

# Università della Calabria

## FACOLTÀ DI INGEGNERIA

---

### Dipartimento di Meccanica

TESI DI DOTTORATO  
Ingegneria Meccanica

**Studio del comportamento dinamico dei veicoli da  
competizione mediante analisi parametrica in  
ambiente multibody**

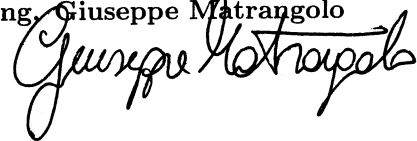
SUPERVISORE

Prof. Maurizio Muzzupappa



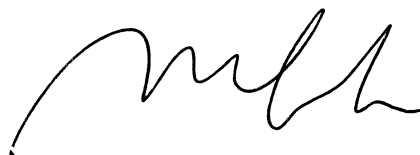
CANDIDATO

Ing. Giuseppe Matrangelo



COORDINATORE

Ch.<sup>ma</sup> Prof.ssa Maria Laura Luchi



---

Settore Scientifico Disciplinare ING-IND/15 - Disegno e Metodi dell'Ingegneria Industriale

XIX Ciclo - Triennio 2004-2006

# Indice

## Introduzione

<b>1</b>	<b>L'autoveicolo come sistema dinamico</b>	<b>1</b>
1.1	Forze agenti sul sistema veicolo . . . . .	4
1.1.1	Forze scambiate fra pneumatico e strada . . . . .	4
1.1.2	Azioni aerodinamiche . . . . .	13
1.2	Comportamento direzionale del veicolo . . . . .	15
1.2.1	Ipotesi semplificative . . . . .	15
1.2.2	Descrizione del sistema veicolo . . . . .	16
1.2.3	Modello matematico “monotraccia“ . . . . .	22
1.2.4	Elementi di valutazione della dinamica del veicolo . . . . .	23
1.3	Approcci di modellazione del sistema veicolo . . . . .	28
1.3.1	Modellazione di sintesi . . . . .	29
1.3.2	Modellazione <i>multibody</i> . . . . .	30
<b>2</b>	<b>Modellazione ed analisi in ambiente multibody: il veicolo go-kart</b>	<b>33</b>
2.1	Studio dinamico del veicolo go-kart . . . . .	34
2.2	Realizzazione del modello multibody . . . . .	36
2.2.1	Operazioni preliminari . . . . .	37
2.2.2	Modello multibody del veicolo . . . . .	38
2.3	Analisi dinamica del veicolo . . . . .	40
<b>3</b>	<b>Analisi parametrica del veicolo in ambiente multibody</b>	<b>42</b>
3.1	Processo di analisi numerica . . . . .	43
3.2	Descrizione del <i>test case</i> di riferimento . . . . .	48
3.3	Il modello multibody della vettura . . . . .	50
3.3.1	La cassa . . . . .	50
3.3.2	Le sospensioni . . . . .	50
3.3.3	Impianto di sterzo . . . . .	52

3.3.4	Sottosistemi concettuali . . . . .	52
<b>4</b>	<b>Analisi parametrica della geometria di sterzo</b>	<b>54</b>
4.1	Analisi dell'errore di sterzata . . . . .	55
4.1.1	Analisi delle caratteristiche delle sospensioni . . . . .	57
4.1.2	Analisi in regime stazionario . . . . .	60
4.1.3	Analisi in regime transitorio . . . . .	69
4.1.4	Considerazioni finali . . . . .	69
4.2	Analisi dell'angolo di inclinazione longitudinale . . . . .	70
4.2.1	Analisi delle caratteristiche delle sospensioni . . . . .	72
4.2.2	Analisi in regime stazionario . . . . .	78
4.2.3	Analisi in regime transitorio . . . . .	85
4.2.4	Considerazioni finali . . . . .	87
<b>5</b>	<b>Analisi parametrica del centro di rollio</b>	<b>88</b>
5.1	Analisi delle caratteristiche delle sospensioni . . . . .	92
5.2	Analisi in regime stazionario . . . . .	94
5.3	Considerazioni finali . . . . .	110

## **Conclusioni**

## **Bibliografia**

# Elenco delle figure

1.1	Componenti principali dell'autoveicolo . . . . .	2
1.2	Sistema di riferimento per lo studio delle forze scambiate tra la ruota ed il suolo . . . . .	4
1.3	Resistenza al rotolamento $F_r$ . . . . .	5
1.4	Velocità di scorrimento del pneumatico e centro di istantanea rotazione della ruota . . . . .	6
1.5	Zona di slittamento del pneumatico e coefficiente di aderenza longitudinale $\mu_x$ . . . . .	7
1.6	Contatto ruota-suolo in presenza di un angolo di deriva . . . . .	8
1.7	Forza laterale $F_y$ in funzione dell'angolo di deriva $\alpha$ e del carico verticale $F_z$ . . . . .	9
1.8	Forza laterale $F_y$ e rigidità di deriva $C_\alpha$ in funzione del carico verticale $F_z$ . . . . .	10
1.9	Momento di autoallineamento $M_z$ e spinta di camber $F_\gamma$ in funzione dell'angolo di deriva $\alpha$ . . . . .	11
1.10	Diagrammi polari della forza esercitata sulla ruota con angolo di deriva costante . . . . .	12
1.11	Riferimento solidale al veicolo utilizzato per studiare gli effetti aerodinamici . . . . .	14
1.12	Riferimento e principali grandezze cinematiche del modello . . . . .	17
1.13	Sterzata cinematica, ossia con angoli di deriva nulli . . . . .	18
1.14	Schema del veicolo utilizzato per il calcolo dell'equilibrio a rollio . . . . .	21
1.15	Modello monotraccia di autoveicolo . . . . .	22
1.16	Curva $\delta(a_y)$ nel caso lineare e nel caso non lineare . . . . .	25
1.17	Velocità caratteristica e velocità critica . . . . .	26
1.18	Curva di assetto $\beta(a_y)$ nel caso lineare e nel caso non lineare . . . . .	27
1.19	Modello di sintesi del veicolo . . . . .	30
1.20	Modelli multibody del veicolo . . . . .	31
2.1	Rischi connessi alle attività di progettazione assistita e prototipazione virtuale . . . . .	34
2.2	Il modello multibody al centro del processo di progettazione . . . . .	36
2.3	Componenti principali di un Go-Kart . . . . .	37
2.4	Processo di Reverse Engineering del telaio . . . . .	38
2.5	Set-up sperimentale utilizzato per l'analisi statica del telaio . . . . .	39
2.6	Analisi strutturale in modalità <i>beam</i> e <i>shell</i> . . . . .	40
2.7	Modello multibody del veicolo go-kart . . . . .	41

2.8	Analisi di colpo di sterzo . . . . .	41
3.1	Analisi elasto-cinematica delle sospensioni . . . . .	46
3.2	Processo di analisi . . . . .	47
3.3	Porsche RS Spyder 2006 . . . . .	48
3.4	Modelli multicorpo delle sospensioni . . . . .	51
3.5	Modello multicorpo del sistema di sterzo . . . . .	52
4.1	Schema di linea sterzo del tipo pignone-cremagliera . . . . .	55
4.2	Angoli ruota in sterzata cinematica . . . . .	56
4.3	Analisi dell’Ackermann: Errore di sterzata e rapporto di sterzo . . . . .	58
4.4	Analisi dell’Ackermann: Variazione dell’angolo di camber in funzione dell’angolo volante . . . . .	59
4.5	Analisi dell’Ackermann: Variazione di convergenza in scuotimento . . . . .	59
4.6	Analisi dell’Ackermann: Variazione del braccio a terra longitudinale in sterzata . . . . .	60
4.7	Analisi dell’Ackermann: Carichi normali agenti sui pneumatici . . . . .	61
4.8	Analisi dell’Ackermann: Rollio in curva della cassa . . . . .	61
4.9	Analisi dell’Ackermann: Andamento delle derive anteriori . . . . .	62
4.10	Analisi dell’Ackermann: Andamento delle forze laterali dei pneumatici anteriori . . . . .	63
4.11	Analisi dell’Ackermann: Curva di sottosterzo . . . . .	64
4.12	Analisi dell’Ackermann: Coppia resistente al volante . . . . .	65
4.13	Analisi dell’Ackermann: Angoli di deriva dei pneumatici al crescere del raggio di manovra . . . . .	66
4.14	Analisi dell’Ackermann: Forze laterali dei pneumatici al crescere del raggio di manovra . . . . .	67
4.15	Analisi dell’Ackermann: Curva di sottosterzo a raggi di manovra crescenti . . . . .	68
4.16	Analisi dell’Ackermann: Coppia volante in regime transitorio . . . . .	69
4.17	Geometria di sterzo e <i>kingpin axis</i> . . . . .	70
4.18	Analisi dell’angolo di caster: Variazione di convergenza in scuotimento . . . . .	73
4.19	Analisi dell’angolo di caster: Andamento del braccio a terra longitudinale . . . . .	74
4.20	Analisi dell’angolo di caster: Cedevolezza del sistema di sterzo . . . . .	75
4.21	Analisi dell’angolo di caster: caratteristiche di sterzo . . . . .	76
4.22	Analisi dell’angolo di caster: Variazione dell’angolo di camber in sterzata . . . . .	77
4.23	Analisi dell’angolo di caster: Variazione di carreggiata in scuotimento . . . . .	77
4.24	Analisi dell’angolo di caster: Rollio della cassa . . . . .	79
4.25	Analisi dell’angolo di caster: Carichi verticali sui pneumatici durante la prova di CRC a 100m . . . . .	80

4.26	Analisi dell'angolo di caster: Carichi verticali sui pneumatici durante la prova di CRC a 17m . . . . .	81
4.27	Analisi dell'angolo di caster: Curva di sottosterzo per la prova di CRC a 100m . . . . .	82
4.28	Analisi dell'angolo di caster: Curva di sottosterzo per la prova di CRC a 17m . . . . .	83
4.29	Analisi dell'angolo di caster: Curve di coppia volante . . . . .	84
4.30	Analisi dell'angolo di caster: Test in regime transitorio a bassa velocità . . . . .	85
4.31	Analisi dell'angolo di caster: Test in regime transitorio ad alta velocità . . . . .	86
5.1	Centro di istantanea rotazione <i>IC</i> del moto relativo fra mozzo e cassa per sospensioni a quadrilateri trasversali . . . . .	89
5.2	Determinazione del centro di rollio per sospensioni a quadrilateri trasversali . . . . .	89
5.3	Effetto di <i>jacking</i> dovuto all'altezza del centro di rollio . . . . .	90
5.4	Influenza del centro di rollio sulla variazione dell'angolo di camber . . . . .	90
5.5	Variazione di carreggiata in scuotimento dovuto alla posizione del centro di rollio . . . . .	91
5.6	Analisi del centro di rollio: Rapporto di sterzo . . . . .	92
5.7	Analisi del centro di rollio: Variazione della carreggiata in scuotimento . . . . .	93
5.8	Analisi del centro di rollio: Rollio della cassa prima del processo di <i>tuning</i> . . . . .	94
5.9	Analisi del centro di rollio: Distribuzione dei carichi sulle quattro ruote prima del processo di <i>tuning</i> per veicoli con uguale altezza del centro di rollio anteriore e posteriore . . . . .	95
5.10	Analisi del centro di rollio: Curva di sottosterzo prima del processo di <i>tuning</i> per le vetture con uguale altezza del centro di rollio anteriore e posteriore . . . . .	96
5.11	Analisi del centro di rollio: Distribuzione dei carichi sulle quattro ruote prima del processo di <i>tuning</i> per veicoli con diversa altezza del centro di rollio anteriore e posteriore . . . . .	97
5.12	Analisi del centro di rollio: Curva di sottosterzo prima del processo di <i>tuning</i> per le vetture con differente altezza del centro di rollio anteriore e posteriore . . . . .	98
5.13	Analisi del centro di rollio: Angolo di rollio dopo il processo di <i>tuning</i> . . . . .	98
5.14	Analisi del centro di rollio: Carichi verticali sugli assali dopo il processo di <i>tuning</i> per le vetture con uguale altezza del centro di rollio anteriore e posteriore . . . . .	99
5.15	Analisi del centro di rollio: Carichi verticali sugli assali dopo il processo di <i>tuning</i> per le vetture con differente altezza del centro di rollio anteriore e posteriore . . . . .	100
5.16	Analisi del centro di rollio: Curve di sottosterzo dopo il processo di <i>tuning</i> . . . . .	101
5.17	Analisi del centro di rollio: Curve di sottosterzo dopo il processo di <i>tuning</i> calcolate a meno del rapporto di sterzo $\tau$ . . . . .	102
5.18	Analisi del centro di rollio: Scuotimenti delle sospensioni per vetture con uguale altezza del centro di rollio anteriore e posteriore . . . . .	104

5.19	Analisi del centro di rollio: Altezze da terra per vetture con uguale quota del centro di rollio anteriore e posteriore . . . . .	105
5.20	Analisi del centro di rollio: Scuotimenti delle sospensioni per vetture con differente altezza del centro di rollio anteriore e posteriore . . . . .	106
5.21	Analisi del centro di rollio: Altezze da terra per vetture con differente quota del centro di rollio anteriore e posteriore . . . . .	107
5.22	Analisi del centro di rollio: Studio dei veicoli con altezza del centro di rollio costante all'anteriore . . . . .	108
5.23	Analisi del centro di rollio: Studio dei veicoli con altezza del centro di rollio costante al posteriore . . . . .	109

# Elenco delle tabelle

2.1	Confronto degli spostamenti misurati e calcolati in corrispondenza del punto di riferimento . . . . .	40
3.1	Parametri presi in considerazione ai fini dell'analisi . . . . .	44
3.2	Specifiche tecniche ufficiali della vettura RS Spyder . . . . .	49
4.1	Configurazioni di Ackermann analizzate . . . . .	57
5.1	Configurazioni scelte per l'analisi del centro di rollio . . . . .	92
5.2	Analisi del centro di rollio: Schema delle rigidzze di barra antirollio dopo il processo di tuning . . . . .	103



# Introduzione

All'interno del processo di progettazione di un qualunque sistema meccanico complesso è presente una fase in cui viene valutata l'influenza che diverse scelte tecniche riguardanti i componenti del sistema hanno sul comportamento finale del sistema stesso. Nel caso specifico di un autoveicolo è facile immaginare quanti e quali siano i parametri che regolino la progettazione della vettura e dei suoi sottosistemi: pneumatici, sospensioni, impianto di sterzo, telaio, motore, trasmissione, etc. Ognuno di questi componenti può influenzare in modo positivo o negativo le prestazioni del veicolo: per questo è necessario in fase di progettazione riuscire a prevedere quale sia la miglior combinazione delle variabili in gioco che determini la soddisfazione del cliente finale. Sino a qualche anno fa tale fase del processo di progettazione del veicolo era strettamente legata alla sperimentazione fisica, effettuata su prototipi delle vetture appositamente realizzati senza il supporto delle catene di produzione: tutto ciò a danno dei costi e dei tempi di sviluppo prodotto. L'introduzione di nuovi processi di calcolo ed analisi assistiti da strumenti informatici ha rapidamente cambiato l'approccio al problema. Ad oggi l'analisi numerica e la modellazione matematica del veicolo rappresentano parte fondamentale del processo di progettazione. L'utilizzo di tali modelli, mirato alla comprensione dei fenomeni fisici coinvolti nella dinamica del sistema, permette di stimare anticipatamente la risposta della vettura in termini sia di *handling* che di *comfort*. Ciò consente, in definitiva, di ricorrere in maniera sempre minore alla sperimentazione su prototipi reali, accelerando di gran lunga l'intero ciclo di sviluppo.

In questo contesto si colloca la nascita, negli ultimi anni, di ambienti di modellazione ed analisi di tipo *multi body*. Tali strumenti consentono la realizzazione di un modello matematico non avulso dalla reale fisica del veicolo, utilizzabile per uno studio dinamico globale della vettura (*handling*, *comfort*). Questo approccio si pone in controtendenza rispetto alla classica modellazione di sintesi, la quale prevede la formulazione rigorosa delle equazioni del moto relative a modelli di veicolo semplificati, caratterizzati da un numero limitato di gradi di libertà ed utilizzabili solo per studi di carattere specifico. In aggiunta, lo sviluppo di applicazioni di *pre* e *post processing* specifiche per tale tipologia di applicazioni ha reso disponibile degli strumenti ormai integrati perfettamente all'interno della tradizionale catena CAE, che potenzialmente possono rappresentare un valido strumento di supporto alla progettazione del veicolo.

Tuttavia, l'elaborazione di un modello multicorpo sufficientemente accurato e di una metodologia di analisi atta a sfruttarne a pieno le possibilità di integrazione all'interno del processo di progettazione della vettura, sono ancora oggetto di studio e di approfondimento.

Il presente lavoro di ricerca è orientato quindi, allo studio delle potenzialità offerte dalla modellazione multibody per la valutazione delle prestazioni dinamiche dell'autoveicolo, con l'obiettivo di proporre processi di simulazione ed analisi in grado di predire con sufficiente precisione ed accuratezza il comportamento della vettura, fornendo utili informazioni per la sua corretta progettazione e messa a punto. In particolare, l'attenzione viene rivolta al settore dei veicoli da competizione, per i quali l'impiego di modelli matematici non viene limitato esclusivamente alla fase di progettazione della vettura, ma risulta di fondamentale importanza anche durante lo svolgimento della competizione stessa. In questo caso, l'esigenza primaria è quella di valutare quale sia il *set up* del veicolo che garantisca la migliore *performance* per ogni tracciato in cui si deve competere.

Il lavoro è suddiviso idealmente in tre sezioni. Il primo capitolo vuole essere una breve introduzione alla dinamica del veicolo, illustrando i principi base che portano alla formulazione del più semplice modello matematico di una vettura, il modello monotraccia. Tali principi saranno ripresi altre volte nel corso dell'elaborato, in quanto di basilare importanza per la comprensione dei diversi fenomeni che caratterizzano il comportamento del veicolo. Insieme ad essi vengono descritti brevemente anche i principali parametri di valutazione oggettiva della dinamica del veicolo, determinati sulla base di specifici test sperimentali condotti in pista, oltre alle principali metodologie di modellazione matematica oggi adottate a supporto della progettazione.

Il secondo capitolo affronta il tema della modellazione multibody degli autoveicoli, utilizzando come *test case* una semplice vettura da competizione qual'è il go-kart. La sua semplicità costruttiva permette di evidenziare con maggiore chiarezza alcuni aspetti dell'approccio multicorpo legati in special modo alla fase di realizzazione del modello ed alla sua corretta descrizione cinematica. Inoltre, l'estrema rilevanza che la cedevolezza torsionale del telaio riveste nella prestazione dinamica globale del veicolo, ha richiesto l'introduzione all'interno del modello di una struttura deformabile ottenuta per integrazione nell'ambiente multibody di un modello realizzato attraverso codici agli elementi finiti: ciò ha consentito quindi, un'ulteriore valutazione su come tale approccio possa rappresentare un punto di convergenza all'interno delle moderne strutture di progettazione di tipo CAE. Il modello così ottenuto è stato infine sottoposto ad una serie di test virtuali atti a valutare le prestazioni del veicolo anche in funzione di alcuni parametri geometrici e costruttivi che ne regolano la messa a punto finale.

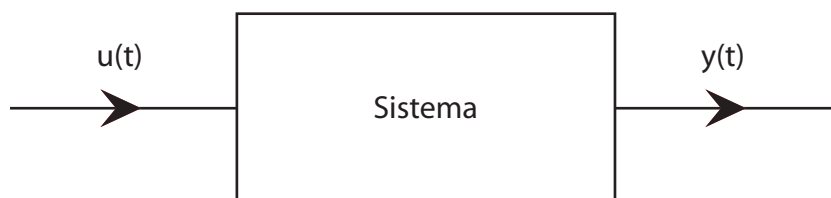
Tale aspetto viene poi ulteriormente sottolineato nei successivi tre capitoli in cui è descritta l'esperienza di ricerca avuta presso il reparto corse della Porsche AG di Stoccarda, durante la quale è stata elaborata una metodologia di analisi orientata alla caratterizzazione univoca ed og-

gettiva di taluni fenomeni che intervengono nella dinamica di un veicolo da competizione. Sulla base del modello multibody precedentemente convalidato di una vettura attualmente prodotta dalla casa Tedesca, è stato proposto un processo di analisi parametrica del veicolo che, mediante la correlazione delle informazioni derivanti dall'esperienza diretta di tecnici ed ingegneri e dei dati ricavati da test virtuali condotti sulle sospensioni oltre che sull'intero veicolo, ha fornito utili informazioni per determinare l'influenza che la variazione di taluni parametri del set up della vettura ha sulle sue prestazioni in pista.

## CAPITOLO 1

# L'autoveicolo come sistema dinamico

L'autoveicolo rientra all'interno della categoria dei sistemi *dinamici*, ossia di quei sistemi la cui caratteristica fondamentale è quella di evolvere nel tempo. La parola sistema, nella sua accezione più generale, si riferisce ad un ente fisico sul quale venga esercitata una certa azione, per mezzo di un ingresso  $u(t)$ , e dal quale, appunto come reazione a tale ingresso, viene fornita una certa uscita  $y(t)$ . L'aggettivo dinamico mette, invece, in evidenza il fatto che i fenomeni riguardanti il sistema avvengono nel tempo [1]. In accordo con tale definizione, lo studio della dinamica del veicolo si concentra sull'analisi del moto della vettura (uscita  $y(t)$ ) in risposta alle forze esterne ad essa applicate (ingresso  $u(t)$ ).



In quest'ottica è possibile identificare tre tipologie di azioni agenti su di un autoveicolo in moto su di una superficie stradale: le forze che si sviluppano lungo la zona di contatto fra pneumatico ed asfalto, le forze aerodinamiche dovute al moto relativo fra il veicolo e l'aria che lo circonda, le forze gravitazionali. Il sistema veicolo fin qui considerato è costituito a sua volta da un insieme di componenti (Fig.1.1), anch'essi rispondenti alla definizione di sistemi dinamici, la cui interazione determina il comportamento finale del sistema complessivo. Sinteticamente è possibile schematizzare tali sottoinsiemi nella maniera seguente:

**Pneumatici** Il pneumatico è uno dei componenti fondamentali dell'autoveicolo, le cui prestazioni vengono largamente influenzate dalle caratteristiche di aderenza e deformabilità del pneumatico stesso. Le forze che consentono di guidare un autoveicolo nascono infatti

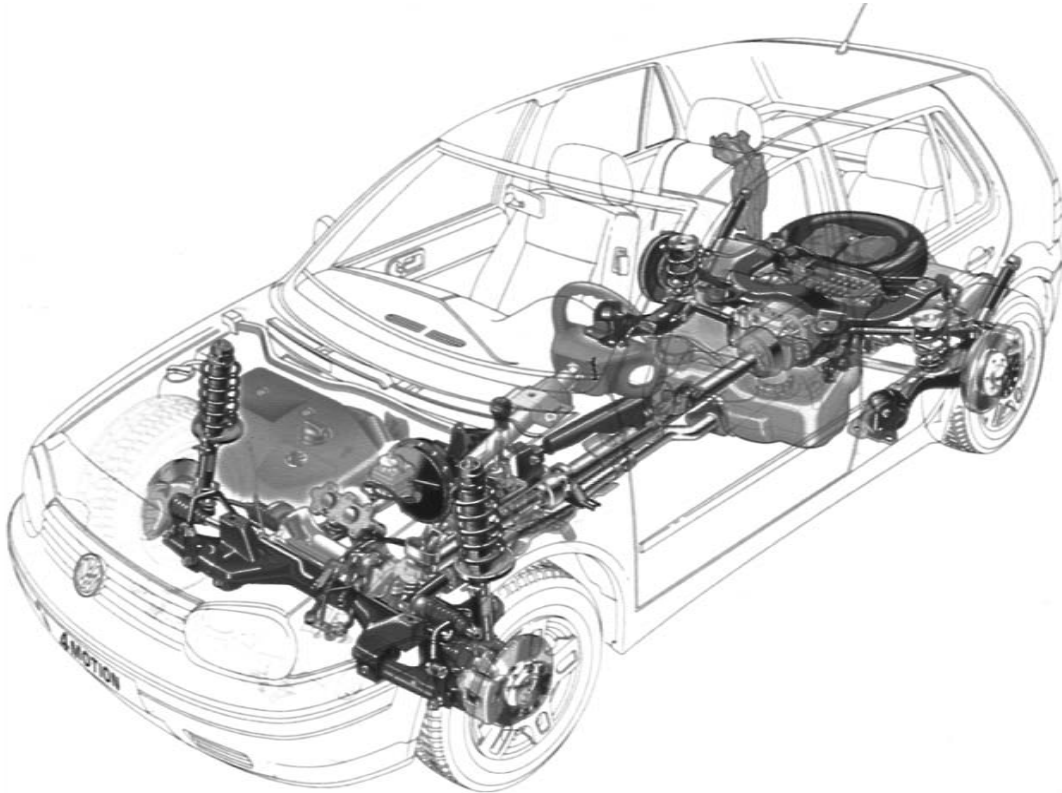


Figura 1.1: Componenti principali dell'autoveicolo

nelle zone di contatto fra pneumatici e strada, ciascuna non molto più estesa del palmo di una mano.

**Sospensioni** Per assorbire adeguatamente le asperità che caratterizzano il manto stradale, è necessario dotare il veicolo di opportune sospensioni elastiche, che fungono da collegamento cedevole fra ruote e cassa. Se il pneumatico garantisce infatti l'assorbimento delle asperità più piccole, le sospensioni permettono di mantenere il contatto di tutte le ruote con il suolo anche in presenza di forti avvallamenti in grado di mettere a repentaglio la tenuta di strada del veicolo.

**Cassa** Con il termine *cassa* si identifica il telaio dell'autoveicolo, elemento che assolve alle principali funzioni portanti oltre che strutturali, dettate da esigenze di sicurezza degli occupanti.

**Driveline** Rientrano all'interno di questo sottosistema tutti quei componenti che garantiscono la trasmissione della coppia generata dal propulsore alle ruote: motore, frizione, cambio di velocità, differenziale, semiassi.

Lo studio del comportamento dinamico del veicolo, è quindi soggetto alla comprensione di come i diversi sottosistemi che lo costituiscono interagiscano fra loro in risposta alle sollecita-

zioni esterne che hanno luogo durante particolari manovre o condizioni di guida. Risulta utile suddividere la risposta dinamica del sistema veicolo in due contributi: *ride comfort* ed *handling*.

Con il termine *ride comfort* si vuole indicare la risposta del veicolo a sollecitazioni provenienti dalla superficie stradale che rientrano in un intervallo di frequenze compreso fra 0.25 Hz e 20 Hz. Difatti, le frequenze inferiori ai 0.25 Hz provengono dalle naturali variazioni di pendenza del manto stradale e vengono seguite fedelmente dal veicolo. La soglia dei 20 Hz rappresenta il limite di udibilità dell'orecchio umano, perciò le frequenze di oscillazione superiori a 20 Hz fino a 20,000 Hz inducono fenomeni associabili al rumore (*noise*). Generalmente l'analisi del comfort richiede lo studio di tre fondamentali aspetti: le fonti di eccitazione (rugosità del manto stradale, driveline, pneumatici, etc.), le caratteristiche vibrazionali dei componenti dell'autoveicolo, il livello di percezione e la soglia di tolleranza umana a tali sollecitazioni. Il livello di comfort percepito rappresenta uno degli indici di qualità più importanti per un'autovettura, ma la natura in gran parte soggettiva di tale giudizio comporta enormi difficoltà nell'elaborare una metodologia di progettazione in grado di migliorare le prestazioni del veicolo sotto questo aspetto.

Il termine *handling* viene spesso adottato per descrivere caratteristiche del veicolo come la tenuta di strada, il comportamento direzionale, la stabilità del veicolo: tali proprietà rappresentano però delle misure oggettive delle caratteristiche dinamiche della vettura. Ad esempio, la tenuta di strada può essere quantificata come il grado di accelerazione laterale sostenibile dalla vettura in condizioni stazionarie, mentre il comportamento direzionale può essere quantificato come il tempo necessario allo sviluppo di accelerazione laterale in seguito ad una variazione repentina dell'angolo volante. In realtà l'*handling* aggiunge a tutto questo le qualità del veicolo che vengono percepite soggettivamente dall'utente, e che possono essere in grado di facilitarne la guida in qualsiasi condizione. Il termine *handling* quindi racchiude non solo le proprietà esplicite di una vettura, ma anche quelle che contribuiscono alla risposta globale del sistema costituito dalla vettura e dall'utente. Nello studio delle caratteristiche dinamiche oggettive del veicolo si può far quindi riferimento ad un sistema di tipo *open-loop*, la cui risposta è funzione della variazione imposta nel tempo dell'angolo volante. L'aggiunta del *driver* rende il sistema di tipo *closed-loop* con l'utente che questa volta è in grado di correggere in tempo reale l'input dato al volante per mantenere la traiettoria desiderata.

L'analisi dinamica del veicolo, in termini di *handling* e *comfort*, passa inevitabilmente dalla comprensione dei fenomeni che intervengono durante il moto della vettura. In questo senso, l'elaborazione di semplici modelli matematici descrittivi del sistema e delle forze agenti su di esso ad ogni istante di tempo, unita all'elaborazione dei dati provenienti da prove sperimentali, risultano il punto di partenza per l'apprendimento dei diversi aspetti che ne caratterizzano la risposta.

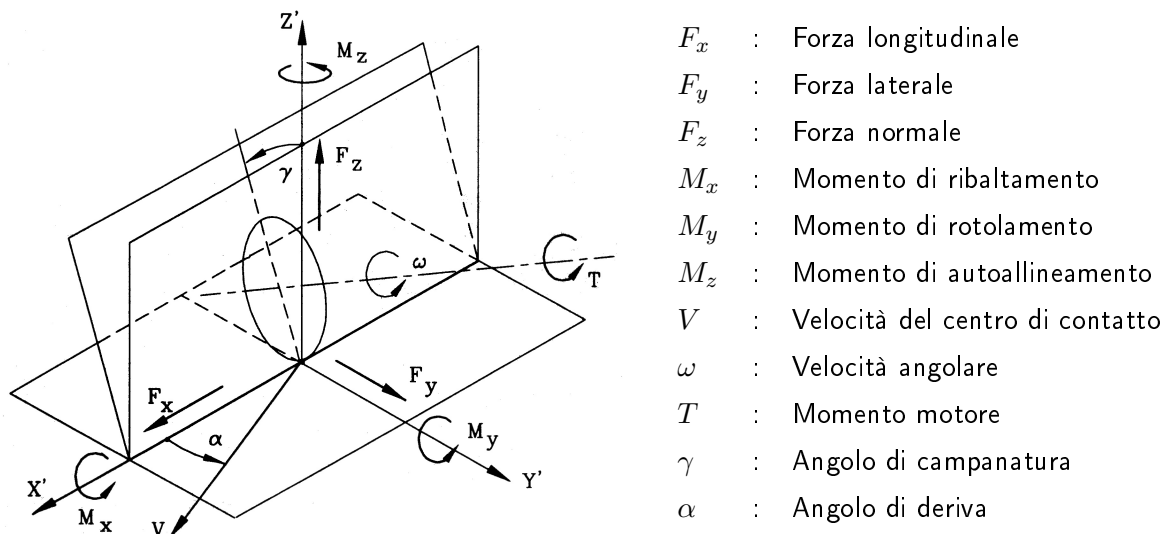


Figura 1.2: Sistema di riferimento per lo studio delle forze scambiate tra la ruota ed il suolo

## 1.1 Forze agenti sul sistema veicolo

Prescindendo dal contributo gravitazionale, è possibile identificare due tipologie di forze agenti sul sistema veicolo: forze meccaniche che si generano lungo la superficie di contatto fra pneumatico ed asfalto, e forze aerodinamiche dovute all'interazione fra il veicolo e l'aria che lo circonda.

### 1.1.1 Forze scambiate fra pneumatico e strada

Le ruote di tutti i moderni autoveicoli sono dotate di pneumatici che sostengono il veicolo e trasferiscono la potenza attraverso il contatto pneumatico-suolo; essi inoltre, generano anche le forze laterali necessarie al controllo della traiettoria. Nello studio delle forze scambiate tra ruota e suolo è utile ricorrere al sistema di riferimento riportato in Fig.1.2, la cui origine è posta nel centro di contatto tra la ruota ed il suolo. L'asse  $X'$  è definito dall'intersezione tra il piano medio della ruota ed il suolo ed è diretto in avanti, l'asse  $Z'$  è perpendicolare al suolo ed è diretto verso l'alto ed infine l'asse  $Y'$  giace sul piano stradale ed è diretto verso sinistra.

#### Resistenza di rotolamento

Si consideri una ruota in rotolamento su di una superficie piana: se la ruota e la strada fossero perfettamente indeformabili, non ci sarebbe alcuna resistenza e di conseguenza nessuna necessità di esercitare una forza di trazione. Tuttavia, nella realtà non esistono corpi perfettamente rigidi e sia la strada che la ruota sono soggetti a deformazioni nella zona di contatto: durante il moto nuovo materiale entra continuamente in questa zona ed è deformato, per tornare alla sua

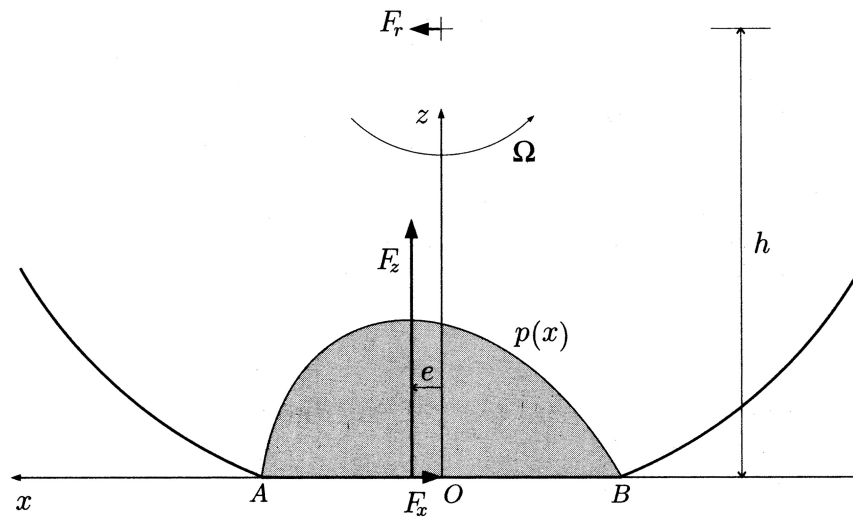


Figura 1.3: Andamento asimmetrico delle pressioni causato dalle perdite nel pneumatico e conseguente resistenza al rotolamento  $F_r$ .

forma iniziale quando se ne allontana. Per produrre questa deformazione è necessario spendere una certa quantità di energia che non viene del tutto recuperata alla fine della zona di contatto a causa dello smorzamento interno del materiale.

Questa dissipazione di energia è ciò che causa la resistenza di rotolamento (Fig.1.3). A causa di questo fenomeno, la distribuzione delle pressioni normali, che a ruota ferma era simmetrica rispetto al centro della zona di contatto, diventa asimmetrica quando la ruota è in rotolamento e la risultante  $F_z$  si muove in avanti, producendo una coppia  $M_y = (-F_z e)$  che si oppone al moto. Per l'equilibrio alla rotazione della ruota *trascinata* è quindi necessario avere una forza  $F_x = -F_z e/h$  fra ruota e strada, bilanciata da una forza uguale e contraria  $F_r$  applicata all'asse del mozzo. E' proprio questa forza  $F_r$  che compie lavoro e che è detta appunto *resistenza di rotolamento*<sup>1</sup>. Ai fini pratici la resistenza di rotolamento viene solitamente espressa come

$$F_r = f F_z, \quad (1.1)$$

dove  $f$  è detto *coefficiente di resistenza al rotolamento*, che in genere viene misurato sperimentalmente. Nel caso delle *ruote motrici*, la coppia necessaria per vincere il momento resistente è applicata direttamente attraverso i semiassi: la resistenza di rotolamento delle ruote motrici non implica quindi forze in direzione  $X'$  che agiscono nel contatto ruota-suolo e non fa uso della

<sup>1</sup>La resistenza di rotolamento è definita dal documento SAE J670e come la forza da applicare nel centro ruota in direzione dell'asse  $X'$  in modo che il suo momento rispetto ad una retta passante per il centro di contatto del pneumatico e parallela all'asse di rotazione della ruota equilibri il momento delle pressioni di contatto.



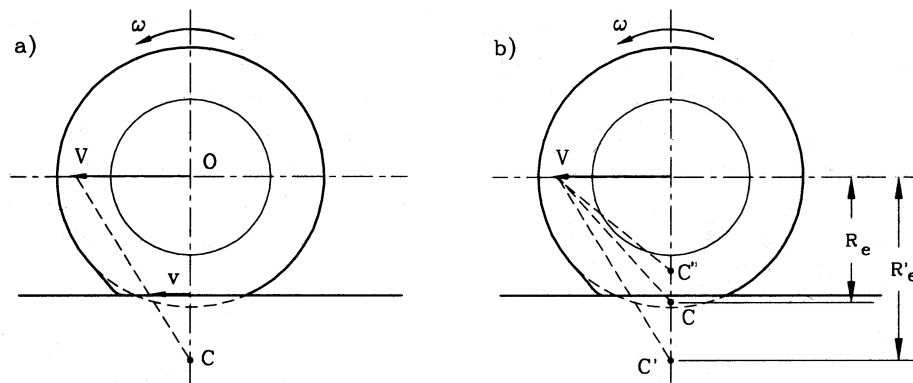


Figura 1.4: (a) Ruota frenata, centro di istantanea rotazione e velocità di scorrimento. (b) Posizione del centro di istantanea rotazione in rotolamento puro  $C$ , in frenatura  $C'$  ed in trazione  $C''$

trazione disponibile a terra. In realtà, anche se normalmente solo le ruote di un assale sono trascinate, è consuetudine applicare la relazione precedente per stimare le perdite di rotolamento anche sulle ruote motrici.

Il coefficiente di resistenza al rotolamento dipende da un gran numero di fattori, quali la velocità di marcia  $V$ , la pressione di gonfiaggio  $p$ , il carico  $F_z$  gravante sulla ruota, le dimensioni della ruota e della zona di contatto, la struttura ed il materiale costituente il pneumatico, la temperatura, la natura e le condizioni della strada ed infine le forze  $F_x$  e  $F_y$  che la ruota esercita sul terreno. Per pneumatici da autovettura di dimensioni normali su strada asfaltata viene solitamente assunto  $f \simeq 0.015$  ovvero una resistenza di  $150N$  per una vettura di circa  $10,000N$  di peso. In ogni caso, l'entità delle forze e coppie dovute alle perdite di rotolamento è di solito molto modesta rispetto a quelle in gioco durante la frenatura-accelerazione del veicolo oppure durante il moto in curva; per questo motivo è lecito trascurare tali perdite quando si abbiano consistenti accelerazioni del veicolo [2, 3].

### Forze scambiate in direzione longitudinale

Si consideri una ruota in rotolamento sottoposta ad un'azione frenante (Fig.1.4). In questa condizione in corrispondenza del punto di contatto ideale fra pneumatico ed asfalto si genera una velocità di scorrimento  $v$ , con la velocità angolare della ruota  $\omega$  che risulta minore di quella che caratterizza il rotolamento puro ( $\omega_0 = V/R_e$ )<sup>2</sup>.

<sup>2</sup>Mentre la relazione tra la velocità angolare  $\omega$  e la velocità di avanzamento  $V$  di una ruota rigida di raggio  $R$  in rotolamento puro è semplicemente  $V = \omega R$ , per una ruota pneumatica il raggio di rotolamento effettivo  $R_e$  può essere definito come il rapporto tra  $V$  ed  $\omega$ , con  $R_e$  diverso sia dal valore del raggio sotto carico  $R_l$  sia dal valore del raggio indeformato  $R$ .

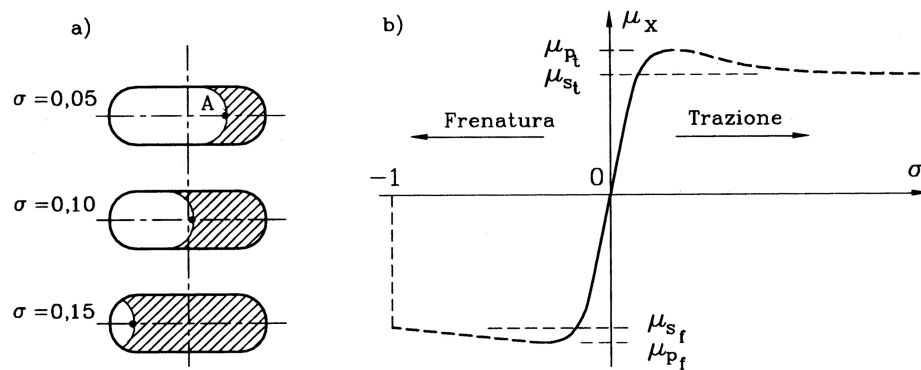


Figura 1.5: (a) Zona di slittamento al contatto ruota-suolo con valori diversi dello scorrimento longitudinale  $\sigma$ . (b) Andamento qualitativo del coefficiente di aderenza longitudinale  $\mu_x$  in funzione dello scorrimento longitudinale  $\sigma$

Si definisce quindi uno scorrimento longitudinale  $\sigma$  della ruota come

$$\sigma = \frac{\omega}{\omega_0} - 1 = \frac{v}{V}, \quad (1.2)$$

dove  $v$  è la velocità di spostamento della zona di contatto. Da notare che la presenza di una velocità di scorrimento  $v$  non significa però che si abbia uno slittamento globale del pneumatico. Per bassi valori di  $\sigma$  infatti, la zona di slittamento ricopre solo una piccola parte della superficie di contatto; al crescere di  $\sigma$  tale area si estende fino ad occupare l'intera zona, situazione in cui il pneumatico si trova in slittamento vero e proprio (Fig.1.5 (a)).

La forza longitudinale  $F_x$  che la ruota trasmette al suolo è funzione dello scorrimento  $\sigma$ . Essa vale zero quando  $\sigma = 0$  (ruota in puro rotolamento)<sup>3</sup> e cresce molto rapidamente, all'inizio con legge all'incirca lineare, per  $\sigma$  compreso negli intervalli  $(-0.15; -0.30)$  a  $(0.15; -0.30)$ . Fuori da questo campo che dipende da molti fattori, in frenatura il suo valore assoluto diminuisce fino al valore  $\sigma = -1$ , che caratterizza lo slittamento puro (bloccaggio della ruota). Anche in trazione la forza diminuisce al di sopra del campo sopra indicato, ma  $\sigma$  può assumere qualsiasi valore positivo, sino ad infinito per una ruota in rotazione a veicolo fermo.

In prima approssimazione, si può ritenere che la forza  $F_x$  sia proporzionale, a parità di scorrimento  $\sigma$ , al carico normale  $F_z$ , per cui si può definire un *coefficiente di aderenza longitudinale*

$$\mu_x = \frac{F_x}{F_z}. \quad (1.3)$$

<sup>3</sup>In realtà il rotolamento puro è caratterizzato da uno scorrimento negativo molto piccolo, che corrisponde alla resistenza di rotolamento. Esso viene tuttavia trascurato nel tracciamento delle curve  $F_x(\sigma)$

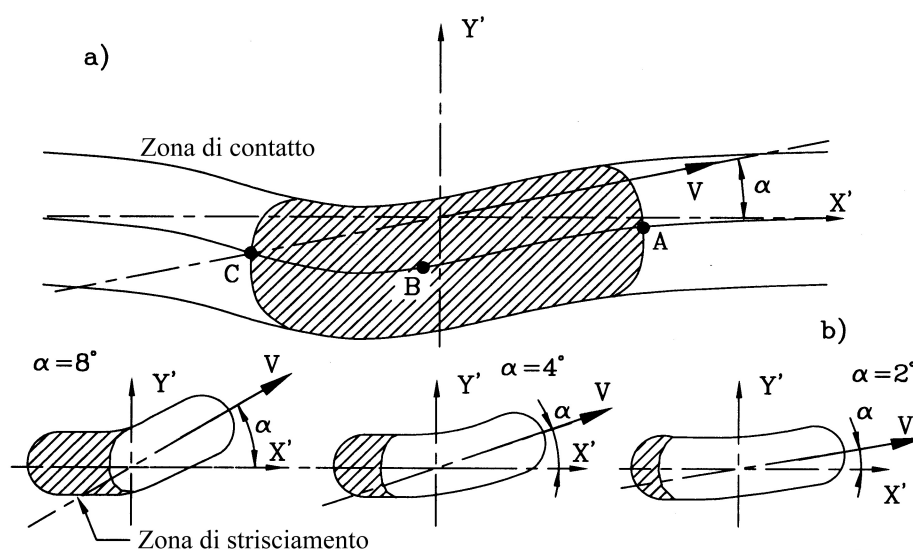


Figura 1.6: Contatto ruota-suolo in presenza di un angolo di deriva. (a) Zona di contatto e traiettoria di un punto sul battistrada appartenente al piano medio della ruota; (b) zona di contatto e zona di slittamento al variare dell'angolo di deriva  $\alpha$  ( $\alpha$  non in scala)

Sul grafico che descrive l'andamento qualitativo di  $\mu_x$  con  $\sigma$  (Fig.1.5 (b)) si possono individuare due valori notevoli di  $\mu_x$ : il valore di picco  $\mu_p$  ed il valore  $\mu_s$  che caratterizza lo slittamento puro. Il primo valore caratterizza il massimo dell'aderenza in accelerazione od in frenatura. Il coefficiente di aderenza  $\mu_x(\sigma)$  dipende inoltre da un certo numero di parametri, come il tipo di pneumatico, le condizioni della strada, la velocità, l'ampiezza della forza laterale  $F_y$  esercitata dal pneumatico e molti altri [2, 3].

### Forze scambiate in direzione trasversale

La generazione di forze tangenziali nel contatto ruota-suolo è direttamente legata alla deformabilità del pneumatico; in questo caso essa si manifesta sottoforma di *deriva*, situazione in cui la velocità del centro ruota non giace nel piano medio della stessa. In questa condizione la ruota si muove con un *angolo di deriva*  $\alpha$ , e la zona di contatto risulta notevolmente distorta. Con riferimento alla Fig.1.6, è possibile dividere la superficie di contatto in due aree: una prima parte in cui non si ha strisciamento, ed una seconda in cui il pneumatico striscia sul terreno per riportarsi sul piano di simmetria. Questa zona è tanto più estesa quanto più grande è l'angolo di deriva  $\alpha$ , sino a quando si estende a tutta la zona di contatto e la ruota si trova in condizioni di slittamento puro.

