziali ed assegnato il vettore  $u$  degli spostamenti di fine passo, determinare il corrispondente vettore  $s(u)$  delle forze nodali interne di fine passo.
- Assegnato il vettore  $p$  dei carichi nodali di fine passo, determinare  $u$  tale che risulti verificata la condizione di equilibrio:

$$s(u) = p \quad [4.66]$$

Il primo sottoproblema richiede una descrizione della risposta elasto – plastica della struttura, mentre il secondo corrisponde ad un problema astratto di soluzione di una equazione non – lineare implicita.

La formulazione incrementale del problema elasto-plastico finora discusso, consente di conseguire risultati globali di grande interesse ma certamente non fornisce uno strumento facilmente maneggevole se si è interessati alla ricostruzione, in termini finiti, della risposta non lineare di una struttura generica soggetta ad un assegnato programma di carico. Infatti per la complessità delle equazioni coinvolte, equazioni differenziali e disequazioni, e l'irregolarità della soluzione cercata, discontinuità nella derivata, risulta veramente arduo risolvere il problema posto in termini di incrementi infinitesimi. Pertanto è di fondamentale importanza cercare di impostare il problema in una forma olonoma, ovvero nel modo seguente: *dato uno stato iniziale  $(s_0, e_0)$ , ed un assegnato incremento di carico  $Dp$ , determinare la relativa soluzione elasto-plastica di fine passo.*

Come si vede il problema è formulato solo in termini di condizioni iniziali e finali e manca del tutto l'informazione su come venga in effetti realizzato l'incremento di carico. Al suo posto è presente l'ipotesi che l'evoluzione del carico avvenga in modo sufficientemente dolce, tale da rendere irrilevante l'influenza dell'effettiva modalità di carico sul legame, espresso in termini finiti, tra incrementi di tensione e di deformazione. Nel caso di legame elastico perfettamente plastico il suddetto approccio olonomo è realizzabile ed una sua formulazione è fornita dal principio di Haar-Kàrmàn, secondo il quale, un modo per definire il comportamento elasto-plastico olonomo consiste semplicemente nell'esprimere le equazioni della teoria incrementale in termini di incrementi finiti. In tal caso la soluzione elasto-plastica è caratterizzata dalla seguente condizione di minimo nota come principio di Haar-Kàrmàn:

$$\Pi[\sigma] := \frac{1}{2} \int_{\Omega} \sigma^T E^{-1} \sigma d\Omega + \int_{\Omega} \sigma \varepsilon_0^p d\Omega - \int_{\delta\Omega} (N\sigma)^T \bar{w} d(\delta\Omega) = \min \quad [4.67]$$

Oltre a ciò la soluzione  $s$  è vincolata al rispetto delle condizioni:

$$\sigma : \text{equilibrata} , f(\sigma) \leq 0 \quad [4.68]$$

$\varepsilon_0^p$  rappresenta una distorsione anelastica iniziale. Il principio può essere dimostrato in modo semplice. Posto infatti:

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad \sigma = E\varepsilon^e \quad (\sigma - \sigma^*)^T \Delta\varepsilon^p \leq 0 \quad [4.69]$$

dove  $\Delta\varepsilon^p = \varepsilon^p - \varepsilon_0^p$ , è possibile esprimere una variazione del funzionale  $\Pi[\sigma]$  per una generica variazione ammissibile della tensione rispetto alla soluzione elasto-plastica  $s$ :

$$\delta\sigma = \sigma^* - \sigma \quad [4.70]$$

Si ottiene quindi il seguente risultato:

$$\begin{aligned} \delta\Pi &= \int_{\Omega} \delta\sigma^T (\varepsilon^e + \varepsilon_0^p) d\Omega - \int_{\delta\Omega} (N\delta\sigma)^T \bar{w} d(\delta\Omega) \\ &= \int_{\Omega} \delta\sigma^T \varepsilon d\Omega - \int_{\delta\Omega} (N\delta\sigma)^T \bar{w} d(\delta\Omega) - \int_{\Omega} \delta\sigma^T \Delta\varepsilon^p d\Omega \\ &= \int_{\Omega} (\sigma - \sigma^*)^T \Delta\varepsilon^p d\Omega \end{aligned} \quad [4.71]$$

Essendo quest'ultimo integrale strettamente non negativo ne risulta che la soluzione elasto-plastica corrisponde effettivamente ad un punto di minimo del funzionale. Il principio può perciò essere enunciato come segue: *la soluzione elasto-plastica  $s$  minimizza l'energia complementare totale del sistema rispetto alle condizioni di equilibrio e di ammissibilità plastica.*

L'approccio olonomo realizzabile mediante il principio di Haar-Kàrmàn trova comunque una sua piena giustificazione, che altrimenti sarebbe assente, nella teoria dei percorsi estremali di Ponter e Martin. Per materiali elastici perfettamente plastici infatti, la soluzione estrema

coincide con la soluzione fornita dal principio di Haar-Kàrmàn. Si profila dunque una strategia di soluzione del problema elasto – plastico basata proprio su tale principio. Il principio di Haar-Kàrmàn, può essere però riscritto in una forma più idonea ad una implementazione di tipo numerico. Infatti se si indica con  $s_{el}$  la soluzione elastica ottenuta a partire dalle condizioni assegnate di inizio passo, allora la soluzione elasto-plastica deve soddisfare la seguente condizione di minimo:

$$\Pi[\sigma] := \int_{\Omega} (\sigma - \sigma_{el})^T E^{-1} (\sigma - \sigma_{el}) d\Omega = \min \quad [4.72]$$

sotto le condizioni:

$$\sigma : \text{equilibrata} , f(\sigma) \leq 0 \quad [4.73]$$

Il funzionale  $P[s]$  esprime quindi, in una metrica energetica, il quadrato della distanza tra  $s$  e  $s_{el}$ . Il principio può essere letto, pertanto, anche nel modo seguente: *tra le soluzioni equilibrate e plasticamente ammissibili la soluzione elasto-plastica  $s$  è la più vicina, (in una metrica data dall'energia di deformazione), alla soluzione elastica  $s_{el}$  dello stesso problema.*

La strategia di rientro nel dominio elastico risulta quindi di facile applicazione in quanto  $s$  corrisponde al punto di tangenza tra due superfici convesse: la frontiera del dominio elastico e una linea di livello della energia di deformazione. Essendo quest'ultima strettamente convessa è assicurata l'unicità della soluzione.

Il rientro, nello spazio tridimensionale  $N, M_y, M_z$ , dovrà quindi avvenire sulla superficie esterna del dominio elastico della sezione. In virtù della rappresentazione del dominio di interazione realizzata nel presente lavoro di tesi, il rientro sulla superficie del dominio elastico può essere effettuato mediante un semplice algoritmo.

Si consideri un punto  $E (N_E, M_{Ey}, M_{Ez})$  nello spazio  $N, M_y, M_z$ , al di fuori del dominio elastico della sezione. Il rientro sulla superficie del dominio elastico avverrà su una falda o, in casi particolari, se il punto ricade nel cono compreso tra le normali a due falde contigue il rientro avverrà su un lato comune alle due falde, se invece il punto ricade nello spazio compreso tra le normali a tre falde contigue il rientro avverrà sullo spigolo comune alle tre falde. L'algoritmo di rientro si esplica secondo i seguenti passi.

➤ *Passo 1*

Al fine di limitare il numero di piani da considerare, il primo passo consiste nell'individuare l'ottante di riferimento in cui ricade il punto  $E$ , e quindi nel considerare tutte le falde, presenti nella regione dello spazio  $N, M_y, M_z$ , individuata.

➤ *Passo 2*

Individuate le falde, si procede quindi puntando ogni falda e per ciascuna di esse viene realizzato il rientro ortogonalmente alla superficie della falda con lo scopo di individuare la falda attiva. Poiché il punto  $P$  di rientro ( $N_P, M_{Py}, M_{Pz}$ ), può essere esterno al contorno della falda considerata, viene eseguito un controllo per valutare la posizione del punto di rientro  $P$  rispetto ai punti che delimitano il piano. Questo controllo consiste nell'individuare tre punti per volta che delimitano la falda e valutare se il punto di rientro  $P$ , ricade all'interno della superficie triangolare delimitata dai tre punti. Se il punto  $P$  è interno, la falda individuata è quella attiva, altrimenti si considerano a rotazione altri tre punti e si ripete la procedura fino a considerare tutti i punti che definiscono la falda individuata. Se il punto di rientro  $P$  dovesse risultare esterno al contorno della falda, si procede individuando un altro piano, e ripetendo il controllo appena descritto. Valutati tutti i piani, la falda attiva sarà quella con minima distanza tra il punto  $E$  ed il punto di rientro  $P$ .

In Fig. 4.11 a, è illustrato un esempio della procedura di rientro su una falda.

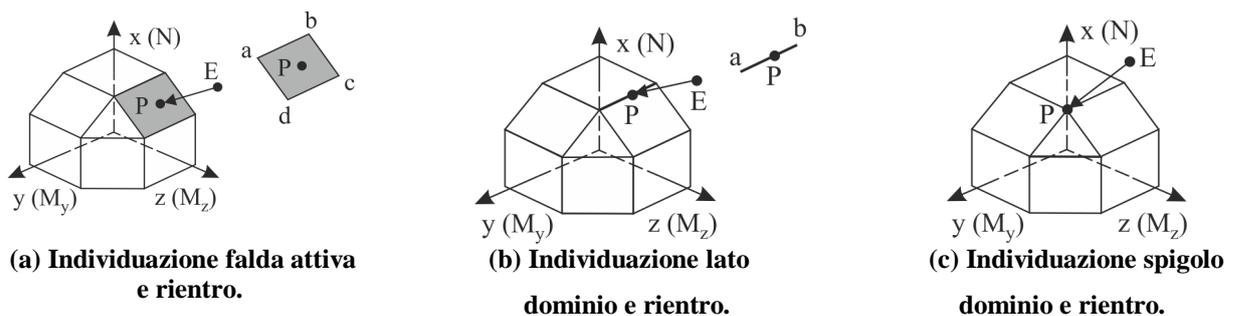


Fig. 4.11. Soluzione elasto-plastica di una sezione in c.a..

Individuata la falda, viene eseguito il rientro ortogonalmente alla stessa, effettuando la proiezione ortogonale del punto  $E$  sul piano e definendo quindi il punto di rientro  $P$ . Il controllo che viene effettuato per verificare se il punto  $P$  è interno al contorno della falda consiste nel fissare tre punti che delimitano il piano considerato, (nell'esempio i punti  $a, b$  e  $c$ ), e nel calcolare le distanze tra i punti  $a-P, b-P$  e  $c-P$ , e le distanze tra i punti  $a, b$  e  $c$  ed i lati

opposti agli stessi ( $a-a'$ ,  $b-b'$ ,  $c-c'$ ). Se le distanze tra i vertici del triangolo ed il punto di rientro  $P$  risultano minori delle distanze tra i vertici ed i lati opposti ( $a-P \leq a-a'$ ,  $b-P \leq b-b'$  e  $c-P \leq c-c'$ ) il punto di rientro sarà interno alla falda altrimenti si considerano altri tre punti che delimitano la falda considerata. Se il punto di rientro dovesse risultare esterno al piano, si procede ripetendo la stessa procedura per un'altra falda.

Valutate tutte le falde individuate nel passo 1, se il punto di rientro non risulta interno a nessuna falda si procede nel considerare i due casi particolari ovvero il caso in cui si effettua il rientro su un lato (passo 3) ed eventualmente, il rientro su uno spigolo del dominio discretizzato (passo 4).

➤ *Passo 3*

Considerando le falde definite nel passo 1, si andranno ad individuare di volta in volta, due piani aventi un lato in comune. Si procederà quindi, nell'effettuare il rientro su un lato del dominio discretizzato. Individuato un lato (compreso tra due falde), viene effettuata la proiezione ortogonale del punto  $E$  sul lato definendo quindi il punto  $P$ . Fra tutti i lati considerati, il punto di rientro  $P$  sarà quello con minima distanza dal punto  $E$ . In Fig. 4.11b, è rappresentato un esempio della procedura di rientro su un lato del dominio.

Individuato un lato, viene effettuato il rientro tramite la proiezione ortogonale del punto  $E$  sul lato considerato. Anche in questo caso, come già visto per il rientro su una falda, sarà effettuato un controllo al fine di valutare se il punto  $P$  è compreso tra i punti  $a$  e  $b$  che delimitano il lato considerato. Questo controllo consiste nel verificare che le distanze  $a-P$  e  $b-P$ , siano inferiori della distanza  $a-b$ . La procedura di rientro viene effettuata su tutti i lati presenti nell'ottante individuato ed il punto di rientro  $P$  sarà quello con minima distanza dal punto  $E$ .

➤ *Passo 4*

Se non viene individuato nessun lato su cui effettuare il rientro, si ricade nel secondo caso particolare. Il rientro sarà quindi effettuato su uno spigolo del dominio discretizzato. In Fig. 4.11c è rappresentato un esempio della procedura di rientro su uno spigolo.

Tra tutti gli spigoli del dominio presenti nell'ottante considerato, il punto di rientro  $P$  coinciderà con quello caratterizzato da minima distanza dal punto  $E$ .

### **Soluzione iterativa dell'equilibrio.**

La soluzione del secondo sottoproblema presente nella strategia adottata può essere utilizzata usando diversi tipi di approcci. Ad esempio è possibile procedere mediante algoritmi incrementali con estrapolazione alla Eulero, oppure mediante un approccio del tipo alla Newton-Raphson oppure mediante il metodo dell'arco di curva (metodo di Riks). Quest'ultimo rappresenta la strategia più affidabile ed è quello che è stato utilizzato nel presente lavoro di tesi. Infatti il metodo di Riks rispetto ad un metodo incrementale alla Eulero è più accurato e rispetto ad una strategia alla Newton – Rapshon non è affetto di problemi di convergenza in prossimità dei punti limite i quali, come è facile intuire, sono proprio le zone più interessanti della curva di equilibrio da ricostruire. Nel seguito si procederà quindi discutendo prima una implementazione alla Newton-Rapshon della soluzione iterativa dell'equilibrio evidenziandone le caratteristiche di convergenza e perciò i limiti, successivamente verrà descritta una strategia basata sul metodo di Riks nella forma più adatta ad una applicazione in campo elasto-plastico.

### **4.3 Analisi statica non lineare**

L'equazione che regola l'analisi statica non lineare è la seguente:

$$f[u] - p = 0 \quad [4.74]$$

Dove:

- $f$  è il vettore della reazione strutturale;
- $u$  è il vettore degli spostamenti;
- $p$  è il vettore dei carichi esterni.

L'equazione viene risulta iterativamente utilizzando il metodo di Riks.

Lo schema iterativo di Riks, rappresenta la prima, e ancora più efficiente, implementazione del metodo dell'arco di curva. L'idea base del metodo è quella di introdurre, come parametro descrittore della curva, un ulteriore variabile rispetto alla quale esprimere sia il campo di spostamento  $u$  che il moltiplicatore di carico  $\alpha$ .

$$f[\mathbf{u}]-\mathbf{p}(\alpha)=0 \quad [4.75]$$

Anche  $\alpha$  diventa un ulteriore variabile da determinare, oltre alle variabili cinematiche, quindi nasce la necessità di aggiungere una nuova equazione da aggiungere a quelle di equilibrio già disponibili. Le difficoltà dell'*initial stress* possono essere superate definendo una strategia che faccia riferimento ad una rappresentazione diversa della curva del percorso di equilibrio, di tipo implicito:

$$u = u(s) \quad ; \quad \alpha = \alpha(\xi) \quad [4.76]$$

che risulti analitica nel parametro  $\xi$ , dove  $\xi$  ha il significato di una generica ascissa curvilinea. Una tale impostazione del problema fu proposta da Riks per l'analisi incrementale di strutture elastiche a comportamento non lineare. L'idea centrale dell'*arch length method* di Riks è quella di costruire per passi discreti la curva del percorso, definiti per assegnati incrementi dell'ascissa curvilinea, procedendo in modo tale che la soluzione olonoma di fine passo sia ad una prefissata distanza dalla soluzione di inizio passo.

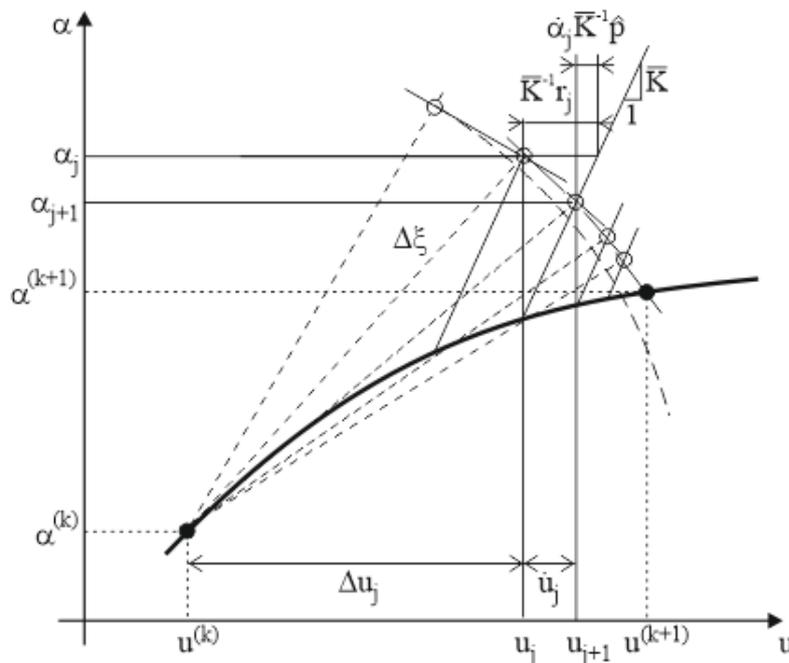


Fig. 4.12. Strategia iterativa "arch length method".

### 4.3.2 Processo iterativo nell'ambito di ciascun passo dell'analisi

Operativamente, partendo dallo schema iterativo dell'arco di curva è possibile ricavare, attraverso semplici passaggi, la generica correzione al carico  $\dot{\alpha}$ , ottenuta questa è possibile ricavare la correzione agli spostamenti  $\dot{u}$ .

In pratica il metodo consiste, in ogni passo, in:

- assegnare, mediante una opportuna estrapolazione, un punto iniziale  $(u_1, \alpha_1)$  che realizza la distanza desiderata da  $(u_0, \alpha_0)$ ;
- procedere, mediante procedimento iterativo del tipo Newton – Raphson modificato, alla ricerca della soluzione, muovendosi con incrementi del tipo:

$$u_{j+1} = u_j + \dot{u} \quad \alpha_{j+1} = \alpha_j + \dot{\alpha} \quad [4.77]$$

lungo punti  $(u, \alpha)$  appartenenti all'arco di cerchio di centro  $(u_0, \alpha_0)$ ;

- cercando di realizzare, nel contempo, la condizione di equilibrio con i carichi esterni:

$$r(u, \alpha) = \alpha p - \xi(u) = 0 \quad [4.78]$$

Con questo metodo non si procede a fissati valori di carico, ma si introduce un parametro  $\alpha$  tra le variabili da determinare, aggiungendo contemporaneamente una ulteriore condizione scalare che realizzi il vincolo di appartenenza all'arco di cerchio. Le correzioni generiche  $(\dot{u}, \dot{\alpha})$  lungo il processo iterativo appartengano al piano ortogonale (in una opportuna metrica) all'incremento totale realizzato nel passo durante il processo. Tale condizione è espressa da una relazione scalare, lineare in  $(\dot{u}, \dot{\alpha})$ , del tipo:

$$\Delta \mathbf{u}^T \bar{\mathbf{K}} \Delta \mathbf{u} + \mu \Delta \alpha^2 = \Delta \xi^2 \quad [4.79]$$

con  $\Delta \mathbf{u}_j = \mathbf{u}_j - \mathbf{u}^{(k)}$ ,  $\Delta \alpha_j = \alpha_j - \alpha^{(k)}$ , e come  $K$  e  $\Delta \xi^2$  sono due opportuni parametri metrici.

Quindi il problema potrà essere risolto secondo il metodo di Newton – Raphson modificato, annoverando tra le equazioni anche la condizione di vincolo:

$$\mathbf{u}_{j+1} = \mathbf{u}_j + \dot{\mathbf{u}}_j \quad [4.80]$$

$$\alpha_{j+1} = \alpha_j + \dot{\alpha}_j \quad [4.81]$$

$$\begin{cases} \mathbf{r}_j = \mathbf{f}[\mathbf{u}_j] - \mathbf{p}(\alpha_j) = 0 \\ \Delta \mathbf{u}_j^T \bar{\mathbf{K}} \dot{\mathbf{u}}_j + \mu \Delta \alpha_j \dot{\alpha}_j = 0 \end{cases} \quad [4.82a,b]$$

La soluzione si cerca lungo la tangente alla circonferenza. L' iterazione termina quando l'errore  $\mathbf{r}_j$  (es.  $\|\mathbf{r}_j\|$ ) diventa minore del valore della tolleranza scelto (es.  $f_{tol}=10^{-4}$ ). I passi del processo iterativo vengono esposti nel paragrafo successivo.

Lo schema iterativo si articola nella seguente forma esplicita:

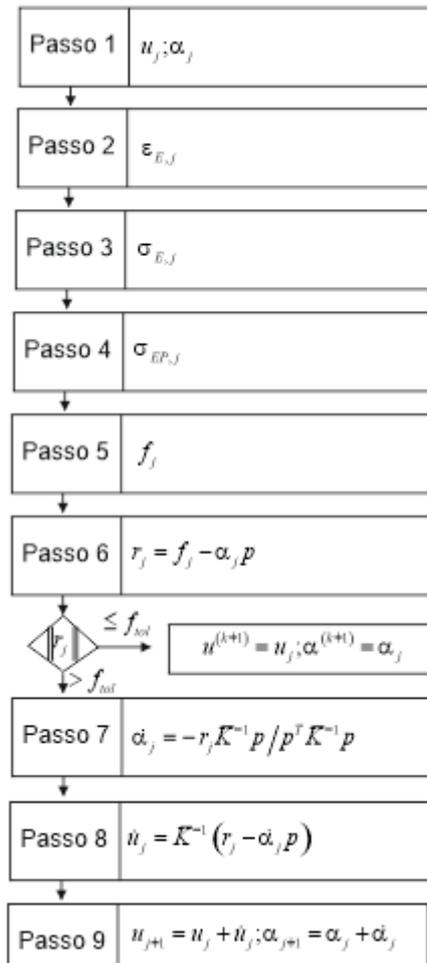


Fig. 4.13. Schema del processo iterativo per il singolo passo dell'analisi.

#### 4.4 Analisi dinamica non lineare

L'analisi dinamica di una struttura sottoposta ad una forzante di tipo sismico è effettuata ricercando la soluzione dell'equazione differenziale dell'equilibrio dinamico associata al sistema ad n gradi di libertà costituito dai parametri cinematici che definiscono il moto della struttura.

Per ciascun moto del suolo, due accelerogrammi sono ruotati lungo le direzioni principali X e Y:

$$\ddot{u}_{g,X}(t) = \ddot{u}_{g,H1}(t) \cos \alpha + \ddot{u}_{g,H1}(t) \operatorname{sen} \alpha \quad [4.83]$$

$$\ddot{u}_{g,Y}(t) = \ddot{u}_{g,H1}(t) \operatorname{sen} \alpha + \ddot{u}_{g,H2}(t) \cos \alpha \quad [4.84]$$

Dove  $\alpha$  è l'angolo di rotazione dell'azione sismica.

L'equazione che una volta risolta fornisce l'evoluzione temporale del campo di spostamenti  $u(t)$  è la seguente:

$$[M] \cdot \{\ddot{u}(t)\} + [C] \cdot \{\dot{u}(t)\} + \{f\} \cdot (\{u(t)\}) = \{P(t)\} = p - M [i_Y \ddot{u}_{g,X}(t) + i_X \ddot{u}_{g,Y}(t)] \quad [4.85]$$

dove:

- $[M]$  matrice delle masse;
- $[C]$  matrice di viscosità;
- $\{f\}(\{u(t)\})$  reazione strutturale;
- $\{P(t)\}$  forzante esterna;
- $i_Y$  e  $i_X$  sono i vettori dei coefficienti di influenza lungo gli assi orizzontali globali.

La ricerca della soluzione in forma chiusa dell'equazione differenziale, a meno di casi particolari di condizioni al contorno, presenta notevoli e forse insormontabili complicazioni a causa del carattere non lineare del problema. Per questo motivo si ricorre ad un processo di soluzione di tipo numerico che può essere sintetizzato nelle fasi seguenti:

- discretizzazione della struttura;
- descrizione del legame elasto-plastico nel singolo passo dell'analisi;
- discretizzazione nel tempo;

- iterazione nel singolo passo dell'analisi.

Di seguito si descrivono solo le ultime due fasi in quanto le altre sono comuni all'analisi statica non lineare come analizzato in precedenza.

Una volta assemblate le matrici di rigidità e delle masse, già esplicitate in precedenza, si può procedere alla definizione della matrice di viscosità. È frequente da parte di molti autori considerare la matrice di viscosità come una combinazione lineare delle due matrici delle rigidità e delle masse. In particolare:

$$[C] = a \cdot [M] + b \cdot [K] \quad [4.86]$$

con a e b costanti da determinare.

Questa assunzione è sufficiente a garantire, anche per la matrice di viscosità, la caratteristica di essere ortogonale rispetto ai modi di vibrazione della struttura, così come per le due matrici  $[M]$ ,  $[K]$  e quindi la disaccoppiabilità delle equazioni del moto.

Con riferimento all'i-esimo modo di vibrazione della struttura sussiste una relazione analoga tra le quantità generalizzate:

$$c_i^* = a \cdot m_i^* + b \cdot k_i^* \quad [4.87]$$

Essendo per l'i-esimo modo di vibrazione:

$c_i^* = 2 \cdot \xi_i \cdot \omega_i \cdot m_i^*$  la viscosità generalizzata;

$k_i^* = \omega_i^2 \cdot m_i^*$  la rigidità generalizzata;

$m_i^*$  la massa generalizzata;

$\omega_i$  la frequenza propria;

$\xi_i$  il fattore di smorzamento.

Uguagliando le espressioni della viscosità generalizzata è possibile esprimere  $\xi_i$  in funzione delle quantità a e b che ancora sono incognite:

$$a \cdot m_i^* + b \cdot k_i^* = 2 \cdot \xi_i \cdot \omega_i \cdot m_i^* \Rightarrow \xi_i = \frac{a}{2 \cdot \omega_i} + \frac{b \cdot \omega_i}{2} \quad [4.88]$$

ovvero essendo  $T_i = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_i}$  :

$$\xi_i = \frac{a \cdot T_i}{4 \cdot \pi} + \frac{b \cdot \pi}{T_i} \quad [4.89]$$

Dunque se la viscosità fosse espressa solo in funzione della massa (b=0) lo smorzamento crescerebbe al crescere di  $T_i$ , cioè sarebbero smorzati soprattutto i modi con periodo più elevato e quindi essenzialmente i primi; se invece lo smorzamento fosse funzione solo della rigidità, (a=0) lo smorzamento diminuirebbe al crescere del periodo di vibrazione e quindi ad essere maggiormente smorzati sarebbero i modi di vibrazione superiori.

Per ricavare dalla precedente espressione dello smorzamento le due variabili a e b occorre imporre per almeno due modi di vibrazione della struttura il valore dello smorzamento e dal sistema di due equazioni ricavare a e b.

Siano  $\xi_i$  e  $\xi_j$  i valori dello smorzamento imposti rispettivamente per i modi di vibrazione aventi pulsazione  $\omega_i$  e  $\omega_j$ . Le due equazioni che consentono di ricavare i coefficienti a e b sono le seguenti:

$$\xi_i = \frac{a}{2 \cdot \omega_i} + \frac{b \cdot \omega_i}{2} \quad [4.90]$$

$$\xi_j = \frac{a}{2 \cdot \omega_j} + \frac{b \cdot \omega_j}{2} \quad [4.91]$$

La soluzione del sistema di equazioni fornisce le espressioni di a e b:

$$a = 2 \cdot \frac{\omega_i \cdot \omega_j}{\omega_j^2 - \omega_i^2} \cdot (\omega_j \cdot \xi_i - \omega_i \cdot \xi_j) \quad [4.92]$$

$$b = 2 \cdot \frac{\omega_i \cdot \omega_j}{\omega_j^2 - \omega_i^2} \cdot \left( -\frac{\xi_i}{\omega_j} + \frac{\xi_j}{\omega_i} \right) \quad [4.93]$$

La scelta dei due modi di vibrazione da considerare e i relativi valori dello smorzamento viscoso è stato il risultato di una attenta valutazione dei risultati di analisi ottenuti calcolando i parametri a e b con differenti coppie di modi di vibrazione; tutto ciò costituirà, nella parte dedicata ai risultati numerici, oggetto di un apposito paragrafo.

#### 4.4.1 Processo iterativo nell'ambito di ciascun passo dell'analisi

Nei paragrafi precedenti si è visto come a partire da un vettore di spostamenti  $\{u\}$  è possibile definire, assegnato un legame “olonomo”, il vettore di risposta strutturale  $\{f\}(\{u\})$ . Resta da definire, all'interno del generico passo, il vettore  $\{\dot{u}_1\}$  tale che  $\{f_1\}(\{u_1\})$  soddisfi l'equazione di equilibrio dinamico.

La soluzione a questo problema può essere trovata utilizzando il seguente schema iterativo a matrice costante:

$$\{r\}^{(j)} = \{q_1\}^{(j)} - \{q_0\} + \left(\frac{1}{2} - \alpha\right) \cdot \Delta t \cdot (\{s_0\} - \{p_0\}) + \left(\frac{1}{2} + \alpha\right) \cdot \Delta t \cdot (\{s_1\}^{(j)} - \{p_1\}) \quad [4.94]$$

$$\{\dot{u}_1\}^{(j+1)} = \{\dot{u}_1\}^{(j)} - [H]\{r\}^{(j)} \quad [4.95]$$

in cui l'indice  $j$  si riferisce al generico ciclo di iterazione e  $[H]$  è una opportuna matrice di iterazione, simmetrica e definita positiva. La prima relazione esprime l'errore  $\{r\}^{(j)}$  commesso scrivendo l'equazione di equilibrio dinamico sulla base della stima  $\{\dot{u}_1\}^{(j)}$  della velocità a fine passo; in funzione di  $\{r\}^{(j)}$  e  $\{\dot{u}_1\}^{(j)}$ , tramite la seconda espressione, è possibile ottenere il vettore delle velocità  $\{\dot{u}_1\}^{(j+1)}$  di nuovo tentativo. Il processo iterativo si arresta quando una appropriata misura  $f_j$  del vettore residuo  $\{r\}^{(j)}$  diventa minore di una tolleranza prefissata  $f_{tol}$ . Si dimostra che se la struttura ha un comportamento elasto-plastico stabile secondo Drucker, la convergenza del processo è assicurata se, in particolare, si assume:

$$[H] = \left( [M] + \left(\frac{1}{2} + \alpha\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + \beta\right) \cdot \Delta t^2 \cdot [K_E] + \left(\frac{1}{2} + \alpha\right) \cdot \Delta t \cdot [C] \right)^{-1} \quad [4.96]$$

essendo  $[K_E]$  la matrice di rigidezza elastica della struttura.

Il procedimento rappresenta una variante al processo iterativo a matrice costante alla Newton–Raphson; l’espressione di  $[H]$  viene determinata imponendo che il residuo  $\{r\}^{(j)}$ , sviluppato in serie di Taylor nell’intorno del punto  $\{\dot{u}_1\}^{(j)}$  fino ai termini del primo ordine, sia nullo:

$$\{r\}^{(j)} + \left( \frac{d\{r\}}{d\{\dot{u}_1\}} \right)_{\{\dot{u}_1\}=\{\dot{u}_1\}^{(j)}} \cdot \left( \{\dot{u}_1\} - \{\dot{u}_1\}^{(j)} \right) = \{0\} \quad [4.97]$$

Considerando il vettore velocità  $\{\dot{u}_1\}$  come il vettore  $\{\dot{u}_1\}^{(j+1)}$  di nuovo tentativo si ottiene nuovamente l’espressione  $\{\dot{u}_1\}^{(j+1)} = \{\dot{u}_1\}^{(j)} - [H]\{r\}^{(j)}$  ponendo:

$$[H] = \left( \frac{d\{r\}}{d\{\dot{u}_1\}} \right)_{\{\dot{u}_1\}=\{\dot{u}_1\}^{(j)}}^{-1} \quad [4.98]$$

Sarà quindi sufficiente, per ottenere la matrice d’iterazione  $[H]$ , derivare rispetto alla velocità l’espressione del residuo  $\{r\}^{(j)}$  vista in precedenza. Nel caso di una struttura a comportamento lineare  $(\{f\}(\{u\}) = [K_E]\{u\})$  si ottiene l’espressione di  $[H]$  vista; qualora si volesse tenere conto delle non linearità del vettore  $\{f\}(\{u\})$  bisognerebbe introdurre nella un matrice di rigidezza tangente così definita:

$$[K_T] = \left[ \frac{d\{f\}(\{u\})}{d\{u\}} \right] = \frac{1}{\left( \frac{1}{2} + \beta \right) \cdot \Delta t} \cdot \left[ \frac{d\{f\}(\{\dot{u}\})}{d\{\dot{u}\}} \right] \quad [4.99]$$

$$A = \int_{\Omega} d\Omega = \frac{1}{2} \int_{\partial\Omega} r n ds = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n r_i r_{i+1}^{\perp}$$

L’assunzione di una matrice come  $[H]$  risulta vantaggiosa ai fini computazionali, dal momento che le operazioni di assemblaggio ed inversione possono essere effettuate una volta per tutte all’inizio dell’analisi. La convergenza risulta ovviamente molto più rapida per problemi lineari

rispetto a casistiche di ordine superiore in cui le non linearità sono comunque “confinare” all’espressione della matrice di rigidezza tangente  $[K_T]$ .

A questo punto è possibile riassumere nello schema di Fig. 4.11 l’insieme delle operazioni di cui si compone il singolo passo dell’analisi.

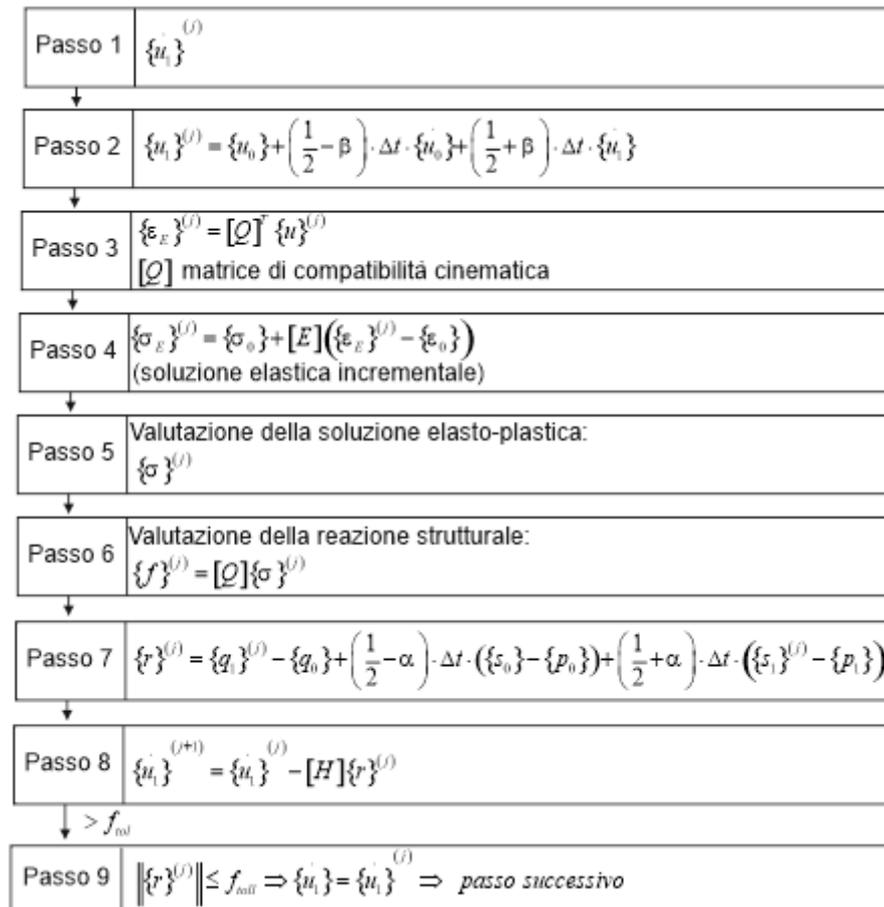


Fig. 4.14. Schema del processo iterativo per il singolo passo dell’analisi

Se alla fine del passo il residuo è inferiore ad una prefissata soglia di tolleranza il processo va avanti al passo successivo, altrimenti si ritorna all’inizio dell’integrazione.

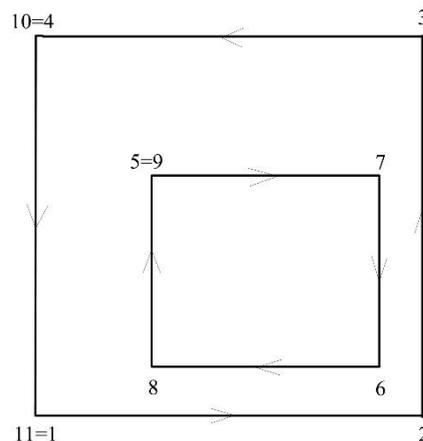
## 4.5 Modellazione a fibre

### 4.5.1 Modellazione a livello di sezione (BIAXIAL)

La modellazione a fibre viene effettuata utilizzando il programma Biaxial, in modo da verificare la procedura proposta per la linearizzazione del dominio elastico.

Si devono effettuare una serie di passi per la modellazione della sezione, che vengono illustrati di seguito.

- Per prima cosa, bisogna definire la geometria della sezione. In particolare, la sezione deve essere definita attraverso una poligonale chiusa che delimita il perimetro con segmenti di retta (i quali costituiscono sia il perimetro interno che esterno). I vertici del perimetro esterno, devono essere numerati in senso antiorario ed in senso orario per il perimetro interno (Fig. 4.15).



**Fig. 4.15. Definizione della poligonale**

- In seguito, bisogna suddividere la sezione in elementi finiti, quindi, per definire la minima area rettangolare che involupa la sezione di calcestruzzo esaminata, si considerano le coordinate minime e massime dei vertici.
- Si deve attribuire ad ogni elemento un materiale.

Per misurare la qualità della discretizzazione, questa ultima può essere data dal rapporto tra la somma delle superfici degli elementi finiti e l'area effettiva della sezione. L'area totale,  $A_{disc}$ , degli elementi finiti è data dalla somma delle superfici  $A_{k=x_{el}y_{el}}$  (uguali) degli elementi attivi (se il baricentro di un elemento giace all'interno del perimetro della sezione significa che l'elemento appartiene alla sezione ed è considerato attivo):  $A_{disc}=\sum\theta_k A_{k=x_{el}y_{el}}\sum\theta_k$ . L'area effettiva invece della sezione è data dall'integrale sul dominio regolare piano  $\Omega$ :

$$A = \int_{\Omega} d\Omega = \frac{1}{2} \int_{\partial\Omega} r n ds = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n r_i r_{i+1}^{\perp} \quad [4.100]$$

Dove  $n$  rappresenta gli  $n$  segmenti di retta,  $r_i$  è il vettore posizione del vertice  $i$  e  $r_{i+1}^{\perp}$  è il vettore ad esso ortogonale.

Per garantire la consistenza del teorema di Gauss, il baricentro della sezione è calcolato a partire dalla area discretizzata in elementi finiti, piuttosto che dall'area reale effettiva. Ogni dato può essere raccolto in una matrice tridimensionale come illustrato di seguito.

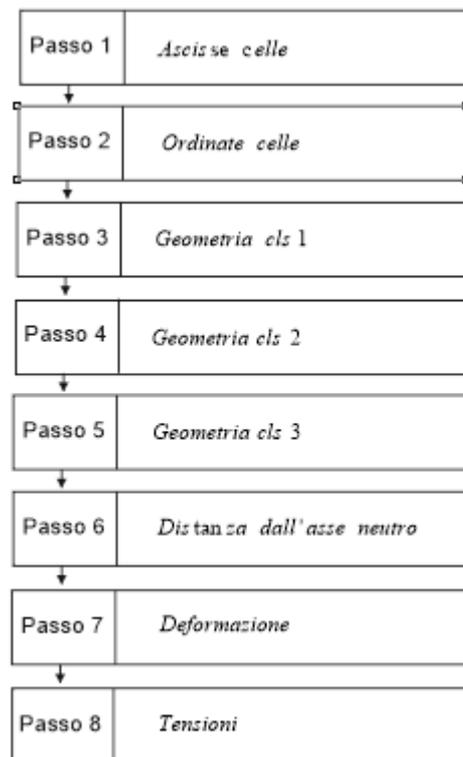


Fig. 4.16. Schema di matrice delle proprietà geometriche e meccaniche.

Dopo aver discretizzato la sezione di calcestruzzo e definito gli elementi finiti (o fibre), si passa alla definizione di tabelle, una per ciascun tipo di armatura presente. Si usa una tabella per ciascuna tipologia di armatura, in cui, ciascuna riga contiene informazioni su ciascun elemento (ad esempio nella prima colonna vi è l'ascissa del baricentro di una barra, nella seconda colonna l'ordinata, quindi la distanza dall'asse neutro, ecc.).

Una volta che tutte le coordinate degli elementi sono state definite, è possibile valutare la distanza, ortogonale, di ciascun elemento dalla retta dell'asse neutro. È fondamentale definire, il verso dell'asse neutro oltre alla direzione (in quanto le distanze degli elementi da esso andranno valutate con un segno che caratterizzerà lo stato di compressione o trazione delle fibre). Fissato un valore della curvatura e noto il campo deformativo, si valuta il campo tensionale in ciascun elemento usando i legami costitutivi per i materiali interessati. La risultante interna, cioè l'integrale del campo tensionale è dato da:

$$N_{\text{int}} = \int_{A_{\text{disc}}} \theta \sigma dA + \sum_{j=1}^{n_{\text{arm.}}} \sigma_j A_j = \sum_{i=1}^{n_d m_d} \theta_i \sigma_i A_i + \sum_{j=1}^{n_{\text{arm.}}} \sigma_j A_j = \sum_{i=1}^{n_d m_d} N_i + \sum_{j=1}^{n_{\text{arm.}}} \sigma_j A_j \quad [4.101]$$

Ad ogni elemento attivo (con moltiplicatore del materiale  $\theta_i$  pari a 1) è attribuita una tensione  $\sigma$  uniforme, uguale al valore corrispondente alla deformazione del suo baricentro;  $N_i = \theta_i \sigma_i A_i$  è la risultante di sforzo normale per l'elemento  $i$ . L'integrale è, quindi, approssimato dalla somma estesa a tutti gli elementi attivi e a tutti gli elementi di armatura ( $n_{\text{arm.}}$ ), portando in conto in questo modo, i contributi di calcestruzzo, acciaio ed FRP. Allo stesso modo si valuta il momento flettente, in primo luogo rispetto agli assi del sistema di riferimento:

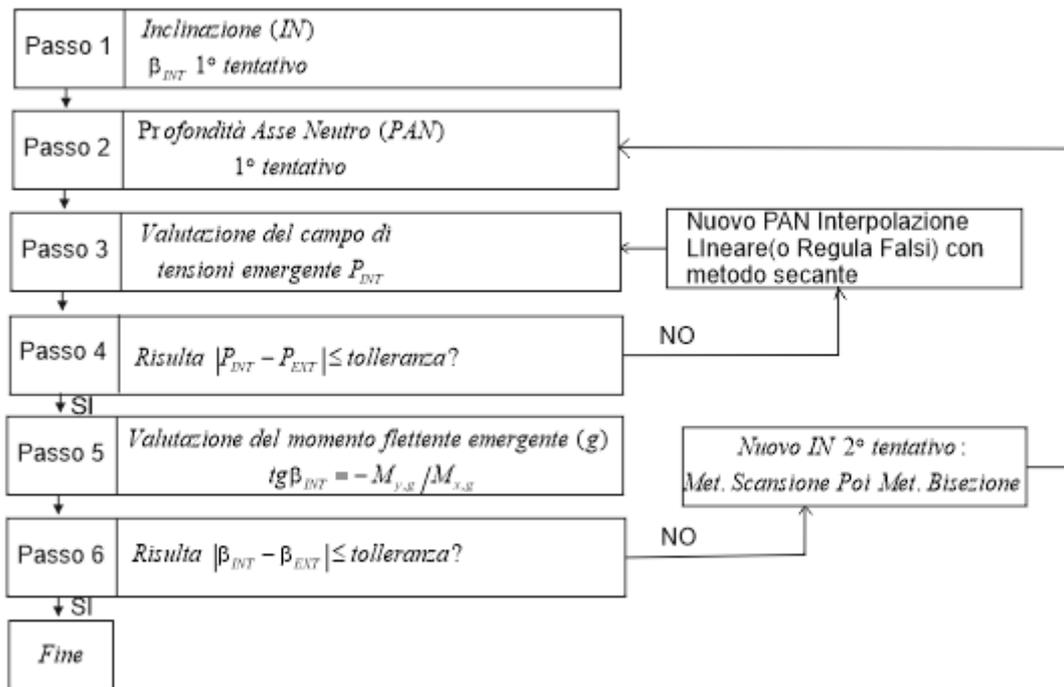
$$M_x = \int_{A_{\text{disc}}} \theta \sigma y dA + \sum_{j=1}^{n_{\text{arm.}}} \sigma_j A_j y_j = \sum_{i=1}^{n_d m_d} \theta_i \sigma_i A_i y_i + \sum_{j=1}^{n_{\text{arm.}}} \sigma_j A_j y_j = \sum_{i=1}^{n_d m_d} N_i y_i + \sum_{j=1}^{n_{\text{arm.}}} \sigma_j A_j y_j \quad [4.102]$$

$$M_y = \int_{A_{\text{disc}}} \theta \sigma x dA + \sum_{j=1}^{n_{\text{arm.}}} \sigma_j A_j x_j = \sum_{i=1}^{n_d m_d} \theta_i \sigma_i A_i x_i + \sum_{j=1}^{n_{\text{arm.}}} \sigma_j A_j x_j = \sum_{i=1}^{n_d m_d} N_i x_i + \sum_{j=1}^{n_{\text{arm.}}} \sigma_j A_j x_j \quad [4.103]$$

Si valuta, quindi, il momento di trasporto rispetto al baricentro dell'intera sezione. L'angolo di inclinazione del piano di sollecitazione interno emergente è quindi  $tg \beta_{int} = -M_{y,g} / M_{x,g}$ .

Nel caso di pressoflessione retta, le equazioni non lineari da risolvere si riducono ad una sola equazione di equilibrio: l'integrale del campo tensionale sull'intera sezione,  $N_{int}$ , associato ad un determinato asse neutro e curvatura, deve essere uguale (ovvero in equilibrio) allo sforzo normale esterno applicato,  $N_{ext}$ . Questo problema diviene generalmente non lineare superata la fase elastica lineare e può essere risolto cambiando iterativamente la profondità dell'asse neutro finché non si ottiene l'equilibrio ( $|N_{int}-N_{ext}| < \text{tolleranza}$ ). Il problema si ritiene quindi risolto se lo scarto tra la sollecitazione esterna applicata e lo sforzo normale emergente è minore di una quantità predefinita, in genere una percentuale dello sforzo esterno  $N_{ext}$ .

Nel caso invece di pressoflessione biassiale, il sistema di equazioni da risolvere è composto da due equazioni accoppiate nelle incognite di profondità ed inclinazione dell'asse neutro. Il criterio di convergenza dell'inclinazione dell'asse neutro è la convergenza dell'inclinazione del piano della sollecitazione esterna applicata all'inclinazione del piano della sollecitazione interna emergente:  $|\beta_{int}-\beta_{ext}| < \text{tolleranza}$ . Il processo iterativo diventa più complesso a causa della doppia convergenza di due equazioni non lineari accoppiate. Tale problema può però essere risolto adottando due procedure iterative successive. Prima di tutto, si fa variare la profondità dell'asse neutro per ottenere l'equilibrio dello sforzo normale. Questa procedura iterativa, viene ripetuta al variare della inclinazione dell'asse neutro finché non si ottiene la convergenza dell'inclinazione del piano della sollecitazione esterna applicata all'inclinazione del piano della sollecitazione interna emergente. Lo sforzo normale esterno applicato rimane costante durante il processo di carico ed il centro di pressione dello sforzo normale, si assume giacere sempre sulla retta appartenente al fascio di rette uscente dal baricentro della sezione con l'inclinazione prescritta  $\beta_{ext}$ . Per ciascun valore dell'inclinazione dell'asse neutro si esegue un ciclo iterativo per equilibrare lo sforzo normale. Una volta ottenuto l'equilibrio, si valuta l'inclinazione del piano di sollecitazione interno emergente. La procedura si ripete fino ad ottenere la convergenza dell'inclinazione del piano di sollecitazione. La doppia procedura iterativa è rappresentata schematicamente in Fig. 4.17.



**Fig. 4.17. Diagramma di flusso della procedura**

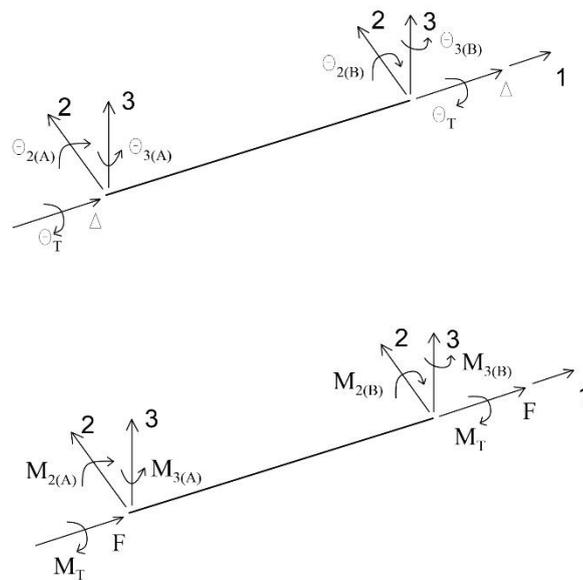
A causa della elevata non linearità del problema formulato è opportuno sviluppare alcune tecniche di ottimizzazione del processo iterativo e dei criteri di convergenza per rendere più efficiente e rapida la soluzione del problema. Per esempio si può procedere con il metodo di Newton modificato che adotta sempre la pendenza della corda valutata al primo tentativo e se la convergenza è ancora lenta si può ridurre la pendenza. Il problema invece della ricerca dell'inclinazione dell'asse neutro può essere risolto utilizzando il metodo della bisezione che ad ogni passo dimezza l'intervallo di ricerca preservando la metà in cui si osserva una inversione di segno della funzione agli estremi.

#### **4.5.2 Modellazione a livello di struttura (SEISMOSTRUCT)**

Il programma SeismoStruct, viene utilizzato per verificare e calibrare il modello a plasticità concentrata (LPM), proposto.

Di seguito si espongono le basi teoriche e le convenzioni assunte per la modellazione, nel programma SeismoStruct.

Per tenere in considerazione le non linearità geometriche nella matrice di rigidezza, si fa riferimento al modello sviluppato da Correia e Virtuoso (2006), in cui si considerano sia le grandi rotazioni/spostamenti che le grandi deformazioni, indipendenti, dalla corda dell'elemento. Nel sistema locale alla corda dell'elemento trave-colonna si considerano sei gradi di libertà in spostamento ( $\theta_{2(A)}, \theta_{3(A)}, \theta_{2(B)}, \theta_{3(B)}, \Delta, \theta_T$ ) e le relative forze interne all'elemento ( $M_{2(A)}, M_{3(A)}, M_{2(B)}, M_{3(B)}, F, M_T$ ).



**Fig. 4.18. Sistema locale alla corda dell'elemento trave-colonna.**

Il programma, utilizza l'approccio a fibre, per rappresentare il comportamento di una sezione, in cui, ad ogni fibra è associata una relazione uniassiale sforzo-deformazione e lo stato tenso-deformativo delle sezioni degli elementi trave-colonna si determina attraverso l'integrazione della risposta uniassiale non lineare sforzo-deformazione di ciascuna fibra in cui è stata suddivisa la sezione. Questo approccio offre diversi vantaggi, infatti, non c'è bisogno di effettuare un'analisi momento curvatura, di introdurre un comportamento isteretico associato agli elementi, c'è, inoltre, una modellazione diretta dell'interazione carico assiale-momento, una rappresentazione diretta del carico biassiale e l'interazione fra le resistenze flessionali nelle direzioni ortogonali. Quindi gli elementi a plasticità diffusa presentano, da questo punto di vista, maggiori pregi rispetto a quelli a plasticità concentrata.

I modelli a plasticità diffusa, possono essere implementati o attraverso l'approccio basato sugli spostamenti DB (Hellesland e Scordelis, 1981; Mari e Scrdelis, 1984) o l'approccio basato sulle

forze FB (Spacone et al., 1996; Neuenhofer e Filippou, 1997). Questo ultimo, però, risulta efficace sempre, cioè sia quando il materiale presenta comportamento elastico che inelastico, in quanto non dipende dal comportamento costitutivo della sezione. Il programma utilizza entrambi gli approcci anche se consiglia il metodo basato sulle forze, anche perché esso permette, l'uso di un solo elemento finito per elemento strutturale e ciò semplifica il compito di interpretare i risultati ottenuti in termini di rotazioni alla corda degli elementi per le verifiche sismiche. È possibile utilizzare se si vuole anche il modello a plasticità concentrata.

Per quanto riguarda le analisi che si possono utilizzare nel programma, si pone l'attenzione sull'analisi statica che è l'analisi usata nel seguente lavoro di tesi ed in particolare sull'analisi pushover. Il programma incrementa automaticamente il fattore di carico fino ad un valore limite stabilito dall'utente o dal collasso numerico. L'incremento di carico si può effettuare o attraverso il controllo del carico, o della risposta o attraverso il controllo automatico della risposta (in cui l'incremento di carico è completamente regolato dal programma).

In SeismoStruct si può utilizzare anche l'analisi statica adattiva, molto utile per studiare edifici esistenti (Antoniou et al., 2002; Antoniou e Pinho, 2004; Ferracuti et al., 2009) e che stima la capacità orizzontale della struttura e la sua deformazione. La pushover adattiva ha la capacità di aggiornare lo schema dei carichi laterali, in accordo con le caratteristiche modali della struttura, e quindi riesce a superare il limite della pushover agli spostamenti con distribuzione fissa. È una analisi che si basa sulla "prestazione" per valutare le strutture. Ciò risulta molto utile se si devono analizzare edifici che presentano irregolarità di resistenza o rigidità. L'incremento di carico si può effettuare come visto in precedenza per l'analisi pushover convenzionale.

Nel programma sono presenti diversi materiali, di seguito si espongono alcuni **modelli** che si possono utilizzare per l'acciaio e per il calcestruzzo.

#### *Acciaio*

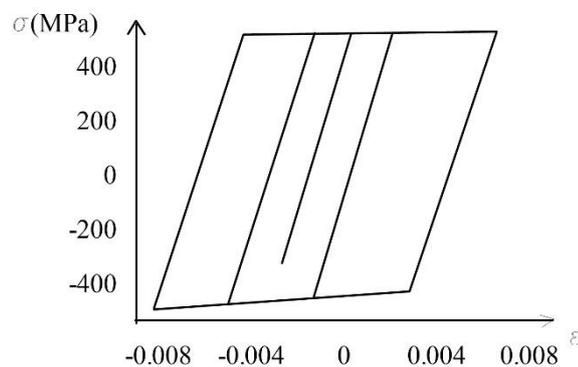
- Modello bilineare

È un modello uniassiale sforzo-deformazione bilineare con incrudimento cinematico, in cui il ramo elastico rimane costante in tutte le fasi di carico e la legge di incrudimento cinematico viene assunta come una funzione lineare dell'incremento di deformazione plastica.

Cinque sono i parametri fondamentali per descrivere le caratteristiche del materiale e sono:

- il modulo di elasticità dell'acciaio;
- la resistenza a snervamento;
- il parametro di incrudimento;
- la deformazione a rottura o per instabilità a carico di punta;
- il peso specifico.

È il modello utilizzato nel seguente lavoro di tesi.



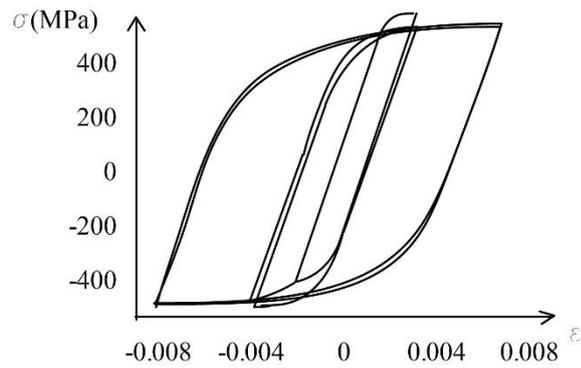
**Fig. 4.19. Modello bilineare per l'acciaio.**

▪ Modello di Menegotto e di Pinto (1973)

È un modello uniassiale che è bene utilizzare per strutture in c.a. soggette a storie di carico complesse e va bene sia per le barre nevate che lisce.

Dieci sono i parametri fondamentali, per descrivere le caratteristiche del materiale e sono:

- il modulo di elasticità dell'acciaio;
- la resistenza a snervamento;
- il parametro di incrudimento;
- la deformazione a rottura o per instabilità a carico di punta;
- il peso specifico;
- il parametro della forma iniziale della curva di transizione;
- i coefficienti di calibrazione della forma delle due curve di transizione;
- i due coefficienti di calibrazione dell'incrudimento isotropo;



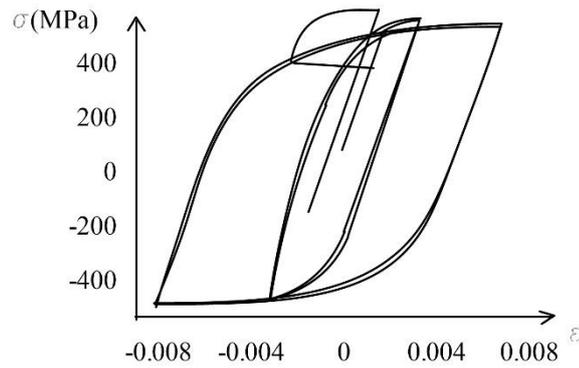
**Fig. 4.20. Modello di Menegotto e di Pinto.**

- Modello di Monti e di Nuti (1992)

È un modello uniassiale che è bene utilizzare per strutture in c.a. in cui si può verificare l'instabilità delle barre e va bene sia per le barre nevate che lisce. Descrive il comportamento post-elastico con instabilità delle barre in compressione.

Dodici sono i parametri fondamentali, per descrivere le caratteristiche del materiale e sono:

- il modulo di elasticità dell'acciaio;
- la resistenza a snervamento;
- il parametro di incrudimento;
- il peso specifico;
- il parametro della forma iniziale della curva di transizione;
- i coefficienti di calibrazione della forma delle due curve di transizione;
- il coefficiente di ponderazione, cinematico/isotropo;
- parametro correttivo di scarico spurio;
- passo dell'armatura trasversale;
- diametro delle barre longitudinali;
- deformazione a rottura.



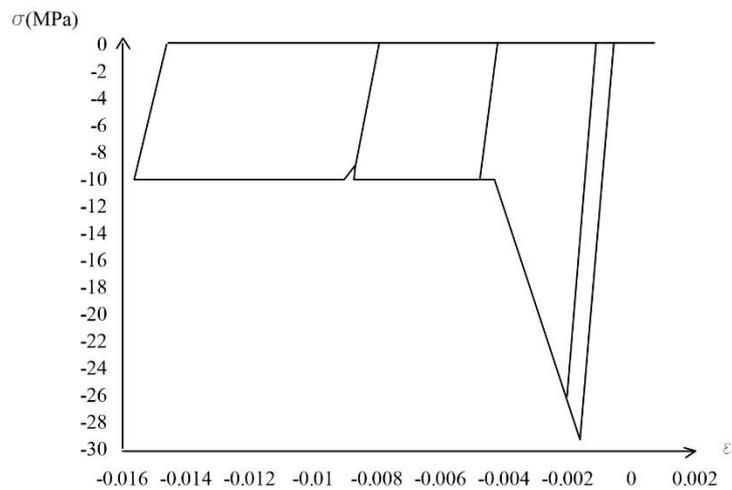
**Fig.4.21. Modello di Monti e di Nuti.**

### *Calcestruzzo*

- **Modello trilineare**

È un modello uniassiale trilineare semplificato per il quale la resistenza a trazione, è nulla e si presuppone un plateau di resistenza residua a compressione. Cinque sono i parametri fondamentali, per descrivere le caratteristiche del materiale e sono:

- la resistenza a compressione;
- la rigidezza iniziale;
- la rigidezza post-picco;
- la resistenza residua;
- il peso specifico.

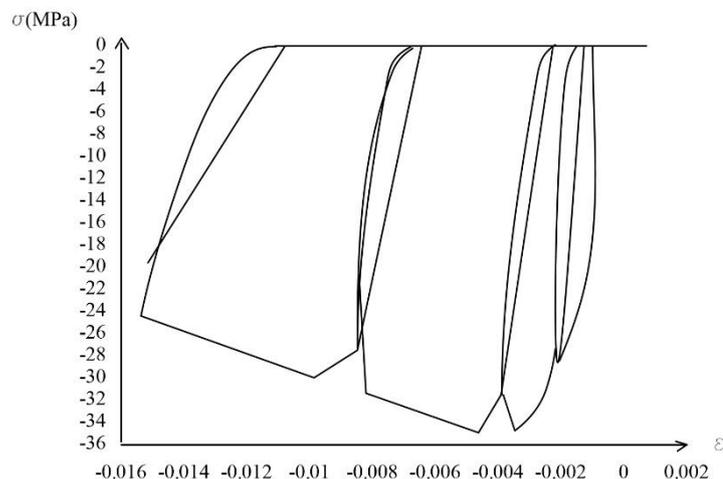


**Fig. 4.22. Modello trilineare.**

▪ Modello di Mander et al. (1988)

È un modello uniassiale non lineare a confinamento costante per calcestruzzo. Mander assume una pressione di confinamento costante attraverso l'intero campo di sforzi-deformazioni. È il modello utilizzato per il seguente lavoro di tesi. Cinque sono i parametri fondamentali, per descrivere le caratteristiche del materiale e sono:

- la resistenza a compressione;
- la resistenza a trazione;
- la deformazione al valore di picco dello sforzo;
- il fattore di confinamento
- il peso specifico.



**Fig. 4.23. Modello di Mander et al.**

Il fattore di confinamento per questo materiale, è costante ed è definito come il rapporto tra lo sforzo di compressione nel calcestruzzo confinato e non confinato. Viene usato per scalare la relazione sforzo-deformazione in tutto il range di deformazioni. Il fattore di confinamento, può essere calcolato utilizzando un qualunque modello di confinamento disponibile in letteratura, ma il programma invita ad utilizzare la formula di Mander et al.. Il suo valore varia, in genere, tra 1 e 2, per elementi in calcestruzzo armato e tra 1.5 e 4 per elementi misti acciaio-calcestruzzo.

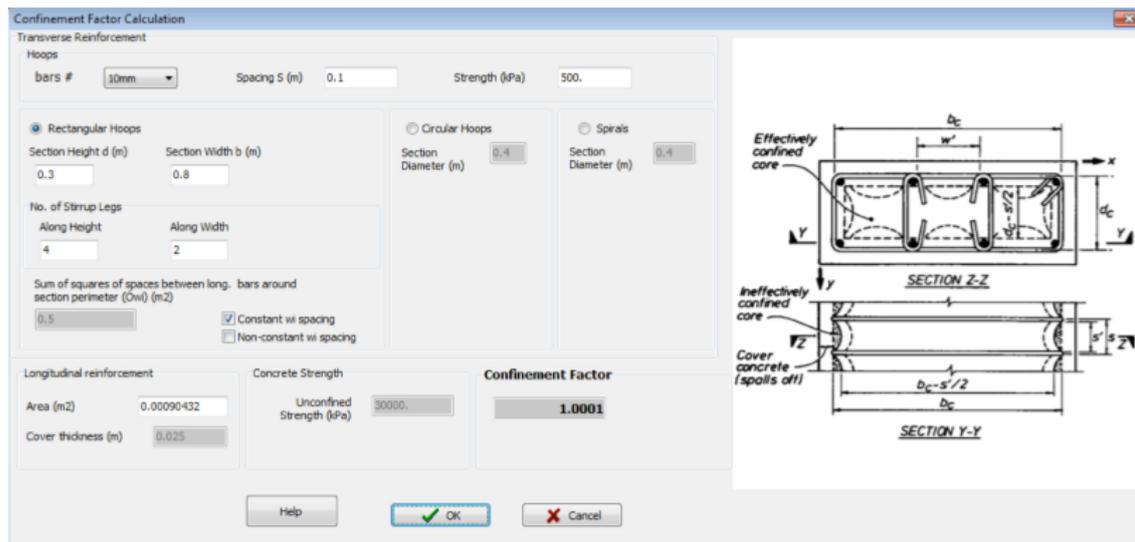
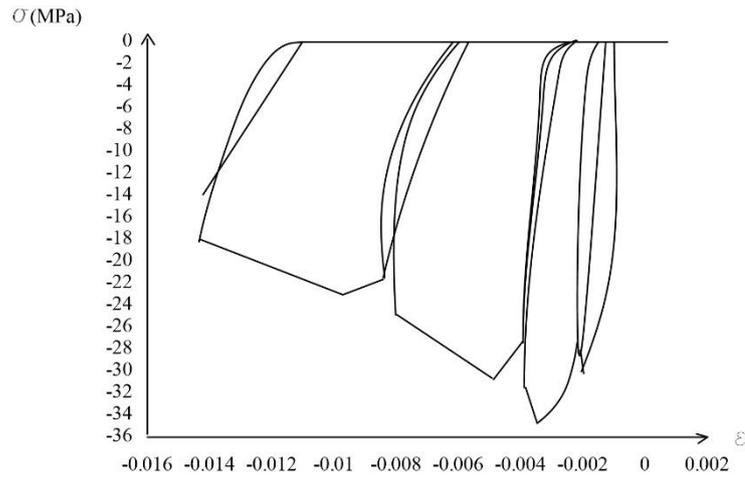


Fig. 4.24. Calcolo del fattore di confinamento.

- Modello di Madas e di Elnashai (1992)

È identico al modello di Mander et al., l'unica differenza sta nella modellazione del confinamento, infatti, in questo caso, il confinamento viene calcolato ad ogni passo dell'analisi in funzione del livello di deformazione raggiunto dalle armature trasversali, che a sua volta dipende dall'espansione laterale del calcestruzzo, indotta, dal carico assiale dell'elemento. Undici sono i parametri fondamentali, per descrivere le caratteristiche del materiale e sono:

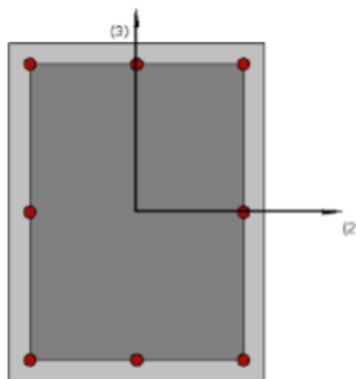
- la resistenza a compressione;
- la resistenza a trazione;
- la deformazione al valore di picco dello sforzo;
- il coefficiente di Poisson;
- la resistenza a snervamento dell'acciaio trasversale;
- il modulo di elasticità dell'acciaio trasversale;
- il parametro di incrudimento dell'acciaio trasversale;
- il diametro dell'armatura trasversale;
- il passo dell'armatura trasversale;
- il diametro del nucleo di calcestruzzo;
- il peso specifico.



**Fig. 4.25. Modello di Madas e di Elnashai.**

Il programma offre diverse possibilità per quanto riguarda le **sezioni** da poter utilizzare: sezioni ad un solo materiale, sezioni composte e sezioni in cemento armato, ciascuna categoria con differenti forme della sezione. Di seguito si pone l'attenzione, nei confronti delle sezioni in c.a. di forma rettangolare e a T, in quanto sono di interesse per il seguente lavoro di tesi.

- Sezione rettangolare in c.a.

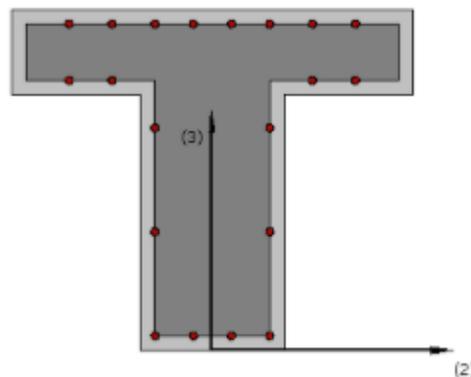


**Fig. 4.26. Sezione rettangolare nel programma.**

Adatta alla modellazione di colonne rettangolari in c.a. o per modellare pareti strutturali di qualsiasi forma. Inserendo l'altezza e la larghezza della sezione all'interno del programma, si possono definire: il materiale dell'armatura, del copriferro e del calcestruzzo d'anima e quindi

poi si possono definire le barre di armatura, o inserendo, il numero di barre agli angoli e ai lati della sezione, oppure, possono essere definite inserendo l'area e le coordinate di ciascuna barra.

- Sezione a T in c.a.



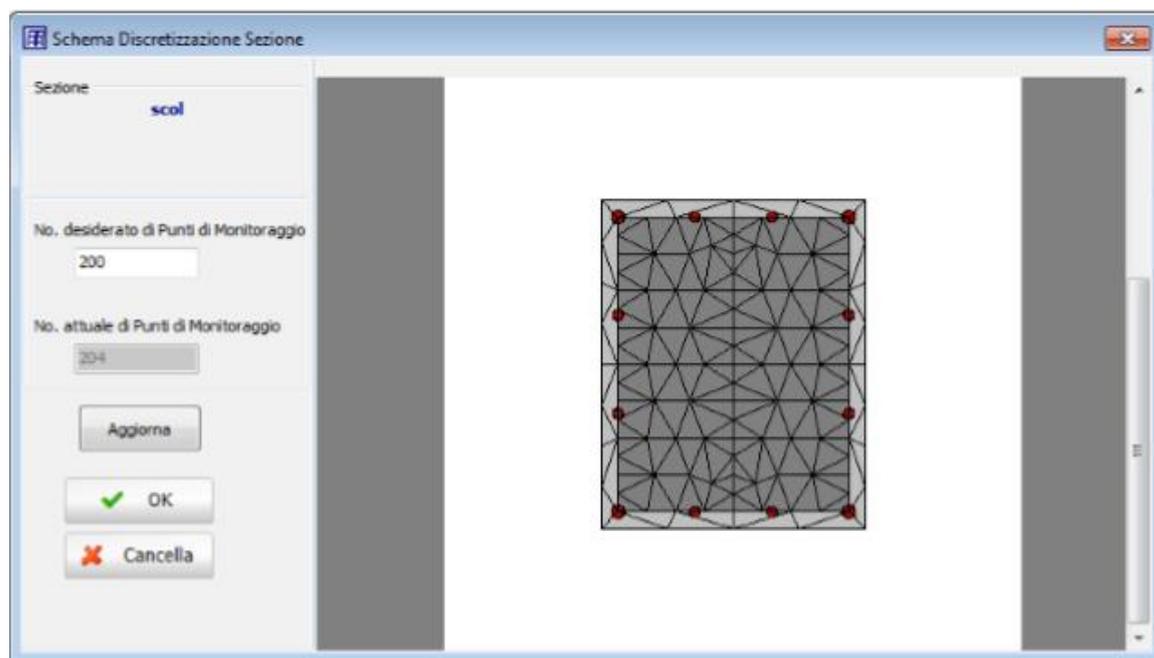
**Fig. 4.27. Sezione a T nel programma.**

Adatta alla modellazione di travi in c.a. con sezione a T, al L o rettangolare. Inserendo l'altezza, la larghezza della trave e la larghezza della soletta con l'eccentricità della trave all'interno del programma, si possono definire: il materiale dell'armatura, del copriferro e del calcestruzzo d'anima e quindi poi si possono definire le barre di armatura, o inserendo il numero di barre agli estremi e lungo le pareti laterali della trave e agli estremi della soletta, oppure, possono essere definite inserendo l'area e le coordinate di ciascuna barra.

Il programma dispone di diverse **classi elementi**. Di seguito si discute degli elementi trave-colonna ed in particolare degli elementi frame inelastici.

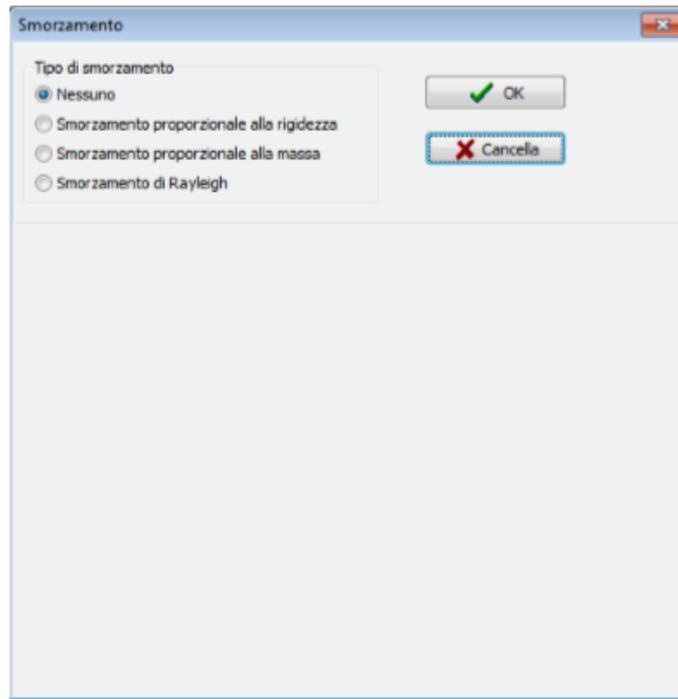
Sono degli elementi 3D trave-colonna che modellano gli elementi di un telaio spaziale considerando sia la non linearità geometrica che l'inelasticità del materiale. Utilizzando il metodo basato sulle forze, come già detto in precedenza, si hanno delle semplificazioni, infatti, non è necessaria la discretizzazione dell'elemento strutturale e quindi si hanno delle analisi più veloci rispetto a quelle che si avrebbero utilizzando il metodo basato sugli spostamenti. Inoltre, l'uso di un solo elemento finito per elemento strutturale, semplifica il compito di interpretare i risultati ottenuti in termini di rotazioni alla corda degli elementi per le verifiche sismiche. In

entrambi i casi, approccio basato sulle forze e sugli spostamenti, bisogna comunque, definire il numero di fibre da utilizzare nei calcoli dell'equilibrio effettuati ad ogni sezione di integrazione dell'elemento. Il numero adeguato di fibre cambia a seconda della sezione e del grado di inelasticità al quale viene spinto l'elemento. Nel caso di utilizzo del metodo basato sulle forze, bisogna definire, anche, il numero di sezioni di integrazione.



**Fig. 4.28. Discretizzazione della sezione.**

Il programma permette di stabilire il valore dello smorzamento specifico dell'elemento diverso dallo smorzamento globale.



**Fig. 4.29. Definizione di uno smorzamento specifico dell'elemento.**

Lo smorzamento definito al livello dell'elemento, deve avere la precedenza su quello globale; questo significa che i coefficienti della matrice di smorzamento, calcolata al livello globale, vengono sostituiti da dei coefficienti calcolati, moltiplicando la matrice delle masse dell'elemento, per un parametro proporzionale alla massa, oppure moltiplicando la matrice di rigidezza dell'elemento per un parametro proporzionale alla rigidezza, oppure tramite il calcolo di una matrice di smorzamento di Rayleigh per l'elemento.

## Capitolo 5

### Caso di studio: il municipio del Comune di Spilinga

#### 5.1 Premessa

L'edificio oggetto di studio progettato e realizzato nel 1962, è situato nel Comune di Spilinga in provincia di Vibo Valentia. La costruzione è adibita a sede municipale. L'aggregato edilizio che lo circonda è caratterizzato da edifici realizzati in muratura di pietrame grezzo, mentre l'edificio in esame è stato costruito in calcestruzzo armato. Il municipio di Spilinga inoltre dal punto di vista normativo è stato progettato seguendo le indicazioni contenute nel Regio Decreto del 22 Novembre 1937 n° 2105, con il quale si cominciava a classificare il territorio italiano in due zone sismiche. Con questo decreto la zona del comune di Spilinga era classificata come zona sismica di prima categoria così come è classificata dall'attuale normativa italiana.

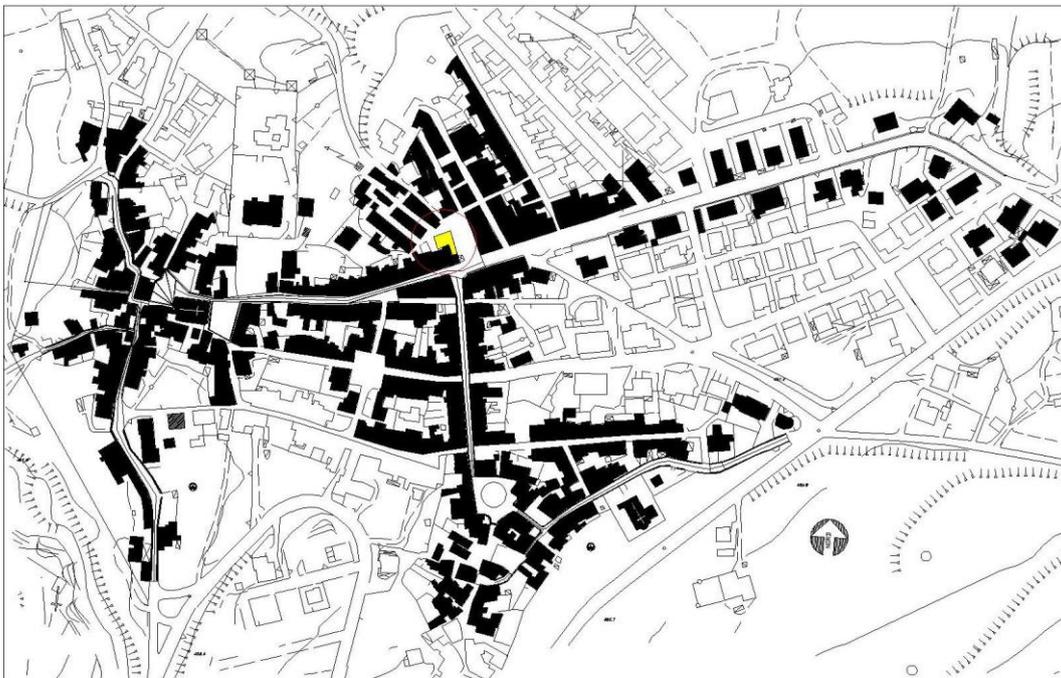


Fig. 5.1. Planimetria.

#### 5.2 Livello di conoscenza

##### 5.2.1 Geometria

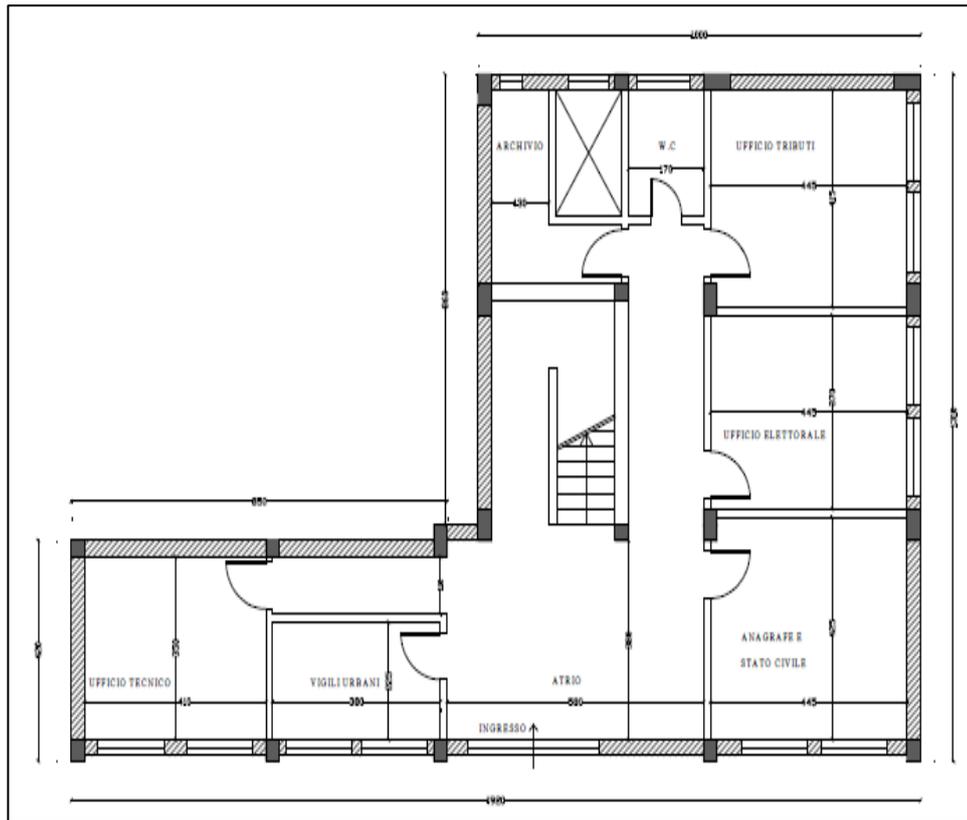
L'edificio è stato realizzato con una struttura intelaiata in calcestruzzo armato ordinario ed è costituito da due piani fuori terra. Complessivamente l'edificio è alto 6.90 m di cui 3.30 m spettano al primo impalcato e 2.90 m, al secondo. Dal punto di vista planimetrico invece presenta irregolarità in pianta in quanto la sua forma è assimilabile a quella di una "L" con il lato lungo di 19.20 m e il lato corto di 13.10 m. La struttura di fondazione è costituita da un

reticolo di travi in calcestruzzo armato di sezione rettangolare costante 40 x 75 cm. Il solaio del piano terra poggia su un cordolo in calcestruzzo di 90 cm che a sua volta poggia su un magrone di altezza pari a 20 cm. La struttura portante inoltre è costituita da telai in calcestruzzo armato disposti parallelamente allo sviluppo in pianta dei due lati della cosiddetta “L”.

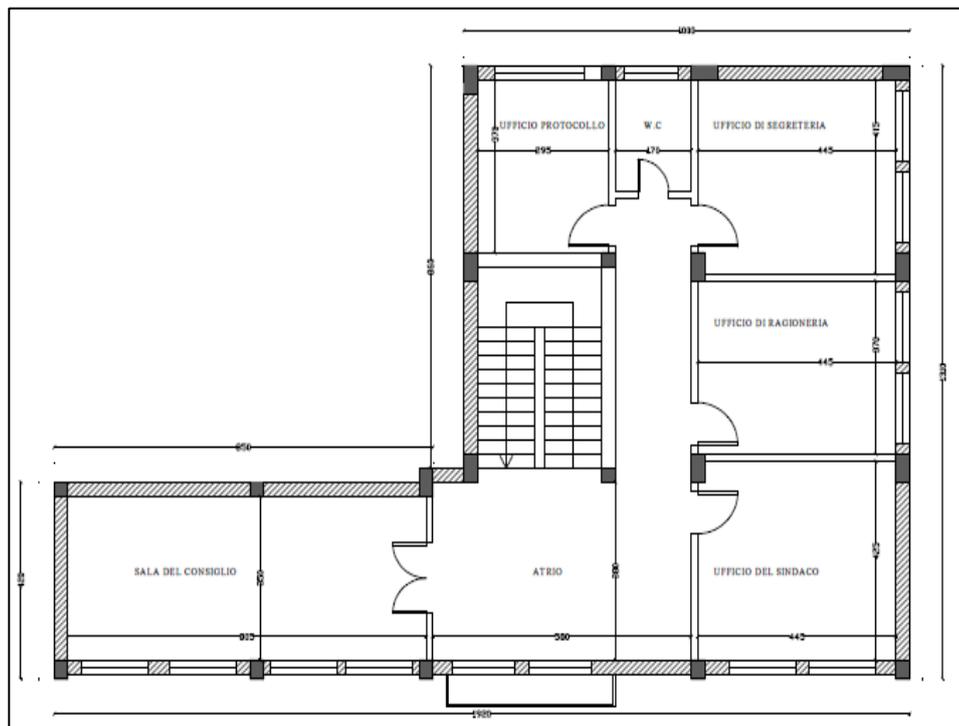


**Fig. 5.2. Foto comune di Spilinga.**

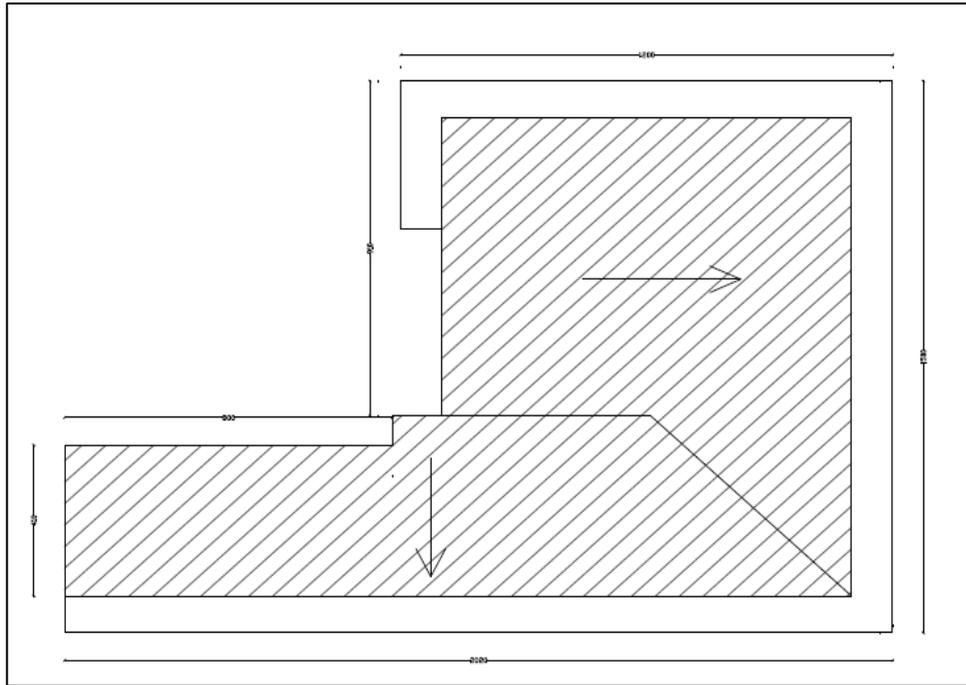
I telai tra di loro sono collegati da travi a spessore ed emergenti. I solai di piano presentano un'altezza complessiva di 30 cm e la loro orditura è stata eseguita trasversalmente rispetto allo sviluppo dei due lati principali dell'edificio. I solai inoltre sono stati realizzati in latero – cemento con travetti gettati in opera di 12 cm di larghezza e pignatte di sezione 43 x 25 x 16 cm. All'interno dell'edificio è presente un solo vano scala di forma rettangolare di dimensioni 5.00 x 3.40 m, sostenuto da quattro pilastri in calcestruzzo armato con la presenza di due rampe di larghezza pari a 1.10 m. Lo schema strutturale della scala è quello di trave ginocchio con gradini di alzata pari a 17.00 cm e pedata di 30.00 cm. La struttura di copertura è ad unica falda inclinata sui due lati principali della pianta ed è stata realizzata con una doppia orditura di travi in legno poggianti su muretti di laterizi forati di spessore di 30.00 cm. Sulle travi in legno poggia a sua volta il manto di copertura costituito da tegole. Gli elaborati architettonici che si riportano di seguito sono stati realizzati da altri professionisti in occasione di uno studio precedente sull'edificio, che hanno consentito l'individuazione dell'organismo strutturale resistente alle azioni orizzontali e verticali descrivendo la geometria della struttura, gli elementi strutturali e le loro dimensioni. Per la caratterizzazione della struttura di fondazione è stato effettuato un esame visivo della successione stratigrafica del terreno eseguito lungo uno dei lati dell'edificio allo scopo di determinare la profondità del piano di posa e alcune caratteristiche della fondazione. È stato effettuato un rilievo visivo a campione a verifica della effettiva corrispondenza del costruito ai disegni.



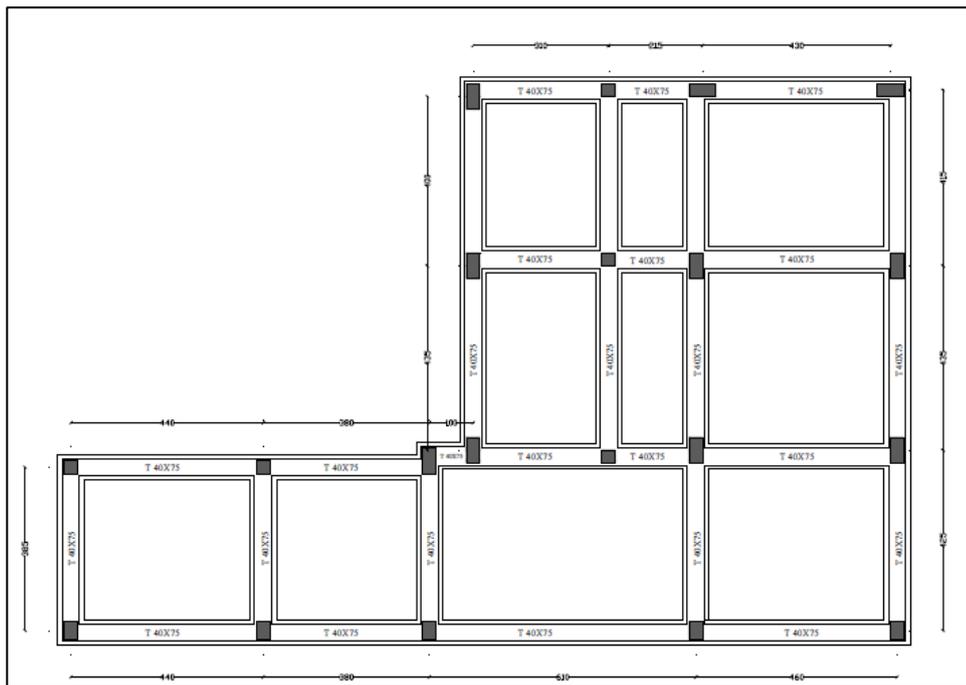
**Fig. 5.3. Pianta primo piano.**



**Fig. 5.4. Pianta secondo piano.**



**Fig. 5.5. Pianta copertura.**



**Fig. 5.6. Pianta fondazioni.**

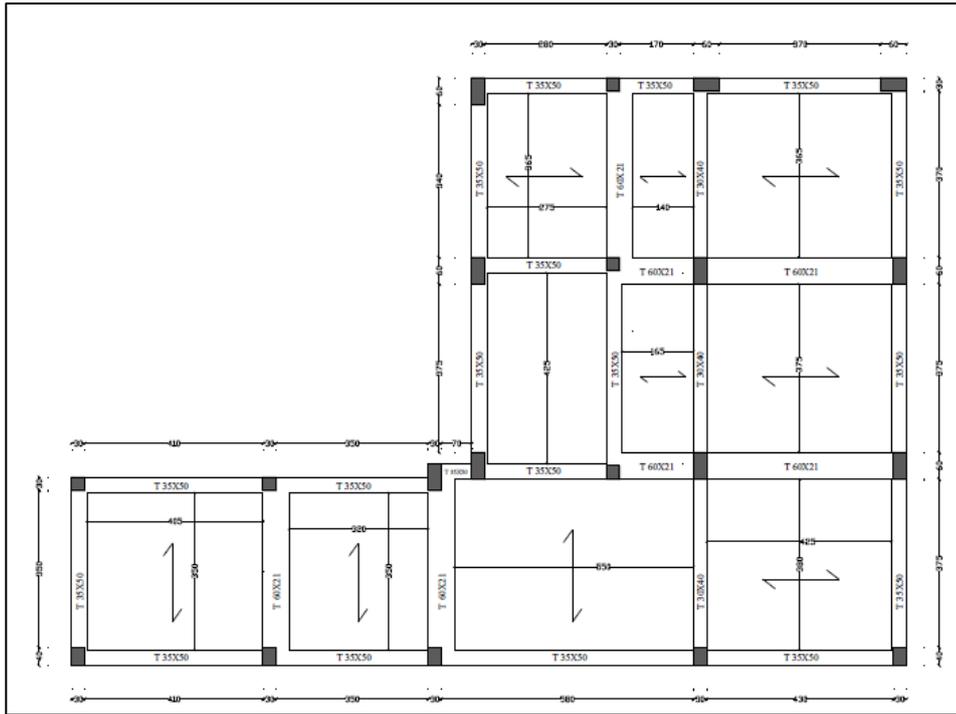


Fig. 5.7. Travi primo piano.

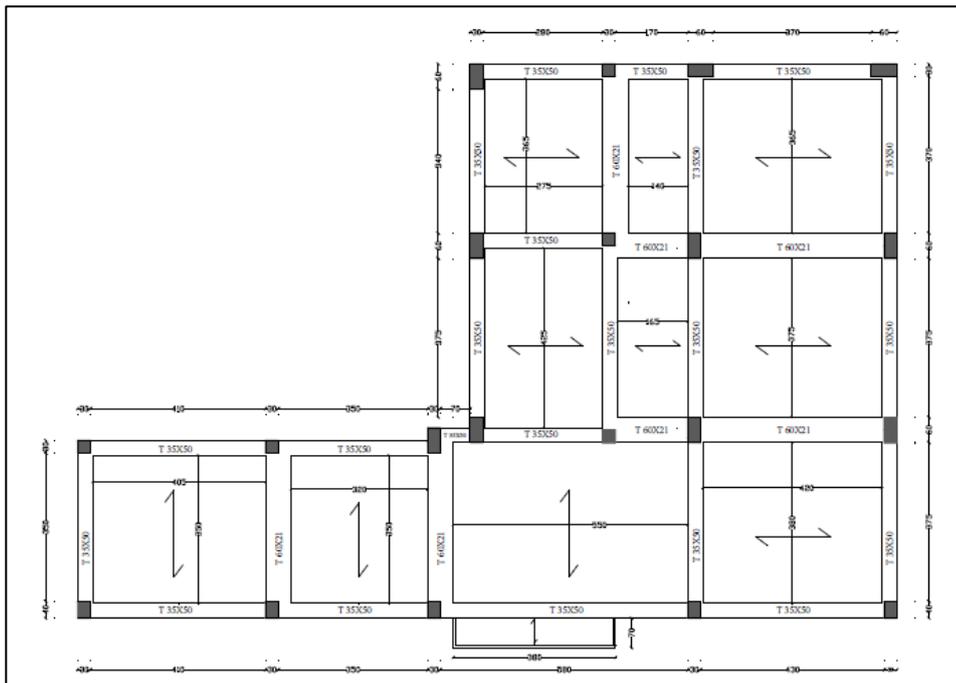


Fig. 5.8. Travi secondo piano.

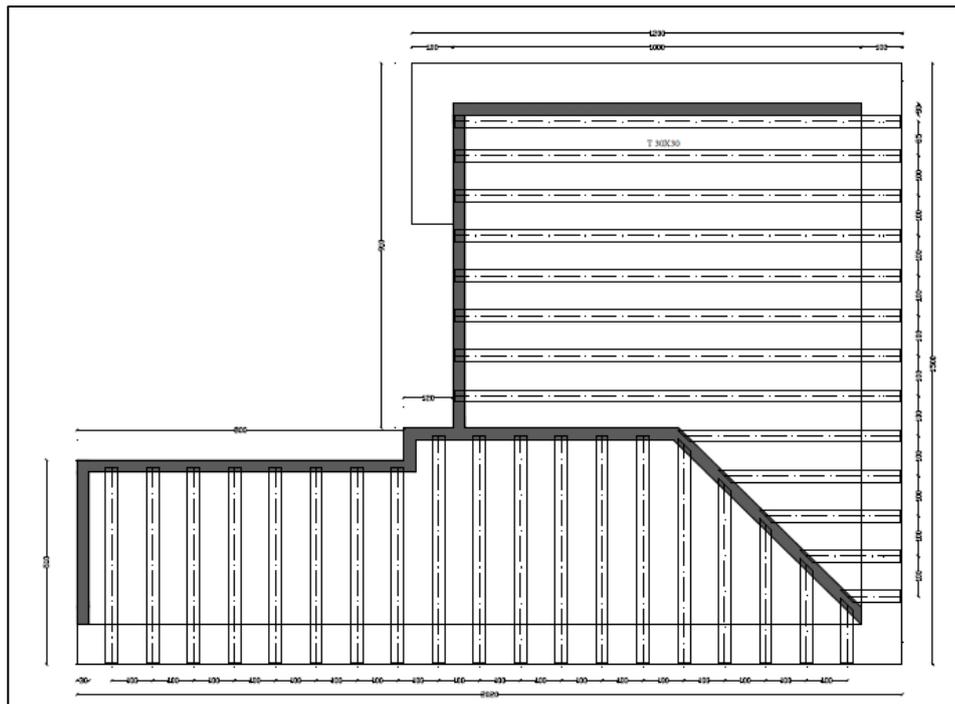


Fig. 5.9. Pianta elementi strutturali copertura.

## 5.2.2 Proprietà meccaniche dei materiali

Le proprietà meccaniche del calcestruzzo strutturale sono state determinate mediante prove sclerometriche ed ultrasoniche. I risultati così ottenuti sono stati calibrati mediante prove di compressione su carote prelevate su un pilastro e su una trave.

Dalle prove di schiacciamento sono state ottenute le resistenze cilindriche  $R_{cil}$  che possono essere trasformate in resistenze cubiche secondo la relazione:

$$R_{cub} = \frac{R_{cil}}{0.83} \quad [5.1]$$

Alcuni provini sono stati sottoposti alla prova di rottura per flessione (prova Brasiliana), ottenendo  $R_t$ . Per effettuare il passaggio al corrispondente valore a compressione  $R_{cub}$  possono essere impiegate le seguenti relazioni che mettono in relazione la resistenza a compressione  $R_{cub}$ , quella a flessione  $R_f$ , e quella a trazione  $R_t$ :

$$R_f = K_f \sqrt{R_{cil}}; R_t = K_t R_f \quad [5.2 a,b]$$

Dalla combinazione delle due espressioni si ottiene:

$$R_{cub} = \left( \frac{R_t}{K_f K_t} \right)^2 \quad [5.3]$$

dove:

- $K_f$  è una costante che vale 0,7 per inerti alluvionali e 0,8 per quelli di frantumazione.
- $K_t$  è una costante che vale 0,6 per calcestruzzo con  $R_{cub} > 20$  Mpa e 0,5 per  $R_{cub} < 20$  Mpa.

Nel nostro caso si avrà:

$$R_{cub} = \left( \frac{R_t}{0.5 \times 0.7} \right)^2 \quad [5.4]$$

Sigla	Provenienza	Data prelievo	Tipo di prova	Diametro carota [cm]	Altezza carota [cm]	Massa [kg]	$R_{cil}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$R_t$ [N/mm <sup>2</sup> ]
EC1	P.t. pilastro H=1.35 m	13/01/ 2004	19/01/ 2004	5.4	12.5	0.85	-	3.49
EC2	P.t. trave	13/01/2004	19/01/2004	5.4	12.0	0.63	-	2.21

**Tab. 5.1. Risultati Prova Brasiliana.**

Avendo a disposizione la resistenza a trazione utilizzando la 5.4 si ottiene:

Sigla	Provenienza	$R_t$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$R_{cub}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
EC1	P.t. pilastro H=1.35 m	3.49	99.43
EC2	P.t. trave	2.21	39.87

**Tab. 5.2. Valori resistenza a compressione.**

Le due carote sottoposte a rottura sia a trazione che a compressione, prima dell'esecuzione delle prove distruttive sono state sottoposte a prova sclerometrica ed ultrasonica. Pertanto è applicabile il metodo Sonreb per la determinazione indiretta della resistenza a compressione utilizzando la relazione:

$$(R_{cub})_{sonreb} = 1.20 \times 10^{-9} I^{1.058} (V_t)^{2.46} \quad [5.5]$$

Avremo quindi:

Sigla	Provenienza	l <sub>base1</sub>	l <sub>base2</sub>	l <sub>medio</sub>	V <sub>i</sub> [m/s]	R <sub>cub,Sonreb</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	R <sub>cub</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	A= R <sub>cub,Sonreb</sub> /R <sub>cub</sub>
EC1	P.t. pilastro H=1.35 m	44	40	42	3563	34.2	99.43	0.34
EC2	P.t. trave	30	32	31	3157	18.42	39.87	0.46

**Tab. 5.3. Resistenza a compressione metodo Sonreb.**

Il rapporto medio è  $A_{med} = 0,40$ . Noto questo rapporto tra la resistenza cubica determinata con la correlazione tra i valori di rimbalzo e la velocità di propagazione e quella dedotta sperimentalmente si ricava la resistenza cubica effettiva attraverso la relazione:

$$R_{cub,eff} = \frac{(R_{cub})_{sonreb}}{A_{med}} \quad [5.6]$$

	Provenienza	$l_{\text{medio}}$	s.q.m.	$l_{\text{min}}$	$V_i$ [m/s]	$R_{\text{cub,Sonreb}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$R_{\text{cub,eff}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$(R_i - R_m)^2$ [N/mm <sup>2</sup> ]
<b>Piano terra</b>	Pilastro 14 a 0,5 m dal p.c.	32	4	37.6	2749	16.07	39.88	590.62
	Pilastro 14 a 1,5 m dal p.c.	30	4.7	37.4	3288	24.83	61.6	6.67
	Pilastro 11 a 0,5 m dal p.c.	37	6.6	42.2	2633	16.33	40.51	560.4
	Pilastro 11 a 1,5 m dal p.c.	32	2.1	40.3	3563	32.74	81.24	290.95
	Pilastro 9 a 0,5 m dal p.c.	33	2	42.4	3169	25.89	64.24	0
	Pilastro 9 a 1,5 m dal p.c.	30	3,1	43.3	2885	21.02	52.15	144.79
	Trave 10-14 a 0,5 m dal pil. 14	34	2.4	27.4	2357	7.88	19.55	1992.07
	Trave 10-14 a 2 m dal pil. 14	30	3.1	34.7	4059	38.51	95.59	986.42
<b>Piano primo</b>	Pilastro 9 a 0,5 m dal p.c.	35	3.7	28.7	2766	12.26	30.43	1139.24
	Pilastro 9 a 1,5 m dal p.c.	33	2.8	29.8	4479	41.76	103.66	1558.46
	Pilastro 10 a 0,5 m dal p.c.	30	3.2	28.6	3901	28.46	70.62	41.44
	Pilastro 10 a 1,5 m dal p.c.	27	3.5	35.8	3903	36.14	89.72	652.16
	Trave 4-11 a 1 m dal pil. 11	44	7.1	30.8	3719	27.37	67.93	14.04
	Trave 11-45 a 1 m dal pil. 11	44	1.3	29.4	3810	27.65	68.92	19.69
	Trave 11-15 a 1 m dal pil. 15	41	2.8	27.3	4122	31.03	77	164.28

**Tab. 5.4. Correlazione tra la resistenza a compressione Sonrenb e quella effettiva.**

Applicando tale relazione agli elementi strutturali sottoposti a prova non distruttiva otterremo i valori di resistenza cubica. Tuttavia si è reso necessario, preliminarmente, omogeneizzare i dati relativi alla misura della velocità del suono effettuata in sito con i valori registrati in laboratorio: in corrispondenza del pilastro 11, infatti, il valore di velocità registrato sul provino in laboratorio è pari a  $V_{\text{lab}} = 3563$  m/s; il valore registrato in sito è pari a  $V_{\text{sito}} = 1256$  m/s. Pertanto i valori di velocità registrati dalle prove in sito sono riferiti al rapporto:

$$\frac{V_{lab}}{V_{sito}} = 2.84 \quad [5.7]$$

Si avrà quindi:

$$R_m = \frac{\sum R_{cub}}{15} = 64.18 \frac{N}{mm^2} \quad [5.8]$$

Avendo a disposizione 15 valori della resistenza cubica possiamo fare riferimento al calcolo della resistenza cubica caratteristica  $R_{ck}$  per controlli di tipo B (prova Brasiliana) secondo la relazione fornita dalla normativa:

$$\blacksquare R_m > R_{ck} + 1.4s \quad [5.9]$$

$$\blacksquare R_1 > R_{ck} - 3.5 \quad [5.10]$$

dove:

- $R_1$  è il valore minore tra tutti gli  $R_i$ ;
- $s$  è lo scarto quadratico medio, dato da:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(R_i - R_m)}{n - 1}} = 24.14 \quad [5.11]$$

Il valore che soddisfa contemporaneamente le due disequazioni è pari a  $R_{ck} = 16,05 \text{ N/mm}^2$ . La procedura eseguita è affetta da una serie di approssimazioni, di cui bisogna tener conto. Pertanto si assumerà per il calcestruzzo il valore di resistenza minimo ricavato dalle prove di laboratorio, pari a  $R_{ck} = 18 \text{ N/mm}^2$ .

Per valutare la resistenza caratteristica dell'acciaio si è prelevata una barra dal pilastro n.14 e la si è sottoposta alla prova di trazione e piegamento in laboratorio.

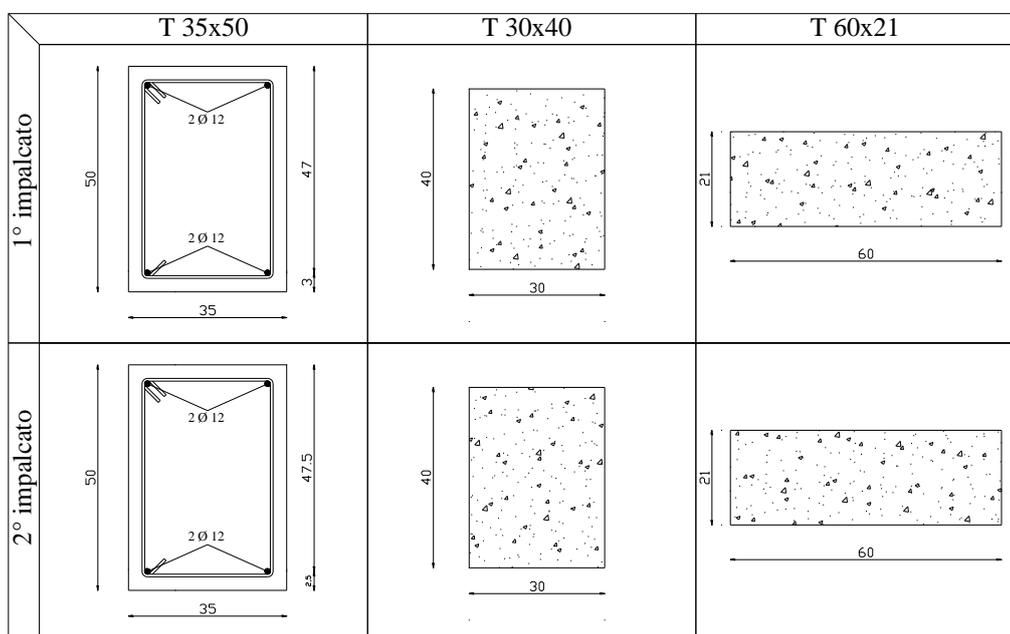
Le barre di acciaio esaminate sono classificabili del tipo **FeB 32K** con uno sforzo ammissibile previsto in  $\sigma_s = 155 \frac{N}{mm^2}$ ; la prova di piegamento ha dato esito positivo, ovvero dopo la sua esecuzione i campioni non presentavano cricche.

### 5.2.3 Dimensioni degli elementi e dettagli costruttivi

Per risalire ai dettagli costruttivi si è fatto riferimento alla relazione illustrativa delle prove effettuate in sito dall'azienda S.I.L.P.A snc.

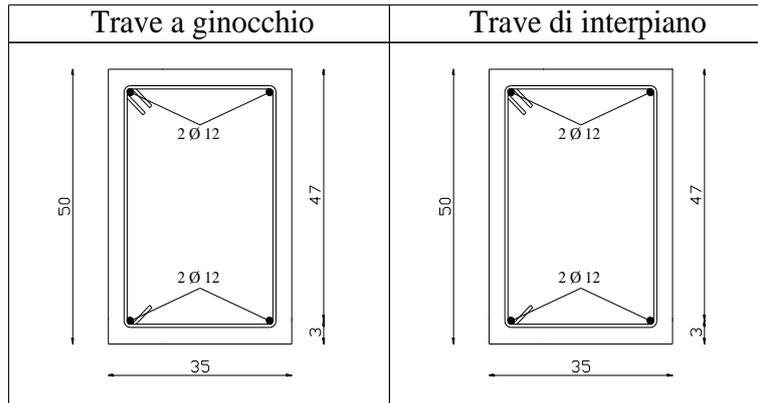
Per quanto riguarda le barre di armatura negli elementi strutturali, il rilievo è stato effettuato con metodi magnetici (con pacometro), su due travi e su due pilastri. Il pacometro è uno strumento digitale che permette di rilevare in maniera non distruttiva la presenza, la direzione e il diametro delle barre di armatura all'interno di elementi in calcestruzzo armato e permette inoltre la misura dello spessore del copriferro e l'interferro dei tondini di acciaio. Dalla valutazione dei rapporti di prova si possono conoscere le armature longitudinali, trasversali, e il copriferro di 4 elementi strutturali, e cioè delle travi 10-14 e 15-19 e dei pilastri P14 e P9, che rappresentano rispettivamente tutta la famiglia delle travi di dimensioni 35x50 e tutta la famiglia dei pilastri 30x30 e 30x60. Quindi attraverso i rapporti di prova è possibile risalire alle armature delle travi di dimensione 35x50 e ai pilastri di dimensione 30x30 e 30x60. Non è possibile risalire alle armature delle travi 30x40 e 60x21, e quelle dei pilastri 30x40.

Dall'analisi delle prove effettuate si possono riportare quindi le sezioni degli elementi strutturali con le relative armature:

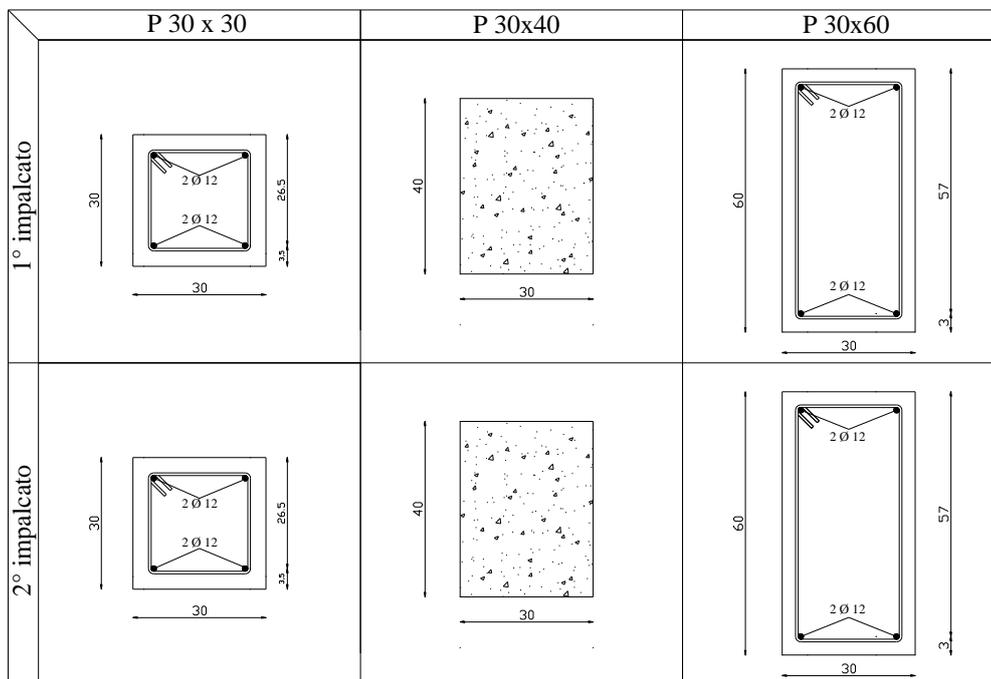


**Fig. 5.10. Dimensioni e dettaglio armatura travi.**

Il vano scala come detto è costituito da gradini a sbalzo innestati in travi a ginocchio di dimensioni 35x50 cm, mentre le travi di interpiano hanno anch'essi dimensione 35x50 cm;

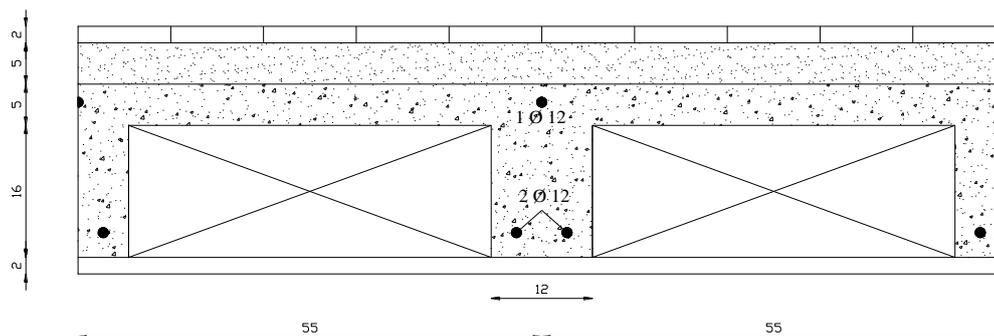


**Fig. 5.11. Dimensioni e dettaglio armatura travi a ginocchio e di interpiano.**



**Fig. 5.12. Dimensioni e dettaglio armatura pilastri.**

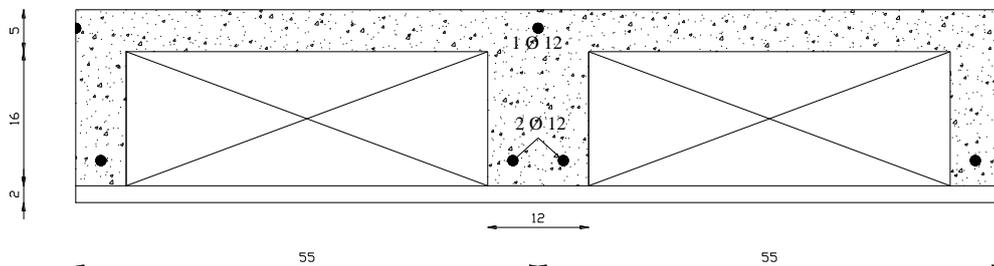
Per quanto riguarda i solai, come detto in precedenza sono in latero – cemento con travetti gettati in opera di spessore complessivo 30 cm. Di seguito è riportata la sezione trasversale dell'impalcato per ogni piano.



**Fig. 5.13. Sezione solaio primo livello.**

La stratigrafia del solaio è costituita dai seguenti materiali:

- Pavimento in piastrelle  $s = 2$  cm;
- Massetto delle pendenze  $s = 5$  cm;
- Soletta in cemento armato  $s = 5$  cm;
- Nervatura in cemento armato con  $b = 12$  cm e  $h = 16$  cm;
- Pignatte in laterizio (25 x 43 x 16 cm);
- Intonaco di spessore  $s = 2$  cm.



**Fig. 5.14. Sezione solaio secondo livello.**

La stratigrafia del solaio è costituita dai seguenti materiali:

- Soletta in cemento armato  $s = 5$  cm;
- Nervatura in cemento armato con  $b = 12$  cm e  $h = 16$  cm;
- Pignatte in laterizio (25 x 43 x 16 cm);
- Intonaco di spessore  $s = 2$  cm.

Le tamponature esterne hanno uno spessore di 30 cm e sono realizzate secondo la seguente stratigrafia:

- Mattone pieno a faccia vista 12 cm;
- Camera d'aria 4 cm;
- Mattone pieno 12 cm;
- Intonaco interno 2 cm.

#### **5.2.4 Progettazione simulata dell'edificio oggetto di studio**

La disponibilità di informazioni ottenute con riferimento alla geometria, ai dettagli costruttivi e alle proprietà dei materiali consente di definire un livello di conoscenza LC1.

Seguendo le prescrizioni di normativa, per tale livello di conoscenza bisognerà effettuare un progetto simulato per poter risalire con precisione ai dettagli costruttivi dei vari elementi strutturali.

Nel progetto simulato si dovrà far riferimento alle normative vigenti e le proprietà tipiche dei materiali all'epoca della costruzione. Questo permetterà di determinare le dimensioni degli elementi strutturali e dell'armatura necessari a poter completare il modello dell'edificio. I carichi permanenti ed accidentali verranno determinati facendo riferimento alle prescrizioni delle normative vigenti all'epoca della costruzione.

Definito per intero il modello strutturale, questo potrà essere inserito in un software ad elementi finiti e attraverso delle analisi lineari, applicando il metodo delle tensioni ammissibili, si potrà risalire ai dettagli costruttivi dei vari elementi strutturali, in particolar modo si otterrà la distinta delle armature.

Per quanto riguarda le resistenze di progetto dei materiali ci basiamo sulle prove sperimentali effettuate sull'edificio, dalle quali è stato ottenuto un valore di resistenza medio.

I valori di resistenza caratteristici sono i seguenti:

- Calcestruzzo

Resistenza cubica caratteristica:  $R_{ck} = 20 \text{ MPa}$

- Acciaio d'armatura FeB32K

Resistenza caratteristica a snervamento:  $f_{yk} = 320 \text{ MPa}$

La verifica alle azioni sismiche è stata condotta con il metodo delle forze statiche equivalenti. Gli effetti delle azioni sismiche orizzontali sono valutati mediante analisi per forze statiche equivalenti, in base ad un periodo proprio valutato secondo le disposizioni di normativa.

### 5.2.5 Analisi dei carichi

Si effettua l'analisi dei carichi relativa alle azioni gravitazionali agenti sulla struttura in esame. In particolare si riporta di seguito l'elenco delle azioni permanenti e variabili che agiscono sui solai di piano.

#### ➤ Solai di primo livello

Il solaio del primo livello risulta caratterizzato da travetti in C.A. di larghezza pari a 12 cm e interasse 55 cm e da laterizi di larghezza pari a 43 cm e di altezza pari a 16 cm. La dimensione della soletta è pari a 5 cm. Completano il pacchetto del solaio l'intonaco inferiore, il massetto e il pavimento. La determinazione dei carichi che gravano sulla struttura è stata effettuata facendo riferimento ad 1 m<sup>2</sup> di solaio.

<b>Peso proprio solaio primo livello</b>	
- Soletta	1,25
- Travetti	kN/m <sup>2</sup>
- Laterizi	0,87 kN/m <sup>2</sup>
- Massetto	1,00 kN/m <sup>2</sup>
- Pavimento	0,75 kN/m <sup>2</sup>
- Intonaco	0,40 kN/m <sup>2</sup>
- Incidenza tramezzi	0,32 kN/m <sup>2</sup> 0,5 kN/m <sup>2</sup>
<b>Totale</b>	<b>5,09 kN/m<sup>2</sup></b>
<b>Carichi variabili Q<sub>k</sub></b>	<b>3,00</b>
kN/m <sup>2</sup>	

**Tab. 5.5. Peso proprio solaio primo livello.**

➤ *Solai di secondo livello*

Il solaio di sottotetto risulta caratterizzato da travetti in C.A. di larghezza pari a 12 cm e interasse 55 cm e da laterizi di larghezza pari a 43 cm e di altezza pari a 16 cm. La dimensione della soletta è pari a 5 cm.

<b>Peso proprio solaio secondo livello</b>	
- Soletta	1,25
- Travetti	kN/m <sup>2</sup>
- Laterizi	0,87 kN/m <sup>2</sup>
	1,00 kN/m <sup>2</sup>
<b>Totale</b>	<b>3,12 kN/m<sup>2</sup></b>
<b>Carichi variabili Q<sub>k</sub></b>	<b>0,5 kN/m<sup>2</sup></b>

**Tab. 5.6. Peso proprio solaio secondo livello.**

➤ *Piano copertura*

La struttura di copertura è del tipo a falda unica inclinata sui due lati principali della “L”. Essa è realizzata con una doppia orditura di travi in legno su cui si va a posizionare il manto di copertura formato da tegole. Le travi poggiano su dei muretti realizzati con laterizi forati di spessore 30 cm. Si avranno i seguenti pesi:

<b>Peso proprio copertura</b>	
- Struttura in legno	0,40 kN/m <sup>2</sup>
- Tegole	0,40 kN/m <sup>2</sup>
<b>Totale</b>	<b>0,80 kN/m<sup>2</sup></b>

**Tab. 5.7. Peso proprio copertura.**

➤ *Sbalzi*

<b>Peso proprio balconi</b>	
- Soletta	1,25
- Travetti	kN/m <sup>2</sup>
- Laterizi	0,87 kN/m <sup>2</sup>
- Massetto	1,00 kN/m <sup>2</sup>
- Pavimento	0,75 kN/m <sup>2</sup>
- Intonaco	0,40 kN/m <sup>2</sup>
	0,32 kN/m <sup>2</sup>
<b>Totale</b>	<b>4,59 kN/m<sup>2</sup></b>
<b>Carichi variabili Q<sub>k</sub></b>	<b>4,00 kN/m<sup>2</sup></b>

**Tab. 5.8. Peso proprio balconi.**

➤ *Rampa delle scale*

<b>Peso proprio scale</b>	
- Gradini in c.a	2,12 kN/m <sup>2</sup>
- Soletta	1,25 kN/m <sup>2</sup>
- Intonaco	0,32 kN/m <sup>2</sup>
- Marmo(3cm)	0,80 kN/m <sup>2</sup>
<b>Totale</b>	<b>4,49 kN/m<sup>2</sup></b>
<b>Carichi variabili Q<sub>k</sub></b>	<b>4,00 kN/m<sup>2</sup></b>

**Tab. 5.9. Peso proprio scale.**

➤ *Pareti di tamponamento*

Le tamponature esterne hanno uno spessore di 30 cm e sono realizzate secondo la seguente stratigrafia:

<b>Peso proprio tamponamenti</b>	
- Mattone pieno (0,12 m)	1,92 kN/m <sup>2</sup>
- Camera d'aria (0,04 m)	- kN/m <sup>2</sup>
- Mattone pieno (0,12 m)	1,92 kN/m <sup>2</sup>
- Intonaco esterno (0,02 m)	0,30 kN/m <sup>2</sup>
<b>Totale</b>	<b>4,14 kN/m<sup>2</sup></b>

**Tab. 5.10. Peso tamponamenti.**

➤ *Azione sismica*

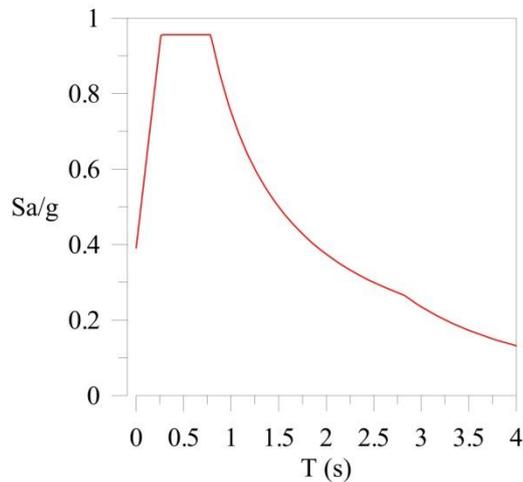
La verifica alle azioni sismiche è stata condotta con il metodo delle forze statiche equivalenti. Gli effetti delle azioni sismiche orizzontali sono valutati mediante analisi per forze statiche equivalenti, in base ad un periodo proprio valutato secondo le disposizioni di normativa.

Sono stati assunti i seguenti parametri sismici:

<b>Parametri sismici</b>	
- Zona sismica	I
- Coefficiente di fondazione	1,00
- Coefficiente di struttura	1,00
- Coefficiente di protezione sismica	1,00

**Tab. 5.11. Parametri sismici.**

Lo spettro di progetto è illustrato nella figura seguente:

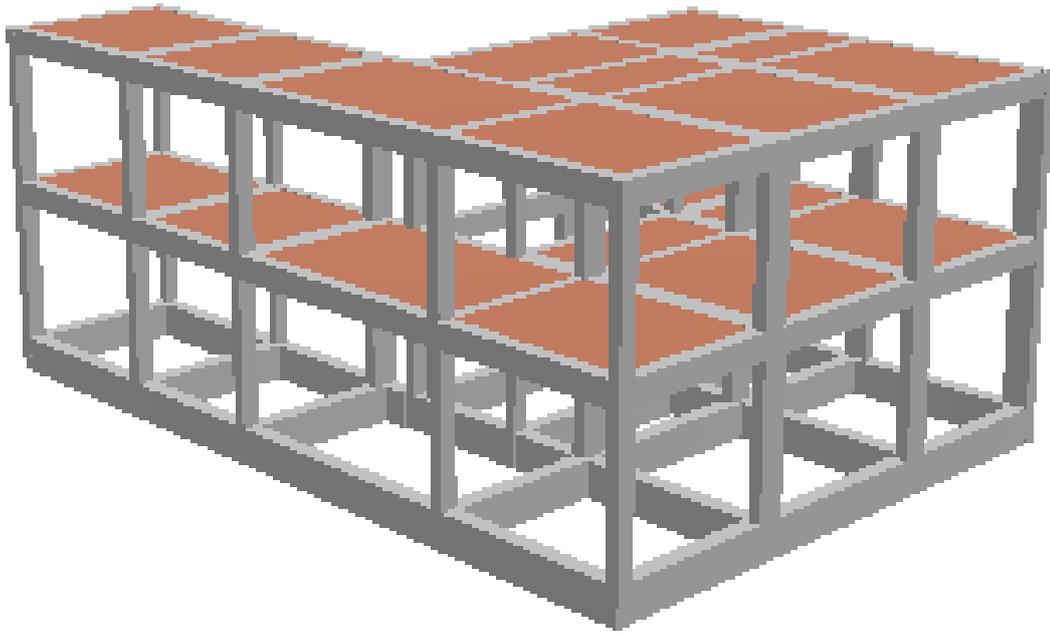


**Fig. 5.15.** Spettro di risposta elastico per la zona di riferimento.

### 5.2.6 Modellazione della struttura

La struttura è vista come un organismo tridimensionale composto da elementi resistenti diversi: travi, pilastri, pareti, solai e platee, ciascuno dei quali descritto come solido tridimensionale di dimensione finita.

Nella valutazione delle caratteristiche di rigidezza degli elementi si tiene conto della dimensione finita delle sezioni e dell'ingombro finito dei nodi di interconnessione. Coerentemente con le caratteristiche degli edifici in cemento armato, il modello tiene conto del contributo irrigidente di ciascun solaio, modellando questi con elementi finiti bidimensionali connessi alle travi di contorno. Le travi di fondazione sono trattate dal programma come graticcio di travi elastiche su suolo elastico alla Winkler. Nell'analisi viene assunto un coefficiente di rigidezza di Winkler variabile da elemento ad elemento in funzione delle dimensioni di base. Di seguito si riporta un modello 3D dell'edificio.



**Fig. 5.16. Modello 3D dell'edificio.**

Per ogni piano dell'edificio si definiscono a tal punto i pesi sismici e le masse sismiche, ottenuti dividendo i rispettivi pesi per l'accelerazione di gravità. Si calcolano anche i centri di massa, che rappresentano i punti di applicazione delle forze statiche orizzontali utilizzate nell'analisi *pushover*.

<b>Piano</b>	<b>H [m]</b>	<b>Masse sismiche [kN/g]</b>
1	3,3	192,78
2	6,2	140,67
Totale		333,40

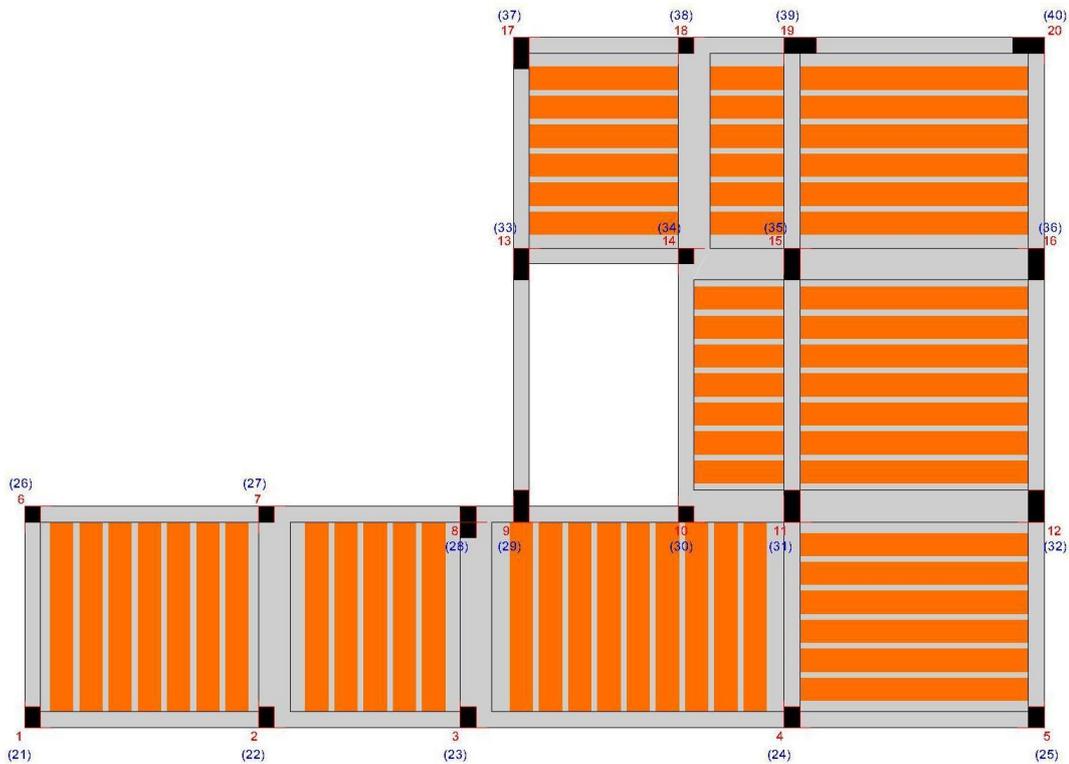
**Tab. 5.12. Masse sismiche di piano.**

<b>Piano</b>	<b>H [m]</b>	<b>X [m]</b>	<b>Y [m]</b>
1	3,3	11,97	5,16
2	6,2	11,97	5,16

**Tab. 5.13. Coordinate del centro di massa.**

### 5.2.7 Dimensioni e dettagli costruttivi degli elementi strutturali

Dal progetto simulato si otterranno le armature degli elementi strutturali che andremo ad utilizzare nel nostro modello di calcolo. Nella figura seguente è riportata la pianta tipo degli impalcati.



**Fig. 5.17. Pianta impalcato.**

Di seguito sono riportate le tabelle in cui viene riportata l'armatura agli estremi ed in mezzera di ogni elemento strutturale.

		Travi Impalcato I						
		estremo i		Mezzeria		estremo j		
<i>i</i>	<i>j</i>	<i>Dimensione</i>	A <sub>sup</sub>	A <sub>inf</sub>	A <sub>sup</sub>	A <sub>inf</sub>	A <sub>sup</sub>	A <sub>inf</sub>
21	22	35 x 50	5 F 16	3 F 16	3 F 16	4 F 16	6 F 16	3 F 16
22	23	35 x 50	5 F 16	3 F 16	3 F 16	3 F 16	6 F 16	3 F 16
23	24	35 x 50	8 F 16	4 F 16	3 F 16	3 F 16	8 F 16	4 F 16
24	25	35 x 50	7 F 16	4 F 16	3 F 16	3 F 16	4 F 16	3 F 16
25	32	35 x 50	4 F 16	3 F 16	3 F 16	3 F 16	6 F 16	3 F 16
32	36	35 x 50	6 F 16	3 F 16	3 F 16	3 F 16	6 F 16	3 F 16
36	40	35 x 50	6 F 16	3 F 16	3 F 16	3 F 16	4 F 16	3 F 16
39	40	35 x 50	5 F 16	3 F 16	2 F 16	3 F 16	5 F 16	3 F 16
38	39	35 x 50	2 F 16	2 F 16	4 F 16	2 F 16	4 F 16	2 F 16
37	38	35 x 50	2 F 16					
33	37	35 x 50	6 F 16	3 F 16	3 F 16	3 F 16	6 F 16	3 F 16
29	33	35 x 50	5 F 16	3 F 16	3 F 16	3 F 16	5 F 16	3 F 16
28	29	35 x 50	4 F 16	3 F 16	4 F 16	3 F 16	4 F 16	3 F 16
27	28	35 x 50	5 F 16	3 F 16	2 F 16	2 F 16	5 F 16	3 F 16
26	27	35 x 50	3 F 16	3 F 16	2 F 16	3 F 16	5 F 16	3 F 16
21	26	35 x 50	4 F 16	3 F 16				
22	27	60 x 21	8 F 12	5 F 12	4 F 12	4 F 12	6 F 12	5 F 12
23	28	60 x 21	7 F 16	5 F 16	3 F 16	3 F 16	4 F 16	4 F 16
33	34	35 x 50	3 F 16	3 F 16	2 F 16	2 F 16	2 F 16	2 F 16
34	35	60 x 21	3 F 16	4 F 16	5 F 16	5 F 16	5 F 16	4 F 16
35	36	60 x 21	5 F 16	3 F 16	3 F 16	3 F 16	4 F 16	3 F 16
35	39	30 x 40	6 F 16	3 F 16	3 F 16	3 F 16	4 F 16	3 F 16
31	35	30 x 40	5 F 16	3 F 16	3 F 16	3 F 16	5 F 16	3 F 16
24	31	30 x 40	5 F 16	3 F 16	3 F 16	3 F 16	4 F 16	3 F 16
34	38	60 x 21	3F16 + 3F12	3 F 16	3F16 + 3F12	3 F 16	3F16 + 3F12	3 F 16
30	34	35 x 50	4 F 12	2 F 12	2 F 12	2 F 12	5 F 12	2 F 12
29	30	35 x 50	4 F 16	2 F 16	2 F 16	2 F 16	3 F 16	2 F 16
30	31	60 x 21	4 F 16	4 F 16	7 F 16	4 F 16	6 F 16	4 F 16
31	32	60 x 21	5 F 16	3 F 16	3 F 16	3 F 16	5 F 16	3 F 16

Tab. 5.14. Armature travi 1° impalcato.