Il modulo della forza  $F_y$  cresce al crescere dell'angolo  $\alpha$ , dapprima linearmente, poi, all'approssimarsi delle condizioni limite di aderenza, sempre più lentamente sino a rimanere quasi costante o a mostrare una leggera diminuzione in condizioni di forte deriva (Fig.1.7 (a)).

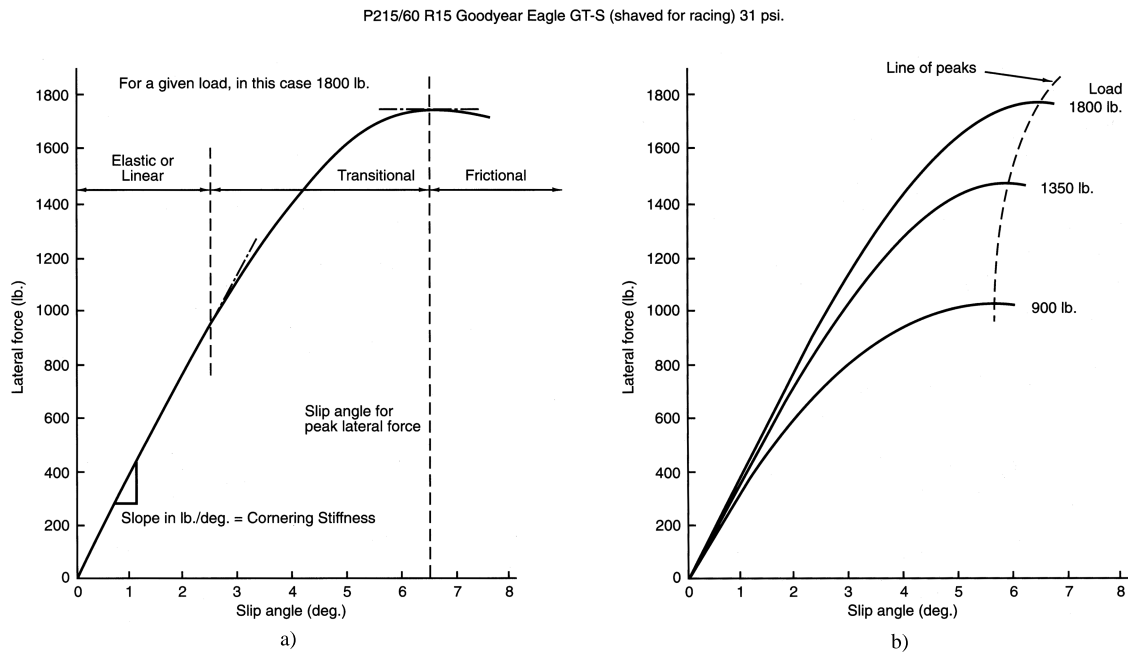


Figura 1.7: Andamento della forza laterale  $F_y$  in funzione dell'angolo di deriva  $\alpha$  a) per un carico verticale  $F_z$  assegnato e b) per diversi valori del carico verticale

E' consuetudine fornire l'andamento di  $F_y$  in funzione non solo dell'angolo di deriva  $\alpha$  ma anche del carico verticale  $F_z$  (Fig.1.7 (b))

$$F_y = Y_p(\alpha, F_z), \quad (1.4)$$

dove  $Y_p$  rappresenta la *funzione caratteristica* del pneumatico, ovviamente definita in specifiche condizioni di funzionamento (altrimenti, dovrebbero comparire nelle variabili in gioco il coefficiente di aderenza, la pressione di gonfiaggio, etc.). In genere si osserva una crescita meno che proporzionale della forza laterale, a parità di angolo di deriva, all'aumentare del carico verticale (Fig.1.8 (a)). La crescita di  $F_y$  all'aumentare di  $F_z$  è tanto più non lineare quanto più piccolo è l'angolo di deriva. Si definisce *rigidezza di deriva*  $C_\alpha$  (*cornering stiffness*) la derivata parziale della forza laterale rispetto ad  $\alpha$

$$C_\alpha = C_\alpha(F_z) = \left. \frac{\partial Y_p}{\partial \alpha} \right|_{\substack{\alpha=0 \\ F_z=const.}}. \quad (1.5)$$

Sperimentalmente si osserva un aumento meno che proporzionale della rigidezza di deriva con il carico verticale, fino ad arrivare ad un valore massimo per poi decrescere leggermente (Fig.1.8 (b)).

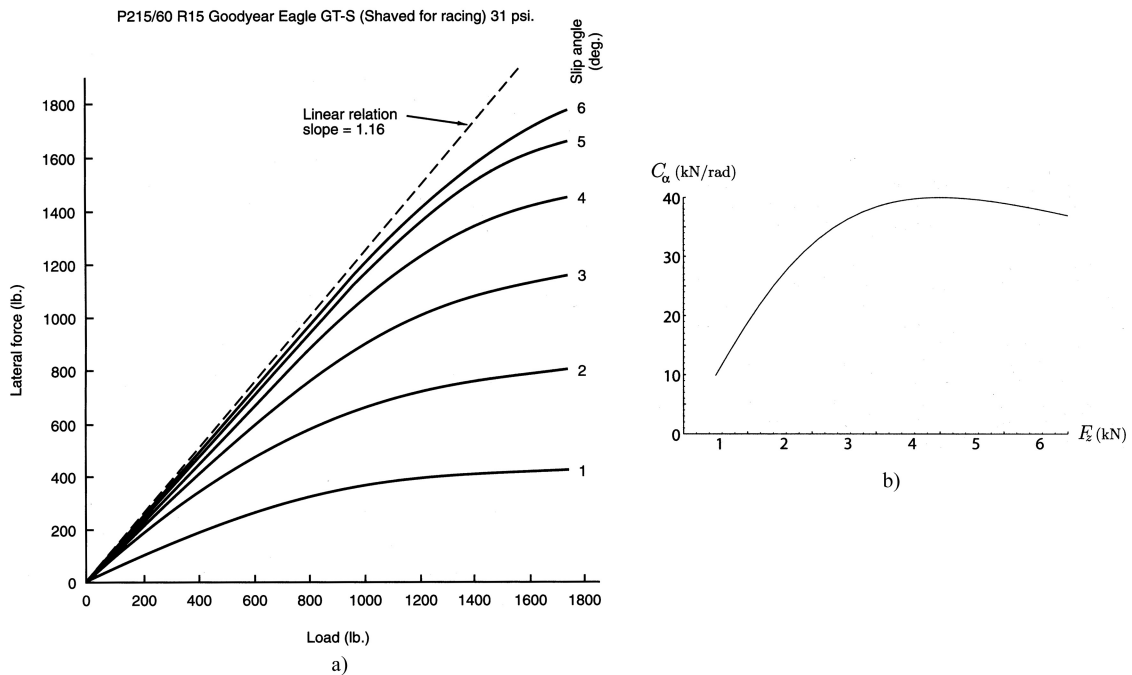


Figura 1.8: a) Andamento della forza laterale  $F_y$  in funzione del carico verticale  $F_z$  per diversi valori dell'angolo di deriva  $\alpha$ . b) Andamento della rigidità di deriva  $C_\alpha$  al variare del carico verticale  $F_z$

Spesso in luogo della forza laterale viene usato il coefficiente di forza laterale  $\mu_y = F_y/F_z$ ; il suo valore massimo, definito come *coefficiente di aderenza laterale*, è indicato con  $\mu_{yp}$  ed il valore assunto in condizioni di slittamento con  $\mu_{ys}$

Altra importante considerazione è che la risultante  $F_y$  della distribuzione di pressioni tangenziali non è applicata al centro della zona di contatto, ma in un punto posto in posizione arretrata rispetto ad esso ad una distanza  $t$ . Nasce quindi un momento  $M_z = F_y t$  detto *momento di autoallineamento*, in quanto tende a portare il piano di simmetria della ruota nella direzione della velocità  $V$ . All'aumentare dell'angolo di deriva le pressioni  $\tau_y$  si distribuiscono in modo più uniforme ed il braccio  $t$  diminuisce: il momento di autoallineamento è di conseguenza il prodotto di una forza che aumenta con  $\alpha$  e di una distanza che diminuisce. A causa di questa tendenza, per valori elevati di  $\alpha$ ,  $M_z$  può anche cambiare segno (Fig.1.9 (a)) e diventare negativo.

La presenza di un angolo di campanatura (*camber*) produce una forza laterale anche se non vi è deriva, per effetto della deformazione elastica del pneumatico nella zona di contatto (Fig.1.9 (b)). Tale forza viene di solito chiamata *spinta di campanatura* per distinguerla dalla forza laterale dovuta soltanto all'angolo di deriva. La forza laterale complessiva è quindi somma di questi due contributi. La spinta di camber è di solito molto modesta rispetto alla forza di deriva; essa dipende dal carico verticale  $F_z$ , essendo praticamente lineare con esso. Tale forza è in

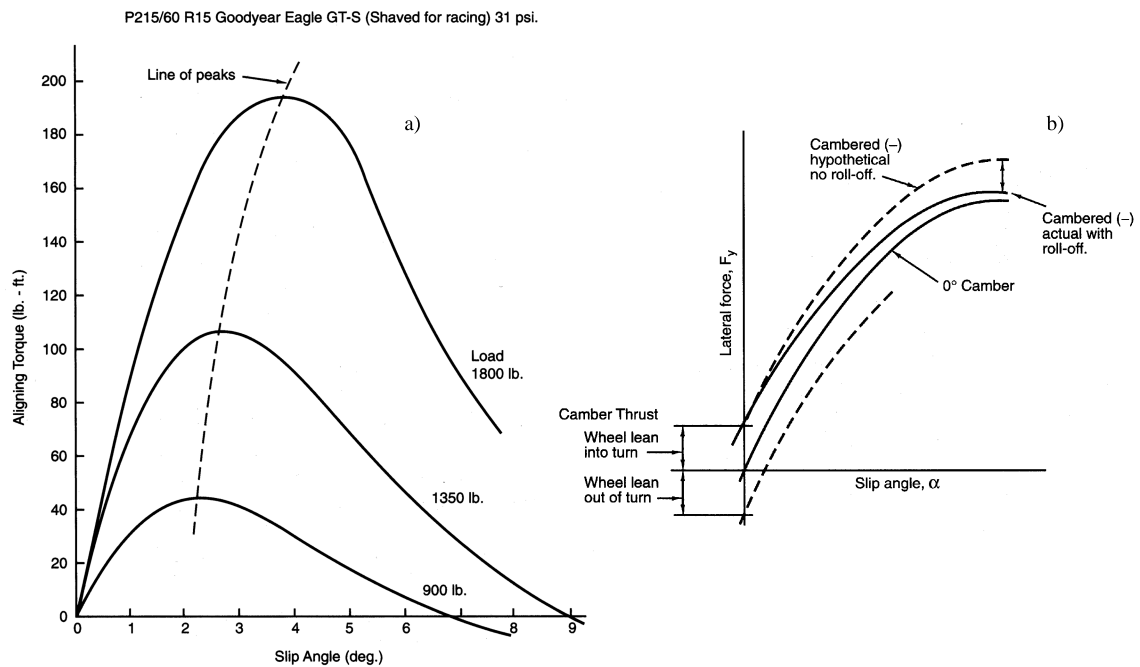


Figura 1.9: a) Momento di autoallineamento  $M_z$  in funzione dell'angolo di deriva  $\alpha$  per diversi valori del carico verticale  $F_z$ . b) Spinta di camber  $F_\gamma$

genere più evidente per bassi valori dell'angolo di deriva che non in condizioni di forte deriva. Resta tuttavia un piccolo effetto sul valore di picco  $F_y^{max}$  della forza laterale. In definitiva angoli di camber positivi nel senso della forza laterale, contribuiscono ad aumentare la rigidità di deriva del pneumatico ed il picco di  $F_y$  che esso è in grado di fornire [2-4].

### Interazione tra forze longitudinali e trasversali

Quanto detto finora è valido soltanto nel caso in cui il pneumatico sviluppi solamente forze longitudinali o forze trasversali. Se il pneumatico deve sviluppare contemporaneamente forze in direzione  $X'$  e  $Y'$  la situazione può essere notevolmente diversa: l'impegno di aderenza in una direzione diminuisce infatti l'aderenza disponibile sull'altra.

Applicando una forza motrice o frenante ad un pneumatico che abbia un certo angolo di deriva, la forza laterale si riduce e lo stesso accade alla forza longitudinale che un pneumatico può esercitare se è presente anche una forza laterale. In queste condizioni è possibile ottenere un diagramma polare in cui la forza in direzione  $Y'$  è rappresentata in funzione della forza in direzione  $X'$  per diversi valori dell'angolo di deriva  $\alpha$ . A rigore le curve non sono perfettamente simmetriche rispetto all'asse  $F_y$ : di solito i pneumatici sviluppano il valore massimo della forza  $F_y$  quando esercitano una piccola forza longitudinale frenante ed una leggera forza frenante può in realtà aumentare la forza laterale esercitata ad un piccolo angolo di deriva. Le curve tracciate per diversi valori dell'angolo  $\alpha$  sono inviluppate dal diagramma polare della forza massima che

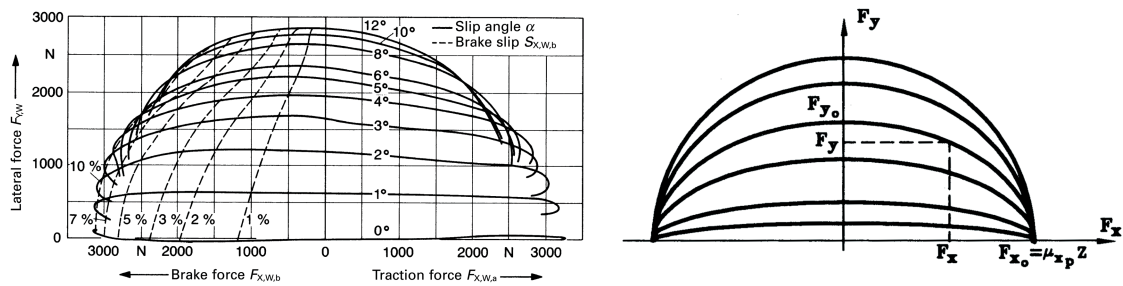


Figura 1.10: Diagrammi polari della forza esercitata sulla ruota con angolo di deriva costante: Grafici sperimentali ed approssimazione ellittica

il pneumatico può esercitare (Fig. 1.10). Se fosse un cerchio, il cosiddetto cerchio di aderenza, come si ipotizza nei modelli più semplici, ne seguirebbe che il massimo coefficiente della forza, definito come

$$\mu = \frac{F}{F_z} = \sqrt{\mu_x^2 + \mu_y^2}, \quad (1.6)$$

sarebbe indipendente dalla direzione. In realtà, non solo il valore di  $\mu_x$  è maggiore di quello di  $\mu_y$  ma, come già detto, c'è qualche differenza fra le condizioni di trazione e di frenatura. In genere, per la curva di inviluppo viene utilizzata una approssimazione ellittica del tipo:

$$\left(\frac{F_y}{F_{y0}}\right)^2 + \left(\frac{F_x}{F_{x0}}\right)^2 = 1, \quad (1.7)$$

dove le forze  $F_{y0}$  ed  $F_{x0}$  sono rispettivamente la forza  $F_y$  esercitata, ad un certo angolo di deriva, quando non si esercita alcuna forza  $F_x$ , e la massima forza longitudinale esercitata quando l'angolo di deriva è nullo [2, 3, 5].

### Comportamento nei transitori

Quando i parametri geometrici (angoli di deriva e campanatura) o le forze agenti in direzione  $X'$  e  $Z'$  variano durante il moto, i valori della forza laterale e del momento di autoallineamento risultano istante per istante diversi da quelli che caratterizzerebbero la condizione stazionaria con i corrispondenti valori dei parametri. Se ad esempio si porta in deriva un pneumatico fermo e poi lo si mette in moto, la forza di deriva  $F_y$  cresce in modo monotono a partire da zero e tende asintoticamente al valore di regime dopo aver rotolato per una certa distanza, generalmente indicata con *lunghezza di rilassamento*. Questo effetto solitamente non è avvertito nella guida normale, dal momento che il ritardo è molto piccolo, ma il fatto che ci sia un ritardo tra l'instaurarsi di un angolo di deriva e la generazione della forza laterale è comunque molto importante in condizioni dinamiche.

L'importanza di tale comportamento emerge, ad esempio, facendo variare l'angolo di deriva con legge sinusoidale: in questo caso la forza laterale ed il momento di autoallineamento seguono l'andamento di  $\alpha$  con un certo ritardo, variabile con la frequenza, ed il loro valor medio risulta minore di quello ottenibile in condizioni quasi stazionarie. Ancora più importante dal punto di vista pratico è il fatto che si hanno condizioni di funzionamento non stazionarie anche quando la forza normale  $F_z$  è variabile, come accade nel moto su superficie irregolare. In questo caso le frequenze in gioco possono essere molto alte e la riduzione del valor medio della forza  $F_y$  dovuta a fenomeni dinamici può essere notevole. Il comportamento del pneumatico durante i transitori può essere descritto dalla

$$\frac{d}{V} \dot{F}_y + F_y = Y_p(\alpha(t)), \quad (1.8)$$

in cui  $d$  è la lunghezza di rilassamento e la funzione  $Y_p(\alpha(t))$  rappresenta la funzione caratteristica del pneumatico in condizioni di regime. Tale modello è abbastanza semplice, in quanto molta importanza hanno la velocità di prova  $V$  ed il fatto che la lunghezza di rilassamento  $d$  dipende a sua volta dall'angolo di deriva  $\alpha$  e dal carico verticale  $F_z$ . In ogni caso esso può essere utilizzato nello studio della dinamica del veicolo ogniqualvolta ci sia bisogno di introdurre un "ritardo di risposta" del pneumatico [2, 3].

### 1.1.2 Azioni aerodinamiche

Nello studio delle forze aerodinamiche che intervengono nella dinamica del veicolo è conveniente definire un sistema di riferimento  $(x_a, y_a, z_a; O_a)$  di assi corpo (Fig.1.11) con l'asse  $x_a$  disposto longitudinalmente rispetto al veicolo stesso. Dato che il baricentro del veicolo è, dal punto di vista aerodinamico, irrilevante, si fissa l'origine  $O_a$  del riferimento al livello del piano stradale, a metà fra i due assali e nella mezzeria del veicolo. La velocità relativa del veicolo rispetto all'aria viene indicata con  $\mathbf{V}_a$ . In definitiva,  $x_a$  è orizzontale e longitudinale rispetto al veicolo,  $y_a$  è orizzontale e trasversale e  $z_a$  è verticale. In certi casi, viene definito anche un altro sistema di riferimento  $(x_v, y_v, z_v; O_v)$ , detto di assi vento, con  $O_v = O_a$ . L'asse  $z_v$  coincide con l'asse  $z_a$ , ma il primo asse  $x_v$  viene assunto con la stessa direzione di  $\mathbf{V}_a$  (e verso opposto), ossia del moto relativo fra il corpo e l'aria a distanza infinita.

La risultante delle azioni normali e tangenziali sulla superficie del veicolo, viene chiamata *forza aerodinamica*  $\mathbf{F}_a$ . Essa può essere scomposta in vari modi, ma in genere si procede riferendola ai sistemi di assi vento ed assi corpo.

Nel primo caso, la forza  $\mathbf{F}_a$  viene scomposta in una componente nella direzione della velocità relativa  $x_v$  fra corpo e fluido, detta *forza di resistenza*  $F_D$ , in quanto, in generale, si oppone al moto, in una componente secondo  $y_v$  detta *devianza* ed in una componente detta *portanza*



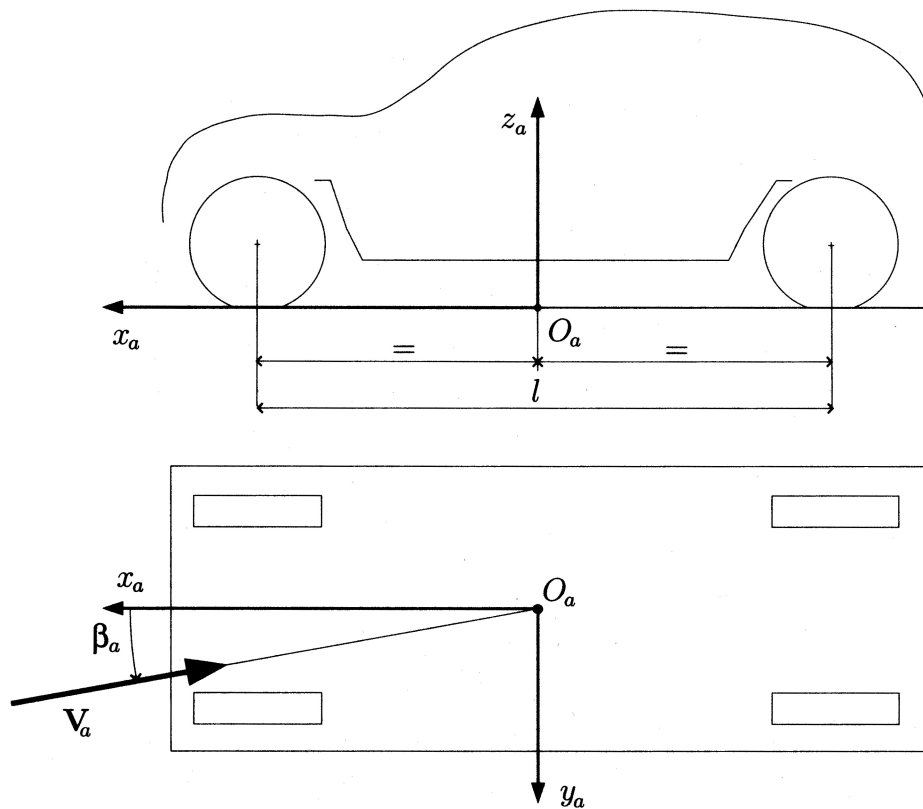


Figura 1.11: Sistema di riferimento solido al veicolo utilizzato per studiare gli effetti aerodinamici

$F_L$ . Se invece si scompone la forza  $F_a$  secondo gli assi corpo, si ottengono le tre componenti  $X_a$ ,  $Y_a$ ,  $Z_a$ . La componente che si oppone al moto del veicolo è proprio la  $X_a$ , indipendentemente dalla direzione di  $V_a$ . La  $Y_a$  è per il veicolo una spinta laterale, mentre la  $Z_a$  è una forza portante-deportante a seconda del segno. La forza  $F_a$  ha anche un momento di componenti  $M_{a_x}$ ,  $M_{a_y}$ ,  $M_{a_z}$  rispetto al riferimento di assi corpo, perché, in generale, la sua retta di applicazione non passa per l'origine.

Ad ogni componente della forza aerodinamica, può essere associato un opportuno coefficiente di forza (adimensionale)

$$C_x = -\frac{X_a}{\frac{1}{2}\rho V_a^2 S}, \quad C_y = \frac{Y_a}{\frac{1}{2}\rho V_a^2 S}, \quad C_z = \frac{Z_a}{\frac{1}{2}\rho V_a^2 S},$$

in modo che ciascuna componente della forza si possa esprimere con le relazioni

$$X_a = -qC_x S, \quad Y_a = qC_y S, \quad Z_a = qC_z S, \quad (1.9)$$

dove  $q = \frac{1}{2}\rho V_a^2$  è la pressione dinamica e la superficie  $S$  è una superficie di riferimento: di solito

la superficie della proiezione frontale del veicolo, cioè su di un piano ortogonale all'asse  $x_a$ . Per le componenti di momento si può operare in modo del tutto analogo, ottenendo

$$M_{a_x} = q\tilde{C}_xSl, \quad M_{a_y} = q\tilde{C}_ySl, \quad M_{a_z} = q\tilde{C}_zSl, \quad (1.10)$$

dove si sono introdotti opportuni coefficienti adimensionali di momento e dove compare anche una lunghezza caratteristica  $l$ , che è prassi comune fissare uguale al passo del veicolo. Tali formule risultano molto utili se i coefficienti non dipendono fortemente dalle condizioni di esercizio. In effetti, un parametro molto importante non compare nelle formule (1.9), la velocità relativa  $V_a$  fra veicolo ed aria, e c'è quindi da aspettarsi una sua forte influenza<sup>4</sup>. D'altronde, non è solo la forma del corpo a definire il problema aerodinamico, ma anche la sua orientazione rispetto alla corrente. Fissata la direzione di  $V_a$ , si osserva in effetti che i coefficienti delle relazioni (1.9) e (1.10) sono sostanzialmente costanti. Essi dipendono, in generale, dal numero di Reynolds, ma negli autoveicoli a velocità ordinarie ( $Re = 10^6 - 10^7$ ) questa dipendenza è molto debole [3].

## 1.2 Comportamento direzionale del veicolo

La formulazione di modelli matematici elementari capaci di descrivere in maniera semplificata il moto del veicolo, è di fondamentale importanza per la comprensione dei principali parametri che influenzano la risposta del sistema. Tali modelli, sebbene molto semplici, con pochissimi gradi di libertà, permettono ugualmente di descrivere gli aspetti salienti del moto, anche se soltanto in particolari condizioni d'impiego. Essi costituiscono quindi una base imprescindibile per la formulazione di modelli matematici più accurati, ma allo stesso tempo più complicati e difficili da gestire.

### 1.2.1 Ipotesi semplificative

Nella formulazione di un modello matematico è sempre bene avere presenti le ipotesi semplificative che ne costituiscono la base, per evitare di utilizzare il modello in modo inappropriato studiando casi che non soddisfino adeguatamente tali ipotesi.

Nel caso del sistema veicolo in oggetto, per prima cosa si suppone che il veicolo si muova su *strada piana ed orizzontale*, quindi assimilabile ad un piano geometrico. Essendo interessati

---

<sup>4</sup>Se si utilizzassero gli assi vento la direzione della velocità  $V_a$  verrebbe automaticamente tenuta in conto. Il vantaggio sarebbe però solo apparente, perché si avrebbero comunque coefficienti e sezioni variabili, dato che il corpo viene "visto" con forme differenti a seconda della direzione di  $V_a$ .

in questo caso al solo comportamento direzionale, si può inoltre assumere di evitare repentine frenature ed accelerazioni, considerando una *velocità di avanzamento* “poco” *variabile*; in questo modo è possibile trascurare i moti di beccheggio e rollio della carrozzeria, peraltro ritenuta perfettamente rigida. Trascurare i moti di rollio implica di conseguenza bassi livelli di accelerazione laterale; in ogni caso ciò dipende fortemente anche dalla rigidità a rollio del veicolo preso in considerazione. Altra conseguenza di tale assunzione è quindi l’assenza degli effetti cinematici delle sospensioni (variazione degli angoli caratteristici delle ruote) dovuti proprio al rollio della cassa. Da queste assunzioni ne deriva che ogni punto della carrozzeria del veicolo si mantiene sempre alla stessa distanza dalla strada: si ha quindi un *moto piano*.

Per quanto riguarda le quattro ruote, considerando piccoli movimenti di cassa possiamo trascurare il valore dello scorrimento longitudinale dei pneumatici rispetto alla strada; la velocità di rotazione delle ruote è quindi univocamente determinata dalla velocità di avanzamento del veicolo. Si considera inoltre, un sistema di sterzo perfettamente rigido, trascurando eventuali cedimenti elastici che influenzino l’angolo ruota effettivo; in questo modo la posizione angolare delle ruote sterzanti è assegnata e non costituisce una variabile.

Per mantenere piana la cinematica del modello si assimila inoltre l’asse di sterzo di ciascuna ruota anteriore ad un asse verticale alla strada, passante per il centro dell’impronta a terra. Ultima ipotesi è quella di piccoli angoli di sterzo delle ruote, che ben si sposa con quella fatta in precedenza di curve a largo raggio con bassi valori dell’accelerazione laterale. L’effetto totale di tutte queste assunzioni è un modello con tre soli gradi di libertà, in cui il veicolo è schematizzato come un *unico corpo rigido in moto piano* [3].

## 1.2.2 Descrizione del sistema veicolo

La formulazione del modello matematico, passa attraverso la scrittura di tre gruppi di equazioni: equazioni di congruenza, di equilibrio ed equazioni costitutive. Per consuetudine, si definisce un sistema di assi cartesiani  $(x, y, z, G)$  *solidale al veicolo* con origine nel baricentro e versori  $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$  (Fig.1.12). Tale riferimento in generale non coincide con la terna centrale d’inerzia. Se però si assume che il veicolo sia simmetrico rispetto al piano contenente i due assi  $x$  e  $z$ , almeno l’asse  $y$  è centrale d’inerzia e quindi si annullano i prodotti d’inerzia  $J_{xy}$  e  $J_{yz}$ , mentre è in generale non nullo il prodotto d’inerzia  $J_{zx}$ . Ovviamente, sono sempre non nulli i tre momenti d’inerzia principali [3].

### Equazioni di congruenza

Considerando un sistema di riferimento *solidale con il veicolo*, dalla conoscenza della velocità assoluta del baricentro  $\mathbf{V}_G$  e della velocità di imbardata  $r$  è possibile ricavare immediatamente

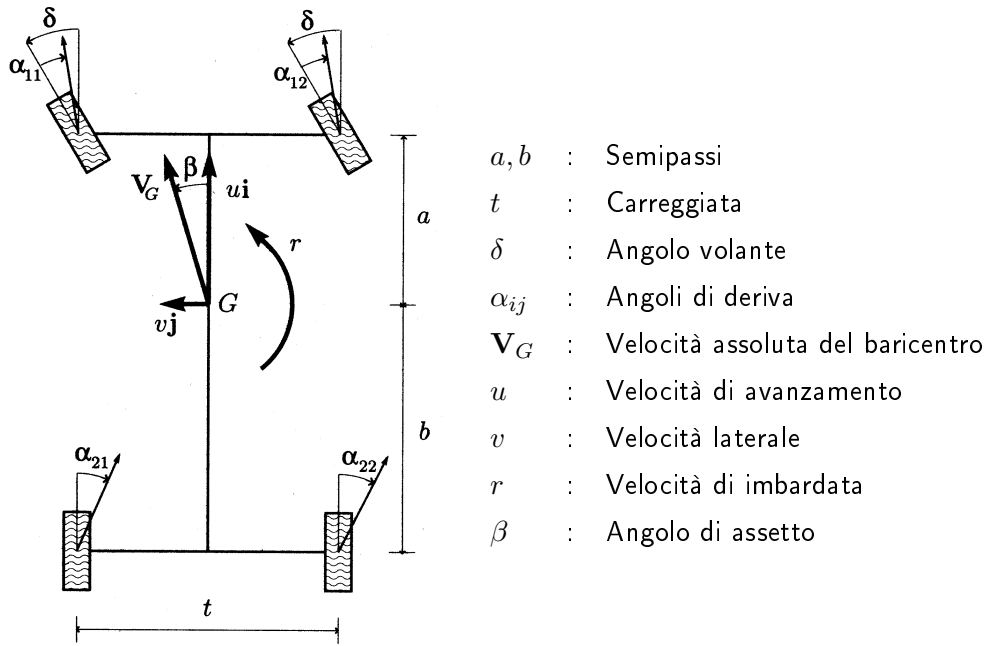


Figura 1.12: Riferimento e principali grandezze cinematiche del modello

gli angoli di deriva  $\alpha_{ij}$  delle quattro ruote ( $i = 1,2; j = 1,2$ ). Tenendo in considerazione che per piccoli angoli di sterzo le due ruote anteriori vengono ruotate “quasi” dello stesso angolo  $\delta^5$ , e che in normali condizioni di esercizio le due ruote di uno stesso assale lavorano con angoli di deriva “quasi” uguali, si perviene alle relazioni

$$\begin{aligned}\tan(\delta - \alpha_1) &= \frac{v + ra}{u}, \\ \tan(-\alpha_2) &= \frac{v - rb}{u}.\end{aligned}\quad (1.11)$$

Per semplificare ulteriormente, considerando che la velocità di avanzamento  $u$  è, di norma, ben più elevata della velocità laterale  $v$  e della componente dovuta ad  $r$ , si possono scrivere le equazioni di congruenza *linearizzate*, confondendo l'arco con la tangente

$$\begin{aligned}\delta - \alpha_1 &= \frac{v + ra}{u}, \\ -\alpha_2 &= \frac{v - rb}{u}.\end{aligned}\quad (1.12)$$

<sup>5</sup>In realtà per la cosiddetta sterzata cinematica l'angolo di sterzo  $\delta_i$  della ruota interna alla curva è maggiore di quello della ruota esterna  $\delta_e$  secondo la relazione (Fig.1.13)

$$\frac{t}{l} = \frac{1}{\tan(\delta_e)} - \frac{1}{\tan(\delta_i)}$$

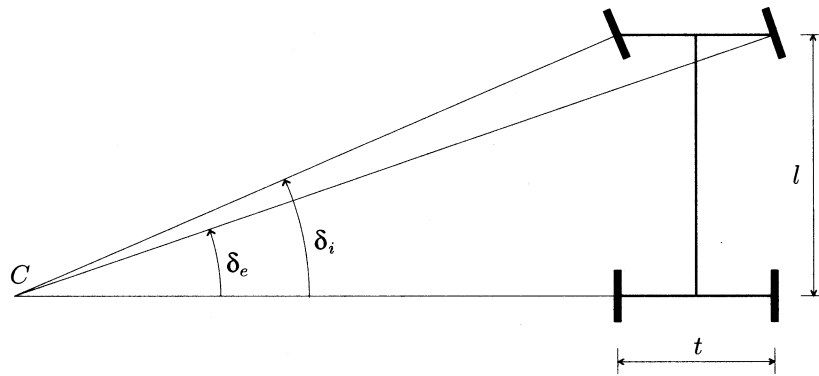


Figura 1.13: Sterzata cinematica, ossia con angoli di deriva nulli

Dalle equazioni di congruenza è possibile ricavare due importanti informazioni. La prima riguarda l'espressione dell'angolo volante in funzione degli angoli di deriva, ricavabile sottraendo membro a a membro le (1.12)

$$\delta = \frac{l}{R} + \alpha_1 - \alpha_2, \quad (1.13)$$

dove  $R = (u/R)$  rappresenta la distanza del centro di istantanea rotazione  $C$  dall'asse del veicolo. La quantità  $(l/R)$  altro non è che l'angolo di Ackermann  $\delta_0$ , ossia l'angolo di sterzo necessario a percorrere una curva di raggio costante pari ad  $R$  supponendo di avere angoli di deriva nulli (sterzata cinematica) (Fig.1.13).

Altra importante relazione è quella relativa all'angolo di assetto, definito come l'angolo compreso fra la direzione della velocità assoluta del baricentro  $\mathbf{V}_G$  e l'asse longitudinale del veicolo (Fig.1.12), e ricavabile dalla seconda delle (1.12)

$$\beta = \frac{b}{R} - \alpha_2, \quad (1.14)$$

dalla quale si evince come l'angolo di assetto  $\beta$  dipenda in queste condizioni esclusivamente dalla deriva posteriore. Anche in questo caso è possibile definire la quantità  $(b/R)$  come l'angolo di assetto in condizioni di sterzata cinematica  $\beta_0$ .

### Equazioni di equilibrio

La scrittura delle equazioni di equilibrio richiede due operazioni: il calcolo delle accelerazioni ed il calcolo delle forze. L'espressione dell'accelerazione del baricentro si ottiene derivando la velocità  $\mathbf{V}_G = u\mathbf{i} + v\mathbf{j}$  rispetto al tempo  $t$ .

$$\mathbf{a}_G = \frac{d\mathbf{V}_G}{dt} = \frac{du}{dt}\mathbf{i} + u\frac{d\mathbf{i}}{dt} + \frac{dv}{dt}\mathbf{j} + v\frac{d\mathbf{j}}{dt} = (\dot{u} - vr)\mathbf{i} + (\dot{v} + ur)\mathbf{j} = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j}. \quad (1.15)$$

In questo modo si è scomposta l'accelerazione  $\mathbf{a}_G$  in *accelerazione longitudinale*  $a_x$  ed *accelerazione laterale*  $a_y$ .

Per il calcolo delle forze, si fa sempre riferimento ad un unico corpo rigido in moto piano, di massa  $m$  e momento d'inerzia  $J = J_z$  rispetto all'asse verticale  $z$  passante per  $G$ . Le principali forze agenti sul veicolo sono le forze trasmesse dai pneumatici, alle quali è possibile aggiungere anche la resistenza aerodinamica. Considerando nulli tutti i momenti di autoallineamento è possibile scrivere

$$\begin{aligned} m(\dot{u} - vr) &= F_{x_1} - F_{y_1}\delta + F_{x_2} - \frac{1}{2}\rho SC_x u^2, \\ m(\dot{v} + ur) &= F_{x_1}\delta + F_{y_1} + F_{y_2}, \\ J\dot{r} &= (F_{x_1}\delta + F_{y_1})a - F_{y_2}b, \end{aligned} \quad (1.16)$$

in cui compaiono le componenti longitudinali e laterali delle forze esercitate globalmente da ciascun assale. A queste equazioni vanno aggiunte anche quelle che determinano la ripartizione del carico verticale fra assale anteriore e posteriore dato che, come visto in precedenza, ciò influenza la risposta del pneumatico al variare dell'angolo di deriva

$$\begin{aligned} F_{z_1} &= \frac{mgb}{l} + X_a \frac{h_a}{l} = W_1 + X_a \frac{h_a}{l}, \\ F_{z_2} &= \frac{mg1}{l} - X_a \frac{h_a}{l} = W_2 - X_a \frac{h_a}{l}, \end{aligned} \quad (1.17)$$

dove  $W_1$  e  $W_2$  sono i carichi statici gravanti sugli assali, ed inoltre è stata considerata un'azione aerodinamica di resistenza  $X_a$  disposta orizzontalmente a distanza  $h_a$  da terra. Le precedenti equazioni (1.17) valgono solo in condizioni stazionarie; in curva od in condizione transitorie bisogna considerare inoltre che l'accelerazione di  $G$  ha anche una componente lungo  $x$ , e che il prodotto d'inerzia  $J_{zx}$  non è nullo.

### Equazioni costitutive

Per completare il modello matematico restano da definire le equazioni caratteristiche del modello di pneumatico. Già sappiamo che la forza laterale esercitata su ciascuna ruota dipende principalmente dal corrispondente angolo di deriva  $\alpha$  dal carico verticale  $F_z$  e dalla forza longitudinale  $F_x$ . E' possibile trascurare l'effetto dell'angolo di camber vista l'assenza dei moti di cassa.

Il modello più semplice che si può considerare è quello che ipotizza un legame lineare tra la forza laterale e l'angolo di deriva

$$F_{y_i} = (C_{\alpha_{i1}} + C_{\alpha_{i2}})\alpha_i.$$

Il suo campo d'impiego è però limitato a quei casi in cui gli angoli di deriva non superano i  $2^\circ$ ; in queste circostanze anche i trasferimenti di carico laterali sono piccoli, e si può linearizzare anche la dipendenza della rigidezza di deriva  $C_\alpha$  dal carico verticale. Se le due ruote di uno stesso asse sono uguali, si ha perciò la compensazione degli effetti del trasferimento di carico fra ruota esterna e ruota interna, così da ottenere il seguente modello linearizzato per ogni assale ( $i=1, 2$ )

$$F_{y_i} = (C_i)\alpha_i, \quad (1.18)$$

dove  $C_i$  altro non è che la rigidezza di deriva dell'assale, pari al doppio della rigidezza di deriva della singola ruota sotto carico statico.

Se si vuole introdurre un ritardo di risposta pur mantenendo il modello lineare, è possibile applicare l'equazione differenziale (1.8), in modo da avere per ogni assale

$$\frac{d}{V}\dot{F}_y + F_y = C_i\alpha_i(t), \quad (1.19)$$

dove  $d$  è la lunghezza di rilassamento, e le rigidezze di deriva sono sempre considerate costanti durante il moto. In questo caso il legame costitutivo è di tipo differenziale, perciò le forze laterali diventano funzioni incognite del tempo.

Se si vogliono studiare situazioni in cui gli angoli di deriva possono raggiungere valori elevati, non è più possibile ipotizzare un legame lineare come in (1.18) o (1.19). In questo caso bisogna ricorrere a modelli di pneumatico più accurati basati su rilevazioni sperimentali o su formule empiriche come la Magic Formula [6–8]. In questo caso, però non è più possibile trascurare la variazione non lineare della rigidezza di deriva dei pneumatici in funzione del carico verticale. Attraverso un procedimento approssimato, comunque, è possibile esprimere la forza laterale esercitata da *ciascun assale* come una funzione non lineare del solo angolo di deriva, secondo la relazione

$$F_{y_i} = f_i(\alpha_i, F_{z_{i1}}(\alpha_i)) + f_i(\alpha_i, F_{z_{i2}}(\alpha_i)) = Y_i(\alpha_i), \quad (1.20)$$

dove  $Y_i(\alpha_i)$  è detta *caratteristica effettiva dell'assale*.

Attraverso l'analisi semplificata dell'equilibrio a rollio del veicolo (Fig.1.14), è possibile pervenire alle equazioni

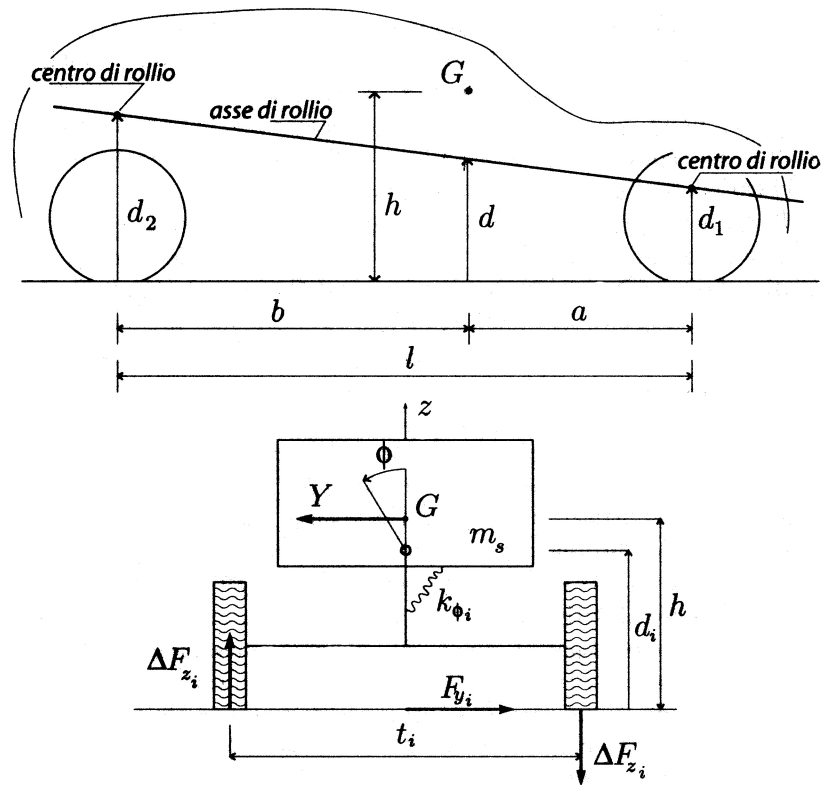


Figura 1.14: Schema del veicolo utilizzato per il calcolo dell'equilibrio a rollio

$$\begin{aligned}\Delta F_{z_1} &= \frac{1}{t_1} \left( \frac{b}{l} d_1 + \frac{k_{\phi_1}}{k_{\phi}} (h - d) \right) Y = \sigma_1 Y, \\ \Delta F_{z_2} &= \frac{1}{t_2} \left( \frac{a}{l} d_2 + \frac{k_{\phi_2}}{k_{\phi}} (h - d) \right) Y = \sigma_2 Y,\end{aligned}\quad (1.21)$$

che legano in modo *lineare* il trasferimento di carico su ciascun assale alla forza laterale  $Y$  agente globalmente sul veicolo. Da queste equazioni è possibile infine derivare la

$$\Delta F_{z_i}(\alpha_i) = \sigma_i \frac{l}{(l - a_i)} F_{y_i}(\alpha_i), \quad (1.22)$$

che lega *linearmente* il trasferimento di carico su un assale alla rispettiva forza laterale [9]. Il trasferimento di carico globale di una fiancata rispetto all'altra non è invece influenzato dagli elementi elastici ma solo dall'altezza del baricentro e dalle due carreggiate.

$$\Delta F_{z_1} t_1 + \Delta F_{z_2} t_2 = Y h. \quad (1.23)$$



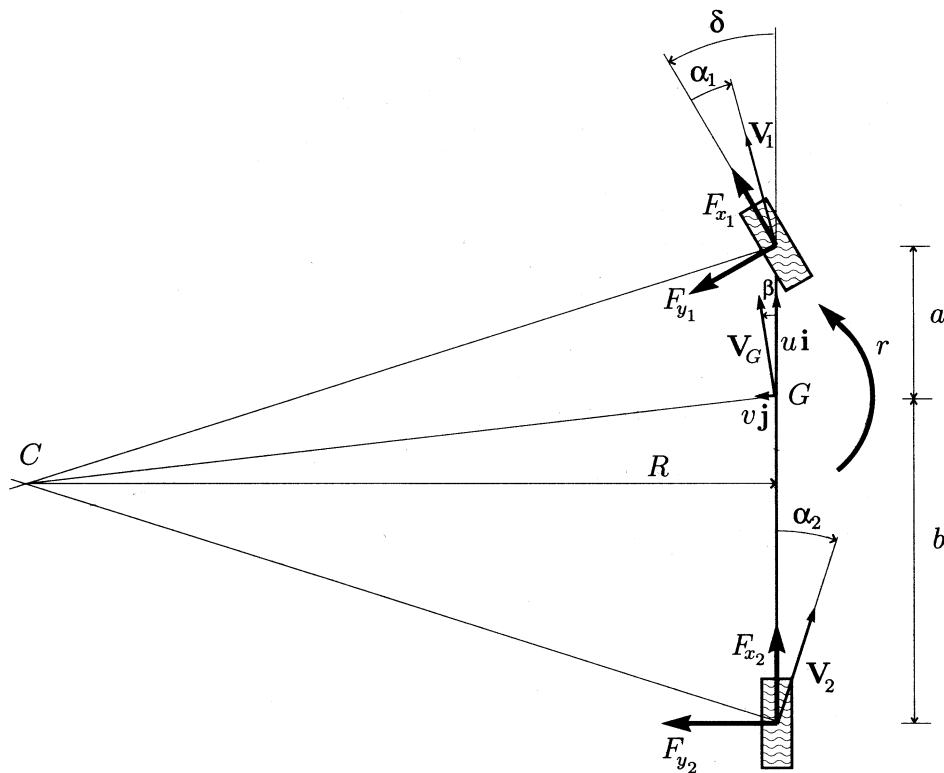


Figura 1.15: Modello monotraccia di autoveicolo

Tali equazioni, unite alla conoscenza di come ogni pneumatico varia la propria risposta laterale in funzione del carico verticale su di esso gravante, costituiscono gli elementi fondamentali per ricavare la caratteristica effettiva dell'assale. Un esempio di come sia determinante la risposta non lineare dei pneumatici, è data dall'applicazione della barra di torsione. Esse infatti alterando la rigidità a rollio dell'assale corrispondente, variano anche il trasferimento di carico ad esso relativo, influenzandone fortemente la rigidità di deriva. Ciò in definitiva comporta un deciso cambiamento del comportamento direzionale del veicolo.