			Travi Impalcato II					
			estremo i		Mezzeria		estremo j	
<i>i</i>	<i>j</i>	<i>Dimensione</i>	<i>A<sub>sup</sub></i>	<i>A<sub>inf</sub></i>	<i>A<sub>sup</sub></i>	<i>A<sub>inf</sub></i>	<i>A<sub>sup</sub></i>	<i>A<sub>inf</sub></i>
41	42	35 x 50	2 F 16	2 F 16	2 F 16	2 F 16	3 F 16	2 F 16
42	43	35 x 50	2 F 16	2 F 16	2 F 16	2 F 16	3 F 16	2 F 16
43	44	35 x 50	4 F 16	2 F 16	2 F 16	2 F 16	3 F 16	2 F 16
44	45	35 x 50	3 F 16	2 F 16				
45	52	35 x 50	2 F 16	2 F 16	2 F 16	2 F 16	3 F 16	2 F 16
52	56	35 x 50	3 F 16	2 F 16	2 F 16	2 F 16	3 F 16	2 F 16
56	60	35 x 50	3 F 16	2 F 16				
59	60	35 x 50	3 F 16	2 F 16	2 F 16	2 F 16	3 F 16	2 F 16
58	59	35 x 50	2 F 16	2 F 16	3 F 16	2 F 16	3 F 16	2 F 16
57	58	35 x 50	3 F 16	2 F 16				
53	57	35 x 50	4 F 16	2 F 16	2 F 16	2 F 16	3 F 16	2 F 16
49	53	35 x 50	4 F 16	2 F 16	2 F 16	2 F 16	4 F 16	2 F 16
48	49	35 x 50	2 F 16					
47	48	35 x 50	3 F 16	2 F 16	2 F 16	2 F 16	3 F 16	2 F 16
46	47	35 x 50	2 F 16	2 F 16	2 F 16	2 F 16	3 F 16	2 F 16
41	46	35 x 50	2 F 16					
42	47	35 x 50	4 F 12					
43	48	35 x 50	2 F 16	2 F 16	4 F 12	4 F 12	6 F 12	4 F 12
53	54	35 x 50	3 F 12					
54	55	60 x 21	4 F 12	4 F 12	4 F 12	4 F 12	5 F 12	4 F 12
55	56	60 x 21	5 F 12	4 F 12				
55	59	35 x 50	6 F 12	3 F 12	2 F 12	2 F 12	4 F 12	2 F 12
51	55	35 x 50	3 F 16	2 F 16	2 F 16	2 F 16	5 F 16	2 F 16
44	51	35 x 50	4 F 16	2 F 16	2 F 14	2 F 14	2 F 16	2 F 16
54	58	60 x 21	5 F 12	4 F 12	4 F 12	4 F 12	8 F 12	4 F 12
50	54	35 x 50	5 F 12	3 F 12				
49	50	35 x 50	3 F 16	2 F 16				
50	51	60 x 21	4 F 16	4 F 16	7 F 12	4 F 12	7 F 12	4 F 12
51	52	60 x 21	5 F 12	4 F 12	2 F 12	2 F 12	2 F 12	2 F 12

**Tab. 5.15. Armature travi 2° impalcato.**

Pilastrini Impalcao I			Pilastrini Impalcao II		
<i>i</i>	<i>j</i>	<i>Dimensione</i>	<i>i</i>	<i>j</i>	<i>Dimensione</i>
1	21	30 x 40	21	41	30 x 40
2	22	30 x 40	22	42	30 x 40
3	23	30 x 40	23	43	30 x 40
4	24	30 x 40	24	44	30 x 40
5	25	30 x 40	25	45	30 x 40
6	26	30 x 30	26	46	30 x 30
7	27	30 x 30	27	47	30 x 30
8	28	30 x 60	28	48	30 x 60
9	29	30 x 60	29	49	30 x 60
10	30	30 x 30	30	50	30 x 30
11	31	30 x 60	31	51	30 x 60
12	32	30 x 60	32	52	30 x 60
13	33	30 x 60	33	53	30 x 60
14	34	30 x 30	34	54	30 x 30
15	35	30 x 60	35	55	30 x 60
16	36	30 x 60	36	56	30 x 60
17	37	30 x 60	37	57	30 x 60
18	38	30 x 30	38	58	30 x 30
19	39	60 x 30	39	59	60 x 30
20	40	60 x 30	40	60	60 x 30

Tab. 5.16. Dimensioni Pilastrini.

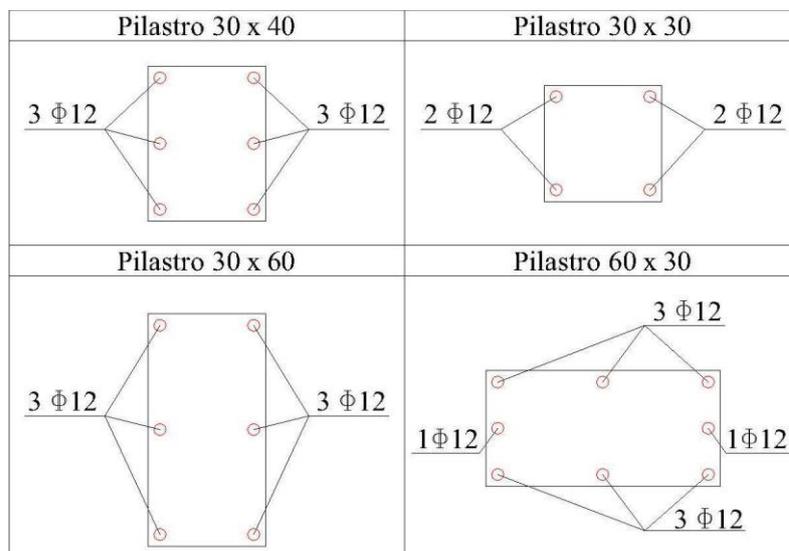


Fig. 5.18. Armatura Pilastrini.

### 5.2.8 Livelli prestazionali

In questo paragrafo vengono determinati i limiti prestazionali appartenenti allo stato limite di esercizio (SLD e SLO) e allo stato limite ultimo (SLV e SLC).

Sulle curve di capacità, si andranno a inserire i cosiddetti *livelli prestazionali (punti di performance)* che ci consentono di valutare i vari stati limite a cui è soggetto l'edificio. Seguendo le indicazioni di Normativa (NTC), per il calcolo degli SLC e di SLV si farà riferimento a dei parametri utilizzati per rappresentare la risposta strutturale in termini deformativi e cioè alla “*rotazione rispetto alla corda*”, definita come *l'angolo fra la corda che connette il nodo di estremità dell'elemento con il punto di flesso dell'elemento deformato ( $M=0$ ) e la tangente alla deformatata nel nodo considerato.*

Gli stati limite di danno (SLD) e di operatività (SLO) invece, saranno calcolati facendo riferimento ai *drift* di piano.

Quindi il parametro strutturale per rappresentare la risposta strutturale in termini deformativi è la rotazione rispetto alla corda. I motivi principali per cui questo parametro è definito come quello più idoneo a rappresentare la deformazione degli elementi strutturali sono i seguenti:

- Sia in campo elastico che inelastico esso è pari alle rispettive rotazioni nodali depurate dal moto di corpo rigido. Per questo motivo la legge costitutiva flessionale degli elementi è spesso fornita assumendo questi parametri come variabili deformative indipendenti.
- A differenza delle curvature  $c$ , le rotazioni rispetto alla corda possono essere più facilmente controllate sperimentalmente, in quanto possono derivare dai diagrammi V-d, misurati su test a rottura condotti su campioni costituiti da una mensola. Normalmente, infatti, i diagrammi V-d possono essere trasformati in diagrammi M- $\theta$  (Momento - Rotazione rispetto alla corda) moltiplicando la forza tagliante e dividendo lo spostamento d per la luce di taglio.
- La distorsione angolare di una maglia di telaio in deformazione emisimmetrica è uguale alla somma della rotazioni alla corda di travi e pilastri  $\theta_c + \theta_b$  più la distorsione angolare media  $g$  dei pannelli nodali. Tale quantità definisce la deformazione dei generici campi di telaio ed esprime il danneggiamento degli stessi.

Per effettuare la verifica degli elementi strutturali (dei meccanismi resistenti) duttili, è, pertanto, di fondamentale importanza determinare la capacità degli stessi in termini di rotazioni rispetto alla corda.

Le espressioni fornite dalle norme (sia NTC che EC8) correggono il valore teorico che è possibile ottenere sulla base di un'analisi elastica puramente flessionale

$$\left( \theta = \frac{\delta}{L_v} = \frac{VL_v^2}{3EJ} \frac{1}{L_v} = \frac{\chi L_v}{3} \right) \text{ attraverso coefficienti empirici.}$$

Gli stati limite presi in considerazione sono:

### Stato limite di collasso (SLC)

Questo stato limite corrisponde al raggiungimento almeno in una sezione della rotazione ultima rispetto alla corda, definita come:

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} 0.016 (0.3)^v \left[ \frac{\max(0.01; \omega')}{\max(0.01; \omega)} f_c \right]^{0.225} \left( \frac{L_v}{h} \right) 25 \left( \frac{\alpha \rho_{sx} f_{yw}}{f_c} \right) (1.25^{100 \rho_d}) \quad [5.12]$$

dove:

- $\gamma_{el}$  è pari a 1.5 per gli elementi primari ed 1.0 per gli elementi secondari;
- $L_v$  è la luce di taglio;
- $h$  è l'altezza della sezione;
- $v = N/(A_c f_c)$  è lo sforzo assiale normalizzato di compressione agente su tutta la sezione  $A_c$ ;
- $\omega = A_s f_y / (A_c f_c)$  e  $\omega' = A'_s f_y / (A_c f_c)$  percentuali meccaniche di armatura longitudinale in trazione e compressione rispettivamente;
- $f_c$  e  $f_y$  sono, rispettivamente, la resistenza a compressione del calcestruzzo e la resistenza a snervamento dell'acciaio, longitudinale e trasversale, ottenute come media delle prove eseguite in sito, eventualmente corrette sulla base di fonti aggiuntive di informazione, divise per il fattore di confidenza appropriato in relazione al Livello di Confidenza raggiunto;
- $\rho_{sx} = A_{sx} / (b_w s_h)$  è la percentuale di armatura trasversale ( $s_h$  è l'interasse delle staffe in zona critica);
- $\rho_d$  è la percentuale di eventuali armature diagonali in ciascuna direzione;
- $\alpha$  è un fattore di efficienza del confinamento dato da:

$$\alpha = \left( 1 - \frac{s_h}{2b_0} \right) \left( 1 - \frac{s_h}{2h_0} \right) \left( 1 - \frac{\sum b_i^2}{6h_0 b_0} \right) \quad [5.13]$$

in cui  $b_0$  ed  $h_0$  sono le dimensioni del nucleo confinato,  $b_i$  distanza delle barre longitudinali trattenute da tiranti o staffe presenti sul perimetro.

Negli elementi non dotati di adeguati dettagli di tipo antisismico, ossia con percentuali di armatura trasversali e longitudinale diverse dalle indicazioni riportate per la progettazione, il valore di  $a$  deve essere moltiplicato per 0.85.

Inoltre il fattore di efficienza del confinamento  $a$ , è definito nell'ipotesi che le staffe presenti nell'elemento abbiano ancoraggi idonei ad evitare l'apertura delle stesse. Quando queste condizioni non sono verificate è opportuno assumere  $a = 0$ .

### **Stato limite di salvaguardia della vita (SLV)**

Questo stato limite corrisponde al raggiungimento, anche in una sola sezione, di una aliquota della rotazione ultima pari a:

$$\theta_{u_{SLV}} = \frac{3}{4} \theta_{u_{SLC}} \quad [5.14]$$

### **Stato limite di danno (SLD)**

Questo stato limite si attinge quando lo spostamento di interpiano è pari a:

$$\frac{\Delta_i}{h_i} = 0.5\% \quad [5.15]$$

dove:

- $\Delta_i$  è lo spostamento di interpiano;
- $h_i$  è l'altezza dell' $i$ -esimo piano.

### **Stato limite di operatività (SLO)**

Questo stato limite si attinge quando si raggiunge uno spostamento di interpiano pari ai 2/3 di quello che provoca lo stato limite di danno:

$$\left( \frac{\Delta_i}{h_i} \right)_{SLO} = \frac{2}{3} \frac{\Delta_i}{h_{i_{SLD}}} \quad [5.16]$$

### Applicazioni nel codice di calcolo

I livelli prestazionali appena visti vengono controllati per ciascun pilastro dell'edificio; il primo elemento a raggiungere tali limiti, determina il relativo stato limite.

Per quanto riguarda gli stati limite di salvaguardia della vita e di collasso, le formule precedenti si riferiscono ad uno stato piano, ovvero non tengono conto delle interazioni tra le rotazioni attorno ai due assi della sezione; quindi si utilizzano le seguenti relazioni (Bousias et al., 2002):

- SLV

$$\left(\frac{\theta_{dom,x}}{\theta_{u,x}}\right)^2 + \left(\frac{\theta_{dom,y}}{\theta_{u,y}}\right)^2 \leq 0.75 \quad [5.17]$$

- SLC

$$\left(\frac{\theta_{dom,x}}{\theta_{u,x}}\right)^2 + \left(\frac{\theta_{dom,y}}{\theta_{u,y}}\right)^2 \leq 1 \quad [5.18]$$

L'analisi viene interrotta quando nel primo pilastro viene raggiunto lo stato limite di collasso.

Con riferimento alla figura 5.19, vengono riportati i valori delle rotazioni ultime dei pilastri dell'edificio oggetto di studio:

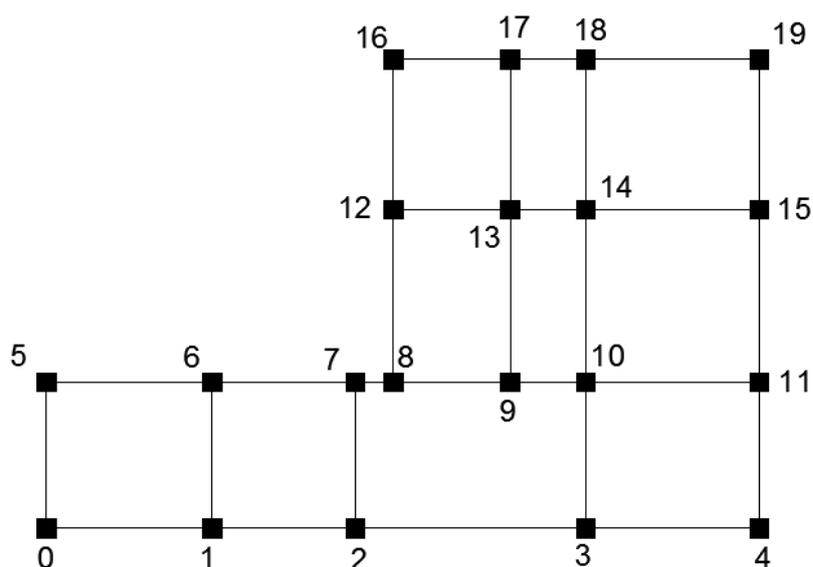


Fig. 5.19. Numerazione pilastri per piano.

Piano 1			Piano 2		
N° pilastro	$\theta_{xu}$	$\theta_{yu}$	N° pilastro	$\theta_{xu}$	$\theta_{yu}$
0	2.44	2.27	0	2.99	2.3
1	2.38	2.22	1	2.97	2.28
2	2.33	2.17	2	2.95	2.27
3	2.3	2.14	3	2.94	2.26
4	2.47	2.3	4	3.01	2.31
5	2.36	2.43	5	2.94	2.55
6	2.23	2.3	6	2.86	2.43
7	2.52	2.04	7	3.03	2.02
8	2.5	2.02	8	2.99	2
9	2.39	2.46	9	2.92	2.48
10	2.44	1.97	10	2.96	1.98
11	2.44	1.97	11	3	2
12	2.45	1.98	12	2.97	1.98
13	2.37	2.44	13	2.85	2.42
14	2.52	2.04	14	3.01	2.01
15	2.44	1.97	15	2.35	2.55
16	2.52	2.04	16	3.02	2.01
17	2.41	2.48	17	2.95	2.51
18	1.94	2.55	18	2.99	2
19	1.97	2.59	19	2.37	2.57

Tab. 5.17. Rotazioni ultime pilastri.

### 5.3 Progettazione dei controventi dissipativi

#### 5.3.1 Progettazione dei controventi dissipativi in base alla Pushover 3D

Applicando il criterio delle rigidezze proporzionali e inversamente proporzionali, si è provveduto alla progettazione dei controventi dissipativi utilizzando il metodo della Pushover 3D, considerando la duttilità del telaio  $\mu^F$  pari a 1.2 (Caso 1), la duttilità di progetto dei dissipatori  $\mu^D$  pari a 20 e il rapporto di incrudimento  $r_{DB}$  pari al 5%.

Di seguito si riportano i parametri per la progettazione, distinguendo il metodo (Pushover 3D, Caso P) e i criteri utilizzati (criterio della rigidezza proporzionale, sottocaso P e il criterio di rigidezza inversamente proporzionale, sottocaso I), per la seguente disposizione in pianta dei controventi (Caso A).

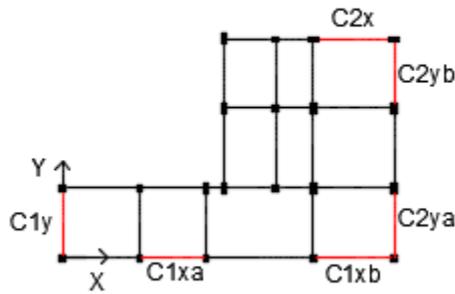


Fig.5.20. Disposizione in pianta dei controventi (Caso A).

Caso	$\mu_F$		$\mu_D$	$r_{DB}$ (%)
	X	Y	X, Y	X, Y
P.P.A.1	1.2	1.2	20	5
P.I.A.1	1.2	1.2	20	5

Tab. 5.18. Casi progettuali in direzione X e Y.

Per quanto concerne il calcolo dei controventi e quindi la ripartizione delle loro rigidezze e dei loro sforzi, si è ottenuto:

PIANO	CASO	X1	X2	X3
1	P.P.A.1	106680	106680	313562
2		63882	63882	187210
1	P.I.A.1	199063	199063	141409
2		144090	144090	36168

Tab. 5.19. Rigidezze diagonali dei controventi dissipativi in direzione X (unità di misura kN/m).

PIANO	CASO	Y1	Y2	Y3
1	P.P.A.1	646317	177664	177664
2		382371	103824	103824
1	P.I.A.1	629662	185905	185905
2		362428	113707	113707

Tab. 5.20. Rigidezze diagonali dei controventi dissipativi in direzione Y (unità di misura kN/m).

PIANO	CASO	X1	X2	X3
1	P.P.A.1	133	133	389
2		77	77	224
1	P.I.A.1	242	242	171
2		166	166	42

Tab. 5.21. Sforzi diagonali dei controventi dissipativi in direzione X (unità di misura kN).

PIANO	CASO	Y1	Y2	Y3
1	P.P.A.1	421	116	116
2		242	66	66
1	P.I.A.1	410	122	122
2		230	72	72

Tab. 5.22. Sforzi diagonali dei controventi dissipativi in direzione Y (unità di misura kN).

### 5.3.2 Progettazione dei controventi dissipativi in base al Metodo N2 Esteso

#### 5.3.2.1 Variabilità della distribuzione in pianta dei controventi dissipativi

Applicando il criterio delle rigidezze proporzionali e inversamente proporzionali, si è provveduto alla progettazione dei controventi dissipativi utilizzando il metodo N2 Esteso, considerando la duttilità del telaio  $\mu^F$  pari a 1.2 (Caso 1), la duttilità di progetto dei dissipatori  $\mu^D$  pari a 20 e il rapporto di incrudimento  $r_{DB}$  pari al 5%.

Nel caso del metodo N2 esteso, a differenza della Pushover 3D, non è stato necessario individuare la direzione di maggiore vulnerabilità, in quanto per la progettazione sono state considerate le due direzioni principali lungo l'asse x e lungo l'asse y. Si applica, quindi, alle curve di capacità ottenute per la struttura senza controventi, il coefficiente  $c_T$  come si è visto nel Capitolo 3, per tener conto della irregolarità in pianta.

Di seguito si riportano i parametri per la progettazione, distinguendo il metodo (N2 Esteso, Caso E) e i criteri utilizzati (criterio della rigidezza proporzionale, sottocaso P e il criterio di rigidezza inversamente proporzionale, sottocaso I), per la seguente disposizione in pianta dei controventi (Caso A).

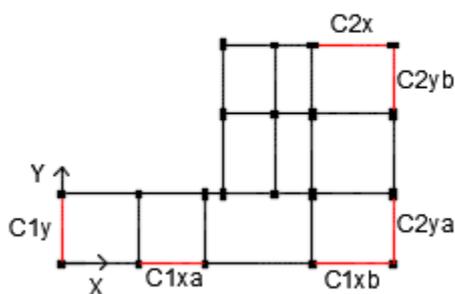


Fig.5.21. Disposizione in pianta dei controventi (Caso A)

Per quanto concerne il calcolo dei controventi e quindi la ripartizione delle loro rigidezze e dei loro sforzi, si è ottenuto:

PIANO	CASO	X1	X2	X3
1	E.P.A.1	220564	220564	648299
2		132078	132078	387063
1	E.I.A.1	371346	371346	367101
2		246412	246412	171625

**Tab. 5.23. Rigidezze diagonali dei controventi dissipativi in direzione Y (unità di misura kN/m).**

PIANO	CASO	X1	X2	X3
1	E.P.A.1	506745	139297	139297
2		299797	81403	81403
1	E.I.A.1	492022	146477	146477
2		281398	90450	90450

**Tab. 5.24. Rigidezze diagonali dei controventi dissipativi in direzione Y (unità di misura kN/m).**

PIANO	CASO	X1	X2	X3
1	E.P.A.1	143	143	417
2		81	81	240
1	E.I.A.1	236	236	232
2		149	149	104

**Tab. 5.25. Sforzi diagonali dei controventi dissipativi in direzione Y (unità di misura kN).**

PIANO	CASO	X1	X2	X3
1	E.P.A.1	389	107	107
2		224	61	61
1	E.I.A.1	378	112	112
2		210	68	68

**Tab. 5.26. Sforzi diagonali dei controventi dissipativi in direzione Y (unità di misura kN).**

### 5.3.2.2 Variabilità dei parametri di progetto dei controventi dissipativi

Applicando il metodo analizzato nel capitolo 3, l'edificio oggetto di studio è stato, quindi, adeguato con controventi dissipativi di tipo isteretico, utilizzando il metodo N2 Esteso (Caso E) e assumendo il criterio della rigidezza inversamente proporzionale (Caso I), attraverso il

quale, il baricentro delle rigidezze viene fatto coincidere con il baricentro delle masse, cioè viene annullata l'eccentricità e quindi non vengono considerati gli effetti torsionali.

Nel caso del metodo N2 esteso, non è stato necessario individuare la direzione di maggiore vulnerabilità, in quanto per la progettazione sono state considerate le due direzioni principali lungo l'asse x e lungo l'asse y. Si applica, quindi, alle curve di capacità ottenute per la struttura senza controventi, il coefficiente  $c_T$  come si è visto nel Capitolo 3, per tener conto della irregolarità in pianta.

I valori dei coefficienti di correzione per l'irregolarità in pianta che si sono ottenuti per entrambe le direzioni sono mostrati nella Tab. 5.27 e 5.28 che seguono.

Analisi Modale dir. X				
Nodo	Spostamento u (piano II)		coefficienti correttivi	
45	0.0105	m	$\gamma_{45}$	1.265
60	0.0057	m	$\gamma_{60}$	0.687
G	0.0083	m	$\gamma_{cor.}$	0.687

Tab. 5.27. Coefficiente correttivo per l'irregolarità in pianta per la direzione X.

Analisi Modale dir. Y				
Nodo	Spostamento u (piano II)		coefficienti correttivi	
41	0.0088	m	$\gamma_{41}$	1.760
60	0.0048	m	$\gamma_{60}$	0.960
G	0.005	m	$\gamma_{cor.}$	0.960

Tab. 5.28. Coefficiente correttivo per l'irregolarità in pianta per la direzione Y.

Dove:

$$\gamma_{nodo} = \frac{u_{nodo}}{u_g} \quad [5.19]$$

Inoltre, viene considerata una nuova disposizione in pianta dei controventi dissipativi, in particolare, si inserisce un controvento interno alla struttura, mentre nelle analisi precedenti, i controventi erano solo esterni (Fig.5.23).

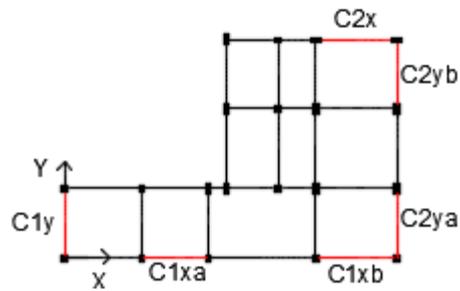


Fig. 5.22. Disposizione in pianta dei controventi dissipativi (Caso A).

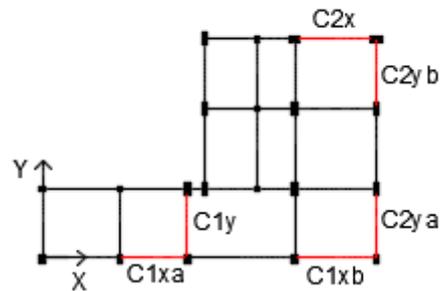


Fig. 5.23. Nuova posizione dei controventi dissipativi (Caso B).

Di seguito si illustrano i casi progettuali analizzati per l'analisi statica non lineare, al variare del valore della duttilità del telaio (1-5), utilizzando il metodo N2 Esteso (Caso E), il criterio di rigidezza inversamente proporzionale (Caso I) e per le due disposizioni in pianta (Casi A e B).

Caso	$\mu_F$		$\mu_D$	$r_{DB}$ (%)
	X	Y	X,Y	X,Y
E.I.A.1	1,8	1,8	20	5
E.I.B.1	1,8	1,8	20	5
E.I.A.2	2,4	2,4	20	5
E.I.B.2	2,4	2,4	20	5
E.I.A.3	2,85	3,17	20	5
E.I.B.3	2,85	3,17	20	5

Tab. 5.29. Casi progettuali nelle due disposizioni in pianta dei controventi (Casi A e B), in direzione X e Y.

Per quanto concerne il calcolo dei controventi e quindi la ripartizione delle loro rigidezze e dei loro sforzi, si è ottenuto:

PIANO	CASO	X1	X2	X3
1	E.I.A.1	569579	569579	626788
2		364147	364147	327485
1	E.I.A.2	417898	417898	428085
2		274061	274061	208226
1	E.I.A.3	350766	350766	340140
2		234189	234189	155444
1	E.I.B.1	569579	569579	626788
2		364147	364147	327485
1	E.I.B.2	417898	417898	428085
2		274061	274061	208226
1	E.I.B.3	350766	350766	340140
2		234189	234189	155444

**Tab. 5.30. Rigidezze diagonali dei controventi dissipativi in direzione X (unità di misura kN/m).**

PIANO	CASO	Y1	Y2	Y3
1	E.I.A.1	695964	204898	204898
2		401460	124905	124905
1	E.I.A.2	490992	146182	146182
2		280792	90285	90285
1	E.I.A.3	359904	108630	108630
2		203619	68144	68144
1	E.I.B.1	378611	361923	361923
2		208303	220627	220627
1	E.I.B.2	264581	258209	258209
2		141173	159475	159475
1	E.I.B.3	191654	191880	191880
2		98240	120366	120366

**Tab. 5.31. Rigidezze diagonali dei controventi dissipativi in direzione Y (unità di misura kN/m).**

PIANO	CASO	X1	X2	X3
1	E.I.A.1	289	269	296
2		168	158	142
1	E.I.A.2	283	263	269
2		168	158	120
1	E.I.A.3	281	261	253
2		170	160	106
1	E.I.B.1	289	269	296
2		168	158	142
1	E.I.B.2	283	263	269
2		168	158	120
1	E.I.B.3	281	261	253
2		170	160	106

**Tab. 5.32. Sforzi diagonali dei controventi dissipativi in direzione X (unità di misura kN).**

PIANO	CASO	Y1	Y2	Y3
1	E.I.A.1	472	139	137
2		251	78	77
1	E.I.A.2	444	132	131
2		234	75	75
1	E.I.A.3	429	130	128
2		224	75	74
1	E.I.B.1	257	246	244
2		131	138	137
1	E.I.B.2	240	234	232
2		118	133	132
1	E.I.B.3	229	230	227
2		109	133	132

**Tab. 5.33. Sforzi diagonali dei controventi dissipativi in direzione Y (unità di misura kN).**

Di seguito si riportano i casi progettuali analizzati per l'analisi dinamica non lineare (Tab. 5.34), al variare del valore della duttilità del telaio (1-5), utilizzando il metodo N2 Esteso (Caso E), il criterio di rigidezza inversamente proporzionale (Caso I) e per le due disposizioni in pianta (Casi A e B).

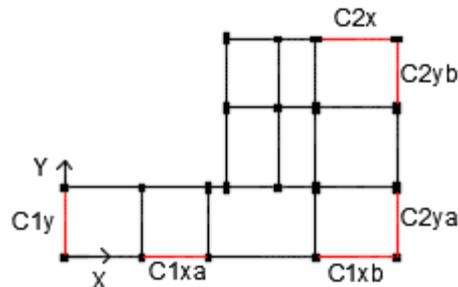


Fig. 5.24. Disposizione in pianta dei controventi dissipativi (Caso A).

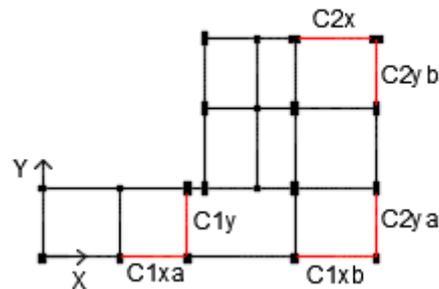


Fig. 5.25. Nuova posizione dei controventi dissipativi (Caso B).

Caso	$\mu_F$		$\mu_D$	$r_{DB}$ (%)
	X	Y	X,Y	X,Y
E.I.A.1	1,8	1,8	20	5
E.I.B.1	1,8	1,8	20	5
E.I.A.2	2,4	2,4	20	5
E.I.B.2	2,4	2,4	20	5
E.I.A.3	2,85	3,17	20	5
E.I.B.3	2,85	3,17	20	5
E.I.A.4	1,2	1,2	20	5
E.I.B.4	1,2	1,2	20	5
E.I.A.5	1,2	1,2	20	2
E.I.B.5	1,2	1,2	20	2

Tab. 5.34. Casi progettuali nelle due disposizioni in pianta dei controventi (Casi A e B), in direzione X e Y.

Per quanto concerne il calcolo dei controventi e quindi la ripartizione delle loro rigidezze e dei loro sforzi, si è ottenuto:

PIANO	CASO	X1	X2	X3
1	E.I.A.1	569579	569579	626788
2		364147	364147	327485
1	E.I.A.2	417898	417898	428085
2		274061	274061	208226
1	E.I.A.3	350766	350766	340140
2		234189	234189	155444
1	E.I.A.4	936613	936613	1107607
2		582136	582136	616063
1	E.I.A.5	1278491	1278491	1555470
2		785183	785183	884862
1	E.I.B.1	569579	569579	626788
2		364147	364147	327485
1	E.I.B.2	417898	417898	428085
2		274061	274061	208226
1	E.I.B.3	350766	350766	340140
2		234189	234189	155444
1	E.I.B.4	936613	936613	1107607
2		582136	582136	616063
1	E.I.B.5	1278491	1278491	1555470
2		785183	785183	884862

**Tab. 5.35. Rigidezze diagonali dei controventi dissipativi in direzione X (unità di misura kN/m).**

PIANO	CASO	Y1	Y2	Y3
1	E.I.A.1	695964	204898	204898
2		401460	124905	124905
1	E.I.A.2	490992	146182	146182
2		280792	90285	90285
1	E.I.A.3	359904	108630	108630
2		203619	68144	68144
1	E.I.A.4	1205422	350838	350838
2		701382	210955	210955
1	E.I.A.5	1660213	481118	481118
2		969120	287771	287771
1	E.I.B.1	378611	361923	361923
2		208303	220627	220627
1	E.I.B.2	264581	258209	258209
2		141173	159475	159475
1	E.I.B.3	191654	191880	191880
2		98240	120366	120366
1	E.I.B.4	662033	619705	619705
2		375156	372621	372621
1	E.I.B.5	915043	849825	849825
2		524104	508305	508305

**Tab. 5.36. Rigidezze diagonali dei controventi dissipativi in direzione Y (unità di misura kN/m).**

<b>PIANO</b>	<b>CASO</b>	<b>X1</b>	<b>X2</b>	<b>X3</b>
1	E.I.A.1	289	269	296
2		168	158	142
1	E.I.A.2	283	263	269
2		168	158	120
1	E.I.A.3	281	261	253
2		170	160	106
1	E.I.A.4	317	295	349
2		179	169	178
1	E.I.A.5	433	403	490
2		242	227	256
1	E.I.B.1	289	269	296
2		168	158	142
1	E.I.B.2	283	263	269
2		168	158	120
1	E.I.B.3	281	261	253
2		170	160	106
1	E.I.B.4	317	295	349
2		179	169	178
1	E.I.B.5	433	403	490
2		242	227	256

**Tab. 5.37. Sforzi diagonali dei controventi dissipativi in direzione X (unità di misura kN).**

<b>PIANO</b>	<b>CASO</b>	<b>Y1</b>	<b>Y2</b>	<b>Y3</b>
1	E.I.A.1	472	139	137
2		251	78	77
1	E.I.A.2	444	132	131
2		234	75	75
1	E.I.A.3	429	130	128
2		224	75	74
1	E.I.A.4	545	159	157
2		293	88	87
1	E.I.A.5	750	217	215
2		404	120	119
1	E.I.B.1	257	246	244
2		131	138	137
1	E.I.B.2	240	234	232
2		118	133	132
1	E.I.B.3	229	230	227
2		109	133	132
1	E.I.B.4	300	281	278
2		157	156	155
1	E.I.B.5	415	385	381
2		219	213	211

**Tab. 5.38. Sforzi diagonali dei controventi dissipativi in direzione Y (unità di misura kN).**

## **Capitolo 6**

### **Risultati numerici**

#### **6.1 Premessa**

In questo capitolo si espongono i risultati ottenuti nelle varie fasi del lavoro di Dottorato. Una prima parte, riguarda, la verifica del modello a plasticità concentrata utilizzato per le analisi statiche e dinamiche non lineari; in seguito si effettua un confronto fra il metodo N2 Esteso e il metodo della Pushover 3D, in modo da poter comprendere se il metodo N2 sia efficace come la Pushover 3D ma ovviando all'onere computazionale che questa ultima presenta. Si effettua, quindi, l'analisi di vulnerabilità della struttura, utilizzando entrambi i metodi e due criteri: il criterio di rigidezza proporzionale e il criterio di rigidezza inversamente proporzionale. Dopo, si effettua il calcolo dello smorzamento viscoso nel caso di azioni biassiali, mentre in precedenza si è utilizzato lo smorzamento di Rodrigues. Successivamente si effettua l'analisi di vulnerabilità della struttura considerando il solo metodo N2 e il criterio di rigidezza inversamente proporzionale ma assumendo due distribuzioni diverse in pianta dei controventi dissipativi e diversi valori progettuali della duttilità del telaio. Infine si effettua l'analisi dinamica non lineare della struttura originaria e controventata.

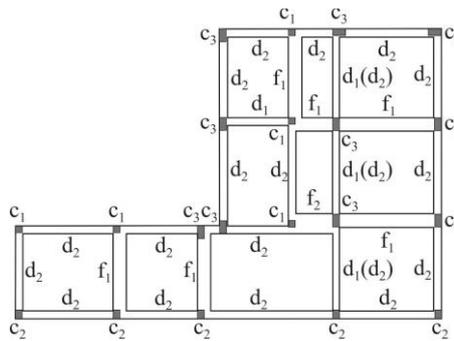
#### **6.2 Verifica della modellazione non lineare per la struttura originaria**

Nel seguente lavoro di tesi, si propone un modello a plasticità concentrata LPM (discusso ampiamente nel Capitolo 4), con il modello a superfici piane (FSM) del dominio elastico delle sezioni in c.a., che viene implementato attraverso un codice di calcolo per l'analisi statica non lineare di strutture spaziali.

I risultati numerici che sono stati ottenuti utilizzando il modello a fibre (FM), disponibile all'interno del programma Biaxial, vengono utilizzati per testare l'efficacia della linearizzazione del dominio elastico; le sezioni di estremità dei pilastri dell'edificio di Spilinga, vengono considerati come riferimento. In seguito, viene effettuato un confronto con il modello FM, disponibile nel programma SeismoStruct, per poter calibrare il modello LPM. Per questo motivo vengono svolte le analisi statiche non lineari dell'edificio, lungo le direzioni orizzontali principali, considerando due tipi di distribuzione della forza in altezza: uniforme e triangolare. Successivamente, viene valutata la capacità in termini di spostamenti e taglio alla base che si ottengono attraverso le analisi statiche non lineari per le diverse direzioni in pianta dei carichi sismici, in modo da stimare la direzione di massima vulnerabilità allo stato limite di esercizio e/o ultimo considerato, secondo l'NTC08 e l'EC8.

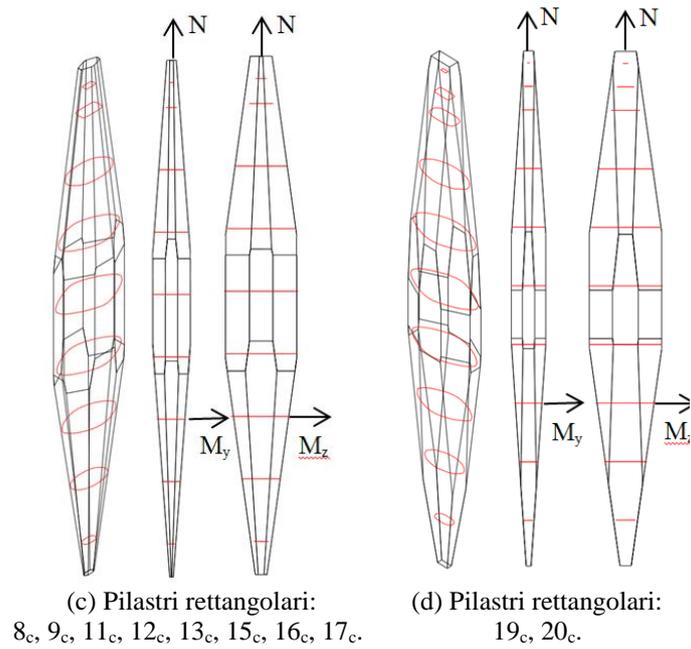
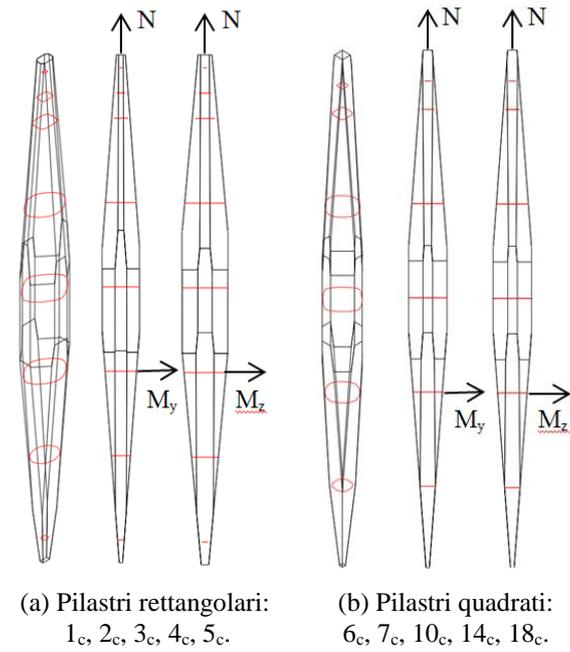
### 6.2.1 Confronto fra il modello a fibre (FM) e il modello a falde (FSM)

I risultati ottenuti attraverso il modello FM, vengono utilizzati per valutare l'efficacia del modello FSM ed in particolare la schematizzazione in 26 superfici piane del dominio elastico. per questo motivo, vengono elaborati quattro esempi in Fig.6.2 che si riferiscono alle diverse tipologie delle sezioni in c.a. adottate per i pilastri quadrati e rettangolari (Fig.6.1), dell'edificio di Spilinga.



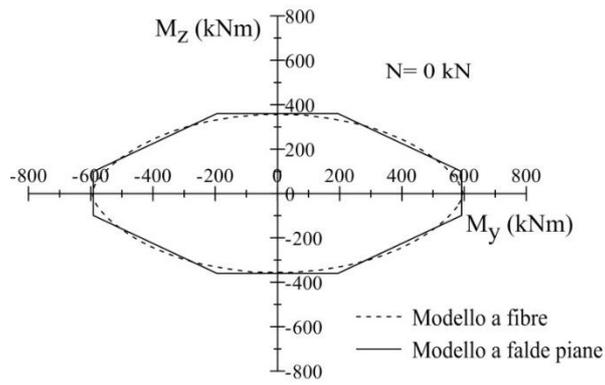
**Fig.6.1 Edificio di Spilinga: tipologie delle sezioni di estremità: pilastri (c<sub>i</sub>) e travi a spessore (d<sub>i</sub>) ed emergenti (f<sub>i</sub>).**

Un legame elasto-plastico-perfetto viene considerato sia per il calcestruzzo, con deformazione ultima pari allo 0.35%, che per l'acciaio, con deformazione ultima pari all'1%. Nel modello FM, le sezioni dei pilastri quadrati e rettangolari, vengono suddivisi rispettivamente in 225 (15x15) fibre e 330 (=15x20) e 400 (15x30) fibre senza fare la distinzione tra calcestruzzo confinato e non confinato. In Fig.2, i tre domini elastici ottenuti con il modello FSM (linea nera), vengono confrontati con i domini elastici ottenuti con il modello FM (linea rossa) per diversi valori dei carichi assiali. Per chiarezza, vengono raffigurate anche le rappresentazioni corrispondenti ai piani  $N-M_y$  e  $N-M_z$ . si può notare, come, in tutti i casi esaminati, si ottiene una buona rappresentazione del dominio elastico, soprattutto per valori di compressione (assunti positivi) del carico assiale, che sono anche più grandi dei valori del carico di rottura-bilanciata; alcune differenze sono più evidenti, per carichi assiali vicini ai carichi di compressione o trazione ultimi.

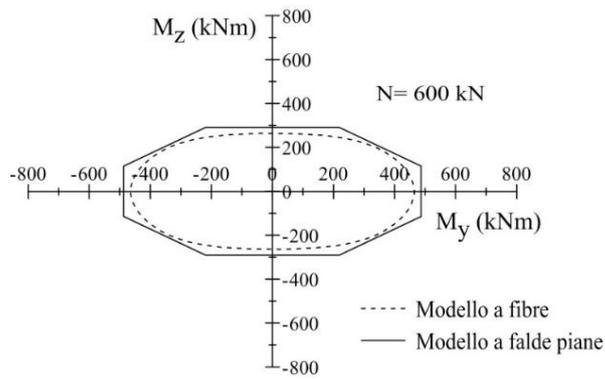


**Fig.6.2. Sforzo assiale - momenti flessionali biassiali e sforzo assiale ( $N-M_y-M_z$ ) e momenti flettenti monoassiali ( $N-M_y$  and  $N-M_z$ ) del dominio elastico: FSM (modello proposto), in nero; FM (Biaxial), in rosso.**

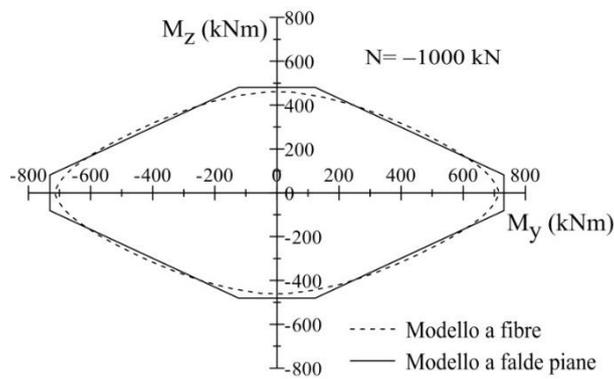
In Fig. 6.3, al fine di confrontare il modello a falde piane (riportato con linea continua) con il modello a fibre (riportato con linea tratteggiata) sono stati rappresentati i domini di flessione biassiale ( $M_y$ - $M_z$ ) corrispondenti a diversi valori dello sforzo normale. Come si può osservare, una buona rappresentazione del dominio elastico è stata ottenuta: nel caso di pilastri, sia per sforzi di trazione (Fig. 6.3a), per convenzione positivi, che per sforzi di compressione, anche superiori al valore corrispondente alla rottura bilanciata (Fig. 6.3d); nel caso di travi, ipotizzando assenza di sforzo normale (Fig. 6.3b).



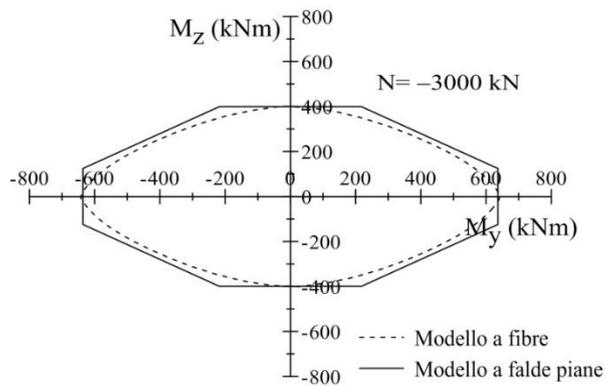
(a)



(b)



(c)



(d)

**Fig.6.3. Confronto tra domini elastici di flessione deviata al variare del modello numerico.**

## 6.2.2 Confronto fra il modello a fibre (FM) e il modello a plasticità concentrata (LPM)

In seguito si effettuano dei confronti con il modello raffinato FM, in modo da calibrare il modello a plasticità concentrata (LPM) proposto per gli elementi di un telaio in c.a.. Vengono, quindi, svolte le analisi statiche non lineari dell'edificio di Spilinga, lungo le direzioni principali X e Y (Fig.6.4), assumendo costanti i carichi verticali e facendo crescere i carichi orizzontali in modo monotono, i quali vengono applicati lungo l'altezza dell'edificio al centro delle masse di ciascun piano. Travi e pilastri, vengono suddivisi in quattro sotto-elementi, due per ciascuna regione di estremità critica (con lunghezza pari a  $L/8$ ) e due per ciascuna regione centrale critica (con lunghezza pari a  $3L/8$ ), mentre le loro sezioni trasversali vengono suddivise in 200 fibre. Vengono considerati per il modello LPM, i domini ottenuti con il modello FSM (carico assiale-momento flettente biassiale), alle sezioni di estremità in cui ci si aspetta di avere deformazioni inelastiche. La rigidezza flessionale effettiva, del telaio in c.a., influenza fortemente la risposta calcolata tramite l'analisi statica non lineare, effettuata con il modello LPM. Si hanno differenze sostanziali, tra le espressioni proposte dai codici sismici, per valutare gli effetti della fessurazione sulla rigidezza flessionale  $EI(=rEI_g)$ , dove il coefficiente  $r(\leq 1)$ , è adottato per ridurre la rigidezza  $EI_g$ .

Nel presente lavoro, i fattori di riduzione del modulo di elasticità del calcestruzzo, presente nell' NTC08 ( $r_E$ ) e del momento d'inerzia della sezione trasversale non fessurata ( $r_{I_y}$  and  $r_{I_z}$ ), sono valutati separatamente. A tal fine, la legge di forza-deformazione del calcestruzzo e la posizione dell'asse neutro in corrispondenza delle sezioni di estremità degli elementi del telaio, vengono controllati nel modello FM, durante l'analisi statica non lineare dell'edificio di Spilinga. Vengono proposti tre gruppi di coefficienti, distinguendo: (a) il livello locale, per ciascun elemento del telaio; il livello globale, con un valore medio calcolato ad ogni piano, con (b) o senza (c) distinzione tra le direzioni X e Y. In Tab.6.1, si illustrano i coefficienti nel caso di livello globale e come ci si aspetta, i valori più bassi si ottengono per le travi anziché per i pilastri, le quali sono caratterizzate dalla presenza di carichi assiali di compressione vicini alla rottura del calcestruzzo.

Piano	Pilastri			Travi		
	$r_E$	$r_{I_y}$	$r_{I_z}$	$r_E$	$r_{I_y}$	$r_{I_z}$
1	0.71	0.59	0.59	0.59	0.41	0.40
2	0.73	0.67	0.67	0.67	0.35	0.31

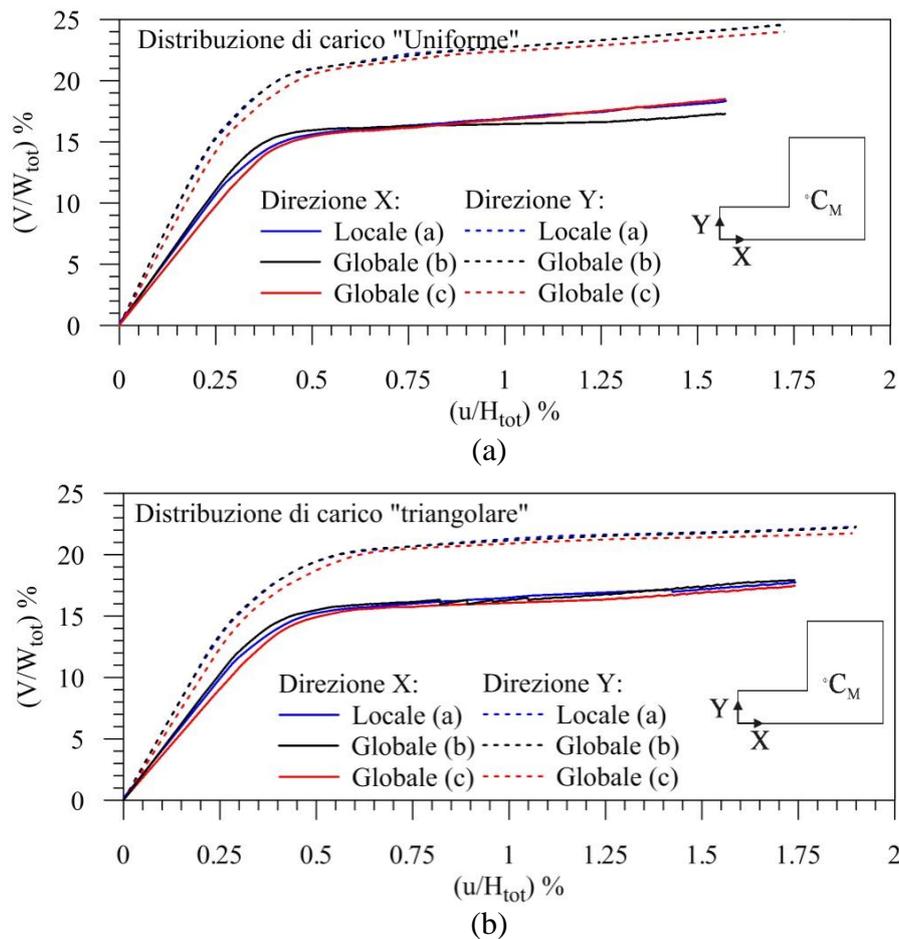
**Tab.6.1. Fattori riduttivi del modulo elastico del calcestruzzo e dei momenti di inerzia per le sezioni trasversali fessurate dell'edificio di Spilinga**

In Fig.6.4 vengono riportate le curve di capacità dell'edificio di Spilinga, lungo le direzioni principali in pianta, per i fattori di riduzione locali e globali della rigidità flessionale proposti, in riferimento al modello LPM+FSM. In particolare, viene utilizzata una distribuzione di carico uniforme (Fig.6.4a) e una triangolare (Fig.6.4b), considerando il taglio alla base ( $V$ ) e lo spostamento all'ultimo piano ( $u=u_2$ ), normalizzati rispetto al peso totale e l'altezza totale della struttura, rispettivamente. Le analisi statiche non lineari, vengono stoppate per la prevenire il collasso (SLC), in termini di valori della rotazione ultima ai membri critici o in termini di taglio alle sezioni critiche, secondo le seguenti equazioni rispettivamente:

$$\beta_D^{(j)} = \vartheta_{max}^{(j)} \quad , \quad (\beta_C^{(j)})_{LS} = 3/4 \vartheta_u^{(j)} \quad , \quad (\beta_C^{(j)})_{CP} = \vartheta_u^{(j)} \quad , \quad j \in (X, Y) \quad [6.1a,b,c]$$

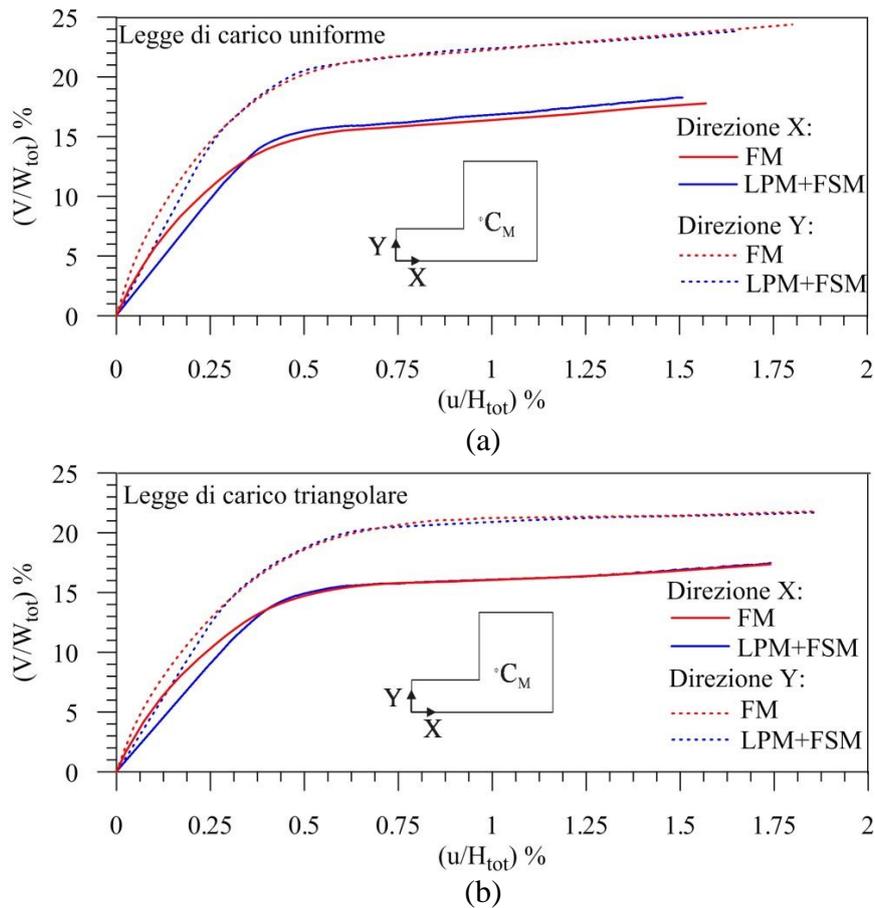
$$\beta_D^{(j)} = V_{max}^{(j)} \quad , \quad (\beta_C^{(j)})_{LS} = 3/4 V_u^{(j)} \quad , \quad (\beta_C^{(j)})_{CP} = V_u^{(j)} \quad , \quad j \in (X, Y) \quad [6.2a,b,c]$$

Dove  $\theta_{max}$  e  $V_{max}$  sono il massimo valore di domanda della rotazione e del taglio rispettivamente,  $\theta_u$  e  $V_u$  sono la rotazione e taglio ultimi rispettivamente. Come si può notare, la struttura presenta una capacità in termini di taglio e spostamento, maggiore in direzione Y che X. Inoltre, si ottengono curve simili per i tre gruppi dei fattori di riduzione, dimostrando che il gruppo c è preferibile, anche perché è il più adatto per ottenere domini di capacità anche quando si considerano direzioni in pianta differenti dei carichi sismici.



**Fig.6.4. Confronto fra le curve di capacità ottenute attraverso il modello LPM+FSM, assumendo i fattori di riduzione locale e globale della rigidità flessionale.**

In Fig.6.5 vengono illustrate le curve che si riferiscono al modello LPM+FSM (linea blu), calibrate in funzione dei fattori di riduzione della rigidità flessionale riportati in Tab.6.1 e al modello FM (linea rossa). Come si può notare, si ottiene una buona corrispondenza nel range plastico, mentre si hanno delle differenze nel range elastico, prima della fessurazione del calcestruzzo, quando l'assunzione di una rigidità flessionale secante, produce una flessibilità più grande con il modello LPM+FSM rispetto al modello FM.



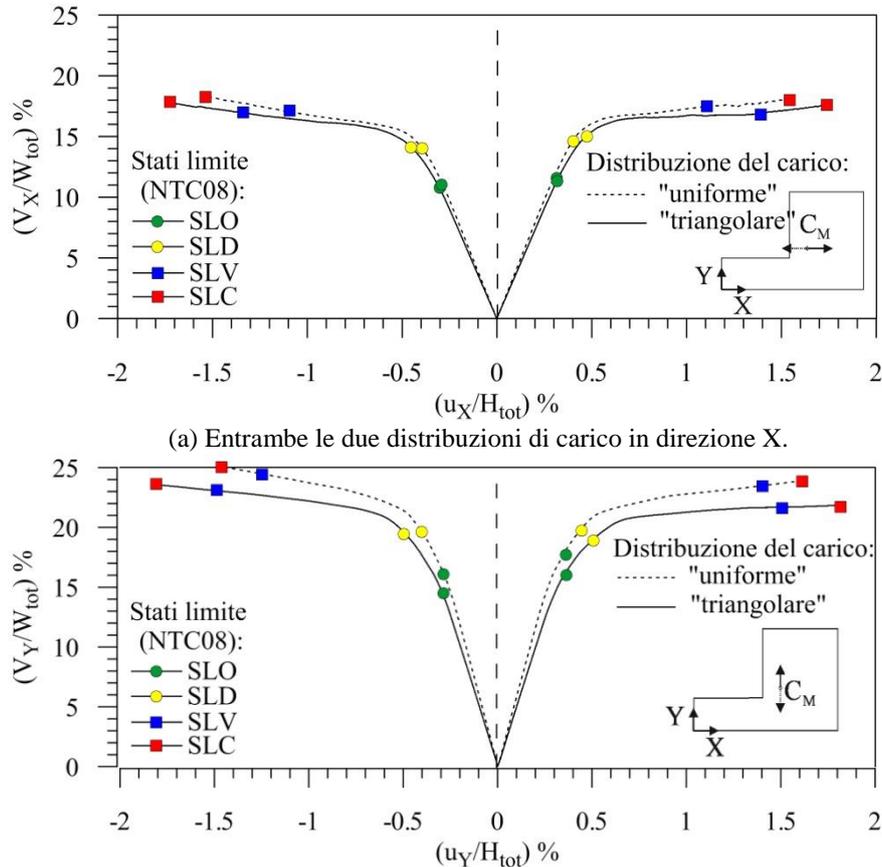
**Fig.6.5. Confronto fra le curve di capacità ottenute attraverso il modello (LPM+FSM) proposto e il modello raffinato (FM).**

In Fig.6.6, vengono illustrate le curve di capacità ottenute con il modello LPM+FSM, per comparare le distribuzioni “uniforme” e “triangolare” dei carichi orizzontali, considerandole entrambe in direzione X (Fig.6.6a) ed Y (Fig.6.6b). Rispettando le prescrizioni presenti nell’NTC08, i limiti prestazionali a cui ci si riferisce sono, lo spostamento di interpiano per lo stato limite di operatività e di danno (Equ.6.3b e 6.3c) e la duttilità (Equ.6.1b e 6.2c) o fragilità (Equ.6.2b e 6.2c) per lo stato limite di salvaguardia delle vite e di collasso. In direzione X si ha una buona corrispondenza mentre in direzione Y si ha una piccola differenza.

$$\beta_D^{(j)} = \Delta_{max}^{(j)} \quad , \quad (\beta_C^{(j)})_{OP} = 0.33\% h \quad , \quad (\beta_C^{(j)})_{IO} = 0.5\% h \quad , \quad j \in (X, Y) \quad [6.3a,b,c]$$

L’equazione rappresenta i limiti dello spostamento di interpiano ( $\Delta_{max}$ ) che viene espresso in termini di percentuale dell’altezza di piano (h).

Inoltre si può notare come variando la distribuzione di carico, si ottengono valori di spostamento simili in direzione X ed Y per gli stati limite di esercizio, mentre si hanno valori diversi considerando gli stati limite ultimi.



(a) Entrambe le due distribuzioni di carico in direzione X.

(b) Entrambe le due distribuzioni di carico in direzione Y..

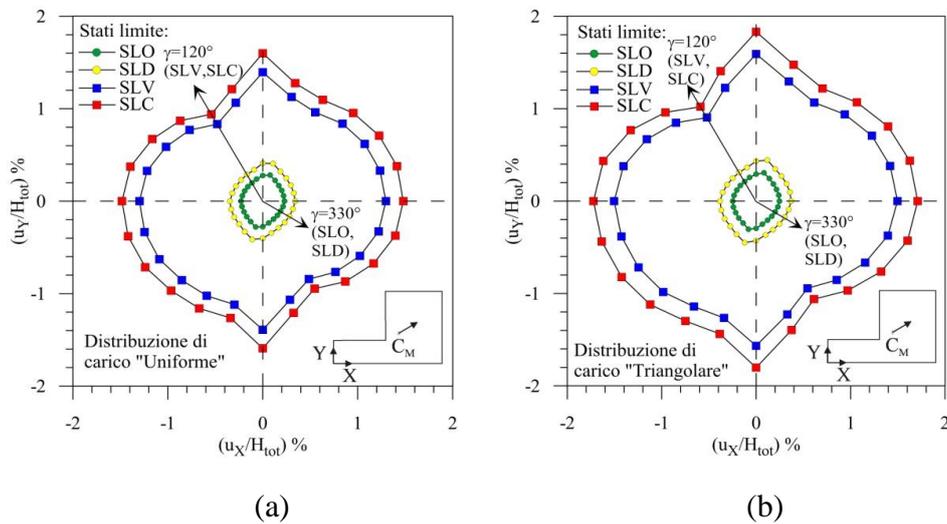
**Fig.6.6. Confronto fra le curve di capacità per gli stati limite (LPM+FSM)**

Infine, vengono rappresentati i domini di capacità in termini di spostamento (Fig.6.7) e di taglio alla base (Fig.6.8), lungo le direzioni principali X e Y, effettuando le analisi statiche non lineari con il modello LPM+FSM. In particolare, si ottengono 48 curve di capacità per l'edificio di Spilinga considerando la distribuzione di carico uniforme e triangolare, ruotando la direzione del carico di un angolo  $\gamma$  che va da 0 a 360° con un passo costante di 15°. A partire da queste curve, vengono tracciati 16 domini di capacità, distinguendo gli stati limite di esercizio e ultimi. Gli effetti bidirezionali dovuti alle direzioni dei carichi sismici, vengono considerati attraverso la seguente equazione:

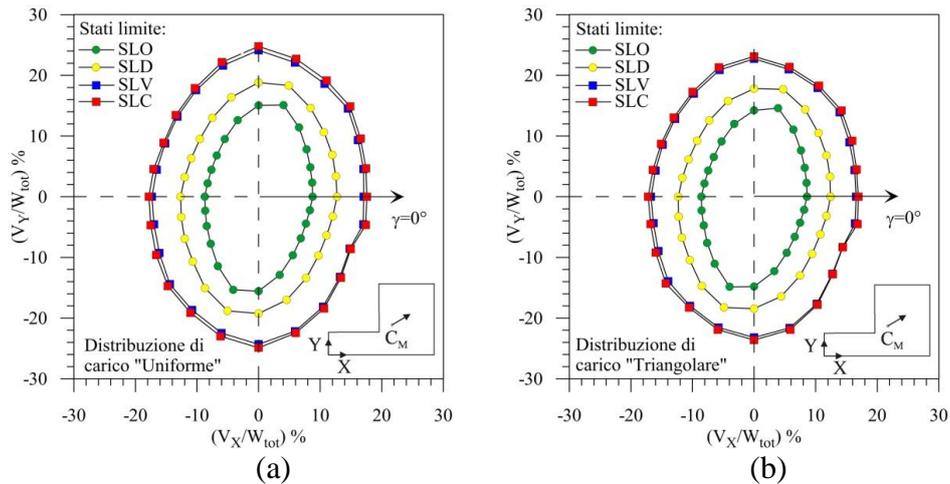
$$\left(\bar{\beta}_{ls}^{(X)}\right)^2 + \left(\bar{\beta}_{ls}^{(Y)}\right)^2 = 1 \quad , \quad \bar{\beta}_{ls}^{(j)} = \frac{\beta_D^{(j)}}{\left(\beta_C^{(j)}\right)_{ls}} \quad , \quad j \in (X, Y) \quad [6.4]$$

In cui la domanda di curvatura ( $\beta_D^{(j)}$ ) viene normalizzata rispetto alla curvatura monoassiale ( $\beta_C^{(j)}$ ).

È molto importante sottolineare il fatto che, la direzione di massima vulnerabilità sismica non è necessariamente uguale allo stato limite di esercizio e ultimo. Infatti agli stati limite di SLD e SLO, la direzione di massima vulnerabilità corrisponde a  $\gamma=330^\circ$ , mentre agli stati limite ultimi di SLV e SLC, corrisponde a  $\gamma=120^\circ$ . Allo stesso tempo, la direzione di massima vulnerabilità in termini di forza di taglio, non corrisponde necessariamente a quella ottenuta in termini di spostamento. Nel caso dell'edificio di Spilinga, la direzione caratterizzata dalla minore resistenza corrisponde a  $\gamma=0^\circ$  per tutti gli stati limite.



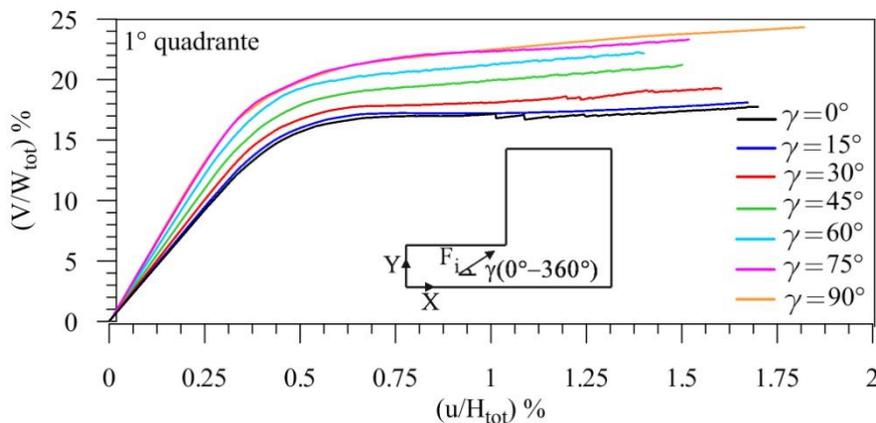
**Fig.6.7. Domini di capacità in termini di spostamento per gli stati limite di esercizio (SLD e SLO) e ultimi (SLV e SLC).**



**Fig.6.8. Domini di capacità in termini di taglio alla base per gli stati limite di esercizio (SLD e SLO) e ultimi (SLV e SLC).**

### 6.3 Confronto tra il metodo N2 Esteso e il metodo della Pushover 3D

Per verificare l'affidabilità del metodo di progetto proposto per l'adeguamento antisismico delle strutture irregolari in pianta, viene condotta un'analisi statica non lineare per differenti direzioni in pianta della forzante sismica. Si è considerato quindi un angolo di direzione variabile  $\gamma$  da  $0^\circ$  a  $360^\circ$  con un passo  $\Delta\alpha$  pari a  $15^\circ$ . La distribuzione delle forze considerate è di tipo lineare con valori  $F_1 = 420$  N e  $F_2 = 580$  N. Le diverse curve di capacità ottenute sono espresse in termini di spostamento assoluto in corrispondenza del baricentro delle masse dell'ultimo piano e il tagliante alla base dell'edificio (Fig.6.10, 6.11, 6.12, 6.13).



**Fig. 6.10. Curve di capacità della struttura originaria riferite al 1° quadrante.**

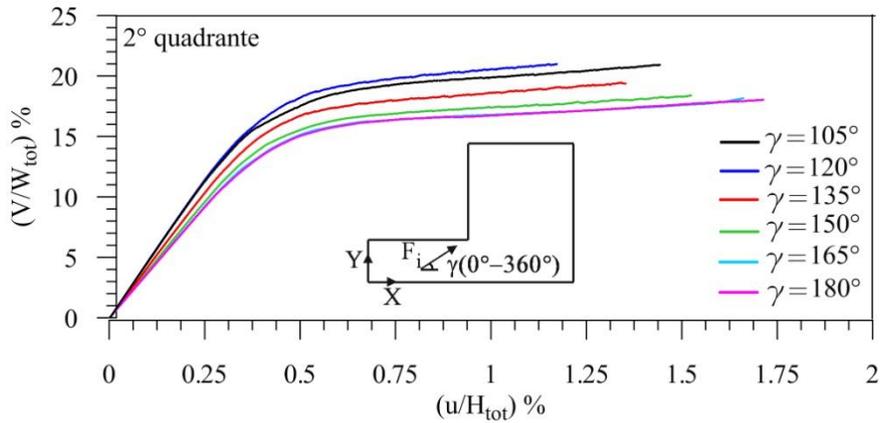


Fig.6.11. Curve di capacità della struttura originaria riferite al 2° quadrante.

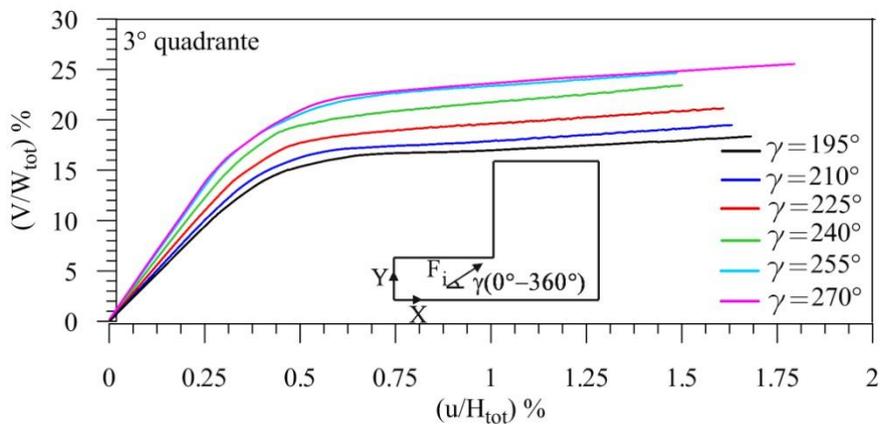


Fig.6.12. Curve di capacità della struttura originaria riferite al 3° quadrante.

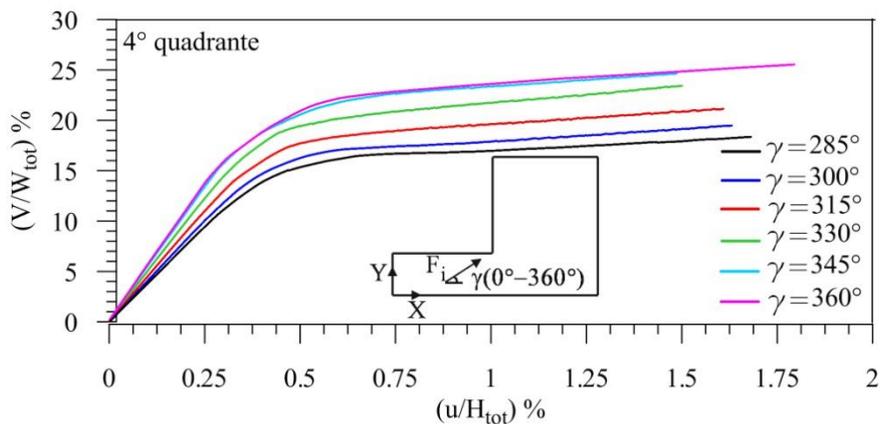


Fig.6.13. Curve di capacità della struttura originaria riferite al 4° quadrante.

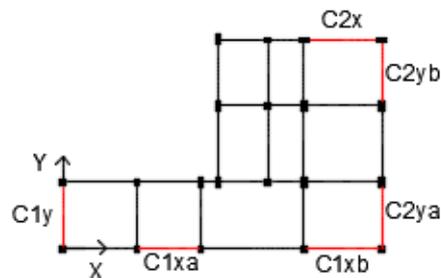
Ottenute le curve di capacità è stato possibile effettuare l'analisi di vulnerabilità.

La vulnerabilità della struttura si verifica calcolando l'indice di vulnerabilità e controllando che sia inferiore all'unità. L'indice di vulnerabilità si ricava dalla seguente espressione:

$$IV = \frac{d_{\max}}{d_p} \quad [6.5]$$

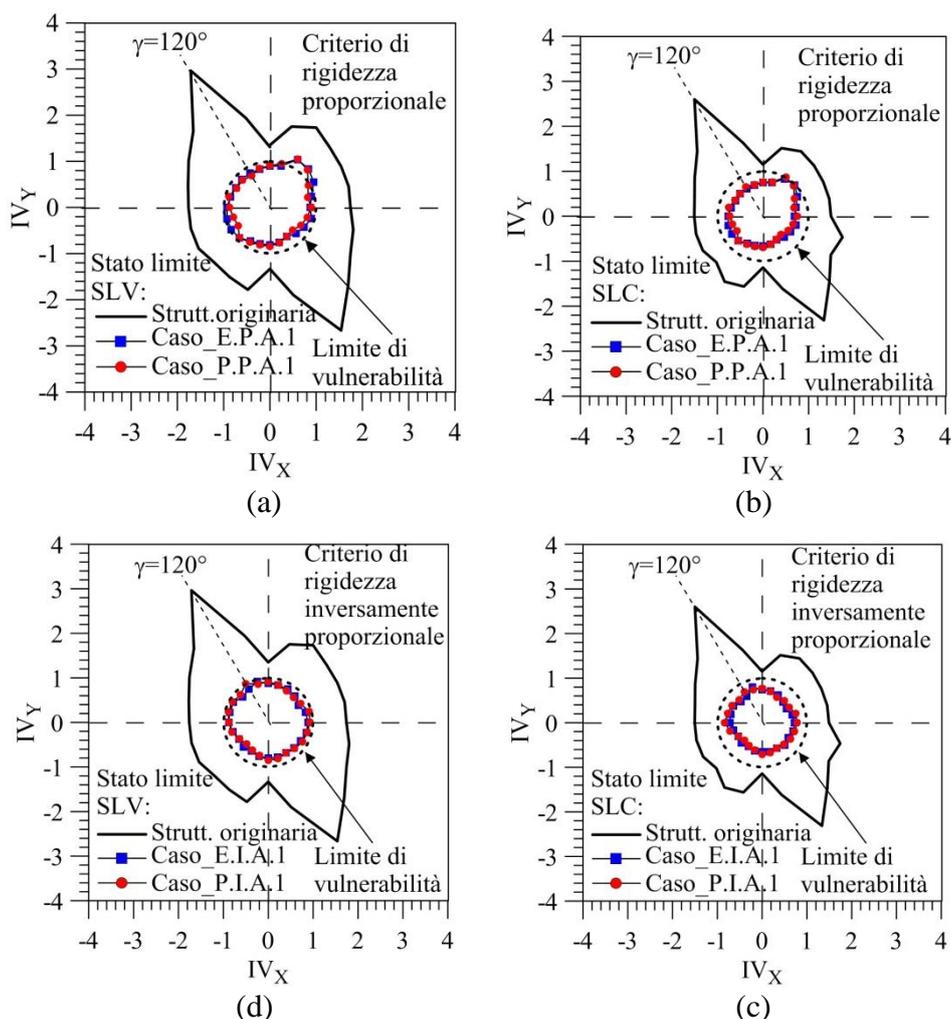
in cui  $d_p$  è lo spostamento riferito a vari livelli prestazionali (SLO, SLD, SLV e SLC).

Uno degli obiettivi, inoltre, è quello di capire se nella pratica progettuale, può essere utilizzato il metodo N2 Esteso anziché il metodo della Pushover 3D, quindi verranno confrontati gli indici di vulnerabilità ottenuti attraverso i due metodi. Gli indici di vulnerabilità vengono calcolati rispetto lo stato limite di salvaguardia della vita (SLV) e lo stato limite di collasso (SLC), prescritti dall'NTC'08 e dall'EC8. Lo SLV e SLC si raggiungono quando si formano meccanismi duttili a livello dei membri del telaio, in termini di rotazioni o meccanismi fragili al livello di sezioni del telaio, in termini di forza di taglio. Il calcolo degli indici di vulnerabilità, viene svolto, assumendo come valore di progetto della duttilità del telaio  $\mu_F = 1.2$  (Caso 1) e come valore della duttilità del dissipatore  $\mu_D = 20$ .



**Fig. 6.14. Disposizione in pianta dei controventi dissipativi (Caso A)**

In Fig.6.15, vengono rappresentati i risultati ottenuti dalla procedura di progetto con il metodo N2 esteso (indicato con E) e l'analisi Pushover 3D (indicata con P), assumendo il criterio di rigidezza proporzionale (indicato con P) e di rigidezza inversamente proporzionale (indicato con I), nella distribuzione della rigidezza in pianta dei controventi dissipativi (Caso A).

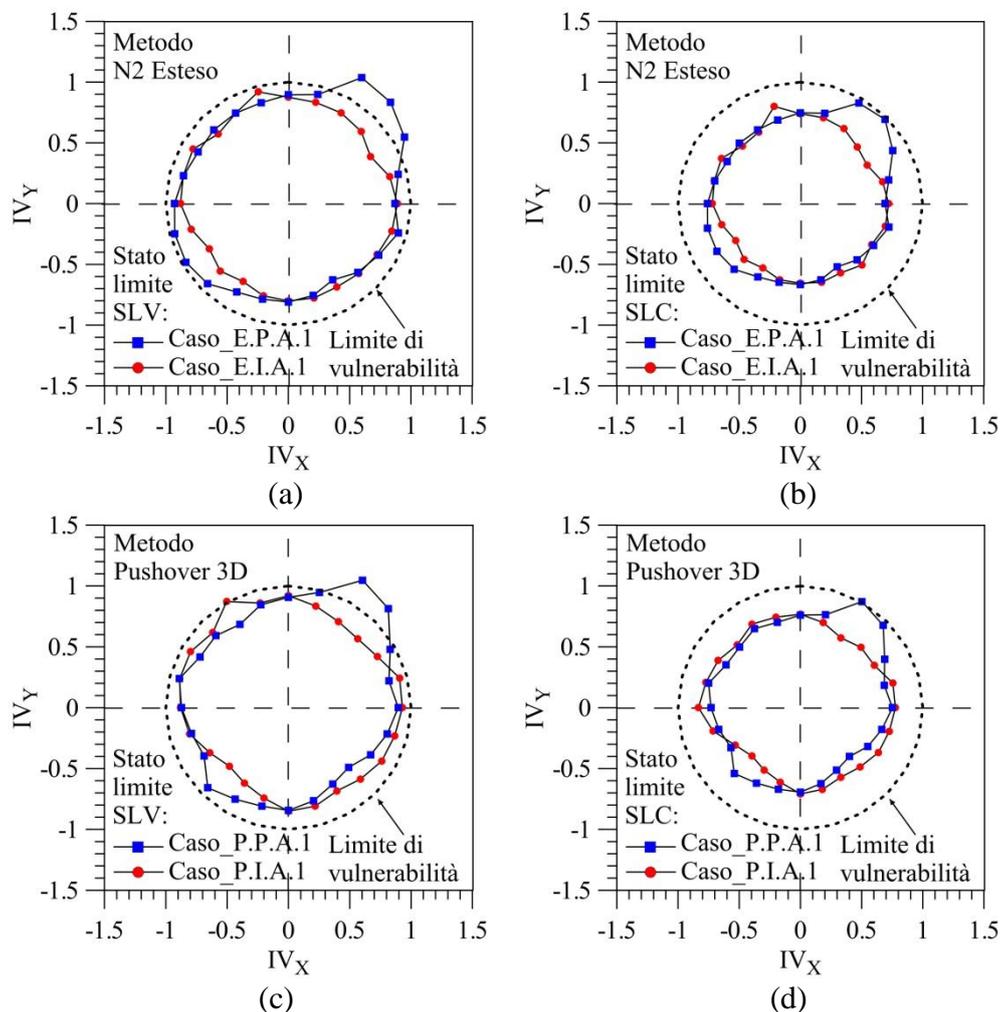


**Fig. 6.15. Confronto dei risultati ottenuti per la struttura originaria e quella controventata: metodo N2 (Caso E) e Pushover 3D (Caso P) con il criterio di rigidezza proporzionale (P) e di rigidezza inversamente proporzionale (I), per la disposizione in pianta dei controventi A e il caso progettuale 1.**

In particolare, il valore massimo dell'indice di vulnerabilità (IV), corrispondente ad un punto arbitrario dell'edificio, è stato valutato ruotando la direzione dei carichi sismici attraverso l'angolo  $\gamma$  ( da  $0^\circ$  a  $360^\circ$  con un passo costante di  $15^\circ$ ); è stata assunta una distribuzione "triangolare" del carico. Come si può osservare, la struttura originaria eccede il limite di vulnerabilità per tutte le direzioni dei carichi sismici, presentando una forma irregolare in corrispondenza dei vari indici di vulnerabilità. L'inserimento dei controventi dissipativi è favorevole, specialmente allo SLC (Fig.6.15b,d) e nel caso di rigidezza inversamente proporzionale (Fig. 6.15c,d), confermando l'efficacia del progetto dei controventi nella riduzione del danno locale che gli elementi del telaio possono subire. Si sottolinea che le direzioni di maggiore vulnerabilità sismica, allo SLV e lo SLC, non coincidono

necessariamente per il metodo N2 (Caso\_E.P.A.1 e Caso\_E.I.A.1) e la Pushover 3D (Caso\_P.P.A.1 e Caso\_P.I.A.1). Inoltre, si ottengono curve simili, per il Caso\_E.P.A.1 e il Caso\_P.P.A.1 (Fig.6.15a,b) e il Caso\_P.I.A.1 e il Caso\_P.I.A.1 (Fig.6.15c,d), per ciascun stato limite rispettivamente. Questo risultato conferma che il metodo N2 Esteso è valido per poter valutare gli effetti torsionali, ovviando allo sforzo computazionale che il metodo della Pushover 3D presenta.

In Fig. 6.16 si confrontano i criteri di rigidezza proporzionale (P) e di rigidezza inversamente proporzionale (I), in riferimento al metodo N2 Esteso (Fig. 6.16a,b) e alla Pushover 3D (Fig. 6.16c,d), per il caso di progetto 1 e per la disposizione in pianta dei controventi (A).

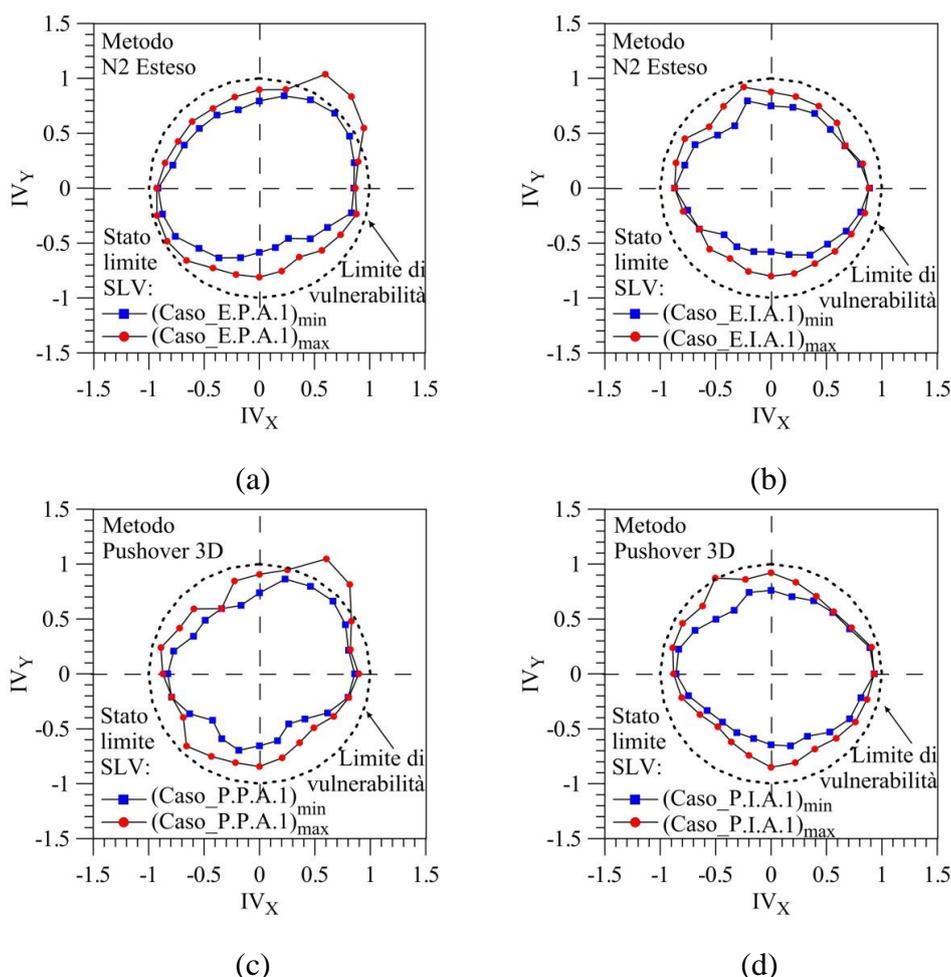


**Fig. 6.16. Confronto dei risultati ottenuti per la struttura controventata: criterio di rigidezza proporzionale (P) e inversamente proporzionale (I) con il metodo N2 (Caso\_E) e la Pushover 3D (Caso\_P), per la disposizione in pianta dei controventi A e il caso progettuale 1.**

Come si può osservare, il criterio di rigidezza inversamente proporzionale nella distribuzione della rigidezza dei controventi dissipativi, risulta essere migliore rispetto al criterio di rigidezza proporzionale, sia allo SLV (Fig. 6.16a,c) che allo SLC (Fig. 6.16b,d), in cui per nessuna

direzione del carico sismico viene superato il limite di vulnerabilità. Inoltre la forma della domanda di vulnerabilità nel caso E.I.A.1 e nel caso P.I.A.1, risulta essere migliore rispetto ai casi E.P.A.1 e P.P.A.1.

Infine, si confrontano, i valori massimi e minimi dell'indice di vulnerabilità della struttura controventata, che sono stati ottenuti in corrispondenza degli spigoli dell'edificio, allo SLV. (Fig. 6.17). Più precisamente, vengono studiati gli effetti torsionali considerando il metodo N2 Esteso (Fig.6.17a,b) e la Pushover 3D (Fig.6.17c,d) con i due criteri di rigidezza, proporzionale (P) e inversamente proporzionale (I). Le maggiori differenze si hanno per i Casi E.P.A.1 (Fig.6.17a) e P.P.A.1 (fig.6.17c), in cui si assume la stessa posizione del centro di rigidezza tra la struttura originaria e quella controventata. Dall'altra parte, anche nei Casi E.I.A.1 (Fig.6.17b) e P.I.A.1 (Fig.6.17d) si hanno domande sismiche diverse, a causa delle deformazioni plastiche, sebbene si è assunto che il centro di rigidezza coincida col centro delle masse nel range elastico.



**Fig. 6.17. Effetti torsionali sulla struttura controventata allo SLV: metodo N2 (Caso\_E) e Pushover 3D (Caso\_P) con il criterio di rigidezza proporzionale (P) e il criterio di rigidezza inversamente proporzionale (I), per la disposizione in pianta dei controventi A e il caso progettuale 1.**

## 6.4 Calcolo del fattore di smorzamento equivalente

L'approccio dello smorzamento equivalente è stato valutato attraverso la procedura del *Direct Displacement Based Design* confrontando gli spostamenti delle analisi *time history* non lineari (NLTH) con gli spostamenti delle strutture lineari equivalenti (ELS), al fine di quantificare lo scarto nei risultati.

Si sono individuate due fasi, descritte nel seguito come Procedura 1 e Procedura 2.

### 6.4.1 Procedura 1

La Procedura 1 è stata ampiamente descritta nel Capitolo 3, ma di seguito si riassumono i passi fondamentali:

Passo 1: Scelta dello spettro di spostamento obiettivo.

Passo 2: Scelta accelerogrammi compatibili con lo spettro.

Passo 3: Costruzione spettri elastici.

Passo 4: Assegnazione parametri  $K^*$  e  $d^*$ .

Passo 5: Calcolo duttilità  $\mu^F$  e  $\mu^{DB}$ .

Passo 6: Calcolo periodo  $T_I$  del sistema non lineare.

Passo 7: Valutazione della massa  $m$  del sistema partendo dallo sforzo normale adimensionalizzato.

Passo 8: Calcolo delle rigidezze  $K^F$  e  $K^{DB}$ .

Passo 9: Calcolo degli spostamenti di snervamento  $d_y^F$  e  $d_y^{DB}$ .

Passo 10: Calcolo forze di snervamento  $F_y^F$  e  $F_y^{DB}$ .

Passo 11: Calcolo caratteristiche dei piedritti e del sistema dissipatore+controvento.

Passo 12: Analisi *time history* e calcolo nuove duttilità  $\underline{\mu}^F$  e  $\underline{\mu}^{DB}$ .

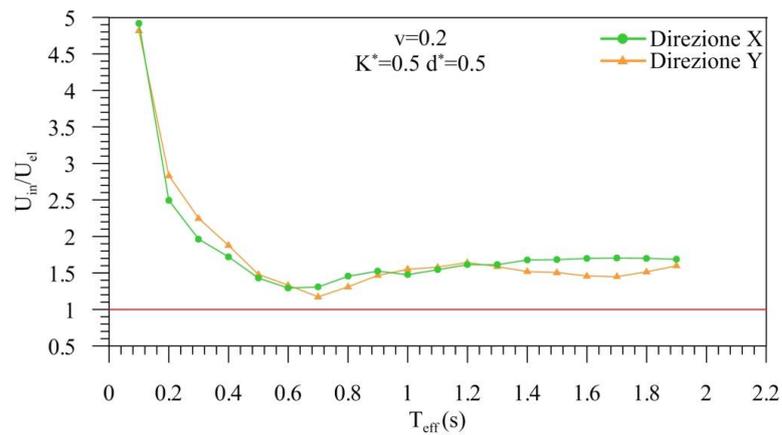
Lo studio è stato effettuato tenendo conto della variabilità di tre parametri:  $\nu$ ,  $K^*$  e  $d^*$ . Il valore dei coefficienti di incrudimento del telaio e del sistema dissipatore+controvento, in entrambe le direzioni, sono pari, rispettivamente, allo 0% e al 5% per tutti i casi. I risultati ottenuti, per i diversi valori dei parametri in gioco, sono illustrati nell'Appendice A e di seguito.

Nel presente lavoro si è voluto valutare l'influenza dello sforzo normale e in particolare, di seguito si illustrano i risultati ottenuti considerando  $\nu = 0.2$  e  $K^*$  e  $d^*$  variabili tra:

$$K^* = 0.5, 1, 2$$

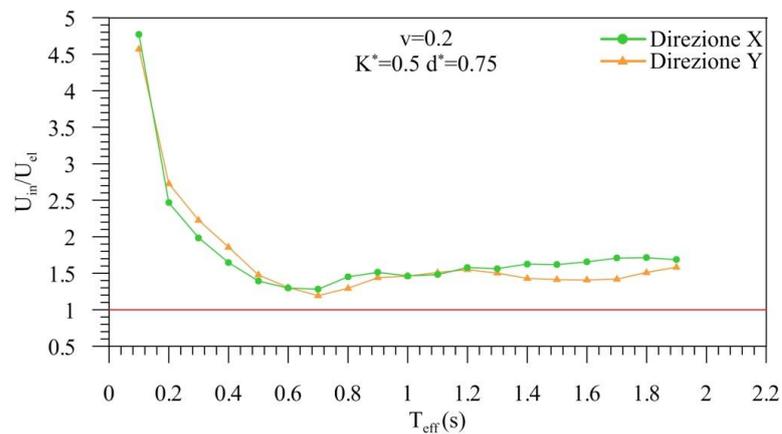
$$d^* = 0.5, 0.75, 1$$

**Caso 1:**  $\nu_x = \nu_y = 0.2$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 0.5$ ,  $d_x^* = d_y^* = 0.5$



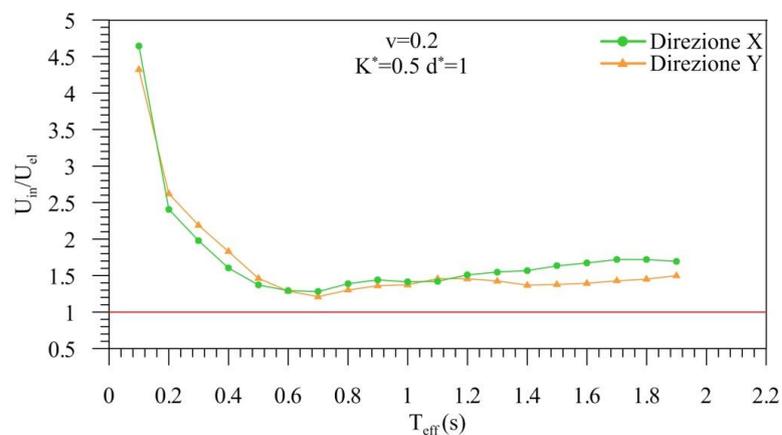
**Fig. 6.18.** Rapporto tra spost. inelastico e elastico del caso 1.

**Caso 2:**  $\nu_x = \nu_y = 0.2$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 0.5$ ,  $d_x^* = d_y^* = 0.75$



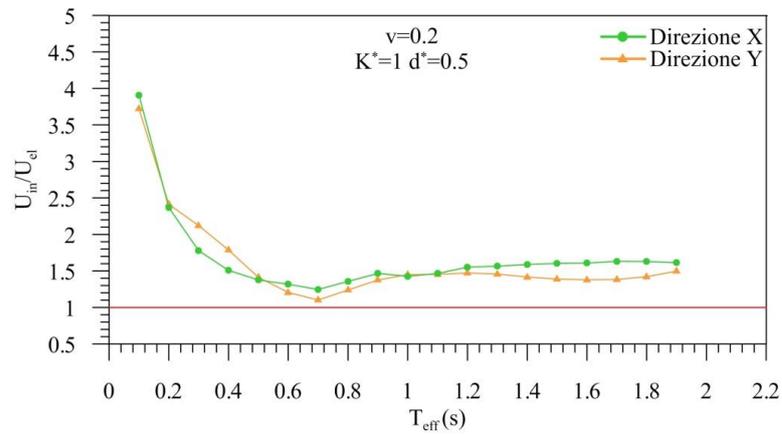
**Fig. 6.19.** Rapporto tra spost. inelastico e elastico del caso 2.

**Caso 3:**  $\nu_x = \nu_y = 0.2$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 0.5$ ,  $d_x^* = d_y^* = 1$



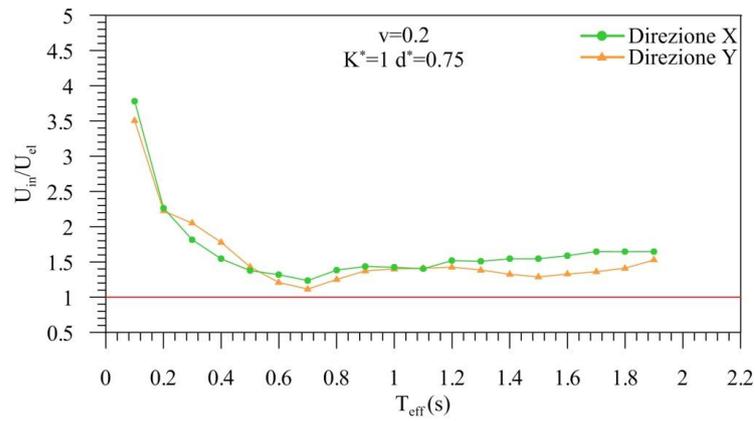
**Fig. 6.20.** Rapporto tra spost. inelastico e elastico del caso 3.

**Caso 4:**  $\nu_x = \nu_y = 0.2$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 1$ ,  $d_x^* = d_y^* = 0.5$



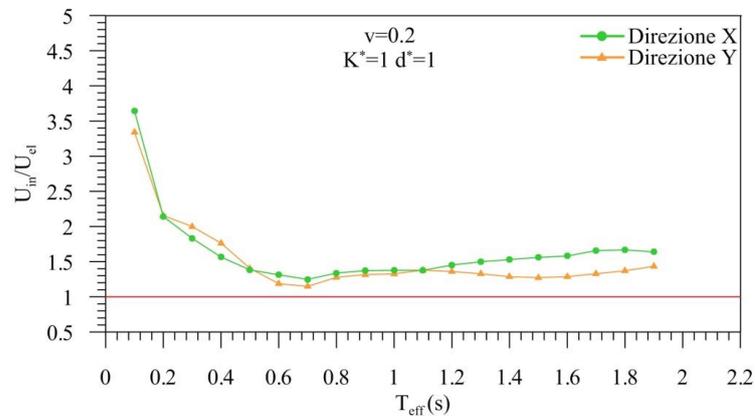
**Fig. 6.21. Rapporto tra spost. inelastico e elastico del caso 4.**

**Caso 5:**  $\nu_x = \nu_y = 0.2$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 1$ ,  $d_x^* = d_y^* = 0.75$



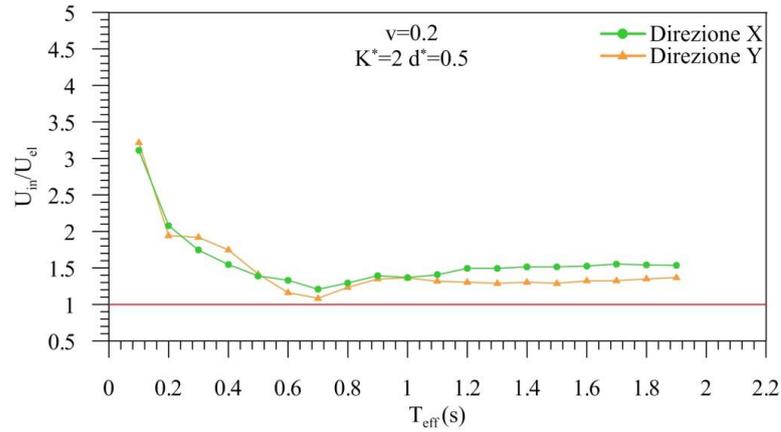
**Fig. 6.22. Rapporto tra spost. inelastico e elastico del caso 5.**

**Caso 6:**  $\nu_x = \nu_y = 0.2$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 1$ ,  $d_x^* = d_y^* = 1$



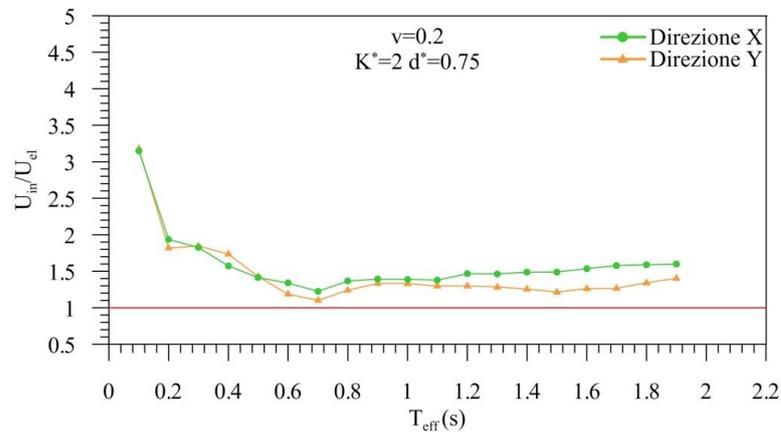
**Fig. 6.23. Rapporto tra spost. inelastico e elastico del caso 6.**

**Caso 7:**  $\nu_x = \nu_y = 0.2$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 2$ ,  $d_x^* = d_y^* = 0.5$



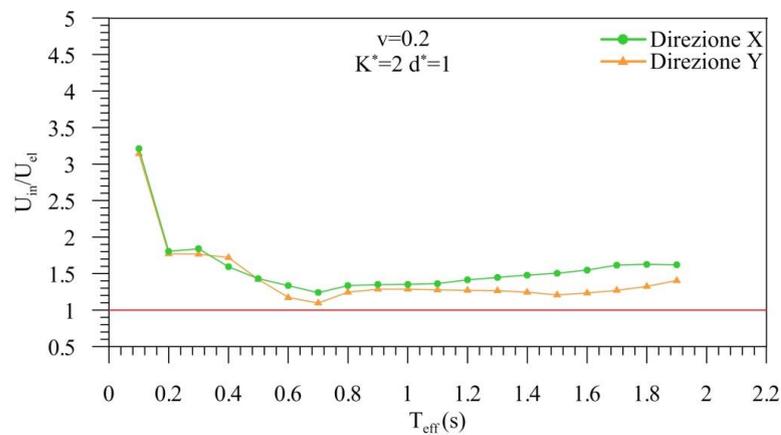
**Fig. 6.24.** Rapporto tra spost. inelastico e elastico del caso 7.

**Caso 8:**  $\nu_x = \nu_y = 0.2$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 2$ ,  $d_x^* = d_y^* = 0.75$



**Fig. 6.25.** Rapporto tra spost. inelastico e elastico del caso 8.

**Caso 9:**  $\nu_x = \nu_y = 0.2$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 2$ ,  $d_x^* = d_y^* = 1$



**Fig. 6.26.** Rapporto tra spost. inelastico e elastico del caso 9.

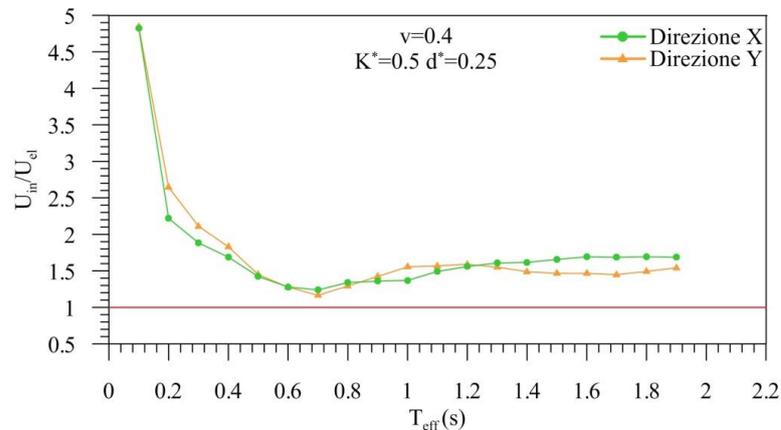
I grafici illustrano come il rapporto tra gli spostamenti inelastici  $d_{ine}$  e quelli elastici  $d_{el}$ , sia, soprattutto per valori bassi del periodo efficace, lontano dall'unità, cioè la linea rossa, che rappresenta il valore ideale e ciò accade sia in direzione X che Y.

Di seguito si illustrano i risultati ottenuti considerando  $\nu = 0.4$  e  $K^*$  e  $d^*$  variabili tra:

$$K^* = 0.25, 0.5, 1, 2$$

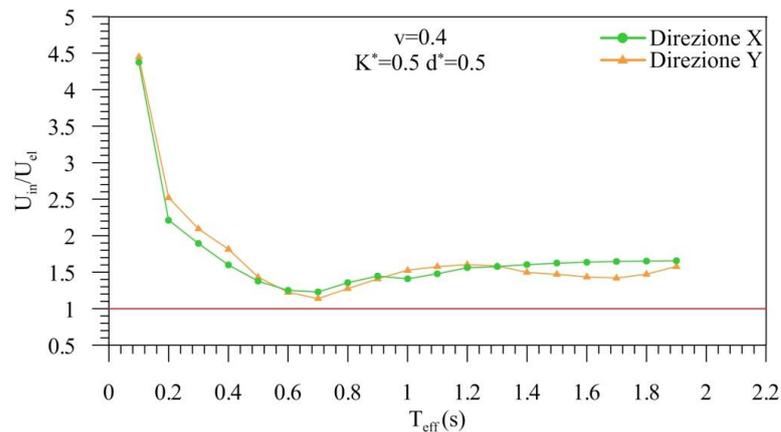
$$d^* = 0.5, 0.75, 1$$

**Caso 10:**  $\nu_x = \nu_y = 0.4$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 0.5$ ,  $d_x^* = d_y^* = 0.25$



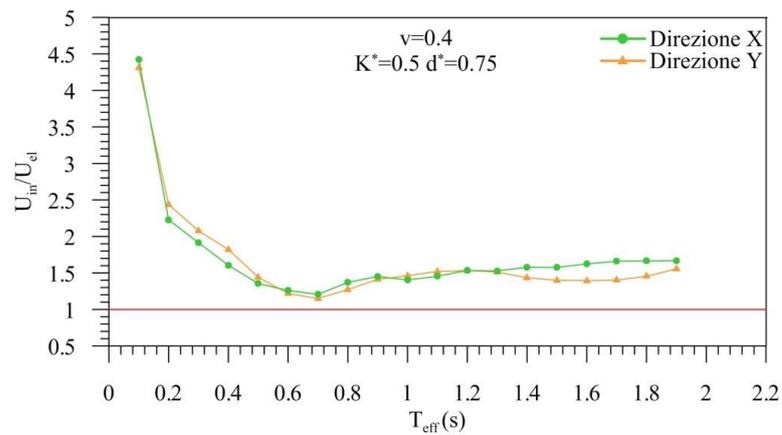
**Fig. 6.27. Rapporto tra spost. inelastico e elastico del caso 10.**

**Caso 11:**  $\nu_x = \nu_y = 0.4$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 0.5$ ,  $d_x^* = d_y^* = 0.5$



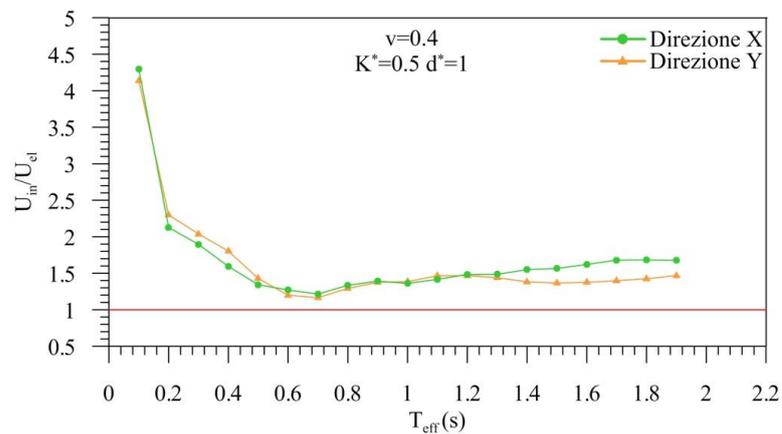
**Fig. 6.28. Rapporto tra spost. inelastico e elastico del caso 11.**

**Caso 12:**  $\nu_x = \nu_y = 0.4$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 0.5$ ,  $d_x^* = d_y^* = 0.75$



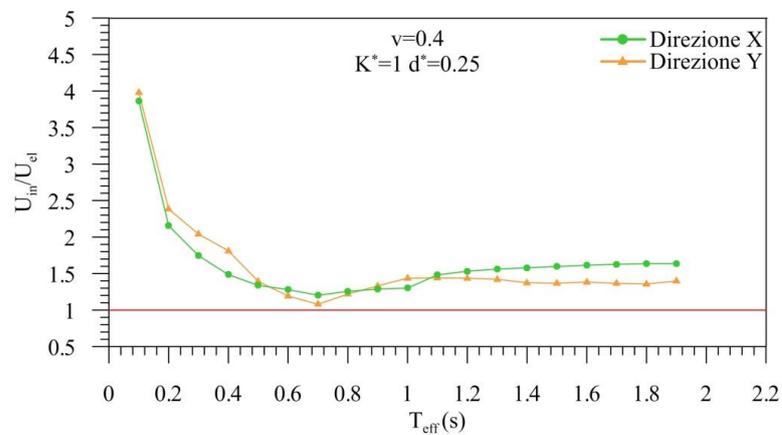
**Fig. 6.29.** Rapporto tra spost. inelastico e elastico del caso 12.

**Caso 13:**  $\nu_x = \nu_y = 0.4$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 0.5$ ,  $d_x^* = d_y^* = 1$



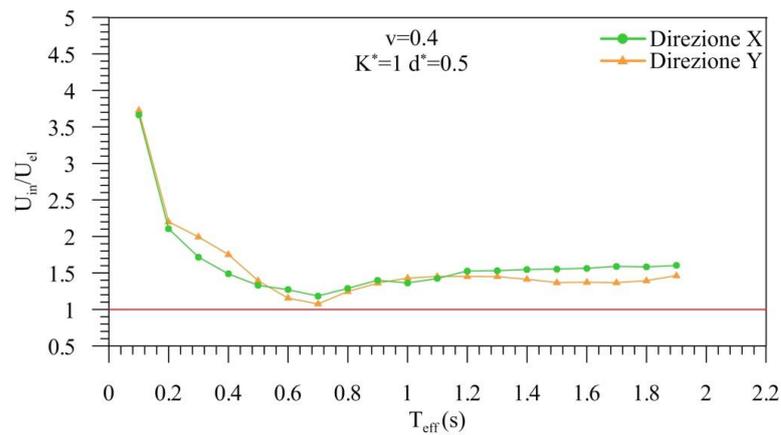
**Fig. 6.30.** Rapporto tra spost. inelastico e elastico del caso 13.

**Caso 14:**  $\nu_x = \nu_y = 0.4$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 1$ ,  $d_x^* = d_y^* = 0.25$



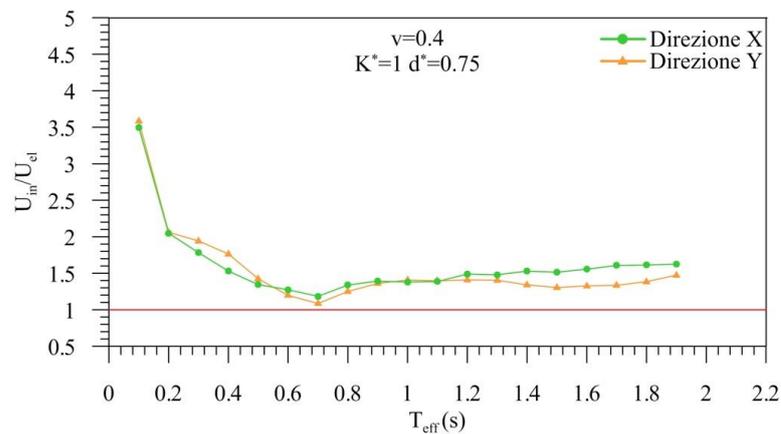
**Fig. 6.31.** Rapporto tra spost. inelastico e elastico del caso 14.

**Caso 15:**  $v_x = v_y = 0.4$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 1$ ,  $d_x^* = d_y^* = 0.5$



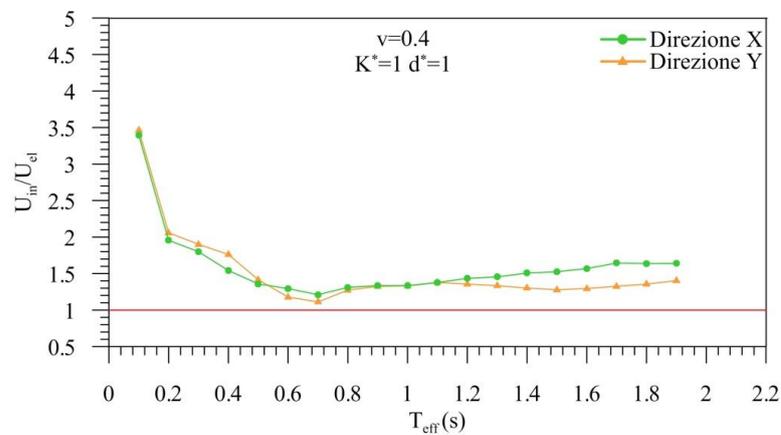
**Fig. 6.32.** Rapporto tra spost. inelastico e elastico del caso 15.

**Caso 16:**  $v_x = v_y = 0.4$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 1$ ,  $d_x^* = d_y^* = 0.75$



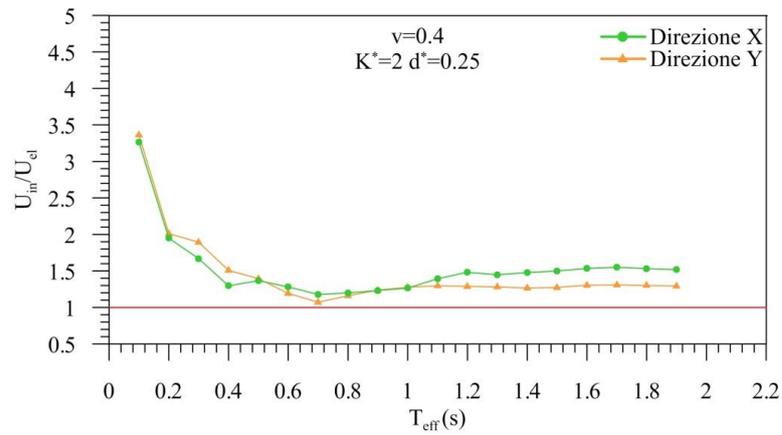
**Fig. 6.33.** Rapporto tra spost. inelastico e elastico del caso 16.

**Caso 17:**  $v_x = v_y = 0.4$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 1$ ,  $d_x^* = d_y^* = 1$



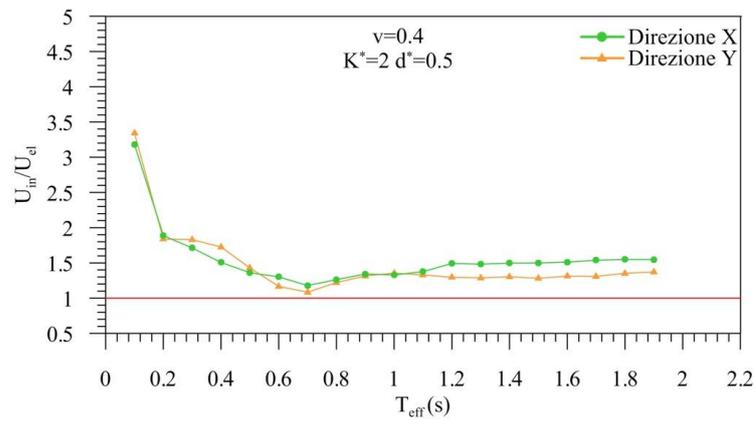
**Fig. 6.34.** Rapporto tra spost. inelastico e elastico del caso 17.

**Caso 18:**  $v_x=v_y=0.4$ ,  $\zeta_{tot,x}=\zeta_{tot,y}=25\%$ ,  $K_x^*=K_y^*=2$ ,  $d_x^*=d_y^*=0.25$



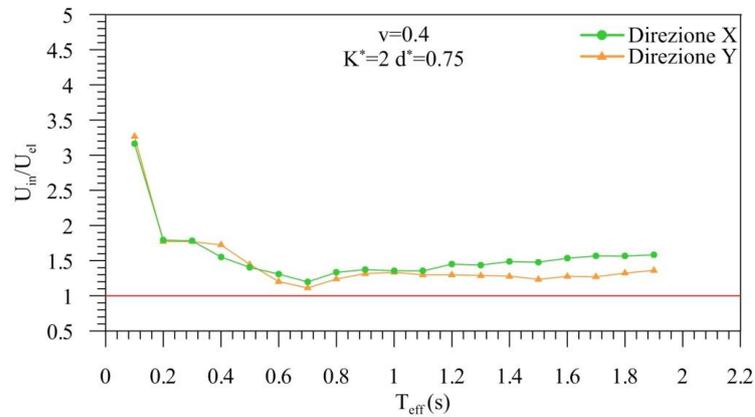
**Fig. 6.35.** Rapporto tra spost. inelastico e elastico del caso 18.

**Caso 19:**  $v_x=v_y=0.4$ ,  $\zeta_{tot,x}=\zeta_{tot,y}=25\%$ ,  $K_x^*=K_y^*=2$ ,  $d_x^*=d_y^*=0.5$



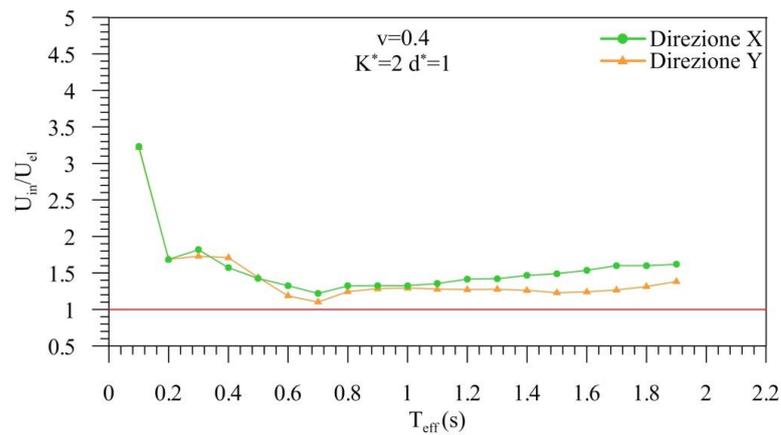
**Fig. 6.36.** Rapporto tra spost. inelastico e elastico del caso 19.

**Caso 20:**  $v_x=v_y=0.4$ ,  $\zeta_{tot,x}=\zeta_{tot,y}=25\%$ ,  $K_x^*=K_y^*=2$ ,  $d_x^*=d_y^*=0.75$



**Fig. 6.37.** Rapporto tra spost. inelastico e elastico del caso 20.

**Caso 21:**  $v_x = v_y = 0.4$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 2$ ,  $d_x^* = d_y^* = 1$



**Fig. 6.38.** Rapporto tra spost. inelastico e elastico del caso 21.

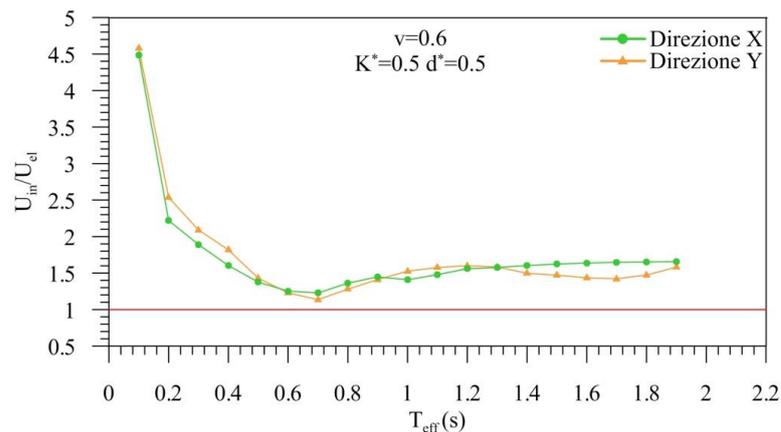
I grafici illustrano come il rapporto tra gli spostamenti inelastici  $d_{ine}$  e quelli elastici  $d_{el}$ , sia, soprattutto per valori bassi del periodo efficace, lontano dall'unità, cioè la linea rossa, che rappresenta il valore ideale e ciò accade sia in direzione X che Y.

Di seguito si illustrano i risultati ottenuti considerando  $v = 0.4$  e  $K^*$  e  $d^*$  variabili tra:

$K^* = 0.5, 1, 2$

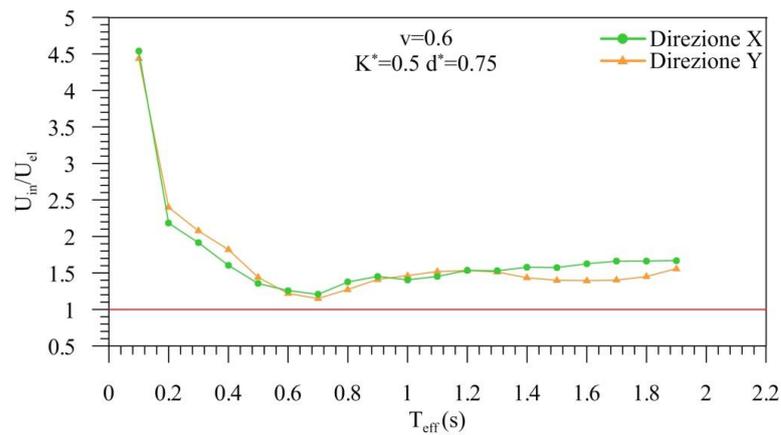
$d^* = 0.5, 0.75, 1$

**Caso 22:**  $v_x = v_y = 0.6$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 0.5$ ,  $d_x^* = d_y^* = 0.5$



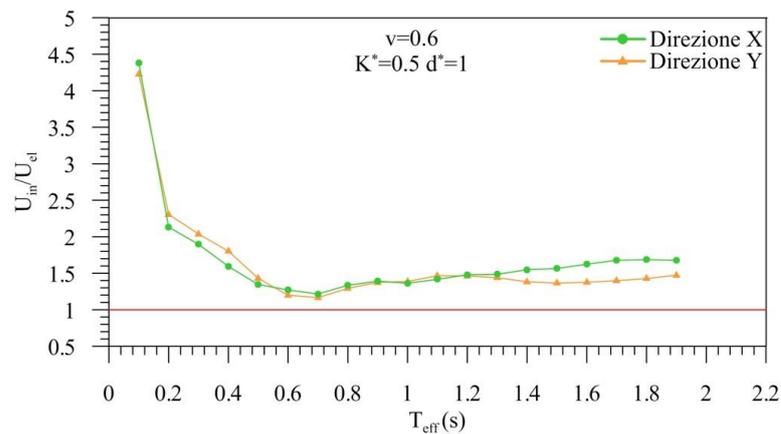
**Fig. 6.39.** Rapporto tra spost. inelastico e elastico del caso 22.

**Caso 23:**  $v_x=v_y=0.6$ ,  $\zeta_{tot,x}=\zeta_{tot,y}=25\%$ ,  $K_x^*=K_y^*=0.5$ ,  $d_x^*=d_y^*=0.75$



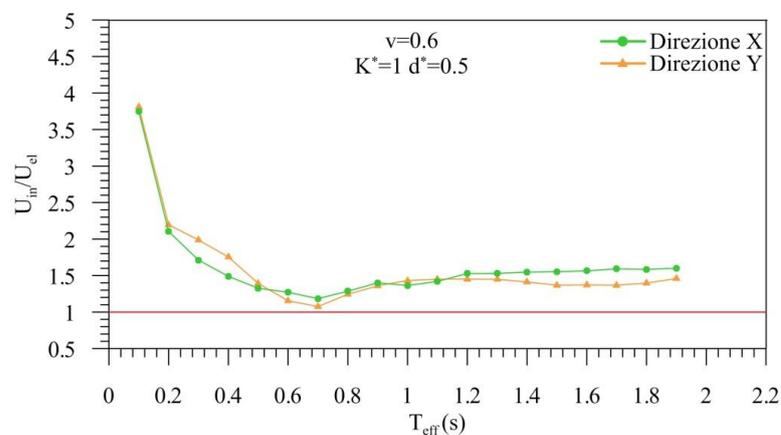
**Fig. 6.40.** Rapporto tra spost. inelastico e elastico del caso 23.

**Caso 24:**  $v_x=v_y=0.6$ ,  $\zeta_{tot,x}=\zeta_{tot,y}=25\%$ ,  $K_x^*=K_y^*=0.5$ ,  $d_x^*=d_y^*=1$



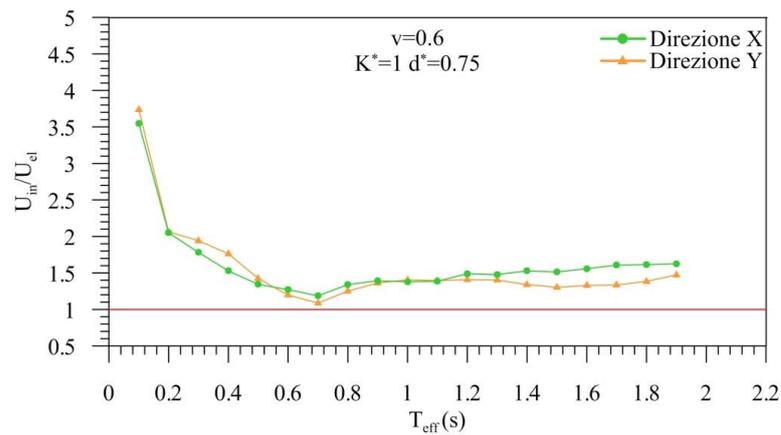
**Fig. 6.41.** Rapporto tra spost. inelastico e elastico del caso 24.

**Caso 25:**  $v_x=v_y=0.6$ ,  $\zeta_{tot,x}=\zeta_{tot,y}=25\%$ ,  $K_x^*=K_y^*=1$ ,  $d_x^*=d_y^*=0.5$



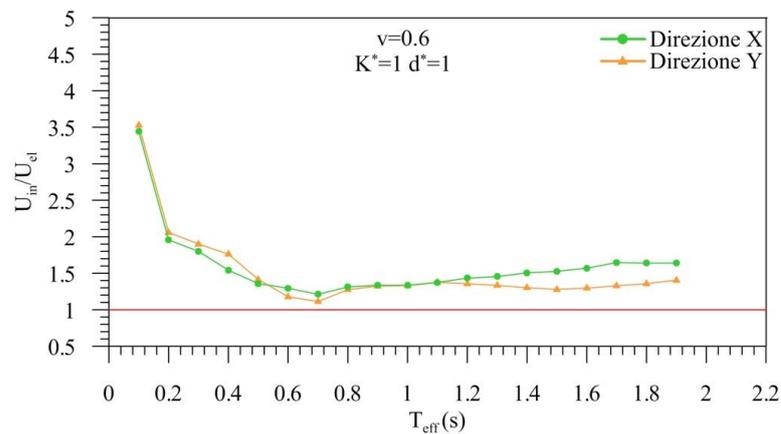
**Fig. 6.42.** Rapporto tra spost. inelastico e elastico del caso 25.

**Caso 26:**  $v_x=v_y=0.6$ ,  $\zeta_{tot,x}=\zeta_{tot,y}=25\%$ ,  $K_x^*=K_y^*=1$ ,  $d_x^*=d_y^*=0.75$



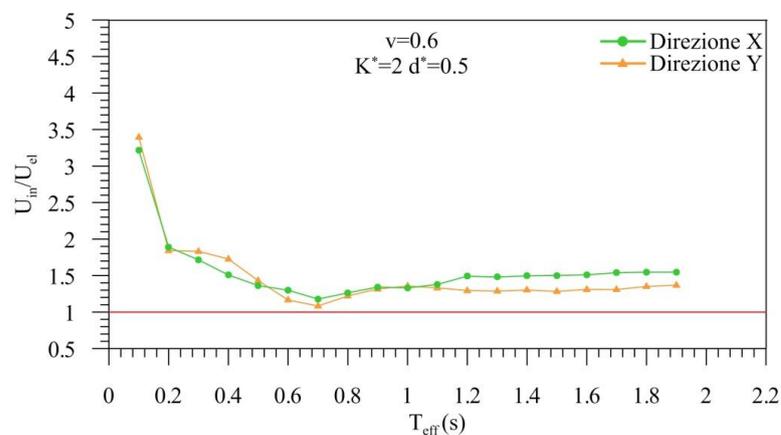
**Fig. 6.43.** Rapporto tra spost. inelastico e elastico del caso 26.

**Caso 27:**  $v_x=v_y=0.6$ ,  $\zeta_{tot,x}=\zeta_{tot,y}=25\%$ ,  $K_x^*=K_y^*=1$ ,  $d_x^*=d_y^*=1$



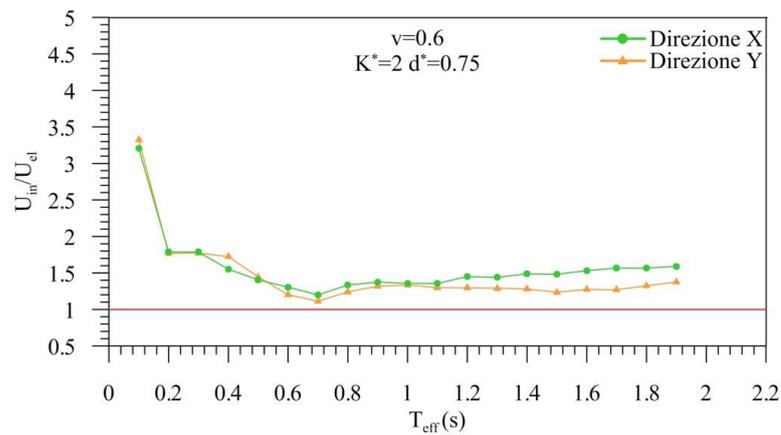
**Fig. 6.44** Rapporto tra spost. inelastico e elastico del caso 27.

**Caso 28:**  $v_x=v_y=0.6$ ,  $\zeta_{tot,x}=\zeta_{tot,y}=25\%$ ,  $K_x^*=K_y^*=2$ ,  $d_x^*=d_y^*=0.5$



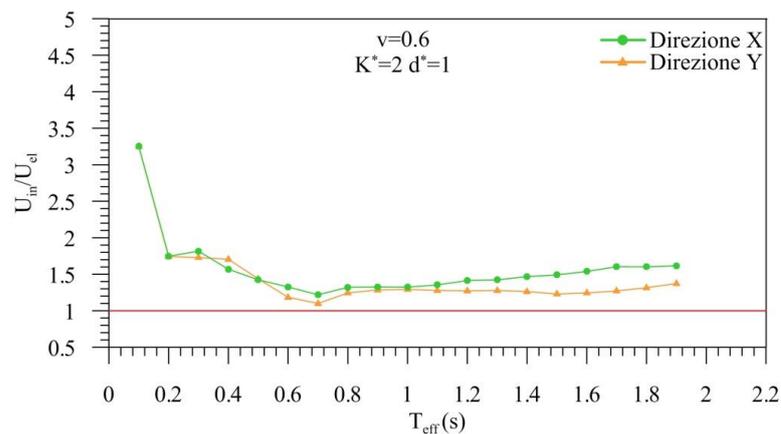
**Fig. 6.45.** Rapporto tra spost. inelastico e elastico del caso 28.

**Caso 29:**  $v_x=v_y=0.6$ ,  $\zeta_{tot,x}=\zeta_{tot,y}=25\%$ ,  $K_x^*=K_y^*=2$ ,  $d_x^*=d_y^*=0.75$



**Fig. 6.46.** Rapporto tra spost. inelastico e elastico del caso 29.

**Caso 30:**  $v_x=v_y=0.6$ ,  $\zeta_{tot,x}=\zeta_{tot,y}=25\%$ ,  $K_x^*=K_y^*=2$ ,  $d_x^*=d_y^*=1$



**Fig. 6.47.** Rapporto tra spost. inelastico e elastico del caso 30.

I grafici illustrano come il rapporto tra gli spostamenti inelastici  $d_{ine}$  e quelli elastici  $d_{el}$ , sia, soprattutto per valori bassi del periodo efficace, lontano dall'unità, cioè la linea rossa, che rappresenta il valore ideale e ciò accade sia in direzione X che Y.

## 6.4.2 Procedura 2

La procedura 2 ha l'obiettivo di calcolare valori dello smorzamento equivalente rivisti, attraverso la correzione della formula di Jacobsen (si veda il Capitolo 3). Di seguito si riassumono i passi della Procedura 2.

Passo 1: Valutazione dei nuovi valori del periodo  $T_{eff}$ .

Passo 2: Valutazione nuovi valori dello smorzamento equivalente.

Passo 3: Smorzamento equivalente biassiale.

Passo 4: Calcolo coefficiente correttivo.

Passo 5: Applicazione del coefficiente correttivo e verifica.

## 6.4.3 Coefficiente correttivo dello smorzamento equivalente e formula proposta

Per trovare il coefficiente correttivo da applicare alla formula dello smorzamento equivalente di Jacobsen useremo i valori derivanti dal rapporto tra lo smorzamento  $\zeta_{ine}$  e lo smorzamento  $\zeta_{el}$ , entrambi calcolati con la formula di Rodrigues. Il coefficiente correttivo è opportunamente calcolato attraverso un'interpolazione con un piano dei minimi quadrati e, come si può notare dai 30 casi analizzati, sarà funzione dei parametri  $K^*$  e  $d^*$  per ogni livello dello sforzo normale adimensionalizzato: quindi, avremo 3 coefficienti correttivi, corrispondenti, rispettivamente, a  $\nu=0.2$ ,  $\nu=0.4$  e  $\nu=0.6$ . Inoltre ognuno di questi tre coefficienti sarà valutato per un intervallo di periodo che va da 0.2s a 2s; si è escluso il valore del periodo pari a 0.1s, poiché difficilmente si trovano strutture con tale periodo. Per ogni coefficiente correttivo ci sarà un'espressione del tipo:

$$C=a \cdot K^*+b \cdot d^*+e \quad [6]$$

in cui  $a, b$  ed  $e$  caratterizzano il piano dei minimi quadrati corrispondente.

- Per  $\nu=0.2$  si è ottenuto il seguente piano dei minimi quadrati.

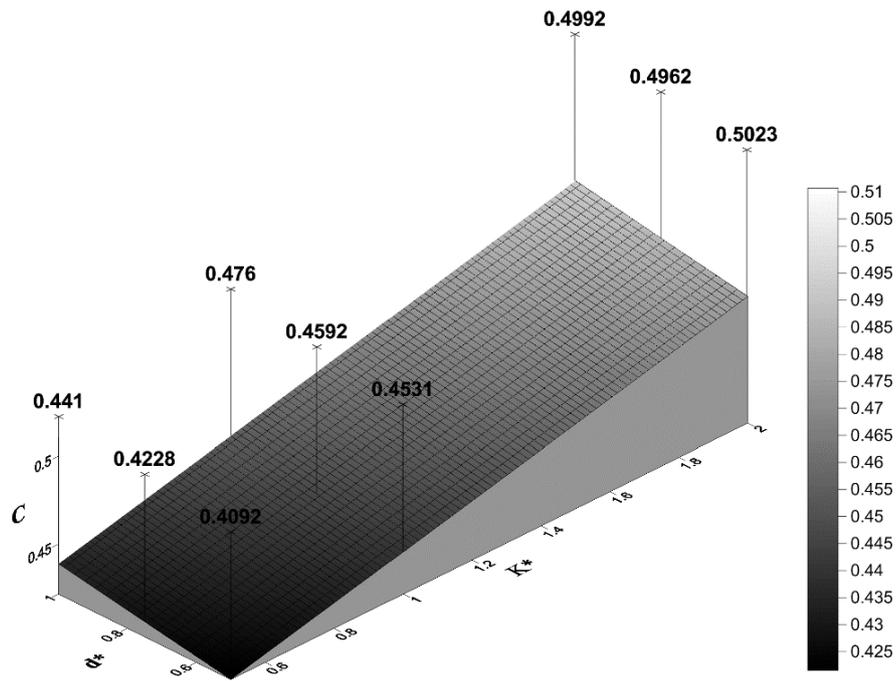


Fig.6.48. Piano dei minimi quadrati per  $\nu=0.2$ .

Tale piano è caratterizzato dall'Eq. [6.7]:

$$C=0.048 \cdot K^*+0.0344 \cdot d^*+0.3803$$

[6.7]

- Per  $\nu=0.4$  si è ottenuto il seguente piano dei minimi quadrati.