### 1.2.3 Modello matematico “monotraccia”

Sulla base delle equazioni di congruenza (1.12), di equilibrio (1.16) e di legame (1.18, 1.19, 1.20) è possibile elaborare un modello matematico del veicolo detto “monotraccia”, in quanto le equazioni di equilibrio e di congruenza potevano essere ottenute facendo riferimento al sistema piano costituito da un corpo rigido e da due “ruote equivalenti” che simulano il comportamento dei due assali (Fig.1.15). Fissato il modello, bisogna stabilire cosa considerare noto e cosa incognito; in genere, vengono assegnate le forze longitudinali  $F_{x1}(t)$ ,  $F_{x2}(t)$  e gli angoli di sterzo  $\delta_1(t)$  e  $\delta_2(t)$ . In questo modo, nel caso di legame costitutivo lineare, rimangono incognite

le tre variabili  $u(t)$ ,  $v(t)$ ,  $r(t)$ .

Un'ulteriore semplificazione delle equazioni di equilibrio del modello, la si ottiene supponendo assegnata la velocità di avanzamento  $u(t)$ . E' bene inoltre considerare sempre trazione e sterzata su due assi differenti in modo da disaccoppiare le due equazioni; scegliendo quindi di adottare un modello con trazione posteriore e sterzata anteriore ( $F_{x_1} = 0$  e  $\delta_2 = 0$ ), otteniamo

$$\begin{aligned} F_{x_2} &= m(\dot{u} - vr) + F_{y_1}\delta + \frac{1}{2}\rho SC_x u^2, \\ m(\dot{v} + ur) &= F_{y_1} + F_{y_2}, \\ J\dot{r} &= F_{y_1}a - F_{y_2}b. \end{aligned} \quad (1.24)$$

In definitiva, tenendo presente che la  $F_{x_2}(t)$  è assegnata, il sistema dinamico è governato da due equazioni differenziali nelle variabili  $v(t)$  ed  $r(t)$ . Associando a tale sistema le equazioni costitutive del pneumatico e le equazioni di congruenza, si perviene alla formulazione del *modello monotraccia lineare* con l'uso delle (1.18), *lineare con ritardo di risposta* con l'uso delle (1.19), *non lineare* con l'uso delle (1.20).

### 1.2.4 Elementi di valutazione della dinamica del veicolo

L'analisi del modello monotraccia consente di ricavare preziose informazioni per valutare la risposta dinamica del sistema veicolo; tali informazioni, sebbene ricavate a partire da un modello matematico estremamente semplice, si rivelano di carattere generale ed applicabili anche nello studio di modelli più complessi. Si possono quindi prendere in considerazione due regimi di funzionamento: regime *stazionario* e regime *transitorio*.

#### Comportamento in regime stazionario

In regime stazionario si considera il volante in posizione fissa ( $\delta = \text{cost.}$ ) e la velocità di avanzamento uniforme; in queste condizioni, il veicolo si stabilizza su di una traiettoria circolare e tutte le grandezze rilevanti rimangono costanti nel tempo. Facendo riferimento al modello monotraccia lineare, in base alla relazione (1.13) riferita all'angolo volante  $\delta_{vol}$  e non all'angolo ruota  $\delta$  per mezzo del rapporto di sterzo  $\tau$ , si può scrivere

$$\delta_{vol} = \frac{l}{R}\tau + (\alpha_1 - \alpha_2)\tau = \frac{l}{R}\tau \left[ 1 + \frac{mu^2}{l^2} \left( \frac{C_2b - C_1a}{C_1C_2} \right) \right], \quad (1.25)$$

da cui risulta che, per mantenere costante il raggio della traiettoria  $R$  all'aumentare della velocità  $u$ , occorre aumentare o diminuire l'angolo di sterzo  $\delta_{vol}$  in funzione del parametro  $(C_2b -$

$C_1a$ ). Da tale parametro dipende quindi il carattere direzionale del veicolo. Dall'equazione precedente, introducendo l'accelerazione laterale a regime, è possibile scrivere

$$\delta_{vol} = \frac{l}{R}\tau + \frac{m}{l} \left( \frac{C_2b - C_1a}{C_1C_2} \right) \frac{u^2}{R} = \delta_{vol0} + Ka_y, \quad (1.26)$$

Il coefficiente di  $a_y$  è, per questo modello, il cosiddetto *gradiente di sottosterzo*  $K$  [3]

$$K = \frac{d}{da_y} \left( \delta_{vol} - \frac{l}{R}\tau \right) = \frac{m}{l} \left( \frac{C_2b - C_1a}{C_1C_2} \right) \tau \quad \left[ \frac{rad}{m/s^2} \right]. \quad (1.27)$$

Il segno di  $K$  è lo stesso del termine  $(C_2b - C_1a)$ , perciò possiamo dire

1. Il veicolo è *sottosterzante* se  $K > 0$ , con  $(C_2b - C_1a) > 0$ . In questo caso la *direttività*  $C_2a$  dell'assale posteriore è maggiore di quella dell'assale anteriore  $C_1a$ .
2. Il veicolo è *neutro* se  $K = 0$ , con  $(C_2b - C_1a) = 0$
3. Il veicolo è *sovrasterzante* se  $K < 0$ , con  $(C_2b - C_1a) < 0$ . In questo caso la *direttività*  $C_2a$  dell'assale posteriore è minore di quella dell'assale anteriore  $C_1a$ .

Attraverso il gradiente di sottosterzo è possibile definire in maniera sintetica le funzioni di trasferimento del veicolo secondo la teoria lineare [2]:

- guadagno della curvatura della traiettoria

$$\frac{1}{R\delta} = \frac{1}{l} \frac{1}{\left( \tau + \frac{Ku^2}{l} \right)}, \quad (1.28)$$

- guadagno dell'accelerazione laterale

$$\frac{a_y}{\delta} = \frac{u^2}{l} \frac{1}{\left( \tau + \frac{Ku^2}{l} \right)}, \quad (1.29)$$

- guadagno della velocità di imbardata

$$\frac{r}{\delta} = \frac{u}{l} \frac{1}{\left( \tau + \frac{Ku^2}{l} \right)}. \quad (1.30)$$

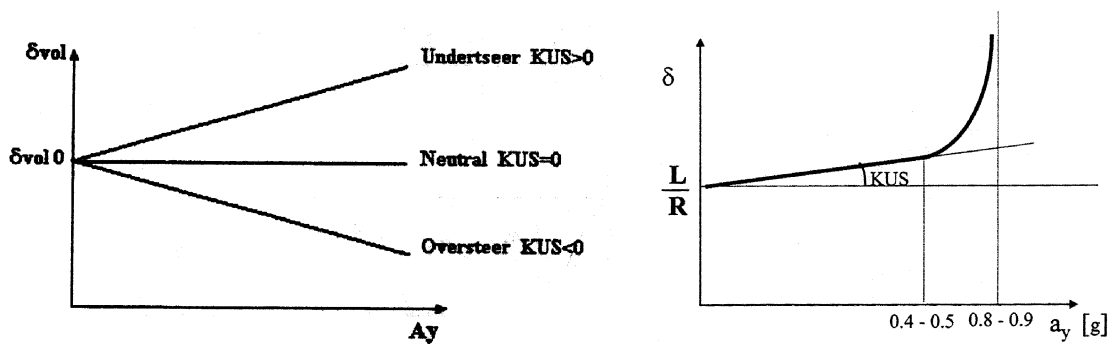


Figura 1.16: Curva  $\delta(a_y)$  nel caso lineare e nel caso non lineare

In queste condizioni è prassi riportare in un diagramma l'andamento dell'angolo volante in funzione dell'accelerazione laterale valutata in diverse configurazioni di equilibrio. Nel caso lineare essa si presenta sottoforma di una retta che parte da un punto dell'asse delle ascisse identificato dal valore di  $\delta_{vol0}$  in condizioni di sterzata cinematica, ed inclinata rispetto all'asse di una quantità proporzionale al valore del gradiente di sottosterzo. Se vengono considerati dei pneumatici dalla caratteristica non lineare, invece, la definizione di gradiente di sottosterzo rimane comunque valida *solo* se viene calcolato ad accelerazione laterale nulla. In questo caso la curva  $\delta_{vol}(a_y)$  è una curva divisibile in due tratti: un tratto lineare, in cui con buona approssimazione valgono le ipotesi del modello monotraccia lineare, ed un tratto non lineare, per lo studio del quale tale modello si rileva totalmente inadeguato, che tende ad un valore asintotico pari al limite di accelerazione laterale sostenibile dal veicolo (Fig.1.16).

Una misura delle caratteristiche di sottosterzata di un veicolo è data dalla *velocità caratteristica* [3, 10], definita come la velocità alla quale l'angolo di sterzo necessario per ottenere una certa traiettoria è doppio dell'angolo di Ackermann, ovvero il guadagno della curvatura è pari a  $1/2\tau l$  (Fig.1.17).

$$u_{car} = \sqrt{\frac{\tau l}{K}}. \quad (1.31)$$

Essa è anche la velocità alla quale il guadagno della velocità di imbardata raggiunge il massimo valore. Per i veicoli sovrasterzanti si introduce invece la *velocità critica* in corrispondenza della quale l'angolo volante si annulla e la risposta del sistema tende ad  $\infty$  (Fig.1.17).

$$u_{car} = \sqrt{-\frac{\tau l}{K}}. \quad (1.32)$$

Sebbene la validità di tali parametri rimanga confinata all'interno del regime lineare, la loro validità può essere estesa in qualche modo anche in regime non lineare purchè ad essi venga attribuito un significato incrementale piuttosto che assoluto.

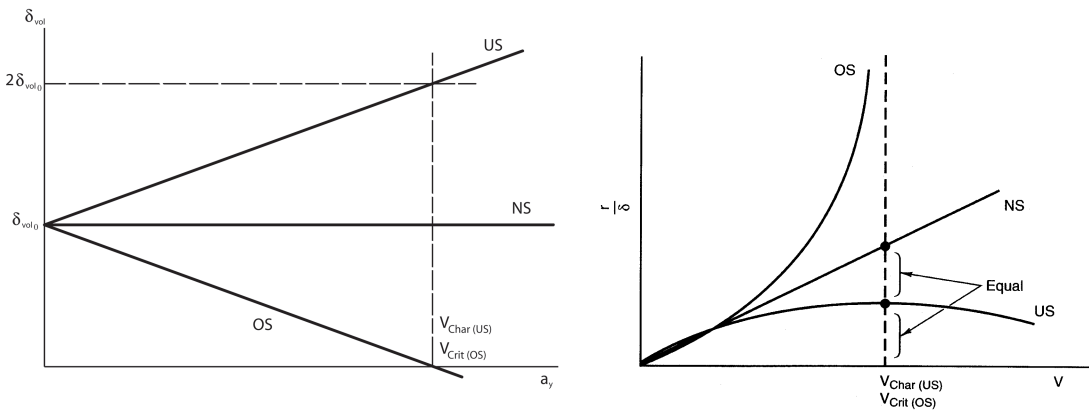


Figura 1.17: Velocità caratteristica e velocità critica

Il gradiente di sottosterzo  $K$  può essere valutato anche mantenendo la velocità costante e variando l'angolo volante. Anche in questo caso è possibile tracciare la curva  $\delta_{vol}(a_y)$ , tenendo presente che in questo caso, essendo  $l/R = a_y l/u^2$ , abbiamo

$$\delta_{vol} = \left( \frac{l}{u^2} \tau + K \right) a_y.$$

Un altro parametro da tenere in considerazione è l'angolo di assetto  $\beta$ . In manovre ad angolo di sterzo costante, si può osservare come a velocità prossime allo zero l'angolo di assetto sia pari al valore cinematico  $\beta_0$  definito dalla (1.14), mentre al crescere della velocità esso diminuisce progressivamente passando da un valore positivo ad uno negativo. E' utile in questo caso tracciare la *curva di assetto* che descrive la funzione  $\beta(a_y)$  (Fig.1.18). Nel caso lineare essa si presenta come una retta che taglia l'asse delle ordinate in corrispondenza del punto  $(0; \beta_0)$  ed è inclinata rispetto all'asse delle ordinate per un valore pari al *gradiente di assetto*, definito come

$$\beta = \frac{b}{R} - \alpha_r = \frac{b}{R} - \frac{ma}{C_2 l} a_y = \beta_0 - K_\beta a_y. \quad (1.33)$$

E' possibile definire in questo caso anche il livello di accelerazione laterale per cui  $\beta$  assume valore nullo

$$u_\beta = \sqrt{\frac{C_2 b l}{a m}}. \quad (1.34)$$

Nel caso si introduca un modello di pneumatico non lineare vale un discorso simile a quello fatto per la curva  $\delta_{vol}(a_y)$ .

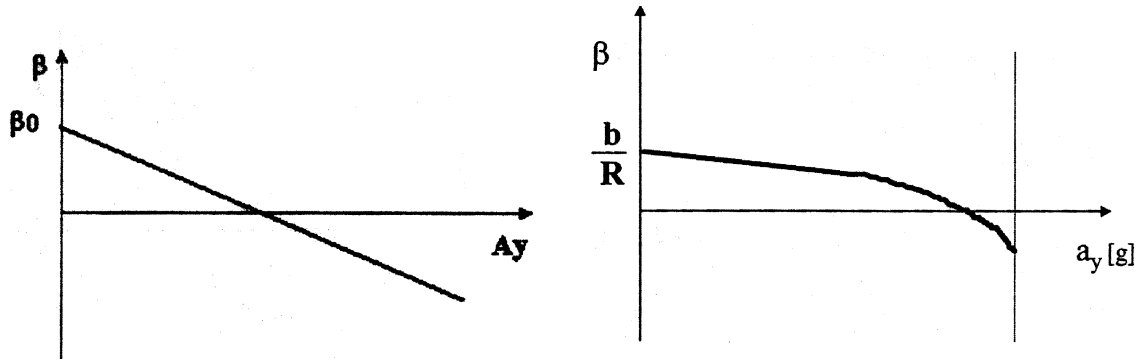


Figura 1.18: Curva di assetto  $\beta(a_y)$  nel caso lineare e nel caso non lineare

### Comportamento in regime transitorio

Per esaminare il comportamento in regime transitorio, sulla base dei modelli visti fino ad ora, è possibile considerare come ingresso del sistema una funzione a gradino dell'angolo volante. Il sistema di equazioni differenziali rappresentativo del comportamento del veicolo è esprimibile in forma sintetica come

$$\begin{aligned}
 \sum F_x &= m(\dot{u} - vr), \\
 \sum F_y &= m(\dot{v} + ur), \\
 J_z \dot{r} &= M_z.
 \end{aligned} \tag{1.35}$$

Considerando il modello monotraccia lineare con ritardo di risposta, è possibile notare come la risposta del veicolo dipenda da due fattori: il carattere sotto o sovrasterzante (esprimibile tramite il gradiente di sottosterzo  $K$ ) ed il valore della velocità  $u$ . In generale, si può affermare che i veicoli *sottosterzanti* sono sempre stabili a qualunque velocità, ed il loro moto nella fase transitoria sarà di tipo aperiodico smorzato. Per i veicoli *sovrasterzanti*, invece, si può osservare come fino ad un certo valore della velocità il loro moto sia sempre di tipo aperiodico smorzato; superata una certa soglia il moto in regime transitorio rimane stabile ma diviene di tipo oscillatorio smorzato, finché al raggiungimento della velocità critica esso diviene completamente instabile [2, 3].

### Caratterizzazione oggettiva del veicolo

Nella definizione delle caratteristiche dinamiche del veicolo sono oggi previsti processi di sperimentazione che attraverso una correlazione dei dati provenienti dai test su strada e quelli provenienti dalle valutazioni soggettive dei collaudatori, consentono di descrivere al meglio la risposta del sistema veicolo-driver.

Per la valutazione delle caratteristiche dinamiche del veicolo, sono previste da normative internazionali una serie di manovre standard dall'analisi delle quali è possibile caratterizzare in maniera oggettiva le *performance* della vettura [11–15]. Attraverso tali manovre è possibile identificare la risposta del veicolo sia in regime stazionario che in regime transitorio.

Per l'analisi all'interno del regime stazionario, una manovra piuttosto classica è lo *steering pad* o *constant radius cornering*. Nel corso di tale manovra il veicolo viene costretto a procedere lungo un percorso circolare, solitamente di raggio pari 40m o 100m, con velocità crescente fino a quando non viene raggiunto il limite di aderenza della vettura. In questo caso i parametri analizzati sono fondamentalmente: la *curva*  $\delta_{vol}(a_y)$ , la *curva di assetto* e la curva di coppia volante, fondamentale quest'ultima, per valutare il *feeling* di sterzo. In alternativa allo *steering pad*, è possibile condurre la manovra detta *slow ramp steer* o *chiocciola*. Si tratta di una manovra molto dolce, solitamente condotta a velocità di 100 Km/h, che consiste in una lenta rotazione del volante a partire da una condizione di moto rettilineo, mantenendo costante la velocità di avanzamento o la farfalla motore.

Per l'analisi all'interno del regime transitorio, tra le manovre generalmente condotte, una delle più significative è sicuramente quella dello *step steer* o colpo di sterzo. Tale manovra viene utilizzata per studiare le caratteristiche di stabilità della vettura, riallineamento del volante, spostamenti della cassa e qualità della risposta del veicolo al comando volante. Nel corso del test la vettura viene dapprima condotta in rettilineo alla velocità di 100 km/h in quarta marcia; successivamente, dopo circa tre secondi, viene applicato al volante un colpo di sterzo molto rapido il cui valore finale viene poi mantenuto per altri tre secondi. Infine, lo sterzo viene rilasciato libero di riallinearsi. L'intera prova viene condotta mantenendo costante la posizione dell'acceleratore.

### 1.3 Approcci di modellazione del sistema veicolo

La progettazione del veicolo e dei suoi sottosistemi non può prescindere oggi dall'utilizzo di modelli matematici più o meno semplici in grado di orientare il *design* verso le scelte più idonee a garantire il rispetto dei *target* prestazionali imposti. Tali modelli hanno per obiettivo la previsione degli effetti sulla dinamica del veicolo di scelte progettuali fatte sugli elementi che compongono l'autotelaio, in particolare sospensioni, sterzo, freni.

Il grado di complessità ed accuratezza di tali modelli deve essere commisurato di volta in volta alla tipologia di analisi da effettuare. Ad esempio, nella fase di impostazione delle caratteristiche principali dell'autoveicolo, risulta molto utile utilizzare modelli semplici che riescano, con pochi parametri fondamentali, a rappresentare il comportamento globale della vettura. Nel passaggio alla fase di progettazione di dettaglio o nell'analisi e confronto di differenti solu-

zioni tecniche innovative, risulta invece utile adottare modelli più raffinati in cui il dettaglio della modellazione permette di valutare l'effetto introdotto da parametri di progetto di singoli componenti (sospensioni, barre antirollio, geometria di sterzo, etc.).

Tali necessità danno luogo a due differenti approcci di modellazione matematica, l'approccio di *sintesi* e l'approccio *multibody*.

### 1.3.1 Modellazione di sintesi

La realizzazione di modelli matematici cosiddetti di sintesi, prevede la determinazione approssimata della funzione di trasferimento del sistema veicolo, attraverso la scrittura del sistema di equazioni che ne determina la risposta in funzione del tempo. E' questo un approccio che ha al primo gradino della scala di complessità il modello monotraccia, le cui equazioni rappresentative sono state già ampiamente descritte (1.24). Tale modello, lo ricordiamo, anche utilizzando un legame costitutivo di pneumatico non lineare, non contempla tuttavia moti di cassa ed effetti di sospensione e perciò si rileva comunque poco adatto ad essere utilizzato nella maggior parte delle analisi di valutazione delle caratteristiche di handling di una vettura.

Sebbene sia possibile aumentare i gradi di libertà del modello per renderne il comportamento più fedele a ciò che viene osservato sperimentalmente, in genere ci si limita ad utilizzare modelli di sintesi (Fig.1.19) con non più di 19 g.d.l. Si tratta sempre di un modello dinamico di veicolo non lineare, in cui i g.d.l sono rappresentati da:

- 6 g.d.l per i movimenti di cassa, tre per le traslazioni nello spazio e tre per le rotazioni di rollio, beccheggio ed imbardata;
- 1 g.d.l per la torsione della cassa, rappresentato dalla rotazione relative delle due parti in cui è scomposta;
- 4 g.d.l per le rotazioni angolari delle quattro ruote;
- 4 g.d.l per gli scuotimenti delle quattro ruote;
- 1 g.d.l per l'angolo di apertura della farfalla;
- 1 g.d.l per l'angolo volante;
- 1 g.d.l per la corsa del pedale del freno;
- 1 g.d.l per la marcia inserita.

Le caratteristiche salienti di questo tipo di modello sono la possibilità di inserire non linearità geometriche ed elastiche di sospensioni e pneumatici, la possibilità di simulare qualsiasi tipo



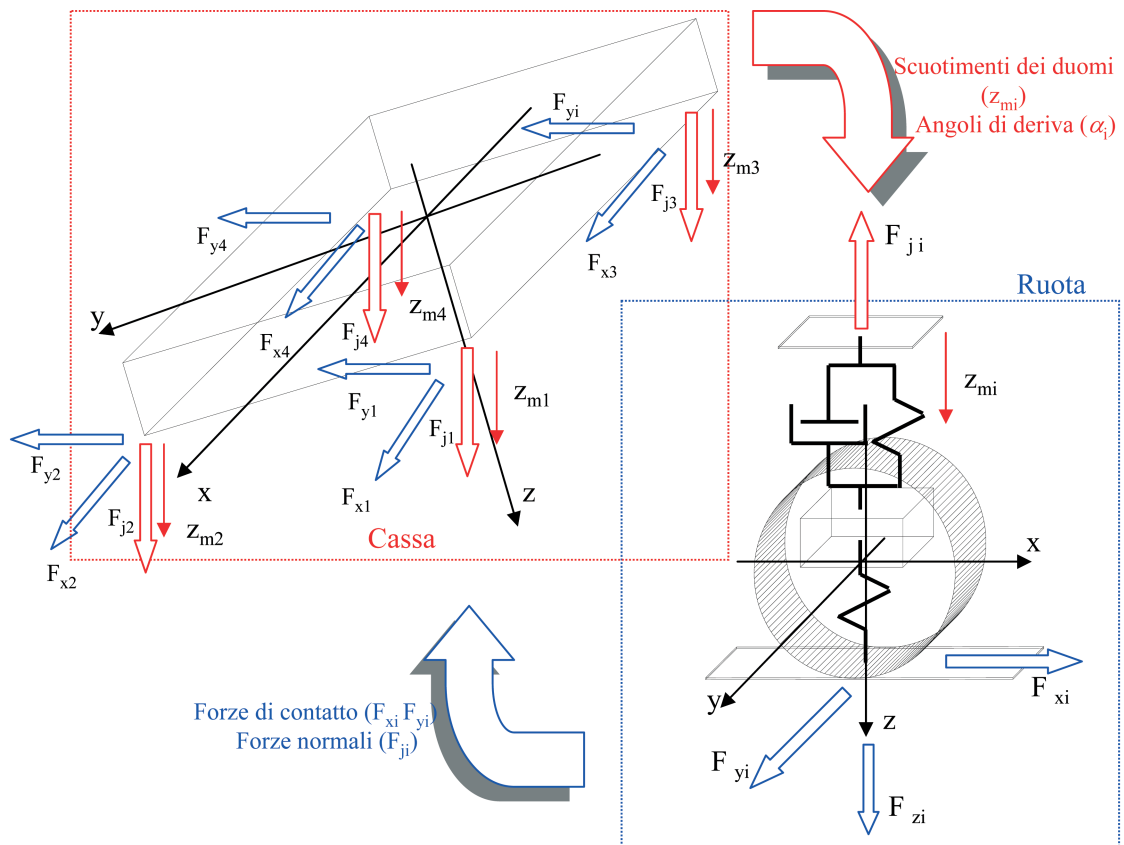


Figura 1.19: Modello di sintesi a 14 g.d.l.

di sospensione (in quanto vengono implementate dal punto di vista concettuale sottoforma di curve caratteristiche), la possibilità di simulare qualsiasi tipo di trazione e differenziale. Ciò permette quindi, di valutare l'impatto sulla dinamica del veicolo di differenti tipi di sospensione adottate, caratteristiche di pneumatici e linee di sterzo.

L'implementazione al calcolatore di tali modelli matematici avviene all'interno di ambienti in grado di gestire adeguatamente la risoluzione di sistemi di equazioni differenziali, oltre che l'integrazione del modello con sistemi di controllo automatico, loro naturale applicazione [16–19].

### 1.3.2 Modellazione *multibody*

Superata la fase di impostazione delle caratteristiche principali del veicolo, i modelli di sintesi vengono sostituiti da modelli più accurati i quali consentono di valutare in modo maggiormente preciso le prestazioni ottenibili dalla vettura legandole direttamente alle caratteristiche geometriche e costruttive dei suoi componenti. Ciò è reso possibile dalla metodologia di modellazione di tipo *multibody*, la quale racchiude in sé in un unico ambiente, tre strumenti fondamentali: uno

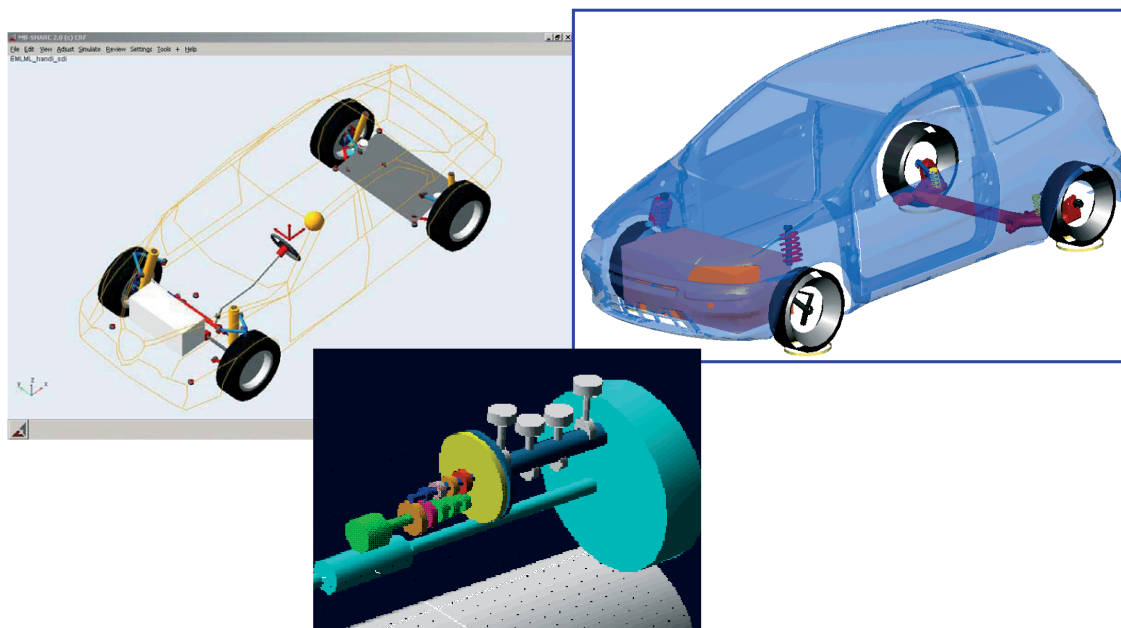


Figura 1.20: Modelli multibody

strumento per la descrizione cinematica del sistema, uno strumento per la generazione sistematica delle equazioni del moto ed uno strumento per la risoluzione di tale sistema di equazioni. E' questa una metodologia di tipo *general purpose*, adattabile quindi allo studio di un qualsiasi sistema meccanico, ma che è stata rapidamente adottata all'interno dell'industria automotive per le innegabili qualità che essa possiede rispetto ai sistemi di modellazione tradizionali.

Un modello multi body schematizza un sistema meccanico in un insieme di corpi rigidi, disposti secondo una geometria tridimensionale, collegati fra loro da giunti cinematici e da elementi capaci di sviluppare forze dipendenti da spostamenti, velocità relative, etc., che approssimano le caratteristiche dei componenti del sistema (molle, smorzatori viscosi, tasselli in elastomero, etc.). Il sistema così descritto viene modellato attraverso la generazione sistematica delle equazioni del moto, non lineari, in base al principio della Dinamica scelto (Newton, Lagrange, etc.). Ad esse vengono poi accoppiate le equazioni algebriche di vincolo in modo da ottenere un sistema di equazioni algebrico-differenziali (DAE), successivamente sottoposto ad un processo di integrazione numerica volto alla determinazione degli spostamenti dei vari corpi e delle forze agenti su di essi per effetto di uno o più ingressi variabili nel tempo [20–22]. Sulla base di tali metodologie di calcolo, sono stati sviluppati negli anni ambienti software specialistici all'interno dei quali è possibile costruire modelli di veicolo completi senza raggiungere livelli di astrazione elevati, ma rimanendo sempre strettamente legati alla fisica del problema [23] (Fig.1.20).

La flessibilità di utilizzo di tali ambienti, consente inoltre di incrementare il grado di accuratezza del modello in maniera abbastanza semplice; non solo è sempre possibile inserire nuovi

---

componenti all'interno del sistema, ma qualora la modellazione a corpi rigidi non si rivelasse sufficientemente valida, esiste anche la possibilità di inserire attraverso metodi di condensazione modale elementi FEM che simulino con maggiore precisione fenomeni di cedimento strutturale o di risonanza vibrazionale. Nel caso specifico del settore *automotive*, tali metodi di modellazione sono ormai parte integrante del processo di progettazione e sperimentazione dell'autoveicolo, utilizzati in analisi di handling e comfort, pensati appositamente per ridurre drasticamente il numero di prototipi fisici necessari allo sviluppo di un autovettura ed indirettamente i tempi ed i costi legati a tale processo [24].

# Modellazione ed analisi in ambiente multibody: il veicolo go-kart

Nati come naturale evoluzione dei più tradizionali strumenti di *Computer Aided Engineering*, i codici di calcolo di tipo multibody hanno aperto la strada a quella che oggi viene definita Prototipazione Virtuale Funzionale (*Functional Virtual Prototyping*). Le classiche metodologie di progettazione assistita, difatti consentono la verifica funzionale di un componente meccanico in maniera isolata dal sistema di cui esso fa parte: ciò implica la nascita di impreviste cause di malfunzionamento durante l'assemblaggio ed il testing del sistema complessivo, ed un conseguente ricorso massiccio alla sperimentazione su prototipi fisici per ovviare a tali problemi. La prototipazione virtuale ha completamente ribaltato tale processo: la progettazione viene infatti orientata già da principio al sistema meccanico nel suo complesso, e non più al singolo componente. In questo modo, il flusso di informazioni relative al comportamento del sistema si concentra nelle primissime fasi del processo di sviluppo, riducendo i rischi legati al verificarsi di possibili anomalie una volta che il prodotto sia già stato dichiarato valido per la messa in produzione (Fig. 2.1).

Visti tali presupposti, gli ambienti di simulazione ed analisi multibody si sono largamente diffusi nei più svariati campi di applicazione: dal settore aeronautico a quello aerospaziale, ferroviario e biomeccanico. Nondimeno il settore *automotive* ha beneficiato dell'introduzione di tali metodologie nel processo di progettazione, le quali hanno portato in breve tempo alla realizzazione di quello che viene definito il "veicolo digitale". La realizzazione di strumenti dedicati all'analisi ed allo sviluppo della vettura e dei suoi sottosistemi, ha contribuito poi a fare dell'approccio multibody il nucleo del processo di progettazione di un moderno autoveicolo, facendo convergere in esso le informazioni provenienti da tutti i reparti di sviluppo (modellazione CAD, analisi FEM, analisi fluidodinamica, sistemi di controllo, etc.) per uno studio del comportamento del veicolo quantomai completo e predittivo delle reali prestazioni su strada.

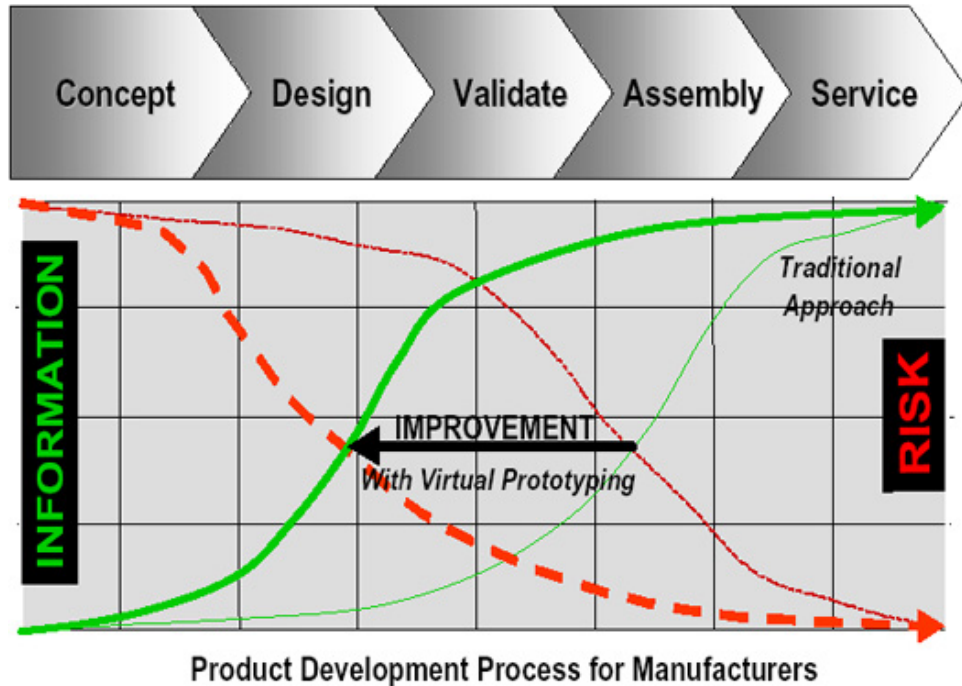


Figura 2.1: Rischi connessi alle attività di progettazione assistita e prototipazione virtuale

Ciò nonostante, l'evidente salto generazionale imposto dalla nascita di tali strumenti, ha rallentato la loro introduzione ed il loro sviluppo, relegandone l'utilizzo a realtà scientifiche od a quelle aziendali capaci di notevoli investimenti umani e finanziari finalizzati alla completa rivisitazione delle proprie strutture interne, oltre che capaci di vincere lo scetticismo che da sempre accompagna l'avvento di nuove e rivoluzionarie metodologie di progettazione.

## 2.1 Studio dinamico del veicolo go-kart

I Go-Kart sono dei veicoli caratterizzati da un'estrema semplicità costruttiva, che negli anni ne ha consentito una rapida diffusione, grazie alle modeste risorse necessarie per il loro sviluppo e messa in pista. Di conseguenza, la progettazione e la messa a punto del go-kart ha subito, sin dalla sua nascita, una evoluzione essenzialmente sperimentale, affidando la progettazione del telaio e degli altri componenti a prove in pista su prototipi fisici appositamente realizzati, durante le quali testare differenti soluzioni costruttive proposte in base a considerazioni soggettive del pilota. Tuttavia la costante crescita del movimento sportivo legato a questa categoria di vetture, considerata ad oggi un passo imprescindibile per l'accesso alle massime competizioni sportive nel settore automobilistico, ha spinto le principali case costruttrici ad impegnarsi nella ricerca di nuove soluzioni tecniche innovative per l'ottenimento delle massime prestazioni. Parallelamente la comunità scientifica ha cominciato ad interessarsi a questo settore, con l'obiettivo primario di introdurre nel processo di progettazione metodologie di simulazione ed

analisi numerica per lo studio predittivo del comportamento della vettura. In particolar modo, tale interesse è stato rivolto all'elemento che principalmente caratterizza il comportamento del go-kart: il telaio tubolare.

Difatti, ciò che contraddistingue maggiormente il layout generale del veicolo è la completa assenza di sistemi di sospensione oltre che del differenziale. In condizioni normali, questo porta ad elevati strisciamenti dei pneumatici al suolo durante la percorrenza di una curva, causati dall'assenza di un componente che permetta loro di mantenere differenti velocità angolari durante il moto; in questo contesto gioca un'importanza fondamentale la struttura portante del go-kart, che deformandosi in maniera opportuna sotto l'azione della geometria di sterzo, consente di evitare parzialmente l'instaurarsi di tale fenomeno. Si capisce bene quindi, quale sia il livello di attenzione da rivolgere alla progettazione di questo componente, che determina in gran parte il comportamento dinamico del veicolo[25, 26].

A tal proposito è possibile citare ricerche[27, 28] finalizzate allo studio del comportamento dinamico dei go-kart mediante approccio di sintesi in ambiente di simulazione Matlab-Simulink, in cui si analizza la risposta del veicolo sia in regime stazionario che in regime transitorio evidenziando l'influenza del momento d'imbardata prodotto dalle differenti forze longitudinali sviluppate dai pneumatici posteriori, a causa dei differenti valori di scorrimento indotti dall'assale rigido. L'importanza del telaio e del suo studio strutturale mediante analisi numeriche e sperimentali, viene messo in evidenza in [29]. Ulteriori studi sono stati presentati poi in [30], in cui mediante analisi agli elementi finiti si evidenzia come la rigidità torsionale del telaio possa essere opportunamente variata in funzione del materiale utilizzato e della configurazione geometrica propria della struttura. Un primo approccio all'analisi dinamica del veicolo attraverso la combinazione di metodologie FEM e multibody viene proposto in [31–33], in cui la flessibilità del telaio viene introdotta utilizzando un metodo semplificato di condensazione statica della matrice di rigidità, successivamente integrata all'interno del codice multibody. Ulteriori studi a riguardo possono rintracciarsi in [34–36], laddove la rigidità torsionale del telaio è stata considerata attraverso l'uso di una molla di torsione tra due elementi rigidi, oppure mediante elementi trave posti tra i nodi principali della struttura.

Il lavoro presentato in questo capitolo si pone all'interno di tale filone di ricerca, e si propone di simulare in ambiente multibody il comportamento dinamico del veicolo, tenendo conto delle proprietà strutturali del telaio mediante l'elaborazione di un modello numerico FEM opportunamente convalidato da prove statiche in laboratorio e successivamente integrato all'interno del modello multibody del veicolo. Il risultato atteso è in questo caso un modello numerico che, integrando le informazioni ricavate dai processi di modellazione solida, analisi numerica strutturale e sperimentazione fisica, rappresenti l'elemento cardine di un processo di progettazione basato sui principi della prototipazione virtuale (Fig. 2.2). In definitiva, l'intero processo di

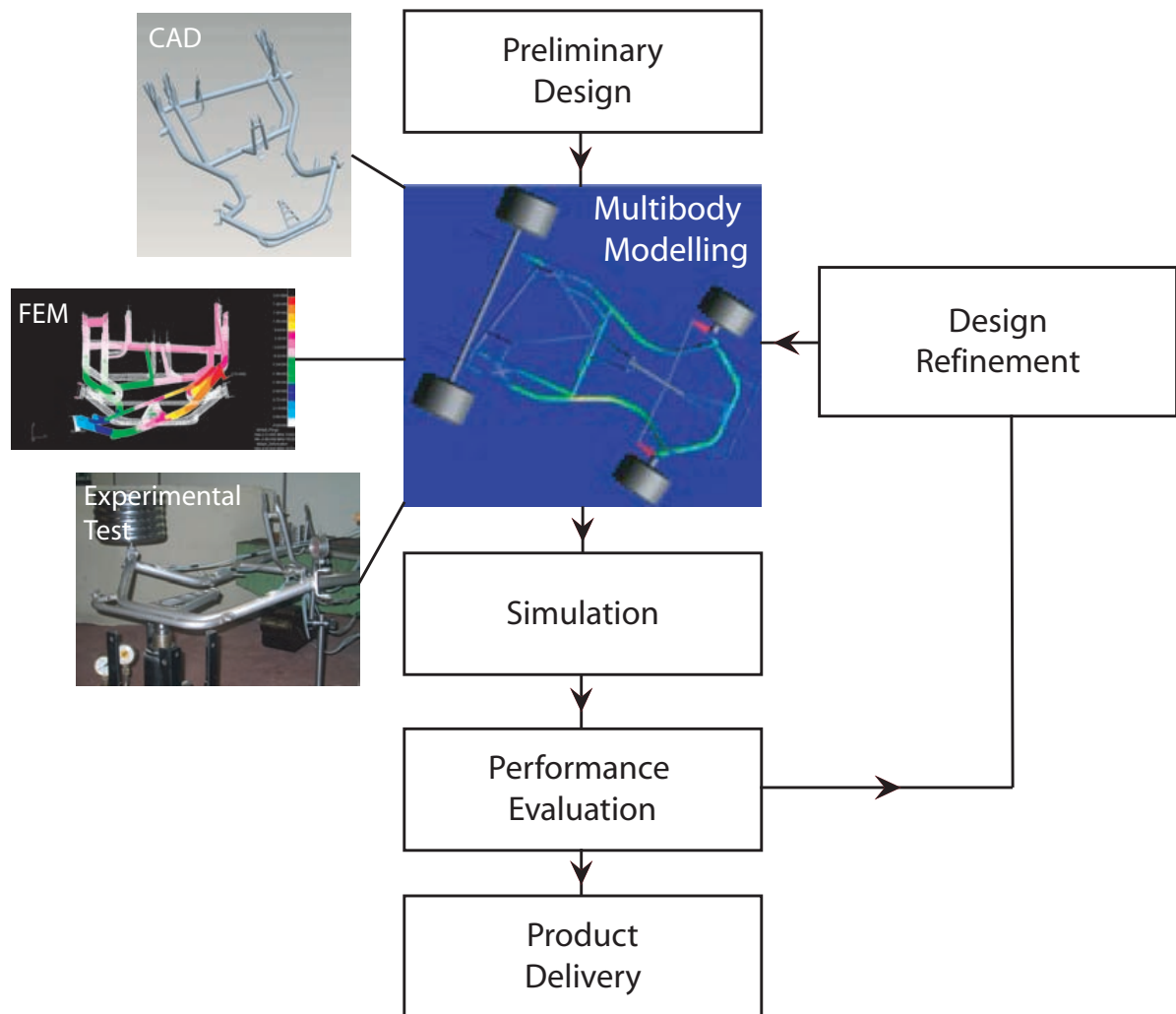


Figura 2.2: Il modello multibody al centro del processo di progettazione

analisi è volto alla messa in atto di una metodologia capace di introdurre in questo settore criteri e strumenti di progettazione ancora troppo sottostimati, i quali, se adottati in maniera scientifica, assicurerebbero la nascita di nuove soluzioni tecniche e costruttive orientate all'ottenimento di prodotti sempre più performanti.

## 2.2 Realizzazione del modello multibody

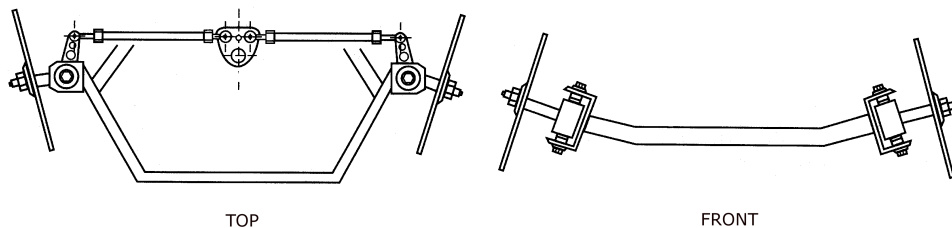
Come modello di riferimento per l'analisi è stato scelto un tipico Go-Kart da competizione omologato per la classe 125cc; oltre al telaio, costituito da una struttura in acciaio  $25CrMo4$  formata da un intreccio di tubi saldati di sezione variabile, esso comprende fra i suoi sottosistemi il motopropulsore, l'impianto frenante, i fuselli anteriori, l'assale rigido posteriore, il volante, il sedile, il serbatoio e le carenature esterne (Fig.2.3).



Figura 2.3: Componenti principali di un Go-Kart

Visto da vicino, il veicolo risulta contraddistinto da una serie di soluzioni costruttive dettate dall'estrema semplicità del progetto:

- Il sistema di sterzo è costituito essenzialmente da due fuselli incernierati sulla parte anteriore del telaio e collegati tramite due tiranti al piantone. Il sistema prevede la regolazione degli angoli caratteristici mediante boccole eccentriche interposte tra i fuselli ed il telaio, oltre che mediante la variazione della lunghezza dei tiranti per mezzo di registri filettati.



- Al posteriore è presente un assale rigido di collegamento fra le due ruote, in assenza di differenziale e di qualunque altro dispositivo ad esso simile.
- La trasmissione del moto dal motore alle ruote, avviene mediante catena a rulli tra il pignone calettato all'uscita del cambio di velocità e la corona calettata sull'assale posteriore.
- L'impianto frenante prevede per questa categoria una coppia di freni a disco all'anteriore ed un singolo dispositivo posizionato sull'assale posteriore.

### 2.2.1 Operazioni preliminari

Prima di passare alla realizzazione vera e propria del modello numerico, è necessario rilevare alcune informazioni che risultano indispensabili per una corretta descrizione del sistema. In



primo luogo bisogna che siano definite correttamente tutte le quote dimensionali utili alla determinazione dei punti caratteristici del veicolo, in corrispondenza dei quali andranno localizzati i giunti di collegamento fra i vari componenti del sistema. In aggiunta, devono essere note anche le proprietà di massa dei principali elementi costitutivi, per i quali tali caratteristiche non possano essere trascurate o semplicemente accorpate nell'unione di più componenti. Nel caso si debbano inserire nel modello elementi deformabili è opportuno conoscerne le proprietà costruttive: nel caso del telaio ad esempio, tali proprietà si riferiscono oltre che alla distribuzione globale degli elementi tubolari, anche alle informazioni relative ai materiali utilizzati ed alle sezioni trasversali adottate nelle diverse zone della struttura. Tali informazioni sono generalmente ricavabili dalle *fiches* di omologazione del veicolo, di solito integrate dai dati rilasciati dal costruttore o da specifiche misurazioni eseguite manualmente.