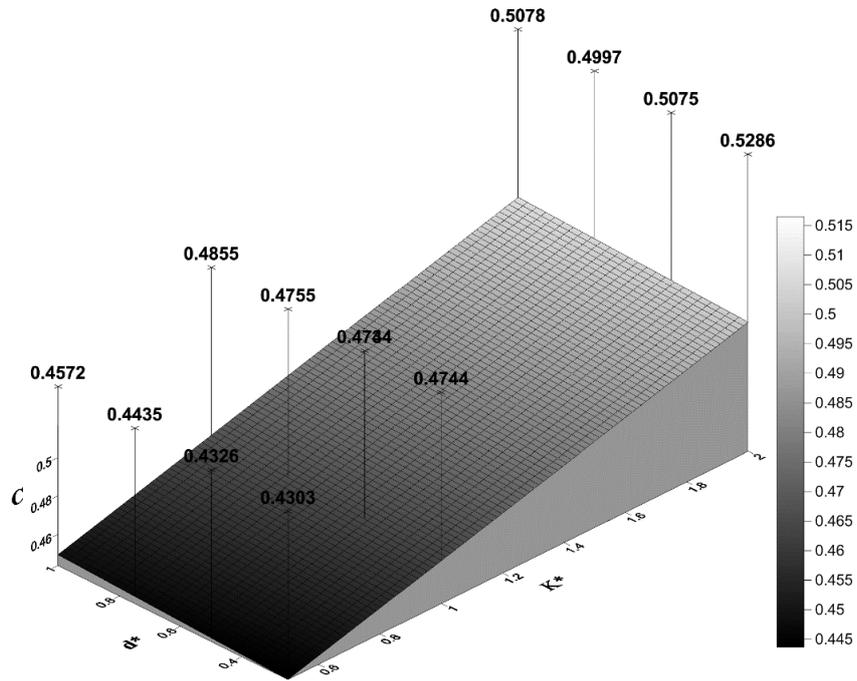


Fig. 6.49. Piano dei minimi quadrati per  $\nu=0.4$ .

Tale piano è caratterizzato dall'Eq. [6.8]:

$$C=0.045 \cdot K^*+0.0075 \cdot d^*+0.419$$

[6.8]

- Per  $\nu=0.6$  si è ottenuto il seguente piano dei minimi quadrati.

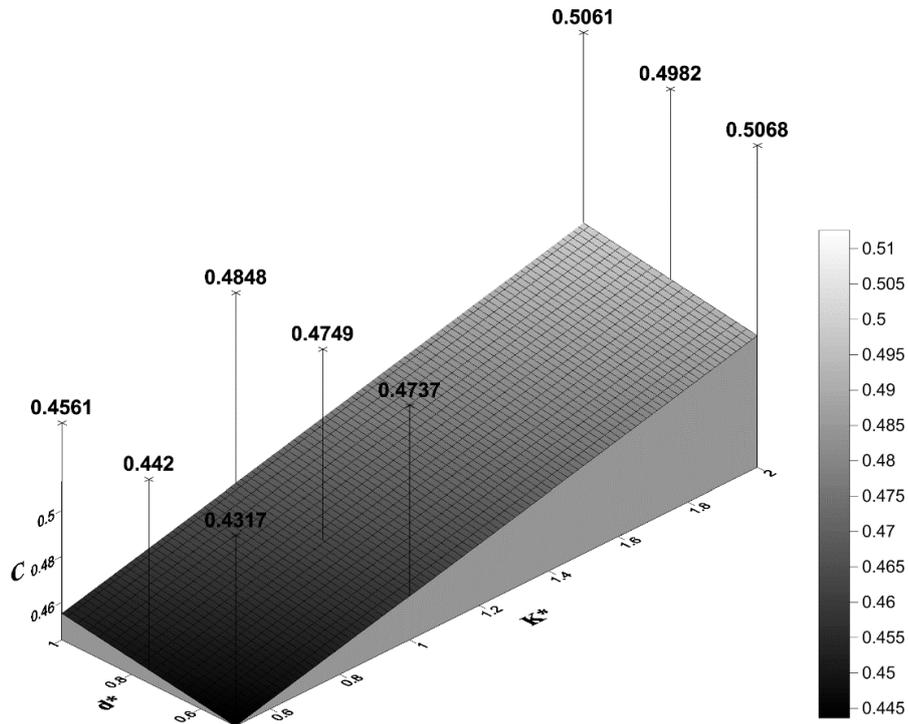


Fig.6.50. Piano dei minimi quadrati per  $\nu=0.6$ .

Tale piano è caratterizzato dall'Eq. [6.9]:

$$C=0.038 \cdot K^*+0.0232 \cdot d^*+0.413 \quad [6.9]$$

Le tre Eq. [6.7], [6.8] e [6.9] relative alle superfici non differiscono di molto; questo si può notare sostituendo a  $K^*$  e  $d^*$  alcuni dei valori usati nei casi analizzati.

$K^*=1 \quad d^*=1$			$K^*=0.5 \quad d^*=0.5$			$K^*=2 \quad d^*=0.75$		
$\nu=0.2$	$\nu=0.4$	$\nu=0.6$	$\nu=0.2$	$\nu=0.4$	$\nu=0.6$	$\nu=0.2$	$\nu=0.4$	$\nu=0.6$
0.4627	0.4715	0.4742	0.4215	0.44525	0.4436	0.5021	0.51463	0.5064

Tab. 6.3. Confronto dei coefficienti correttivi.

Quindi si è optato per la scelta di una sola superficie dei minimi quadrati che contenga tutti i rapporti tra gli smorzamenti.

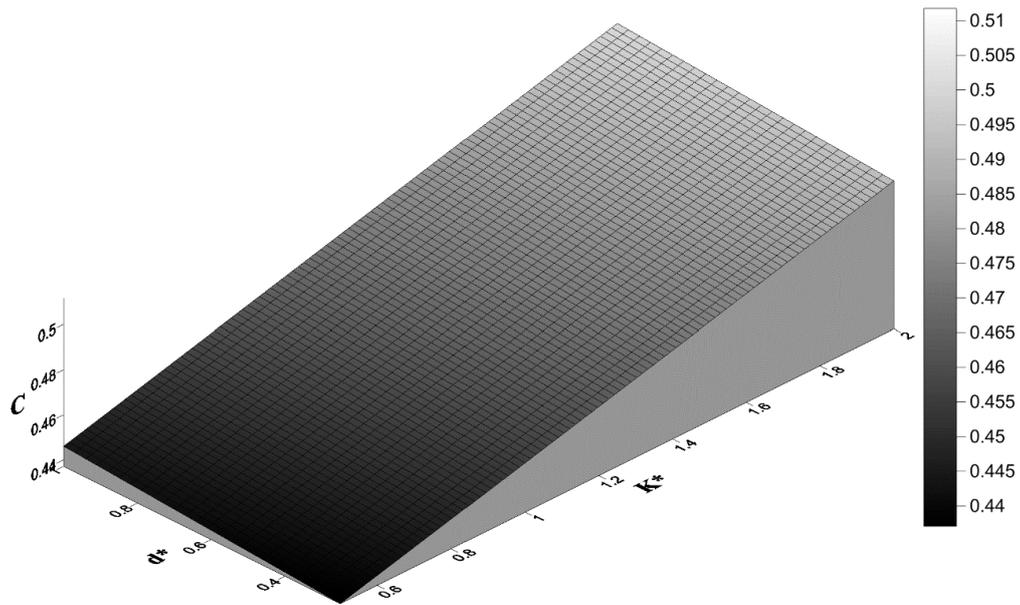


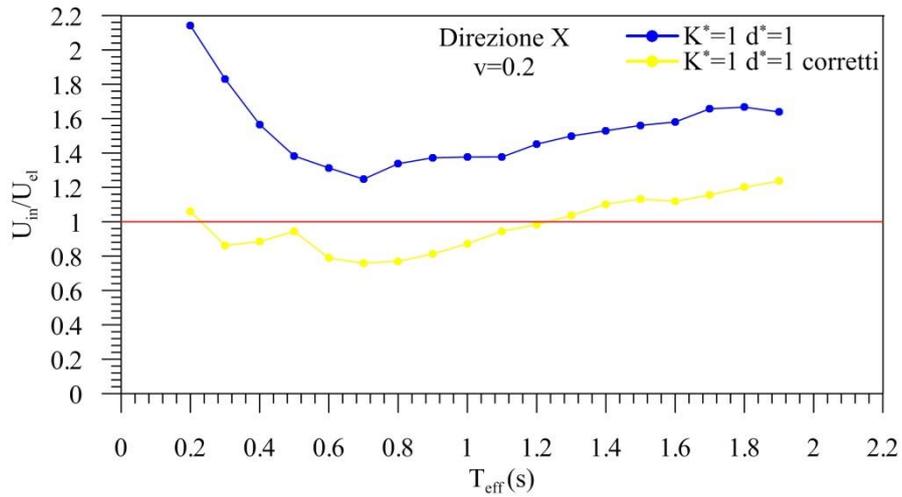
Fig. 6.51. Piano dei minimi quadrati per  $\nu$  compreso tra 0.2 e 0.6.

Il piano dei minimi quadrati unico avrà equazione:

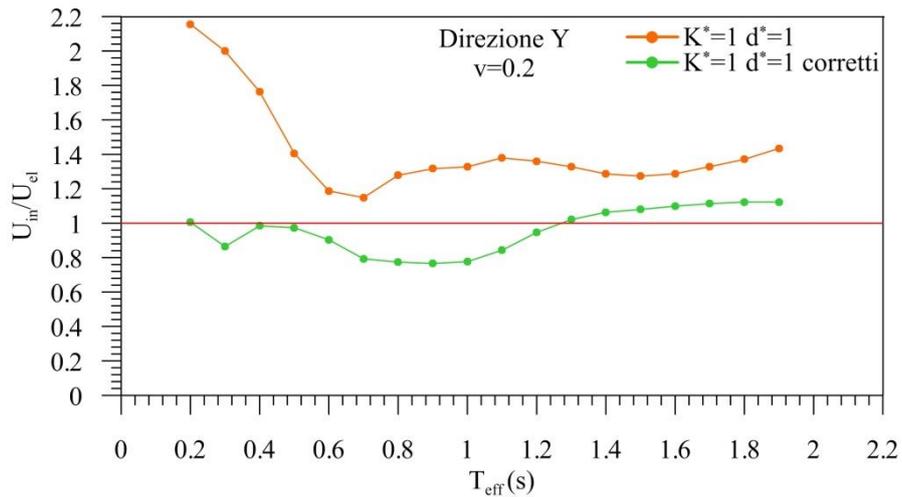
$$C=0.047 \cdot K^*+0.0028 \cdot d^*+0.416 \quad [6.10]$$

Per valutare l'efficacia del coefficiente correttivo si è proceduto, per ogni livello dello sforzo normale adimensionalizzato  $\nu$ , alla verifica di un caso; se la correzione è andata a buon fine, il rapporto tra gli spostamenti inelastici  $d_{ine}$  e quelli elastici  $d_{el}$  deve avvicinarsi il più possibile all'unità, cioè alla linea rossa (es. Fig. 6.52) corrispondente ad uno per l'appunto.

Di seguito, quindi, vengono raffigurati i risultati ottenuti senza utilizzare il coefficiente correttivo e quelli ottenuti considerando la correzione della formula di Jacobsen, per  $\nu = 0.2$ , sia in direzione X che Y.

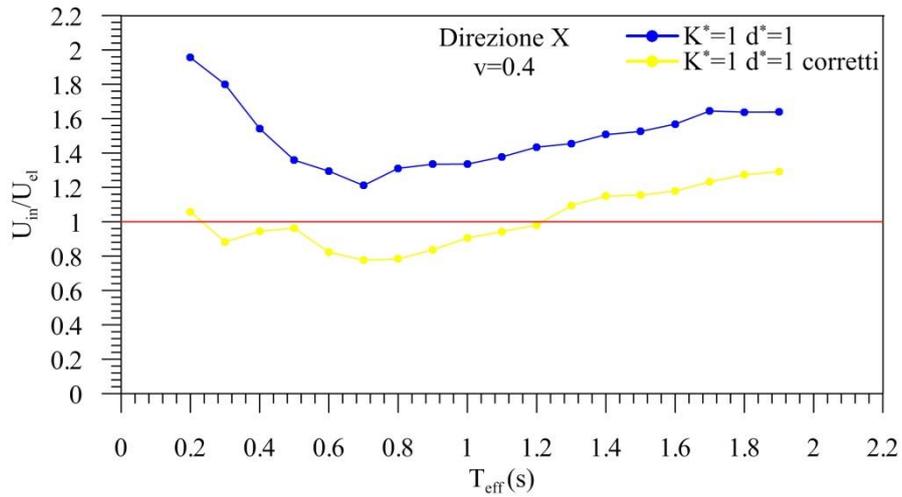


**Fig. 6.52. Confronto tra spost. inel/spost. elast. dopo correzione di Jacobsen per  $\nu=0.2$  in direzione x.**

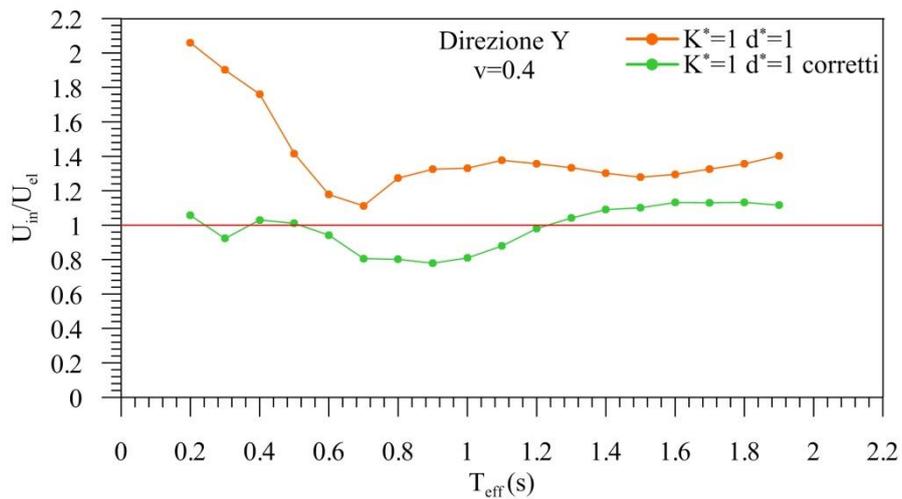


**Fig. 6.53. Confronto tra spost. inel/spost. elast. dopo correzione di Jacobsen per  $\nu=0.2$  in direzione y.**

Di seguito vengono raffigurati i risultati ottenuti senza utilizzare il coefficiente correttivo e quelli ottenuti considerando la correzione della formula di Jacobsen, per  $\nu = 0.4$ , sia in direzione X che Y.

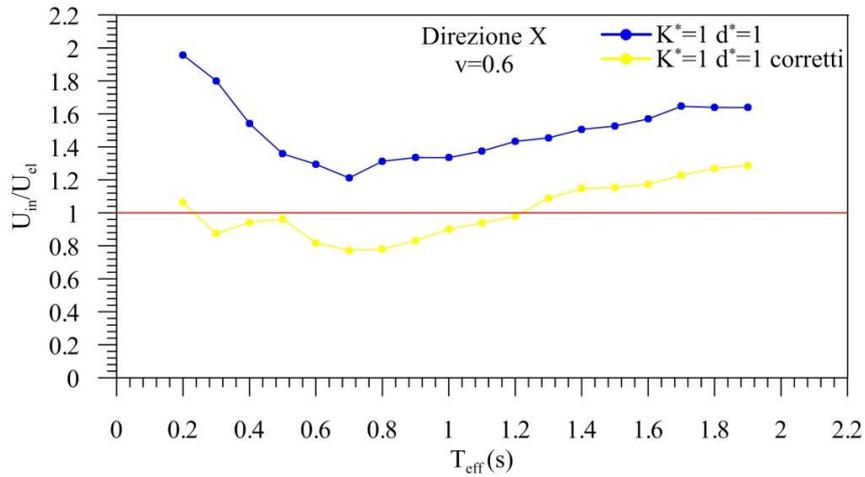


**Fig. 6.54. Confronto tra spost. inel/spost. elast. dopo correzione di Jacobsen per  $\nu=0.4$  in direzione x.**

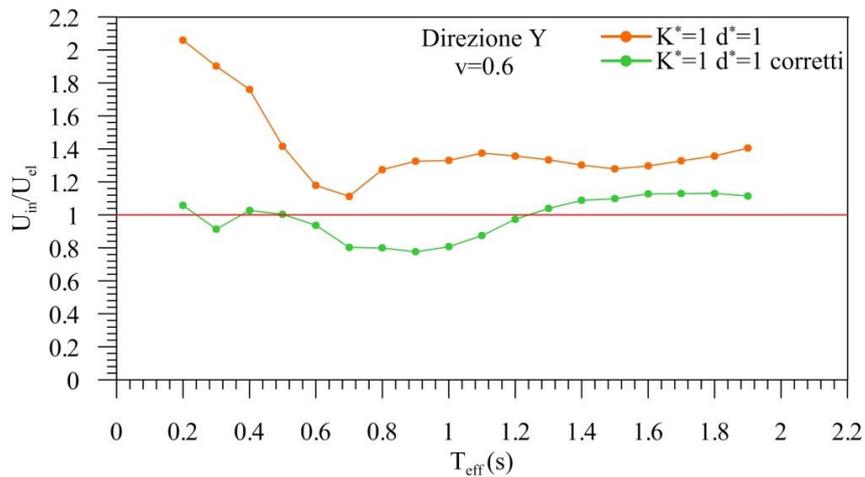


**Fig. 6.55. Confronto tra spost. inel/spost. elast. dopo correzione di Jacobsen per  $\nu=0.4$  in direzione y.**

Di seguito vengono raffigurati i risultati ottenuti senza utilizzare il coefficiente correttivo e quelli ottenuti considerando la correzione della formula di Jacobsen, per  $\nu = 0.6$ , sia in direzione X che Y.



**Fig. 6.56. Confronto tra spost. inel/spost. elast. dopo correzione di Jacobsen per  $\nu=0.6$  in direzione x.**



**Fig. 6.57. Confronto tra spost. inel/spost. elast. dopo correzione di Jacobsen per  $\nu=0.6$  in direzione y.**

Come si può notare, i rapporti tra gli spostamenti inelastici e gli spostamenti elastici, in entrambe le direzioni e per i tre livelli di sforzo normale adimensionalizzato  $\nu$ , si sono notevolmente avvicinati all'unità; ciò significa che la semplificazione del sistema non lineare con un sistema lineare è corretta.

## 6.5 Confronto tra soluzioni progettuali mediante analisi statica non lineare 3D

L'analisi statica non lineare è stata condotta per differenti direzioni in ingresso della forzante sismica in pianta. Si è considerato quindi un angolo di direzione variabile  $\gamma$  da  $0^\circ$  a  $360^\circ$  con un passo  $\Delta\alpha$  pari a  $15^\circ$ . Si effettua l'analisi di vulnerabilità della struttura, attraverso il metodo N2 Esteso (Caso E), smorzamento biassiale e assumendo il criterio di rigidezza inversamente proporzionale (caso I), determinando l'indice di vulnerabilità (IV) per SLV come prescritto dall'NTC'08. Lo SLV viene raggiunto quando: un meccanismo duttile, si crea, in termini di rotazione, o un meccanismo fragile si innesca in termini di forza di taglio a livello di sezione, negli elementi del telaio in c.a.; la duttilità massima si ottiene per i controventi dissipativi. Inizialmente si effettua il calcolo degli indici di vulnerabilità, corrispondenti al centro delle masse (CM), in sommità dell'edificio, considerando due distribuzioni in pianta dei controventi (Caso A e Caso B mostrati in Fig.6.57), e vengono confrontati in Fig.6.58, assumendo tre diversi valori di progetto della duttilità del telaio (sottocasi 1,2 e 3) e un unico valore di duttilità del dissipatore:

**Caso E.I.A.1:**  $\mu_F = 1.8$ ,  $\mu_D = 20$ ,  $r_D = 5\%$

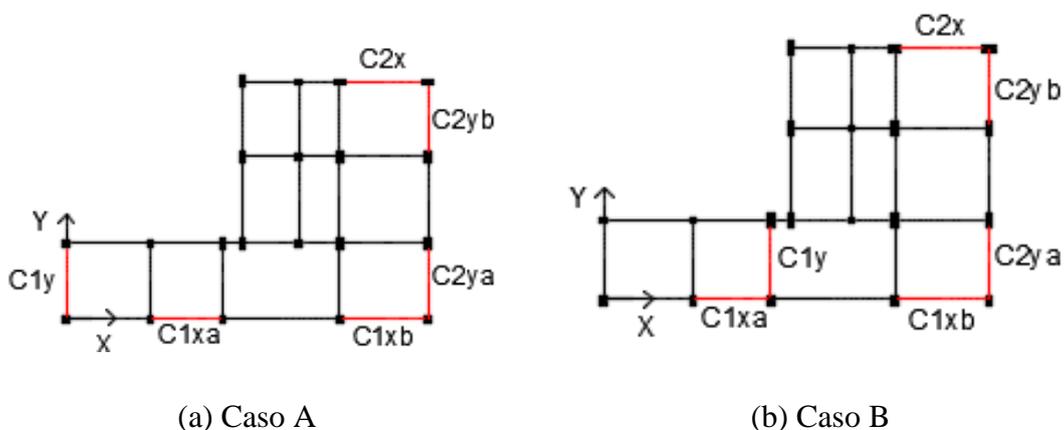
**Caso E.I.A.2:**  $\mu_{F,u} = 2.4$ ,  $\mu_D = 20$ ,  $r_D = 5\%$

**Caso E.I.A.3:**  $\mu_F = 0.7 \mu_{F,u}$ ,  $\mu_D = 20$ ,  $r_D = 5\%$

**Caso E.I.B.1:**  $\mu_F = 1.8$ ,  $\mu_D = 20$ ,  $r_D = 5\%$

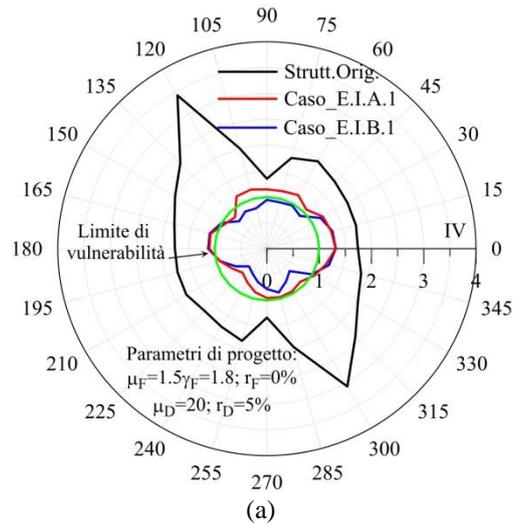
**Caso E.I.B.2:**  $\mu_{F,u} = 2.4$ ,  $\mu_D = 20$ ,  $r_D = 5\%$

**Caso E.I.B.3:**  $\mu_F = 0.7 \mu_{F,u}$ ,  $\mu_D = 20$ ,  $r_D = 5\%$

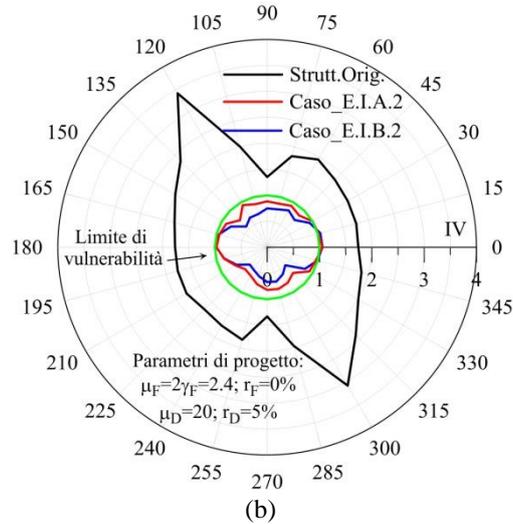


(a) Caso A (b) Caso B  
Fig. 6.58 Disposizioni in pianta dei controventi dissipativi (Casi A e B)

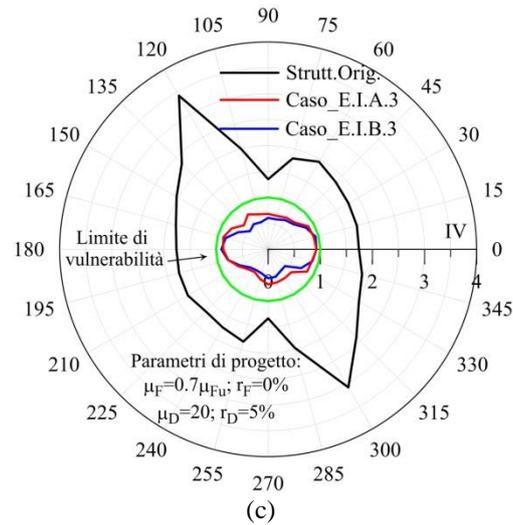
Si può notare (Fig.6.59a,b,c), come, la struttura originaria (illustrata con la linea nera), eccede chiaramente il limite di vulnerabilità (1), per tutte le direzioni dei carichi sismici, mostrando, infatti, una forma irregolare in corrispondenza degli indici di vulnerabilità ed in particolare per  $\gamma = 120^\circ$  si ha la direzione di maggior vulnerabilità sismica. L'inserimento dei controventi dissipativi è assolutamente favorevole, infatti, le curve relative ai Casi E.I.A.1 - E.I.A.3/ E.I.B.1 - E.I.B.3, presentano una forma più regolare e specialmente per i Casi 2 (Fig.6.59b) e 3 (Fig.6.59c), si ha un forte miglioramento nel ridurre il danno locale dei membri del telaio in c.a.. Bisogna sottolineare, che, la direzione di maggiore vulnerabilità sismica, non è necessariamente la stessa per il Caso A e B. Curve simili si ottengono per gli altri casi E.I.A.1- E.I.A.3 (in rosso in Fig. 6.59a,c) e E.I.B.1- E.I.B.3 (in blu in Fig. 6.59a,c), per tutte le direzioni dei carichi sismici.



(a)



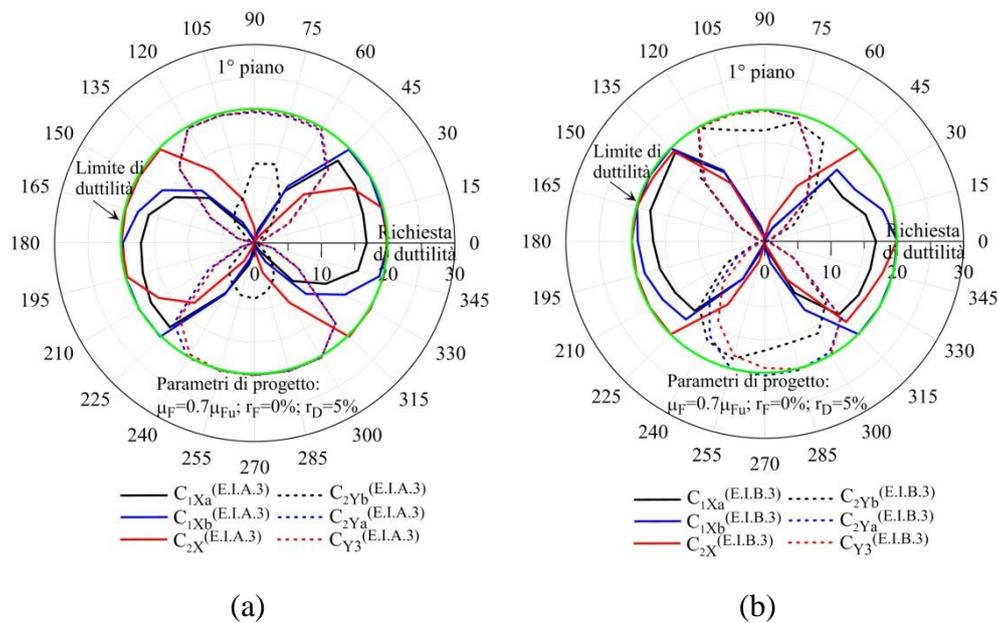
(b)



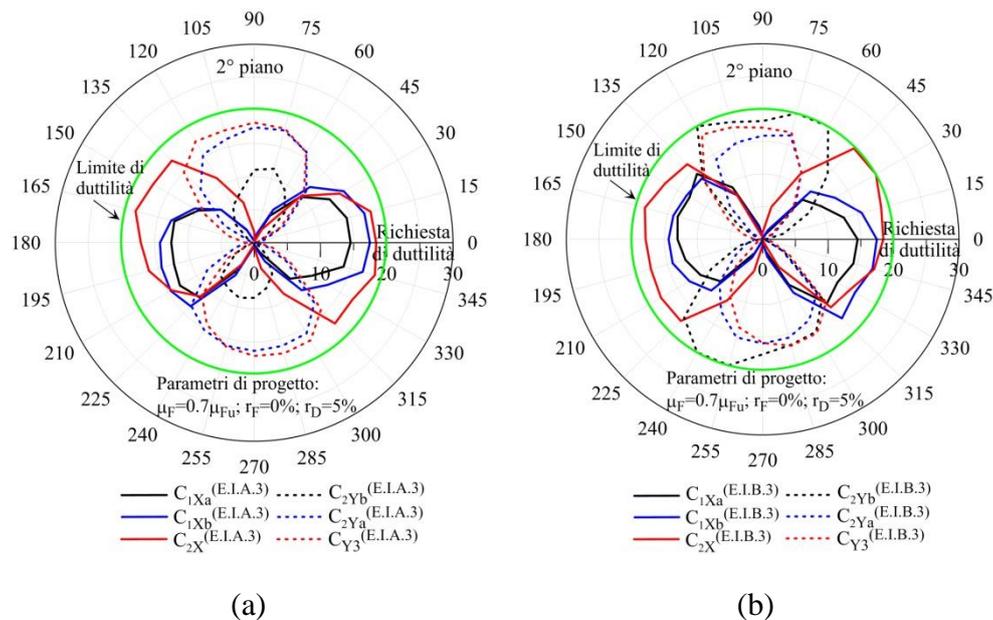
(c)

**Fig. 6.59. Confronto degli indice di vulnerabilità ottenuti per la struttura originaria e quella controventata, allo stato limite di salvaguardia della vita, assumendo due distribuzioni in pianta dei controventi (Casi A e B).**

Si ottengono delle curve analoghe, illustrate in Fig.6.60, nel confronto della domanda di duttilità dei dissipatori, assumendo un valore di progetto della duttilità del telaio pari a  $\mu_F=0.7 \mu_{F,u}$  e un valore di progetto della duttilità del dissipatore pari a  $\mu_D = 20$ . In Fig. 6.60a, si raffigura la domanda di duttilità al primo piano per il Caso A cioè per i controventi disposti solo esternamente, mentre in Fig. 6.60b, si mostra il Caso B, con controventi sia esterni che interni al perimetro della struttura. Si noti, che per quasi tutte le direzioni in pianta di carichi sismici, lo SLV si raggiunge quando si arriva alla soglia di duttilità dei dissipatori ( $\mu_D = 20$ ). Si può notare, come, per il Caso B, si ha una distribuzione più uniforme degli sforzi dei controventi, rispetto al Caso A. Curve analoghe in Fig. 6.61 ma per i controventi al secondo piano.

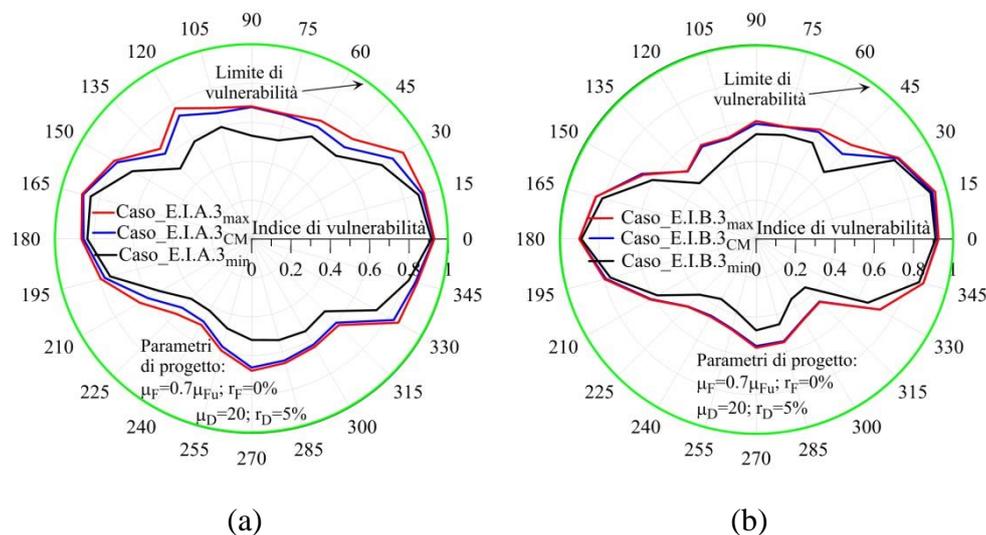


**Fig. 6.60. Confronto della domanda di duttilità ottenuta per i controventi dissipativi del primo piano allo stato limite di salvaguardia della vita, assumendo due distribuzioni in pianta (casi A e B)**



**Fig. 6.61. Confronto della domanda di duttilità ottenuta per i controventi dissipativi del secondo piano allo stato limite di salvaguardia della vita, assumendo due sidtribuzioni in pianta (casi A e B)**

In Fig.6.62, vengono confrontati i valori massimi e minimi degli indici di vulnerabilità, ottenuti in corrispondenza degli spigoli in pianta dell'edificio, per il Caso 3 sia nella configurazione A che B.



**Fig. 6.62. Effetti torsionali sulla struttura controventata, assumendo due distribuzioni in pianta (casi A e B)**

Gli effetti torsionali ottenuti vengono studiati con maggiore precisione, considerando il metodo N2 Esteso e utilizzando il criterio di rigidità inversamente proporzionale. Le maggiori differenze si hanno per  $\gamma = 120^\circ$ , a causa delle deformazioni plastiche, sebbene si è assunto che il centro di rigidità coincida col centro delle masse nel range elastico.

## 6.6 Confronto tra soluzioni progettuali mediante analisi dinamica non lineare 3D

L'analisi dinamica non lineare è stata condotta per differenti direzioni di ingresso della forzante sismica in pianta. Si è considerato quindi un angolo di direzione variabile  $\alpha$  da  $0^\circ$  a  $360^\circ$  con un passo  $\Delta\alpha$  pari a  $15^\circ$ . Si è provveduto alla progettazione dei controventi dissipativi per cinque differenti livelli di duttilità del telaio,  $\mu^F$ : 1.8, 2.4 e, come terzo caso, si è utilizzata il 70% della duttilità ultima del telaio nelle due direzioni, come nel caso dell'analisi statica non lineare e  $\mu^F$ : 1.2 con coefficiente di incrudimento  $r^D$  pari al 5% ed infine  $\mu^F$ : 1.2 con coefficiente di incrudimento  $r^D$  pari al 2%. La duttilità di progetto dei dissipatori  $\mu^D$  è posta pari a 20 in tutti e cinque i casi, come sintetizzato di seguito:

**Caso E.I.A.1:**  $\mu_F = 1.8$ ,  $\mu_D = 20$ ,  $r_D = 5\%$

**Caso E.I.A.2:**  $\mu_F = 2.4$ ,  $\mu_D = 20$ ,  $r_D = 5\%$

**Caso E.I.A.3:**  $\mu_F = 0.7 \mu_{F,u}$ ,  $\mu_D = 20$ ,  $r_D = 5\%$

**Caso E.I.A.4:**  $\mu_F = 1.2$ ,  $\mu_D = 20$ ,  $r_D = 5\%$

**Caso E.I.B.5:**  $\mu_F = 1.2$ ,  $\mu_D = 20$ ,  $r_D = 2\%$

**Caso E.I.B.1:**  $\mu_F = 1.8$ ,  $\mu_D = 20$ ,  $r_D = 5\%$

**Caso E.I.B.2:**  $\mu_F = 2.4$ ,  $\mu_D = 20$ ,  $r_D = 5\%$

**Caso E.I.B.3:**  $\mu_F = 0.7 \mu_{F,u}$ ,  $\mu_D = 20$ ,  $r_D = 5\%$

**Caso E.I.B.4:**  $\mu_F = 1.2$ ,  $\mu_D = 20$ ,  $r_D = 5\%$

**Caso E.I.B.5:**  $\mu_F = 1.2$ ,  $\mu_D = 20$ ,  $r_D = 2\%$

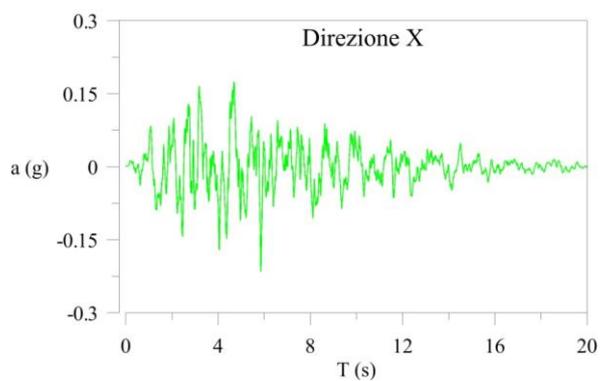
### 6.6.1 Input sismico

Nel rispetto delle disposizioni fornite dall' Eurocodice 8 e dall' NTC08, in riferimento al numero minimo di terremoti artificiali che bisogna valutare, si considerano due gruppi di tre accelerogrammi artificiali, generati dal programma SeismoSpect, per gli stati limite di esercizio e ultimi. Per ciascun terremoto, due accelerogrammi orizzontali vengono ruotati lungo le direzioni principali (X e Y) dell'edificio in pianta:

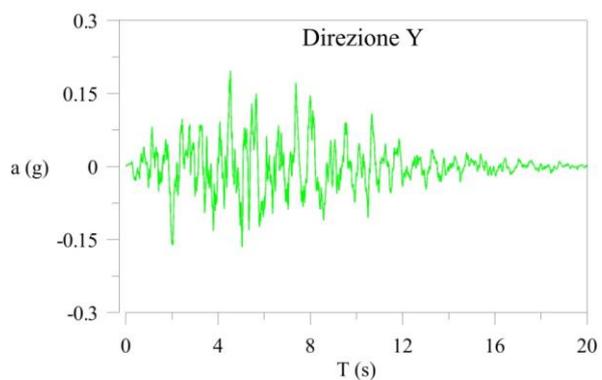
$$\begin{aligned}\ddot{u}_{g,X}(t) &= \ddot{u}_{g,H1}(t) \cos \alpha + \ddot{u}_{g,H1}(t) \sin \alpha \\ \ddot{u}_{g,Y}(t) &= \ddot{u}_{g,H1}(t) \sin \alpha + \ddot{u}_{g,H2}(t) \cos \alpha\end{aligned}\tag{6.11}$$

In cui  $\alpha$  è l'angolo di incidenza del terremoto in radi e in senso antiorario rispetto all'asse X.

Di seguito si illustrano gli accelerogrammi artificiali ottenuti col programma SeismoSpect, per lo stato limite di danno e di salvaguardia della vita, in direzione X e Y, in entrambi i casi.

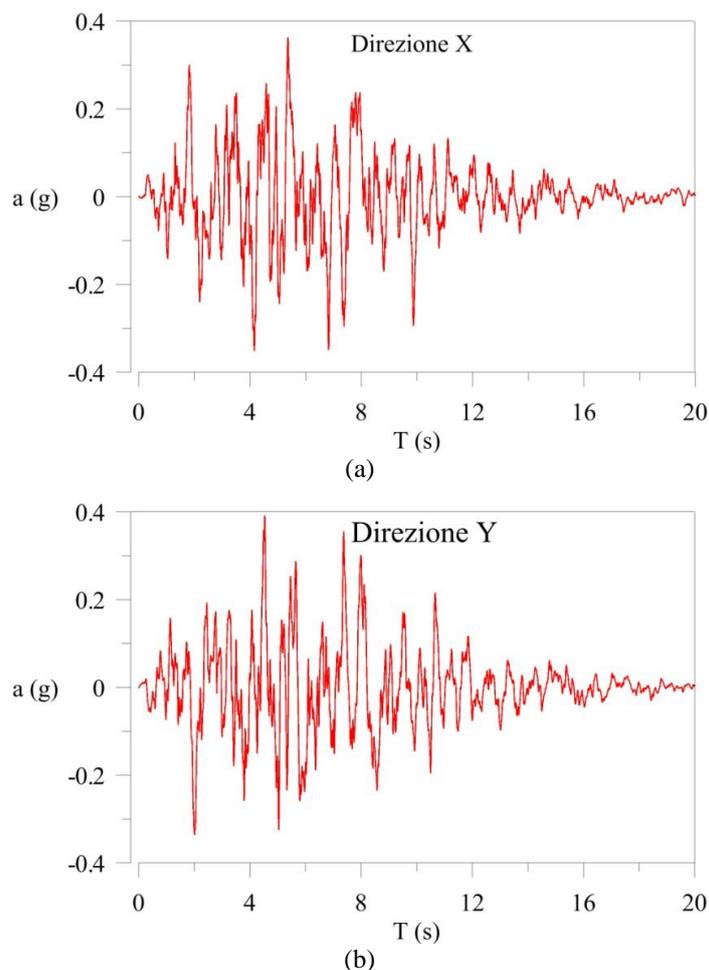


(a)



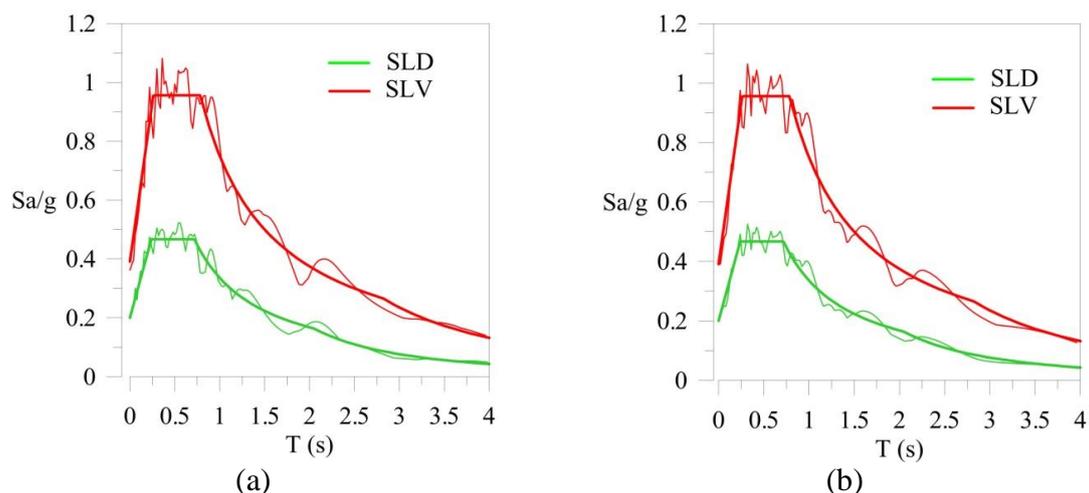
(b)

**Fig. 6.63. Accelerogrammi artificiali per SLD in direzione X e Y.**



**Fig. 6.64. Accelerogrammi artificiali per SLD in direzione X e Y.**

Gli spettri di risposta trovati a partire da questi accelerogrammi artificiali, rispettano, in media, gli spettri dell'NTC08, per classe di sottosuolo D e per le coordinate geografiche relative al sito di Spilinga (vale a dire longitudine  $15.91^\circ$  e latitudine  $38.63^\circ$ ). Inoltre, ciascun terremoto, con una durata di 20 secondi, viene generato in modo tale che rimanga stazionario nel range dei periodi di vibrazione pari a 0.05-4 secondi, che contiene anche i limite inferiore e superiore del periodo di vibrazione prescritto dall' NTC08 per le strutture a base-fissa (per esempio  $T_{\min} = 0.2T_1$  e  $T_{\max} = 2T_1$ , dove  $T_1$  è il periodo fondamentale della struttura). Nella Fig.6.65 si illustrano gli spettri utilizzati. In questo modo, gli accelerogrammi selezionati possono essere utilizzati per svolgere l'analisi dinamica non lineare delle strutture a base fissa con  $T_1 \leq 1.25$  s .



**Fig. 6.65. Confronto degli spettri di risposta in direzione X (a) e in direzione Y (b), con gli spettri relativi agli accelerogrammi artificiali utilizzati, allo stato limite di danno e di salvaguardia della vita**

Nella Tab.6.4 si riportano i parametri principali allo stato limite di danno e di salvaguardia delle vite, previsti dall'NTC08: l'accelerazione di picco al suolo,  $a_g$ ; il coefficiente di amplificazione spettrale massimo,  $F_0$ ; periodo di vibrazione che segna l'inizio del ramo a velocità costante dello spettro di progetto,  $T_c^*$ ; il fattore di amplificazione del sito  $S = S_s S_T$ ; l'accelerazione di picco al suolo in direzione orizzontale ( $PGA_H$ ).

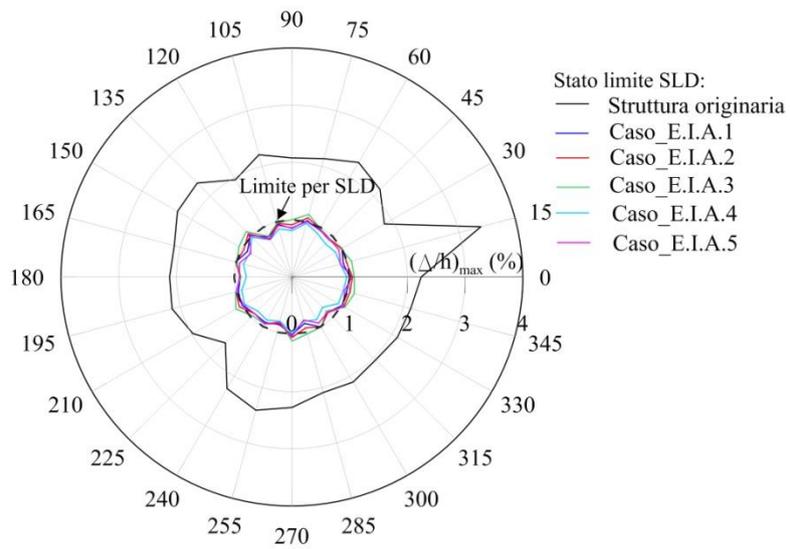
Stati Limite	$a_g$	$F_0$	$T_c^*$ (s)	S	$PGA_H$
SLD	0.111 g	2.333	0.330	1.800	0.20 g
SLV	0.306 g	2.448	0.393	1.275	0.39 g

**Tab. 6.4. Parametri principali per definire l'azione sismica orizzontale**

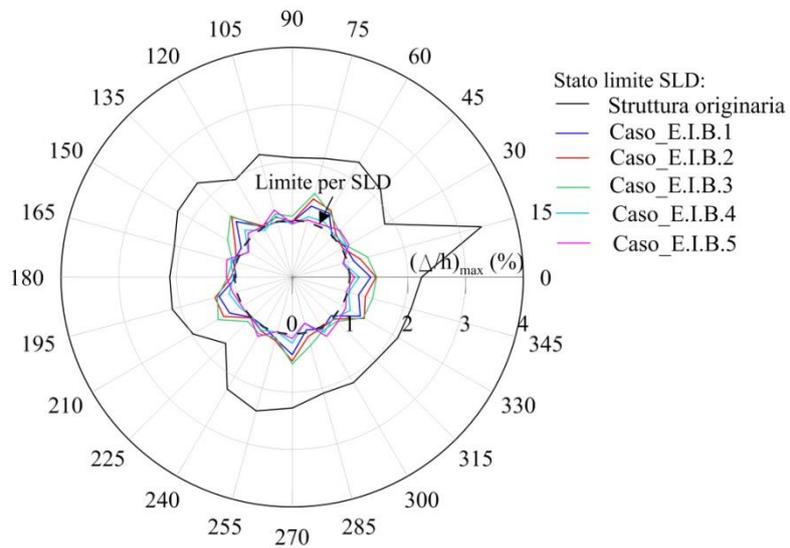
### 6.6.2 Indagine numerica

Un'indagine numerica viene effettuata per valutare l'efficacia e l'affidabilità della procedura di progettazione proposta per l'adeguamento sismico delle strutture intelaiate irregolari in pianta. L'analisi dinamica non lineare del Comune di Spilinga è effettuata per diverse direzioni in pianta dell'azione sismica (che variano nel range  $0^\circ$ - $360^\circ$ , con un passo costante di  $15^\circ$ ).

Nelle Fig. 6.66 e 6.67 si illustra il danno di piano, rispettivamente, allo stato limite di danno e di salvaguardia della vita, per la struttura originaria e controventata per i diversi casi progettuali (casi E.I.A.1-5 e E.I.B.1-5), considerando i valori massimi del rapporto dello spostamento di interpiano, definito come lo spostamento normalizzato rispetto all'altezza di piano.

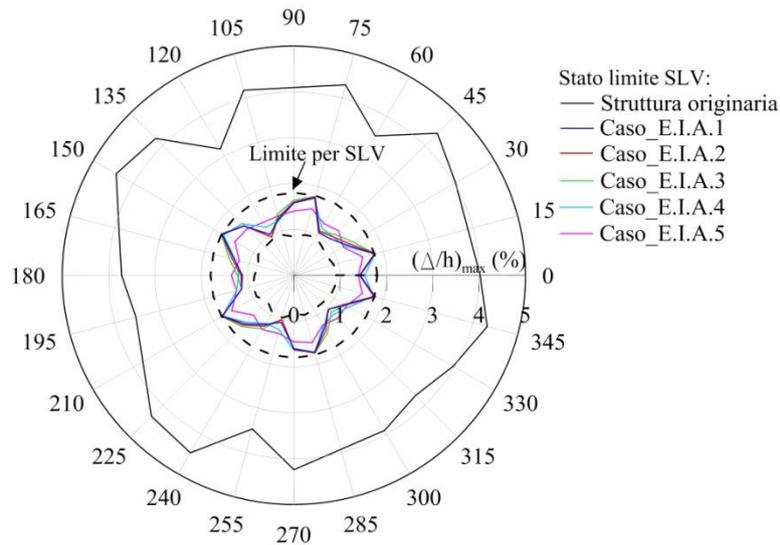


(a) Caso A

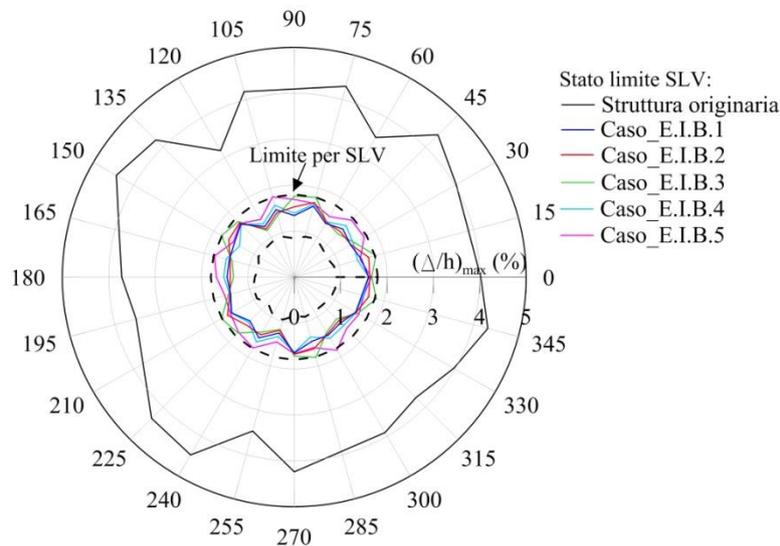


(a) Caso B

**Fig. 6.66. Rapporto dello spostamento di interpiano allo stato limite di danno (SLD), assumendo due distribuzioni dei controventi in pianta (casi A e B)**



(a) Caso A



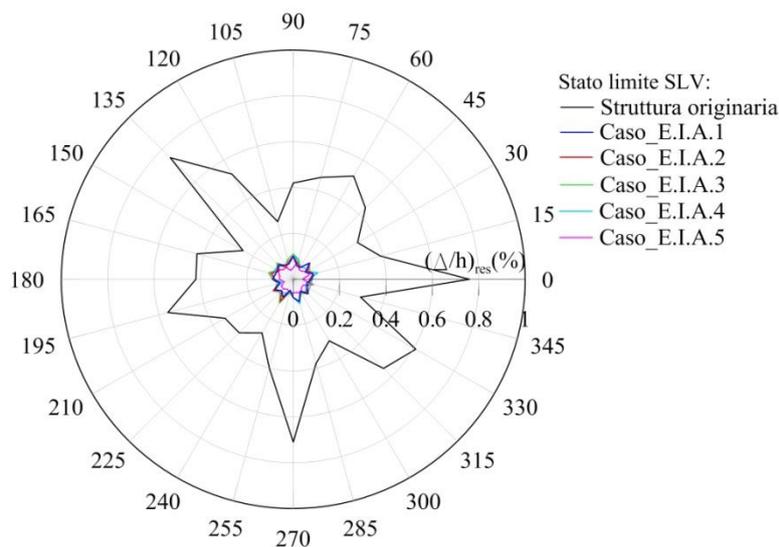
(a) Caso B

**Fig. 6.67. Rapporto dello spostamento di interpiano allo stato limite di salvaguardia della vita (SLV), assumendo due distribuzioni dei controventi in pianta (casi A e B)**

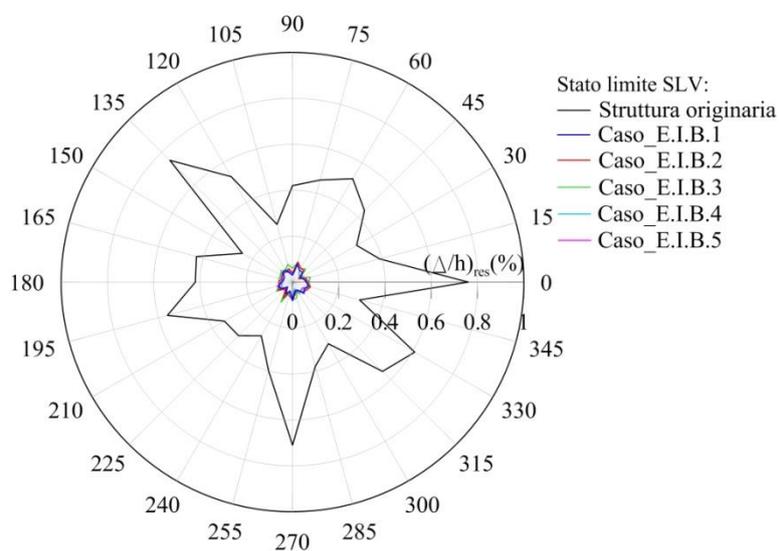
Vengono, inoltre, riportati i valori dei limiti del rapporto di spostamento allo stato limite di danno (Fig.6.66) e allo stato limite di salvaguardia della vita (Fig.6.67), (Ghobarah, 2004). Vengono comparate due distribuzioni dei controventi in pianta (casi A e B mostrati nelle Fig. 6.66a e 6.66b, rispettivamente e nelle Fig. 6.67a e 6.67b). Bisogna notare, che, le direzioni di maggiore vulnerabilità sismica della struttura originaria, la cui risposta è plottata con la linea nera, non sono necessariamente uguali allo stato limite di esercizio e ultimo. La struttura originaria eccede il limite di vulnerabilità sia allo stato limite di danno che di salvaguardia delle vite, mostrando una forma irregolare in corrispondenza delle domande del rapporto di

spostamento. I risultati ottenuti, evidenziano che le strutture nelle due disposizioni dei controventi, adeguate secondo lo stato limite di salvaguardia della vita, lavorano meglio allo stato limite di danno. In particolare, l'inserimento dei controventi dissipativi, riducono in generale i valori del valore massimo del rapporto spostamento, sia allo stato limite di danno (Fig. 6.66a) e di salvaguardia della vita (Fig. 6.67a,b), confermando l'efficacia del loro progetto per limitare il danno di piano. Inoltre, la forma della domanda di spostamento di interpiano, ottenuta nella configurazione B (Fig. 6.67b), risulta più regolare di quella nella configurazione A (Fig. 6.67a) dei controventi, allo stato limite di salvaguardia della vita. I risultati numerici, inoltre, mostrano che le risposte delle strutture con diversi valori progettuali della duttilità del telaio, ma valori uguali della duttilità dei controventi dissipative, rispondono in modo simile per le diverse direzioni dell'azione sismica. Infine, è interessante notare che la direzione di maggiore vulnerabilità sismica, non è necessariamente uguale per le strutture nelle due disposizioni (i=1-5).

Curve analoghe vengono raffigurate nella Fig. 6.68, in cui compare il valore massimo del rapporto di spostamento residuo, ottenuto per lo stato limite di salvaguardia della vita e per la struttura originaria e controventata. Il rapporto di spostamento residuo, è un parametro importante in quanto rappresenta la parte irrecuperabile dello spostamento di interpiano, relativo al riparo richiesto a seguito di un terremoto. Bisogna notare che la forma della domanda del rapporto di spostamento residuo, fortemente irregolare, ottenuta per la struttura originaria, non si ottiene all'inserimento dei controventi sia nel caso A che B. Le direzioni di maggiore vulnerabilità sismica in termini di rapporto dello spostamento residuo, non coincidono necessariamente, con quelle ottenute considerando il massimo rapporto dello spostamento.



(a) Caso A

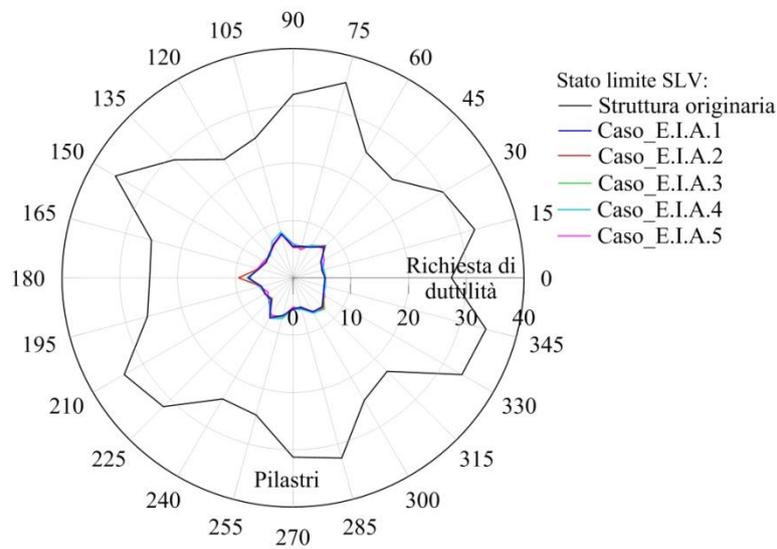


(b) Caso B

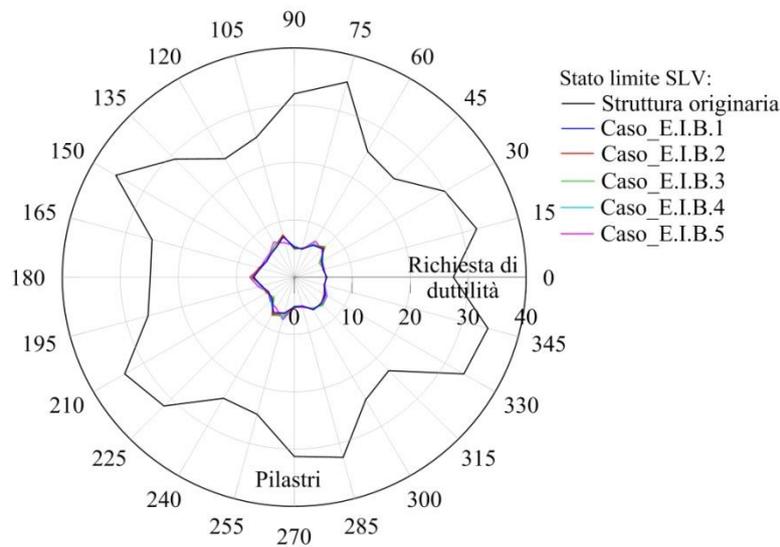
**Fig. 6.68. Valori massimi dello spostamento residuo di interpiano, allo stato limite di salvaguardia della vita, assumendo le due distribuzioni dei controventi (casi A e B)**

Successivamente, viene raffigurato il danno strutturale locale lungo l'altezza dell'edificio nella Fig. 6.69, in termini di domanda della duttilità alle sezioni finali dei pilastri. In particolare, la domanda di duttilità è valutata in relazione della direzione radiale, in quanto è più sensibile alla direzione del vettore del momento flettente, che cambia a ciascun passo del processo di caricamento. Il meccanismo di trave forte-pilastro debole, è evidenziato per la struttura originaria, infatti si ottengono valori elevati della domanda di duttilità dei pilastri, per tutte le direzioni dei carichi sismici. Come si può osservare, l'inserimento dei controventi dissipativi, riduce la domanda di duttilità allo stato limite di salvaguardia della vita. Si ottengono risultati simili per

tutti e cinque i casi progettuali e ciò conferma l'efficacia e la robustezza della procedura di progetto proposta.



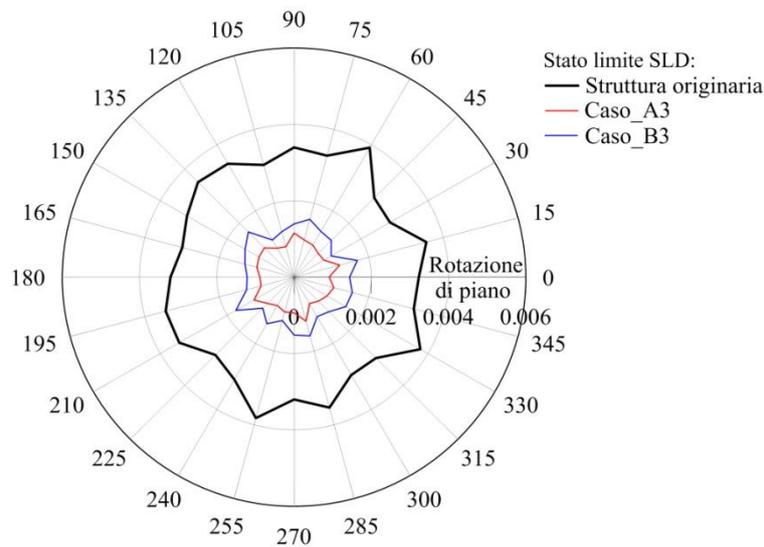
(a) Caso A



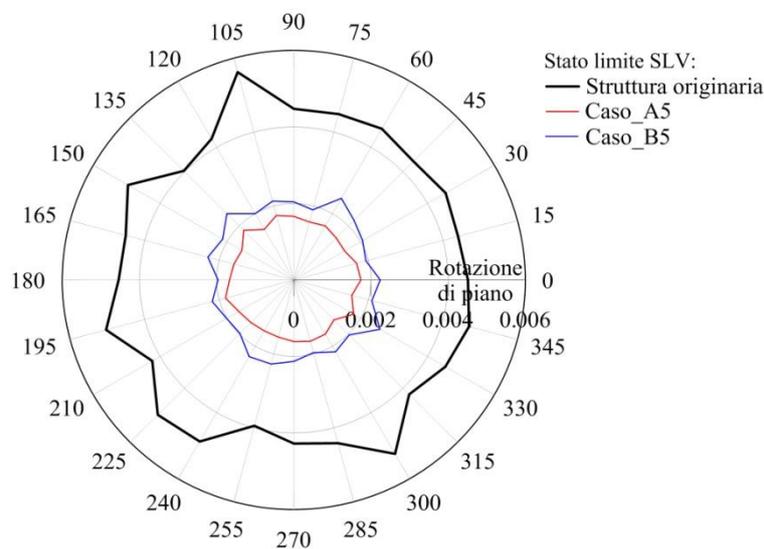
(b) Caso B

**Fig. 6.69. Massima domanda di duttilità dei pilastri allo stato limite di salvaguardia della vita, assumendo due distribuzioni in pianta (casi A e B) dei controventi**

Nella Fig. 6.70, si raffigura il valore massimo della rotazione di piano, il quale indica la risposta torsionale della struttura, considerando lo spostamento relative orizzontale nei sei punti d'angolo dell'edificio, normalizzato rispetto alle lunghezze in pianta lungo le direzioni X e Y.



(a) Caso A



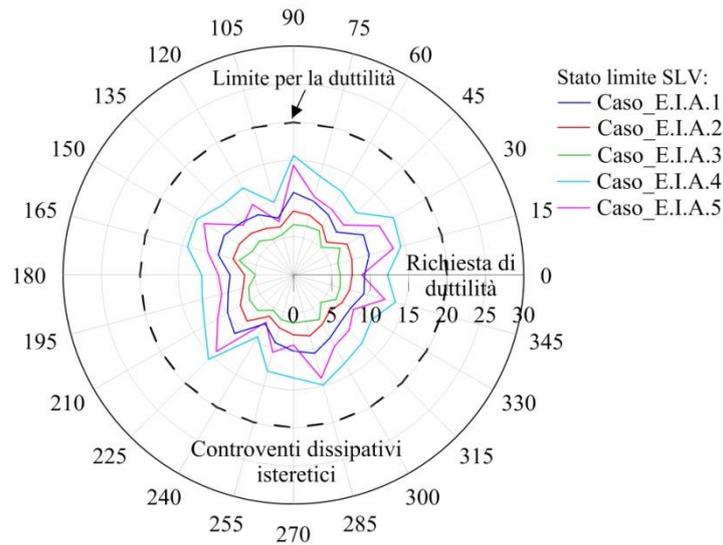
(b) Caso B

**Fig. 6.70. Massime rotazioni di piano, assumendo due distribuzioni in pianta (sottocasi E.I.A.3/E.I.A.5 e E.I.B.3/E.I.B.5) dei controventi**

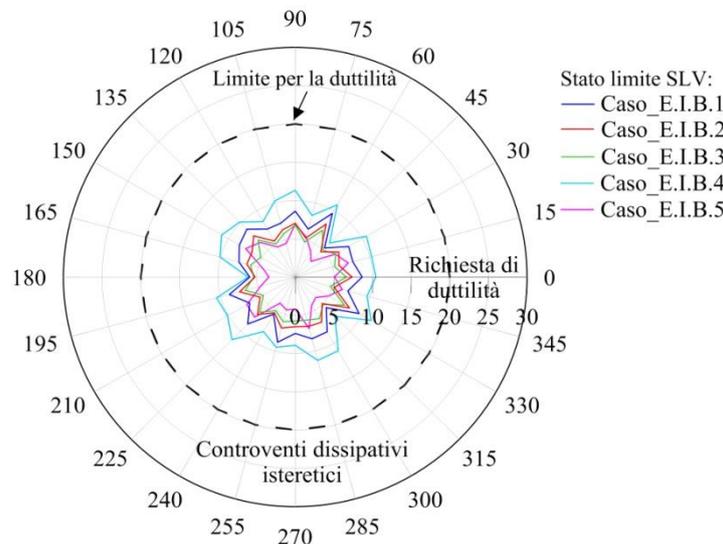
In particolare, vengono comparate due distribuzioni dei controventi, in riferimento ai casi progettuali con il massimo rapporto di spostamento di interpiano allo stato limite di danno (per esempio i casi E.I.A.3 e E.I.B.3 in Fig.6.70a) e di salvaguardia della vita (per esempio i casi E.I.A.5 e E.I.B.5 in Fig.6.70b). Come si può osservare, gli effetti torsionali maggiori si hanno per la struttura originaria e per tutti gli angoli di incidenza dei carichi sismici bidirezionali. Come previsto, la rotazione di piano allo stato limite ultimo è maggiore di quella allo stato limite di esercizio. Inoltre, gli effetti torsionali della struttura originaria vengono ridotti, ma non

eliminati, se si utilizza il criterio di rigidezza inversamente proporzionale. Questo tipo di comportamento, si ha in quanto le domande sismiche ineguali, vengono indotte nelle due strutture controventate (casi A e B), perchè si sono verificate le deformazioni plastiche, anche se si assume che la posizione del centro di rigidezza sia uguale alla posizione del centro delle masse in campo elastico.