In questo caso, unitamente ai documenti di omologazione del Go-Kart, è stato condotto un processo di *reverse engineering* e di modellazione tridimensionale dapprima del solo telaio tubolare, poi esteso anche ad altri componenti del veicolo. Ciò ha dato la possibilità di ottenere, nel caso in cui non sia stato il produttore a fornirlo, un modello geometrico tridimensionale della vettura, utilizzabile all'interno degli ambienti software di simulazione per scopi di analisi numerica. Mediante l'utilizzo di un sistema di controllo dimensionale a tastatore CMM [37] interfacciato con un software di modellazione CAD è stato dunque possibile, ad esempio, ricostruire la geometria di base del telaio a partire dall'insieme di punti e primitive geometriche elementari misurate dalla macchina con precisione spaziale dell'ordine del micron [38, 39]. Tale approccio estende di fatto la metodologia di lavoro anche a quei casi in cui risulti particolarmente difficile risalire alle proprietà geometriche e di massa del sistema, causa l'indisponibilità di informazioni dettagliate a riguardo (Fig. 2.4).



Figura 2.4: Processo di Reverse Engineering del telaio

## 2.2.2 Modello multibody del veicolo

Il modello multicorpo del veicolo Go-Kart è suddiviso in quattro sottosistemi principali: il telaio deformabile, il sistema di sterzo, il motore e gli pneumatici. Ad essi vanno aggiunti, tramite



Figura 2.5: Set-up sperimentale utilizzato per l'analisi statica del telaio

il posizionamento di opportuni punti massa, i contributi inerziali del pilota e del serbatoio; il sistema frenante non è stato realizzato in questa fase, in quanto superfluo per gli scopi delle successive analisi.

La modellazione del sottosistema telaio ha previsto in primo luogo la realizzazione di un modello discretizzato della struttura mediante metodo agli elementi finiti che, una volta convalidato da opportuni test sperimentali, fosse in grado di rappresentare con la dovuta accuratezza il comportamento torsionale del telaio. La struttura privata di ogni altro componente, è stata sottoposta ad una serie di test in laboratorio mirati alla valutazione dello stato di deformazione sotto carico statico, oltre che alla valutazione approssimata del valore di rigidità torsionale. Il telaio è stato monitorato istante per istante mediante l'utilizzo di cinque rosette estensimetriche localizzate nei punti critici della struttura, determinati in base ad analisi numeriche preliminari ed alla bibliografia disponibile in merito. In aggiunta, è stato misurato mediante un comparatore lo spostamento puntuale del punto di attacco dei fuselli anteriori; dato molto importante, questo, per la determinazione della rigidità torsionale del telaio oltre che per la parziale validazione del modello numerico. Successivamente la struttura è stata vincolata rigidamente alle estremità posteriori degli elementi tubolari principali, mentre la traversa anteriore è stata appoggiata in mezzzeria su di una testa sferica. La sollecitazione è stata imposta per mezzo di pesi calibrati da  $5\text{kg}$  progressivamente applicati in corrispondenza di uno dei punti di attacco dei fuselli anteriori, per un carico finale complessivo di circa  $300\text{N}$  [40–43].

Sulla base dei risultati ottenuti in laboratorio sono stati successivamente realizzati in ambiente FEM due modelli numerici del telaio, in base al livello di astrazione prescelto: uno composto da elementi di tipo *beam*, l'altro composto da elementi di tipo *shell*. Entrambi sono stati elaborati a partire dalle geometrie CAD rilevate in precedenza, sfruttando in un caso la linea d'asse dei cilindri e nell'altro le loro superfici mediane. Le successive analisi numeriche svolte, considerando come parametro di valutazione lo spostamento registrato dal comparatore, mostrano come entrambi i modelli diano risposte più che adeguate con uno scostamento massimo del 7% dal valore misurato per il modello shell, che tra i due esaminati si è dimostrato quello mediamente più cedevole (Fig. 2.6, Tab. 2.1). Anche la misura degli spostamenti verticali e delle deformazioni locali rilevate nell'intorno dei punti d'interesse localizzati prevalentemente nella parte anteriore del telaio, riflettendo, nel caso del modello shell, l'errore già apprezzato

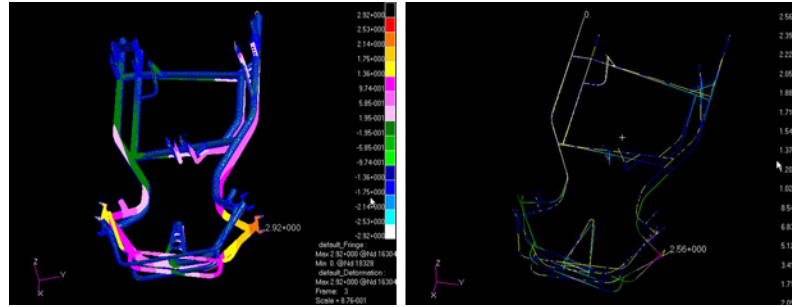


Figura 2.6: Analisi strutturale in modalità *beam* e *shell*

in precedenza. L'integrazione del telaio FEM all'interno del modello multibody del veicolo è stata condotta mediante il metodo standard di sintesi modale [44]: sulla struttura sono state successivamente condotte delle verifiche sia degli spostamenti in corrispondenza del punto di riferimento, sia delle frequenze proprie del telaio confrontando i dati ottenuti con quelli ricavati dall'analisi agli elementi finiti. Per il valore di spostamento si registrano scarti nell'ordine del 8% e del 5% rispettivamente in confronto con i valori calcolati in ambiente FEM e con quelli misurati sperimentalmente.

A questo punto sono stati realizzati i restanti sottosistemi del veicolo: il cinematismo di sterzo, l'assale posteriore, il motore ed i pneumatici, per caratterizzare i quali sono stati presi a riferimento i modelli matematici presenti in bibliografia (Fig. 2.7).

## 2.3 Analisi dinamica del veicolo

L'analisi delle prestazioni dinamiche del veicolo in ambiente multibody ha previsto, causa la presenza di un sottosistema motore ancora provvisorio, dei test di colpo di sterzo a velocità iniziale prestabilita su modelli dotati di telaio a differente grado di rigidità. Sebbene tali

Carico (kg)	Spostamento (mm)				
	Sperimentale	Shell		Beam	
		Calcolato	Errore (%)	Calcolato	Errore (%)
5	0,36	0,385	6,94	0,365	1,38
10	0,72	0,77	6,94	0,731	1,52
15	1,10	1,16	5,45	1,10	0
20	1,49	1,54	4,02	1,46	2,01
25	1,86	1,93	3,76	1,83	1,61
30	2,24	2,31	3,12	2,19	2,23

Tabella 2.1: Confronto degli spostamenti misurati e calcolati in corrispondenza del punto di riferimento

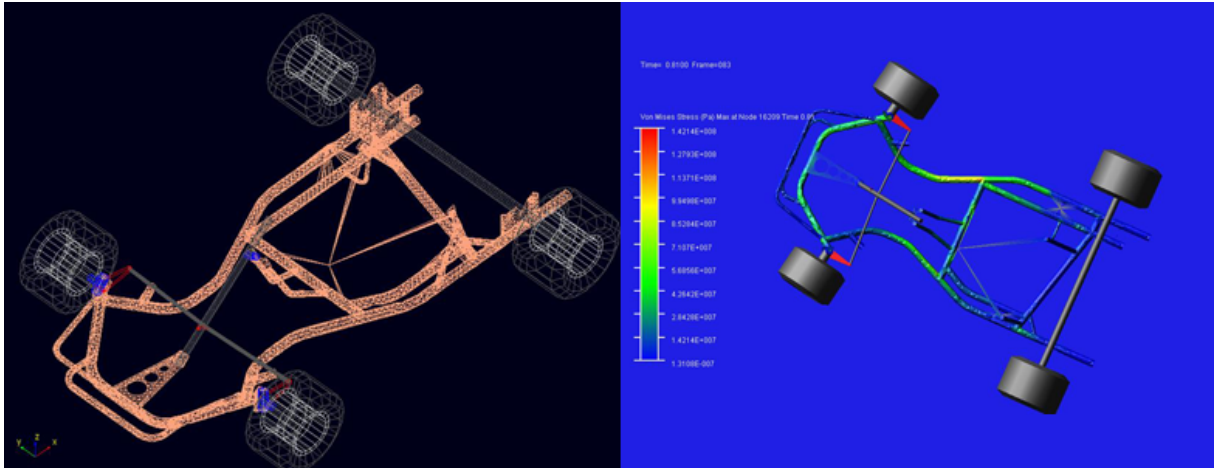


Figura 2.7: Modello multibody del veicolo go-kart

prove non siano ancora in grado di restituire indicazioni significative sul comportamento del veicolo, esse confermano quanto osservato sperimentalmente. Osservando le curve relative all'angolo di imbardata ed all'accelerazione laterale, si nota come all'aumentare della rigidezza del telaio crescano gli scorrimenti delle ruote posteriori ed il contributo delle forze longitudinali al momento di imbardata: di conseguenza, il veicolo si pone su di una traiettoria dal raggio decrescente con un aumento dell'accelerazione laterale sostenuta (Fig. 2.8).

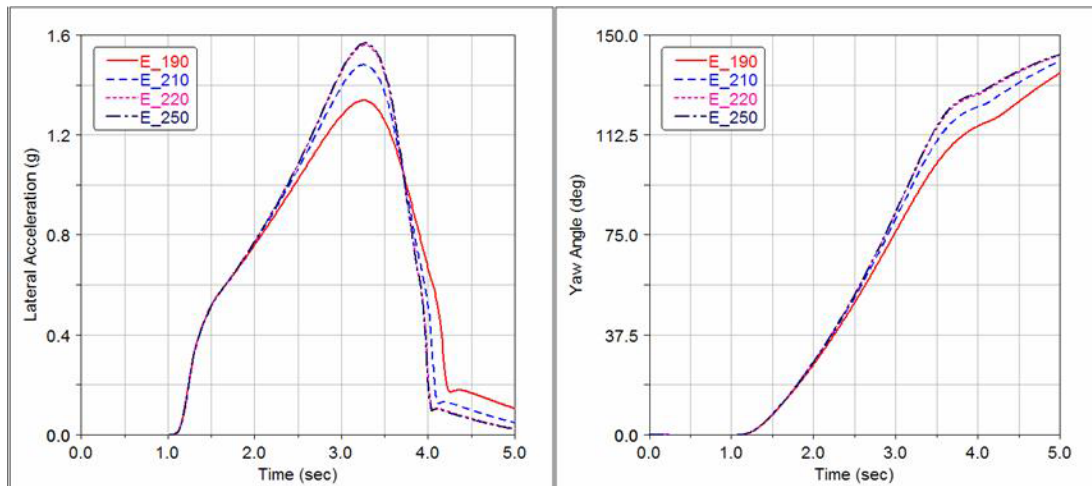


Figura 2.8: Analisi di colpo di sterzo

## CAPITOLO 3

# Analisi parametrica del veicolo in ambiente multibody

Nella dinamica del veicolo spesso intervengono dei fenomeni di difficile valutazione, per i quali risulta assai complicato identificare i parametri attraverso cui descrivere correttamente la risposta del sistema. Nell'ambito delle vetture da competizione poi, la necessità di effettuare delle decisioni sul set up del veicolo in tempi ridottissimi, unita spesso alla indisponibilità di modelli previsionali adeguati, accentua enormemente il problema. In questi casi, l'utilizzo di un modello matematico capace di descrivere in dettaglio le caratteristiche della vettura, si rivela un prezioso strumento di supporto alle decisioni, in grado di chiarire aspetti della dinamica del veicolo altrimenti trascurati.

L'approccio di modellazione di sintesi, attraverso la possibilità di regolare in maniera del tutto indipendente le caratteristiche delle sospensioni oltre che degli altri sottosistemi del veicolo per mezzo di semplici *look-up tables*, è uno strumento in grado di fornire risposte più che adeguate a problemi che coinvolgono parametri facilmente identificabili, la cui interazione reciproca possa essere descritta con buona approssimazione da specifiche equazioni matematiche. Tale modello risulta comunque inadeguato nei casi in cui sia necessario investigare su fenomeni ancora poco decifrabili, per i quali un modello maggiormente legato alla fisica del sistema potrebbe garantire risposte più significative. Per questa ragione viene in questi casi utilizzato un approccio di tipo multibody, mediante il quale il veicolo è rappresentato da un insieme di corpi rigidi e/o deformabili, in accordo con la reale conformazione fisica della vettura.

Utilizzando tale metodologia, in collaborazione con il reparto Motorsport di Porsche AG, è stato quindi elaborato un processo di analisi numerica volto alla determinazione di come la variazione di alcuni fra i principali parametri che caratterizzano il set up di sospensione e sterzo di una vettura da competizione possa influire sulla risposta dinamica del veicolo. Il lavoro ha previsto, in prima istanza, l'identificazione di un *test case* di riferimento per il quale fosse

disponibile un modello matematico convalidato ed affidabile. Successivamente, sulla base delle esperienze maturate da tecnici, piloti ed ingegneri durante le sessioni di prova in pista, sono stati identificati i parametri da sottoporre a variazione durante i test. Lo sviluppo di una metodologia di analisi del modello e valutazione dei risultati ottenuti ha permesso infine, di trarre importanti conclusioni riguardanti alcuni aspetti della dinamica del veicolo, peraltro confermate positivamente nel corso delle ultime gare della stagione 2006.

### 3.1 Processo di analisi numerica

L'elaborazione di una metodologia di analisi numerica o, per meglio dire, di sperimentazione virtuale si rivela di fondamentale utilità ai fini di uno studio attento e scrupoloso dei fenomeni che intervengono nella dinamica del veicolo. La disponibilità, come in questo caso, di un modello matematico sufficientemente accurato da sola infatti non garantisce l'ottenimento di quelle informazioni necessarie alla comprensione delle interazioni funzionali fra i sottosistemi del veicolo che ne determinano il comportamento dinamico. Per tale motivo si rende indispensabile in questi frangenti sottoporre il modello ad un processo di analisi strutturato che renda più semplice la valutazione dell'influenza reciproca dei diversi parametri che costituiscono il set up della vettura.

La metodologia proposta si compone di una serie di blocchi concettuali, ognuno dei quali racchiude una o più operazioni di progettazione dell'esperimento, simulazione, analisi dei risultati. Il processo ha inizio dall'identificazione dei fenomeni di interesse, per i quali non vi sia una chiara comprensione del legame causa-effetto relativo alla variazione di alcuni parametri fondamentali per la messa a punto del veicolo. In questa fase, l'interazione fra piloti, ingegneri di pista ed i progettisti della vettura è fondamentale per la scelta dei parametri da prendere in considerazione: essi vengono determinati in base alla necessità di stabilire oggettivamente il legame che intercorre tra la variazione di set up e la variazione della risposta dinamica del veicolo. Questo viene fatto per escludere, nella fase di messa a punto, eventuali ambiguità di giudizio ed errori di valutazione che possano portare alla compromissione di una sessione di test o di una gara.

Sulla base di questo insieme di informazioni è stato identificato un set di parametri caratteristici dei sistemi di sterzo e di sospensione della vettura; per ciascuno di essi, sono stati ipotizzati fin da questo momento alcuni probabili effetti sul comportamento del veicolo, da investigare e mettere in correlazione con le variabili di progetto (Tab.3.1). E' evidente come la scelta dei parametri dipenda dalla volontà di cogliere attraverso il modello virtuale degli aspetti della dinamica della vettura difficilmente misurabili e quantificabili attraverso prove sperimentali, principalmente poichè la variazione isolata di un parametro a partire dalla configurazione standard

<b>Parametri</b>	<b>Probabili effetti dinamici</b>
Ackermann	Influenza sugli angoli di deriva dei pneumatici anteriori, sul picco di forza laterale dei pneumatici anteriori, sul feeling di sterzo.
Caster	Influenza sulla distribuzione di carico sulle quattro ruote e sul feeling di sterzo.
Posizione verticale dei centri di rollio	Influenza sul sollevamento della cassa in curva a parità di angolo di rollio.

Tabella 3.1: Parametri presi in considerazione ai fini dell'analisi

della vettura, spesso comporta modifiche costruttive non compatibili con il layout originario oltre che potenzialmente dispendiose in termini di tempi e costi di sperimentazione. Un modello matematico completamente “parametrico” consente di ovviare a tali problematiche, e di dare una valutazione oggettiva su principi potenzialmente in grado di guidare la progettazione del veicolo. Per ciascuno dei parametri scelti è necessario stabilire un intervallo di variabilità, all’interno del quale poi, identificare le configurazioni di vettura da analizzare. Sebbene i principi da investigare siano di validità generale, ogni tipologia di vettura porta con sé delle specifiche progettuali completamente difformi, dettate da differenti esigenze di utilizzo e prestazioni da rispettare. In quest’ottica lo studio di vetture destinate alla produzione od alle competizioni risulta completamente diverse, così come in questo settore si possono distinguere vetture da corsa derivate dalla produzione di serie, o vetture appartenenti alla categoria prototipi, appositamente progettate e realizzate.

La fase successiva prevede la realizzazione delle differenti configurazioni di quei sottosistemi del veicolo direttamente legati alla variabile d’interesse. Nel caso specifico ciò ha comportato, per ogni parametro, la variazione del layout cinematico della sospensione anteriore e/o posteriore in base ai vincoli imposti dalla scelta delle variabili di progetto. Questa operazione comporta a seconda dei casi, la variazione della posizione nello spazio dei punti che definiscono la geometria della sospensione, come i punti di attacco al mozzo od al telaio dei braccetti o del tirante di sterzo. Il risultato finale consiste in una geometria che conservi per quanto possibile, al variare del parametro scelto, le sue caratteristiche di base, eccetto quelle che vengono direttamente influenzate dalle modifiche fatte e che non possono essere corrette per via cinematica. Tale operazione viene generalmente effettuata per mezzo di strumenti software dedicati all’analisi cinematica di un meccanismo spaziale, in cui il layout della sospensione viene determinato considerando il sistema privo di possibili rigidità imposte od elementi elastici, ad esclusione

delle molle principali. C'è da dire inoltre, che la necessità di questa operazione è strettamente legata all'utilizzo di un modello multi corpo per la simulazione dinamica del veicolo, per il quale occorrono tutte le informazioni relative alla geometria ed alle proprietà di massa della vettura e dei suoi componenti: l'utilizzo di un modello di sintesi infatti, permette di gestire in maniera del tutto indipendente le curve caratteristiche del cinematismo di sospensione, sebbene rimanga tuttavia slegato dalla effettiva configurazione fisica del cinematismo stesso.

Una volta approntati i corretti schemi geometrici delle sospensioni, è prevista una prima fase di analisi in cui ne viene effettuato uno studio elasto-cinematico per mezzo di appositi *test rig* virtuali, del tutto simili a quello che nella realtà è conosciuto come K&C (*Kinematic and Compliance*)[45]. In primo luogo, ciò consente di verificare le curva caratteristiche teoriche precedentemente elaborate ora che le informazioni sulla geometria della sospensione sono state introdotte all'interno del modello multibody: la presenza di eventuali rigidità caratteristiche nel modello matematico, appositamente introdotte durante il processo di convalida numerico-sperimentale, altera difatti le proprietà del sistema rendendo necessaria una nuova analisi che ne determini il comportamento finale. In definitiva vengono esaminate le caratteristiche delle sospensioni, ossia la variazione di alcune proprietà geometriche del cinematismo (ad esempio angoli di convergenza e campanatura, variazioni del passo e della carreggiata, etc.) in condizioni di prova nelle quali vengono imposti degli spostamenti in corrispondenza di punti noti (ad esempio traslazione verticale assegnata del centro ruota, oppure rotazione angolare assegnata del volante) od applicati dei carichi in corrispondenza della zona di contatto pneumatico-asfalto (forze laterali, momento di autoallineamento, etc.). Tra le caratteristiche rilevate, vengono successivamente isolate quelle che mostrano differenze significative per i diversi modelli le quali potrebbero portare a differenti prestazioni globali del veicolo (Fig.3.1).

Terminata l'analisi dei dati provenienti dal test elasto-cinematico, si passa alla fase di impostazione delle prove da condurre sul veicolo completo. In base al del regime di funzionamento stabilito, stazionario o transitorio, vengono definite le manovre da condurre sul modello, cercando di studiare il comportamento del veicolo in condizioni particolari, in modo di mettere in evidenza i possibili effetti dovuti alla variazione del parametro prescelto. Ciò include anche manovre non-standard, come ad esempio il superamento di un cordolo in curva, che possano riprodurre sollecitazioni e situazioni realmente affrontate dal veicolo durante una gara. Una volta condotte le prove, è necessario valutare l'andamento durante la manovra, dei principali parametri di handling relativi al comportamento della vettura, oltre a tutti i dati che possano mettere in luce eventuali differenze di comportamento legate al differente set up delle vetture. I dati ricavati da tale analisi, devono essere successivamente messi in correlazione con quelli ottenuti dall'analisi delle sospensioni, per individuare con esattezza il legame esistente fra caratteristiche di sospensione e/o sterzo e risposta dinamica della vettura. (Fig. 3.2).



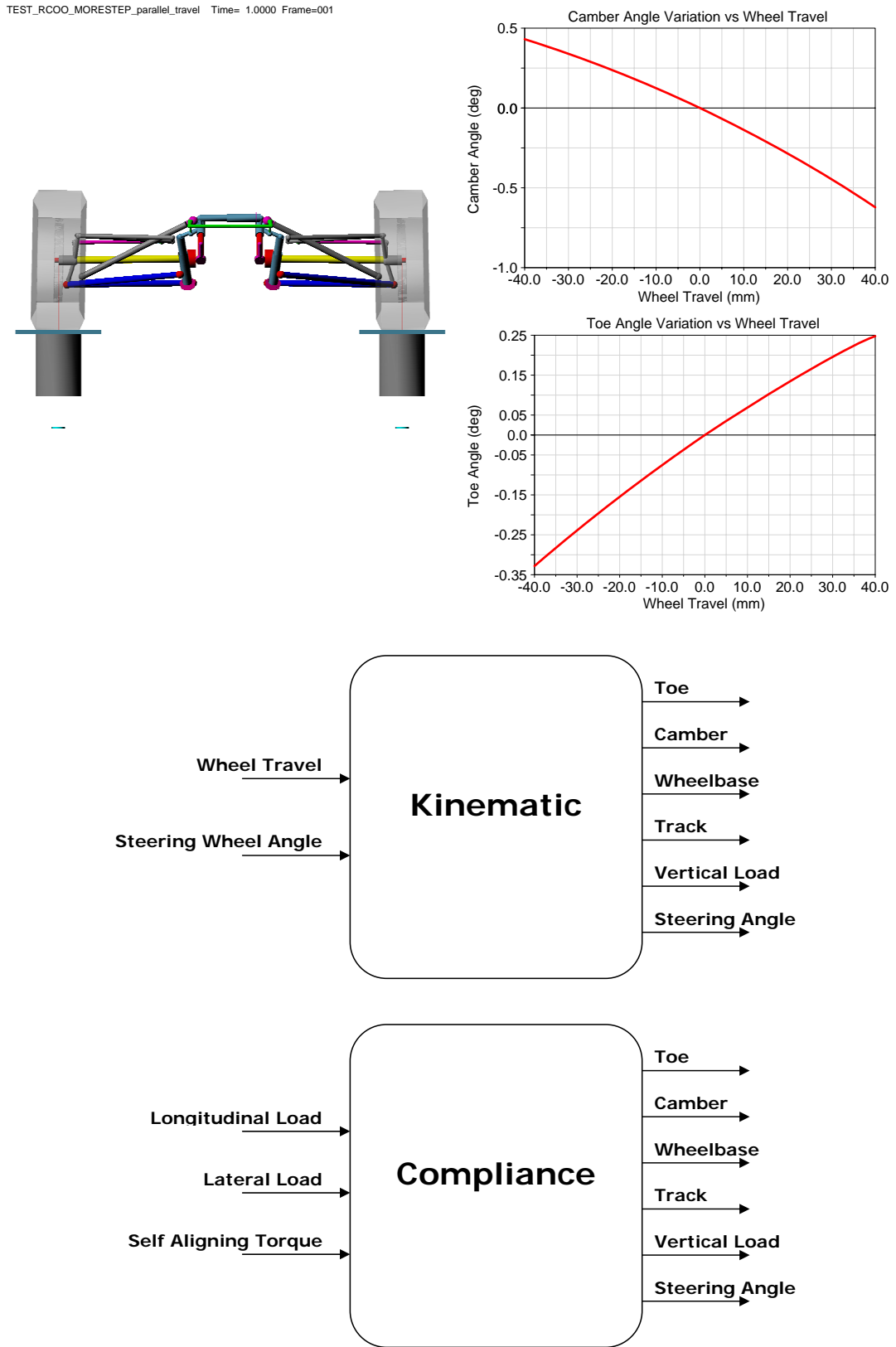


Figura 3.1: Analisi elasto-cinematica delle sospensioni

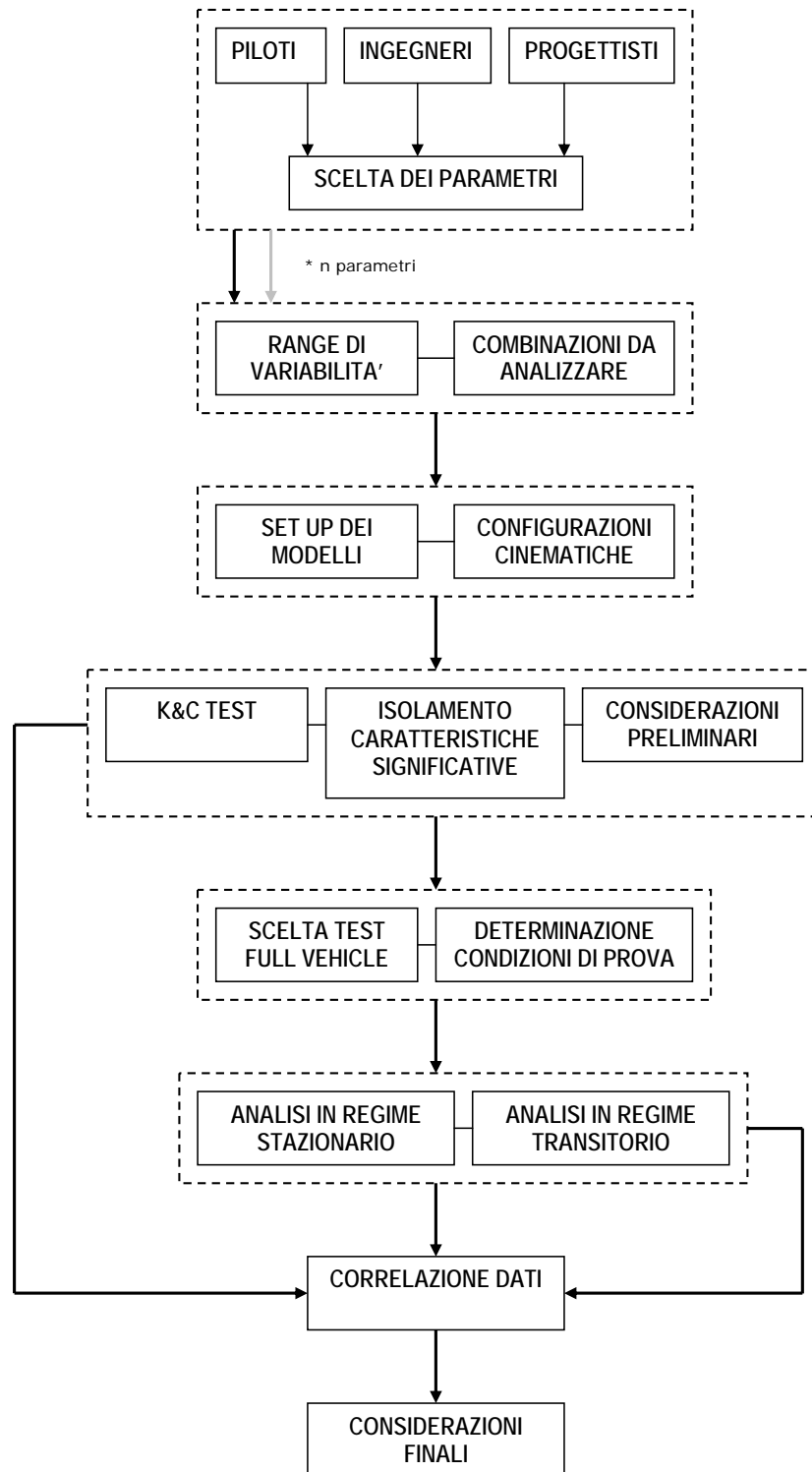


Figura 3.2: Processo di analisi

## 3.2 Descrizione del *test case* di riferimento

La vettura presa a riferimento come caso di studio ai fini dell'analisi è la Porsche RS Spyder (Fig. 3.3). In accordo con le specifiche tecniche ufficiali (Tab.3.2), la vettura ha partecipato nel corso del 2006 al campionato **ALMS** (*American Le Mans Series*) nella categoria prototipi classe LMP2, ottenendo la vittoria finale nel campionato di categoria con sei gare vinte ed una vittoria assoluta.



Figura 3.3: Porsche RS Spyder 2006

<b>Concept</b>	Vettura prototipo due posti aperta, valida per competizioni in classe LMP2 ( <i>Le Mans Prototype 2</i> ) nei campionati ALMS, LMS e nelle gare di durata.
<b>Telaio</b>	Scocca in fibra di carbonio e carbonio/kevlar, motore e cambio con funzioni strutturali.
<b>Aerodinamica</b>	Fondopiatto con diffusore posteriore, ala posteriore sdoppiata regolabile, configurazione variabile.
<b>Motore</b>	Motore con funzione portante e gestione elettronica, otto cilindri a V di 90° di capacità 3397cc, presa d'aria frontale con <i>air restrictor</i> di 44mm, sistema di aspirazione con valvole a farfalla separate per ogni cilindro, quattro valvole per cilindro con doppio albero a camme in testa per bancata, lubrificazione a carter secco, raffreddamento a liquido.
<b>Prestazioni</b>	Potenza massima di circa 370KW (503CV) a 10300rpm. Coppia massima di circa 370Nm a 7500rpm.
<b>Trasmissione</b>	Cambio sequenziale a sei rapporti in blocco con il motore, scatola in alluminio, frizione multidisco in fibra di carbonio ZF, differenziale meccanico a scorrimento limitato con controllo della trazione.
<b>Sospensioni</b>	All'avantreno ed al retrotreno quadrilateri trasversali con pushrod, molle di torsione, barra di torsione regolabile, ammortizzatori a gas a quattro vie. Sistema di comando sterzo idraulico.
<b>Freni</b>	Doppio circuito con regolazione del bilanciamento front/rear, assenza di ABS, pinze in alluminio a sei pistoncini, dischi in carbonio ventilati di 380mm di diametro all'anteriore e 355mm di diametro al posteriore.
<b>Cerchi e Pneumatici</b>	Cerchi monoblocco in lega leggera con dado centrale. All'anteriore cerchi 12.5 × 18 dal peso di 7.5Kg con pneumatici Michelin 29/65 18. Al posteriore cerchi 13 × 18 dal peso di 8.5Kg con pneumatici Michelin 31/71 18.
<b>Massa</b>	775Kg in assenza di pilota e carburante.
<b>Dimensioni</b>	Lunghezza 4650mm, larghezza 2000mm, altezza 1068mm.
<b>Serbatoio</b>	Capacità di 90l.

Tabella 3.2: Specifiche tecniche ufficiali della vettura RS Spyder

## 3.3 Il modello multibody della vettura

Il modello multi corpo della vettura è costituito da una serie di sottosistemi principali: la cassa, le sospensioni, la linea sterzo, i pneumatici, la *driveline* e l'impianto frenante. Il veicolo risponde ad una modellazione di tipo misto: alcuni sistemi sono infatti descritti come insieme di corpi rigidi e/o deformabili, altri attraverso equazioni matematiche di sintesi che vanno a sommarsi a quelle automaticamente generate dal solutore durante il processo di descrizione cinematica del modello.

### 3.3.1 La cassa

La cassa del veicolo è realizzata mediante due corpi rigidi vincolati fra loro attraverso una coppia rotoidale con interposta una molla di torsione, la cui rigidità equivale alla rigidità torsionale misurata del telaio. La flessibilità della scocca potrebbe essere descritta anche attraverso condensazione modale del modello FEM del telaio, ma per livelli di rigidità molto elevati, come accade per le vetture da competizione, tale approccio si rivela quasi sempre troppo dispendioso in termini di tempi di calcolo e stabilità del modello, rispetto ai reali vantaggi che può apportare alla descrizione dinamica del veicolo.

Il sottosistema prevede inoltre: un punto massa rappresentante il pilota, un punto massa rappresentante il serbatoio, una serie di masse vincolate al telaio che consentono di modellare la zavorra (*ballast*). Sono inoltre presenti una serie di sensori virtuali atti a monitorare il valore delle altezze da terra della vettura (*ride heights*), fondamentali per il calcolo delle azioni aerodinamiche. In aggiunta, un giroscopio virtuale è utilizzato per ottenere informazioni sulle accelerazioni della cassa e sugli angoli di assetto, beccheggio e rollio, parametri determinanti ai fini di un'analisi handling. Infine, le azioni aerodinamiche sono modellate attraverso forze e momenti applicati alla cassa in funzione di mappe rilevate sperimentalmente in galleria del vento, che restituiscono il valore della forza agente in funzione delle *ride heights* anteriore e posteriore.

### 3.3.2 Le sospensioni

La sospensione anteriore e quella posteriore sono modellate disponendo ogni componente nello spazio secondo la reale geometria tridimensionale del sistema, specificando poi per ognuno di essi le corrette proprietà inerziali (Fig.3.4). Gli elementi di connessione fra le parti sono di diversa tipologia: generalmente viene utilizzata una composizione mista fra giunti ideali puramente cinematici ed elementi elastici di giunzione (*bushings*) che permettono di tenere conto della reale rigidità dei giunti di collegamento. Ad essi si uniscono anche le rigidità

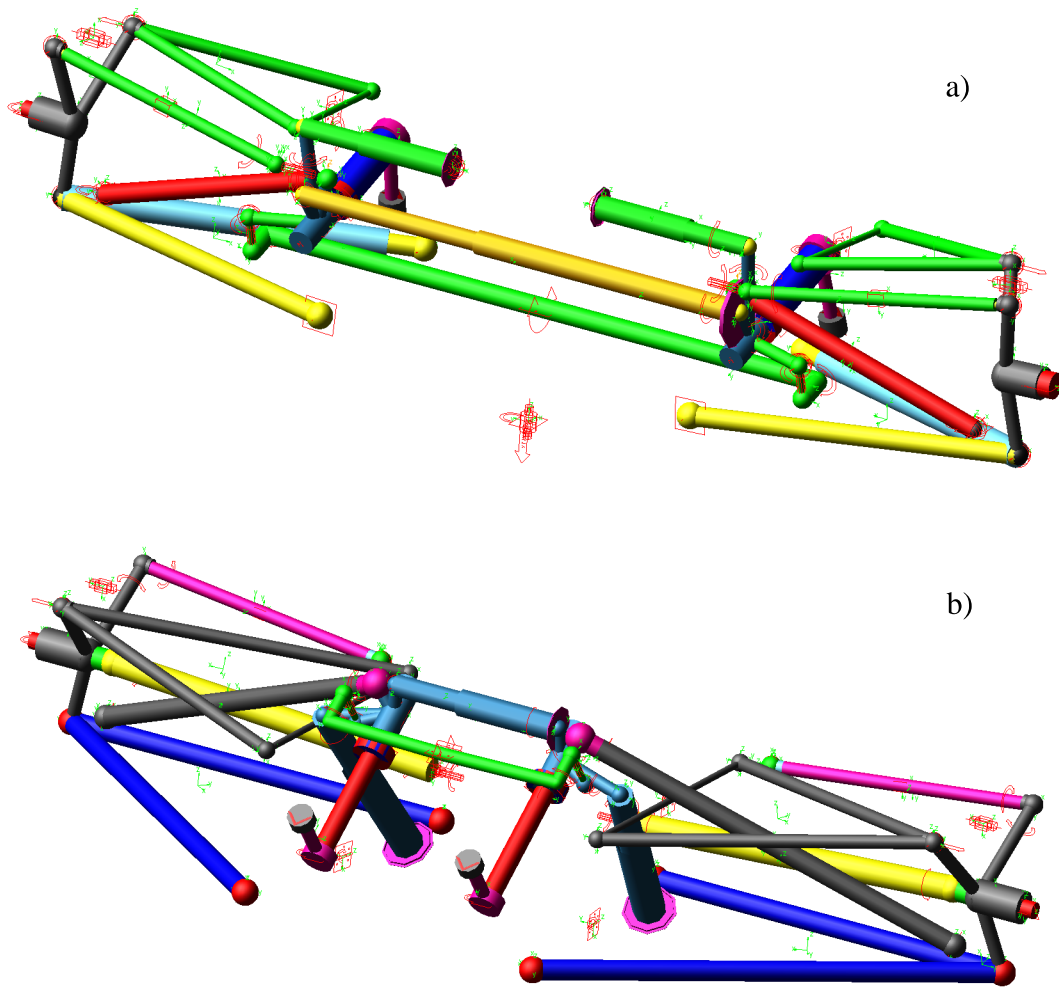


Figura 3.4: Modelli multicorpo delle sospensioni, anteriore (a) e posteriore (b)

di convergenza e di campanatura, importanti per determinare i corretti andamenti delle curve elasto-cinematiche sotto i carichi che si sviluppano in corrispondenza della superficie di contatto pneumatico-asfalto. La natura del veicolo preso in esame, marcatamente sportiva, giustifica l'utilizzo di un modello quasi interamente cinematico, con giunti elastici posti esclusivamente in alcuni punti di collegamento con rigidità non trascurabile.

Gli elementi elastici presenti, in questo caso molle di torsione principali e terza molla supplementare, sono descritti attraverso la curva caratteristica forza-spostamento, lineare o non-lineare, tra i due punti di appoggio: allo stesso modo i tamponi di fine corsa sono anch'essi descritti da una caratteristica analoga, valida per scuotimenti delle sospensioni prossimi al valore di soglia. Per gli ammortizzatori, viene utilizzata una funzione non lineare del tipo forza-velocità tipica di un elemento viscoso. Infine, la barra antirollio è rappresentata in tutti i suoi componenti, con l'aggiunta di una molla di torsione in corrispondenza del suo punto centrale,

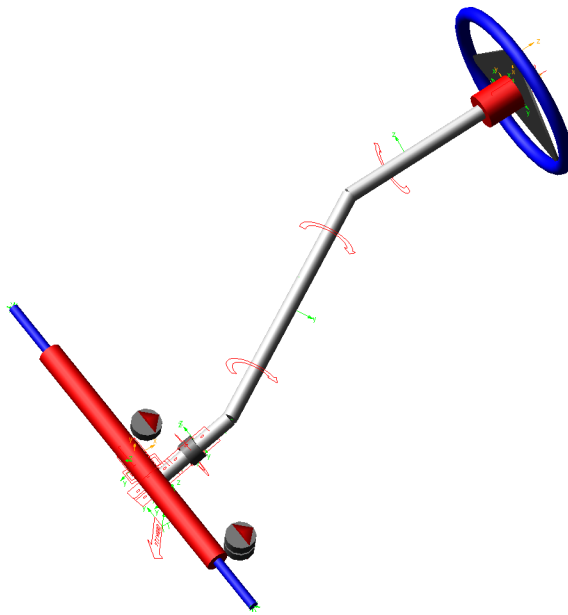


Figura 3.5: Modello multicorpo del sistema di sterzo

il cui valore di rigidezza ricalca quello misurato dall'analisi della barra fisica.

### 3.3.3 Impianto di sterzo

Il modello della linea di sterzo include una serie di parti rigide collegate da vincoli cinematici, i quali rappresentano lo scorrimento della cremagliera nella scatola, il collegamento pignone-cremagliera, i giunti cardanici tra gli alberini costituenti il piantone (Fig.3.5). In presenza di asservimento idraulico, l'alberino inferiore è interrotto dalla presenza di una barretta di torsione. La coppia al volante si traduce in una coppia sulla barretta, che torcendosi provoca l'apertura-chiusura degli orifizi di un circuito idraulico. La forza risultante sulla cremagliera si somma alla forza esercitata dal guidatore riducendo il suo sforzo. Tale sistema è modellato attraverso un elemento elastico torsionale ed una forza non lineare sulla cremagliera dipendente dalla torsione della barra. La modellazione comprende inoltre gli attriti tra le varie parti in scorrimento o rotazione relativa, come nel caso della scatola e della cremagliera.

### 3.3.4 Sottosistemi concettuali

Rientrano in questa categoria quei componenti del veicolo rappresentati principalmente da equazioni che descrivono la risposta del sistema in funzione degli input provenienti dall'esterno: si tratta dell'impianto frenante, della driveline e dei pneumatici. In ogni sottosistema, l'azione finale esercitata sul veicolo è funzione di alcuni parametri o equazioni di sintesi. Nel caso dell'impianto frenante, ad esempio, la coppia esercitata sulle quattro ruote dipende dallo sforzo

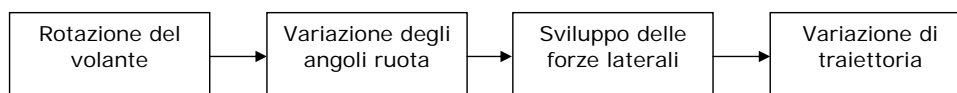
esercitato sul pedale, dal ritardo proprio del sistema, dalle caratteristiche di isteresi e di attrito, oltre che dalle caratteristiche geometriche della pinza freno. La driveline, che include il motore, il cambio di velocità ed il differenziale, a partire dalle curve caratteristiche di coppia del motore in funzione del numero di giri e della posizione della farfalla, fornisce un momento applicato ai semiassi. Per i pneumatici infine, viene adottato, per analisi di tipo handling, il modello matematico basato sulla formula di Pacejka, del tipo MF-Tyre[46], opportunamente derivato da test sperimentali.



## CAPITOLO 4

# Analisi parametrica della geometria di sterzo

In una normale autovettura, il sistema di sterzo consente al pilota di agire sul volante per mantenere più piccole possibili le deviazioni del veicolo dalla traiettoria desiderata. Sfortunatamente, non esiste alcuna precisa relazione funzionale tra l'angolo imposto al volante e la variazione di curvatura della traiettoria seguita dalla vettura, dal momento che il legame tra i fenomeni che regolano tale relazione è fortemente non lineare.



Ciò discende fondamentalmente dalle cedevolezze proprie dei componenti del sistema di sterzo, oltre che dagli elementi che gli permettono di interfacciarsi con gli altri componenti del veicolo. Per mantenere una traiettoria quindi, il pilota deve correggere in continuazione l'angolo volante in base a tale relazione funzionale. Per fare questo, è necessario tenere in considerazione tutte quelle informazioni che istante per istante vengono generate dalla guida della vettura e che vanno al di là della semplice percezione visiva della traiettoria. Tali informazioni comprendono, ad esempio, l'angolo di rollio della cassa, le accelerazioni a cui il veicolo è sottoposto, la coppia resistente percepita al volante: quest'ultima può essere considerata sicuramente la più importante, dal momento che attraverso il volante il pilota riceve un'informazione diretta relativa alle forze agenti sui pneumatici. La funzione primaria del sistema di sterzo è quindi quella di convertire l'angolo di sterzo in un angolo ruota, attraverso una relazione più lineare possibile, oltre che restituire attraverso il volante il corretto feedback al pilota circa lo stato del veicolo durante la percorrenza di una curva.

Uno schema classico di linea sterzo è quello del tipo pignone-cremagliera (Fig. 4.1): in esso, la coppia applicata al volante da parte del pilota si trasferisce al pignone (1) attraverso il

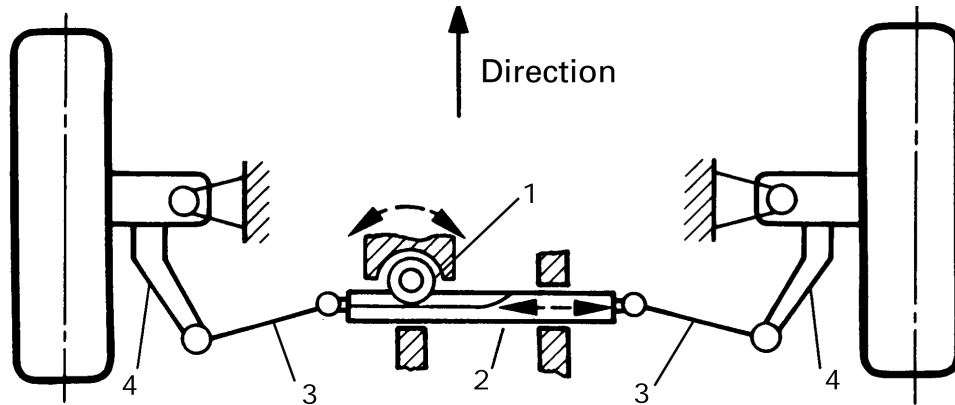


Figura 4.1: Schema di linea sterzo del tipo pignone-cremagliera

piantone di sterzo. Il pignone mediante la cremagliera (2) converte tale momento applicato in forze di trazione e di compressione agenti sui tiranti di sterzo (3), i quali a loro volta agiscono direttamente sul mozzo ruota (4) innescando un movimento rotatorio fintantoché non venga raggiunto il valore desiderato.

## 4.1 Analisi dell'errore di sterzata

Quello che viene definito comunemente come errore di sterzata della geometria di sterzo indica, per una rotazione assegnata del volante, la differenza fra l'angolo che assume la ruota interna e quello assunto dalla ruota esterna alla curva. Una spiegazione chiara di questo parametro emerge dall'analisi del veicolo in condizioni di sterzata cinematica, ossia con angoli di deriva delle quattro ruote identicamente nulli: si definisce sterzata cinematica, infatti, il moto del veicolo su di una traiettoria curva determinata dal puro rotolamento delle ruote (Fig. 4.2). In queste condizioni, le ruote non possono esercitare forze trasversali per equilibrare la forza centrifuga dovuta alla curvatura della traiettoria. La sterzata cinematica è quindi possibile solo se la velocità di percorrenza della traiettoria curva tende a zero.

In passato sono stati fatti molti sforzi per minimizzare l'errore di sterzata; tuttavia l'importanza del rispetto delle condizioni cinematiche per ottenere un buon comportamento direzionale del veicolo è stata spesso sovrastimata: il fatto che (a) è sempre presente un angolo di deriva, (b) la maggior parte delle sospensioni causa una certa sterzata dovuta al rollio, (c) nella maggior parte dei casi le ruote sterzanti hanno una certa convergenza e (d) le deformazioni delle sospensioni inducono piccoli angoli che dipendono dalle forze scambiate tra ruote e suolo, riduce l'importanza di "inseguire" il rispetto delle condizioni cinematiche. Tuttavia, il valore dell'errore di sterzata assume, sotto un altro punto di vista, una grossa importanza: un valore

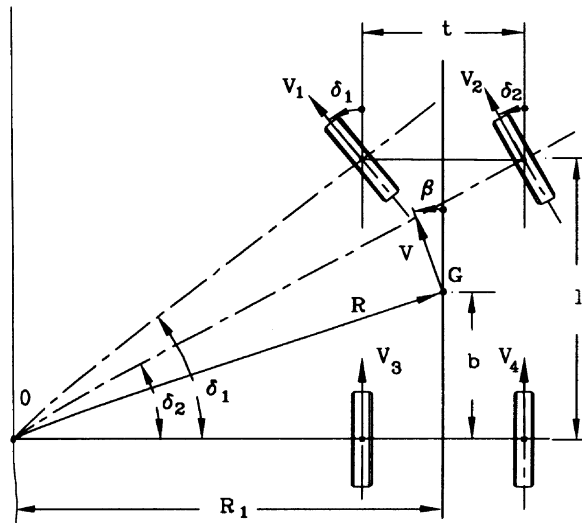


Figura 4.2: Angoli ruota in sterzata cinematica.

positivo dell'errore provoca infatti, all'aumentare dell'angolo volante, un progressivo effetto di divergenza delle ruote anteriori, detto *dynamic toe out*. Tale fenomeno si ripercuote direttamente sugli angoli di deriva dei pneumatici anteriori, in quanto con un errore positivo, si ha una progressiva diminuzione dell'angolo di deriva della ruota esterna ed un aumento della deriva della ruota interna, a parità di forza complessiva sviluppata dall'assale. Considerando che le due ruote, per via del trasferimento di carico, subiscono carichi verticali sensibilmente differenti con una conseguente variazione della loro caratteristica  $F_y(\alpha)$ , ciò può avere ripercussioni importanti sul comportamento direzionale del veicolo. In definitiva, il problema è capire se l'errore di sterzata influenzi:

- Gli angoli di deriva dei pneumatici anteriori
- Le forze laterali sviluppate
- Il comportamento direzionale del veicolo
- Il feeling di sterzo

L'errore di sterzata viene generalmente indicato attraverso la *percentuale di Ackermann*, da non confondere con l'angolo di Ackermann già citato a pag. 18. In generale, un valore positivo di tale parametro indica sempre, a meno dei valori statici della convergenza, che per un dato angolo volante la ruota interna assume una rotazione maggiore di quella esterna; un valore del 100% indica poi che le due ruote si trovano esattamente in condizioni di sterzata cinematica,

mentre un valore nullo corrisponde ad avere le due ruote parallele. Si parla di *reverse Ackermann* quando la percentuale assume valore negativo, ossia quando è la ruota esterna alla curva che assume rotazioni maggiori rispetto a quella interna. Ai fini dell'analisi, sono state comparate diverse configurazioni di sterzo, ognuna delle quali avente un diverso valore della percentuale di Ackermann (Tab.4.1).

I valori presi in considerazione vanno da una percentuale negativa del 50% ad una percentuale positiva che dal valore nullo raggiunge con passi del 50% il valore massimo del 150%. A riferimento è stato preso il veicolo con errore di sterzata nullo.

Ackermann percentage				
-50	0	50	100	150
Static Toe setting				
Front Toe Out			0.313°	
Rear Toe In			0.150°	

Tabella 4.1: Configurazioni analizzate

#### 4.1.1 Analisi delle caratteristiche delle sospensioni

Dall'analisi della sospensione anteriore dei differenti layout di vettura emerge in primo luogo il diverso carattere delle geometrie di sterzo. Osservando sia il grafico relativo al valore dell'errore di sterzata per i diversi layout, sia il grafico relativo all'angolo ruota in funzione dell'angolo volante per le diverse configurazioni, si nota come all'aumentare della percentuale di Ackermann le ruote tendono ad aprirsi sempre più al crescere dell'angolo volante imposto (Fig. 4.3).

Un dato importante da osservare è quello relativo alla variazione di campanatura in funzione dell'angolo volante (Fig. 4.4); all'aumentare della percentuale di Ackermann si apprezza una variazione positiva del camber per entrambe le ruote, fenomeno questo che influenza direttamente il comportamento al limite della vettura. Anche la variazione di convergenza (Fig. 4.5) subisce gli effetti della variazione di geometria dello sterzo: in questo caso si nota come sulla ruota esterna si abbia maggiore *toe-out* all'aumentare dell'errore di sterzata. Infine si apprezzano anche delle variazioni del braccio a terra longitudinale (Fig. 4.6), uguali in verso per le due ruote, cosa che si ripercuote direttamente sulla coppia resistente al volante.

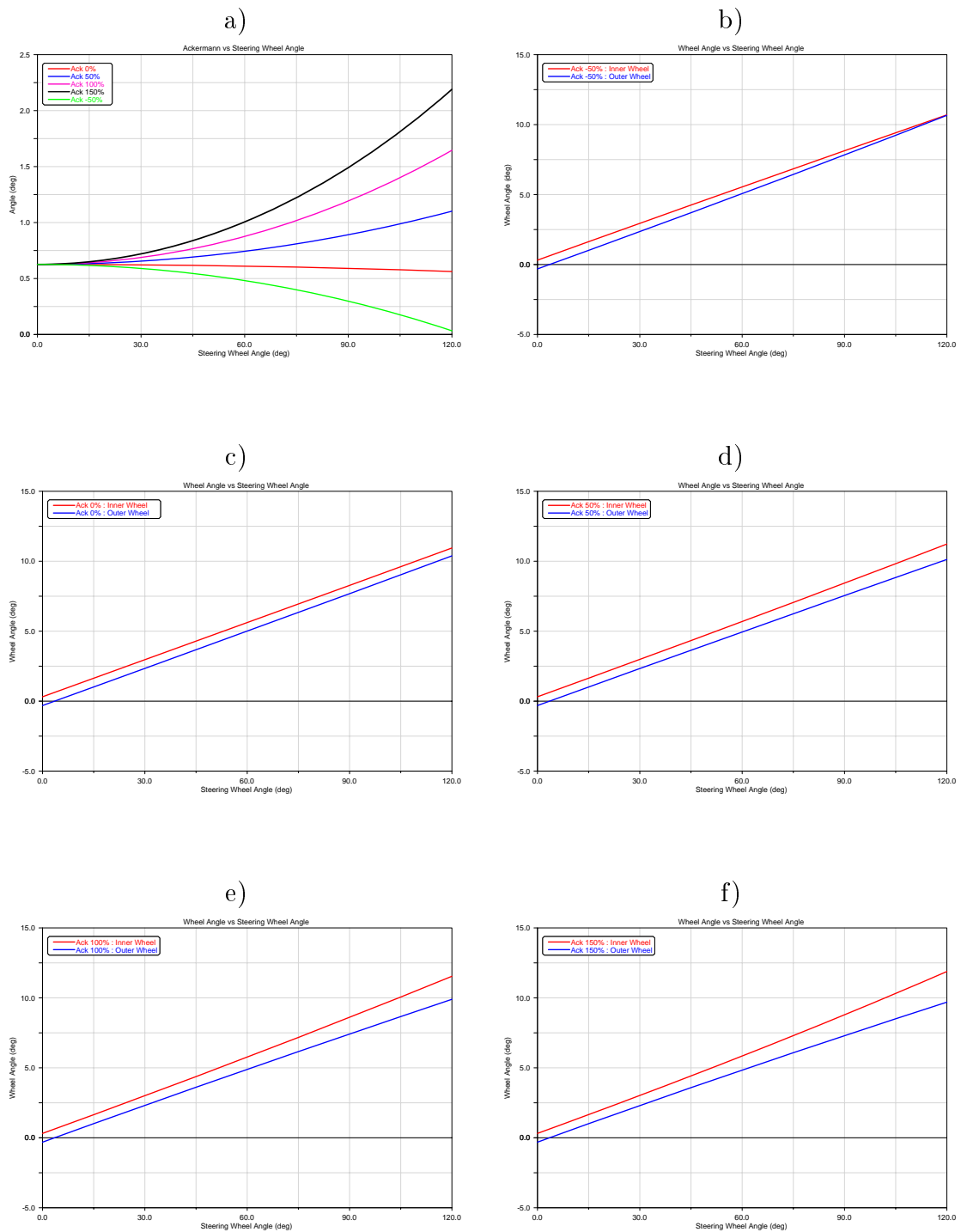


Figura 4.3: a) Il grafico mostra l'andamento dell'errore di sterzata al variare dell'angolo volante, mettendo in evidenza il diverso comportamento dei modelli. Si notano degli scostamenti dai valori imposti solo ad alti valori dell'angolo di sterzo. b) c) d) e) f) La curva dell'angolo ruota in funzione dell'angolo volante esprime ancora più chiaramente l'effetto dell'errore di sterzata. All'aumentare della percentuale di Ackermann, infatti, le due ruote tendono ad "aprirsi" in maniera sempre più accentuata. In tutti i casi il valore del rapporto di sterzo si mantiene approssimativamente costante, con un valor medio pari a :  $\tau = 11.297$ .

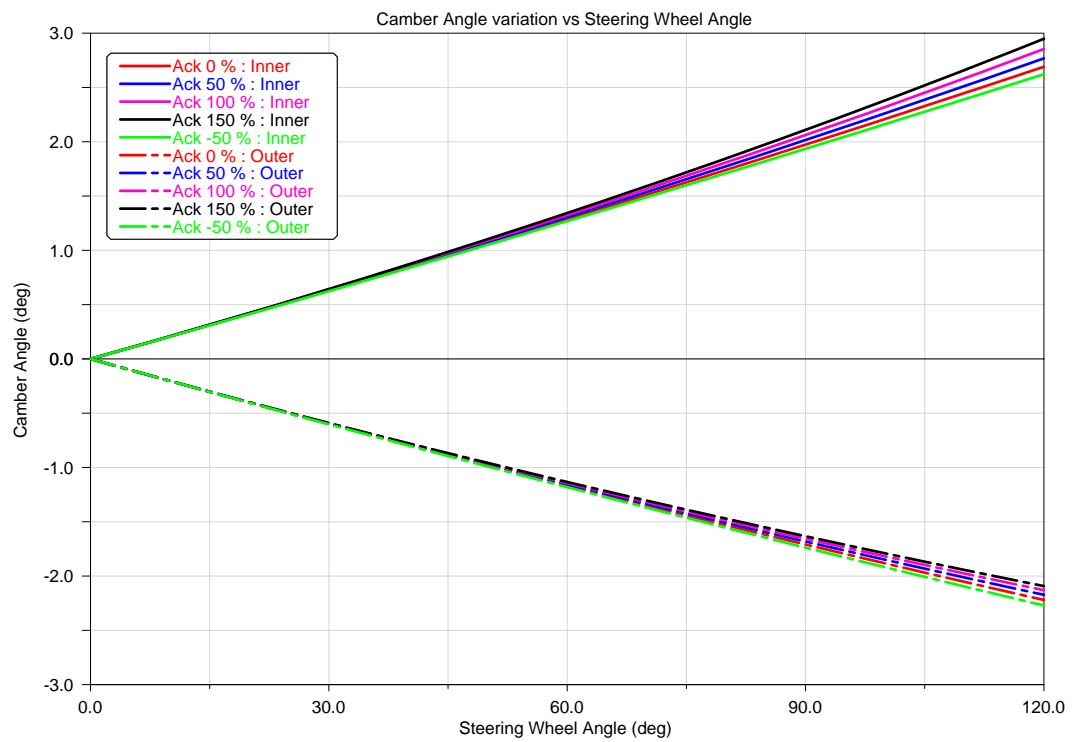


Figura 4.4: I modelli mostrano variazioni positive di camber sia sulla ruota esterna che sulla ruota interna, crescenti al crescere della percentuale di Ackermann.

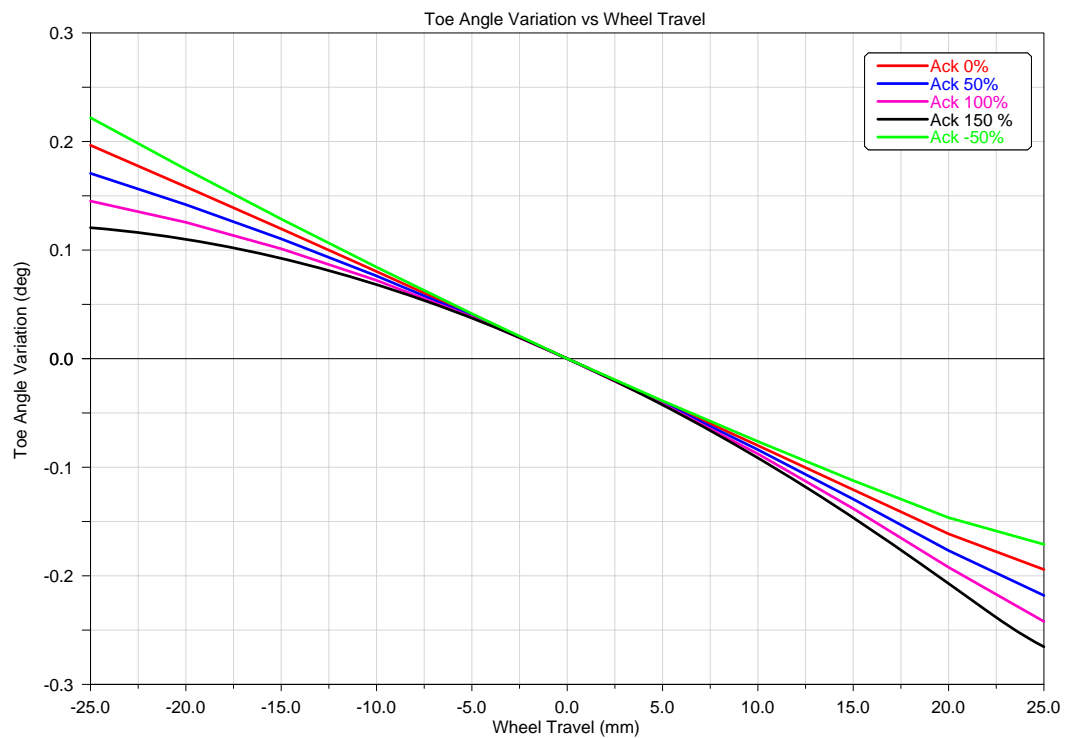


Figura 4.5: All'aumentare dell'errore di sterzata la ruota esterna va in *toe-out* e la ruota interna in *toe-in*, anche se in modo minore.

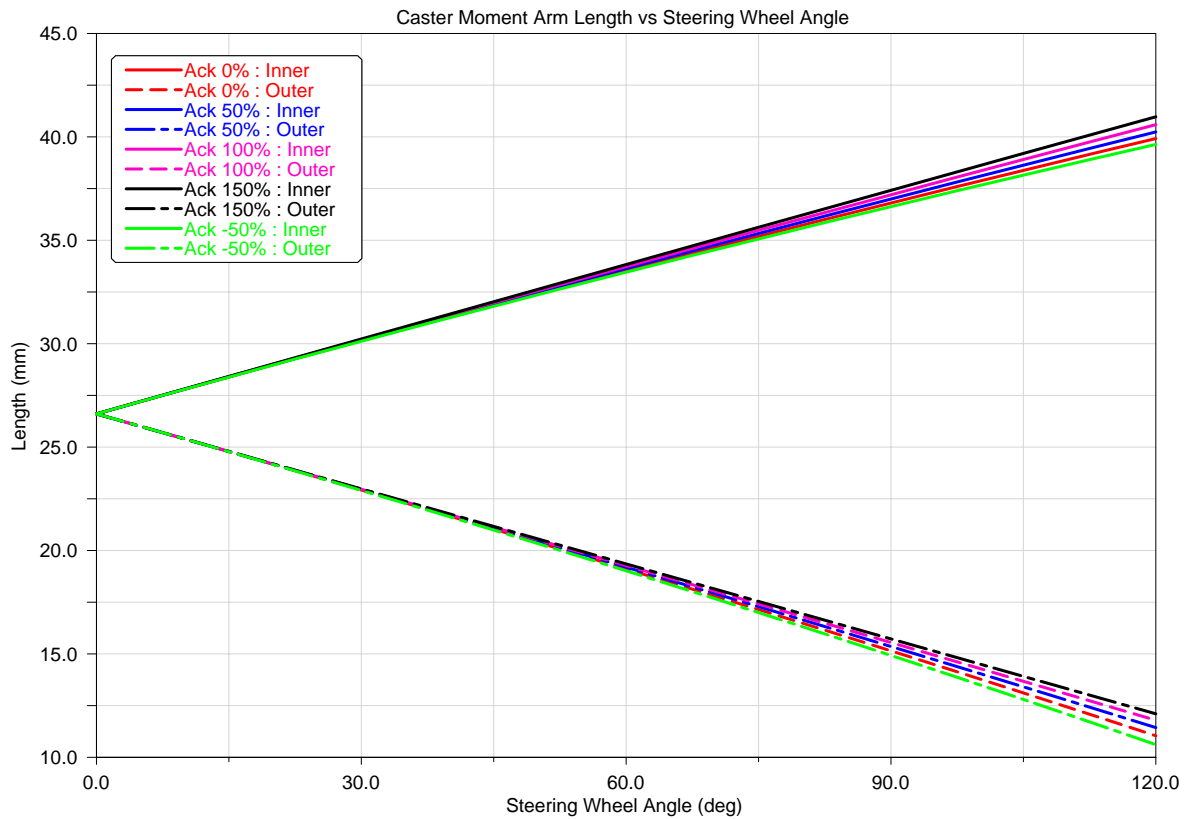


Figura 4.6: La variazione del braccio a terra longitudinale in sterzata aumenta al crescere dell'Ackermann, per entrambe le ruote in verso positivo. Ciò influenza direttamente il valore di coppia resistente al volante.

#### 4.1.2 Analisi in regime stazionario

Per la valutazione del comportamento del veicolo in regime stazionario, si sottopongono i modelli a delle prove di steering pad a differenti raggi di manovra (17m, 50m, 100m), in assenza di azioni aerodinamiche. Una prima analisi mostra come le vetture abbiano valori del trasferimento di carico in curva e dell'angolo di rollio pressochè identici (Fig. 4.7, 4.8): ciò esclude possibili ripercussioni sul comportamento della vettura dovute a diverse rotazioni della cassa e quindi diversi scuotimenti delle sospensioni. In questo modo, è possibile inoltre valutare l'effetto dell'Ackermann sulle derivate e sulle forze laterali dei pneumatici, a parità di carico verticale agente sul pneumatico.

L'analisi degli angoli di deriva (Fig. 4.9) mostra come l'aumento dell'errore di sterzata porti ad una crescita dell'angolo di deriva interno ed una corrispondente diminuzione di quello esterno, visibile per l'intero range di accelerazione laterale considerato durante la manovra. Anche l'analisi delle forze laterali (Fig. 4.10) conferma questo dato, con l'aggiunta di una informazione: il picco della massima forza laterale espressa dal pneumatico interno tende a verificarsi per valori sempre più bassi di accelerazione laterale, all'aumentare della percentuale

di Ackermann. La curva di sottosterzo (Fig. 4.11) mostra come un aumento dell'errore di sterzata porti ad un notevole incremento del sottosterzo della vettura, amplificato anche dal maggiore sottosterzo di rollio che caratterizza queste configurazioni. Si nota anche un leggero incremento del limite di tenuta del veicolo imputabile questo, alle diverse variazioni di camber dei veicoli sommate al differente andamento delle forze laterali sui singoli pneumatici. Infine, è apprezzabile anche un aumento della coppia volante, dovuta principalmente alle variazioni di braccio a terra longitudinale precedentemente osservate (Fig. 4.12).

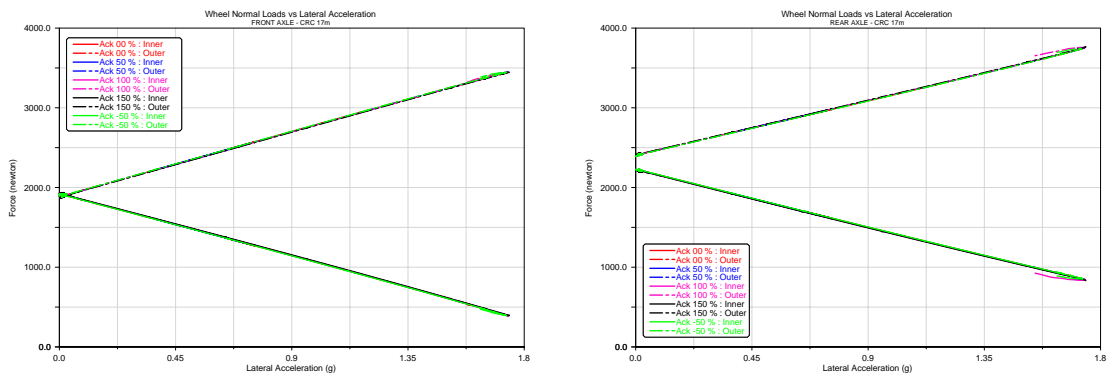


Figura 4.7: Durante la manovra di steering pad, non si apprezzano differenze significative fra i carichi verticali agenti sugli pneumatici per i diversi modelli, al variare dell'accelerazione laterale.

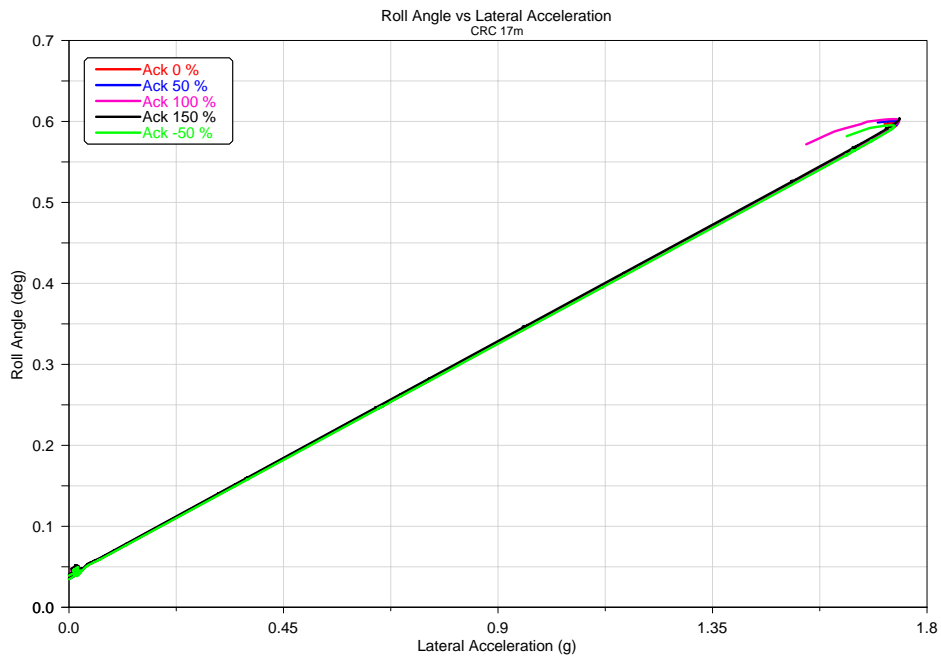


Figura 4.8: Le vetture mostrano angoli di rollio in curva pressoché identici nell'intero range di accelerazione laterale.



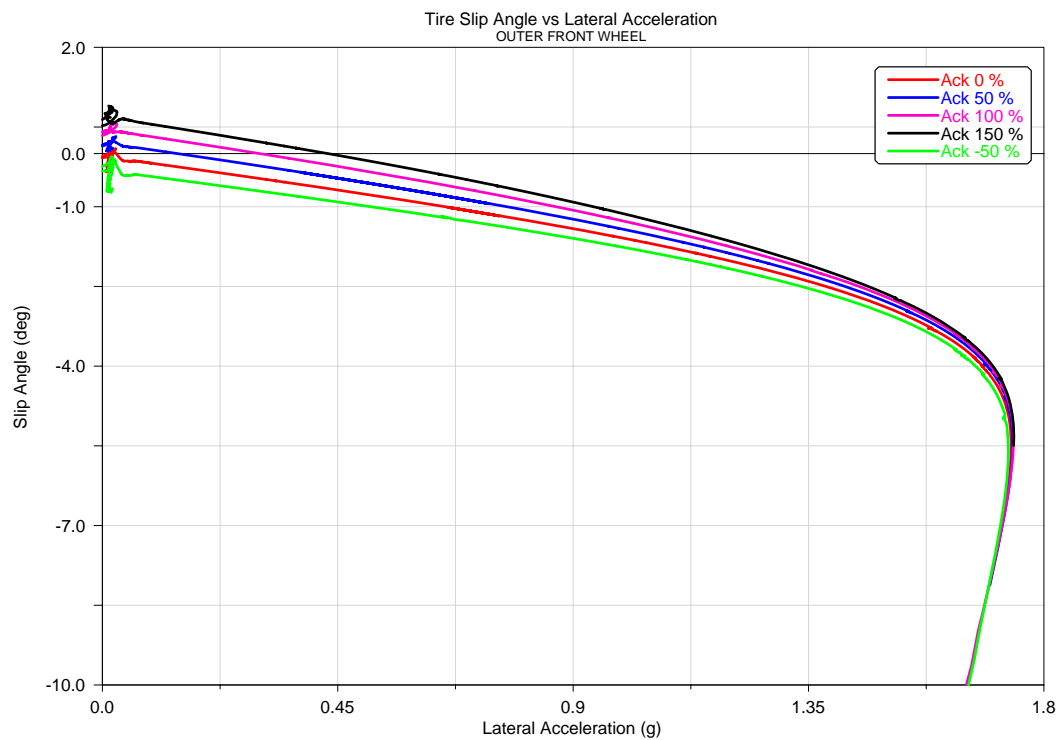
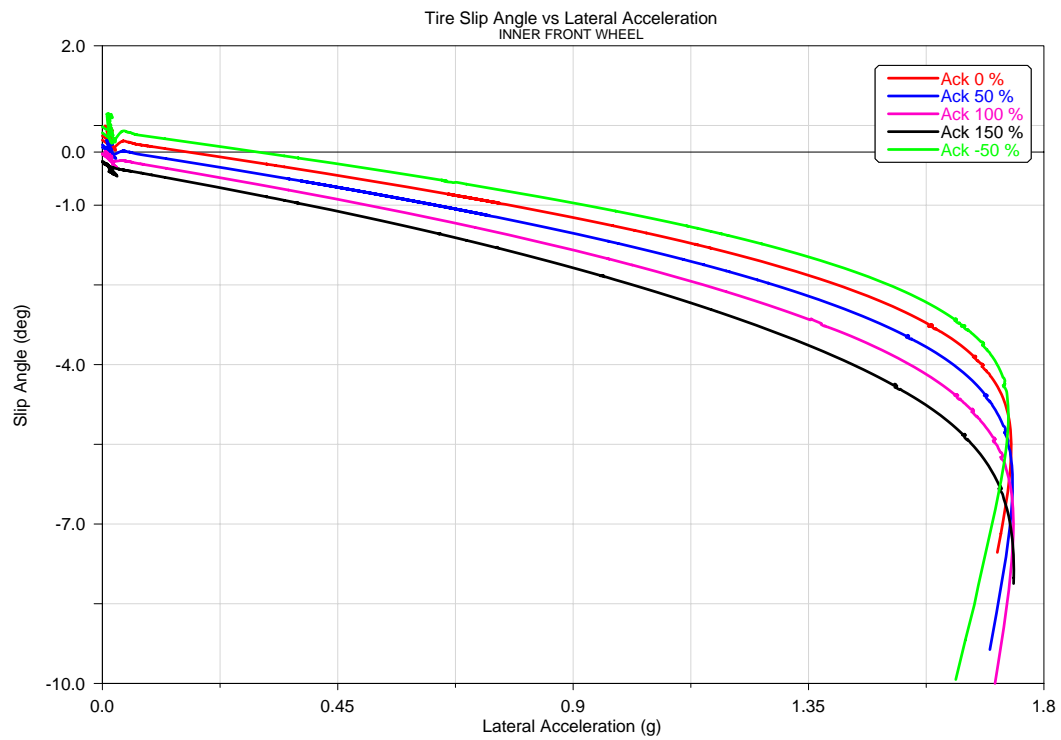


Figura 4.9: Si nota come all'aumentare dell'errore di sterzata si hanno maggiori angoli di deriva sulla ruota interna e minori su quella esterna. Ad accelerazione laterale nulla, si nota inoltre l'influenza del set up statico della convergenza sul valore di  $\alpha_{i_0}$ . Anche la pendenza delle curve è influenzata dalla percentuale di Ackermann, oltre che dalla variazione di convergenza in scuotimento delle sospensioni.

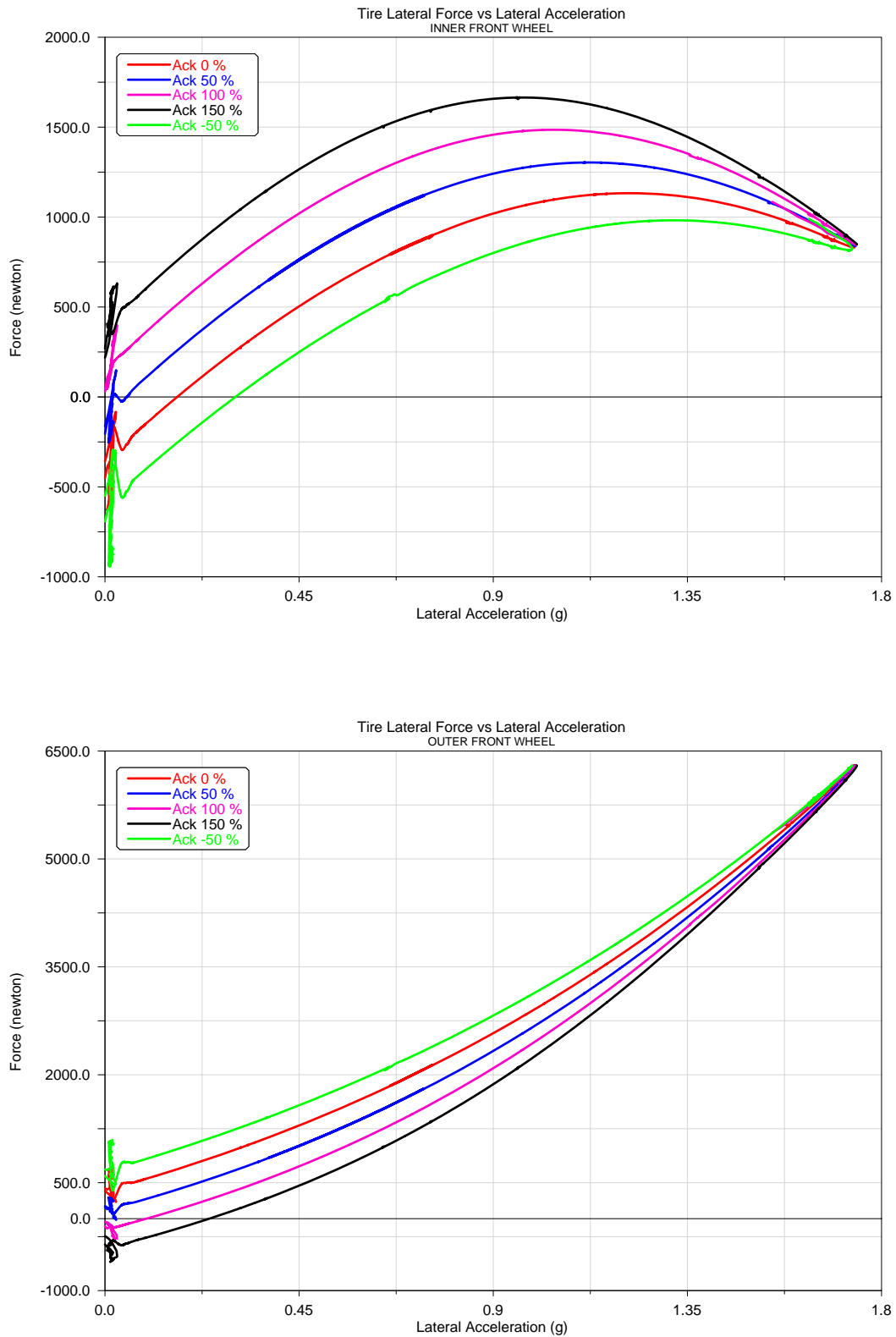


Figura 4.10: Al crescere dell'Ackermann, la forza laterale esercitata dalla ruota interna aumenta, a causa del maggiore angolo di deriva. Il suo valore massimo, inoltre, diventa disponibile per valori di  $a_y$  sempre più bassi. Sulla ruota esterna si nota, al contrario, una forza laterale crescente al diminuire dell'errore di sterzata.

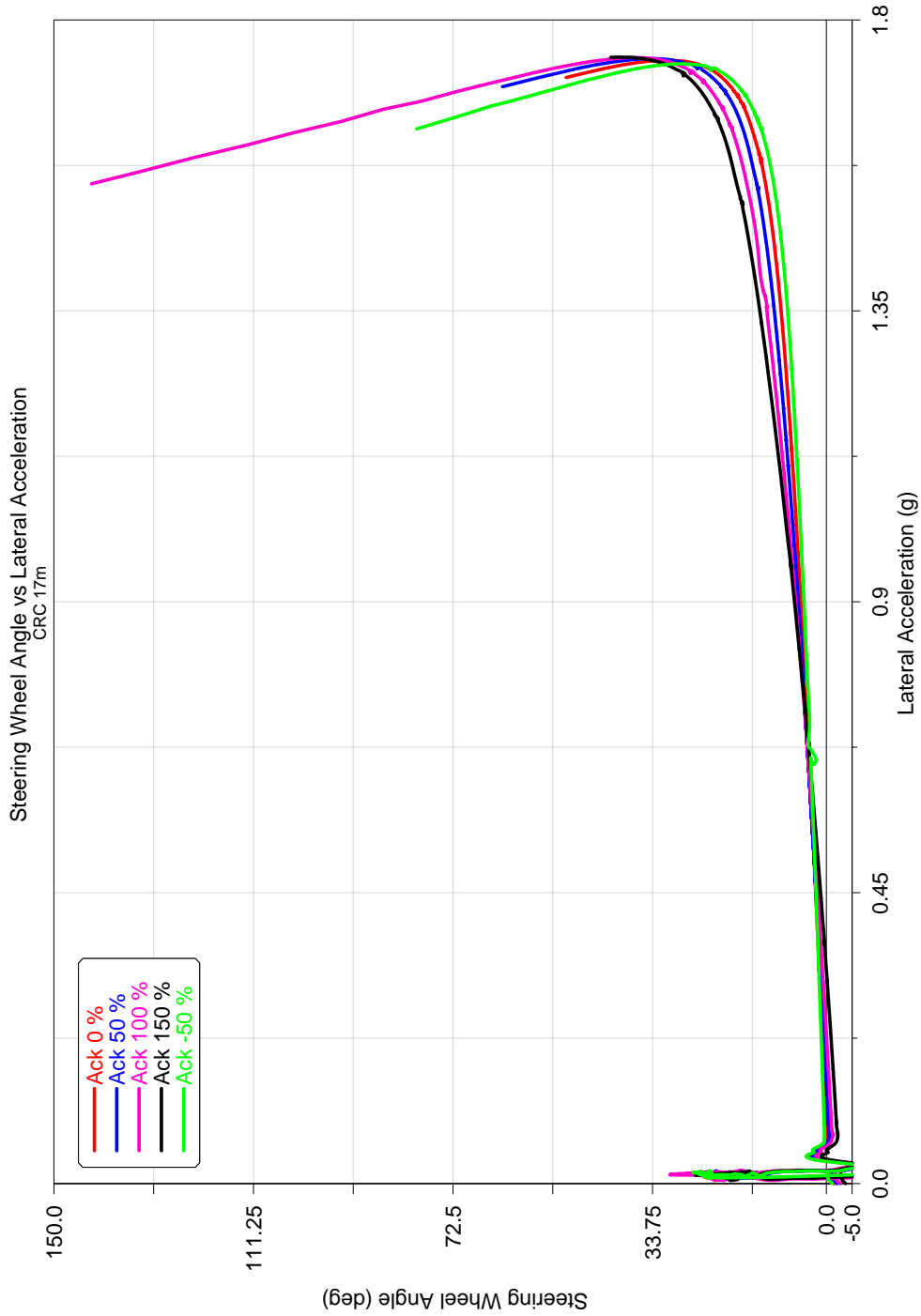


Figura 4.11: La curva di sottosterzo mette in evidenza come ad alti valori dell'Ackermann corrisponda un maggiore gradiente di sottosterzo nella zona lineare. In campo non lineare si osservano gli effetti del maggiore sottosterzo di rollio, oltre ad un aumento del limite di tenuta del veicolo. La curva è stata considerata a meno dell'angolo volante cinematico, che in questo caso vale:  $\delta_0 \simeq 110^\circ$ .

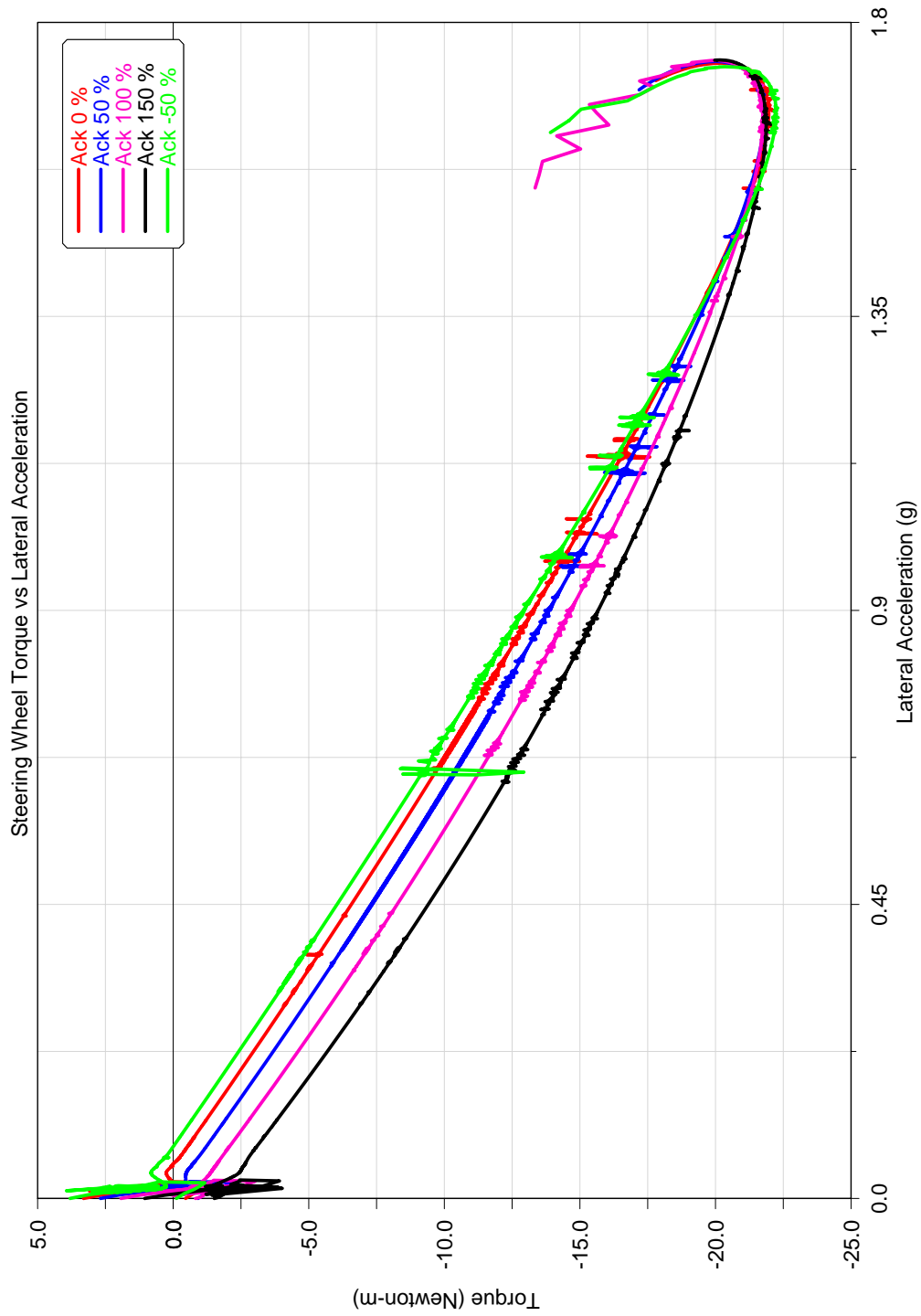


Figura 4.12: A causa dei diversi valori di braccio a terra longitudinale, si osserva una maggiore coppia resistente al volante al crescere dell'errore di sterzata.

Dall'analisi dei dati ricavati dalle prove di steering pad a raggio di curvatura 50m e 100m emerge chiaramente che l'influenza dell'errore di sterzata sulla risposta del veicolo si riduce progressivamente all'aumentare del raggio della curva percorsa (Figg. 4.13, 4.14, 4.15).

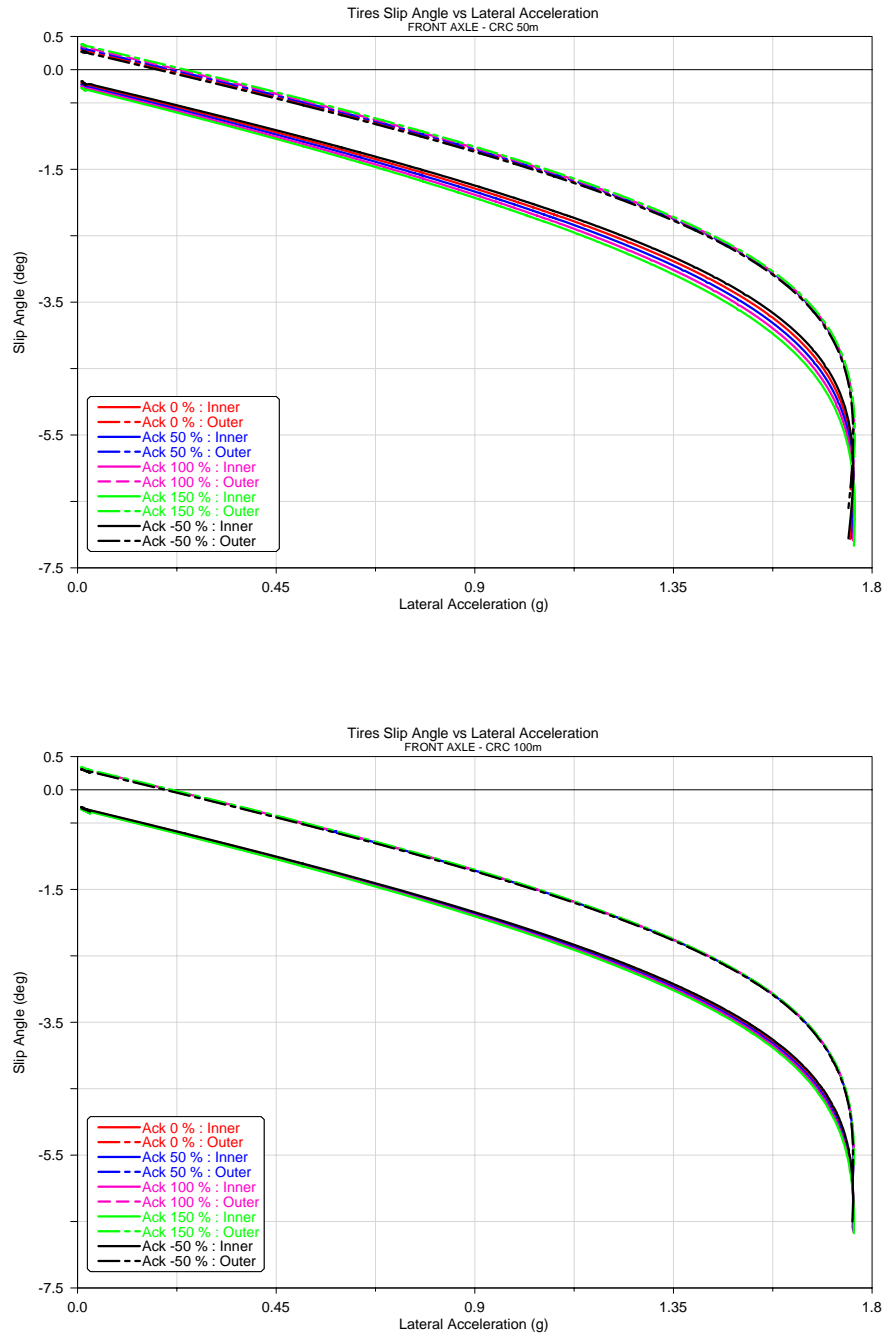


Figura 4.13: Aumentando il raggio di manovra, con angoli volante ridotti, l'effetto dell'Ackermann sulle derivate dei pneumatici rimane sostanzialmente identico, sebbene sia molto meno visibile rispetto al caso precedente.