Successivamente, si plotta in Fig.6.71, la domanda di duttilità delle strutture (casi A e B), assumendo diversi valori della duttilità del telaio (sottocasi n.1-n.4) e diversi valori del rapporto di incrudimento del dissipatore (sottocasi n.4-n.5). Come previsto, la domanda di duttilità del dissipatore cresce per valori decrescenti della duttilità del telaio, per esempio i casi E.I.A.3 e E.I.B.3 presentano valori maggiori della duttilità, rispetto ai casi E.I.A.1 e E.I.A.2 (Fig.6.71a) e ai casi E.I.B.1 e E.I.B.2 (Fig.6.71b) rispettivamente. Viceversa, la domanda di duttilità dei dissipatori decresce al decrescere dei valori dell'incrudimento  $r_D$ . In tutti i casi, comunque, il limite della duttilità dei controventi dissipativi (per esempio  $\mu_D=20$ ), non viene raggiunto per tutte le direzioni in pianta dei carichi sismici.



(a) Caso A

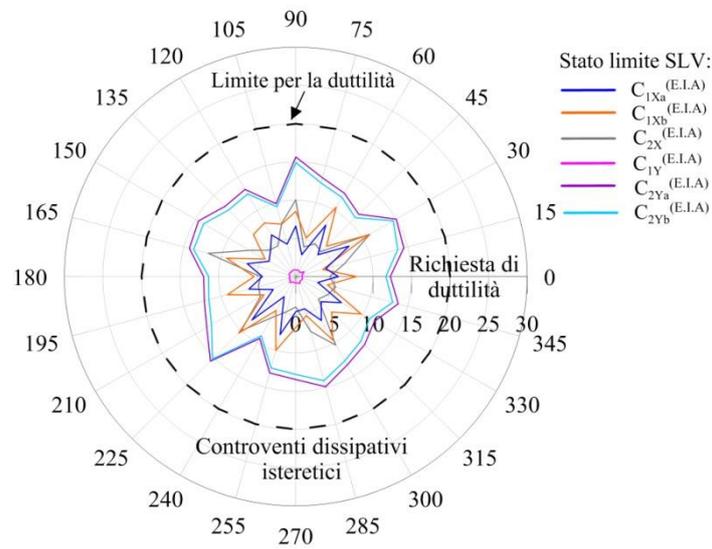


(a) Caso B

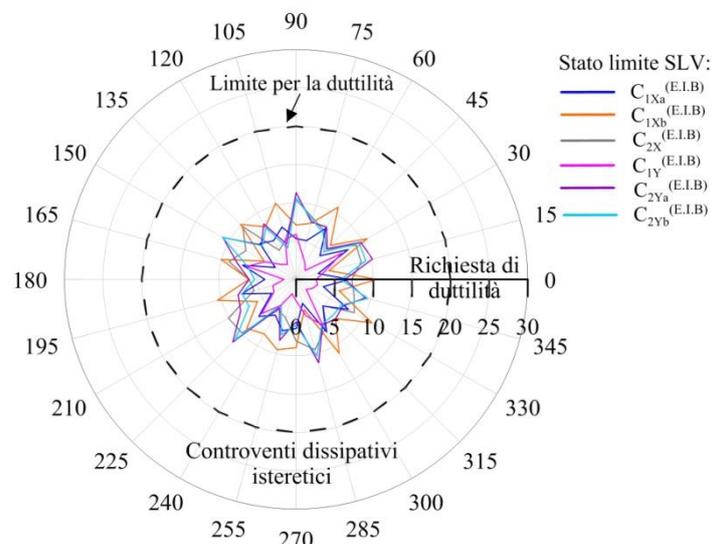
**Fig. 6.71. Massima domanda di duttilità dei controventi dissipativi allo stato limite di salvaguardia della vita, assumendo due distribuzioni in pianta (casi A e B)**

Infine, viene illustrata nella Fig. 6.72, la domanda di duttilità dei controventi al primo piano della struttura, considerando il sottocaso n.4 che presentava i valori più alti (Fig. 6.71). In particolare, vengono considerate le domande massime di duttilità dei controventi, posizionati solo lungo il perimetro della struttura (per esempio il caso E.I.A.4 in Fig. 6.72a) e lungo il perimetro e il piano interno dei telai (per esempio il caso E.I.B.4 nella Fig. 6.72b). Si noti che per tutte le direzioni dei carichi sismici, il limite della duttilità dei controventi dissipativi (per esempio  $\mu_D=20$ ) non è raggiunto. Come si può osservare, la struttura nel caso E.I.B.4 presenta una distribuzione più uniforme della deformazione dei controventi, rispetto al caso E.I.A.4, la

quale esibisce un livello di domanda di duttilità minore lungo il telaio Y1. Inoltre, si possono notare valori degli indici del danno comparabili per le strutture E.I.A.4 e E.I.B.4 (si vedano le Fig. 6.72, 6.73), ma la struttura E.I.B.4 è comunque preferibile, in quanto richiede una domanda di duttilità minore.



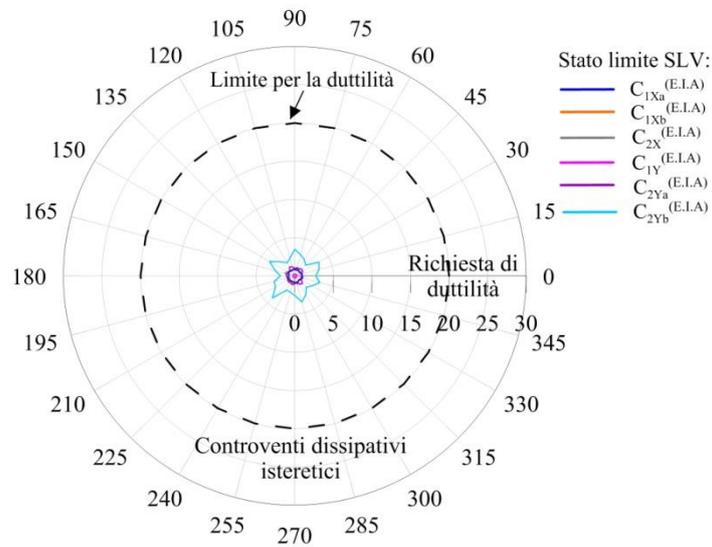
(a) Caso A



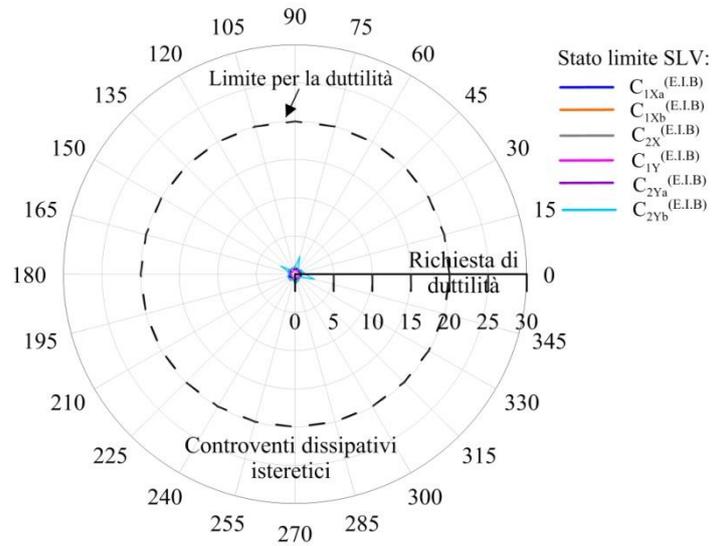
(a) Caso B

**Fig. 6.72. Distribuzione in pianta della domanda di duttilità per i controventi dissipativi al primo piano allo stato limite di salvaguardia della vita, assumendo due distribuzioni in pianta (sottocasi E.I.A.4 e E.I.B.4)**

Curve analoghe vengono illustrate di seguito ma considerando la domanda di duttilità dei controventi al secondo piano della struttura.



(a) Caso A



(a) Caso B

**Fig. 6.73. Distribuzione in pianta della domanda di duttilità per i controventi dissipativi al secondo piano allo stato limite di salvaguardia della vita, assumendo due distribuzioni in pianta (sottocasi E.I.A.4 e E.I.B.4)**

## Appendice A1

### Fattore di smorzamento viscoso equivalente al variare dei parametri di progetto

**Caso 1:**  $v_x = v_y = 0.2$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 0.5$ ,  $d_x^* = d_y^* = 0.5$

PROCEDURA 1 - DIREZIONE X				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo $T_{eff}$ (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.081	0.0067	0.1	0.0014	4.919
0.162	0.0145	0.2	0.0058	2.495
0.243	0.0253	0.3	0.0129	1.963
0.325	0.0372	0.4	0.0216	1.720
0.406	0.0443	0.5	0.0310	1.429
0.487	0.0548	0.6	0.0424	1.293
0.568	0.0707	0.7	0.0540	1.308
0.649	0.0912	0.8	0.0627	1.454
0.730	0.1086	0.9	0.0713	1.525
0.811	0.1166	1	0.0790	1.476
0.892	0.1347	1.1	0.0872	1.544
0.974	0.1515	1.2	0.0939	1.613
1.055	0.1615	1.3	0.1001	1.613
1.136	0.1786	1.4	0.1065	1.678
1.217	0.1890	1.5	0.1124	1.682
1.298	0.2012	1.6	0.1184	1.699
1.379	0.2119	1.7	0.1243	1.704
1.460	0.2214	1.8	0.1301	1.701
1.541	0.2299	1.9	0.1363	1.687
1.623	0.2342	2	0.1430	1.638

**Tab. A.1.1. Procedura 1 in direzione x caso 1.**

PROCEDURA 1 - DIREZIONE Y				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.081	0.0066	0.1	0.0014	4.816
0.162	0.0165	0.2	0.0058	2.833
0.243	0.0290	0.3	0.0129	2.248
0.325	0.0406	0.4	0.0216	1.876
0.406	0.0459	0.5	0.0310	1.480
0.487	0.0564	0.6	0.0424	1.332
0.568	0.0634	0.7	0.0540	1.172
0.649	0.0822	0.8	0.0627	1.310
0.730	0.1045	0.9	0.0713	1.467
0.811	0.1224	1	0.0790	1.549
0.892	0.1378	1.1	0.0872	1.580
0.974	0.1542	1.2	0.0939	1.643
1.055	0.1589	1.3	0.1001	1.586
1.136	0.1617	1.4	0.1065	1.519
1.217	0.1692	1.5	0.1124	1.505
1.298	0.1727	1.6	0.1184	1.458
1.379	0.1801	1.7	0.1243	1.449
1.460	0.1972	1.8	0.1301	1.515
1.541	0.2177	1.9	0.1363	1.597
1.623	0.2250	2	0.1430	1.573

**Tab. A.1.2. Procedura 1 in direzione y caso 1.**

PROCEDURA 2 - DIREZIONE X					PROCEDURA 2 - DIREZIONE Y					Smorzamento di Rodrigues $\xi_{ine}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{el}$ (%)		
Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)				
6.33	12.65	0.21	21.50	53.67	6.19	12.39	0.21	22.75	53.62	22.11	53.65	0.412	0.412
3.21	6.42	0.31	22.25	48.55	3.64	7.29	0.33	21.50	50.11	21.83	49.43	0.442	0.409
2.52	5.05	0.42	20.50	44.66	2.89	5.78	0.44	17.75	47.02	18.94	46.00	0.412	
2.21	4.43	0.52	19.25	41.94	2.41	4.83	0.54	17.75	43.78	18.44	42.94	0.429	
1.84	3.68	0.59	21.25	37.28	1.90	3.81	0.60	21.50	38.23	21.38	37.77	0.566	
1.66	3.33	0.68	23.25	34.32	1.71	3.43	0.69	22.75	35.22	22.99	34.78	0.661	
1.68	3.36	0.80	20.25	34.66	1.51	3.02	0.76	22.25	31.07	21.14	33.06	0.639	
1.87	3.74	0.96	17.25	37.75	1.68	3.37	0.91	19.25	34.71	18.15	36.39	0.499	
1.96	3.92	1.10	15.25	39.02	1.89	3.77	1.08	15.75	37.99	15.49	38.52	0.402	
1.90	3.80	1.21	15.25	38.16	1.99	3.99	1.24	14.25	39.43	14.73	38.83	0.379	
1.99	3.97	1.36	13.25	39.35	2.03	4.06	1.37	12.50	39.92	12.87	39.64	0.325	
2.07	4.15	1.51	12.75	40.44	2.11	3.32	1.47	11.25	41.19	11.99	40.82	0.294	
2.07	4.15	1.64	14.25	40.43	2.04	4.08	1.63	14.50	40.02	14.37	40.23	0.357	
2.16	4.31	1.80	13.50	41.36	1.95	3.91	1.71	15.25	38.92	14.29	40.26	0.355	
2.16	4.33	1.93	13.25	41.42	1.94	3.87	1.83	15.50	38.69	14.25	40.21	0.354	
2.19	4.37	2.07	12.75	41.65	1.88	3.75	1.92	15.75	37.83	14.02	40.03	0.350	
2.19	4.38	2.20	13.25	41.72	1.86	3.73	2.03	15.50	37.65	14.19	40.02	0.355	
2.19	4.38	2.33	12.75	41.68	1.95	3.90	2.20	15.75	38.86	14.08	40.43	0.348	
2.17	4.34	2.45	11.75	41.49	2.05	4.11	2.38	13.75	40.19	12.70	40.88	0.311	
2.11	4.21	2.54	11.25	40.80	2.02	4.05	2.49	12.75	39.82	11.97	40.33	0.297	

Tab. A1.3. Procedura 2 e rapporto tra gli smorzamenti caso 1.

**Caso 2:**  $v_x = v_y = 0.2$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 0.5$ ,  $d_x^* = d_y^* = 0.75$

PROCEDURA 1 - DIREZIONE X				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.082	0.0065	0.1	0.0014	4.772
0.165	0.0143	0.2	0.0058	2.465
0.247	0.0256	0.3	0.0129	1.985
0.329	0.0356	0.4	0.0216	1.646
0.412	0.0432	0.5	0.0310	1.393
0.494	0.0549	0.6	0.0424	1.297
0.576	0.0692	0.7	0.0540	1.281
0.659	0.0910	0.8	0.0627	1.451
0.741	0.1077	0.9	0.0713	1.512
0.823	0.1156	1	0.0790	1.464
0.906	0.1292	1.1	0.0872	1.481
0.988	0.1482	1.2	0.0939	1.578
1.070	0.1565	1.3	0.1001	1.563
1.153	0.1731	1.4	0.1065	1.626
1.235	0.1818	1.5	0.1124	1.618
1.317	0.1960	1.6	0.1184	1.655
1.400	0.2123	1.7	0.1243	1.708
1.482	0.2229	1.8	0.1301	1.713
1.564	0.2298	1.9	0.1363	1.686
1.647	0.2346	2	0.1430	1.641

**Tab. A1.4. Procedura 1 direzione x caso 2.**

PROCEDURA 1 - DIREZIONE Y				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.082	0.0063	0.1	0.0014	4.573
0.165	0.0159	0.2	0.0058	2.728
0.247	0.0287	0.3	0.0129	2.226
0.329	0.0402	0.4	0.0216	1.859
0.412	0.0458	0.5	0.0310	1.476
0.494	0.0553	0.6	0.0424	1.305
0.576	0.0645	0.7	0.0540	1.193
0.659	0.0812	0.8	0.0627	1.294
0.741	0.1026	0.9	0.0713	1.439
0.823	0.1153	1	0.0790	1.460
0.906	0.1318	1.1	0.0872	1.511
0.988	0.1454	1.2	0.0939	1.549
1.070	0.1504	1.3	0.1001	1.502
1.153	0.1522	1.4	0.1065	1.429
1.235	0.1587	1.5	0.1124	1.412
1.317	0.1666	1.6	0.1184	1.407
1.400	0.1764	1.7	0.1243	1.419
1.482	0.1967	1.8	0.1301	1.512
1.564	0.2159	1.9	0.1363	1.584
1.647	0.2212	2	0.1430	1.547

**Tab. A1.5. Procedura 1 direzione y caso 2.**

PROCEDURA 2 - DIREZIONE X					PROCEDURA 2 - DIREZIONE Y					Smorzamento di Rodrigues $\xi_{ine}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{el}$ (%)		
Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)				
6.52	8.70	0.21	23.50	53.75	6.25	8.34	0.21	26.50	53.62	24.94	53.69	0.464	0.4644
3.37	4.49	0.31	22.75	48.46	3.73	4.97	0.32	20.50	49.76	21.51	49.18	0.437	0.4228
2.71	3.62	0.42	19.75	44.93	3.04	4.06	0.44	18.25	46.93	18.91	46.04	0.411	
2.25	3.00	0.51	19.75	40.96	2.54	3.39	0.54	18.25	43.64	18.91	42.46	0.445	
1.90	2.54	0.59	22.50	36.57	2.02	2.69	0.60	21.50	38.19	21.97	37.43	0.587	
1.77	2.36	0.68	23.25	34.41	1.78	2.38	0.68	22.75	34.61	23.00	34.51	0.666	
1.75	2.34	0.79	20.25	34.04	1.63	2.18	0.76	21.50	31.69	20.83	32.94	0.632	
1.98	2.64	0.96	17.25	37.72	1.77	2.36	0.91	19.75	34.36	18.36	36.23	0.507	
2.07	2.76	1.10	15.50	38.83	1.97	2.62	1.07	16.25	37.50	15.86	38.20	0.415	
2.00	2.67	1.20	15.25	37.96	2.00	2.66	1.20	15.50	37.90	15.37	37.93	0.405	
2.02	2.70	1.33	13.75	38.28	2.07	2.75	1.34	13.50	38.81	13.62	38.55	0.353	
2.16	2.88	1.50	13.25	39.93	2.12	2.22	1.43	11.75	39.73	12.51	39.83	0.314	
2.14	2.85	1.61	14.50	39.68	2.05	2.74	1.58	14.75	38.65	14.62	39.19	0.373	
2.22	2.96	1.77	14.25	40.65	1.95	2.61	1.66	16.50	37.30	15.23	39.19	0.389	
2.21	2.95	1.89	13.75	40.53	1.93	2.57	1.77	16.75	36.97	15.05	38.99	0.386	
2.26	3.02	2.04	13.25	41.08	1.92	2.57	1.89	16.50	36.86	14.61	39.31	0.372	
2.33	3.11	2.20	13.25	41.80	1.94	2.59	2.01	16.25	37.10	14.48	39.88	0.363	
2.34	3.12	2.34	12.75	41.87	2.07	2.76	2.20	15.75	38.82	14.06	40.54	0.347	
2.30	3.07	2.45	12.25	41.51	2.17	2.89	2.37	14.25	40.02	13.19	40.81	0.323	
2.24	2.99	2.54	11.25	40.88	2.12	2.82	2.47	13.50	39.42	12.31	40.19	0.306	

Tab. A1.6. Procedura 2 e rapporto tra gli smorzamenti caso 2.

**Caso 3:**  $v_x = v_y = 0.2$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 0.5$ ,  $d_x^* = d_y^* = 1$

PROCEDURA 1 - DIREZIONE X				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.083	0.0064	0.1	0.0014	4.644
0.165	0.0140	0.2	0.0058	2.407
0.248	0.0255	0.3	0.0129	1.977
0.331	0.0346	0.4	0.0216	1.602
0.413	0.0425	0.5	0.0310	1.372
0.496	0.0548	0.6	0.0424	1.294
0.579	0.0692	0.7	0.0540	1.280
0.661	0.0871	0.8	0.0627	1.388
0.744	0.1028	0.9	0.0713	1.442
0.827	0.1116	1	0.0790	1.413
0.909	0.1240	1.1	0.0872	1.422
0.992	0.1417	1.2	0.0939	1.510
1.075	0.1550	1.3	0.1001	1.548
1.157	0.1670	1.4	0.1065	1.569
1.240	0.1836	1.5	0.1124	1.633
1.323	0.1980	1.6	0.1184	1.672
1.405	0.2137	1.7	0.1243	1.719
1.488	0.2237	1.8	0.1301	1.719
1.571	0.2311	1.9	0.1363	1.695
1.653	0.2327	2	0.1430	1.627

**Tab.A1.7. Procedura 1 direzione x caso 3.**

PROCEDURA 1 - DIREZIONE Y				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.083	0.0059	0.1	0.0014	4.322
0.165	0.0152	0.2	0.0058	2.620
0.248	0.0282	0.3	0.0129	2.188
0.331	0.0395	0.4	0.0216	1.829
0.413	0.0453	0.5	0.0310	1.462
0.496	0.0545	0.6	0.0424	1.287
0.579	0.0655	0.7	0.0540	1.211
0.661	0.0817	0.8	0.0627	1.302
0.744	0.0970	0.9	0.0713	1.361
0.827	0.1085	1	0.0790	1.374
0.909	0.1272	1.1	0.0872	1.458
0.992	0.1367	1.2	0.0939	1.456
1.075	0.1428	1.3	0.1001	1.426
1.157	0.1457	1.4	0.1065	1.369
1.240	0.1548	1.5	0.1124	1.378
1.323	0.1652	1.6	0.1184	1.395
1.405	0.1775	1.7	0.1243	1.428
1.488	0.1888	1.8	0.1301	1.451
1.571	0.2044	1.9	0.1363	1.500
1.653	0.2049	2	0.1430	1.433

**Tab.A1.8. Procedura 1 direzione y caso 3.**

PROCEDURA 2 - DIREZIONE X					PROCEDURA 2 - DIREZIONE Y					Smorzamento di Rodrigues $\xi_{ine}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{el}$ (%)		
Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)				
6.85	6.85	0.21	25.50	53.71	6.38	6.38	0.20	23.75	53.44	24.69	53.59	0.461	0.461
3.55	3.55	0.31	23.75	48.14	3.86	3.86	0.32	22.50	49.29	23.07	48.76	0.473	0.441
2.92	2.92	0.42	20.25	44.86	3.23	3.23	0.44	18.75	46.66	19.42	45.85	0.424	
2.36	2.36	0.50	19.75	40.31	2.70	2.70	0.54	18.75	43.31	19.18	42.01	0.457	
2.02	2.02	0.58	21.25	36.13	2.16	2.16	0.60	21.75	37.94	21.52	37.09	0.580	
1.91	1.91	0.68	23.25	34.35	1.90	1.90	0.68	23.50	34.19	23.37	34.27	0.682	
1.89	1.89	0.79	20.50	34.02	1.79	1.79	0.77	21.50	32.20	20.97	33.16	0.632	
2.05	2.05	0.94	18.25	36.48	1.92	1.92	0.91	19.50	34.55	18.83	35.58	0.529	
2.13	2.13	1.07	16.25	37.55	2.01	2.01	1.05	17.75	35.91	16.96	36.78	0.461	
2.08	2.08	1.18	16.25	36.98	2.03	2.03	1.17	17.25	36.17	16.74	36.59	0.457	
2.10	2.10	1.30	14.50	37.16	2.15	2.15	1.32	14.25	37.86	14.37	37.52	0.383	
2.23	2.23	1.47	13.75	38.79	2.15	1.69	1.39	13.25	38.07	13.51	38.45	0.351	
2.28	2.28	1.61	14.75	39.44	2.10	2.10	1.54	15.50	37.25	15.09	38.44	0.393	
2.31	2.31	1.74	14.75	39.78	2.02	2.02	1.63	17.25	36.06	15.83	38.17	0.415	
2.41	2.41	1.90	13.75	40.78	2.03	2.03	1.75	17.25	36.26	15.21	38.90	0.391	
2.47	2.47	2.05	12.75	41.34	2.06	2.06	1.88	16.75	36.62	14.39	39.40	0.365	
2.54	2.54	2.21	12.75	41.97	2.11	2.11	2.02	16.25	37.28	14.18	40.05	0.354	
2.54	2.54	2.34	12.50	41.96	2.14	2.14	2.16	16.50	37.73	14.16	40.20	0.352	
2.50	2.50	2.45	11.75	41.65	2.21	2.21	2.31	15.50	38.63	13.40	40.32	0.332	
2.40	2.40	2.53	11.50	40.69	2.11	2.11	2.38	16.25	37.38	13.58	39.24	0.346	

Tab.A1.9. Procedura 2 e rapporto tra gli smorzamenti caso 3.

**Caso 4:**  $\nu_x = \nu_y = 0.2$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 1$ ,  $d_x^* = d_y^* = 0.5$

PROCEDURA 1 - DIREZIONE X				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.080	0.0053	0.1	0.0014	3.908
0.161	0.0138	0.2	0.0058	2.368
0.241	0.0229	0.3	0.0129	1.778
0.322	0.0326	0.4	0.0216	1.508
0.402	0.0426	0.5	0.0310	1.376
0.483	0.0558	0.6	0.0424	1.318
0.563	0.0674	0.7	0.0540	1.247
0.644	0.0851	0.8	0.0627	1.357
0.724	0.1044	0.9	0.0713	1.465
0.805	0.1127	1	0.0790	1.427
0.885	0.1278	1.1	0.0872	1.465
0.966	0.1457	1.2	0.0939	1.552
1.046	0.1568	1.3	0.1001	1.565
1.126	0.1691	1.4	0.1065	1.588
1.207	0.1803	1.5	0.1124	1.604
1.287	0.1905	1.6	0.1184	1.608
1.368	0.2028	1.7	0.1243	1.631
1.448	0.2120	1.8	0.1301	1.629
1.529	0.2199	1.9	0.1363	1.614
1.609	0.2276	2	0.1430	1.592

**Tab. A1.10. Procedura 1 direzione x caso 4.**

PROCEDURA 1 - DIREZIONE Y				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.080	0.0051	0.1	0.0014	3.721
0.161	0.0140	0.2	0.0058	2.413
0.241	0.0273	0.3	0.0129	2.120
0.322	0.0386	0.4	0.0216	1.786
0.402	0.0438	0.5	0.0310	1.413
0.483	0.0511	0.6	0.0424	1.206
0.563	0.0595	0.7	0.0540	1.102
0.644	0.0777	0.8	0.0627	1.239
0.724	0.0980	0.9	0.0713	1.376
0.805	0.1145	1	0.0790	1.449
0.885	0.1267	1.1	0.0872	1.453
0.966	0.1381	1.2	0.0939	1.471
1.046	0.1460	1.3	0.1001	1.458
1.126	0.1509	1.4	0.1065	1.417
1.207	0.1561	1.5	0.1124	1.389
1.287	0.1633	1.6	0.1184	1.379
1.368	0.1720	1.7	0.1243	1.383
1.448	0.1850	1.8	0.1301	1.421
1.529	0.2040	1.9	0.1363	1.497
1.609	0.2148	2	0.1430	1.502

**Tab. A1.11. Procedura 1 direzione y caso 4.**

PROCEDURA 2 - DIREZIONE X					PROCEDURA 2 - DIREZIONE Y					Smorzamento di Rodrigues $\xi_{ine}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{el}$ (%)		
Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)				
4.63	9.26	0.19	23.50	50.55	4.41	8.82	0.18	19.25	50.36	21.48	50.46	0.426	0.426
2.81	5.61	0.30	21.50	46.61	2.86	5.72	0.30	20.50	46.84	20.99	46.73	0.449	0.453
2.11	4.21	0.39	19.25	41.92	2.51	5.02	0.43	18.50	45.04	18.81	43.75	0.430	
1.79	3.57	0.49	20.75	38.23	2.12	4.23	0.53	18.75	42.02	19.58	40.44	0.484	
1.63	3.26	0.58	21.25	35.80	1.67	3.35	0.59	21.75	36.54	21.51	36.18	0.594	
1.56	3.12	0.68	22.50	34.57	1.43	2.86	0.66	24.25	31.83	23.30	33.32	0.699	
1.48	2.95	0.78	20.75	32.89	1.31	2.61	0.73	22.75	28.71	21.63	31.06	0.696	
1.61	3.22	0.93	18.50	35.42	1.47	2.94	0.89	20.75	32.69	19.52	34.18	0.571	
1.74	3.47	1.08	15.75	37.50	1.63	3.26	1.05	17.50	35.81	16.57	36.70	0.451	
1.69	3.38	1.18	15.75	36.81	1.72	3.43	1.19	15.50	37.22	15.62	37.02	0.422	
1.74	3.47	1.32	14.25	37.49	1.72	3.44	1.31	14.25	37.28	14.25	37.38	0.381	
1.84	3.68	1.48	13.25	38.94	1.74	2.78	1.37	12.50	37.98	12.90	38.48	0.335	
1.85	3.71	1.61	14.50	39.14	1.73	3.45	1.56	15.25	37.37	14.85	38.31	0.388	
1.88	3.76	1.74	14.50	39.48	1.68	3.36	1.65	16.50	36.61	15.39	38.21	0.403	
1.90	3.80	1.88	14.25	39.71	1.65	3.29	1.75	17.25	36.07	15.54	38.15	0.407	
1.91	3.81	2.01	13.50	39.77	1.63	3.27	1.87	17.25	35.87	15.09	38.12	0.396	
1.93	3.87	2.15	13.75	40.09	1.64	3.28	1.98	17.25	35.96	15.21	38.36	0.397	
1.93	3.86	2.27	13.75	40.06	1.68	3.37	2.13	16.75	36.70	15.05	38.61	0.390	
1.91	3.82	2.39	13.50	39.85	1.77	3.55	2.30	15.50	38.04	14.42	39.01	0.370	
1.89	3.77	2.49	12.50	39.53	1.78	3.56	2.43	14.50	38.13	13.44	38.87	0.346	

Tab. A1.12. Procedura 2 e rapporto tra gli smorzamenti caso.

**Caso 5:**  $v_x = v_y = 0.2$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 1$ ,  $d_x^* = d_y^* = 0.75$

PROCEDURA 1 - DIREZIONE X				
Periodo iniziale oscillatore non lineare $T_1$ (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo $T_{eff}$ (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.082	0.0052	0.1	0.0014	3.782
0.164	0.0132	0.2	0.0058	2.264
0.247	0.0234	0.3	0.0129	1.814
0.329	0.0334	0.4	0.0216	1.544
0.411	0.0427	0.5	0.0310	1.377
0.493	0.0558	0.6	0.0424	1.317
0.575	0.0668	0.7	0.0540	1.236
0.657	0.0868	0.8	0.0627	1.383
0.740	0.1023	0.9	0.0713	1.436
0.822	0.1125	1	0.0790	1.424
0.904	0.1223	1.1	0.0872	1.402
0.986	0.1426	1.2	0.0939	1.519
1.068	0.1510	1.3	0.1001	1.508
1.151	0.1645	1.4	0.1065	1.545
1.233	0.1735	1.5	0.1124	1.543
1.315	0.1882	1.6	0.1184	1.589
1.397	0.2048	1.7	0.1243	1.647
1.479	0.2141	1.8	0.1301	1.645
1.561	0.2246	1.9	0.1363	1.648
1.644	0.2317	2	0.1430	1.620

**Tab. A1.13. Procedura 1 direzione x caso 5.**

PROCEDURA 1 - DIREZIONE Y				
Periodo iniziale oscillatore non lineare $T_1$ (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo $T_{eff}$ (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.082	0.0048	0.1	0.0014	3.508
0.164	0.0129	0.2	0.0058	2.224
0.247	0.0264	0.3	0.0129	2.049
0.329	0.0384	0.4	0.0216	1.778
0.411	0.0443	0.5	0.0310	1.430
0.493	0.0512	0.6	0.0424	1.208
0.575	0.0602	0.7	0.0540	1.115
0.657	0.0785	0.8	0.0627	1.251
0.740	0.0980	0.9	0.0713	1.375
0.822	0.1106	1	0.0790	1.400
0.904	0.1229	1.1	0.0872	1.409
0.986	0.1339	1.2	0.0939	1.427
1.068	0.1387	1.3	0.1001	1.385
1.151	0.1411	1.4	0.1065	1.325
1.233	0.1447	1.5	0.1124	1.287
1.315	0.1572	1.6	0.1184	1.328
1.397	0.1692	1.7	0.1243	1.361
1.479	0.1837	1.8	0.1301	1.411
1.561	0.2082	1.9	0.1363	1.528
1.644	0.2135	2	0.1430	1.493

**Tab. A1.14. Procedura 1 direzione y caso 5.**

PROCEDURA 2 - DIREZIONE X					PROCEDURA 2 - DIREZIONE Y								
Duttività media telaio $\mu\text{F}$	Duttività media controvento $\mu\text{DB}$	$T_{\text{eff}}$ (s)	$\xi_{\text{ine}}$ (%)	$\xi_{\text{el}}$ (%)	Duttività media telaio $\mu\text{F}$	Duttività media controvento $\mu\text{DB}$	$T_{\text{eff}}$ (s)	$\xi_{\text{ine}}$ (%)	$\xi_{\text{el}}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{\text{ine}}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{\text{el}}$ (%)		
4.98	6.64	0.19	25.75	50.68	4.62	6.16	0.18	23.25	50.32	24.59	50.51	0.487	0.487
2.98	3.97	0.29	20.50	46.14	2.93	3.90	0.29	21.25	45.88	20.87	46.01	0.454	0.459
2.39	3.18	0.40	20.50	42.41	2.70	3.60	0.42	18.50	44.61	19.38	43.64	0.444	
2.03	2.71	0.49	19.75	38.86	2.34	3.12	0.53	18.75	42.01	19.18	40.66	0.472	
1.81	2.42	0.58	21.25	35.89	1.88	2.51	0.59	21.25	36.91	21.25	36.41	0.584	
1.73	2.31	0.68	22.50	34.60	1.59	2.12	0.66	24.25	31.91	23.30	33.37	0.698	
1.63	2.17	0.77	20.50	32.64	1.47	1.96	0.74	22.75	29.16	21.51	31.08	0.692	
1.82	2.43	0.93	17.75	36.01	1.65	2.20	0.89	20.50	33.02	18.99	34.67	0.548	
1.89	2.52	1.07	16.50	37.02	1.81	2.41	1.05	17.50	35.83	16.98	36.45	0.466	
1.87	2.50	1.18	15.75	36.80	1.84	2.46	1.17	16.25	36.34	16.00	36.57	0.437	
1.85	2.46	1.29	15.25	36.38	1.86	2.47	1.30	14.75	36.52	15.00	36.45	0.411	
2.00	2.67	1.46	13.25	38.47	1.88	1.98	1.34	12.75	37.20	13.02	37.88	0.344	
1.99	2.65	1.58	14.75	38.29	1.82	2.43	1.52	15.75	36.04	15.21	37.26	0.408	
2.03	2.71	1.72	14.75	38.89	1.74	2.33	1.60	17.75	34.77	16.02	37.14	0.431	
2.03	2.71	1.85	14.75	38.86	1.70	2.26	1.69	18.75	33.92	16.39	36.83	0.445	
2.09	2.79	2.00	14.50	39.56	1.75	2.33	1.83	17.75	34.83	15.84	37.61	0.421	
2.17	2.89	2.16	13.75	40.38	1.79	2.39	1.97	17.50	35.55	15.27	38.42	0.397	
2.17	2.89	2.28	13.75	40.36	1.86	2.48	2.12	16.75	36.56	15.02	38.74	0.388	
2.17	2.89	2.41	12.75	40.39	2.01	2.68	2.33	15.25	38.61	13.91	39.57	0.351	
2.13	2.84	2.52	11.75	40.00	1.97	2.62	2.42	14.50	38.03	13.01	39.10	0.333	

Tab. A1.15. Procedura 2 e rapporto tra gli smorzamenti caso 5.

**Caso 6:**  $v_x = v_y = 0.2$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 1$ ,  $d_x^* = d_y^* = 1$

PROCEDURA 1 - DIREZIONE X				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.083	0.0050	0.1	0.0014	3.642
0.165	0.0124	0.2	0.0058	2.142
0.248	0.0236	0.3	0.0129	1.831
0.330	0.0338	0.4	0.0216	1.566
0.413	0.0429	0.5	0.0310	1.383
0.496	0.0556	0.6	0.0424	1.313
0.578	0.0674	0.7	0.0540	1.248
0.661	0.0839	0.8	0.0627	1.338
0.743	0.0978	0.9	0.0713	1.372
0.826	0.1087	1	0.0790	1.377
0.908	0.1201	1.1	0.0872	1.377
0.991	0.1363	1.2	0.0939	1.451
1.074	0.1501	1.3	0.1001	1.499
1.156	0.1629	1.4	0.1065	1.530
1.239	0.1754	1.5	0.1124	1.561
1.321	0.1872	1.6	0.1184	1.581
1.404	0.2061	1.7	0.1243	1.657
1.487	0.2170	1.8	0.1301	1.667
1.569	0.2234	1.9	0.1363	1.639
1.652	0.2278	2	0.1430	1.593

**Tab. A1.16. Procedura 1 direzione x caso 6.**

PROCEDURA 1 - DIREZIONE Y				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.083	0.0046	0.1	0.0014	3.342
0.165	0.0125	0.2	0.0058	2.156
0.248	0.0258	0.3	0.0129	1.999
0.330	0.0381	0.4	0.0216	1.764
0.413	0.0436	0.5	0.0310	1.405
0.496	0.0503	0.6	0.0424	1.187
0.578	0.0621	0.7	0.0540	1.149
0.661	0.0802	0.8	0.0627	1.278
0.743	0.0938	0.9	0.0713	1.316
0.826	0.1048	1	0.0790	1.327
0.908	0.1203	1.1	0.0872	1.379
0.991	0.1277	1.2	0.0939	1.360
1.074	0.1330	1.3	0.1001	1.328
1.156	0.1369	1.4	0.1065	1.286
1.239	0.1431	1.5	0.1124	1.273
1.321	0.1524	1.6	0.1184	1.287
1.404	0.1651	1.7	0.1243	1.328
1.487	0.1784	1.8	0.1301	1.371
1.569	0.1955	1.9	0.1363	1.435
1.652	0.1996	2	0.1430	1.396

**Tab. A1.17. Procedura 1 direzione y caso 6.**

PROCEDURA 2 - DIREZIONE X					PROCEDURA 2 - DIREZIONE Y								
Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{ine}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{el}$ (%)		
5.40	5.40	0.18	20.50	50.57	4.96	4.96	0.18	26.75	50.09	23.36	50.35	0.464	0.464
3.18	3.18	0.29	23.25	45.34	3.20	3.20	0.29	22.75	45.44	23.00	45.39	0.507	0.476
2.72	2.72	0.40	20.25	42.61	2.97	2.97	0.42	19.50	44.22	19.84	43.48	0.456	
2.32	2.32	0.50	20.50	39.23	2.62	2.62	0.52	18.25	41.86	19.24	40.70	0.473	
2.05	2.05	0.58	20.75	36.01	2.09	2.09	0.59	21.75	36.45	21.26	36.23	0.587	
1.95	1.95	0.68	22.50	34.51	1.76	1.76	0.65	23.75	31.33	23.06	33.08	0.697	
1.85	1.85	0.78	20.75	32.96	1.70	1.70	0.75	22.25	30.21	21.44	31.70	0.676	
1.99	1.99	0.92	18.75	35.06	1.90	1.90	0.90	19.75	33.70	19.23	34.41	0.559	
2.04	2.04	1.05	17.50	35.79	1.95	1.95	1.03	18.50	34.59	17.98	35.22	0.511	
2.04	2.04	1.17	16.75	35.88	1.97	1.97	1.15	17.75	34.83	17.23	35.38	0.487	
2.04	2.04	1.28	15.50	35.89	2.05	2.05	1.28	15.50	35.94	15.50	35.91	0.432	
2.15	2.15	1.43	14.25	37.32	2.02	1.59	1.31	13.75	35.86	14.02	36.63	0.383	
2.22	2.22	1.58	14.75	38.15	1.97	1.97	1.49	16.50	34.84	15.52	36.70	0.423	
2.27	2.27	1.71	15.25	38.66	1.91	1.91	1.58	18.25	33.89	16.49	36.68	0.450	
2.32	2.32	1.85	14.50	39.15	1.89	1.89	1.68	18.75	33.58	16.20	36.92	0.439	
2.35	2.35	1.99	14.50	39.45	1.91	1.91	1.81	18.75	33.91	16.19	37.24	0.435	
2.46	2.46	2.16	13.50	40.54	1.97	1.97	1.95	17.75	34.86	15.16	38.31	0.396	
2.47	2.47	2.30	13.50	40.67	2.03	2.03	2.09	17.50	35.76	15.11	38.69	0.391	
2.43	2.43	2.40	12.75	40.29	2.13	2.13	2.26	16.75	37.01	14.49	38.86	0.373	
2.36	2.36	2.50	12.25	39.63	2.07	2.07	2.35	16.75	36.26	14.20	38.17	0.372	

Tab. A1.18 . Procedura 2 e rapporto tra gli smorzamenti caso 6.

**Caso 7:**  $\nu_x = \nu_y = 0.2$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 2$ ,  $d_x^* = d_y^* = 0.5$

PROCEDURA 1 - DIREZIONE X				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.080	0.0043	0.1	0.0014	3.111
0.160	0.0121	0.2	0.0058	2.080
0.240	0.0225	0.3	0.0129	1.744
0.320	0.0334	0.4	0.0216	1.547
0.401	0.0431	0.5	0.0310	1.390
0.481	0.0564	0.6	0.0424	1.332
0.561	0.0653	0.7	0.0540	1.208
0.641	0.0812	0.8	0.0627	1.294
0.721	0.0993	0.9	0.0713	1.394
0.801	0.1080	1	0.0790	1.368
0.881	0.1227	1.1	0.0872	1.406
0.961	0.1404	1.2	0.0939	1.495
1.041	0.1496	1.3	0.1001	1.494
1.121	0.1613	1.4	0.1065	1.515
1.202	0.1704	1.5	0.1124	1.516
1.282	0.1807	1.6	0.1184	1.526
1.362	0.1931	1.7	0.1243	1.553
1.442	0.2004	1.8	0.1301	1.540
1.522	0.2093	1.9	0.1363	1.536
1.602	0.2199	2	0.1430	1.538

**Tab. A1.19. Procedura 1 direzione x caso 7.**

PROCEDURA 1 - DIREZIONE Y				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.080	0.0044	0.1	0.0014	3.219
0.160	0.0113	0.2	0.0058	1.943
0.240	0.0247	0.3	0.0129	1.918
0.320	0.0377	0.4	0.0216	1.746
0.401	0.0439	0.5	0.0310	1.415
0.481	0.0492	0.6	0.0424	1.162
0.561	0.0586	0.7	0.0540	1.085
0.641	0.0774	0.8	0.0627	1.234
0.721	0.0962	0.9	0.0713	1.349
0.801	0.1077	1	0.0790	1.364
0.881	0.1149	1.1	0.0872	1.318
0.961	0.1226	1.2	0.0939	1.306
1.041	0.1291	1.3	0.1001	1.289
1.121	0.1389	1.4	0.1065	1.304
1.202	0.1450	1.5	0.1124	1.290
1.282	0.1566	1.6	0.1184	1.322
1.362	0.1648	1.7	0.1243	1.325
1.442	0.1756	1.8	0.1301	1.349
1.522	0.1865	1.9	0.1363	1.368
1.602	0.2061	2	0.1430	1.441

**Tab. A1.20. Procedura 1 direzione y caso 7.**

PROCEDURA 2 - DIREZIONE X					PROCEDURA 2 - DIREZIONE Y								
Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{ine}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{el}$ (%)		
3.32	6.65	0.17	21.25	47.70	3.44	6.88	0.17	17.75	47.88	19.44	47.79	0.407	0.407
2.22	4.44	0.28	21.75	43.78	2.08	4.15	0.27	23.25	42.74	22.45	43.29	0.519	0.502
1.86	3.73	0.39	21.50	40.83	2.05	4.10	0.41	20.25	42.53	20.82	41.76	0.498	
1.65	3.31	0.49	19.50	38.32	1.87	3.73	0.52	19.25	40.86	19.36	39.74	0.487	
1.48	2.97	0.58	21.50	35.70	1.51	3.02	0.59	21.25	36.16	21.37	35.93	0.595	
1.42	2.85	0.69	22.75	34.54	1.24	2.48	0.64	24.50	30.42	23.51	32.76	0.718	
1.29	2.58	0.77	21.75	31.66	1.16	2.32	0.73	23.50	28.06	22.53	30.05	0.750	
1.38	2.76	0.90	19.75	33.72	1.32	2.64	0.88	20.75	32.33	20.23	33.06	0.612	
1.49	2.98	1.05	17.75	35.77	1.44	2.88	1.04	18.25	34.91	17.99	35.35	0.509	
1.46	2.92	1.16	17.50	35.27	1.46	2.91	1.16	17.25	35.19	17.38	35.23	0.493	
1.50	3.01	1.29	15.50	36.01	1.41	2.82	1.25	16.50	34.25	15.97	35.18	0.454	
1.60	3.19	1.45	13.50	37.53	1.39	2.27	1.27	14.75	34.35	14.04	36.15	0.388	
1.60	3.19	1.57	14.75	37.50	1.38	2.75	1.46	16.75	33.62	15.60	35.85	0.435	
1.62	3.24	1.70	15.50	37.83	1.39	2.79	1.59	18.25	33.96	16.67	36.18	0.461	
1.62	3.24	1.82	15.50	37.85	1.38	2.76	1.69	18.75	33.64	16.87	36.08	0.467	
1.63	3.26	1.95	14.75	38.01	1.41	2.83	1.82	18.25	34.35	16.25	36.44	0.446	
1.66	3.32	2.09	14.75	38.41	1.42	2.83	1.94	18.25	34.41	16.22	36.72	0.442	
1.65	3.29	2.20	15.25	38.22	1.44	2.88	2.07	17.50	34.90	16.23	36.78	0.441	
1.64	3.28	2.32	14.50	38.15	1.46	2.92	2.20	17.75	35.28	15.94	36.88	0.432	
1.64	3.29	2.45	13.50	38.19	1.54	3.08	2.37	16.50	36.63	14.90	37.46	0.398	

Tab. A1.21. Procedura 2 e rapporto tra gli smorzamenti caso 7.

**Caso 8:**  $v_x = v_y = 0.2$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 2$ ,  $d_x^* = d_y^* = 0.75$

PROCEDURA 1 - DIREZIONE X				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.082	0.0043	0.1	0.0014	3.150
0.164	0.0113	0.2	0.0058	1.937
0.246	0.0235	0.3	0.0129	1.825
0.328	0.0340	0.4	0.0216	1.573
0.411	0.0438	0.5	0.0310	1.412
0.493	0.0567	0.6	0.0424	1.338
0.575	0.0662	0.7	0.0540	1.225
0.657	0.0856	0.8	0.0627	1.365
0.739	0.0992	0.9	0.0713	1.392
0.821	0.1098	1	0.0790	1.390
0.903	0.1202	1.1	0.0872	1.378
0.985	0.1377	1.2	0.0939	1.466
1.067	0.1466	1.3	0.1001	1.464
1.149	0.1584	1.4	0.1065	1.488
1.232	0.1674	1.5	0.1124	1.490
1.314	0.1818	1.6	0.1184	1.536
1.396	0.1962	1.7	0.1243	1.578
1.478	0.2069	1.8	0.1301	1.589
1.560	0.2176	1.9	0.1363	1.596
1.642	0.2284	2	0.1430	1.597

**Tab. A1.22. Procedura 1 direzione x caso 8.**

PROCEDURA 1 - DIREZIONE Y				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.082	0.0044	0.1	0.0014	3.181
0.164	0.0106	0.2	0.0058	1.818
0.246	0.0238	0.3	0.0129	1.847
0.328	0.0375	0.4	0.0216	1.734
0.411	0.0442	0.5	0.0310	1.426
0.493	0.0502	0.6	0.0424	1.185
0.575	0.0595	0.7	0.0540	1.101
0.657	0.0778	0.8	0.0627	1.240
0.739	0.0951	0.9	0.0713	1.334
0.821	0.1052	1	0.0790	1.332
0.903	0.1131	1.1	0.0872	1.297
0.985	0.1220	1.2	0.0939	1.299
1.067	0.1287	1.3	0.1001	1.285
1.149	0.1337	1.4	0.1065	1.256
1.232	0.1366	1.5	0.1124	1.215
1.314	0.1495	1.6	0.1184	1.262
1.396	0.1574	1.7	0.1243	1.266
1.478	0.1748	1.8	0.1301	1.343
1.560	0.1912	1.9	0.1363	1.403
1.642	0.2039	2	0.1430	1.426

**Tab. A1.23. Procedura 1 in direzione y caso 8.**

PROCEDURA 2 - DIREZIONE X					PROCEDURA 2 - DIREZIONE Y								
Duttività media telaio $\mu F$	Duttività media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Duttività media telaio $\mu F$	Duttività media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{ine}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{el}$ (%)		
3.97	5.30	0.17	21.50	48.07	4.01	5.35	0.17	19.25	48.13	20.36	48.10	0.423	0.423
2.44	3.26	0.27	20.25	42.84	2.29	3.06	0.26	20.75	41.74	20.48	42.33	0.484	0.496
2.30	3.07	0.40	19.25	41.81	2.33	3.11	0.40	19.50	42.03	19.38	41.92	0.462	
1.98	2.65	0.49	19.50	38.80	2.19	2.92	0.52	19.25	40.84	19.36	39.92	0.485	
1.78	2.38	0.59	22.25	36.19	1.80	2.40	0.59	20.50	36.44	21.37	36.32	0.588	
1.69	2.25	0.69	22.75	34.74	1.50	1.99	0.65	23.50	31.10	23.08	33.14	0.696	
1.55	2.06	0.77	21.25	32.14	1.39	1.85	0.73	23.25	28.61	22.14	30.57	0.724	
1.72	2.30	0.93	18.75	35.29	1.56	2.09	0.89	20.75	32.53	19.65	34.04	0.577	
1.76	2.34	1.05	17.25	35.82	1.68	2.24	1.03	18.25	34.66	17.73	35.27	0.503	
1.75	2.34	1.17	17.25	35.77	1.68	2.24	1.14	17.75	34.60	17.49	35.21	0.497	
1.74	2.32	1.28	16.25	35.55	1.64	2.18	1.24	17.25	33.85	16.72	34.75	0.481	
1.85	2.47	1.44	14.25	37.14	1.64	1.76	1.27	14.75	34.26	14.47	35.87	0.403	
1.85	2.46	1.56	15.25	37.10	1.62	2.16	1.46	17.25	33.59	16.12	35.57	0.453	
1.88	2.50	1.69	15.50	37.50	1.58	2.11	1.56	18.25	32.90	16.64	35.59	0.468	
1.88	2.51	1.81	15.75	37.53	1.53	2.04	1.64	19.75	31.88	17.35	35.28	0.492	
1.94	2.58	1.96	14.75	38.25	1.59	2.12	1.79	19.25	33.06	16.56	36.16	0.458	
1.99	2.66	2.11	14.50	38.88	1.60	2.13	1.90	18.50	33.15	16.07	36.64	0.439	
2.01	2.67	2.24	14.75	39.03	1.69	2.26	2.07	17.75	34.84	16.00	37.29	0.429	
2.01	2.69	2.37	14.25	39.13	1.77	2.36	2.23	17.75	36.01	15.77	37.77	0.418	
2.02	2.69	2.49	12.25	39.14	1.80	2.40	2.36	16.25	36.44	14.02	37.94	0.370	

Tab. A1.24. Procedura 2 e rapporto tra gli smorzamenti caso 8.

**Caso 9:**  $\nu_x = \nu_y = 0.2$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 2$ ,  $d_x^* = d_y^* = 1$

PROCEDURA 1 - DIREZIONE X				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.083	0.0044	0.1	0.0014	3.212
0.165	0.0105	0.2	0.0058	1.804
0.248	0.0237	0.3	0.0129	1.840
0.330	0.0344	0.4	0.0216	1.593
0.413	0.0443	0.5	0.0310	1.430
0.495	0.0565	0.6	0.0424	1.335
0.578	0.0669	0.7	0.0540	1.238
0.660	0.0838	0.8	0.0627	1.335
0.743	0.0961	0.9	0.0713	1.349
0.825	0.1068	1	0.0790	1.353
0.908	0.1189	1.1	0.0872	1.363
0.990	0.1328	1.2	0.0939	1.414
1.073	0.1449	1.3	0.1001	1.447
1.155	0.1576	1.4	0.1065	1.480
1.238	0.1691	1.5	0.1124	1.504
1.320	0.1833	1.6	0.1184	1.548
1.403	0.2010	1.7	0.1243	1.617
1.485	0.2117	1.8	0.1301	1.627
1.568	0.2208	1.9	0.1363	1.620
1.650	0.2251	2	0.1430	1.574

**Tab. A1.25. Procedura 1 direzione x caso 9.**

PROCEDURA 1 - DIREZIONE Y				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.083	0.0043	0.1	0.0014	3.144
0.165	0.0103	0.2	0.0058	1.771
0.248	0.0228	0.3	0.0129	1.767
0.330	0.0372	0.4	0.0216	1.719
0.413	0.0440	0.5	0.0310	1.421
0.495	0.0497	0.6	0.0424	1.173
0.578	0.0592	0.7	0.0540	1.096
0.660	0.0782	0.8	0.0627	1.246
0.743	0.0916	0.9	0.0713	1.285
0.825	0.1015	1	0.0790	1.286
0.908	0.1114	1.1	0.0872	1.277
0.990	0.1193	1.2	0.0939	1.271
1.073	0.1269	1.3	0.1001	1.267
1.155	0.1325	1.4	0.1065	1.245
1.238	0.1358	1.5	0.1124	1.208
1.320	0.1461	1.6	0.1184	1.234
1.403	0.1578	1.7	0.1243	1.269
1.485	0.1724	1.8	0.1301	1.325
1.568	0.1914	1.9	0.1363	1.404
1.650	0.1976	2	0.1430	1.382

**Tab. A1.26. Procedura 1 in direzione y caso 9.**

PROCEDURA 2 - DIREZIONE X					PROCEDURA 2 - DIREZIONE Y					Smorzamento di Rodrigues $\xi_{ine}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{el}$ (%)		
Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)				
4.80	4.80	0.17	20.50	48.24	4.70	4.70	0.17	21.75	48.12	21.11	48.18	0.438	0.438
2.69	2.69	0.26	19.75	41.63	2.65	2.65	0.26	20.75	41.28	20.24	41.46	0.488	0.499
2.75	2.75	0.40	19.75	41.99	2.64	2.64	0.39	19.50	41.24	19.63	41.63	0.472	
2.38	2.38	0.50	19.75	39.10	2.57	2.57	0.52	19.25	40.70	19.48	39.96	0.487	
2.14	2.14	0.59	21.25	36.53	2.12	2.12	0.59	21.50	36.36	21.37	36.44	0.586	
1.99	1.99	0.69	22.50	34.69	1.75	1.75	0.65	24.50	30.77	23.37	32.98	0.709	
1.85	1.85	0.77	20.50	32.48	1.64	1.64	0.73	23.25	28.43	21.71	30.70	0.707	
1.99	1.99	0.92	18.75	34.70	1.86	1.86	0.89	20.50	32.67	19.56	33.75	0.580	
2.01	2.01	1.04	17.75	34.98	1.92	1.92	1.01	18.75	33.60	18.23	34.32	0.531	
2.02	2.02	1.15	17.25	35.05	1.92	1.92	1.13	18.75	33.61	17.96	34.37	0.523	
2.04	2.04	1.27	15.75	35.26	1.91	1.91	1.23	17.50	33.40	16.57	34.39	0.482	
2.11	2.11	1.41	14.50	36.24	1.90	1.50	1.25	15.25	33.63	14.84	35.07	0.423	
2.16	2.16	1.55	15.25	36.83	1.89	1.89	1.45	17.50	33.17	16.23	35.24	0.460	
2.21	2.21	1.68	15.50	37.38	1.86	1.86	1.55	18.50	32.64	16.74	35.42	0.473	
2.25	2.25	1.82	15.50	37.78	1.80	1.80	1.64	20.25	31.71	17.36	35.40	0.490	
2.31	2.31	1.96	14.50	38.46	1.84	1.84	1.77	19.75	32.38	16.54	36.10	0.458	
2.41	2.41	2.13	13.75	39.43	1.90	1.90	1.90	18.50	33.23	15.56	37.06	0.420	
2.43	2.43	2.26	13.75	39.56	1.98	1.98	2.06	17.75	34.47	15.34	37.53	0.409	
2.42	2.42	2.38	13.25	39.47	2.10	2.10	2.23	17.25	36.06	14.97	38.01	0.394	
2.35	2.35	2.47	12.75	38.83	2.06	2.06	2.33	17.25	35.63	14.71	37.44	0.393	

Tab. A1.27. Procedura 2 e rapporto tra gli smorzamenti caso 9.

**Caso 10:**  $\nu_x = \nu_y = 0.4$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 0.5$ ,  $d_x^* = d_y^* = 0.25$

PROCEDURA 1 - DIREZIONE X				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.079	0.0066	0.1	0.0014	4.824
0.157	0.0129	0.2	0.0058	2.218
0.236	0.0243	0.3	0.0129	1.884
0.315	0.0365	0.4	0.0216	1.688
0.393	0.0441	0.5	0.0310	1.424
0.472	0.0542	0.6	0.0424	1.279
0.550	0.0670	0.7	0.0540	1.239
0.629	0.0841	0.8	0.0627	1.340
0.708	0.0969	0.9	0.0713	1.359
0.786	0.1082	1	0.0790	1.369
0.865	0.1301	1.1	0.0872	1.492
0.944	0.1464	1.2	0.0939	1.559
1.022	0.1610	1.3	0.1001	1.608
1.101	0.1721	1.4	0.1065	1.617
1.179	0.1862	1.5	0.1124	1.656
1.258	0.2004	1.6	0.1184	1.692
1.337	0.2096	1.7	0.1243	1.686
1.415	0.2204	1.8	0.1301	1.693
1.494	0.2299	1.9	0.1363	1.687
1.573	0.2334	2	0.1430	1.632

**Tab. A1.28. Procedura 1 direzione x caso 10.**

PROCEDURA 1 - DIREZIONE Y				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.079	0.0066	0.1	0.0014	4.842
0.157	0.0154	0.2	0.0058	2.645
0.236	0.0272	0.3	0.0129	2.111
0.315	0.0395	0.4	0.0216	1.830
0.393	0.0449	0.5	0.0310	1.449
0.472	0.0541	0.6	0.0424	1.277
0.550	0.0630	0.7	0.0540	1.165
0.629	0.0811	0.8	0.0627	1.292
0.708	0.1015	0.9	0.0713	1.424
0.786	0.1228	1	0.0790	1.554
0.865	0.1369	1.1	0.0872	1.569
0.944	0.1493	1.2	0.0939	1.590
1.022	0.1554	1.3	0.1001	1.552
1.101	0.1586	1.4	0.1065	1.489
1.179	0.1648	1.5	0.1124	1.466
1.258	0.1735	1.6	0.1184	1.465
1.337	0.1800	1.7	0.1243	1.448
1.415	0.1943	1.8	0.1301	1.493
1.494	0.2101	1.9	0.1363	1.542
1.573	0.2126	2	0.1430	1.486

**Tab. A1.29. Procedura 1 in direzione y caso 10.**

PROCEDURA 2 - DIREZIONE X					PROCEDURA 2 - DIREZIONE Y								
Duttività media telaio $\mu F$	Duttività media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Duttività media telaio $\mu F$	Duttività media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{ine}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{el}$ (%)		
5.98	23.92	0.21	22.75	53.27	6.00	24.01	0.21	22.50	53.28	22.62	53.28	0.425	0.425
2.75	11.00	0.29	21.50	46.67	3.28	13.11	0.32	22.25	49.13	21.94	48.11	0.456	0.430
2.34	9.34	0.41	20.75	43.76	2.62	10.47	0.43	18.75	45.86	19.64	44.92	0.437	
2.09	8.37	0.51	18.75	41.42	2.27	9.07	0.54	18.75	43.17	18.75	42.36	0.443	
1.77	7.06	0.59	21.50	37.12	1.80	7.19	0.60	22.25	37.60	21.88	37.37	0.586	
1.59	6.34	0.68	23.50	33.93	1.58	6.33	0.68	23.50	33.89	23.50	33.91	0.693	
1.54	6.14	0.78	21.25	32.91	1.44	5.78	0.75	21.75	30.84	21.48	31.94	0.673	
1.66	6.64	0.92	18.75	35.36	1.60	6.41	0.91	19.75	34.26	19.23	34.83	0.552	
1.69	6.74	1.04	17.50	35.79	1.77	7.06	1.07	16.75	37.12	17.11	36.49	0.469	
1.70	6.79	1.16	16.75	36.01	1.93	7.71	1.24	13.75	39.45	15.06	37.94	0.397	
1.85	7.40	1.33	13.50	38.39	1.95	7.78	1.37	12.75	39.69	13.11	39.07	0.335	
1.93	7.73	1.49	13.25	39.53	1.97	5.96	1.44	11.25	40.37	12.23	39.96	0.306	
1.99	7.97	1.64	14.25	40.28	1.92	7.69	1.61	14.50	39.40	14.37	39.86	0.361	
2.00	8.02	1.77	14.25	40.41	1.85	7.39	1.70	15.75	38.34	14.94	39.46	0.379	
2.05	8.21	1.91	13.50	40.99	1.82	7.27	1.80	15.75	37.92	14.49	39.64	0.366	
2.10	8.39	2.06	12.75	41.48	1.82	7.26	1.92	15.75	37.90	14.04	39.95	0.351	
2.09	8.36	2.19	13.50	41.40	1.79	7.18	2.03	15.75	37.58	14.45	39.78	0.363	
2.10	8.40	2.32	13.25	41.49	1.85	7.40	2.18	15.75	38.40	14.34	40.14	0.357	
2.09	8.36	2.44	11.75	41.40	1.91	7.65	2.34	14.75	39.24	13.12	40.42	0.325	
2.02	8.09	2.53	11.50	40.64	1.84	7.37	2.42	14.75	38.29	12.97	39.58	0.328	

Tab. A1.30. Procedura 2 e rapporto tra gli smorzamenti caso 10.

**Caso 11:**  $v_x = v_y = 0.4$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 0.5$ ,  $d_x^* = d_y^* = 0.5$

PROCEDURA 1 - DIREZIONE X				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.081	0.0060	0.1	0.0014	4.378
0.162	0.0129	0.2	0.0058	2.212
0.243	0.0244	0.3	0.0129	1.892
0.325	0.0346	0.4	0.0216	1.600
0.406	0.0427	0.5	0.0310	1.376
0.487	0.0530	0.6	0.0424	1.250
0.568	0.0664	0.7	0.0540	1.229
0.649	0.0851	0.8	0.0627	1.356
0.730	0.1031	0.9	0.0713	1.446
0.811	0.1112	1	0.0790	1.408
0.892	0.1289	1.1	0.0872	1.478
0.974	0.1466	1.2	0.0939	1.561
1.055	0.1579	1.3	0.1001	1.576
1.136	0.1708	1.4	0.1065	1.604
1.217	0.1824	1.5	0.1124	1.623
1.298	0.1938	1.6	0.1184	1.637
1.379	0.2048	1.7	0.1243	1.648
1.460	0.2151	1.8	0.1301	1.653
1.541	0.2255	1.9	0.1363	1.655
1.623	0.2342	2	0.1430	1.637

**Tab. A1.31. Procedura 1 direzione x caso 11.**

PROCEDURA 1 - DIREZIONE Y				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.081	0.0061	0.1	0.0014	4.451
0.162	0.0147	0.2	0.0058	2.522
0.243	0.0270	0.3	0.0129	2.092
0.325	0.0392	0.4	0.0216	1.816
0.406	0.0444	0.5	0.0310	1.431
0.487	0.0519	0.6	0.0424	1.225
0.568	0.0615	0.7	0.0540	1.138
0.649	0.0800	0.8	0.0627	1.275
0.730	0.1003	0.9	0.0713	1.408
0.811	0.1206	1	0.0790	1.527
0.892	0.1375	1.1	0.0872	1.576
0.974	0.1506	1.2	0.0939	1.604
1.055	0.1588	1.3	0.1001	1.585
1.136	0.1595	1.4	0.1065	1.497
1.217	0.1652	1.5	0.1124	1.470
1.298	0.1699	1.6	0.1184	1.435
1.379	0.1766	1.7	0.1243	1.421
1.460	0.1915	1.8	0.1301	1.471
1.541	0.2152	1.9	0.1363	1.579
1.623	0.2241	2	0.1430	1.567

**Tab. A1.32. Procedura 1 direzione y caso 11.**

PROCEDURA 2 - DIREZIONE X					PROCEDURA 2 - DIREZIONE Y								
Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{ine}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{el}$ (%)		
5.63	11.26	0.20	22.75	53.31	5.72	11.45	0.20	21.75	53.38	22.24	53.34	0.417	0.417
2.85	5.69	0.29	21.50	46.76	3.24	6.49	0.31	21.50	48.69	21.50	47.85	0.449	0.433
2.43	4.87	0.41	20.50	43.94	2.69	5.38	0.43	19.25	45.82	19.81	44.98	0.441	
2.06	4.11	0.50	19.75	40.23	2.34	4.67	0.53	18.25	43.10	18.91	41.85	0.452	
1.77	3.54	0.58	21.25	36.20	1.84	3.68	0.59	21.25	37.31	21.25	36.78	0.578	
1.61	3.22	0.67	23.75	33.24	1.58	3.15	0.66	23.50	32.57	23.63	32.91	0.718	
1.58	3.16	0.77	20.75	32.66	1.46	2.93	0.75	22.75	30.00	21.67	31.44	0.689	
1.74	3.49	0.93	18.50	35.76	1.64	3.28	0.90	19.75	33.87	19.09	34.87	0.547	
1.86	3.72	1.08	16.50	37.60	1.81	3.62	1.06	16.75	36.85	16.62	37.24	0.446	
1.81	3.62	1.18	16.25	36.86	1.96	3.93	1.23	14.50	39.06	15.30	38.05	0.402	
1.90	3.80	1.33	13.75	38.19	2.03	4.05	1.37	12.50	39.86	13.08	39.08	0.335	
2.01	4.02	1.49	13.25	39.63	2.06	3.17	1.45	11.25	40.62	12.22	40.14	0.305	
2.03	4.05	1.62	14.50	39.87	2.04	4.08	1.62	14.25	40.00	14.37	39.94	0.360	
2.06	4.12	1.76	14.50	40.29	1.93	3.85	1.70	15.50	38.55	14.97	39.48	0.379	
2.09	4.17	1.90	13.75	40.58	1.89	3.78	1.81	15.75	38.06	14.65	39.44	0.371	
2.10	4.21	2.03	13.25	40.78	1.85	3.69	1.91	16.25	37.39	14.55	39.31	0.370	
2.12	4.24	2.16	13.75	40.94	1.83	3.65	2.02	16.25	37.11	14.82	39.30	0.377	
2.13	4.25	2.30	13.75	41.02	1.89	3.78	2.17	16.25	38.07	14.85	39.72	0.374	
2.13	4.26	2.42	12.50	41.04	2.03	4.06	2.37	14.25	39.91	13.33	40.50	0.329	
2.11	4.21	2.54	11.25	40.79	2.02	4.03	2.49	12.75	39.72	11.97	40.28	0.297	

Tab. A1.33. Procedura 2 e rapporto tra gli smorzamenti caso 11.