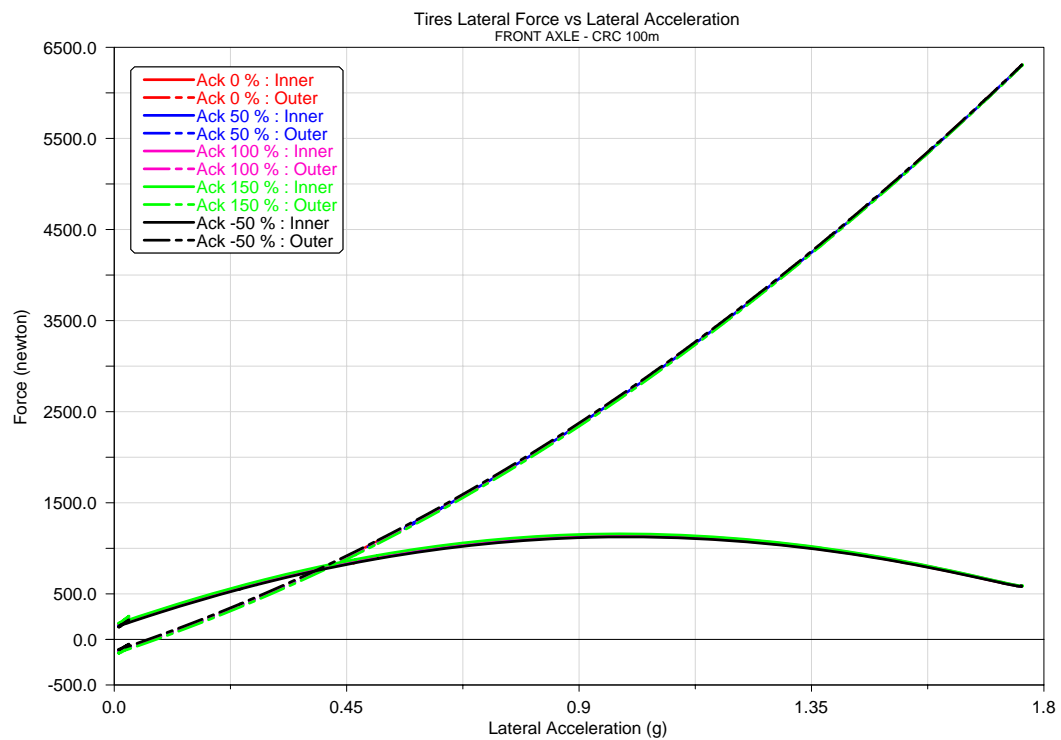
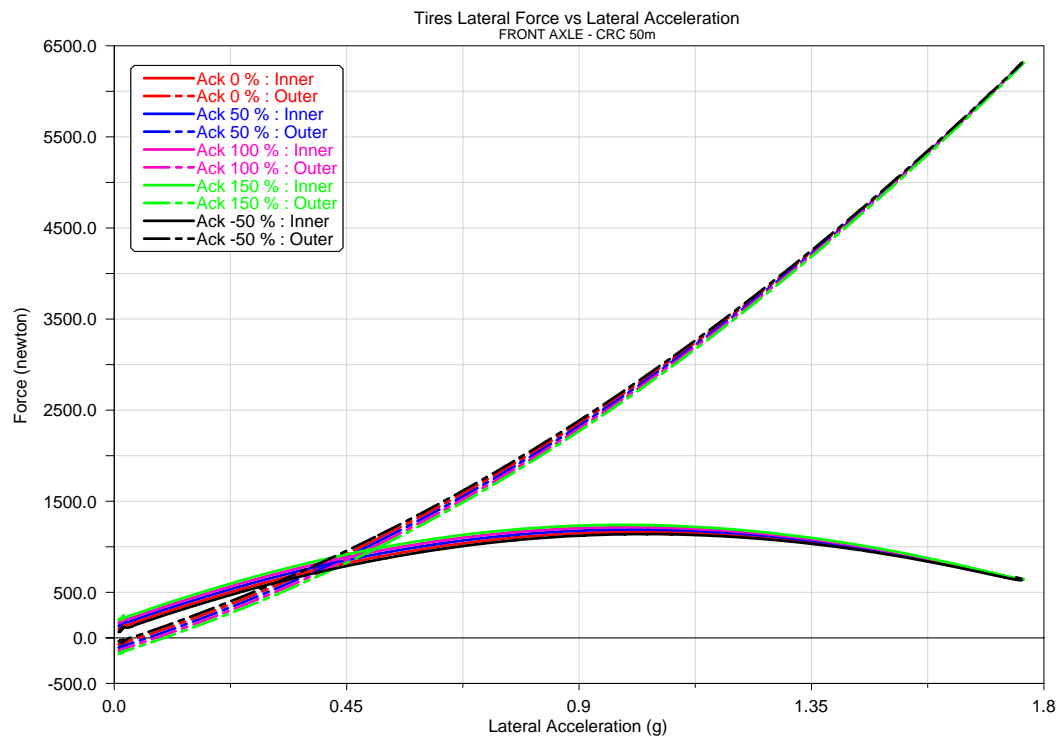


Figura 4.14: Anche per le forze laterali si può osservare la stessa tendenza. Al crescere del raggio della manovra, l'effetto dell'Ackermann si riduce progressivamente.

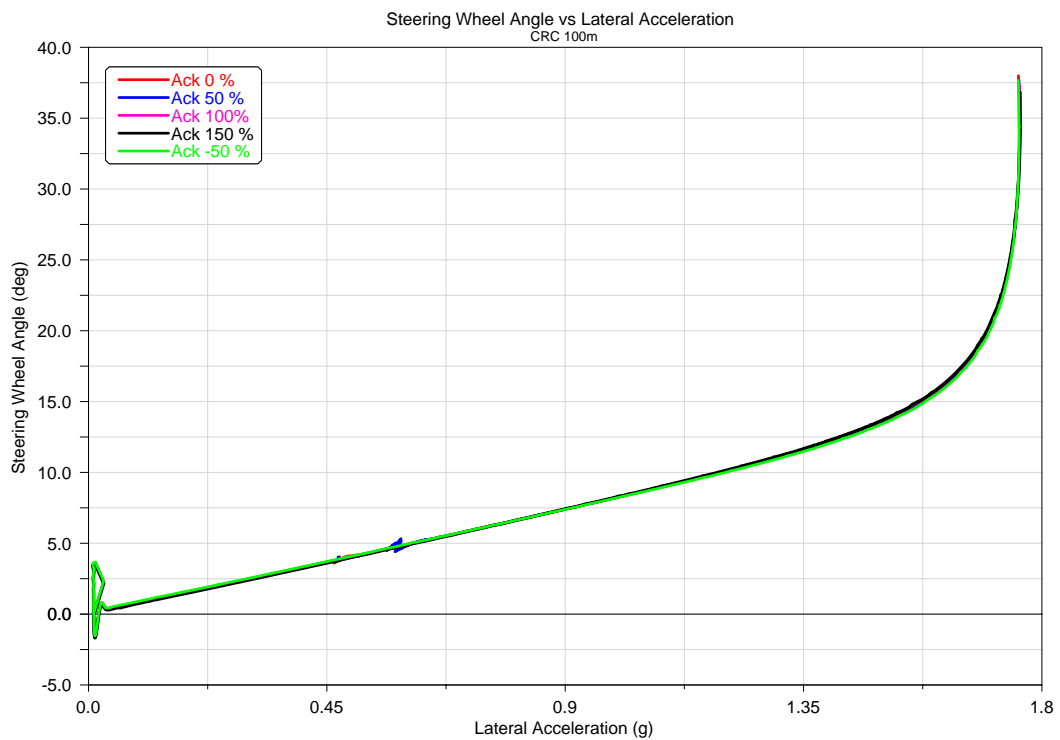
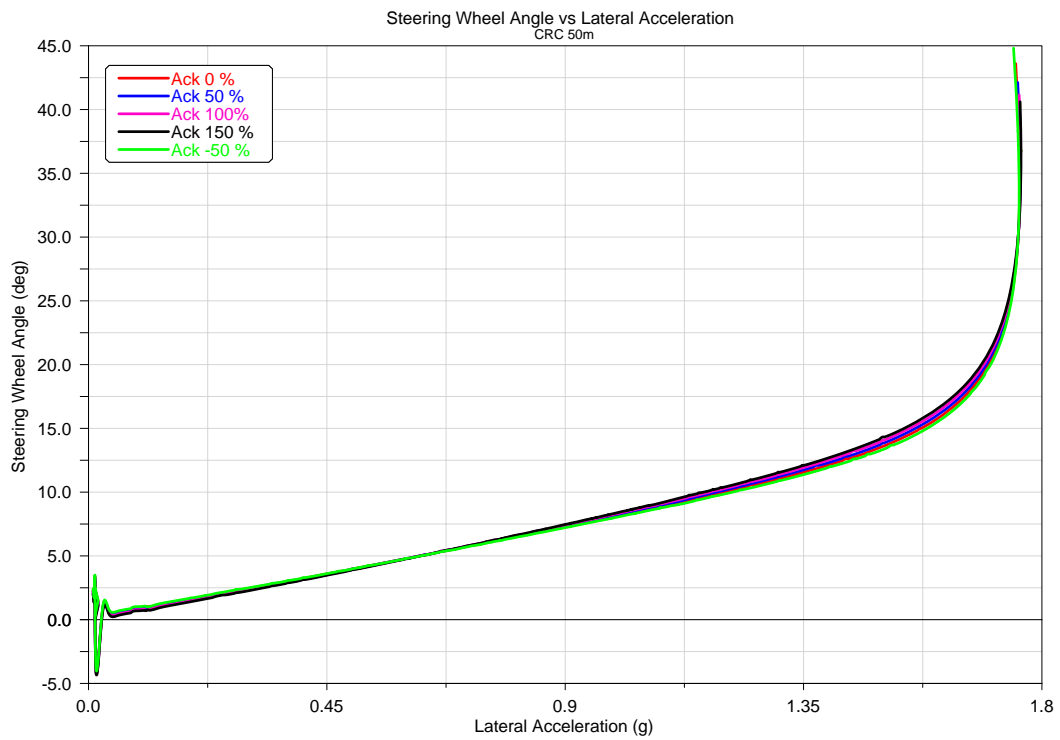


Figura 4.15: Aumentando il raggio di curvatura della traiettoria, le curva di sottosterzo tendono a sovrapporsi, a testimonianza della riduzione degli effetti dell'errore di sterzata.

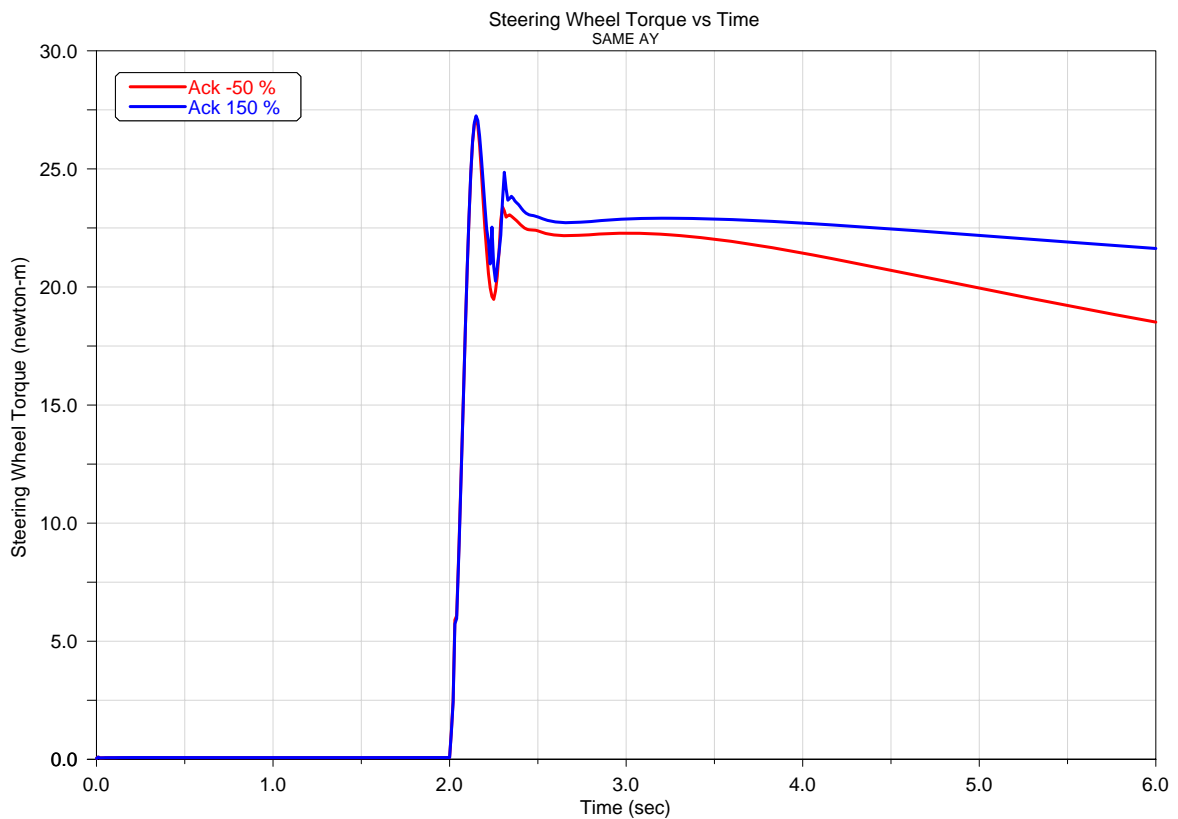


Figura 4.16: Sottoponendo i veicoli con percentuale di Ackermann pari a 150% e (-50)% ad una prova di colpo di sterzo, si apprezza come la coppia volante registrata durante il test sia sempre maggiore in modulo, oltre che lievemente più smorzata, per il veicolo caratterizzato da un maggiore errore di sterzata.

### 4.1.3 Analisi in regime transitorio

L'analisi in regime transitorio, condotta attraverso una prova di colpo di sterzo a parità di accelerazione laterale per i veicoli considerati e con un valore elevato dell'angolo volante imposto, non ha rivelato particolari di rilievo. Unico parametro da valutare è la coppia volante, sempre maggiore in modulo ma anche più smorzata per il veicolo con la maggiore percentuale di Ackermann (Fig. 4.16).

### 4.1.4 Considerazioni finali

Riassumendo quanto visto finora, è lecito affermare che la percentuale di Ackermann influenzi in maniera consistente il comportamento laterale dei pneumatici, il comportamento direzionale del veicolo ed il feeling di sterzo. A valori elevati di errore di sterzata, corrisponde:

- Un aumento della deriva e della forza laterale esercitata dalla ruota interna, con una corrispettiva diminuzione di quella esercitata dalla ruota esterna



- Un aumento del carattere sottosterzante del veicolo
- Un aumento del limite di tenuta
- Un aumento della coppia al volante

In ogni caso tali effetti sono riscontrabili maggiormente in curve a basso raggio di percorrenza, caratterizzate da bassi valori della velocità ma da alti valori dell'angolo volante.

## 4.2 Analisi dell'angolo di inclinazione longitudinale

La geometria di sterzo è in gran parte definita dalla posizione nello spazio dell'asse di sterzo (*kingpin axis*): essa, nelle autovetture dotate di sospensioni indipendenti a quadrilateri trasversali (SLA) è a sua volta completamente determinata dalla disposizione spaziale dei giunti sferici che legano i due braccetti della sospensione al mozzo ruota (Fig. 4.17). Rappresentando l'asse di sterzo in proiezione frontale e laterale, è possibile individuare facilmente gli angoli di inclinazione che ne regolano la posizione spaziale:

- Nella vista frontale, l'angolo è denominato angolo di kingpin (*kingpin inclination angle*); prolungando l'asse fino a farlo intersecare con la superficie stradale, si individua il cosiddetto braccio a terra trasversale (*scrub radius*), il quale altro non è che la distanza da tale

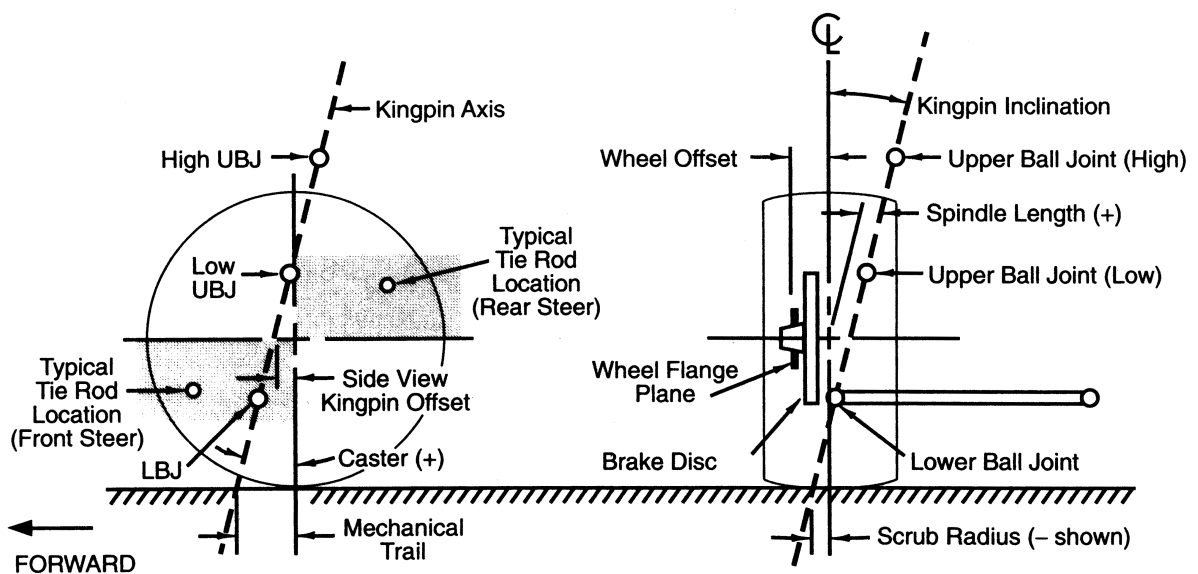


Figura 4.17: Geometria di sterzo e *kingpin axis*.

punto di intersezione al centro della zona di contatto pneumatico-suolo. La distanza dell'asse di sterzo dal piano medio della ruota misurata in senso orizzontale è invece definita come *spindle length*.

- In vista laterale, invece, l'angolo di inclinazione dell'asse di sterzo è definito come angolo di caster (*caster angle*); se l'asse di sterzo non passa per il centro ruota, si definisce anche una distanza di offset (*side view kingpin offset*). Infine, si definisce braccio a terra longitudinale (*mechanical trail*) la distanza fra l'intersezione dell'asse di sterzo con il piano stradale ed il centro della zona di contatto pneumatico-suolo nella vista laterale.

E' evidente come tali parametri siano collegati fra loro nella definizione della geometria di sterzo: fra di essi l'angolo di caster assume notevole importanza. Una variazione dell'angolo di caster provoca infatti due fenomeni principali: l'aumento del braccio a terra longitudinale, non sempre recuperabile modificando l'offset dal centro ruota, che si ripercuote direttamente sulla coppia resistente al volante e quindi sulle forze che si scaricano sulla cremagliera. Inoltre, sono presenti una serie di effetti cinematici quali forti variazioni di camber e di scuotimento con l'angolo di sterzo, che possono influenzare il comportamento dinamico del veicolo. In definitiva, lo scopo di quest'analisi è quello di comprendere l'effetto della variazione dell'angolo di caster sul:

- Comportamento direzionale del veicolo
- Feeling di sterzo

Tra le varie configurazioni possibili, sono stati esaminati due set up, corrispondenti a due reali configurazioni della vettura utilizzata in gara:

	<b>Caster 9.9°</b>	<b>Caster 13.128°</b>
Passo	2905.840mm	2900mm
Carreggiata	1676, 442mm	1675.262mm

E' importante notare come vi sia tra i due modelli una non trascurabile variazione del passo, dovuta allo spostamento del centro ruota anteriore: ciò si somma all'aumento dell'angolo di caster nell'incrementare il braccio a terra longitudinale, oltre ad influire direttamente sul comportamento direzionale del veicolo modificando il rapporto tra il semipasso anteriore e quello posteriore.

### 4.2.1 Analisi delle caratteristiche delle sospensioni

Analizzando la variazione dei principali parametri geometrici della sospensione è possibile notare innanzitutto un diverso valore del sottosterzo di rollio per le due vetture (Fig. 4.18); in particolare il modello con angolo di caster maggiorato mostra una minore tendenza a diminuire l'angolo di sterzo delle due ruote all'aumentare dello scuotimento delle due ruote in rollio. Tale fenomeno si riduce in senso assoluto all'aumentare dell'angolo volante, sebbene la differenza fra le due configurazioni resti invariata. L'analisi del braccio a terra longitudinale (Fig. 4.19) rende evidente gli effetti sopra citati: i modelli mostrano una sensibile differenza nel valore statico che si ripercuote direttamente sulla variazione del braccio a terra in funzione dell'angolo volante. Ad elevati valori di angolo sterzo, infatti, il modello con valore di caster e braccio a terra inferiore mostra un'inversione di segno di questa variabile per la ruota esterna. Ciò si traduce in un effetto di chiusura delle ruote anteriori dovuto alla cedevolezza del sistema di sterzo per alti valori dell'angolo volante, provocata dal momento prodotto dalle forze laterali a terra (Fig. 4.20). Leggere differenze sono riscontrabili anche nel rapporto di sterzo e nella percentuale di Ackermann delle due geometrie (Fig. 4.21), ma la differenza più importante la si coglie dalla variazione di camber con l'angolo ruota (Fig. 4.22): si apprezza infatti, un forte recupero di camber su entrambi i pneumatici, effetto questo puramente cinematico legato alla diversa inclinazione dell'asse di sterzo. Infine, esiste una leggera differenza nell'altezza del centro di rollio, cosa che influisce sulla ripartizione delle rigidità anteriori e posteriori, e di conseguenza, sul trasferimento di carico dei due assali (Fig. 4.23). Globalmente, i modelli analizzati non mostrano una estrema "pulizia" dal punto di vista cinematico, con variazioni talvolta anche non trascurabili in diverse curve caratteristiche, cosa che rende più difficile la corretta identificazione di quali tra queste influenzino maggiormente il comportamento del veicolo.

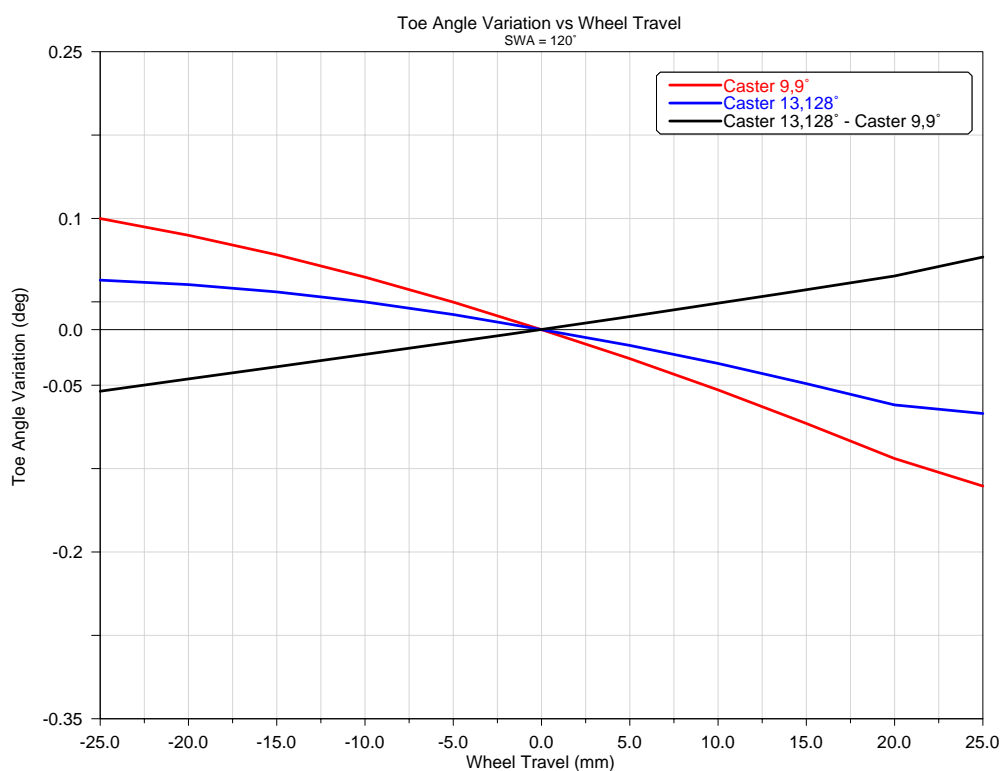
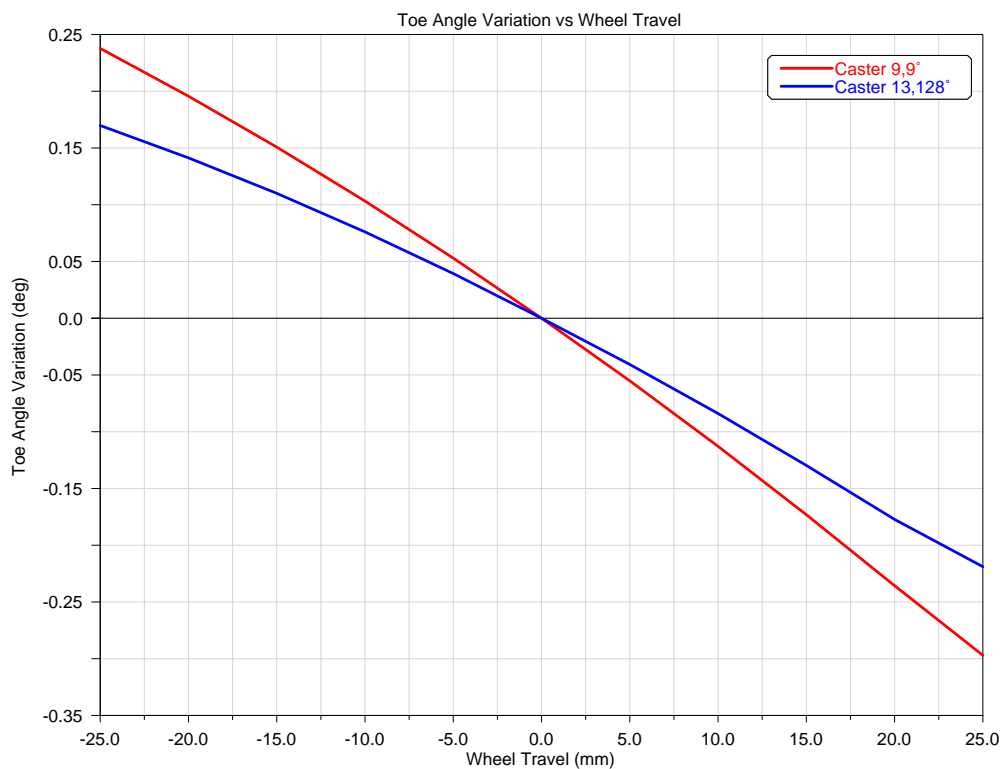


Figura 4.18: L'analisi della variazione di convergenza in scuotimento mostra come il modello con angolo di caster minore presenti un maggiore sottosterzo di rollio. Questa tendenza si riduce in modulo all'aumentare dell'angolo di sterzo, sebbene la differenza fra i due modelli resti quasi invariata.

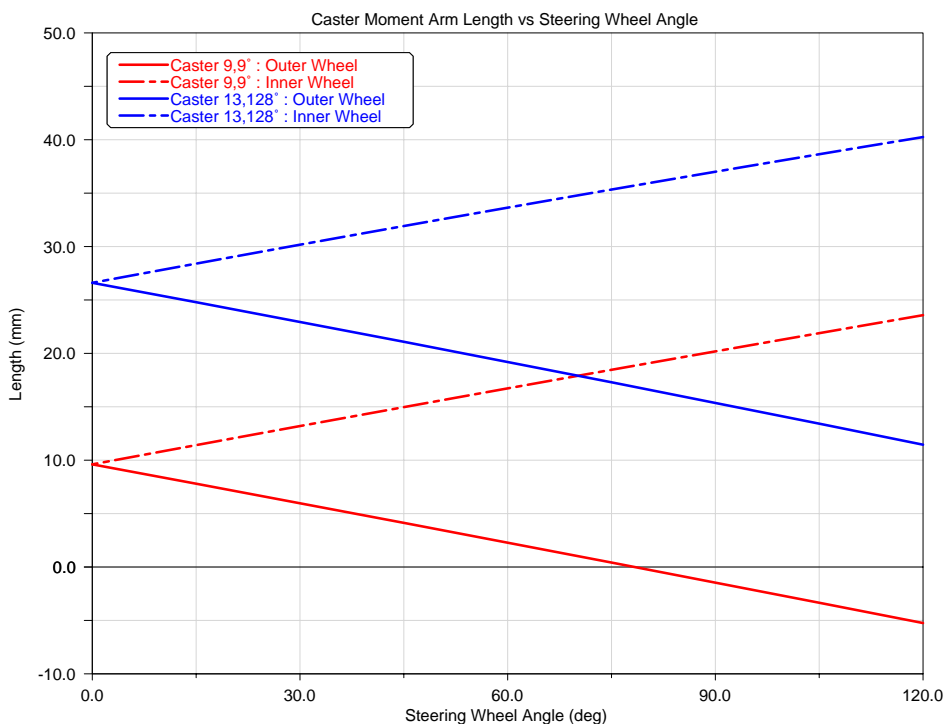
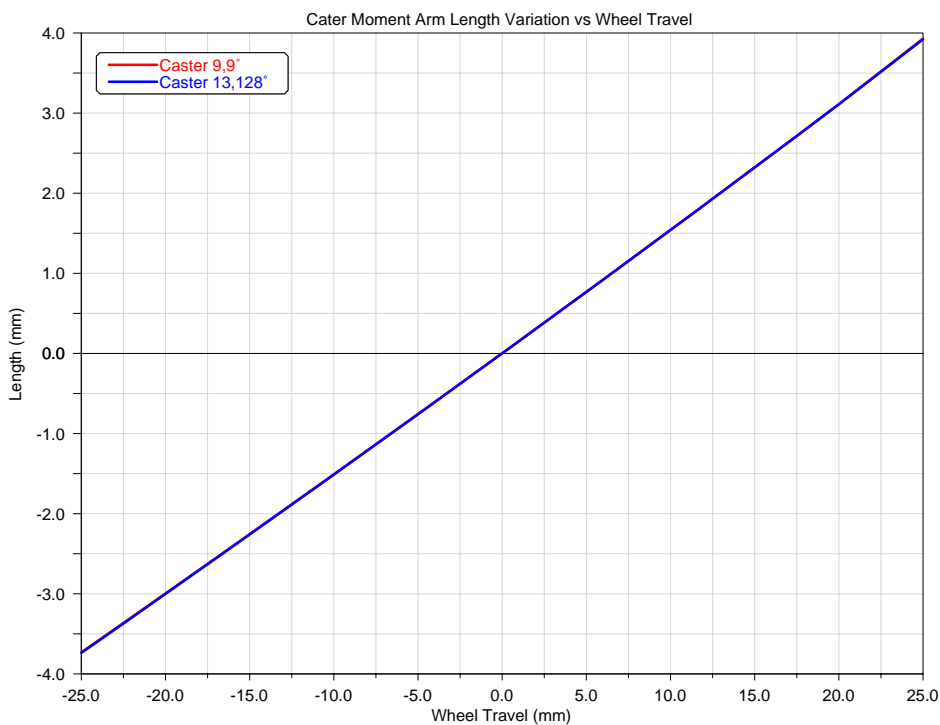


Figura 4.19: La variazione del braccio a terra in scuotimento ad angolo volante nullo, è uguale per le due configurazioni. Diversi sono ovviamente i valori statici: aumentando l'angolo di caster si passa da  $9.6\text{mm}$  a  $26.6\text{mm}$ . Al variare dell'angolo volante, il braccio a terra varia in direzione opposta per le due ruote. In questo caso si può osservare una inversione di segno per il modello con caster più basso, ad alti valori dell'angolo di sterzo.

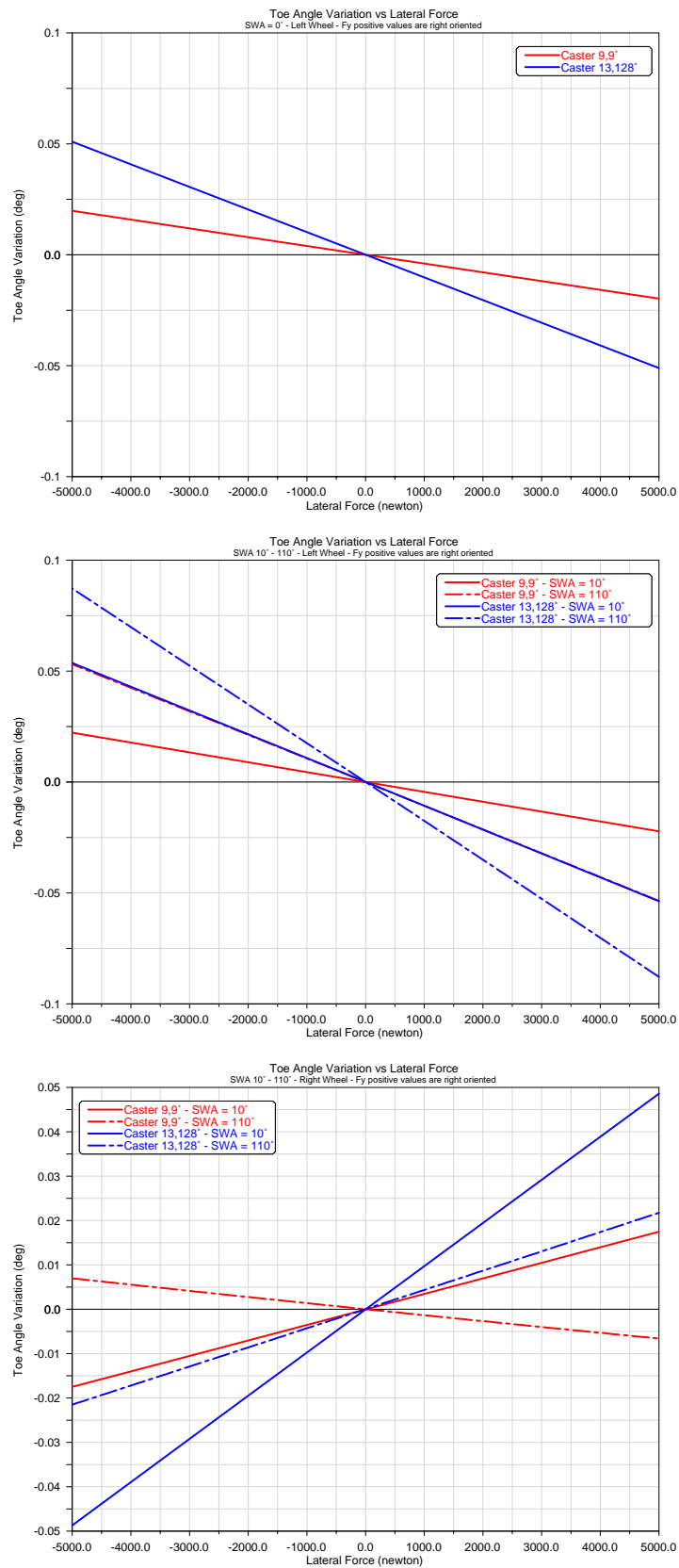


Figura 4.20: A causa del diverso valore del braccio a terra, la vettura con caster maggiorato mostra una maggiore riduzione della convergenza all'aumentare della forza laterale. Per la ruota esterna poi, ad elevati valori dell'angolo volante si nota anche una chiusura delle due ruote, dovuta all'inversione di segno del braccio a terra longitudinale sul pneumatico esterno.

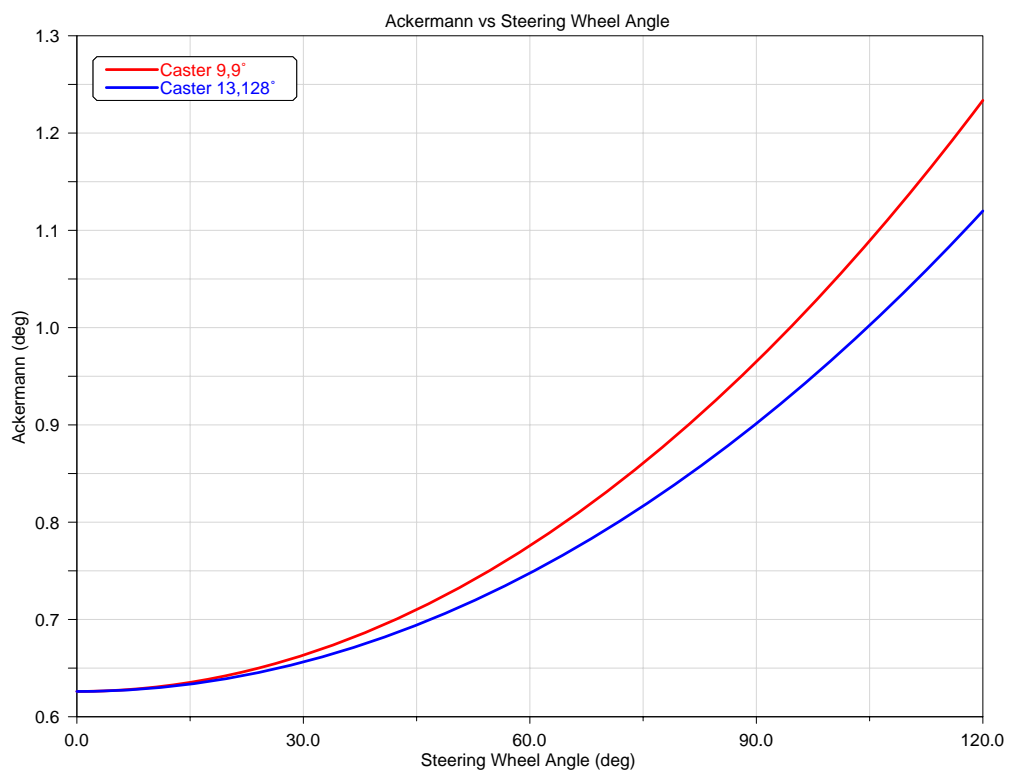
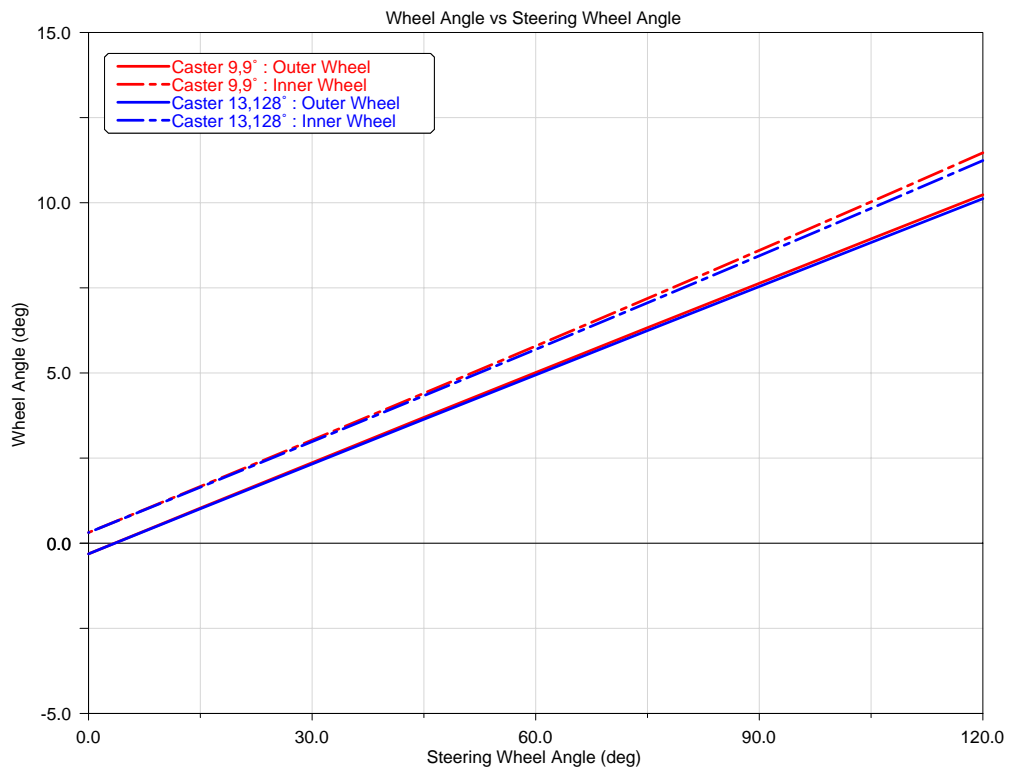


Figura 4.21: Le due vetture presentano leggere differenze nel valore del rapporto di sterzo,  $\tau = 11.286$  per il veicolo dotato di angolo di caster maggiore e  $\tau = 11.11$  per l'altro modello. Esiste inoltre un diverso valore dell'errore di sterzata, minore per la vettura con caster elevato.

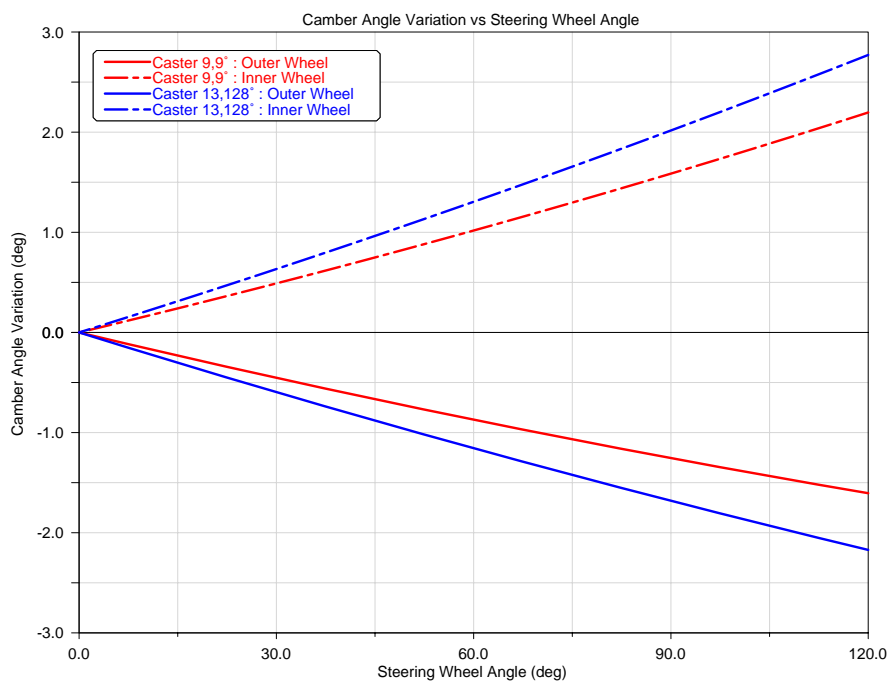


Figura 4.22: Una delle principali conseguenze dell'aumento dell'angolo di caster è la maggiore variazione dell'angolo di campanatura con l'angolo volante. Le due ruote mostrano un comportamento simmetrico, tendendo ad orientarsi verso l'interno della curva generando un aumento della forza laterale disponibile.

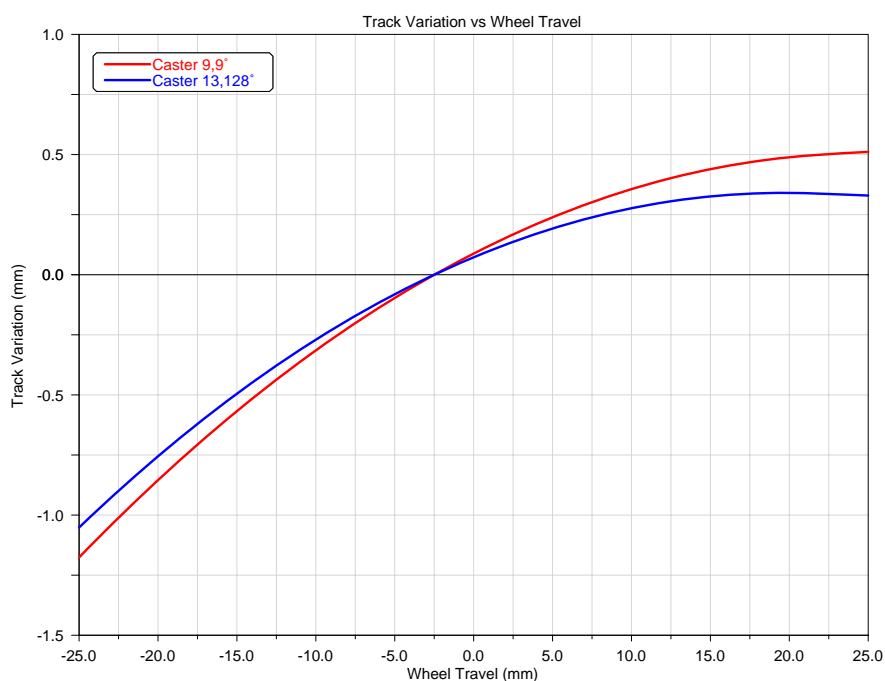


Figura 4.23: Le vetture presentano diversi valori della quota verticale del centro di rollio:  $28.11\text{mm}$  e  $22.89\text{mm}$  i valori calcolati a partire dalle curve di carreggiata in scuotimento, con il valore maggiore che caratterizza il veicolo con caster minore.



### 4.2.2 Analisi in regime stazionario

Per esaminare la risposta in regime stazionario dei veicoli con differente angolo di caster, si conducono due prove di steering pad a differenti raggi di curvatura ( $17m$ ,  $100m$ ) per simulare due diverse condizioni di guida: percorrenze di curva a bassa velocità (circa  $60Km/h$ ) ed ad alta velocità (circa  $150Km/h$ ), con diversi valori dell'angolo volante. Vengono trascurate le forze aerodinamiche agenti sul veicolo, per evitare che la variazione delle altezze da terra della vettura, e la conseguente variazione dei valori di resistenza e deportanza aerodinamica, possa influire sul comportamento direzionale del veicolo. Da un'analisi del rollio della vettura sorge immediatamente il primo importante effetto della variazione di caster: l'inclinazione longitudinale dell'asse di sterzo, porta ad uno scuotimento della ruota interna ed al rimbalzo della ruota esterna, che si sommano a quelli generati dal rollio della cassa (Fig. 4.24). Questo effetto puramente "geometrico" induce sulla cassa dei moti di rollio concordi con quelli generati dall'accelerazione laterale, influenzando anche i trasferimenti di carico anteriore e posteriore. Difatti, il rollio imposto mediante l'angolo di caster genera una variazione incrociata dei carichi verticali sulle quattro ruote: all'anteriore si ha una diminuzione del trasferimento di carico, mentre per l'equilibrio al posteriore si osserva un aumento uguale e contrario (Figg. 4.25, 4.26). In ogni caso l'influenza di tali effetti sulla dinamica del veicolo è decisamente modesta, quantomeno considerando variazioni di caster all'interno del range analizzato.

Sulla curva di sottosterzo tali effetti non sono chiaramente visibili, principalmente per la moltitudine di fenomeni che vengono chiamati in causa e che tendono ad elidersi l'uno con l'altro (Figg. 4.27, 4.28). Globalmente, e soltanto ad elevati valori dell'angolo volante, si nota una leggera diminuzione della stabilità della vettura accompagnata da un aumento del valore limite di tenuta, principalmente dovuto alle sensibili variazioni positive di camber riscontrate che incrementano le forze laterali massime esprimibili dai pneumatici. Un ultimo dato importante riguarda la curva di coppia volante (Fig. 4.29): è evidente come i diversi valori del braccio a terra longitudinale si ripercuotano sul valore della coppia resistente che è ovviamente maggiore nel caso di elevati angoli di caster.

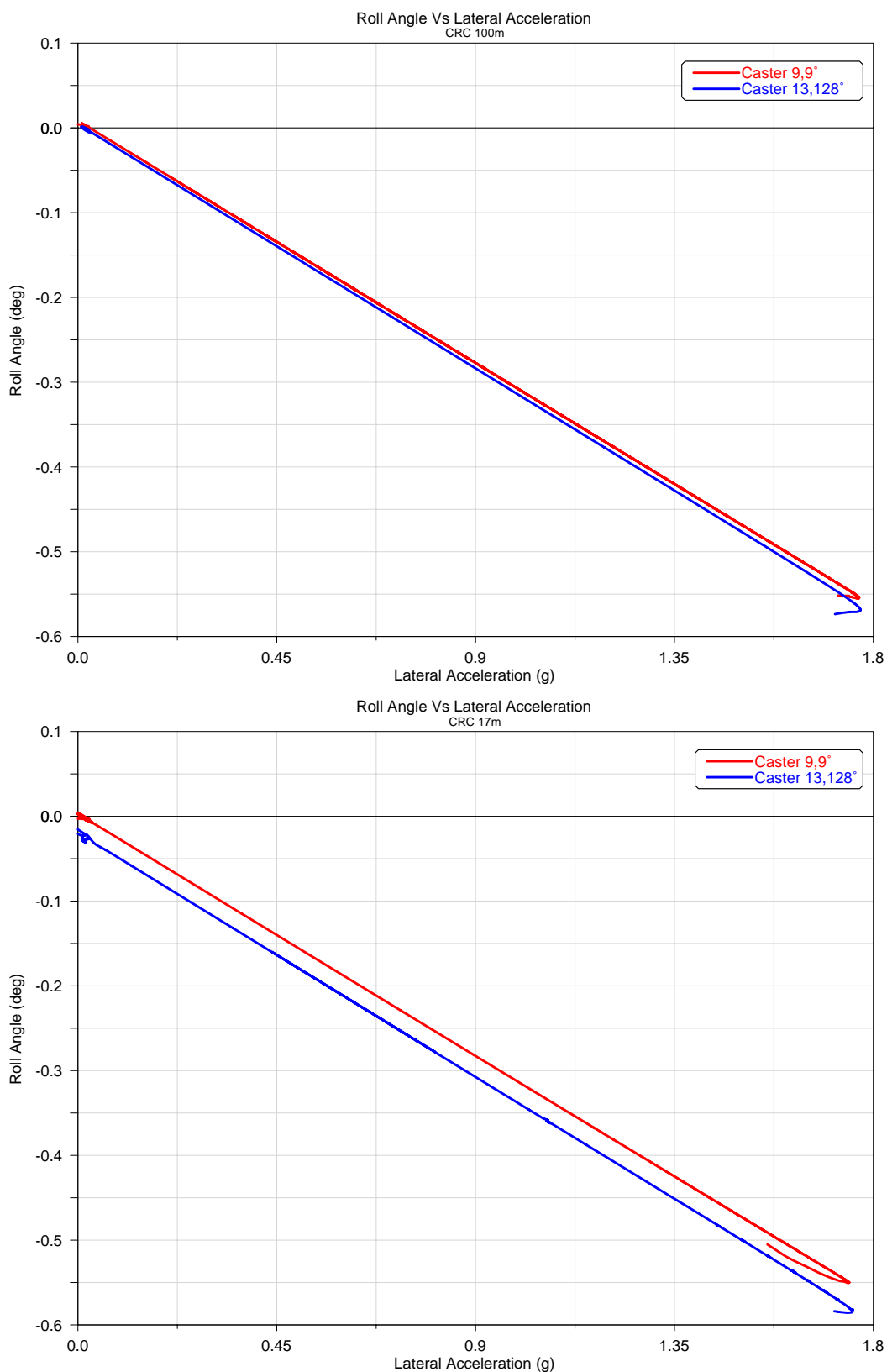


Figura 4.24: Gli scuotimenti delle sospensioni imposte dall'inclinazione dell'asse di sterzo, generano un rollio addizionale della vettura. Ciò è particolarmente visibile per manovre condotte con alti valori dell'angolo volante, su traiettorie dal raggio di curvatura ridotto.

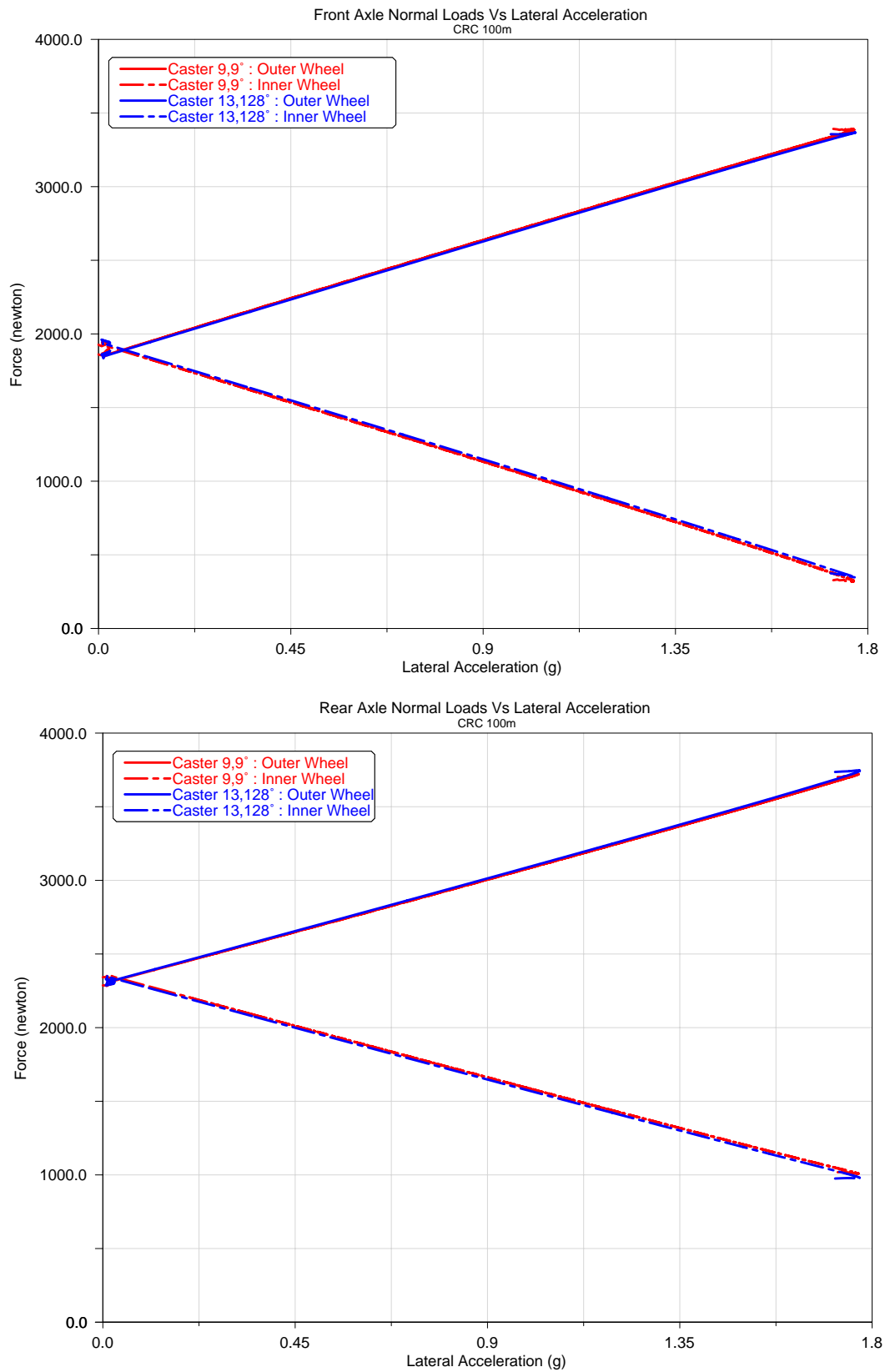


Figura 4.25: Con raggi di curvatura ed angoli volante molto bassi, l'effetto provocato dall'angolo di caster sul trasferimento di carico non è apprezzabile.

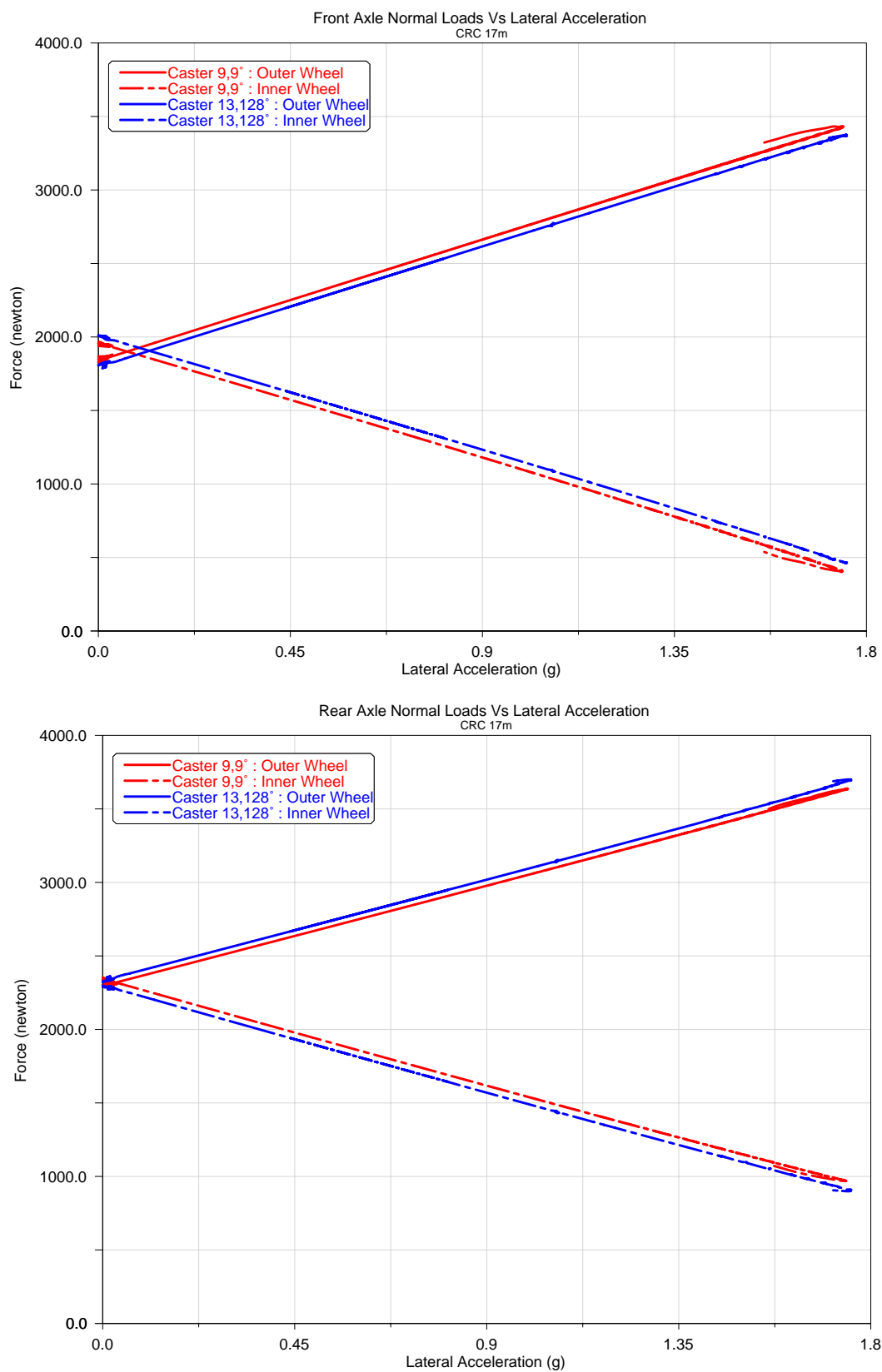


Figura 4.26: In curve percorse a velocità più bassa, si può notare come aumentando il valore dell'angolo di caster generi una visibile riduzione del trasferimento di carico all'anteriore ed un corrispondente aumento al posteriore.

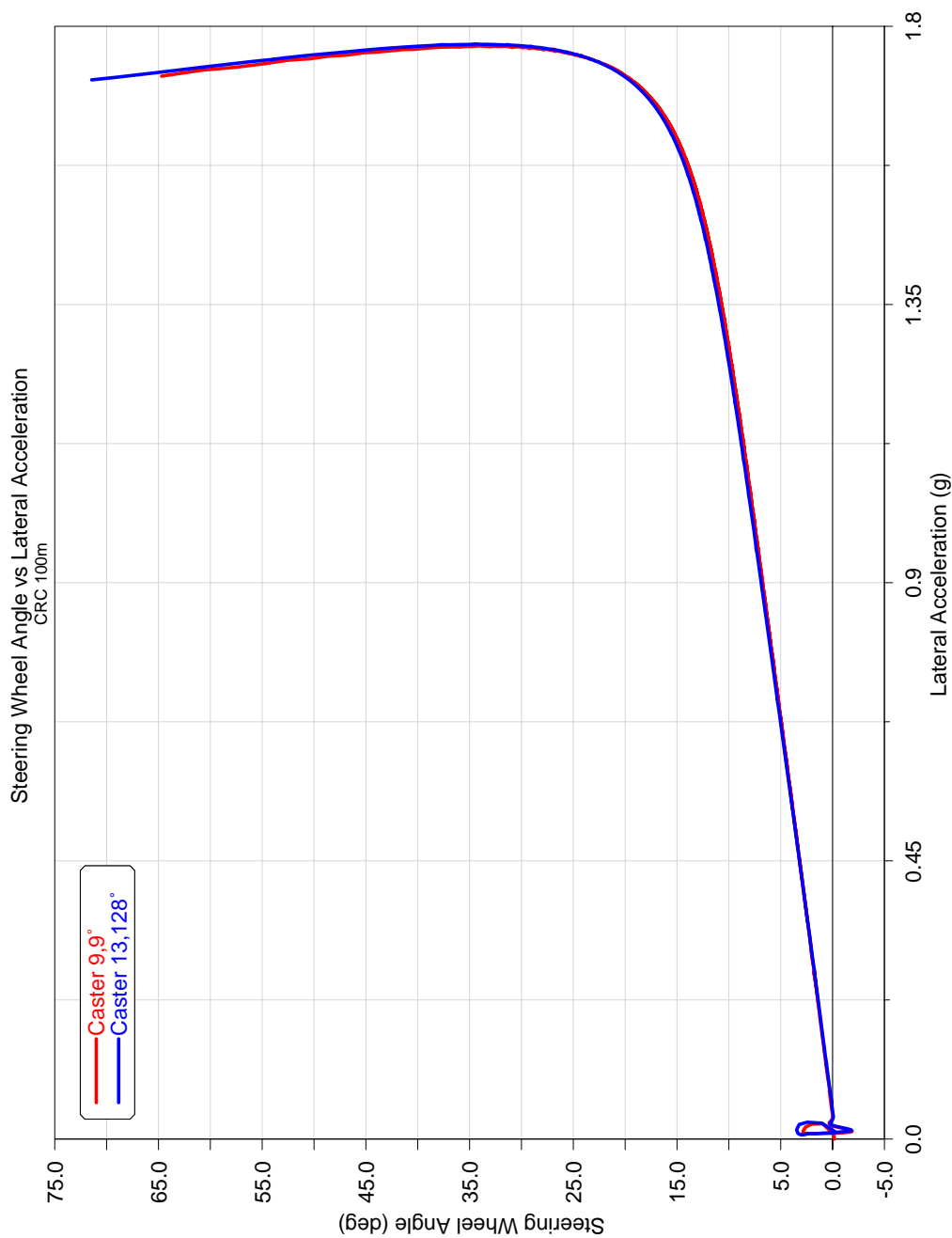


Figura 4.27: La curva di sottosterzo, rappresentata a meno dell'angolo volante cinematico e del rapporto di sterzo, registrata durante lo steering pad di raggio 100m, evidenzia come le due vetture abbiano un comportamento decisamente simile. Si nota un sottosterzo leggermente più marcato per la vettura con angolo di caster maggiore, unito ad un aumento del limite di tenuta. Tali effetti sono riconducibili alla differente cedevolezza del sistema di sterzo, oltre che alle variazioni dell'angolo di campanatura in scuotimento.

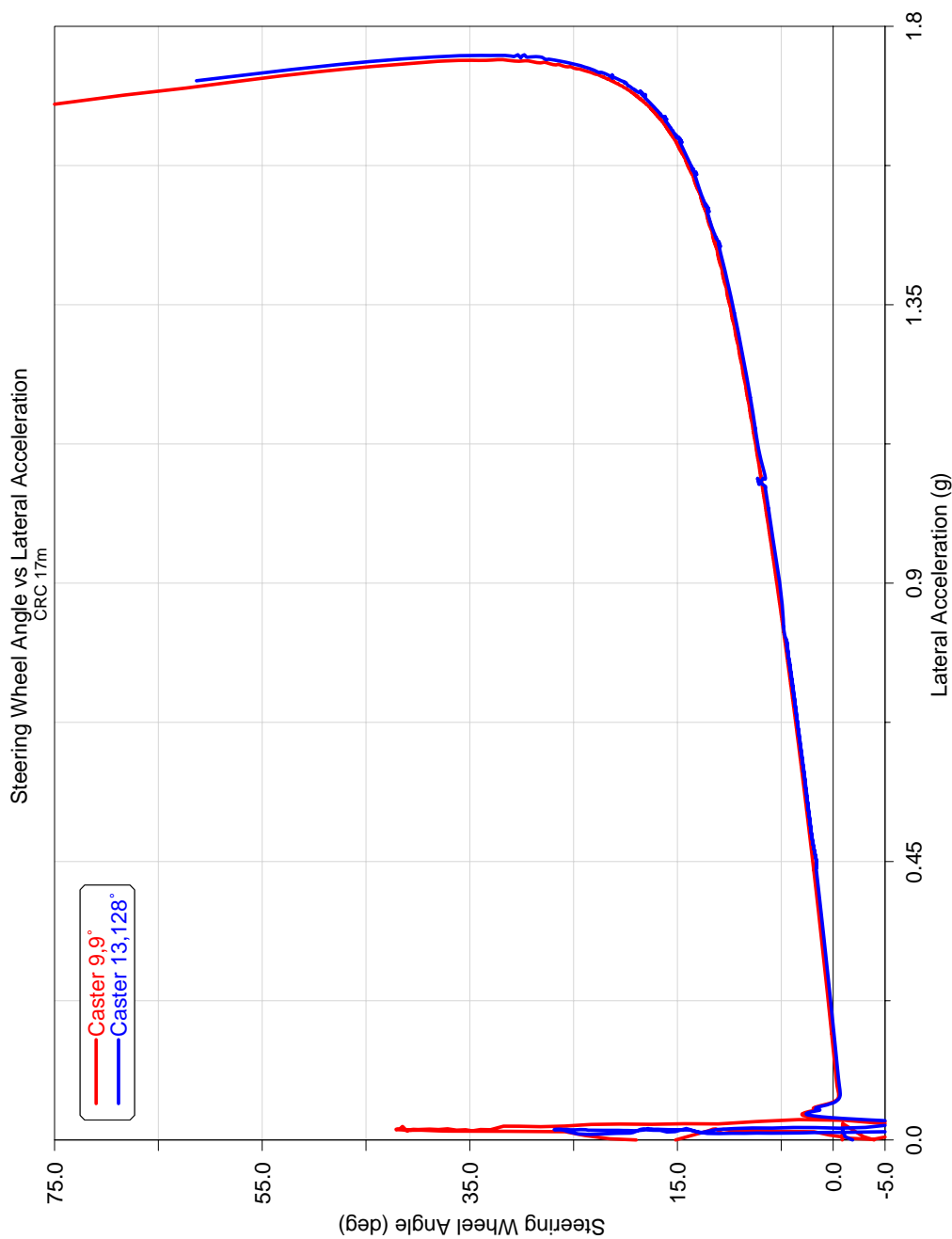


Figura 4.28: Aumentando il raggio di curvatura della traiettoria, l'effetto della variazione di caster diviene più evidente. La vettura con angolo di caster maggiore presenta un carattere lievemente più instabile per tutto il range di accelerazione laterale considerato, unito ad un percepibile aumento del limite di tenuta. In questo caso, gioca un ruolo importante la diversa distribuzione di carico sugli assali, che influisce sulla prestazione del veicolo in regime non lineare.

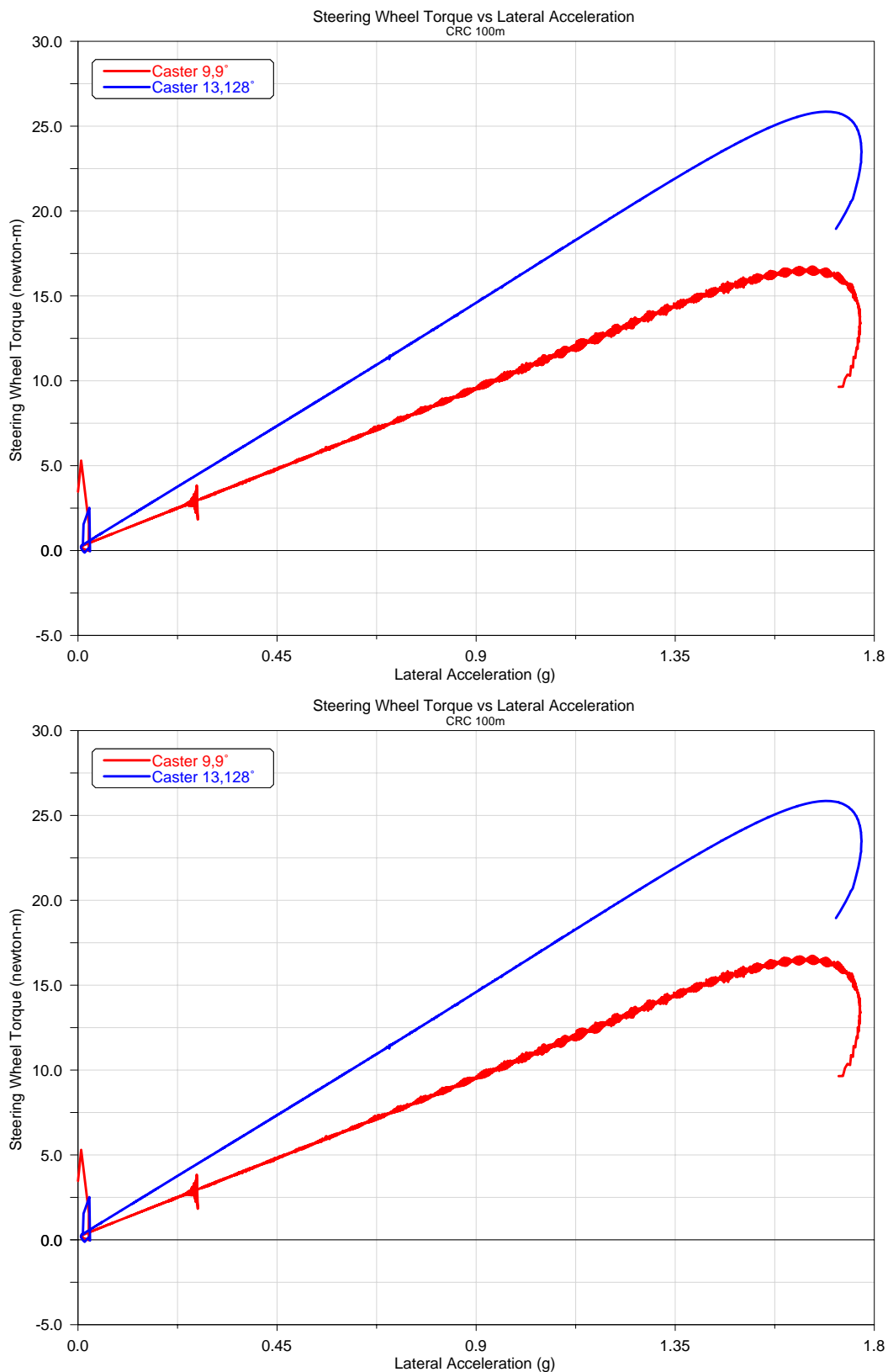


Figura 4.29: I diversi valori del braccio a terra longitudinale influiscono direttamente sulla coppia resistente al volante, maggiore in ogni condizione per il veicolo dotato di geometria di sterzo con maggiore inclinazione dell'asse.

### 4.2.3 Analisi in regime transitorio

Dalle prove di step steer effettuate al limite di aderenza, si nota come le due vetture presentino un comportamento molto simile. Anche in questo caso le maggiori differenze si apprezzano nel rollio della vettura e nella curva di coppia volante (Figg. 4.30, 4.31).

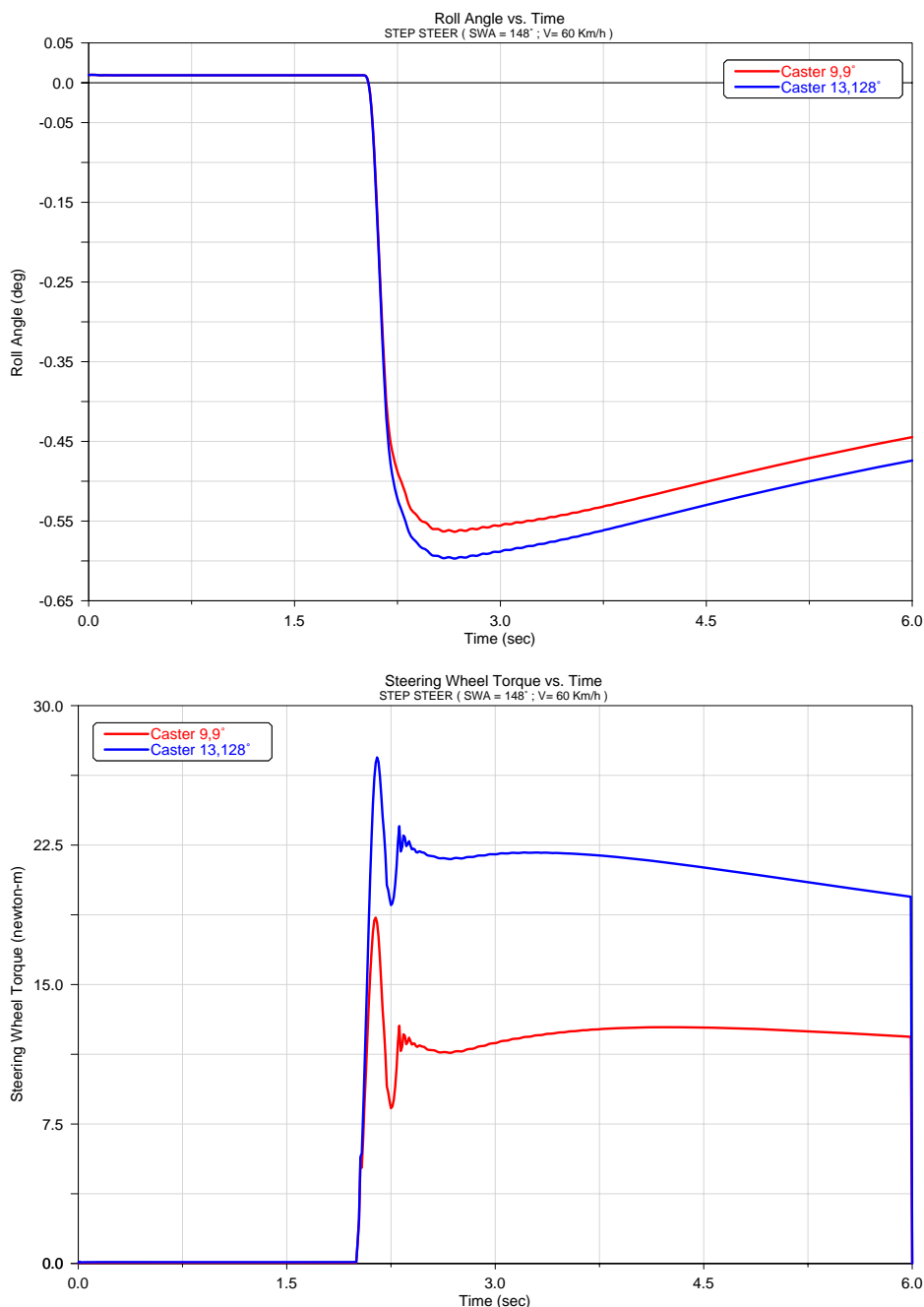


Figura 4.30: A bassa velocità, con angoli volante elevati, si apprezzano il diverso valore del rollio e della coppia resistente al volante già apprezzati nell'analisi in regime stazionario. Un leggero aumento dello smorzamento si nota per il veicolo dotato di caster più elevato.



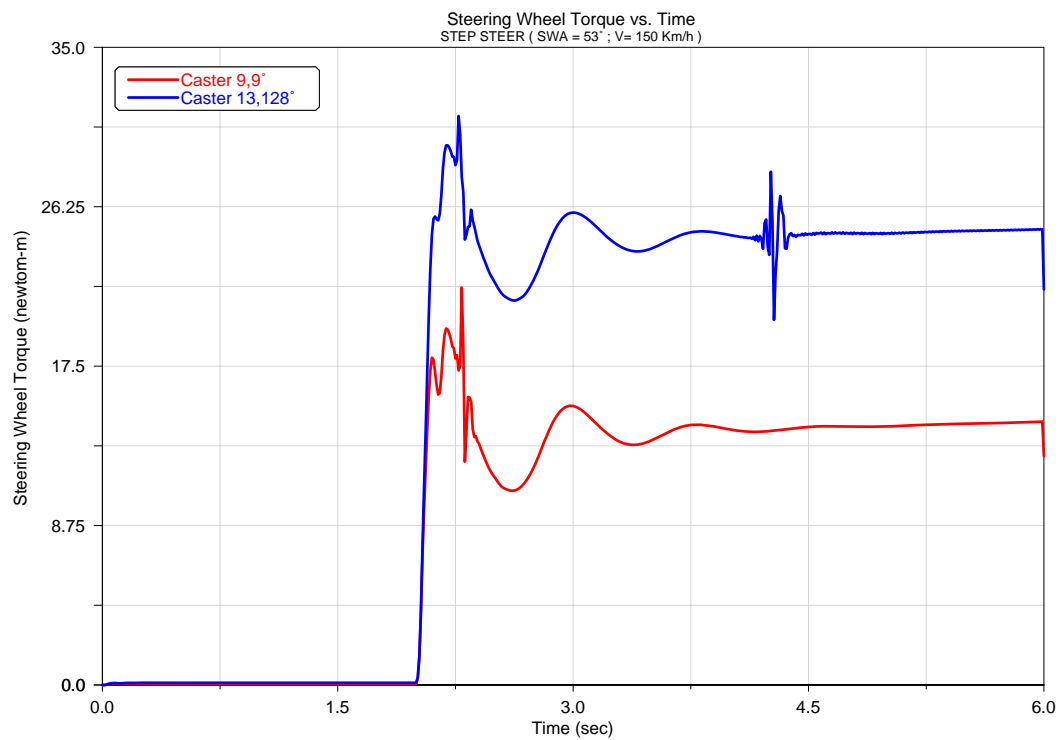
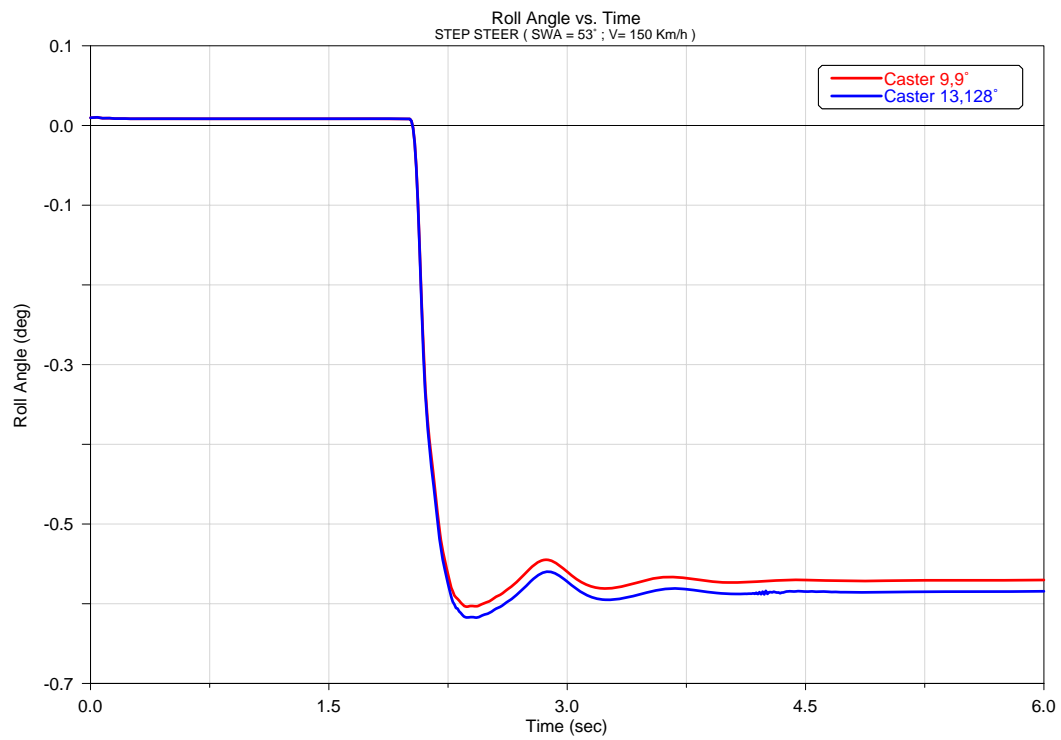


Figura 4.31: Aumentando il raggio della traiettoria gli effetti dell'angolo di caster diventano meno evidenti, sebbene la tendenza dei due veicoli rimanga invariata.

#### 4.2.4 Considerazioni finali

In estrema sintesi, dalle analisi effettuate emerge come la variazione dell'angolo di caster, con conseguente variazione del braccio a terra longitudinale porti ad

- Una diminuzione del trasferimento di carico all'anteriore ed un aumento al posteriore
- Un maggior recupero di camber sulle ruote anteriori
- Un incremento del rollio della cassa
- Un aumento sensibile della coppia volante

Tali effetti si ripercuotono sulla dinamica del veicolo causando una diminuzione della stabilità della vettura, oltre ad un aumento del limite di tenuta laterale in curva.

## CAPITOLO 5

# Analisi parametrica del centro di rollio

In un autoveicolo uno dei compiti assolti dalle sospensioni è quello di consentire il moto relativo fra le ruote e la cassa, principalmente in direzione verticale: tale scopo viene raggiunto interponendo tra questi due elementi degli opportuni cinematismi. Per contrastare “dolcemente” il movimento relativo e per ripristinare la configurazione originale una volta che le cause perturbative siano cessate è necessario dotare ogni sospensione di elementi di reazione elastici, ovvero di molle (metalliche, di gomma, pneumatiche, etc.). L'introduzione di una elasticità porta inevitabilmente alla nascita di oscillazioni, per il cui rapido smorzamento è necessario utilizzare appositi elementi detti ammortizzatori, che consentono anche di limitare l'ampiezza di oscillazione in condizione di risonanza. Dal punto di vista cinematico si possono individuare due grandi categorie di sospensioni:

- Sospensioni a *ruote indipendenti*, in cui il mozzo di ciascuna ruota è collegato alla cassa mediante un cinematismo spaziale ad un grado di libertà.
- Sospensioni ad *assale rigido*, in cui i mozzi delle due ruote di un assale sono fra loro solidali ed il tutto è collegato alla cassa da un cinematismo spaziale a due gradi di libertà

Le sospensioni a quadrilateri trasversali rientrano nella categoria delle sospensioni a ruote indipendenti: in questo caso le ruote sono collegate alla cassa mediante un semplice quadrilatero articolato, garantendo una cinematica piana. In tale configurazione, la cassa funge da telaio, mentre la ruota è solidale alla biella. Trattandosi di un corpo rigido in moto piano ha senso individuare il centro di istantanea rotazione  $IC$  del moto relativo fra mozzo e cassa (Fig. 5.1). In questo caso tale punto può trovarsi anche a grande distanza (persino infinita) ed all'esterno del veicolo. Con un opportuno dimensionamento del quadrilatero, si possono avere traiettorie abbastanza vicine alla verticale, con piccole variazioni dell'inclinazione del piano medio longitudinale delle ruote rispetto al veicolo. Il prezzo da pagare è una maggiore complessità costruttiva rispetto ad altre soluzioni. Si tratta comunque di una sospensione abbastanza versatile,

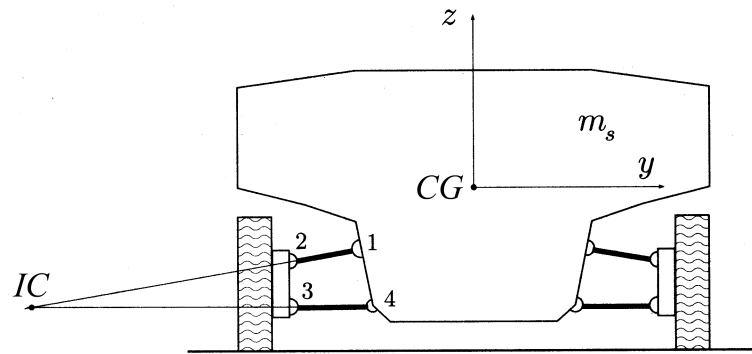


Figura 5.1: Centro di istantanea rotazione  $IC$  del moto relativo fra mozzo e cassa per sospensioni a quadrilateri trasversali

molto utilizzata in automobili sportive o da competizione, poiché si possono ottenere comportamenti diversi variando di poco le distanze relative dei 4 snodi oppure modificando la lunghezza dei braccetti. La conoscenza dei centri di istantanea rotazione permette l'individuazione del *centro di rollio* ( $CR$ ): esso rappresenta il punto, nel piano trasversale passante per i due centri ruota, in cui si possono applicare forze laterali alla massa sospesa senza produrre rollio delle sospensioni (Fig. 5.2).

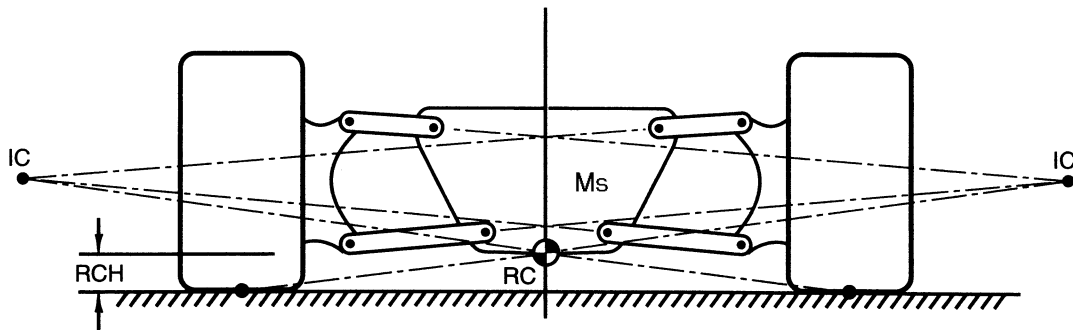


Figura 5.2: Determinazione del centro di rollio per sospensioni a quadrilateri trasversali

In definitiva, l'altezza del centro di rollio ( $RCH$ ) determina l'ammontare del momento di rollio prodotto dalla forza centrifuga agente in corrispondenza del centro di massa del veicolo ( $CG$ ). Ciò significa che più alto sarà il centro di rollio, maggiore sarà la "rigidezza a rollio" geometrica della vettura. Nello stabilire tale parametro, comunque, bisogna prendere in considerazione un altro fenomeno. Difatti, se il centro di rollio si trova a distanza non nulla dal terreno la forza laterale applicata al pneumatico genera un momento rispetto al suo centro di istantanea rotazione rispetto alla cassa ( $IC$ ). Tale momento non fa altro che spingere la ruota verso il basso producendo lo scuotimento della sospensione ed un conseguente sollevamento della cassa: tale

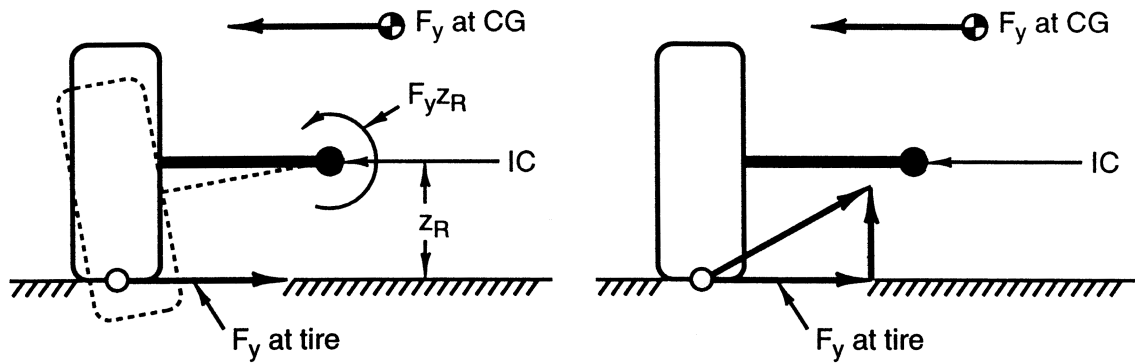


Figura 5.3: Effetto di *jacking* dovuto all'altezza del centro di rollio

fenomeno viene denominato *jacking* (Fig. 5.3). In effetti, ponendo il centro di rollio al di sotto del livello del suolo, si avrebbe un abbassamento della cassa in curva.

La posizione del centro di rollio in vista frontale, essendo legata direttamente alla posizione dei centri di istantanea rotazione dei pneumatici, determina inoltre altri due fenomeni: la variazione di camber e di carreggiata in scuotimento. Per ciò che riguarda l'angolo di campanatura, quello che conta è la distanza tra il centro ruota ed il c.i.r. *IC*, detta *front view swing arm length* (*fvsa*): maggiore è questa distanza, minore è il recupero di camber (Fig. 5.4).

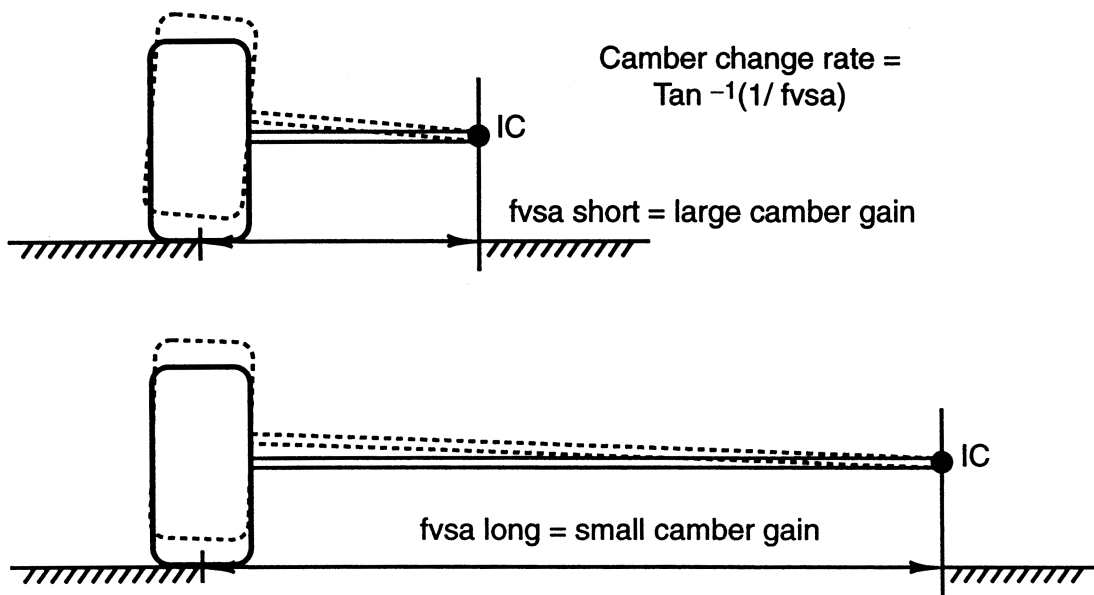


Figura 5.4: Influenza del centro di rollio sulla variazione dell'angolo di camber

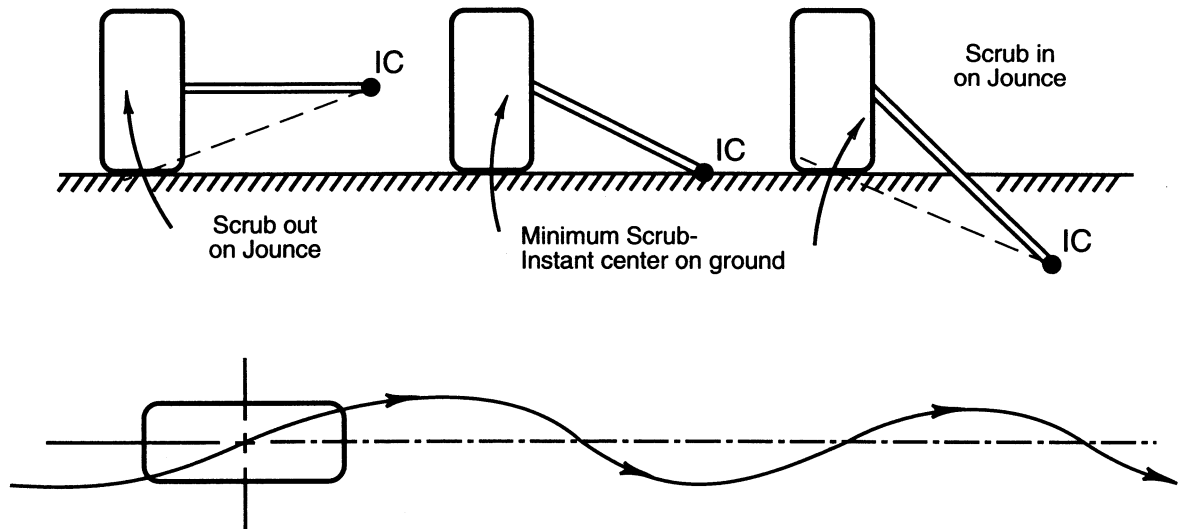


Figura 5.5: Variazione di carreggiata in scuotimento dovuto alla posizione del centro di rollio

La variazione di carreggiata in scuotimento è un altro parametro importante, in quanto su strada sconnessa lo spostamento laterale del pneumatico provoca la generazione di un angolo di deriva e di una conseguente forza laterale che tende a disturbare il moto del veicolo anche in rettilineo. Tale fenomeno dipende essenzialmente dall'altezza del centro di rollio rispetto al suolo e dalla distanza del c.i.r della ruota rispetto al suo centro di rotazione (Fig. 5.5).

Da queste brevi considerazioni risulta evidente come per una vettura sia importante l'impostazione corretta della posizione del centro di rollio: in particolare, lo studio dell'effetto di sollevamento della cassa in curva risulta determinante per le vetture da competizione. Una variazione non trascurabile dell'altezza da terra anteriore e posteriore difatti potrebbe ridurre drasticamente l'efficienza aerodinamica dei profili alari, incidendo negativamente sulla prestazione massima ottenibile dalla vettura sia in rettilineo che in curva. Anche pochi millimetri di spostamento verticale possono difatti compromettere l'efficienza delle superfici alari, riducendo drasticamente le performance della vettura. Si tratta quindi di studiare in questo caso in che maniera la posizione verticale del centro di rollio influenzi il sollevamento della cassa in curva. Sono state quindi prese in considerazione diverse configurazioni di vettura, con valori di altezza del centro di rollio anteriore e posteriore variabili all'interno dell'intervallo  $(-40mm; 80mm)$ . Per le differenti configurazioni, inoltre, è stato contenuto al minimo lo spostamento laterale del centro di rollio, onde disaccoppiare i due effetti (Tab 5.1).