**Caso 12:**  $v_x = v_y = 0.4$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 0.5$ ,  $d_x^* = d_y^* = 0.75$

PROCEDURA 1 - DIREZIONE X				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.082	0.0061	0.1	0.0014	4.422
0.165	0.0129	0.2	0.0058	2.227
0.247	0.0247	0.3	0.0129	1.914
0.329	0.0347	0.4	0.0216	1.606
0.412	0.0420	0.5	0.0310	1.355
0.494	0.0534	0.6	0.0424	1.260
0.576	0.0652	0.7	0.0540	1.207
0.659	0.0860	0.8	0.0627	1.370
0.741	0.1035	0.9	0.0713	1.453
0.823	0.1108	1	0.0790	1.403
0.906	0.1270	1.1	0.0872	1.456
0.988	0.1441	1.2	0.0939	1.534
1.070	0.1529	1.3	0.1001	1.527
1.153	0.1681	1.4	0.1065	1.579
1.235	0.1771	1.5	0.1124	1.575
1.317	0.1923	1.6	0.1184	1.624
1.400	0.2064	1.7	0.1243	1.660
1.482	0.2167	1.8	0.1301	1.665
1.564	0.2272	1.9	0.1363	1.667
1.647	0.2343	2	0.1430	1.638

**Tab. A1.34. Procedura 1 direzione x caso 12.**

PROCEDURA 1 - DIREZIONE Y				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.082	0.0059	0.1	0.0014	4.311
0.165	0.0142	0.2	0.0058	2.436
0.247	0.0268	0.3	0.0129	2.076
0.329	0.0394	0.4	0.0216	1.821
0.412	0.0447	0.5	0.0310	1.441
0.494	0.0516	0.6	0.0424	1.219
0.576	0.0621	0.7	0.0540	1.150
0.659	0.0798	0.8	0.0627	1.272
0.741	0.1006	0.9	0.0713	1.412
0.823	0.1155	1	0.0790	1.462
0.906	0.1326	1.1	0.0872	1.520
0.988	0.1440	1.2	0.0939	1.533
1.070	0.1514	1.3	0.1001	1.512
1.153	0.1526	1.4	0.1065	1.433
1.235	0.1574	1.5	0.1124	1.401
1.317	0.1652	1.6	0.1184	1.395
1.400	0.1743	1.7	0.1243	1.402
1.482	0.1892	1.8	0.1301	1.454
1.564	0.2120	1.9	0.1363	1.555
1.647	0.2219	2	0.1430	1.552

**Tab. A1.35. Procedura 1 direzione y caso 12.**

PROCEDURA 2 - DIREZIONE X					PROCEDURA 2 - DIREZIONE Y								
Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{ine}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{el}$ (%)		
6.05	8.06	0.20	22.25	53.50	5.90	7.86	0.20	23.75	53.39	22.98	53.45	0.430	0.430
3.04	4.06	0.29	21.25	46.93	3.33	4.44	0.31	23.25	48.29	22.34	47.67	0.469	0.443
2.62	3.49	0.41	19.75	44.22	2.84	3.78	0.43	19.50	45.74	19.61	45.04	0.435	
2.20	2.93	0.50	19.50	40.36	2.49	3.32	0.53	18.25	43.21	18.80	41.96	0.448	
1.85	2.47	0.58	21.75	35.76	1.97	2.63	0.60	22.50	37.52	22.15	36.70	0.604	
1.72	2.30	0.67	23.50	33.50	1.67	2.22	0.66	23.75	32.40	23.62	32.97	0.716	
1.65	2.20	0.77	21.50	32.08	1.57	2.10	0.75	22.25	30.40	21.86	31.28	0.699	
1.87	2.50	0.93	18.25	36.09	1.74	2.32	0.90	20.25	33.82	19.18	35.04	0.547	
1.99	2.65	1.08	16.25	37.75	1.93	2.57	1.06	16.75	36.95	16.49	37.37	0.441	
1.92	2.56	1.18	16.50	36.78	2.00	2.67	1.20	15.25	37.93	15.85	37.38	0.424	
1.99	2.65	1.32	14.25	37.81	2.08	2.77	1.35	13.50	38.97	13.86	38.42	0.361	
2.10	2.80	1.48	13.50	39.21	2.10	2.17	1.42	11.75	39.48	12.63	39.35	0.321	
2.09	2.78	1.60	14.75	39.08	2.07	2.76	1.59	14.75	38.83	14.75	38.96	0.379	
2.16	2.88	1.75	14.75	39.93	1.96	2.61	1.67	16.50	37.38	15.54	38.78	0.401	
2.15	2.87	1.87	14.50	39.88	1.92	2.55	1.77	17.25	36.73	15.71	38.49	0.408	
2.22	2.96	2.02	13.50	40.63	1.91	2.54	1.88	16.75	36.62	14.88	38.92	0.382	
2.27	3.03	2.17	13.50	41.15	1.92	2.56	2.00	17.25	36.75	15.06	39.32	0.383	
2.28	3.04	2.30	13.50	41.22	1.99	2.65	2.16	16.50	37.78	14.80	39.73	0.372	
2.28	3.04	2.43	12.50	41.25	2.13	2.84	2.35	14.50	39.56	13.43	40.46	0.332	
2.24	2.99	2.54	11.25	40.84	2.12	2.83	2.47	13.25	39.50	12.20	40.20	0.303	

Tab. A1.36. Procedura 2 e rapporto tra gli smorzamenti caso 12.

**Caso 13:**  $\nu_x = \nu_y = 0.4$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 0.5$ ,  $d_x^* = d_y^* = 1$

PROCEDURA 1 - DIREZIONE X				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.083	0.0059	0.1	0.0014	4.296
0.165	0.0124	0.2	0.0058	2.126
0.248	0.0244	0.3	0.0129	1.896
0.331	0.0344	0.4	0.0216	1.594
0.413	0.0416	0.5	0.0310	1.343
0.496	0.0538	0.6	0.0424	1.270
0.579	0.0657	0.7	0.0540	1.215
0.661	0.0837	0.8	0.0627	1.335
0.744	0.0992	0.9	0.0713	1.392
0.827	0.1075	1	0.0790	1.361
0.909	0.1235	1.1	0.0872	1.416
0.992	0.1393	1.2	0.0939	1.483
1.075	0.1488	1.3	0.1001	1.485
1.157	0.1650	1.4	0.1065	1.550
1.240	0.1759	1.5	0.1124	1.565
1.323	0.1919	1.6	0.1184	1.621
1.405	0.2088	1.7	0.1243	1.680
1.488	0.2190	1.8	0.1301	1.683
1.571	0.2283	1.9	0.1363	1.675
1.653	0.2328	2	0.1430	1.628

**Tab. A1.37. Procedura 1 direzione x caso 13.**

PROCEDURA 1 - DIREZIONE Y				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.083	0.0057	0.1	0.0014	4.137
0.165	0.0134	0.2	0.0058	2.299
0.248	0.0263	0.3	0.0129	2.038
0.331	0.0390	0.4	0.0216	1.804
0.413	0.0443	0.5	0.0310	1.429
0.496	0.0508	0.6	0.0424	1.200
0.579	0.0630	0.7	0.0540	1.165
0.661	0.0811	0.8	0.0627	1.293
0.744	0.0980	0.9	0.0713	1.375
0.827	0.1094	1	0.0790	1.386
0.909	0.1279	1.1	0.0872	1.466
0.992	0.1377	1.2	0.0939	1.466
1.075	0.1441	1.3	0.1001	1.439
1.157	0.1472	1.4	0.1065	1.382
1.240	0.1534	1.5	0.1124	1.365
1.323	0.1628	1.6	0.1184	1.375
1.405	0.1738	1.7	0.1243	1.398
1.488	0.1853	1.8	0.1301	1.424
1.571	0.2002	1.9	0.1363	1.469
1.653	0.2054	2	0.1430	1.436

**Tab. A1.38. Procedura 1 direzione y caso 13.**

PROCEDURA 2 - DIREZIONE X					PROCEDURA 2 - DIREZIONE Y								
Duttilità media telaio $\mu\text{F}$	Duttilità media controvento $\mu\text{DB}$	$T_{\text{eff}}$ (s)	$\xi_{\text{ine}}$ (%)	$\xi_{\text{el}}$ (%)	Duttilità media telaio $\mu\text{F}$	Duttilità media controvento $\mu\text{DB}$	$T_{\text{eff}}$ (s)	$\xi_{\text{ine}}$ (%)	$\xi_{\text{el}}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{\text{ine}}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{\text{el}}$ (%)		
6.34	6.34	0.20	24.25	53.42	6.10	6.10	0.20	26.75	53.24	25.45	53.33	0.477	0.477
3.14	3.14	0.29	23.50	46.17	3.39	3.39	0.30	23.25	47.45	23.37	46.86	0.499	0.457
2.80	2.80	0.41	20.50	44.05	3.01	3.01	0.42	18.50	45.43	19.43	44.79	0.434	
2.35	2.35	0.50	19.75	40.18	2.66	2.66	0.53	18.50	43.02	19.05	41.77	0.456	
1.98	1.98	0.58	22.25	35.49	2.11	2.11	0.59	21.25	37.30	21.72	36.45	0.596	
1.87	1.87	0.67	23.25	33.76	1.77	1.77	0.66	24.50	31.88	23.84	32.87	0.725	
1.79	1.79	0.77	21.25	32.31	1.72	1.72	0.75	21.75	30.87	21.49	31.62	0.680	
1.97	1.97	0.92	18.75	35.31	1.91	1.91	0.91	19.75	34.33	19.23	34.83	0.552	
2.05	2.05	1.06	17.25	36.56	2.03	2.03	1.05	17.50	36.21	17.37	36.39	0.477	
2.01	2.01	1.16	17.25	35.90	2.04	2.04	1.17	16.75	36.42	17.00	36.17	0.470	
2.09	2.09	1.30	14.75	37.04	2.16	2.16	1.32	14.25	38.00	14.49	37.54	0.386	
2.19	2.19	1.45	13.75	38.33	2.16	1.69	1.39	12.75	38.27	13.26	38.30	0.346	
2.19	2.19	1.58	15.25	38.37	2.12	2.12	1.55	15.50	37.49	15.37	37.94	0.405	
2.29	2.29	1.73	14.75	39.47	2.04	2.04	1.64	17.25	36.35	15.86	38.09	0.416	
2.31	2.31	1.86	14.50	39.73	2.01	2.01	1.74	17.50	35.99	15.80	38.11	0.414	
2.39	2.39	2.02	13.50	40.59	2.03	2.03	1.87	17.25	36.19	15.07	38.75	0.389	
2.48	2.48	2.19	13.50	41.43	2.06	2.06	2.00	17.25	36.68	15.03	39.49	0.381	
2.48	2.48	2.32	13.25	41.48	2.10	2.10	2.14	16.75	37.21	14.71	39.70	0.371	
2.47	2.47	2.44	12.25	41.38	2.17	2.17	2.29	16.25	38.06	13.99	39.94	0.350	
2.40	2.40	2.53	11.50	40.69	2.12	2.12	2.38	15.75	37.44	13.36	39.27	0.340	

Tab. A1.39. Procedura 2 e rapporto tra gli smorzamenti caso 13.

**Caso 14:**  $v_x = v_y = 0.4$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 1$ ,  $d_x^* = d_y^* = 0.25$

PROCEDURA 1 - DIREZIONE X				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.076	0.0053	0.1	0.0014	3.863
0.153	0.0125	0.2	0.0058	2.156
0.229	0.0225	0.3	0.0129	1.746
0.305	0.0321	0.4	0.0216	1.485
0.382	0.0415	0.5	0.0310	1.338
0.458	0.0542	0.6	0.0424	1.280
0.534	0.0650	0.7	0.0540	1.203
0.611	0.0789	0.8	0.0627	1.257
0.687	0.0917	0.9	0.0713	1.287
0.763	0.1028	1	0.0790	1.302
0.840	0.1293	1.1	0.0872	1.482
0.916	0.1439	1.2	0.0939	1.533
0.992	0.1565	1.3	0.1001	1.562
1.069	0.1682	1.4	0.1065	1.580
1.145	0.1794	1.5	0.1124	1.596
1.221	0.1912	1.6	0.1184	1.615
1.298	0.2023	1.7	0.1243	1.627
1.374	0.2127	1.8	0.1301	1.635
1.450	0.2229	1.9	0.1363	1.636
1.527	0.2266	2	0.1430	1.585

**Tab. A1.40. Procedura 1 direzione x caso 14.**

PROCEDURA 1 - DIREZIONE Y				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.076	0.0054	0.1	0.0014	3.978
0.153	0.0139	0.2	0.0058	2.384
0.229	0.0263	0.3	0.0129	2.041
0.305	0.0392	0.4	0.0216	1.812
0.382	0.0432	0.5	0.0310	1.394
0.458	0.0505	0.6	0.0424	1.192
0.534	0.0584	0.7	0.0540	1.080
0.611	0.0765	0.8	0.0627	1.219
0.687	0.0949	0.9	0.0713	1.332
0.763	0.1135	1	0.0790	1.437
0.840	0.1257	1.1	0.0872	1.441
0.916	0.1350	1.2	0.0939	1.437
0.992	0.1424	1.3	0.1001	1.422
1.069	0.1463	1.4	0.1065	1.374
1.145	0.1537	1.5	0.1124	1.367
1.221	0.1639	1.6	0.1184	1.384
1.298	0.1697	1.7	0.1243	1.365
1.374	0.1767	1.8	0.1301	1.358
1.450	0.1904	1.9	0.1363	1.397
1.527	0.1992	2	0.1430	1.393

**Tab. A1.41. Procedura 1 direzione y caso 14.**

PROCEDURA 2 - DIREZIONE X					PROCEDURA 2 - DIREZIONE Y								
Duttilità media telaio $\mu\text{F}$	Duttilità media controvento $\mu\text{DB}$	$T_{\text{eff}}$ (s)	$\xi_{\text{ine}}$ (%)	$\xi_{\text{el}}$ (%)	Duttilità media telaio $\mu\text{F}$	Duttilità media controvento $\mu\text{DB}$	$T_{\text{eff}}$ (s)	$\xi_{\text{ine}}$ (%)	$\xi_{\text{el}}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{\text{ine}}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{\text{el}}$ (%)		
4.29	17.14	0.19	24.50	49.83	4.41	17.65	0.19	22.50	49.90	23.47	49.87	0.471	0.471
2.39	9.57	0.29	22.75	44.96	2.65	10.58	0.30	21.25	46.31	21.92	45.70	0.480	0.474
1.94	7.75	0.39	20.25	41.32	2.26	9.06	0.42	18.50	44.13	19.24	42.94	0.448	
1.65	6.59	0.48	20.25	37.70	2.01	8.04	0.53	18.25	42.05	19.05	40.30	0.473	
1.49	5.94	0.57	20.75	34.91	1.55	6.19	0.59	22.50	36.04	21.66	35.50	0.610	
1.42	5.68	0.67	22.75	33.61	1.32	5.29	0.65	23.75	31.37	23.21	32.57	0.713	
1.33	5.34	0.76	21.25	31.67	1.20	4.79	0.73	23.50	27.95	22.25	30.01	0.742	
1.39	5.58	0.89	20.25	33.06	1.35	5.41	0.88	20.75	32.10	20.49	32.60	0.629	
1.43	5.71	1.01	18.75	33.77	1.48	5.91	1.03	17.75	34.79	18.23	34.29	0.532	
1.44	5.78	1.13	18.25	34.11	1.59	6.38	1.19	15.75	36.85	16.88	35.61	0.474	
1.64	6.58	1.33	13.75	37.63	1.60	6.40	1.31	14.50	36.92	14.11	37.29	0.379	
1.70	6.80	1.47	13.25	38.46	1.59	4.93	1.34	12.75	37.30	13.02	37.92	0.343	
1.73	6.93	1.61	14.50	38.91	1.58	6.31	1.54	15.50	36.57	14.95	37.85	0.395	
1.75	7.01	1.74	14.50	39.17	1.52	6.10	1.63	17.25	35.65	15.68	37.65	0.417	
1.77	7.09	1.87	14.25	39.41	1.52	6.07	1.74	17.50	35.51	15.63	37.76	0.414	
1.79	7.17	2.01	13.50	39.67	1.54	6.14	1.87	16.75	35.84	14.88	38.05	0.391	
1.81	7.22	2.14	13.75	39.84	1.51	6.06	1.97	17.50	35.46	15.30	38.03	0.402	
1.81	7.25	2.27	13.75	39.94	1.51	6.03	2.08	17.50	35.33	15.28	38.06	0.402	
1.81	7.26	2.40	13.25	39.95	1.55	6.20	2.23	17.50	36.10	15.04	38.33	0.392	
1.76	7.03	2.49	12.50	39.24	1.55	6.18	2.34	16.75	36.03	14.35	37.84	0.379	

Tab. A1.42. Procedura 2 e rapporto tra gli smorzamenti caso 14.

**Caso 15:**  $v_x = v_y = 0.4$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 1$ ,  $d_x^* = d_y^* = 0.5$

PROCEDURA 1 - DIREZIONE X				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.080	0.0050	0.1	0.0014	3.666
0.161	0.0122	0.2	0.0058	2.105
0.241	0.0221	0.3	0.0129	1.716
0.322	0.0321	0.4	0.0216	1.487
0.402	0.0412	0.5	0.0310	1.330
0.483	0.0538	0.6	0.0424	1.270
0.563	0.0640	0.7	0.0540	1.184
0.644	0.0809	0.8	0.0627	1.289
0.724	0.0998	0.9	0.0713	1.400
0.805	0.1077	1	0.0790	1.363
0.885	0.1241	1.1	0.0872	1.423
0.966	0.1434	1.2	0.0939	1.527
1.046	0.1533	1.3	0.1001	1.531
1.126	0.1648	1.4	0.1065	1.547
1.207	0.1745	1.5	0.1124	1.553
1.287	0.1852	1.6	0.1184	1.564
1.368	0.1977	1.7	0.1243	1.590
1.448	0.2060	1.8	0.1301	1.583
1.529	0.2183	1.9	0.1363	1.601
1.609	0.2276	2	0.1430	1.592

**Tab. A1.43. Procedura 1 direzione x caso 15.**

PROCEDURA 1 - DIREZIONE Y				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.080	0.0051	0.1	0.0014	3.726
0.161	0.0128	0.2	0.0058	2.201
0.241	0.0257	0.3	0.0129	1.993
0.322	0.0379	0.4	0.0216	1.753
0.402	0.0432	0.5	0.0310	1.392
0.483	0.0489	0.6	0.0424	1.155
0.563	0.0581	0.7	0.0540	1.076
0.644	0.0781	0.8	0.0627	1.246
0.724	0.0970	0.9	0.0713	1.361
0.805	0.1129	1	0.0790	1.430
0.885	0.1267	1.1	0.0872	1.453
0.966	0.1363	1.2	0.0939	1.452
1.046	0.1453	1.3	0.1001	1.450
1.126	0.1505	1.4	0.1065	1.413
1.207	0.1538	1.5	0.1124	1.368
1.287	0.1624	1.6	0.1184	1.372
1.368	0.1699	1.7	0.1243	1.366
1.448	0.1815	1.8	0.1301	1.395
1.529	0.1994	1.9	0.1363	1.463
1.609	0.2141	2	0.1430	1.497

**Tab. A1.44. Procedura 1 direzione y caso 15.**

PROCEDURA 2 - DIREZIONE X					PROCEDURA 2 - DIREZIONE Y								
Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{ine}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{el}$ (%)		
4.34	8.69	0.18	20.25	50.30	4.41	8.83	0.18	19.25	50.37	19.74	50.34	0.392	0.392
2.49	4.99	0.28	20.25	44.92	2.61	5.22	0.29	21.75	45.60	21.03	45.28	0.465	0.473
2.03	4.07	0.39	21.25	41.20	2.36	4.72	0.42	19.75	44.03	20.39	42.82	0.476	
1.76	3.52	0.48	19.75	37.88	2.08	4.15	0.52	18.50	41.63	19.02	40.06	0.475	
1.58	3.15	0.57	21.25	34.84	1.65	3.30	0.59	22.50	36.14	21.90	35.52	0.617	
1.50	3.01	0.67	23.25	33.46	1.37	2.74	0.64	24.25	30.37	23.70	32.06	0.739	
1.40	2.81	0.76	21.75	31.23	1.27	2.55	0.72	23.25	27.83	22.43	29.69	0.755	
1.53	3.05	0.90	19.50	33.92	1.48	2.95	0.89	20.50	32.86	19.98	33.41	0.598	
1.66	3.32	1.06	17.25	36.29	1.61	3.23	1.04	17.50	35.50	17.37	35.91	0.484	
1.62	3.23	1.16	17.25	35.55	1.69	3.39	1.19	15.75	36.86	16.46	36.23	0.454	
1.69	3.37	1.30	14.50	36.73	1.72	3.44	1.31	14.25	37.28	14.37	37.01	0.388	
1.81	3.62	1.47	13.50	38.55	1.72	2.70	1.35	12.50	37.65	13.03	38.12	0.342	
1.81	3.63	1.59	14.50	38.59	1.72	3.44	1.55	15.25	37.24	14.85	37.95	0.391	
1.83	3.67	1.72	14.75	38.86	1.67	3.35	1.65	16.50	36.54	15.55	37.81	0.411	
1.84	3.68	1.85	14.75	38.94	1.62	3.24	1.74	17.50	35.66	15.95	37.51	0.425	
1.85	3.71	1.98	14.50	39.12	1.63	3.25	1.86	17.25	35.73	15.70	37.65	0.417	
1.88	3.77	2.12	14.25	39.50	1.62	3.24	1.97	17.50	35.62	15.63	37.85	0.413	
1.88	3.75	2.24	14.50	39.40	1.65	3.31	2.11	17.25	36.19	15.70	37.99	0.413	
1.90	3.80	2.38	13.75	39.67	1.73	3.47	2.28	16.25	37.46	14.89	38.66	0.385	
1.89	3.77	2.49	12.50	39.53	1.77	3.55	2.42	14.50	38.05	13.44	38.83	0.346	

Tab. A1.45. Procedura 2 e rapporto tra gli smorzamenti caso 15.

**Caso 16:**  $v_x = v_y = 0.4$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 1$ ,  $d_x^* = d_y^* = 0.75$

PROCEDURA 1 - DIREZIONE X				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.082	0.0048	0.1	0.0014	3.497
0.164	0.0119	0.2	0.0058	2.048
0.247	0.0230	0.3	0.0129	1.782
0.329	0.0331	0.4	0.0216	1.530
0.411	0.0416	0.5	0.0310	1.343
0.493	0.0540	0.6	0.0424	1.274
0.575	0.0640	0.7	0.0540	1.185
0.657	0.0840	0.8	0.0627	1.339
0.740	0.0992	0.9	0.0713	1.392
0.822	0.1089	1	0.0790	1.379
0.904	0.1210	1.1	0.0872	1.387
0.986	0.1398	1.2	0.0939	1.489
1.068	0.1481	1.3	0.1001	1.479
1.151	0.1629	1.4	0.1065	1.530
1.233	0.1702	1.5	0.1124	1.515
1.315	0.1842	1.6	0.1184	1.556
1.397	0.1998	1.7	0.1243	1.607
1.479	0.2100	1.8	0.1301	1.613
1.561	0.2215	1.9	0.1363	1.625
1.644	0.2315	2	0.1430	1.619

**Tab. A1.46. Procedura 1 direzione x caso 16.**

PROCEDURA 1 - DIREZIONE Y				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.082	0.0049	0.1	0.0014	3.585
0.164	0.0120	0.2	0.0058	2.061
0.247	0.0250	0.3	0.0129	1.943
0.329	0.0381	0.4	0.0216	1.764
0.411	0.0441	0.5	0.0310	1.424
0.493	0.0507	0.6	0.0424	1.197
0.575	0.0587	0.7	0.0540	1.086
0.657	0.0784	0.8	0.0627	1.250
0.740	0.0970	0.9	0.0713	1.361
0.822	0.1111	1	0.0790	1.407
0.904	0.1218	1.1	0.0872	1.396
0.986	0.1323	1.2	0.0939	1.409
1.068	0.1407	1.3	0.1001	1.405
1.151	0.1428	1.4	0.1065	1.341
1.233	0.1466	1.5	0.1124	1.305
1.315	0.1571	1.6	0.1184	1.327
1.397	0.1659	1.7	0.1243	1.335
1.479	0.1802	1.8	0.1301	1.385
1.561	0.2008	1.9	0.1363	1.474
1.644	0.2140	2	0.1430	1.496

**Tab. A1.47. Procedura 1 direzione y caso 16.**

PROCEDURA 2 - DIREZIONE X					PROCEDURA 2 - DIREZIONE Y								
Duttilità media telaio $\mu\text{F}$	Duttilità media controvento $\mu\text{DB}$	$T_{\text{eff}}$ (s)	$\xi_{\text{ine}}$ (%)	$\xi_{\text{el}}$ (%)	Duttilità media telaio $\mu\text{F}$	Duttilità media controvento $\mu\text{DB}$	$T_{\text{eff}}$ (s)	$\xi_{\text{ine}}$ (%)	$\xi_{\text{el}}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{\text{ine}}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{\text{el}}$ (%)		
4.60	6.14	0.18	23.50	50.31	4.72	6.29	0.18	21.75	50.44	22.60	50.37	0.449	0.449
2.70	3.60	0.28	21.75	44.60	2.71	3.62	0.28	21.50	44.70	21.62	44.65	0.484	0.475
2.35	3.13	0.39	19.25	42.06	2.56	3.41	0.41	19.25	43.70	19.25	42.95	0.448	
2.01	2.69	0.49	20.25	38.65	2.32	3.10	0.52	18.25	41.85	19.11	40.48	0.472	
1.77	2.36	0.58	22.25	35.17	1.87	2.50	0.59	21.50	36.80	21.85	36.03	0.606	
1.68	2.24	0.67	22.75	33.59	1.58	2.10	0.65	23.50	31.60	23.10	32.66	0.707	
1.56	2.08	0.76	21.75	31.26	1.43	1.91	0.73	23.50	28.18	22.55	29.86	0.755	
1.76	2.35	0.92	18.75	35.07	1.65	2.19	0.89	20.50	33.01	19.57	34.11	0.574	
1.83	2.44	1.05	16.75	36.18	1.79	2.39	1.04	17.50	35.55	17.12	35.87	0.477	
1.82	2.42	1.17	16.75	35.92	1.85	2.47	1.18	16.50	36.47	16.62	36.20	0.459	
1.83	2.43	1.29	15.50	36.07	1.84	2.45	1.29	15.25	36.27	15.37	36.17	0.425	
1.96	2.61	1.45	13.50	37.97	1.85	1.95	1.34	13.50	36.86	13.50	37.44	0.361	
1.95	2.60	1.57	15.25	37.80	1.85	2.47	1.53	15.75	36.43	15.49	37.15	0.417	
2.01	2.69	1.71	15.25	38.64	1.77	2.35	1.61	17.50	35.12	16.23	37.11	0.437	
1.99	2.66	1.83	15.25	38.40	1.72	2.29	1.70	18.50	34.32	16.63	36.66	0.454	
2.05	2.73	1.98	14.75	39.06	1.75	2.33	1.83	17.75	34.81	16.01	37.27	0.430	
2.12	2.82	2.13	14.25	39.82	1.76	2.34	1.95	17.75	34.98	15.68	37.85	0.414	
2.12	2.83	2.26	14.25	39.91	1.82	2.43	2.10	17.25	36.03	15.52	38.27	0.406	
2.14	2.85	2.39	13.25	40.08	1.94	2.59	2.29	16.25	37.70	14.60	39.01	0.374	
2.13	2.84	2.52	11.75	39.98	1.97	2.63	2.42	14.50	38.09	13.02	39.11	0.333	

Tab. A1.48. Procedura 2 e rapporto tra gli smorzamenti caso 16.

**Caso 17:**  $v_x = v_y = 0.4$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 1$ ,  $d_x^* = d_y^* = 1$

PROCEDURA 1 - DIREZIONE X				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.083	0.0046	0.1	0.0014	3.393
0.165	0.0114	0.2	0.0058	1.955
0.248	0.0232	0.3	0.0129	1.800
0.330	0.0333	0.4	0.0216	1.542
0.413	0.0421	0.5	0.0310	1.358
0.496	0.0548	0.6	0.0424	1.294
0.578	0.0654	0.7	0.0540	1.211
0.661	0.0822	0.8	0.0627	1.311
0.743	0.0951	0.9	0.0713	1.335
0.826	0.1055	1	0.0790	1.335
0.908	0.1202	1.1	0.0872	1.378
0.991	0.1346	1.2	0.0939	1.434
1.074	0.1457	1.3	0.1001	1.454
1.156	0.1605	1.4	0.1065	1.507
1.239	0.1715	1.5	0.1124	1.526
1.321	0.1857	1.6	0.1184	1.568
1.404	0.2044	1.7	0.1243	1.644
1.487	0.2132	1.8	0.1301	1.638
1.569	0.2233	1.9	0.1363	1.638
1.652	0.2275	2	0.1430	1.591

**Tab. A1.49. Procedura 1 direzione x caso 17.**

PROCEDURA 1 - DIREZIONE Y				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.083	0.0047	0.1	0.0014	3.465
0.165	0.0120	0.2	0.0058	2.059
0.248	0.0245	0.3	0.0129	1.901
0.330	0.0381	0.4	0.0216	1.761
0.413	0.0439	0.5	0.0310	1.416
0.496	0.0499	0.6	0.0424	1.178
0.578	0.0601	0.7	0.0540	1.112
0.661	0.0799	0.8	0.0627	1.274
0.743	0.0944	0.9	0.0713	1.325
0.826	0.1051	1	0.0790	1.331
0.908	0.1201	1.1	0.0872	1.377
0.991	0.1274	1.2	0.0939	1.357
1.074	0.1336	1.3	0.1001	1.334
1.156	0.1386	1.4	0.1065	1.302
1.239	0.1437	1.5	0.1124	1.278
1.321	0.1534	1.6	0.1184	1.295
1.404	0.1649	1.7	0.1243	1.326
1.487	0.1764	1.8	0.1301	1.356
1.569	0.1913	1.9	0.1363	1.403
1.652	0.1999	2	0.1430	1.398

**Tab. A1.50. Procedura 1 direzione y caso 17.**

PROCEDURA 2 - DIREZIONE X					PROCEDURA 2 - DIREZIONE Y								
Duttilità media telaio $\mu\text{F}$	Duttilità media controvento $\mu\text{DB}$	$T_{\text{eff}}$ (s)	$\xi_{\text{ine}}$ (%)	$\xi_{\text{el}}$ (%)	Duttilità media telaio $\mu\text{F}$	Duttilità media controvento $\mu\text{DB}$	$T_{\text{eff}}$ (s)	$\xi_{\text{ine}}$ (%)	$\xi_{\text{el}}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{\text{ine}}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{\text{el}}$ (%)		
5.04	5.04	0.18	25.50	50.18	5.14	5.14	0.18	24.25	50.31	24.86	50.25	0.495	0.495
2.90	2.90	0.27	19.75	43.83	3.06	3.06	0.28	21.50	44.72	20.67	44.30	0.467	0.485
2.67	2.67	0.40	20.75	42.27	2.82	2.82	0.41	20.25	43.32	20.49	42.83	0.478	
2.29	2.29	0.49	19.75	38.85	2.61	2.61	0.52	18.50	41.84	19.04	40.54	0.470	
2.02	2.02	0.58	21.75	35.50	2.10	2.10	0.59	21.50	36.66	21.62	36.10	0.599	
1.92	1.92	0.68	23.25	34.09	1.75	1.75	0.65	24.25	31.07	23.70	32.72	0.724	
1.80	1.80	0.77	21.50	32.00	1.65	1.65	0.74	22.75	29.06	22.07	30.65	0.720	
1.95	1.95	0.91	19.25	34.47	1.89	1.89	0.90	20.25	33.59	19.74	34.04	0.580	
1.98	1.98	1.03	17.75	35.00	1.97	1.97	1.03	18.25	34.78	18.00	34.89	0.516	
1.98	1.98	1.15	17.75	35.01	1.98	1.98	1.15	17.75	34.92	17.75	34.96	0.508	
2.04	2.04	1.28	15.50	35.90	2.04	2.04	1.28	15.50	35.88	15.50	35.89	0.432	
2.13	2.13	1.43	14.50	37.00	2.01	1.57	1.31	13.75	35.81	14.15	36.44	0.388	
2.16	2.16	1.55	15.25	37.37	1.98	1.98	1.49	16.50	34.98	15.82	36.28	0.436	
2.24	2.24	1.70	15.50	38.29	1.93	1.93	1.59	18.25	34.26	16.68	36.57	0.456	
2.26	2.26	1.84	15.25	38.59	1.90	1.90	1.69	18.75	33.71	16.69	36.58	0.456	
2.33	2.33	1.98	14.50	39.26	1.92	1.92	1.81	18.50	34.10	16.12	37.17	0.434	
2.44	2.44	2.15	13.75	40.36	1.97	1.97	1.95	18.25	34.81	15.52	38.17	0.407	
2.43	2.43	2.28	13.75	40.27	2.01	2.01	2.08	17.50	35.45	15.27	38.31	0.399	
2.43	2.43	2.40	12.75	40.28	2.08	2.08	2.23	17.25	36.41	14.65	38.64	0.379	
2.36	2.36	2.50	12.50	39.60	2.07	2.07	2.35	16.75	36.30	14.35	38.16	0.376	

Tab. A1.51. Procedura 2 e rapporto tra gli smorzamenti caso 17.

**Caso 18:**  $v_x=v_y=0.4$ ,  $\zeta_{tot,x}=\zeta_{tot,y}=25\%$ ,  $K_x^*=K_y^*=2$ ,  $d_x^*=d_y^*=0.25$

PROCEDURA 1 - DIREZIONE X				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.074	0.0045	0.1	0.0014	3.263
0.148	0.0113	0.2	0.0058	1.949
0.222	0.0215	0.3	0.0129	1.668
0.297	0.0280	0.4	0.0216	1.296
0.371	0.0424	0.5	0.0310	1.368
0.445	0.0543	0.6	0.0424	1.281
0.519	0.0636	0.7	0.0540	1.178
0.593	0.0752	0.8	0.0627	1.198
0.667	0.0878	0.9	0.0713	1.232
0.742	0.0999	1	0.0790	1.265
0.816	0.1215	1.1	0.0872	1.393
0.890	0.1391	1.2	0.0939	1.482
0.964	0.1448	1.3	0.1001	1.446
1.038	0.1574	1.4	0.1065	1.478
1.112	0.1685	1.5	0.1124	1.500
1.186	0.1817	1.6	0.1184	1.534
1.261	0.1927	1.7	0.1243	1.550
1.335	0.1993	1.8	0.1301	1.531
1.409	0.2070	1.9	0.1363	1.519
1.483	0.2142	2	0.1430	1.498

**Tab. A1.52. Procedura 1 direzione x caso 18.**

PROCEDURA 1 - DIREZIONE Y				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.074	0.0046	0.1	0.0014	3.362
0.148	0.0117	0.2	0.0058	2.011
0.222	0.0244	0.3	0.0129	1.894
0.297	0.0326	0.4	0.0216	1.508
0.371	0.0432	0.5	0.0310	1.395
0.445	0.0505	0.6	0.0424	1.193
0.519	0.0579	0.7	0.0540	1.071
0.593	0.0728	0.8	0.0627	1.161
0.667	0.0882	0.9	0.0713	1.237
0.742	0.1009	1	0.0790	1.277
0.816	0.1130	1.1	0.0872	1.296
0.890	0.1210	1.2	0.0939	1.289
0.964	0.1282	1.3	0.1001	1.281
1.038	0.1349	1.4	0.1065	1.267
1.112	0.1432	1.5	0.1124	1.274
1.186	0.1544	1.6	0.1184	1.304
1.261	0.1629	1.7	0.1243	1.310
1.335	0.1693	1.8	0.1301	1.301
1.409	0.1763	1.9	0.1363	1.294
1.483	0.1872	2	0.1430	1.309

**Tab. A1.53. Procedura 1 direzione y caso 18.**

PROCEDURA 2 - DIREZIONE X					PROCEDURA 2 - DIREZIONE Y								
Duttilità media telaio $\mu\text{F}$	Duttilità media controvento $\mu\text{DB}$	$T_{\text{eff}}$ (s)	$\xi_{\text{ine}}$ (%)	$\xi_{\text{el}}$ (%)	Duttilità media telaio $\mu\text{F}$	Duttilità media controvento $\mu\text{DB}$	$T_{\text{eff}}$ (s)	$\xi_{\text{ine}}$ (%)	$\xi_{\text{el}}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{\text{ine}}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{\text{el}}$ (%)		
3.11	12.42	0.17	19.25	46.86	3.20	12.80	0.17	17.50	46.96	18.35	46.91	0.391	0.391
1.86	7.42	0.27	20.25	42.24	1.91	7.66	0.28	22.50	42.70	21.41	42.48	0.504	0.529
1.59	6.35	0.38	20.25	39.54	1.80	7.21	0.40	18.25	41.79	19.12	40.81	0.469	
1.23	4.94	0.45	21.50	33.58	1.44	5.74	0.48	19.50	37.42	20.35	35.79	0.569	
1.30	5.21	0.58	21.50	35.03	1.33	5.31	0.58	20.50	35.53	20.99	35.29	0.595	
1.22	4.88	0.67	22.75	33.25	1.14	4.54	0.65	23.75	31.12	23.21	32.26	0.720	
1.12	4.48	0.76	21.75	30.73	1.02	4.08	0.72	23.50	27.55	22.54	29.29	0.770	
1.14	4.56	0.87	21.25	31.27	1.11	4.42	0.86	22.25	30.28	21.73	30.79	0.706	
1.17	4.69	0.99	19.75	32.12	1.18	4.71	0.99	19.50	32.25	19.62	32.18	0.610	
1.20	4.81	1.12	19.25	32.88	1.22	4.86	1.12	18.75	33.16	19.00	33.02	0.575	
1.33	5.31	1.28	15.25	35.51	1.23	4.93	1.24	17.25	33.58	16.18	34.61	0.467	
1.41	5.64	1.44	13.50	37.01	1.23	3.91	1.26	14.75	33.88	14.04	35.66	0.394	
1.38	5.51	1.54	14.75	36.43	1.22	4.88	1.46	17.25	33.24	15.85	35.03	0.452	
1.41	5.63	1.68	15.50	36.95	1.21	4.82	1.56	18.25	32.93	16.66	35.25	0.473	
1.43	5.71	1.81	15.50	37.28	1.21	4.85	1.68	18.75	33.10	16.86	35.53	0.475	
1.46	5.84	1.95	14.75	37.80	1.24	4.97	1.81	18.50	33.76	16.32	36.10	0.452	
1.48	5.90	2.08	14.50	38.03	1.25	4.99	1.93	18.25	33.87	16.06	36.30	0.443	
1.46	5.83	2.19	15.25	37.76	1.24	4.95	2.03	17.75	33.69	16.30	36.05	0.452	
1.45	5.78	2.31	15.25	37.58	1.23	4.93	2.14	18.75	33.53	16.72	35.87	0.466	
1.43	5.70	2.41	14.50	37.26	1.25	4.98	2.27	18.50	33.86	16.23	35.79	0.454	

Tab. A1.54. Procedura 2 e rapporto tra gli smorzamenti caso 18.

**Caso 19:**  $v_x = v_y = 0.4$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 2$ ,  $d_x^* = d_y^* = 0.5$

PROCEDURA 1 - DIREZIONE X				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.080	0.0044	0.1	0.0014	3.181
0.160	0.0110	0.2	0.0058	1.888
0.240	0.0221	0.3	0.0129	1.712
0.320	0.0326	0.4	0.0216	1.507
0.401	0.0422	0.5	0.0310	1.361
0.481	0.0551	0.6	0.0424	1.302
0.561	0.0637	0.7	0.0540	1.179
0.641	0.0792	0.8	0.0627	1.262
0.721	0.0957	0.9	0.0713	1.342
0.801	0.1050	1	0.0790	1.330
0.881	0.1200	1.1	0.0872	1.375
0.961	0.1401	1.2	0.0939	1.493
1.041	0.1485	1.3	0.1001	1.483
1.121	0.1595	1.4	0.1065	1.497
1.202	0.1685	1.5	0.1124	1.499
1.282	0.1789	1.6	0.1184	1.511
1.362	0.1913	1.7	0.1243	1.539
1.442	0.2015	1.8	0.1301	1.549
1.522	0.2110	1.9	0.1363	1.548
1.602	0.2196	2	0.1430	1.536

**Tab. A1.55. Procedura 1 direzione x caso 19.**

PROCEDURA 1 - DIREZIONE Y				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.080	0.0046	0.1	0.0014	3.341
0.160	0.0107	0.2	0.0058	1.839
0.240	0.0236	0.3	0.0129	1.830
0.320	0.0373	0.4	0.0216	1.726
0.401	0.0443	0.5	0.0310	1.428
0.481	0.0494	0.6	0.0424	1.167
0.561	0.0586	0.7	0.0540	1.085
0.641	0.0766	0.8	0.0627	1.221
0.721	0.0937	0.9	0.0713	1.315
0.801	0.1071	1	0.0790	1.356
0.881	0.1160	1.1	0.0872	1.330
0.961	0.1217	1.2	0.0939	1.296
1.041	0.1290	1.3	0.1001	1.288
1.121	0.1388	1.4	0.1065	1.303
1.202	0.1441	1.5	0.1124	1.282
1.282	0.1555	1.6	0.1184	1.313
1.362	0.1627	1.7	0.1243	1.308
1.442	0.1761	1.8	0.1301	1.353
1.522	0.1868	1.9	0.1363	1.370
1.602	0.2017	2	0.1430	1.411

**Tab. A1.56. Procedura 1 direzione y caso 19.**

PROCEDURA 2 - DIREZIONE X					PROCEDURA 2 - DIREZIONE Y								
Duttilità media telaio $\mu\text{F}$	Duttilità media controvento $\mu\text{DB}$	$T_{\text{eff}}$ (s)	$\xi_{\text{ine}}$ (%)	$\xi_{\text{el}}$ (%)	Duttilità media telaio $\mu\text{F}$	Duttilità media controvento $\mu\text{DB}$	$T_{\text{eff}}$ (s)	$\xi_{\text{ine}}$ (%)	$\xi_{\text{el}}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{\text{ine}}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{\text{el}}$ (%)		
3.40	6.80	0.17	21.25	47.82	3.57	7.14	0.17	17.75	48.04	19.41	47.94	0.405	0.405
2.02	4.03	0.27	21.75	42.26	1.96	3.93	0.27	23.25	41.81	22.48	42.04	0.535	0.508
1.83	3.66	0.39	21.50	40.47	1.96	3.91	0.40	20.25	41.72	20.83	41.14	0.506	
1.61	3.22	0.48	19.50	37.72	1.84	3.69	0.52	19.25	40.63	19.36	39.37	0.492	
1.45	2.91	0.58	21.50	35.14	1.53	3.05	0.59	21.25	36.40	21.37	35.80	0.597	
1.39	2.78	0.68	22.75	33.90	1.25	2.49	0.65	24.50	30.56	23.53	32.41	0.726	
1.26	2.52	0.76	21.75	30.89	1.16	2.32	0.73	23.50	28.05	22.55	29.59	0.762	
1.35	2.70	0.89	19.75	33.01	1.30	2.61	0.88	20.75	32.00	20.23	32.52	0.622	
1.43	2.87	1.03	17.75	34.76	1.40	2.81	1.02	18.25	34.18	17.99	34.48	0.522	
1.42	2.84	1.14	17.50	34.50	1.45	2.90	1.15	17.25	35.03	17.37	34.77	0.500	
1.47	2.94	1.28	15.50	35.42	1.42	2.84	1.26	16.50	34.50	15.98	34.97	0.457	
1.59	3.19	1.45	13.50	37.49	1.39	2.24	1.27	14.75	34.16	14.04	36.05	0.389	
1.58	3.17	1.56	14.75	37.33	1.38	2.75	1.46	16.75	33.60	15.61	35.73	0.437	
1.60	3.20	1.69	15.50	37.56	1.39	2.79	1.59	18.25	33.94	16.69	36.00	0.463	
1.60	3.20	1.81	15.50	37.59	1.37	2.74	1.69	18.75	33.46	16.87	35.85	0.471	
1.61	3.23	1.94	14.75	37.78	1.40	2.81	1.82	18.25	34.15	16.26	36.22	0.449	
1.64	3.29	2.08	14.75	38.20	1.40	2.80	1.93	18.25	34.05	16.22	36.46	0.445	
1.65	3.31	2.21	15.25	38.35	1.45	2.89	2.07	17.50	34.98	16.22	36.89	0.440	
1.65	3.31	2.33	14.50	38.34	1.46	2.93	2.20	17.75	35.33	15.93	37.01	0.430	
1.64	3.28	2.44	13.50	38.16	1.51	3.01	2.35	16.50	36.08	14.87	37.21	0.400	

Tab. A1.57. Procedura 2 e rapporto tra gli smorzamenti caso 19.

**Caso 20:**  $v_x=v_y=0.4$ ,  $\zeta_{tot,x}=\zeta_{tot,y}=25\%$ ,  $K_x^*=K_y^*=2$ ,  $d_x^*=d_y^*=0.75$

PROCEDURA 1 - DIREZIONE X				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.082	0.0043	0.1	0.0014	3.164
0.164	0.0104	0.2	0.0058	1.792
0.246	0.0230	0.3	0.0129	1.782
0.328	0.0335	0.4	0.0216	1.552
0.411	0.0435	0.5	0.0310	1.404
0.493	0.0554	0.6	0.0424	1.309
0.575	0.0647	0.7	0.0540	1.198
0.657	0.0836	0.8	0.0627	1.333
0.739	0.0978	0.9	0.0713	1.373
0.821	0.1071	1	0.0790	1.356
0.903	0.1181	1.1	0.0872	1.354
0.985	0.1362	1.2	0.0939	1.450
1.067	0.1440	1.3	0.1001	1.438
1.149	0.1584	1.4	0.1065	1.487
1.232	0.1662	1.5	0.1124	1.478
1.314	0.1817	1.6	0.1184	1.534
1.396	0.1948	1.7	0.1243	1.567
1.478	0.2037	1.8	0.1301	1.565
1.560	0.2156	1.9	0.1363	1.582
1.642	0.2287	2	0.1430	1.599

**Tab. A1.58. Procedura 1 direzione x caso 20.**

PROCEDURA 1 - DIREZIONE Y				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.082	0.0045	0.1	0.0014	3.268
0.164	0.0103	0.2	0.0058	1.773
0.246	0.0228	0.3	0.0129	1.771
0.328	0.0372	0.4	0.0216	1.723
0.411	0.0448	0.5	0.0310	1.446
0.493	0.0509	0.6	0.0424	1.203
0.575	0.0601	0.7	0.0540	1.112
0.657	0.0777	0.8	0.0627	1.239
0.739	0.0938	0.9	0.0713	1.317
0.821	0.1054	1	0.0790	1.334
0.903	0.1133	1.1	0.0872	1.299
0.985	0.1218	1.2	0.0939	1.297
1.067	0.1292	1.3	0.1001	1.290
1.149	0.1363	1.4	0.1065	1.280
1.232	0.1389	1.5	0.1124	1.235
1.314	0.1511	1.6	0.1184	1.276
1.396	0.1580	1.7	0.1243	1.271
1.478	0.1721	1.8	0.1301	1.322
1.560	0.1857	1.9	0.1363	1.362
1.642	0.2039	2	0.1430	1.426

**Tab. A1.59. Procedura 1 direzione y caso 20.**

PROCEDURA 2 - DIREZIONE X					PROCEDURA 2 - DIREZIONE Y								
Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{ine}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{el}$ (%)		
3.99	5.32	0.17	21.50	48.10	4.12	5.50	0.17	19.25	48.26	20.34	48.18	0.422	0.422
2.26	3.01	0.26	20.25	41.48	2.24	2.98	0.26	20.75	41.28	20.50	41.38	0.495	0.500
2.25	3.00	0.39	19.25	41.37	2.23	2.98	0.39	19.50	41.26	19.37	41.31	0.469	
1.96	2.61	0.49	19.50	38.49	2.17	2.90	0.52	19.25	40.73	19.36	39.73	0.487	
1.77	2.36	0.59	22.25	36.03	1.82	2.43	0.59	20.50	36.80	21.35	36.43	0.586	
1.65	2.20	0.68	22.75	34.11	1.52	2.02	0.65	23.50	31.57	23.09	32.94	0.701	
1.51	2.01	0.76	21.25	31.43	1.40	1.87	0.74	23.25	28.93	22.18	30.27	0.732	
1.68	2.24	0.92	18.75	34.63	1.56	2.08	0.89	20.75	32.49	19.68	33.64	0.585	
1.73	2.31	1.04	17.25	35.44	1.66	2.21	1.02	18.25	34.28	17.73	34.89	0.508	
1.71	2.28	1.15	17.25	35.10	1.68	2.24	1.15	17.75	34.65	17.50	34.88	0.502	
1.71	2.28	1.27	16.25	35.07	1.64	2.19	1.24	17.25	33.90	16.73	34.51	0.485	
1.83	2.44	1.43	14.25	36.87	1.64	1.76	1.27	14.75	34.21	14.47	35.69	0.406	
1.81	2.42	1.54	15.25	36.65	1.63	2.17	1.47	17.25	33.70	16.14	35.34	0.457	
1.88	2.50	1.69	15.50	37.49	1.61	2.15	1.57	18.25	33.46	16.67	35.78	0.466	
1.87	2.49	1.80	15.75	37.34	1.56	2.08	1.66	19.75	32.40	17.39	35.31	0.493	
1.94	2.58	1.96	14.75	38.23	1.61	2.15	1.80	19.25	33.37	16.59	36.24	0.458	
1.98	2.64	2.10	14.50	38.72	1.60	2.14	1.90	18.50	33.26	16.09	36.55	0.440	
1.97	2.63	2.22	14.75	38.68	1.67	2.22	2.05	17.75	34.40	16.00	36.90	0.434	
2.00	2.66	2.36	14.25	38.93	1.72	2.29	2.20	17.75	35.24	15.74	37.36	0.421	
2.02	2.69	2.49	12.25	39.17	1.80	2.40	2.36	16.25	36.44	14.02	37.96	0.369	

Tab. 3.60. Procedura 2 e rapporto tra gli smorzamenti caso 20.

**Caso 21:**  $v_x = v_y = 0.4$ ,  $\zeta_{tot,x} = \zeta_{tot,y} = 25\%$ ,  $K_x^* = K_y^* = 2$ ,  $d_x^* = d_y^* = 1$

PROCEDURA 1 - DIREZIONE X				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.083	0.0044	0.1	0.0014	3.235
0.165	0.0098	0.2	0.0058	1.685
0.248	0.0234	0.3	0.0129	1.818
0.330	0.0340	0.4	0.0216	1.572
0.413	0.0442	0.5	0.0310	1.424
0.495	0.0562	0.6	0.0424	1.326
0.578	0.0659	0.7	0.0540	1.219
0.660	0.0830	0.8	0.0627	1.323
0.743	0.0944	0.9	0.0713	1.325
0.825	0.1048	1	0.0790	1.326
0.908	0.1182	1.1	0.0872	1.355
0.990	0.1329	1.2	0.0939	1.416
1.073	0.1423	1.3	0.1001	1.421
1.155	0.1560	1.4	0.1065	1.465
1.238	0.1675	1.5	0.1124	1.491
1.320	0.1819	1.6	0.1184	1.536
1.403	0.1990	1.7	0.1243	1.601
1.485	0.2083	1.8	0.1301	1.600
1.568	0.2206	1.9	0.1363	1.619
1.650	0.2255	2	0.1430	1.577

**Tab. A1.61. Procedura 1 direzione x caso 21.**

PROCEDURA 1 - DIREZIONE Y				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.083	0.0044	0.1	0.0014	3.217
0.165	0.0098	0.2	0.0058	1.686
0.248	0.0223	0.3	0.0129	1.728
0.330	0.0369	0.4	0.0216	1.709
0.413	0.0446	0.5	0.0310	1.438
0.495	0.0502	0.6	0.0424	1.185
0.578	0.0595	0.7	0.0540	1.101
0.660	0.0781	0.8	0.0627	1.244
0.743	0.0916	0.9	0.0713	1.285
0.825	0.1023	1	0.0790	1.295
0.908	0.1114	1.1	0.0872	1.278
0.990	0.1196	1.2	0.0939	1.274
1.073	0.1277	1.3	0.1001	1.275
1.155	0.1345	1.4	0.1065	1.263
1.238	0.1381	1.5	0.1124	1.228
1.320	0.1470	1.6	0.1184	1.242
1.403	0.1576	1.7	0.1243	1.268
1.485	0.1709	1.8	0.1301	1.313
1.568	0.1884	1.9	0.1363	1.382
1.650	0.1985	2	0.1430	1.388

**Tab. A1.62. Procedura 1 direzione y caso 21.**

PROCEDURA 2 - DIREZIONE X					PROCEDURA 2 - DIREZIONE Y								
Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{ine}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{el}$ (%)		
4.83	4.83	0.17	19.75	48.27	4.80	4.80	0.17	20.25	48.25	20.00	48.26	0.414	0.414
2.52	2.52	0.26	23.75	40.30	2.52	2.52	0.26	23.50	40.31	23.62	40.31	0.586	0.508
2.71	2.71	0.40	20.50	41.77	2.58	2.58	0.39	20.75	40.81	20.62	41.31	0.499	
2.35	2.35	0.49	19.25	38.80	2.55	2.55	0.51	18.50	40.59	18.84	39.77	0.474	
2.13	2.13	0.59	21.25	36.43	2.15	2.15	0.59	20.75	36.67	21.00	36.55	0.575	
1.98	1.98	0.69	22.75	34.49	1.77	1.77	0.65	23.75	31.10	23.19	32.98	0.703	
1.82	1.82	0.77	21.25	31.99	1.64	1.64	0.73	22.75	28.60	21.92	30.47	0.720	
1.98	1.98	0.91	18.75	34.44	1.86	1.86	0.89	20.50	32.63	19.57	33.59	0.583	
1.98	1.98	1.03	18.25	34.47	1.92	1.92	1.01	18.75	33.59	18.49	34.05	0.543	
1.98	1.98	1.14	17.75	34.50	1.93	1.93	1.13	18.50	33.81	18.12	34.17	0.530	
2.02	2.02	1.27	15.75	35.09	1.91	1.91	1.23	17.50	33.42	16.57	34.30	0.483	
2.11	2.11	1.41	14.50	36.27	1.90	1.51	1.25	15.25	33.69	14.84	35.11	0.422	
2.12	2.12	1.53	15.25	36.37	1.90	1.90	1.46	17.50	33.37	16.25	35.03	0.464	
2.19	2.19	1.68	15.75	37.14	1.89	1.89	1.56	18.50	33.08	16.92	35.41	0.478	
2.23	2.23	1.81	15.50	37.56	1.83	1.83	1.65	19.75	32.23	17.22	35.41	0.486	
2.29	2.29	1.96	14.75	38.27	1.85	1.85	1.77	19.50	32.56	16.63	36.02	0.462	
2.39	2.39	2.12	14.25	39.21	1.89	1.89	1.90	18.50	33.19	15.89	36.89	0.431	
2.39	2.39	2.24	14.25	39.20	1.96	1.96	2.05	18.25	34.22	15.86	37.20	0.426	
2.42	2.42	2.38	13.25	39.46	2.06	2.06	2.21	17.50	35.64	15.04	37.85	0.397	
2.35	2.35	2.48	12.75	38.87	2.07	2.07	2.33	16.75	35.75	14.50	37.51	0.386	

Tab. A1.63. Procedura 2 e rapporto tra gli smorzamenti caso 21.

**Caso 22:**  $v_x=v_y=0.6$ ,  $\zeta_{tot,x}=\zeta_{tot,y}=25\%$ ,  $K_x^*=K_y^*=0.5$ ,  $d_x^*=d_y^*=0.5$

PROCEDURA 1 - DIREZIONE X				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.081	0.0061	0.1	0.0014	4.486
0.162	0.0129	0.2	0.0058	2.220
0.243	0.0244	0.3	0.0129	1.891
0.325	0.0347	0.4	0.0216	1.603
0.406	0.0427	0.5	0.0310	1.376
0.487	0.0531	0.6	0.0424	1.253
0.568	0.0663	0.7	0.0540	1.227
0.649	0.0854	0.8	0.0627	1.362
0.730	0.1032	0.9	0.0713	1.448
0.811	0.1112	1	0.0790	1.408
0.892	0.1289	1.1	0.0872	1.478
0.974	0.1465	1.2	0.0939	1.560
1.055	0.1579	1.3	0.1001	1.576
1.136	0.1708	1.4	0.1065	1.604
1.217	0.1825	1.5	0.1124	1.624
1.298	0.1938	1.6	0.1184	1.637
1.379	0.2050	1.7	0.1243	1.649
1.460	0.2152	1.8	0.1301	1.654
1.541	0.2257	1.9	0.1363	1.656
1.623	0.2342	2	0.1430	1.638

**Tab. A1.64. Procedura 1 direzione x caso 22.**

PROCEDURA 1 - DIREZIONE Y				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.081	0.0063	0.1	0.0014	4.579
0.162	0.0147	0.2	0.0058	2.535
0.243	0.0269	0.3	0.0129	2.091
0.325	0.0393	0.4	0.0216	1.818
0.406	0.0443	0.5	0.0310	1.430
0.487	0.0521	0.6	0.0424	1.229
0.568	0.0614	0.7	0.0540	1.136
0.649	0.0803	0.8	0.0627	1.280
0.730	0.1005	0.9	0.0713	1.410
0.811	0.1205	1	0.0790	1.526
0.892	0.1375	1.1	0.0872	1.576
0.974	0.1503	1.2	0.0939	1.601
1.055	0.1586	1.3	0.1001	1.584
1.136	0.1594	1.4	0.1065	1.497
1.217	0.1653	1.5	0.1124	1.471
1.298	0.1699	1.6	0.1184	1.435
1.379	0.1768	1.7	0.1243	1.422
1.460	0.1917	1.8	0.1301	1.473
1.541	0.2154	1.9	0.1363	1.581
1.623	0.2242	2	0.1430	1.567

**Tab. A1.65. Procedura 1 direzione y caso 22.**

PROCEDURA 2 - DIREZIONE X					PROCEDURA 2 - DIREZIONE Y								
Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{ine}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{el}$ (%)		
5.77	11.54	0.20	21.50	53.40	5.89	11.78	0.20	20.25	53.47	20.86	53.44	0.390	0.390
2.85	5.71	0.29	21.50	46.82	3.26	6.52	0.31	21.25	48.76	21.36	47.92	0.446	0.432
2.43	4.86	0.41	20.50	43.93	2.69	5.38	0.43	19.25	45.81	19.81	44.97	0.441	
2.06	4.12	0.50	19.50	40.28	2.34	4.67	0.53	18.25	43.13	18.80	41.88	0.449	
1.77	3.54	0.58	21.25	36.19	1.84	3.68	0.59	21.25	37.30	21.25	36.77	0.578	
1.61	3.22	0.67	23.50	33.31	1.58	3.16	0.66	23.50	32.68	23.50	33.00	0.712	
1.58	3.16	0.77	20.75	32.63	1.46	2.92	0.74	22.25	29.94	21.44	31.39	0.683	
1.75	3.50	0.93	18.50	35.88	1.65	3.29	0.90	19.75	34.00	19.09	35.00	0.545	
1.86	3.72	1.08	16.50	37.64	1.81	3.63	1.06	16.75	36.90	16.62	37.28	0.446	
1.81	3.62	1.18	16.25	36.86	1.96	3.92	1.23	14.50	39.04	15.30	38.04	0.402	
1.90	3.80	1.33	13.75	38.20	2.03	4.05	1.37	12.50	39.86	13.09	39.08	0.335	
2.01	4.01	1.49	13.25	39.60	2.06	3.16	1.45	11.50	40.58	12.35	40.10	0.308	
2.03	4.05	1.62	14.50	39.87	2.04	4.07	1.62	14.25	39.98	14.37	39.93	0.360	
2.06	4.12	1.76	14.50	40.29	1.93	3.85	1.70	15.50	38.54	14.97	39.48	0.379	
2.09	4.18	1.90	13.75	40.59	1.89	3.78	1.81	15.75	38.07	14.65	39.45	0.371	
2.10	4.21	2.03	13.25	40.78	1.85	3.69	1.91	16.25	37.38	14.55	39.31	0.370	
2.12	4.24	2.17	13.75	40.95	1.83	3.66	2.02	16.25	37.13	14.82	39.32	0.377	
2.13	4.25	2.30	13.75	41.03	1.89	3.79	2.17	16.25	38.10	14.86	39.73	0.374	
2.13	4.26	2.43	12.50	41.06	2.03	4.07	2.37	14.25	39.93	13.33	40.52	0.329	
2.11	4.21	2.54	11.25	40.79	2.02	4.03	2.49	12.75	39.72	11.97	40.28	0.297	

Tab. A1.66. Procedura 2 e rapporto tra gli smorzamenti caso 22.

**Caso 23:**  $v_x=v_y=0.6$ ,  $\zeta_{tot,x}=\zeta_{tot,y}=25\%$ ,  $K_x^*=K_y^*=0.5$ ,  $d_x^*=d_y^*=0.75$

PROCEDURA 1 - DIREZIONE X				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.082	0.0062	0.1	0.0014	4.540
0.165	0.0127	0.2	0.0058	2.183
0.247	0.0247	0.3	0.0129	1.913
0.329	0.0347	0.4	0.0216	1.605
0.412	0.0420	0.5	0.0310	1.355
0.494	0.0533	0.6	0.0424	1.259
0.576	0.0652	0.7	0.0540	1.206
0.659	0.0863	0.8	0.0627	1.376
0.741	0.1035	0.9	0.0713	1.453
0.823	0.1109	1	0.0790	1.404
0.906	0.1267	1.1	0.0872	1.452
0.988	0.1442	1.2	0.0939	1.535
1.070	0.1530	1.3	0.1001	1.528
1.153	0.1681	1.4	0.1065	1.579
1.235	0.1769	1.5	0.1124	1.574
1.317	0.1924	1.6	0.1184	1.625
1.400	0.2065	1.7	0.1243	1.661
1.482	0.2164	1.8	0.1301	1.663
1.564	0.2276	1.9	0.1363	1.670
1.647	0.2343	2	0.1430	1.639

**Tab. A1.67. Procedura 1 direzione x caso 23.**

PROCEDURA 1 - DIREZIONE Y				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.082	0.0061	0.1	0.0014	4.438
0.165	0.0139	0.2	0.0058	2.397
0.247	0.0268	0.3	0.0129	2.076
0.329	0.0393	0.4	0.0216	1.819
0.412	0.0446	0.5	0.0310	1.439
0.494	0.0516	0.6	0.0424	1.218
0.576	0.0621	0.7	0.0540	1.150
0.659	0.0800	0.8	0.0627	1.275
0.741	0.1006	0.9	0.0713	1.411
0.823	0.1156	1	0.0790	1.464
0.906	0.1325	1.1	0.0872	1.519
0.988	0.1440	1.2	0.0939	1.533
1.070	0.1515	1.3	0.1001	1.513
1.153	0.1526	1.4	0.1065	1.433
1.235	0.1574	1.5	0.1124	1.400
1.317	0.1652	1.6	0.1184	1.395
1.400	0.1743	1.7	0.1243	1.402
1.482	0.1888	1.8	0.1301	1.451
1.564	0.2125	1.9	0.1363	1.559
1.647	0.2218	2	0.1430	1.551

**Tab. A1.68. Procedura 1 direzione y caso 23.**

PROCEDURA 2 - DIREZIONE X					PROCEDURA 2 - DIREZIONE Y								
Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{ine}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{el}$ (%)		
6.21	8.28	0.20	20.50	53.60	6.07	8.09	0.20	22.25	53.51	21.36	53.55	0.399	0.399
2.98	3.98	0.29	22.25	46.60	3.28	4.37	0.30	20.75	48.06	21.43	47.40	0.452	0.442
2.62	3.49	0.41	19.75	44.21	2.84	3.78	0.43	19.50	45.74	19.61	45.04	0.436	
2.19	2.93	0.50	19.50	40.34	2.49	3.32	0.53	18.25	43.19	18.80	41.94	0.448	
1.85	2.47	0.58	21.75	35.75	1.97	2.62	0.60	22.50	37.50	22.15	36.68	0.604	
1.72	2.29	0.67	23.50	33.47	1.67	2.22	0.66	23.75	32.39	23.62	32.95	0.717	
1.65	2.20	0.77	21.50	32.06	1.57	2.10	0.75	22.25	30.39	21.86	31.26	0.699	
1.88	2.51	0.93	18.25	36.22	1.74	2.32	0.90	19.75	33.87	18.94	35.14	0.539	
1.99	2.65	1.08	16.25	37.75	1.93	2.57	1.06	16.75	36.95	16.49	37.36	0.441	
1.92	2.56	1.18	16.50	36.80	2.00	2.67	1.20	15.25	37.97	15.85	37.41	0.424	
1.99	2.65	1.32	14.25	37.75	2.08	2.77	1.35	13.50	38.95	13.86	38.38	0.361	
2.10	2.80	1.48	13.50	39.23	2.10	2.17	1.42	11.75	39.48	12.63	39.36	0.321	
2.09	2.79	1.60	14.75	39.11	2.07	2.76	1.59	14.75	38.85	14.75	38.98	0.378	
2.16	2.88	1.75	14.75	39.93	1.96	2.61	1.67	16.50	37.37	15.54	38.78	0.401	
2.15	2.87	1.87	14.50	39.86	1.91	2.55	1.77	17.25	36.72	15.71	38.47	0.408	
2.22	2.96	2.02	13.25	40.65	1.91	2.54	1.88	16.75	36.62	14.74	38.94	0.378	
2.27	3.03	2.17	13.50	41.17	1.92	2.56	2.00	17.25	36.75	15.06	39.33	0.383	
2.27	3.03	2.30	13.50	41.20	1.98	2.65	2.16	16.50	37.72	14.80	39.69	0.373	
2.28	3.04	2.44	12.50	41.29	2.13	2.84	2.36	14.50	39.62	13.43	40.51	0.332	
2.24	2.99	2.54	11.25	40.84	2.12	2.83	2.47	13.25	39.49	12.20	40.20	0.303	

Tab. A1.69. Procedura 2 e rapporto tra gli smorzamenti caso 23.

**Caso 24:**  $v_x=v_y=0.6$ ,  $\zeta_{tot,x}=\zeta_{tot,y}=25\%$ ,  $K_x^*=K_y^*=0.5$ ,  $d_x^*=d_y^*=1$

PROCEDURA 1 - DIREZIONE X				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.083	0.0060	0.1	0.0014	4.382
0.165	0.0124	0.2	0.0058	2.132
0.248	0.0244	0.3	0.0129	1.896
0.331	0.0344	0.4	0.0216	1.594
0.413	0.0417	0.5	0.0310	1.346
0.496	0.0538	0.6	0.0424	1.271
0.579	0.0657	0.7	0.0540	1.216
0.661	0.0838	0.8	0.0627	1.335
0.744	0.0991	0.9	0.0713	1.391
0.827	0.1077	1	0.0790	1.363
0.909	0.1236	1.1	0.0872	1.417
0.992	0.1389	1.2	0.0939	1.480
1.075	0.1488	1.3	0.1001	1.486
1.157	0.1649	1.4	0.1065	1.548
1.240	0.1759	1.5	0.1124	1.566
1.323	0.1922	1.6	0.1184	1.624
1.405	0.2087	1.7	0.1243	1.678
1.488	0.2194	1.8	0.1301	1.686
1.571	0.2286	1.9	0.1363	1.677
1.653	0.2329	2	0.1430	1.628

**Tab. A1.70. Procedura 1 direzione x caso 24.**

PROCEDURA 1 - DIREZIONE Y				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.083	0.0058	0.1	0.0014	4.230
0.165	0.0134	0.2	0.0058	2.306
0.248	0.0263	0.3	0.0129	2.038
0.331	0.0390	0.4	0.0216	1.803
0.413	0.0443	0.5	0.0310	1.430
0.496	0.0508	0.6	0.0424	1.199
0.579	0.0630	0.7	0.0540	1.167
0.661	0.0811	0.8	0.0627	1.293
0.744	0.0980	0.9	0.0713	1.375
0.827	0.1096	1	0.0790	1.388
0.909	0.1279	1.1	0.0872	1.466
0.992	0.1374	1.2	0.0939	1.463
1.075	0.1441	1.3	0.1001	1.439
1.157	0.1472	1.4	0.1065	1.383
1.240	0.1534	1.5	0.1124	1.365
1.323	0.1629	1.6	0.1184	1.376
1.405	0.1738	1.7	0.1243	1.398
1.488	0.1858	1.8	0.1301	1.427
1.571	0.2007	1.9	0.1363	1.473
1.653	0.2054	2	0.1430	1.436

**Tab. A1.71. Procedura 1 direzione y caso 24.**

PROCEDURA 2 - DIREZIONE X					PROCEDURA 2 - DIREZIONE Y								
Duttilità media telaio $\mu\text{F}$	Duttilità media controvento $\mu\text{DB}$	$T_{\text{eff}}$ (s)	$\xi_{\text{ine}}$ (%)	$\xi_{\text{el}}$ (%)	Duttilità media telaio $\mu\text{F}$	Duttilità media controvento $\mu\text{DB}$	$T_{\text{eff}}$ (s)	$\xi_{\text{ine}}$ (%)	$\xi_{\text{el}}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{\text{ine}}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{\text{el}}$ (%)		
6.46	6.46	0.20	22.75	53.50	6.24	6.24	0.20	25.25	53.35	23.96	53.43	0.448	0.448
3.14	3.14	0.29	23.50	46.22	3.40	3.40	0.30	22.75	47.50	23.10	46.91	0.492	0.456
2.80	2.80	0.41	20.25	44.05	3.01	3.01	0.42	18.50	45.43	19.31	44.79	0.431	
2.35	2.35	0.50	19.75	40.18	2.66	2.66	0.53	18.50	43.01	19.05	41.77	0.456	
1.98	1.98	0.58	22.25	35.56	2.11	2.11	0.59	21.25	37.33	21.72	36.50	0.595	
1.87	1.87	0.67	23.25	33.78	1.77	1.77	0.66	24.50	31.86	23.84	32.88	0.725	
1.79	1.79	0.77	21.25	32.32	1.72	1.72	0.75	21.75	30.91	21.49	31.65	0.679	
1.97	1.97	0.92	18.75	35.33	1.91	1.91	0.91	19.75	34.33	19.23	34.84	0.552	
2.05	2.05	1.06	17.25	36.54	2.03	2.03	1.05	17.50	36.19	17.37	36.37	0.478	
2.01	2.01	1.16	17.25	35.94	2.05	2.05	1.17	16.50	36.47	16.87	36.21	0.466	
2.09	2.09	1.30	14.75	37.07	2.16	2.16	1.32	13.75	38.02	14.23	37.56	0.379	
2.18	2.18	1.45	13.75	38.26	2.16	1.68	1.39	12.75	38.22	13.26	38.24	0.347	
2.19	2.19	1.58	15.25	38.37	2.12	2.12	1.55	15.50	37.50	15.37	37.95	0.405	
2.28	2.28	1.73	14.75	39.45	2.04	2.04	1.64	17.25	36.36	15.86	38.08	0.416	
2.31	2.31	1.86	14.50	39.73	2.01	2.01	1.74	17.50	35.99	15.80	38.11	0.414	
2.39	2.39	2.02	13.50	40.63	2.03	2.03	1.87	17.25	36.21	15.07	38.78	0.388	
2.48	2.48	2.18	13.50	41.42	2.06	2.06	2.00	17.25	36.67	15.04	39.48	0.381	
2.49	2.49	2.32	13.25	41.52	2.11	2.11	2.14	16.75	37.27	14.71	39.75	0.370	
2.47	2.47	2.44	12.25	41.40	2.17	2.17	2.29	16.25	38.14	13.99	39.98	0.350	
2.40	2.40	2.53	11.50	40.70	2.12	2.12	2.38	15.75	37.44	13.36	39.28	0.340	

Tab. A1.72. Procedura 2 e rapporto tra gli smorzamenti caso 24.

**Caso 25:**  $v_x=v_y=0.6$ ,  $\zeta_{tot,x}=\zeta_{tot,y}=25\%$ ,  $K_x^*=K_y^*=1$ ,  $d_x^*=d_y^*=0.5$

PROCEDURA 1 - DIREZIONE X				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.080	0.0051	0.1	0.0014	3.746
0.161	0.0122	0.2	0.0058	2.103
0.241	0.0221	0.3	0.0129	1.712
0.322	0.0322	0.4	0.0216	1.489
0.402	0.0411	0.5	0.0310	1.327
0.483	0.0538	0.6	0.0424	1.270
0.563	0.0640	0.7	0.0540	1.184
0.644	0.0807	0.8	0.0627	1.286
0.724	0.0998	0.9	0.0713	1.400
0.805	0.1077	1	0.0790	1.364
0.885	0.1239	1.1	0.0872	1.420
0.966	0.1435	1.2	0.0939	1.528
1.046	0.1531	1.3	0.1001	1.529
1.126	0.1648	1.4	0.1065	1.547
1.207	0.1745	1.5	0.1124	1.553
1.287	0.1853	1.6	0.1184	1.565
1.368	0.1979	1.7	0.1243	1.592
1.448	0.2062	1.8	0.1301	1.585
1.529	0.2181	1.9	0.1363	1.600
1.609	0.2274	2	0.1430	1.591

**Tab. A1.73. Procedura 1 direzione x caso 25.**

PROCEDURA 1 - DIREZIONE Y				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.080	0.0052	0.1	0.0014	3.812
0.161	0.0128	0.2	0.0058	2.196
0.241	0.0256	0.3	0.0129	1.988
0.322	0.0379	0.4	0.0216	1.754
0.402	0.0432	0.5	0.0310	1.392
0.483	0.0489	0.6	0.0424	1.155
0.563	0.0581	0.7	0.0540	1.076
0.644	0.0780	0.8	0.0627	1.244
0.724	0.0969	0.9	0.0713	1.360
0.805	0.1131	1	0.0790	1.432
0.885	0.1266	1.1	0.0872	1.451
0.966	0.1363	1.2	0.0939	1.452
1.046	0.1451	1.3	0.1001	1.449
1.126	0.1505	1.4	0.1065	1.413
1.207	0.1537	1.5	0.1124	1.368
1.287	0.1624	1.6	0.1184	1.372
1.368	0.1701	1.7	0.1243	1.368
1.448	0.1818	1.8	0.1301	1.397
1.529	0.1989	1.9	0.1363	1.460
1.609	0.2139	2	0.1430	1.496

**Tab.A1.74. Procedura 1 direzione y caso 25.**

PROCEDURA 2 - DIREZIONE X					PROCEDURA 2 - DIREZIONE Y								
Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{ine}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{el}$ (%)		
4.44	8.88	0.18	18.75	50.39	4.52	9.03	0.19	25.50	50.46	22.18	50.43	0.440	0.440
2.49	4.98	0.28	20.25	44.91	2.60	5.20	0.29	21.75	45.57	21.03	45.26	0.465	0.474
2.03	4.06	0.39	21.50	41.14	2.36	4.71	0.42	19.75	43.99	20.50	42.78	0.479	
1.76	3.53	0.48	19.75	37.91	2.08	4.16	0.52	18.50	41.65	19.02	40.08	0.475	
1.57	3.14	0.57	21.25	34.78	1.65	3.30	0.59	22.50	36.13	21.90	35.49	0.617	
1.51	3.01	0.67	23.25	33.47	1.37	2.74	0.64	24.25	30.37	23.70	32.07	0.739	
1.40	2.81	0.76	21.75	31.23	1.27	2.55	0.72	23.25	27.83	22.43	29.69	0.755	
1.52	3.05	0.90	19.50	33.86	1.47	2.95	0.89	20.50	32.81	19.98	33.35	0.599	
1.66	3.32	1.06	17.25	36.29	1.61	3.22	1.04	17.50	35.49	17.37	35.90	0.484	
1.62	3.23	1.16	17.25	35.57	1.70	3.39	1.19	15.75	36.90	16.46	36.27	0.454	
1.68	3.37	1.30	14.75	36.68	1.72	3.44	1.31	14.25	37.25	14.49	36.97	0.392	
1.81	3.62	1.47	13.50	38.56	1.72	2.70	1.35	12.50	37.65	13.03	38.13	0.342	
1.81	3.62	1.59	14.50	38.57	1.72	3.43	1.55	15.25	37.20	14.85	37.92	0.392	
1.83	3.67	1.72	14.75	38.86	1.67	3.35	1.65	16.50	36.54	15.55	37.80	0.411	
1.84	3.68	1.85	14.75	38.94	1.62	3.24	1.74	17.50	35.64	15.95	37.50	0.425	
1.85	3.71	1.98	14.50	39.13	1.63	3.25	1.86	17.25	35.73	15.70	37.65	0.417	
1.89	3.77	2.12	14.25	39.53	1.62	3.24	1.97	17.25	35.65	15.52	37.88	0.410	
1.88	3.76	2.24	14.50	39.43	1.66	3.31	2.11	17.25	36.23	15.70	38.03	0.413	
1.90	3.79	2.38	13.75	39.66	1.73	3.46	2.28	16.25	37.40	14.89	38.63	0.385	
1.88	3.77	2.49	12.50	39.51	1.77	3.54	2.42	14.50	38.02	13.44	38.81	0.346	

Tab. A1.75. Procedura 2 e rapporto tra gli smorzamenti caso 25.

**Caso 26:**  $v_x=v_y=0.6$ ,  $\zeta_{tot,x}=\zeta_{tot,y}=25\%$ ,  $K_x^*=K_y^*=1$ ,  $d_x^*=d_y^*=0.75$

PROCEDURA 1 - DIREZIONE X				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.082	0.0049	0.1	0.0014	3.548
0.164	0.0119	0.2	0.0058	2.049
0.247	0.0230	0.3	0.0129	1.781
0.329	0.0330	0.4	0.0216	1.528
0.411	0.0416	0.5	0.0310	1.343
0.493	0.0538	0.6	0.0424	1.271
0.575	0.0641	0.7	0.0540	1.187
0.657	0.0841	0.8	0.0627	1.341
0.740	0.0993	0.9	0.0713	1.393
0.822	0.1089	1	0.0790	1.379
0.904	0.1209	1.1	0.0872	1.386
0.986	0.1398	1.2	0.0939	1.489
1.068	0.1480	1.3	0.1001	1.478
1.151	0.1628	1.4	0.1065	1.529
1.233	0.1702	1.5	0.1124	1.514
1.315	0.1844	1.6	0.1184	1.558
1.397	0.1999	1.7	0.1243	1.608
1.479	0.2101	1.8	0.1301	1.614
1.561	0.2216	1.9	0.1363	1.626
1.644	0.2314	2	0.1430	1.618

**Tab. A1.76. Procedura 1 direzione x caso 26.**

PROCEDURA 1 - DIREZIONE Y				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.082	0.0051	0.1	0.0014	3.738
0.164	0.0120	0.2	0.0058	2.063
0.247	0.0250	0.3	0.0129	1.942
0.329	0.0381	0.4	0.0216	1.762
0.411	0.0442	0.5	0.0310	1.424
0.493	0.0507	0.6	0.0424	1.196
0.575	0.0588	0.7	0.0540	1.088
0.657	0.0785	0.8	0.0627	1.251
0.740	0.0971	0.9	0.0713	1.362
0.822	0.1110	1	0.0790	1.405
0.904	0.1217	1.1	0.0872	1.395
0.986	0.1322	1.2	0.0939	1.408
1.068	0.1406	1.3	0.1001	1.403
1.151	0.1427	1.4	0.1065	1.340
1.233	0.1466	1.5	0.1124	1.304
1.315	0.1573	1.6	0.1184	1.328
1.397	0.1659	1.7	0.1243	1.334
1.479	0.1802	1.8	0.1301	1.385
1.561	0.2007	1.9	0.1363	1.472
1.644	0.2139	2	0.1430	1.496

**Tab. A1.77. Procedura 1 direzione y caso 26.**

PROCEDURA 2 - DIREZIONE X					PROCEDURA 2 - DIREZIONE Y								
Duttività media telaio $\mu F$	Duttività media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Duttività media telaio $\mu F$	Duttività media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{ine}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{el}$ (%)		
4.67	6.23	0.18	22.50	50.38	4.92	6.56	0.18	18.75	50.63	20.53	50.51	0.406	0.406
2.70	3.60	0.28	21.50	44.61	2.72	3.62	0.28	21.25	44.72	21.37	44.67	0.479	0.475
2.34	3.13	0.39	19.25	42.04	2.56	3.41	0.41	19.25	43.69	19.25	42.93	0.448	
2.01	2.68	0.49	20.25	38.61	2.32	3.09	0.52	18.25	41.83	19.11	40.45	0.472	
1.77	2.36	0.58	22.25	35.17	1.88	2.50	0.59	21.25	36.81	21.72	36.04	0.603	
1.67	2.23	0.67	23.25	33.51	1.57	2.10	0.65	23.50	31.58	23.37	32.60	0.717	
1.56	2.08	0.76	21.50	31.31	1.43	1.91	0.73	23.50	28.26	22.41	29.92	0.749	
1.77	2.35	0.92	18.75	35.12	1.65	2.20	0.89	20.25	33.04	19.45	34.15	0.570	
1.83	2.45	1.05	16.75	36.20	1.79	2.39	1.04	17.50	35.57	17.12	35.89	0.477	
1.82	2.42	1.17	16.75	35.92	1.85	2.47	1.18	16.50	36.44	16.62	36.19	0.459	
1.83	2.43	1.29	15.50	36.06	1.84	2.45	1.29	15.25	36.25	15.37	36.15	0.425	
1.96	2.61	1.45	13.50	37.97	1.85	1.95	1.34	13.50	36.85	13.50	37.44	0.361	
1.95	2.59	1.57	15.25	37.77	1.85	2.46	1.53	15.75	36.41	15.49	37.12	0.417	
2.01	2.68	1.71	15.25	38.63	1.76	2.35	1.61	17.50	35.11	16.23	37.10	0.437	
1.99	2.66	1.83	15.25	38.39	1.72	2.29	1.70	18.50	34.30	16.63	36.65	0.454	
2.05	2.73	1.98	14.75	39.08	1.75	2.33	1.83	17.75	34.84	16.01	37.30	0.429	
2.12	2.82	2.13	14.25	39.83	1.76	2.34	1.95	17.75	34.98	15.68	37.85	0.414	
2.13	2.83	2.26	14.25	39.93	1.82	2.43	2.10	17.25	36.03	15.52	38.28	0.406	
2.14	2.85	2.40	13.25	40.09	1.94	2.58	2.29	16.25	37.68	14.60	39.00	0.374	
2.13	2.84	2.52	11.75	39.98	1.97	2.63	2.42	14.50	38.09	13.02	39.11	0.333	

Tab. A1.78. Procedura 2 e rapporto tra gli smorzamenti caso 26.

**Caso 27:**  $v_x=v_y=0.6$ ,  $\zeta_{tot,x}=\zeta_{tot,y}=25\%$ ,  $K_x^*=K_y^*=1$ ,  $d_x^*=d_y^*=1$

PROCEDURA 1 - DIREZIONE X				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.083	0.0047	0.1	0.0014	3.440
0.165	0.0114	0.2	0.0058	1.957
0.248	0.0232	0.3	0.0129	1.800
0.330	0.0333	0.4	0.0216	1.542
0.413	0.0421	0.5	0.0310	1.358
0.496	0.0548	0.6	0.0424	1.294
0.578	0.0655	0.7	0.0540	1.212
0.661	0.0823	0.8	0.0627	1.313
0.743	0.0951	0.9	0.0713	1.335
0.826	0.1054	1	0.0790	1.334
0.908	0.1199	1.1	0.0872	1.374
0.991	0.1346	1.2	0.0939	1.433
1.074	0.1457	1.3	0.1001	1.455
1.156	0.1604	1.4	0.1065	1.506
1.239	0.1715	1.5	0.1124	1.526
1.321	0.1858	1.6	0.1184	1.569
1.404	0.2046	1.7	0.1243	1.646
1.487	0.2133	1.8	0.1301	1.639
1.569	0.2233	1.9	0.1363	1.638
1.652	0.2273	2	0.1430	1.590

**Tab. A1.79. Procedura 1 direzione x caso 27.**

PROCEDURA 1 - DIREZIONE Y				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.083	0.0048	0.1	0.0014	3.528
0.165	0.0120	0.2	0.0058	2.059
0.248	0.0245	0.3	0.0129	1.901
0.330	0.0381	0.4	0.0216	1.761
0.413	0.0439	0.5	0.0310	1.416
0.496	0.0499	0.6	0.0424	1.178
0.578	0.0601	0.7	0.0540	1.113
0.661	0.0800	0.8	0.0627	1.275
0.743	0.0944	0.9	0.0713	1.325
0.826	0.1051	1	0.0790	1.330
0.908	0.1199	1.1	0.0872	1.375
0.991	0.1274	1.2	0.0939	1.357
1.074	0.1336	1.3	0.1001	1.334
1.156	0.1386	1.4	0.1065	1.301
1.239	0.1438	1.5	0.1124	1.279
1.321	0.1535	1.6	0.1184	1.297
1.404	0.1650	1.7	0.1243	1.327
1.487	0.1766	1.8	0.1301	1.357
1.569	0.1915	1.9	0.1363	1.405
1.652	0.1995	2	0.1430	1.395

**Tab. A1.80. Procedura 1 direzione y caso 27.**

PROCEDURA 2 - DIREZIONE X					PROCEDURA 2 - DIREZIONE Y								
Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{ine}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{el}$ (%)		
5.10	5.10	0.18	24.50	50.27	5.24	5.24	0.18	22.75	50.41	23.60	50.34	0.469	0.469
2.90	2.90	0.27	19.75	43.84	3.06	3.06	0.28	21.50	44.71	20.67	44.30	0.467	0.485
2.67	2.67	0.40	20.75	42.28	2.82	2.82	0.41	20.25	43.32	20.49	42.83	0.478	
2.29	2.29	0.49	19.75	38.85	2.61	2.61	0.52	18.50	41.83	19.04	40.54	0.470	
2.02	2.02	0.58	21.75	35.50	2.10	2.10	0.59	21.50	36.65	21.62	36.10	0.599	
1.92	1.92	0.68	23.25	34.09	1.75	1.75	0.65	24.25	31.08	23.70	32.72	0.724	
1.80	1.80	0.77	21.50	32.01	1.65	1.65	0.74	22.75	29.09	22.07	30.68	0.720	
1.95	1.95	0.91	19.25	34.50	1.89	1.89	0.90	19.75	33.62	19.49	34.07	0.572	
1.98	1.98	1.03	17.75	35.01	1.97	1.97	1.03	18.25	34.78	18.00	34.89	0.516	
1.98	1.98	1.15	17.75	34.99	1.97	1.97	1.15	17.75	34.90	17.75	34.95	0.508	
2.04	2.04	1.28	15.50	35.84	2.04	2.04	1.28	15.50	35.84	15.50	35.84	0.432	
2.13	2.13	1.43	14.50	36.99	2.01	1.57	1.31	13.75	35.80	14.15	36.43	0.388	
2.16	2.16	1.55	15.25	37.38	1.98	1.98	1.49	16.50	34.99	15.82	36.28	0.436	
2.24	2.24	1.70	15.50	38.27	1.93	1.93	1.59	18.25	34.25	16.68	36.55	0.456	
2.26	2.26	1.84	15.25	38.60	1.90	1.90	1.69	18.75	33.72	16.69	36.59	0.456	
2.33	2.33	1.98	14.50	39.28	1.92	1.92	1.81	18.50	34.14	16.12	37.19	0.433	
2.44	2.44	2.16	13.75	40.38	1.97	1.97	1.95	17.75	34.84	15.33	38.20	0.401	
2.43	2.43	2.28	13.75	40.29	2.01	2.01	2.08	17.50	35.48	15.28	38.33	0.398	
2.43	2.43	2.40	12.75	40.28	2.08	2.08	2.24	17.25	36.44	14.66	38.65	0.379	
2.36	2.36	2.49	12.50	39.58	2.07	2.07	2.35	16.75	36.25	14.35	38.14	0.376	

Tab. A1.81. Procedura 2 e rapporto tra gli smorzamenti caso 27.

**Caso 28:**  $v_x=v_y=0.6$ ,  $\zeta_{tot,x}=\zeta_{tot,y}=25\%$ ,  $K_x^*=K_y^*=2$ ,  $d_x^*=d_y^*=0.5$

PROCEDURA 1 - DIREZIONE X				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.080	0.0044	0.1	0.0014	3.214
0.160	0.0110	0.2	0.0058	1.890
0.240	0.0221	0.3	0.0129	1.715
0.320	0.0326	0.4	0.0216	1.509
0.401	0.0423	0.5	0.0310	1.363
0.481	0.0551	0.6	0.0424	1.300
0.561	0.0637	0.7	0.0540	1.178
0.641	0.0792	0.8	0.0627	1.263
0.721	0.0957	0.9	0.0713	1.343
0.801	0.1051	1	0.0790	1.331
0.881	0.1203	1.1	0.0872	1.379
0.961	0.1401	1.2	0.0939	1.492
1.041	0.1483	1.3	0.1001	1.481
1.121	0.1593	1.4	0.1065	1.496
1.202	0.1687	1.5	0.1124	1.501
1.282	0.1788	1.6	0.1184	1.510
1.362	0.1914	1.7	0.1243	1.539
1.442	0.2013	1.8	0.1301	1.547
1.522	0.2108	1.9	0.1363	1.547
1.602	0.2199	2	0.1430	1.538

**Tab. A1.82. Procedura 1 direzione x caso 28.**

PROCEDURA 1 - DIREZIONE Y				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.080	0.0046	0.1	0.0014	3.396
0.160	0.0107	0.2	0.0058	1.843
0.240	0.0236	0.3	0.0129	1.832
0.320	0.0373	0.4	0.0216	1.727
0.401	0.0443	0.5	0.0310	1.430
0.481	0.0494	0.6	0.0424	1.166
0.561	0.0585	0.7	0.0540	1.083
0.641	0.0766	0.8	0.0627	1.221
0.721	0.0938	0.9	0.0713	1.316
0.801	0.1071	1	0.0790	1.356
0.881	0.1162	1.1	0.0872	1.332
0.961	0.1216	1.2	0.0939	1.296
1.041	0.1289	1.3	0.1001	1.287
1.121	0.1386	1.4	0.1065	1.302
1.202	0.1442	1.5	0.1124	1.283
1.282	0.1553	1.6	0.1184	1.311
1.362	0.1627	1.7	0.1243	1.309
1.442	0.1758	1.8	0.1301	1.351
1.522	0.1865	1.9	0.1363	1.369
1.602	0.2029	2	0.1430	1.419

**Tab. A1.83. Procedura 1 direzione y caso 28.**

PROCEDURA 2 - DIREZIONE X					PROCEDURA 2 - DIREZIONE Y								
Duttività media telaio $\mu F$	Duttività media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Duttività media telaio $\mu F$	Duttività media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{ine}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{el}$ (%)		
3.43	6.87	0.17	20.25	47.87	3.63	7.26	0.17	16.75	48.11	18.40	47.99	0.383	0.383
2.02	4.04	0.27	21.75	42.28	1.97	3.94	0.27	23.25	41.84	22.48	42.07	0.534	0.507
1.83	3.66	0.39	21.25	40.50	1.96	3.92	0.40	19.75	41.74	20.45	41.16	0.497	
1.61	3.22	0.48	19.25	37.74	1.85	3.69	0.52	19.25	40.64	19.25	39.39	0.489	
1.46	2.91	0.58	21.50	35.18	1.53	3.06	0.59	21.25	36.43	21.37	35.84	0.596	
1.39	2.78	0.68	22.75	33.86	1.25	2.49	0.65	24.50	30.52	23.53	32.37	0.727	
1.26	2.52	0.76	21.75	30.86	1.16	2.31	0.73	23.50	28.00	22.55	29.55	0.763	
1.35	2.70	0.89	19.75	33.01	1.30	2.61	0.88	20.75	31.99	20.23	32.52	0.622	
1.44	2.87	1.03	17.75	34.78	1.41	2.81	1.02	18.25	34.22	17.99	34.50	0.522	
1.42	2.84	1.14	17.50	34.52	1.45	2.90	1.15	17.25	35.05	17.37	34.79	0.499	
1.47	2.95	1.28	15.50	35.48	1.42	2.85	1.26	16.50	34.54	15.98	35.03	0.456	
1.59	3.19	1.45	13.50	37.48	1.38	2.24	1.27	14.75	34.14	14.04	36.04	0.389	
1.58	3.17	1.56	14.75	37.30	1.38	2.75	1.46	16.75	33.58	15.61	35.70	0.437	
1.60	3.20	1.69	15.50	37.54	1.39	2.78	1.58	17.75	33.90	16.47	35.97	0.458	
1.60	3.21	1.81	15.50	37.62	1.37	2.74	1.69	18.75	33.48	16.87	35.87	0.470	
1.61	3.23	1.94	15.25	37.76	1.40	2.80	1.82	18.25	34.11	16.54	36.19	0.457	
1.64	3.29	2.08	14.75	38.21	1.40	2.80	1.93	18.25	34.06	16.22	36.46	0.445	
1.65	3.31	2.21	15.25	38.32	1.44	2.89	2.07	17.50	34.94	16.22	36.86	0.440	
1.65	3.31	2.33	14.50	38.32	1.46	2.92	2.20	17.75	35.29	15.93	36.99	0.431	
1.64	3.29	2.45	13.50	38.19	1.52	3.03	2.36	16.25	36.23	14.76	37.29	0.396	

Tab. A1.84. Procedura 2 e rapporto tra gli smorzamenti caso 28.

**Caso 29:**  $v_x=v_y=0.6$ ,  $\zeta_{tot,x}=\zeta_{tot,y}=25\%$ ,  $K_x^*=K_y^*=2$ ,  $d_x^*=d_y^*=0.75$

PROCEDURA 1 - DIREZIONE X				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.082	0.0044	0.1	0.0014	3.204
0.164	0.0104	0.2	0.0058	1.789
0.246	0.0230	0.3	0.0129	1.786
0.328	0.0335	0.4	0.0216	1.551
0.411	0.0435	0.5	0.0310	1.404
0.493	0.0553	0.6	0.0424	1.305
0.575	0.0648	0.7	0.0540	1.199
0.657	0.0838	0.8	0.0627	1.335
0.739	0.0979	0.9	0.0713	1.374
0.821	0.1071	1	0.0790	1.356
0.903	0.1182	1.1	0.0872	1.355
0.985	0.1362	1.2	0.0939	1.451
1.067	0.1440	1.3	0.1001	1.438
1.149	0.1585	1.4	0.1065	1.488
1.232	0.1665	1.5	0.1124	1.481
1.314	0.1813	1.6	0.1184	1.532
1.396	0.1947	1.7	0.1243	1.566
1.478	0.2039	1.8	0.1301	1.567
1.560	0.2168	1.9	0.1363	1.591
1.642	0.2285	2	0.1430	1.598

**Tab. A1.85. Procedura 1 direzione x caso 29.**

PROCEDURA 1 - DIREZIONE Y				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.082	0.0046	0.1	0.0014	3.327
0.164	0.0103	0.2	0.0058	1.766
0.246	0.0229	0.3	0.0129	1.775
0.328	0.0372	0.4	0.0216	1.723
0.411	0.0448	0.5	0.0310	1.447
0.493	0.0509	0.6	0.0424	1.202
0.575	0.0602	0.7	0.0540	1.114
0.657	0.0779	0.8	0.0627	1.241
0.739	0.0939	0.9	0.0713	1.318
0.821	0.1054	1	0.0790	1.334
0.903	0.1134	1.1	0.0872	1.299
0.985	0.1217	1.2	0.0939	1.296
1.067	0.1292	1.3	0.1001	1.290
1.149	0.1363	1.4	0.1065	1.280
1.232	0.1390	1.5	0.1124	1.237
1.314	0.1509	1.6	0.1184	1.275
1.396	0.1578	1.7	0.1243	1.269
1.478	0.1724	1.8	0.1301	1.325
1.560	0.1875	1.9	0.1363	1.375
1.642	0.2038	2	0.1430	1.425

**Tab. A1.86. Procedura 1 direzione y caso 29.**

PROCEDURA 2 - DIREZIONE X					PROCEDURA 2 - DIREZIONE Y								
Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{ine}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{el}$ (%)		
4.04	5.39	0.17	20.50	48.16	4.20	5.60	0.17	18.25	48.35	19.33	48.26	0.401	0.401
2.26	3.01	0.26	20.50	41.44	2.23	2.97	0.26	21.25	41.20	20.87	41.32	0.505	0.498
2.25	3.01	0.39	19.25	41.42	2.24	2.99	0.39	19.50	41.30	19.37	41.36	0.468	
1.96	2.61	0.49	19.75	38.48	2.17	2.90	0.52	19.25	40.72	19.47	39.72	0.490	
1.77	2.36	0.59	21.75	36.05	1.83	2.43	0.59	20.50	36.81	21.11	36.44	0.579	
1.65	2.20	0.68	22.75	34.03	1.52	2.02	0.65	23.50	31.53	23.09	32.89	0.702	
1.51	2.02	0.76	21.25	31.47	1.40	1.87	0.74	22.75	29.00	21.94	30.33	0.724	
1.68	2.25	0.92	18.75	34.68	1.57	2.09	0.89	20.50	32.55	19.56	33.69	0.581	
1.73	2.31	1.05	17.50	35.46	1.66	2.22	1.03	18.50	34.32	17.98	34.91	0.515	
1.71	2.28	1.15	17.25	35.11	1.68	2.24	1.15	17.75	34.66	17.50	34.89	0.501	
1.71	2.28	1.27	15.75	35.08	1.64	2.19	1.24	17.25	33.91	16.47	34.52	0.477	
1.83	2.44	1.43	14.25	36.88	1.64	1.76	1.27	14.75	34.19	14.47	35.69	0.406	
1.81	2.42	1.54	15.25	36.66	1.63	2.17	1.47	17.25	33.71	16.14	35.34	0.457	
1.88	2.50	1.69	15.50	37.50	1.62	2.15	1.57	18.25	33.48	16.67	35.79	0.466	
1.87	2.49	1.80	15.50	37.39	1.56	2.08	1.66	19.75	32.44	17.25	35.36	0.488	
1.93	2.58	1.95	14.75	38.19	1.61	2.14	1.79	18.75	33.34	16.39	36.21	0.453	
1.98	2.63	2.10	14.50	38.70	1.60	2.14	1.90	18.50	33.22	16.09	36.53	0.440	
1.98	2.64	2.22	14.75	38.72	1.67	2.23	2.06	17.75	34.46	16.00	36.94	0.433	
2.01	2.68	2.36	13.75	39.05	1.74	2.31	2.21	17.75	35.49	15.46	37.53	0.412	
2.02	2.69	2.49	12.25	39.15	1.80	2.40	2.36	16.25	36.43	14.02	37.94	0.370	

Tab. A1.87. Procedura 2 e rapporto tra gli smorzamenti caso 29.

**Caso 30:**  $v_x=v_y=0.6$ ,  $\zeta_{tot,x}=\zeta_{tot,y}=25\%$ ,  $K_x^*=K_y^*=2$ ,  $d_x^*=d_y^*=1$

PROCEDURA 1 - DIREZIONE X				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.083	0.0045	0.1	0.0014	3.252
0.165	0.0101	0.2	0.0058	1.746
0.248	0.0234	0.3	0.0129	1.817
0.330	0.0339	0.4	0.0216	1.569
0.413	0.0441	0.5	0.0310	1.423
0.495	0.0562	0.6	0.0424	1.326
0.578	0.0658	0.7	0.0540	1.218
0.660	0.0829	0.8	0.0627	1.322
0.743	0.0945	0.9	0.0713	1.325
0.825	0.1045	1	0.0790	1.323
0.908	0.1181	1.1	0.0872	1.354
0.990	0.1327	1.2	0.0939	1.413
1.073	0.1425	1.3	0.1001	1.423
1.155	0.1563	1.4	0.1065	1.468
1.238	0.1675	1.5	0.1124	1.491
1.320	0.1822	1.6	0.1184	1.538
1.403	0.1993	1.7	0.1243	1.603
1.485	0.2084	1.8	0.1301	1.602
1.568	0.2203	1.9	0.1363	1.616
1.650	0.2254	2	0.1430	1.576

**Tab. A1.88. Procedura 1 direzione x caso 30.**

PROCEDURA 1 - DIREZIONE Y				
Periodo iniziale oscillatore non lineare T1 (s)	Spostamento inelastico medio $d_{ine}$ (m)	Periodo Teff (s)	Spostamento spettrale elastico medio $d_{el}$ (m)	$d_{ine} / d_{el}$
0.083	0.0044	0.1	0.0014	3.245
0.165	0.0101	0.2	0.0058	1.742
0.248	0.0223	0.3	0.0129	1.728
0.330	0.0369	0.4	0.0216	1.705
0.413	0.0445	0.5	0.0310	1.437
0.495	0.0502	0.6	0.0424	1.184
0.578	0.0594	0.7	0.0540	1.100
0.660	0.0780	0.8	0.0627	1.244
0.743	0.0916	0.9	0.0713	1.285
0.825	0.1021	1	0.0790	1.292
0.908	0.1114	1.1	0.0872	1.277
0.990	0.1195	1.2	0.0939	1.273
1.073	0.1279	1.3	0.1001	1.277
1.155	0.1346	1.4	0.1065	1.264
1.238	0.1380	1.5	0.1124	1.228
1.320	0.1473	1.6	0.1184	1.244
1.403	0.1580	1.7	0.1243	1.271
1.485	0.1712	1.8	0.1301	1.316
1.568	0.1870	1.9	0.1363	1.372
1.650	0.1985	2	0.1430	1.388

**Tab. A1.89. Procedura 1 direzione y caso 30.**

PROCEDURA 2 - DIREZIONE X					PROCEDURA 2 - DIREZIONE Y					Smorzamento di Rodrigues $\xi_{ine}$ (%)	Smorzamento di Rodrigues $\xi_{el}$ (%)		
Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)	Duttilità media telaio $\mu F$	Duttilità media controvento $\mu DB$	$T_{eff}$ (s)	$\xi_{ine}$ (%)	$\xi_{el}$ (%)				
4.86	4.86	0.17	19.50	48.30	4.85	4.85	0.17	19.50	48.29	19.50	48.30	0.404	0.404
2.61	2.61	0.26	21.75	41.00	2.60	2.60	0.26	21.75	40.97	21.75	40.98	0.531	0.506
2.71	2.71	0.40	20.50	41.76	2.58	2.58	0.39	20.75	40.81	20.62	41.31	0.499	
2.34	2.34	0.49	19.25	38.76	2.55	2.55	0.51	18.50	40.54	18.84	39.73	0.474	
2.13	2.13	0.59	21.50	36.40	2.15	2.15	0.59	20.75	36.65	21.12	36.53	0.578	
1.98	1.98	0.69	22.75	34.50	1.77	1.77	0.65	24.25	31.08	23.42	32.98	0.710	
1.82	1.82	0.77	21.25	31.98	1.64	1.64	0.73	22.75	28.56	21.92	30.44	0.720	
1.97	1.97	0.91	18.75	34.40	1.86	1.86	0.89	20.50	32.62	19.57	33.57	0.583	
1.98	1.98	1.03	18.25	34.49	1.92	1.92	1.01	18.75	33.60	18.49	34.05	0.543	
1.98	1.98	1.14	17.75	34.43	1.93	1.93	1.13	18.50	33.76	18.12	34.10	0.531	
2.02	2.02	1.27	16.25	35.07	1.91	1.91	1.23	17.50	33.41	16.84	34.29	0.491	
2.11	2.11	1.41	14.50	36.23	1.90	1.51	1.25	15.25	33.67	14.84	35.08	0.423	
2.12	2.12	1.53	15.25	36.40	1.91	1.91	1.46	17.25	33.42	16.14	35.07	0.460	
2.19	2.19	1.68	15.75	37.18	1.89	1.89	1.56	18.50	33.11	16.92	35.45	0.477	
2.23	2.23	1.81	15.50	37.56	1.83	1.83	1.65	19.75	32.23	17.22	35.41	0.486	
2.30	2.30	1.96	14.75	38.31	1.86	1.86	1.77	19.50	32.63	16.63	36.06	0.461	
2.39	2.39	2.12	14.25	39.24	1.90	1.90	1.90	18.50	33.27	15.89	36.94	0.430	
2.39	2.39	2.25	14.25	39.22	1.96	1.96	2.05	18.25	34.27	15.86	37.23	0.426	
2.41	2.41	2.38	13.50	39.42	2.05	2.05	2.21	17.75	35.44	15.28	37.76	0.405	
2.35	2.35	2.48	12.75	38.87	2.07	2.07	2.33	16.75	35.76	14.50	37.51	0.387	

Tab. A1.90. Procedura 2 e rapporto tra gli smorzamenti caso 30.

## Conclusioni

L'obiettivo principale del presente lavoro di tesi è stato quello di proporre una procedura di progetto di controventi dissipativi, basata sul controllo degli spostamenti, in grado di fornire uno strumento affidabile e di rapida applicazione per l'adeguamento antisismico di edifici a struttura intelaiata in c.a. con irregolarità in pianta.

L'edificio oggetto di studio, situato nel Comune di Spilinga in provincia di Vibo Valentia e realizzato nel 1962, è stato progettato alle tensioni ammissibili in accordo con le prescrizioni del Regio Decreto del 22 Novembre 1937 n° 2105. Nel 2004 sono state eseguite delle indagini sull'edificio, effettuando un rilievo geometrico e la caratterizzazione meccanica della struttura mediante prove su materiali. A partire da queste indagini, si è provveduto alla progettazione simulata dell'edificio considerando la normativa vigente all'epoca della costruzione.

Per poter effettuare le analisi statiche e dinamiche non lineari della struttura test, è stato inizialmente messo a punto un codice di calcolo in C++. A tal fine si è proposto un modello a plasticità concentrata ("Lumped Plasticity Model", LPM), basato su un modello a superfici piane ("Flat Surface Model", FSM) del dominio elastico delle sezioni in c.a.. La costruzione del dominio elastico è stata eseguita con riferimento alle sezioni di estremità degli elementi strutturali, dove sono attese deformazioni inelastiche in presenza di azioni sismiche. Ogni sezione è stata definita dalla posizione dei suoi vertici e dalla posizione e diametro delle barre di armatura. Travi e pilastri, sono stati suddivisi in quattro sotto-elementi, due per ciascuna regione critica di estremità (con lunghezza pari a  $L/8$ ) e due per ciascuna regione centrale (con lunghezza pari a  $3L/8$ ), mentre le loro sezioni trasversali sono state suddivise in 200 fibre. Superfici piane sono state utilizzate per descrivere il dominio elastico, considerando una linearizzazione a tratti della sua superficie limite. In particolare, una soddisfacente rappresentazione del dominio è stata ottenuta considerando 26 superfici piane: 6 superfici normali agli assi principali  $x$ ,  $y$  e  $z$ ; 12 superfici normali alle bisezioni degli assi  $x-z$ ,  $x-y$  e  $x-z$ ; 8 superfici normali alle bisezioni degli ottanti. La soluzione elasto-plastica per travi o pilastri è stata valutata, quindi, tenendo conto del rientro su un dominio tridimensionale  $N-M_y-M_z$  discretizzato mediante falde piane.

Al fine di valutare l'affidabilità della formulazione proposta e del codice realizzato, con riferimento all'edificio oggetto di studio, i risultati ottenuti con la formulazione proposta sono stati confrontati con quelli relativi a software commerciali basati su modelli a fibre. In particolare, i risultati numerici che sono stati ottenuti utilizzando il modello a fibre (FM) disponibile all'interno del programma Biaxial, sono stati utilizzati per testare l'efficacia, a livello di sezione, del modello a

falde (FSM). I domini elastici, schematizzati in 26 superfici piane, come detto in precedenza, ottenuti col modello FSM, sono stati confrontati, con i domini ottenuti col modello FM, per diversi valori dei carichi assiali. È stata ottenuta una buona rappresentazione del dominio elastico, sia per sforzi di trazione, per convenzione positivi, che per sforzi di compressione, anche nel caso di sforzi superiori al valore corrispondente alla rottura bilanciata. Successivamente, i risultati numerici ottenuti utilizzando il modello a fibre (FM) disponibile all'interno del programma SeismoStruct sono stati utilizzati per calibrare, a livello di struttura, il modello LPM+FSM. A tal fine, sono state svolte le analisi statiche non lineari dell'edificio di Spilinga lungo le direzioni principali in pianta. In particolare, sono state confrontate le curve di capacità dell'edificio di Spilinga ottenute dalle analisi statiche non lineari condotte lungo le direzioni principali in pianta con riferimento sia al modello LPM+FSM che al modello FM. Nel range plastico, di maggiore interesse per le analisi svolte, è stata ottenuta una buona corrispondenza tra il modello LPM+FSM ed il modello FM. Inoltre, le curve di capacità ottenute con il modello LPM+FSM, sono state usate per comparare le due distribuzioni dei carichi orizzontali considerate: "uniforme" e "triangolare". Entrambe le distribuzioni dei carichi sono state confrontate, in direzione X ed Y, con riferimento allo spostamento di interpiano, per gli stato limite di operatività e di danno, ed alla duttilità, per gli stati limite di salvaguardia della vita e di collasso. Sia in direzione X che Y è stata ottenuta una buona corrispondenza, anche se i risultati sono risultati migliori nella direzione X. In aggiunta, si è riscontrato che variando la distribuzione di carico, si ottengono valori di spostamento simili in direzione X ed Y per gli stati limite di esercizio, mentre si hanno valori diversi considerando gli stati limite ultimi. Infine, dalle analisi statiche non lineari effettuate con il modello LPM+FSM, sono stati rappresentati i domini di capacità in termini di spostamento e di taglio alla base, lungo le direzioni principali X e Y. In particolare, a partire dalle curve di capacità ottenute ruotando la direzione del carico di un angolo  $\gamma$  che va da  $0^\circ$  a  $360^\circ$ , con un passo costante di  $15^\circ$ , sono stati tracciati 16 domini di capacità, distinguendo gli stati limite di esercizio e ultimi, attraverso i quali, è stata studiata la vulnerabilità della struttura. È molto importante sottolineare il fatto che la direzione di massima vulnerabilità sismica non è necessariamente uguale agli stati limite di esercizio e ultimo. Infatti, agli stati limite di esercizio (SLO ed SLD) è stato riscontrato che la direzione di massima vulnerabilità corrisponde a  $\gamma=330^\circ$ , mentre agli stati limite ultimi (SLV ed SLC) corrisponde a  $\gamma=120^\circ$ . Allo stesso tempo, la direzione di massima vulnerabilità in termini di forza di taglio non corrisponde necessariamente a quella ottenuta in termini di spostamento. Nel caso dell'edificio di Spilinga, la direzione caratterizzata dalla minore resistenza corrisponde a  $\gamma=0^\circ$  per tutti gli stati limite.

Il secondo punto fondamentale della procedura proposta è rappresentato dal calcolo del fattore di smorzamento viscoso. In letteratura esistono molte formule per il calcolo di tale fattore, ma tutte si riferiscono ad azioni uniassiali. Affinché il coefficiente di smorzamento viscoso tenga in considerazione la biassialità delle azioni che agiscono sulle strutture, si è proposta una nuova formula per il suo calcolo. Si è partiti dalla formula proposta da Jacobsen effettuando la sua generalizzazione per un sistema tridimensionale con controventi dissipativi. L'affidabilità della formulazione proposta è stata verificata confrontando gli spostamenti di analisi dinamiche non lineari e lineari equivalenti, al fine di quantificare lo scarto nei risultati. Questa verifica è stata condotta considerando entrambe le direzioni e tre livelli di sforzo normale adimensionalizzato. La formula proposta è risultata affidabile; infatti, i rapporti tra gli spostamenti inelastici e gli spostamenti elastici si sono notevolmente avvicinati all'unità, come si auspicava.

Con lo scopo di adeguare l'edificio irregolare in pianta si è proceduto alla progettazione dei controventi dissipativi con una procedura basata sul controllo degli spostamenti, che generalizza una preesistente procedura relativa ad edifici regolari. L'edificio in esame è stato studiato considerando sia l'analisi Pushover 3D che il metodo N2 Esteso, per poter capire se questo ultimo consente di ottenere risultati affini alla Pushover 3D e, quindi, se può essere utilizzato come unico metodo per l'analisi sismica di strutture, in quanto meno oneroso. Infatti, con la Pushover 3D, le analisi statiche non lineari della struttura, vengono svolte variando la direzione dell'azione sismica, da  $0^\circ$  a  $360^\circ$ , mentre utilizzando il metodo N2, l'analisi statica non lineare viene condotta solo lungo le direzioni principali della pianta dell'edificio. Si è ottenuto che il metodo N2 Esteso è efficiente quanto la Pushover 3D, ma col vantaggio di essere meno laborioso. Infatti, in termini di indici di vulnerabilità, calcolati in riferimento allo stato limite di salvaguardia della vita ed allo stato limite di collasso, i risultati ottenuti con il metodo N2 esteso e l'analisi Pushover 3D hanno evidenziato che per tutte le direzioni dei carichi sismici non si eccede il limite di vulnerabilità.

Un altro aspetto di cui si è tenuto conto nella procedura di progetto dei controventi dissipativi proposta, è rappresentato dalla distribuzione in pianta dei controventi dissipativi. In particolare, la ripartizione della rigidezza in pianta è stata effettuata secondo due diversi approcci: approccio delle rigidezze proporzionali e approccio delle rigidezze inversamente proporzionali. Col primo approccio la distribuzione delle rigidezze dei controventi in pianta viene effettuata mantenendo invariata l'eccentricità, cioè mantenendo invariata la posizione del baricentro delle rigidezze rispetto al baricentro delle masse; il secondo approccio è basato sul concetto di voler annullare gli effetti torsionali (elastici) sulla struttura.

Bisogna sottolineare l'importanza che assume la distribuzione in pianta dei controventi, soprattutto nel caso di edifici irregolari per cercare di ridurre gli effetti torsionali che la struttura può subire. In

riferimento al metodo N2 Esteso ed alla Pushover 3D è stato ottenuto che il criterio di rigidezza inversamente proporzionale risulta essere migliore rispetto al criterio di rigidezza proporzionale, sia allo stato limite di salvaguardia della vita che allo stato limite di collasso; infatti, per nessuna direzione del carico sismico è stato superato il limite di vulnerabilità. Inoltre, anche la forma dei domini di vulnerabilità nel caso del criterio di rigidezza inversamente proporzionale, è risultata essere più regolare di quella ottenuta con il criterio di rigidezza proporzionale.

Successivamente, le analisi statiche e dinamiche non lineari, utilizzando il metodo N2 Esteso ed il criterio di rigidezza inversamente proporzionale, sono state estese ad un'ampia casistica di soluzioni progettuali considerando due disposizioni in pianta dei controventi dissipativi: 1) la prima in cui i controventi dissipativi sono disposti solo lungo il perimetro dell'edificio; 2) la seconda in cui alcuni controventi dissipativi sono disposti anche nelle maglie interne dell'edificio. In particolare, nell'analisi statica non lineare sono stati considerati tre casi progettuali, assumendo tre diversi valori della duttilità del telaio ed un unico valore per la duttilità ed il coefficiente di incrudimento dei controventi dissipativi. Per l'analisi dinamica non lineare dell'edificio, invece, sono stati considerati cinque casi, variando sia la duttilità del telaio che il coefficiente di incrudimento dei controventi dissipativi. In tutti i casi analizzati, mentre la struttura originaria ha superato i vari limiti considerati (in termini di spostamenti, duttilità ecc.) la struttura adeguata con i controventi dissipativi è rientrata nei limiti, confermando che l'inserimento dei controventi dissipativi è stato favorevole. A tal proposito è importante sottolineare che, al variare dei vari parametri di progetto, la procedura di progetto dei controventi dissipativi proposta funziona molto bene, confermando che si tratta di uno strumento progettuale robusto che riesce a combinare l'affidabilità e la semplicità di utilizzo.

## Riferimenti Bibliografici

- Aiken I.D. e Kelly J.M. (1990). *Earthquake Simulator Testing and Analytical Studies of Two Energy-Absorbing Systems for Multistory Structures*. Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley.
- Anagnostopoulos S.A., Kyrkos M.T. e Stathopoulos K.G. (2015). *Earthquake induced torsion in buildings: critical review and state of the art*. Earthquakes and Structures, Vol. 8(2), pp. 305-377.
- Antoniou S., Rovithakis A. e Pinho R. (2002). *Development and verification of a fully adaptive pushover procedure*. 12th European Conference on Earthquake Engineering, Londra, UK, n. 822.
- Antoniou S. e Pinho R. (2004). *Advantages and Limitations of Force-based Adaptive and Non-Adaptive Pushover Procedure*. Journal of Earthquake Engineering, Vol. 8, n. 5, pp. 497-522.
- Applied Technology Council, ATC40 (1996). *Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings*.
- Bartera F. e Giacchetti R. (2004). *Steel dissipating braces for upgrading existing building frames*. Journal of Constructional Steel Research, Vol. 60(3), pp. 751-769.
- Bertero V.V. (2002). *Innovative Approaches to Earthquake Engineering*. Wessex Institute of Technology (WIT Press), pp. 1-84.
- Bergami A.V. e Nuti C. (2014). *Design of dissipative braces for an existing strategic building with a pushover based procedure*. Journal of Civil Engineering and Architecture, USA, Vol. 8, n. 7.
- Castaldo P. e Palazzo B. (2013). *A simplified approach for the integrated design of viscoelastically damped structural systems*. "Atti XV Convegno L'Ingegneria Sismica in Italia" (ANIDIS), Padova 2013.
- Chopra A.K. (1995). *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Chopra A.K. e Goel R.K. (2002). *A modal pushover analysis procedure for estimating seismic demands for buildings*. Earthquake Engineering Structural Dynamics. Vol. 31 (3), pp. 561-582.
- Chopra A.K., Goel R.K. e Chintanapakdee C. (2004). *Evaluation of a modified MPA procedure assuming higher modes as elastic to estimate seismic demands*. Earthquake Spectra, Vol. 20(3), pp. 757-778.
- Christopoulos C. e Filiatrault A. (2006). *Principles of passive supplemental damping and seismic isolation*. Istituto Universitario di Studi Superiori (IUSS Press), Pavia, Italia.
- Ciampi V., Paolone A. e De Angelis M. (1992). *On the seismic design of dissipative bracings*. 10th World Conference on Earthquake Engineering, Madrid, Spagna, Vol. VII, pp. 4133-4138.
- Constantinou M.C., Soong T.T. e Dargush G.F. (1998). *Passive energy dissipation systems for structural design and retrofit*. Multidisciplinary Center for Earthquake Engineering Research.
- Correia A.A. e Vituoso F.B.E. (2006). *Nonlinear Analysis of Space Frames*. 3th European Conference on Computational Mechanics: Solids, Structures and Coupled Problems in engineering, Lisbona, Portogallo.
- Dall'Asta A. e Ragni L. (2006). *Experimental tests and analytical model of High Damping Rubber dissipating devices*. Engineering Structures, Vol. 28, pp. 1874-1884.
- Dall'Asta A., Ragni L. e Tubaldi E. (2005-2008). *Design methods for existing R.C. frames equipped with Buckling Restrained Braces and dissipative braces based on High Damping Rubber*. DPC-ReLUIS Tecnologie per l'Isolamento ed il Controllo di Strutture ed Infrastrutture, pp. 63-72.

- De Luca A. e Serino G. (1988). *L'approccio energetico nella progettazione sismica*. Ingegneria Sismica, n. 3.
- De Matteis G., Landolfo R. e Mazzolani F.M. (2003). *Seismic response of MR steel frames with low yield steel shear panels*. Engineering Structures, pp. 155-168.
- Di Ludovico M., Lignola G.P., Prota A. e Cosenza E. (2007). *Analisi non lineare di sezioni in c.a. soggette a pressoflessione deviata*. "Atti XII Convegno Nazionale L'Ingegneria Sismica in Italia" (ANIDIS), Pisa 2007.
- Dolce M., Donatello Cardone D. e Marnetto R. (2000). *Implementation and testing of passive control devices based on shape memory alloys*. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 29, pp. 945-968.
- Dwairi H.M., Kowalsky M.J. e Nau J.M. (2007). *Equivalent damping in support of direct displacement-based design*. Journal of Earthquake Engineering, Vol. 11, pp. 512-30.
- Eurocodice 8 (2005). *Progettazione delle strutture per la resistenza sismica – Parte 1: Regole generali, azioni sismiche e regole per gli edifici*.
- Fajfar P. (2000). *A Nonlinear Analysis Method for Performance-Based Seismic Design*. Earthquake Spectra, Vol. 16, n. 3, pp. 573-592.
- Federal Emergency Management Agency, FEMA 273 (1997). *Guidelines for the seismic rehabilitation of buildings*. American Society of Civil Engineers, Reston, Virginia.
- Federal Emergency Management Agency, FEMA 274 (1997). *Commentary on the Guidelines for the seismic rehabilitation of buildings*. American Society of Civil Engineers, Reston, Virginia.
- Federal Emergency Management Agency, FEMA 356 (2000). *Prestandard and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings*. American Society of Civil Engineers, Reston, Virginia.
- Federal Emergency Management Agency, FEMA 450 (2003). *Recommended Provisions For Seismic Regulations For New Buildings and Other Structures*. American society of Civil Engineering, Reston, Virginia.
- Ferracuti B., Pinho R., Savoia M. e Francia R. (2009). *Verification of Displacement-based Adaptive Pushover through multi-ground motion incremental dynamic analyses*. Engineering Structures, Vol. 31, pp. 1789-1799.
- Fitzgerald T.F., Anagnos T., Goodson M. e Zsutty T. (1989). *Lotted Bolted Connections in Aseismic Design for Concentrically Braced Connections*. Earthquake Spectra Vol. 5(2), pp. 383-391, EERI.
- Filiatrault A. e Cherry S. (1988). *Seismic Design of Simple Friction Damped Braced Frames*. 9th World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo-Kyoto, pp. 809-814.
- Fuller K., Ahmadi H., Goodchild I., Magonette G., Taucer F. e Dumoulin C. (2000). *Rubber-based energy dissipators for earthquake protection of structures*. 12th World Conference on Earthquake Engineering, Auckland, Nuova Zelanda.
- Ghobarah A. (2004). *On drift limits associated with different damage levels*. International Workshop Performance-Based Seismic Design: Concept and Implementation. Bled, Slovenia.
- Gilmartin, U.M., Freeman, S.A. e Rihal, S.S. (1998). *Using Earthquake Strong Motion Records to Assess the Structural and Nonstructural Response of the 7-Story Van Nuys Hotel to the Northridge Earthquake of January 17, 1994*. 6th US National Conference on Earthquake Engineering, Seattle, U.S.A., n. 268 (su CD).
- Goel R.K. e Chopra A.K. (2004). *Evaluation of modal and FEMA pushover analysis SAC buildings*. Earthquake Spectra, Vol. 20(1), pp. 225-254.

- Gulkan P., Sozen MA. (1974). *Inelastic responses of reinforced concrete structures to earthquake motions*. ACI, Vol. 71(12).
- Hanson R. D. e Soong T. T. (2001). *Seismic design with supplemental energy dissipation devices*. MNO-8, Earthquake Engineering Research Institute, Buffalo, New York.
- Hellesland J. e Scordelis A. (1981). *Analysis of RC bridge columns under imposed deformations*. IABSE Colloquium, Delft., pp. 545-559.
- Hudson D.E. (1965). *Equivalent Viscous Friction for Hysteretic Systems with Earthquake-Like Excitations*. 3rd World Conference on Earthquake Engineering, Nuova Zelanda, pp. 185-201.
- Iervolino I., Maddaloni G. e Cosenza E. (2006). *Unscaled real record sets compliant with Eurocode 8*. 1st European Conference on Earthquake, Engineering and Seismology, Genova.
- Iwan W.D. e Gates N.C. (1979). *The effective period and damping of a class of hysteretic structures*. Earthquake Engineering Structural Dynamics, Vol. 7, pp. 199-211.
- Jacobsen L.S. (1930). *Steady forced vibrations as influenced by damping*. ASME Trans, Vol. 52, pp. 169-81.
- Jacobsen L.S. (1960). *Damping in composite structures*. Proceedings of the 2nd World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo e Kyoto, Giappone, Vol. 2, pp. 1029-1044.
- Jennings P. (1968). *Equivalent damping for yielding structures*. Journal of Engineering Mechanics Division ASCE, Vol. 94, pp. 103-116.
- Kasai K., Munshi J.A., Lai M.L. e Maison B.F. (1993). *Viscoelastic Damper Hysteretic Model: Theory Experiment and Application*. ATC-17-1 Seminar on Seismic Isolation, Passive Energy Dissipation, and Active Control, pp. 521-532, San Francisco, CA.
- Kim, J. e Bang, S. (2002). *Optimum distribution of added viscoelastic dampers for mitigation of torsional responses of plan-wise asymmetric structures*. Engineering Structures, Vol. 24(10), pp. 1257-1269.
- Kim J.K., Choi H.H. e Min K.W. (2003). *Performance-based design of added viscous dampers using capacity spectrum method*. Journal of Earthquake Engineering Vol. 7, pp. 1-24.
- Kowalsky MJ. e Dwairi H. (2004). *Investigation of Jacobsen's equivalent viscous damping approach as applied to displacement-based seismic design*. 13th World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver, Canada.
- Kowalsky M.J., Priestley M.J.N. e MacRae G.A. (1995). *Displacement-Based Design of RC Bridge Columns in Seismic Regions*. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 24, n. 12, pp. 1623-1644.
- Kreslin M. e Fajfar P. (2012). *The extended N2 method considering higher mode effects in both plan and elevation*. Bulletin of Earthquake Engineering, Vol. 10(2), pp. 695-715.
- Kwan W. P. e Billington S. L. (2003). *Influence of hysteretic behavior on equivalent period and damping of structural systems*. ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 129(5), pp. 576-585.
- Legge del 2/02/1974, n. 64. *Provvedimenti per le costruzioni con particolari prescrizioni per le zone sismiche*.

- Lin, W.H. e Chopra, A.K. (2001). *Understanding and predicting effects of supplemental viscous damping on seismic response of asymmetric one-story systems*. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 30, pp. 1475-1494.
- Lin J.L., Tsai K.C. e Chuang M.C. (2012). *Understanding the trends in torsional effects in asymmetric-plan buildings*. Bulletin of Earthquake Engineering, Vol. 10, pp. 955-965.
- Losanno D., Spizzuoco C. e Serino G. (2015). *An optimal design procedure for a simple frame equipped with elastic-deformable dissipative braces*. Engineering Structures, Vol. 101, pp. 677-697.
- Madas P. e Elnashai A.S. (1992). *A new passive confinement model for transient analysis of reinforced concrete structures*. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 21, pp. 409-431.
- Mander J.B., Priestley M.J.N. e Park R. (1988). *Theoretical stress-strain model for confined concrete*. Journal of Structural Engineering, Vol. 114, n. 8, pp. 1804-1826.
- Mari A. e Scordelis A. (1984). *Nonlinear geometric material and time dependent analysis of three dimensional reinforced and prestressed concrete frames*. SESM Report 82-12, Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley.
- Mazza F. e Vulcano A. (2007). *Control of the along-wind response of steel framed buildings by using viscoelastic or friction dampers*. Wind & Structures, Vol. 10, n. 3, pp. 233-247.
- Mazza F. e Vulcano A. (2008a). *Displacement-based seismic design procedure for framed buildings with dissipative braces*. (a) Part I: Theoretical formulation; (b) Part II: Numerical results. 2008 Seismic Engineering International Conference commemorating the 1908 Messina and Reggio Calabria Earthquake (MERCSEA08), Reggio Calabria, Italia. American Institute of Physics Conference Proceedings, U.S.A, Vol. 1020 (part two).
- Mazza F. e Vulcano A. (2008b). *Displacement-based design of dissipative braces at a given performance level of a framed building*. 14th World Conference on Earthquake Engineering, Beijing, Cina.
- Mazza, F. (2014a). *Modeling and nonlinear static analysis of reinforced concrete framed buildings irregular in plan*. Engineering Structures, Vol. 80, pp. 98-108.
- Mazza, F. (2014b). *Displacement-based seismic design of hysteretic damped braces for retrofitting in-plan irregular r.c. framed structures*. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol. 66, pp. 231-240.
- Mazza F. e Vulcano A. (2014). *Equivalent viscous damping for displacement-based seismic design of hysteretic damped braces for retrofitting framed building*. Bulletin of Earthquake Engineering Structures, Vol. 30 (11), pp. 3377-3388.
- Mazzolani F.M. e Serino G. (1997). *Oleodynamic dampers for seismic protection of a steel frame structure in Naples*. Post-SMiRT Conference Seminar on Seismic Isolation, Passive Energy Dissipation and Active Control of Seismic Vibrations of Structures. Taormina, Italia, pp. 739-748.
- Menegotto M. e Pinto P.E. (1973). *Method of analysis for cyclically loaded R.C. plane frames including changes in geometry and non-elastic behaviour of elements under combined normal force and bending*. Symposium on the Resistance and Ultimate Deformability of Structures Acted on by Well Defined Repeated Loads, International Association for Bridge and Structural Engineering, Zurigo, Svizzera, pp. 15-22.
- Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti, D.M. 14/01/2008. *Norme tecniche per le costruzioni*. Gazzetta Ufficiale n. 29 del 4 febbraio 2008.
- Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti. Circolare 2/02/2009, n. 617. *Istruzioni per l'applicazione delle Nuove norme tecniche per le costruzioni* di cui al D.M. 14/01/2008.

- Miranda E. e Ruiz-García J. (2002). *Evaluation of approximate methods to estimate maximum inelastic displacement demands*. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 31, pp. 539–560.
- Molina F. J., Verzeletti G., Magonette G. e Taucer F. (2000). *Dynamic and Pseudodynamic responses in a two storey building retrofitted with rate-sensitive rubber dissipaters*. 12th World Conference on Earthquake Engineering, Auckland, n. 634.
- Monti G. e Nuti C. (1992). *Nonlinear cyclic behaviour of reinforced bars including buckling*. Journal of Structural Engineering, Vol. 118, n. 12, pp. 3268-3284.
- Naeim, F. e Kelly, J.M. (1999). *Design of seismic isolated structures: from theory to practice*. John Wiley & Sons Ltd, New York, U.S.A..
- Nagarajaiah, S., Reinhorn, A.M. e Constantinou, M.C. (1993a). *Torsional coupling in sliding base-isolated structures*. Journal of Structural Engineering, Vol. 119(1), pp. 130-149.
- Nagarajaiah, S., Reinhorn, A.M. e Constantinou, M.C. (1993b). *Torsion in base-isolated structures with elastomeric isolation systems*. Journal of Structural Engineering, Vol. 119(10), pp. 2932-2951.
- Neuenhofer A. e Filippou F.C. (1997). *Evaluation of nonlinear frame finite-element models*. Journal of Structural Engineering, Vol. 123, n. 7, pp. 958-966.
- Nims D.K., Richter P.J. e Bachman R.E. (1993). *The Use of the Energy Dissipating Restraint for Seismic Hazard Mitigation*. Earthquake Spectra, Numero speciale, Vol. 9, n. 3, EERI.
- Ordinanza del Presidente del Consiglio dei Ministri n. 3274 (2003). *Primi elementi in materia di criteri generali per la classificazione sismica del territorio nazionale e normative tecniche per le costruzioni in zona sismica*. Roma, 20 Marzo.
- Oviedo J.A., Midorikawa M. e Asari T. (2012). *Performance of Story-Drift Controlled R/C Frames Equipped with Hysteretic Dampers Subjected to Earthquake Motions*. 15th World Conference on Earthquake Engineering, Lisbona, Portogallo.
- Palazzo B., Petti L. e De Iuliis M. (2004a). *A modal approach to optimally place dampers in framed structures*. 13th World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver, Canada, n. 2289.
- Palazzo B., Petti L. e De Iuliis M. (2004b). *Torsional seismic response control of asymmetric-plan systems by using viscous dampers*. 13th World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver, Canada, n. 769.
- Pall A.S. e Marsh C. (1981). *Response of Friction Damped Braced Frame*. Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 108(6), pp. 1313-1323.
- Ponzo F.C., Dolce M., Vigoriti G., Arleo G. e Di Cesare A. (2007). *Progettazione di controventi dissipativi a comportamento dipendente dagli spostamenti*, “Atti XII Convegno Nazionale L’Ingegneria Sismica in Italia” (ANIDIS), Pisa 2007.
- Ponzo F.C., Vigoriti G., Sileo D. e Dolce M. (2007). *Progettazione di controventi dissipativi a comportamento visco-elastico*, “Atti XII Convegno Nazionale L’Ingegneria Sismica in Italia” (ANIDIS), Pisa 2007.
- Ponzo F.C., Di Cesare A., Arleo G. e Totaro P. (2010). *Protezione sismica di edifici esistenti con controventi dissipativi di tipo isteretico: aspetti progettuali ed esecutivi*. Progettazione Sismica 4, pp. 50-75.
- Ramirez O. M., Constantinou M. C., Gomez J. D., Whittaker A. S. e Chrysostomou C. Z. (2002). *Evaluation of simplified methods of analysis of yielding structures with damping systems*. Earthquake Spectra, Vol. 18(3), pp. 501–530.

Regio Decreto Legge 22 Novembre n. 2105 (1937). *Norme Tecniche per l'edilizia con speciali prescrizioni per le località colpite dai terremoti.*

REte dei Laboratori Universitari di Ingegneria Sismica, 2014. *Linee guida di progettazione per strutture con sistemi di dissipazione di energia. Esempi applicativi.* Report DPC-RELUIS, pp. 1-168. [Www.reluis.it](http://www.reluis.it)

Rodrigues H., Varum H., Arêde A. e Costa A. (2012). *A comparative analysis of energy dissipation and equivalent viscous damping of RC columns subjected to uniaxial and biaxial loading.* Engineering Structures. Vol. 35, pp. 149-164.

Rosenblueth E, Herrera I. (1964). *On a kind of hysteretic damping.* Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 90, pp. 37-48.

Seissoft (2013). SeismoStruct v6.5, *A computer program for static and dynamic nonlinear analysis of framed structures*, <http://www.seissoft.com>.

Shen K. e Soong T. (1995). *Modeling of Viscoelastic Dampers for Structural Applications.* Journal of Engineering Mechanics, Vol. 6(694), pp. 694-701.

Shibata, A. e Sozen M. (1976). *Substitute structure method for seismic design in RC.* Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 102(ST1), pp. 1-18.

Silvestri S., Gasparini G. e Trombetti T. (2010). *A Five-Step Procedure for the Dimensioning of Viscous Dampers to Be Inserted in Building Structures.* Journal of Earthquake Engineering, Vol. 14 (3), pp. 417-447.

Smerzini C., Galasso C., Iervolino I. e Paolucci R. (2013). *Ground motion record selection based on broadband spectral compatibility.* Earthquake Spectra, Vol. 30(4), pp. 1427-1448.

Soong T.T. e Dargush G.F. (1997). *Passive Energy Dissipation Systems in Structural Engineering.* Wiley, Londra.

Sorace S. e Terenzi G. (2003). *An advanced seismic protection technology: the damped cable system.* International Conference on Advances in Structures, Sidney, Australia, A. A. Balkema Publishers, pp. 1185-1192.

Sorace S. e Terenzi G. (2008). *Seismic protection of frame structures by fluid viscous damped braces.* Journal of Structural Engineering, ASCE, 134 (1), pp. 5-55.

Spacone E., Ciampi V. e Filippou F.C. (1996). *Mixed formulation of nonlinear beam finite element.* Computers & Structures, Vol. 58, n. 1, pp. 71-83.

Sullivan T.J. (2009). *Direct displacement-based design of a RC wall-street EBF dual system with added dampers.* Bulletin of the New Zealand Society for Earthquake Engineering, Vol. 42(3), pp. 167-178.

Sullivan T.J. e Lago A. (2012). *Towards a simplified direct DBD procedure for the seismic design of moment resisting frames with viscous dampers.* Engineering Structures Vol. 35, pp. 140-148.

Vulcano A. e Guzzo-Foliario G. (1993). *Criteri progettuali di strutture intelaiate con controventi dissipativi.* "Atti VI Convegno L'Ingegneria Sismica in Italia" (ANIDIS), Perugia, 1993.

Vulcano A. (1994). *Design of damped steel bracing systems for seismic control of framed structures.* 10<sup>th</sup> European Conference on Earthquake Engineering, Vienna, Austria, pp. 1567-1572.

Zhang R. e Soong T. (1992). *Seismic Design of Viscoelastic Dampers for Structural Applications.* Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.118(5), pp. 1375-1392.