Roll Center Heights (mm)		
	Front RC	Rear RC
1.	- 40	-40
2.	0	0
3.	40	40
4.	80	80
5.	- 40	80
6.	80	- 40
7.	0	40
8.	40	0

Gli spostamenti laterali dei centri di rollio per tutte le configurazioni analizzate sono contenuti nell'intervallo:

$$-82mm < \Delta_Y < 82mm \text{ all'anteriore}$$

$$8mm < \Delta_Y < 8mm \text{ al posteriore}$$

La configurazione di riferimento è quella con entrambi i centri di rollio ad altezza suolo.

Tabella 5.1: Configurazioni prescelte per l'analisi del centro di rollio

## 5.1 Analisi delle caratteristiche delle sospensioni

L'analisi delle sospensioni mette in luce due aspetti: in primo luogo i modelli presentano una sensibile differenza nel rapporto di sterzo (Fig. 5.1); l'effetto di tale differenza, tuttavia, può essere agevolmente disaccoppiato dagli altri, perciò può ritenersi ininfluenza ai fini delle successive analisi. Le curve di variazione di carreggiata in scuotimento confermano con buona approssimazione i valori di altezza del centro di rollio imposti, e dimostrano anche la buona sovrapposizione delle curve calcolate attraverso il codice multi body rispetto alle curve cinematiche teoriche (*Elkin*)(Fig. 5.7).

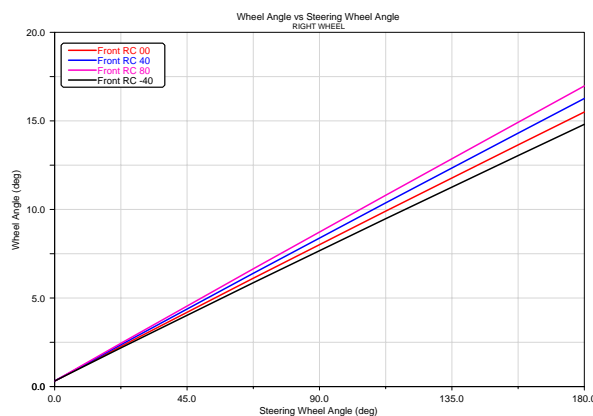


Figura 5.6: L'andamento dell'angolo ruota in funzione dell'angolo volante, mette in luce sensibili difformità nel rapporto di sterzo fra le diverse configurazioni. Al crescere dell'altezza del centro di rollio anteriore si ha un abbassamento del rapporto di sterzo. Le differenze sono tali non poter essere trascurate:

$$\tau_{RC00} = 11.454, \quad \tau_{RC40} = 10.940, \quad \tau_{RC80} = 10.526, \quad \tau_{RC-40} = 11.976$$

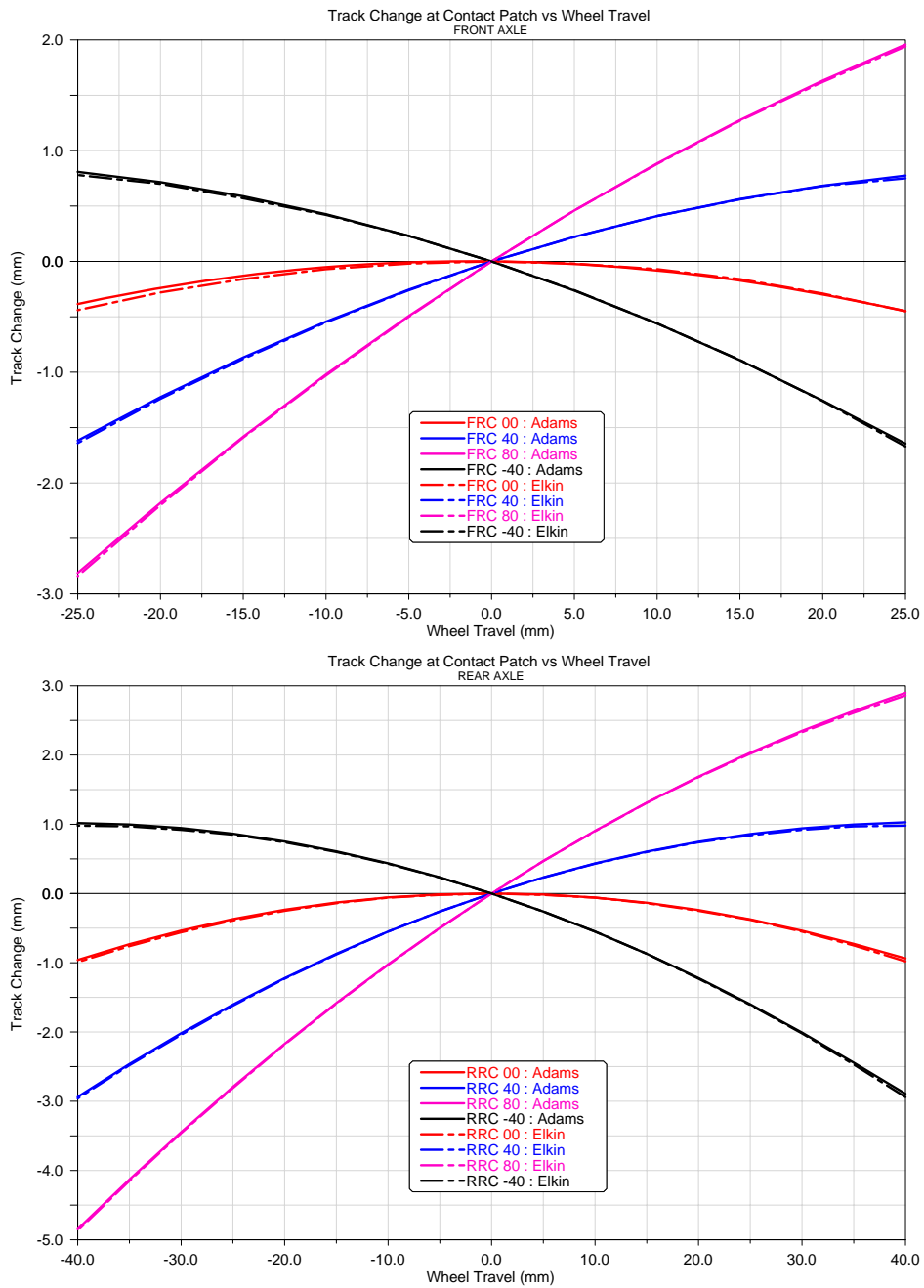


Figura 5.7: La variazione di carreggiata in scuotimento riflette i vincoli imposti sull'altezza del centro di rollio. Si può apprezzare un'ottima sovrapposizione delle curve calcolate con quelle teoriche, con errori massimi decisamente trascurabili.

Front Roll Centers Heights ( RH = 0 )				
	FRC - 40	FRC 00	FRC 40	FRC 80
<b>Elkin</b>	- 40.704	- 0.084	39.976	79.550
<b>Calculated</b>	- 41.355	- 0.346	39.941	79.844

Rear Roll Centers Heights ( RH = 0 )				
	RRC - 40	RRC 00	RRC 40	RRC 80
<b>Elkin</b>	- 40.477	0.001	40.512	79.431
<b>Calculated</b>	- 40.624	- 0.079	40.522	79.434



## 5.2 Analisi in regime stazionario

L'analisi in regime stazionario viene condotta in due fasi separate; per uno studio corretto dell'effetto di sollevamento della cassa è necessario valutare le prestazioni delle diverse vetture a parità di angolo di rollio. Per rendere questo possibile occorre modificare la rigidità delle barre di torsione in modo da garantire l'uguaglianza delle rigidità equivalenti, variate a seguito delle modifiche fatte sui centri di rollio. In questo modo si garantisce anche l'uguaglianza dei trasferimenti di carico sulle quattro ruote durante la percorrenza in curva, legati alla distribuzione della rigidità a rollio fra l'assale anteriore e quello posteriore.

L'analisi delle vetture prima del processo di *tuning* delle rigidità evidenzia sensibili differenze nei valori di rollio della cassa (Fig. 5.8), prevedibile in quanto è stata variata la rigidità equivalente della vettura, dei trasferimenti di carico (Fig. 5.9), a causa di leggere differenze nei valori della rigidità a terra delle sospensioni imputabili a disuguaglianze nei rapporti cinematici delle sospensioni presenti nei modelli, e nella curva di sottosterzo (Fig. 5.10), la quale mostra chiaramente gli effetti del rollio e del trasferimento di carico oltre che del rapporto di sterzo nella zona lineare ed in quella non lineare. Nel caso delle vetture con diversa altezza del centro di rollio anteriore/posteriore le differenze si riscontrano negli stessi parametri, ma sono meno marcate nel caso dell'angolo di rollio e più evidenti nel caso dei trasferimenti di carico (Fig. 5.11, 5.12). Questa inversione di tendenza è dovuta al fatto che in questo caso la rigidità a rollio totale delle vetture è rimasta pressoché invariata, mentre la ripartizione delle rigidità fra assale anteriore e posteriore è sensibilmente alterata dalle diverse posizioni verticali dei centri di rollio.

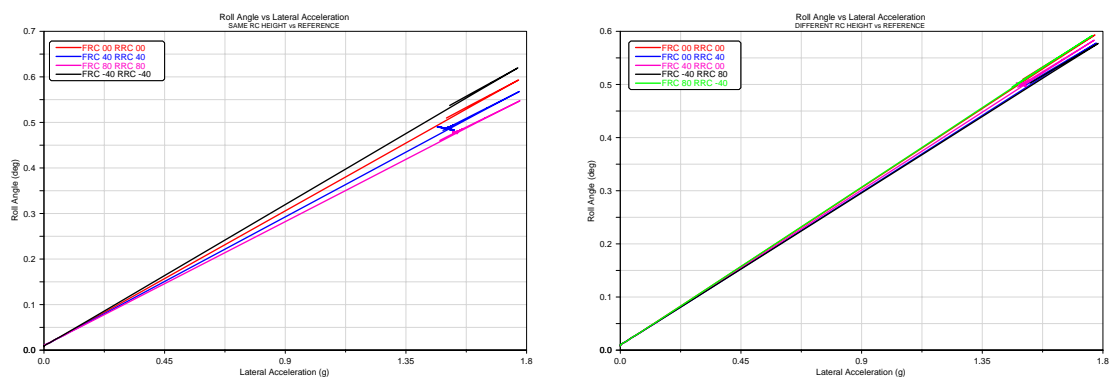


Figura 5.8: Prima del processo di *tuning*, tutte le vetture presentano sensibili differenze nel rollio della cassa. Nel caso dei modelli con uguale altezza del centro di rollio anteriore/posteriore, ciò è in gran parte imputabile alla variazione indotta delle rigidità a rollio. Nei modelli con differenti quote verticali all'anteriore ed al posteriore, tali differenze sono meno marcate, e possono essere imputate ai diversi valori delle rigidità a terra e dei rapporti cinematici delle sospensioni presenti nei modelli.

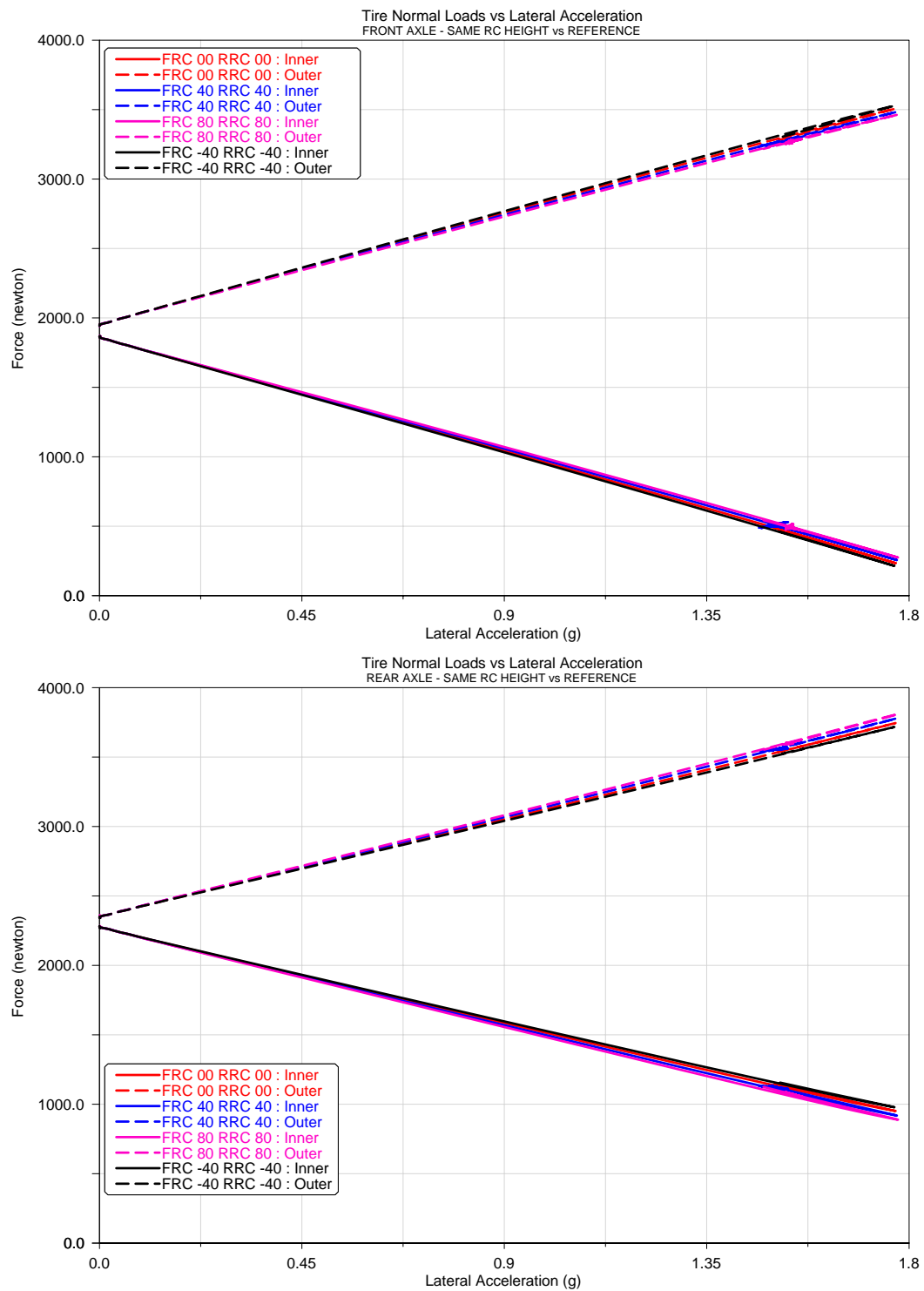
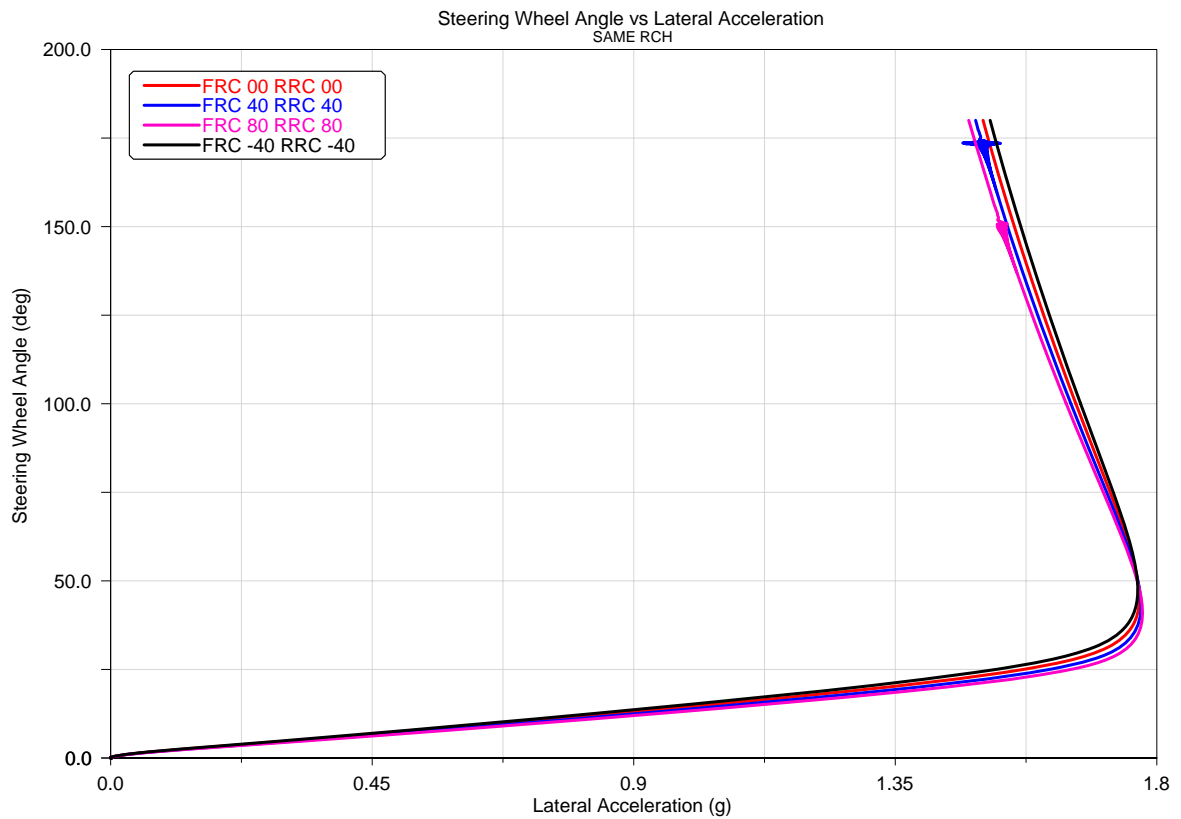


Figura 5.9: I trasferimenti di carico sulle quattro ruote mostrano delle differenze nei modelli di vettura con uguale altezza del centro di rollio anteriore e posteriore. Ciò è imputabile principalmente ai diversi valori dei rapporti di sospensione che caratterizzano le vetture.



LINEAR RANGE				
	FRC -40 / RRC -40	FRC 00 / RRC 00	FRC 40 / RRC 40	FRC 80 / RRC 80
<b><math>\tau</math></b> <i>(Steering ratio)</i>	11.976	11.454	10.940	10.526
<b>Roll Gradient</b> <i>(Toe Change)</i>	0.355°/g	0.3404°/g	0.3244°/g	0.3137°/g
AY LIMIT				
	FRC -40 / RRC -40	FRC 00 / RRC 00	FRC 40 / RRC 40	FRC 80 / RRC 80
<b>F/R Ratio</b> <i>(Load Transfer)</i>	54.6 %	53.8 %	52.9 %	52.1 %
<b>Roll Gradient</b> <i>(Camber Change)</i>	0.355°/g	0.3404°/g	0.3244°/g	0.3137°/g
Lower US gradient / Ay Limit			Higher US gradient / Ay Limit	

Figura 5.10: Le curve di sottosterzo risentono delle diverse caratteristiche dei modelli. In particolare, si osservano rilevanti differenze sia nella zona lineare che in quella non lineare. Nella tabella sono riassunti i parametri che influiscono maggiormente sulla curva di sottosterzo in questi due regimi. I modelli con maggiore rapporto di sterzo e variazione di convergenza in rollio sono quelli caratterizzati da un più alto gradiente di sottosterzo, mentre quelli con un trasferimento di carico maggiormente sbilanciato verso l'asse posteriore mostrano una maggiore instabilità in campo non lineare ed un maggiore limite di tenuta laterale.

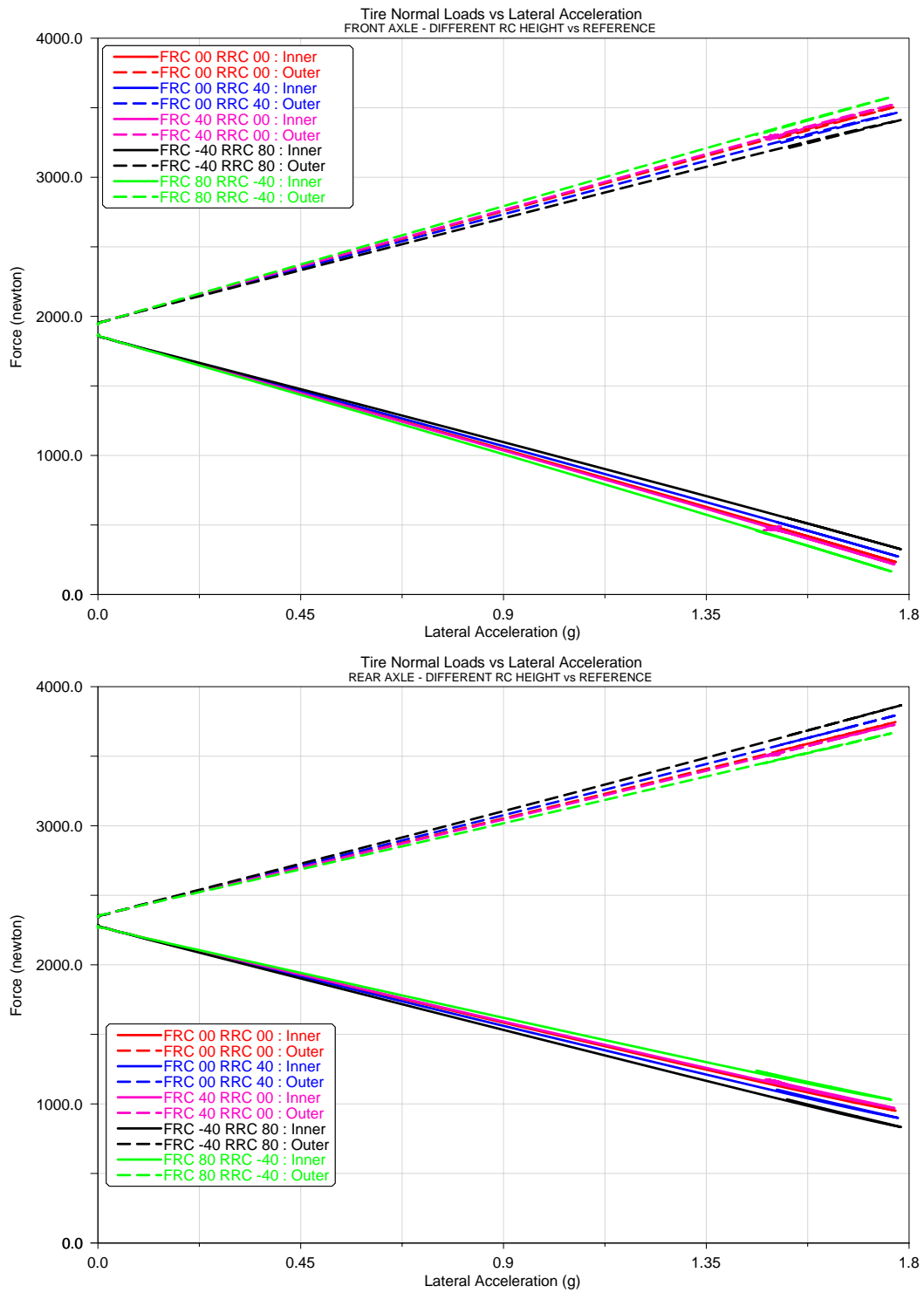


Figura 5.11: Anche in questo caso i trasferimenti di carico presentano delle differenze, più marcate rispetto al caso precedente. La diversa altezza del centro di rollio fra assale anteriore e posteriore, influisce direttamente sulla ripartizione front/rear delle rigidezze e di conseguenza sul trasferimento di carico.

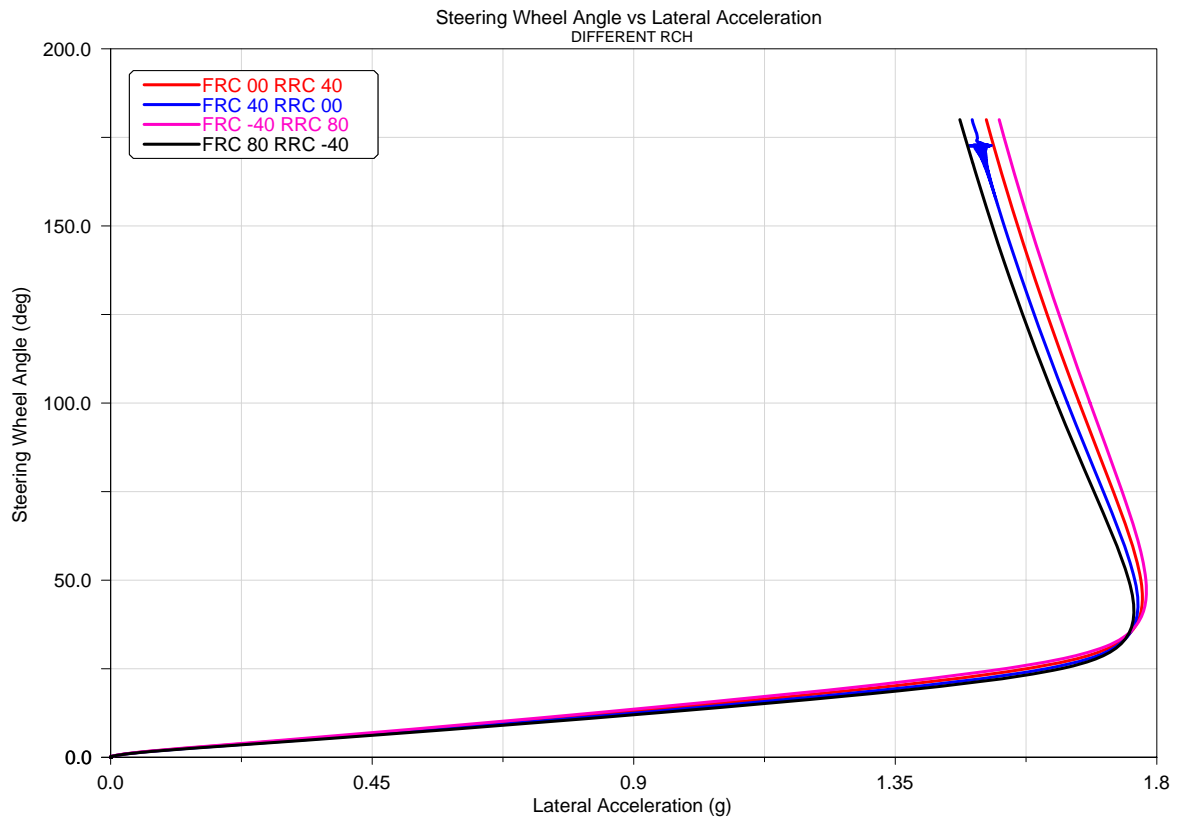


Figura 5.12: Anche in questo caso le curve di sottosterzo mostrano evidenti differenze. (Vedi Fig. 5.10)

Successivamente all'operazione di tuning le vetture mostrano lo stesso comportamento a rollio (Fig. 5.13), lo stesso trasferimento di carico (Figg. 5.14, 5.15) e la stessa caratteristica di sottosterzo, a meno del rapporto di sterzo (Figg. 5.16, 5.17).

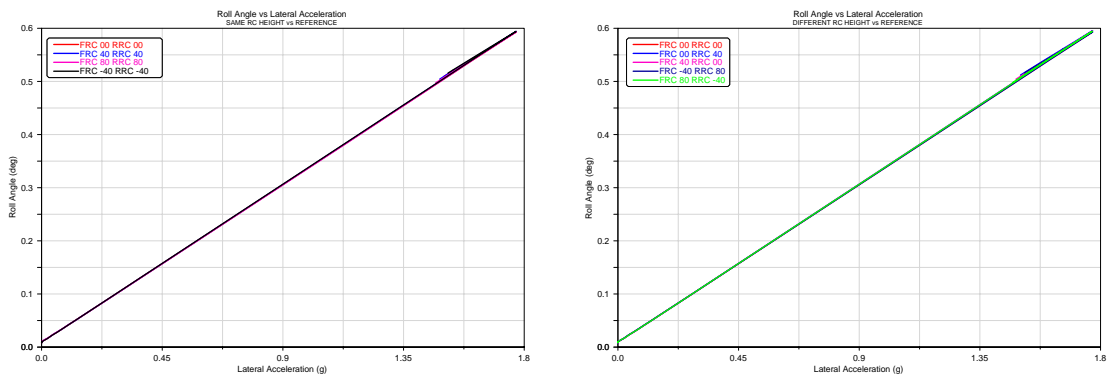


Figura 5.13: Dopo il processo di tuning delle rigidità delle barre di torsione, l'angolo di rollio della cassa si mostra uguale per tutte le configurazioni.

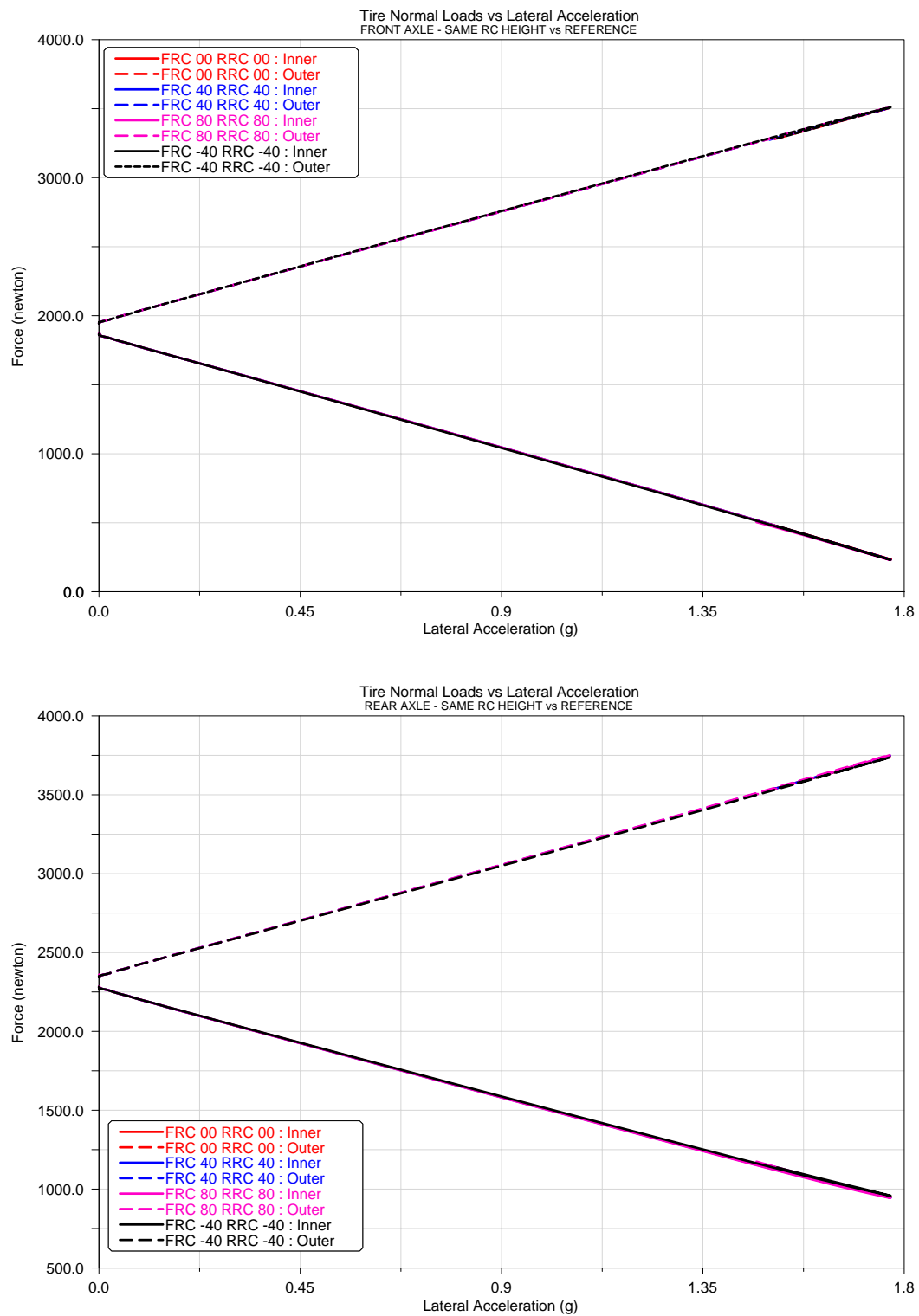


Figura 5.14: Dopo il processo di tuning delle rigidzze delle barre di torsione, i carichi verticali sulle quattro ruote sono pressoché identici.

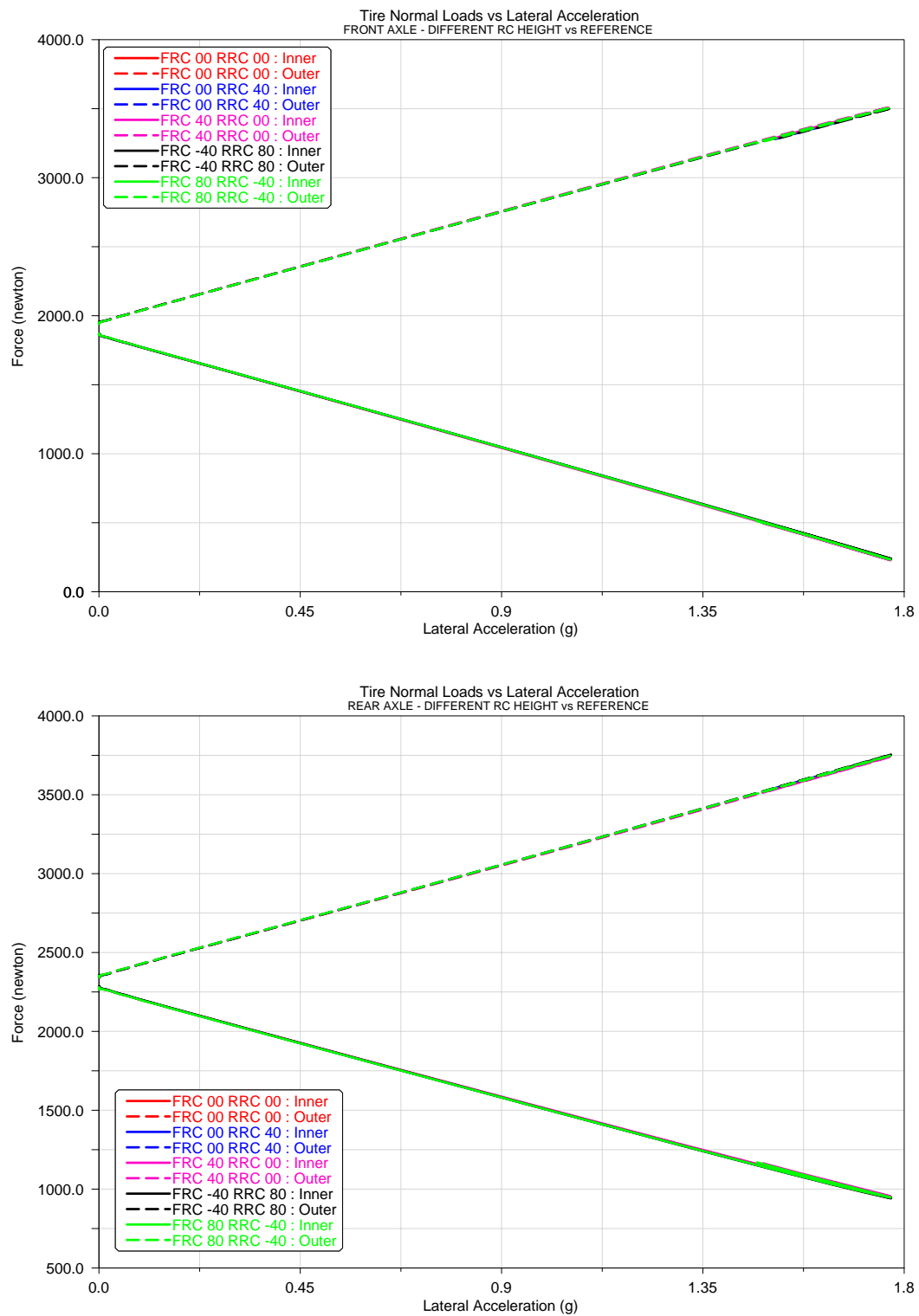


Figura 5.15: Dopo il processo di tuning delle rigidità delle barre di torsione, i carichi verticali sulle quattro ruote sono pressoché identici.

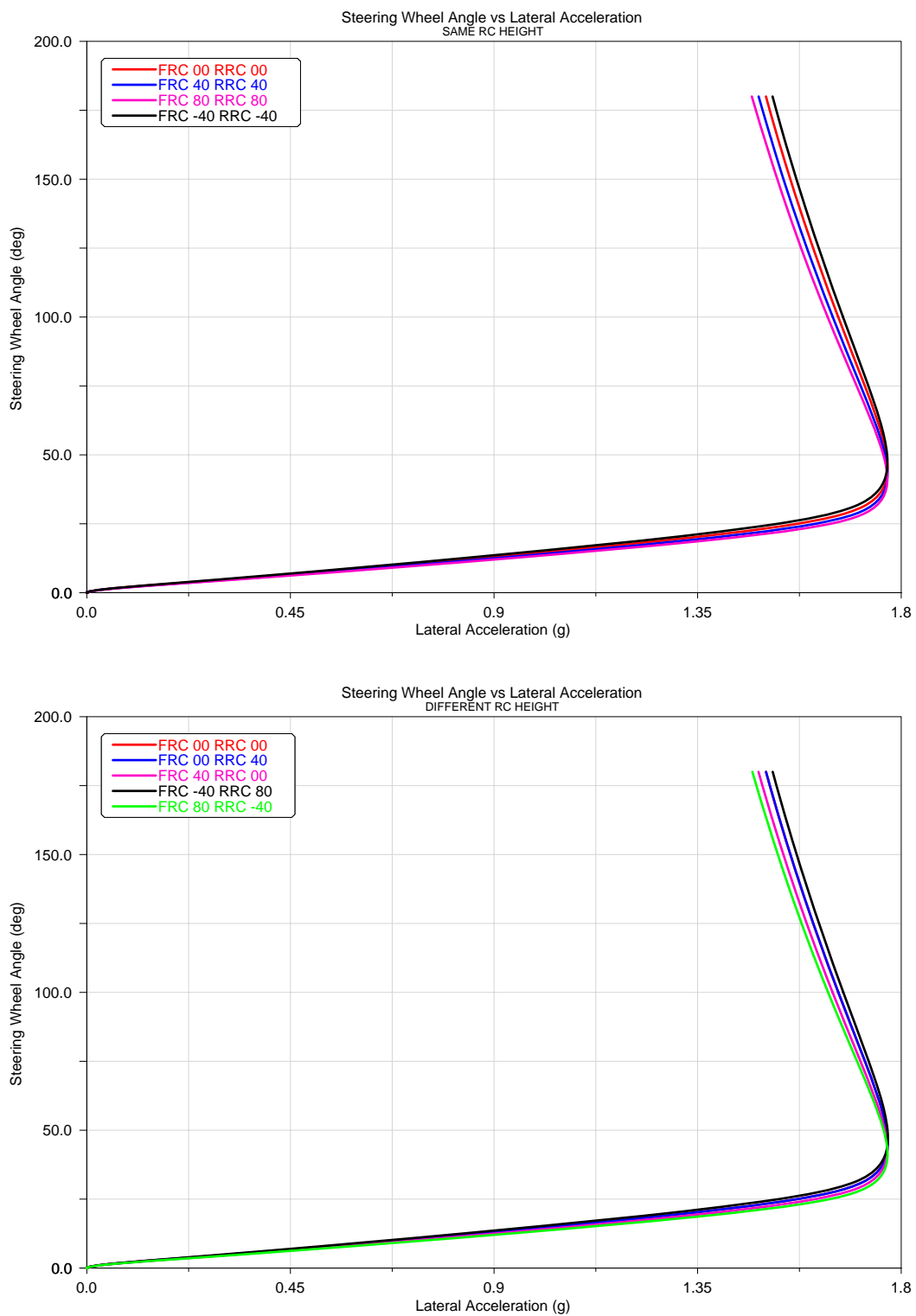


Figura 5.16: Dopo il processo di tuning le curve di sottosterzo mostrano ancora delle differenze in campo lineare, peraltro totalmente imputabili ai diversi valori del rapporto di sterzo.



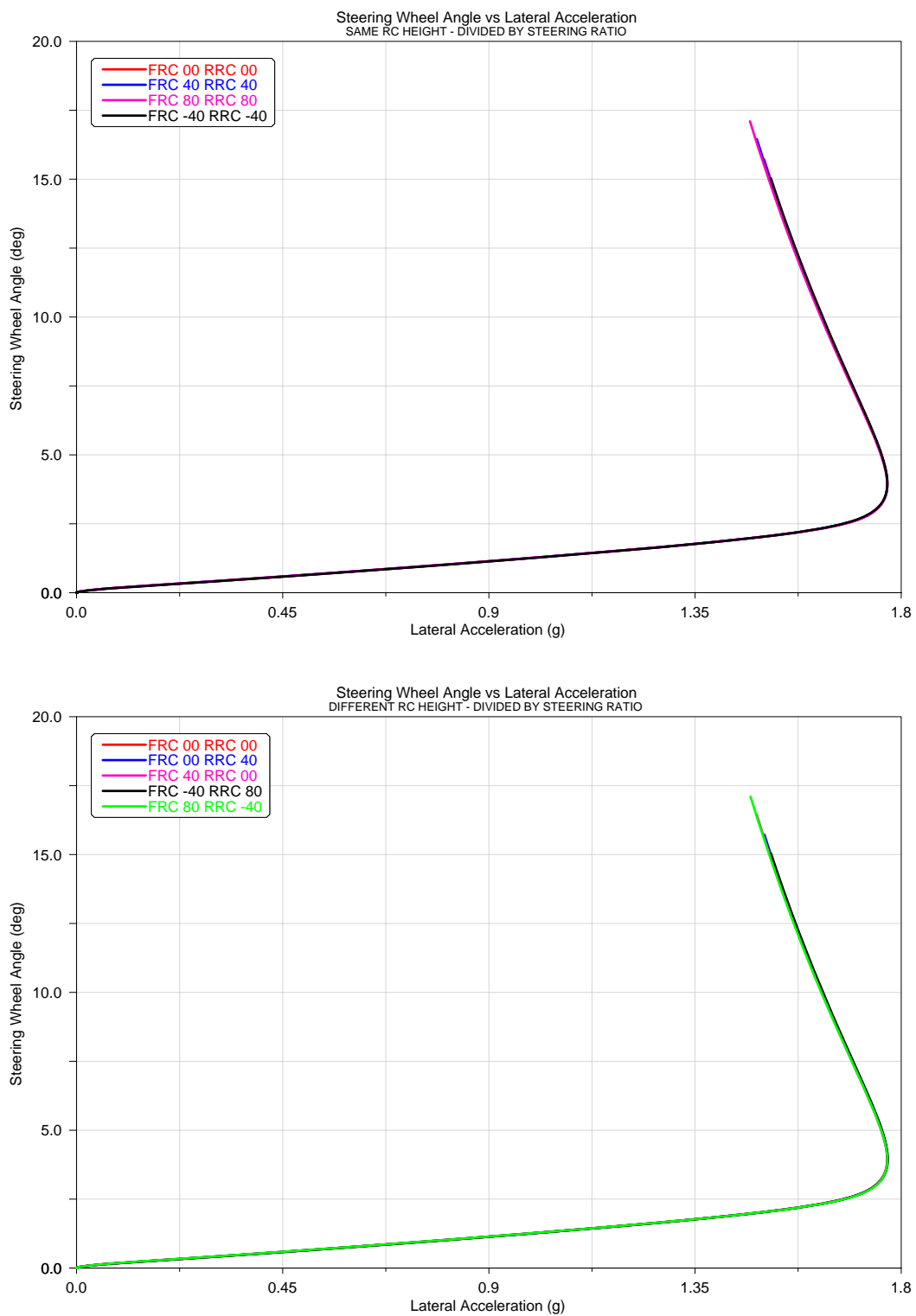


Figura 5.17: Eliminando il rapporto di sterzo  $\tau$  dalle caratteristiche  $\delta(a_y)$  si ottiene una perfetta sovrapposizione delle curve per tutti modelli.

Reference ARB Stiffnesses (N*mm/deg)		Reference F/R ARB Ratio
F	13000	1.45
R	9000	

After Tuning - ARB Stiffnesses ( N*mm/deg)			$\Delta\kappa$ (%)	F/R ARB Ratio
FRC40 / RRC40	F	11500	-11.5	2.05 (+41.38%)
	R	5598	-37.8	
FRC80 / RRC80	F	10500	-19.2	3.81 (+162.76%)
	R	2750	-69.4	
FRC-40 / RRC-40	F	14600	12.3	1.22 (-15.86%)
	R	11935	32.6	
FRC-40 / RRC80	F	14400	10.8	5.05 (+248.28%)
	R	2850	-68.3	
FRC80 / RRC-40	F	10300	-20.8	0.83 (-42.76%)
	R	12360	37.3	
FRC00 / RRC40	F	12700	-2.3	2.27 (+56.55%)
	R	5590	-37.9	
FRC40 / RRC00	F	11600	-10.8	1.32 (-8.97%)
	R	8750	-2.8	

Tabella 5.2: Schema delle rigidezze di barra antirollio dopo il processo di tuning. La tabella in alto mostra i valori di rigidezza delle barre di torsione ed il rapporto F/R relativi al modello di riferimento con altezze dei centri di rollio nulle rispetto al suolo. Nella seconda tabella sono invece riassunte le rigidezze di barra (Anteriore e Posteriore), la variazione percentuale di rigidezza rispetto al modello di riferimento ed il nuovo rapporto F/R dopo il processo di tuning delle vetture.

La valutazione dell'effetto di sollevamento della cassa è stata condotta attraverso prove di *slow ramp steer* ad una velocità di circa  $200\text{Km/h}$ , in assenza di azioni aerodinamiche. Analizzando i dati relativi agli scuotimenti delle sospensioni (Figg. 5.18, 5.20), appare evidente come aumentando l'altezza del centro di rollio, aumenti il rimbalzo della ruota interna e diminuisca il tamponamento di quella esterna: ciò provoca, a parità di rollio, un sollevamento della cassa chiaramente visibile dai dati relativi alla variazione di altezza da terra della vettura anteriore e posteriore (Figg. 5.19, 5.21).

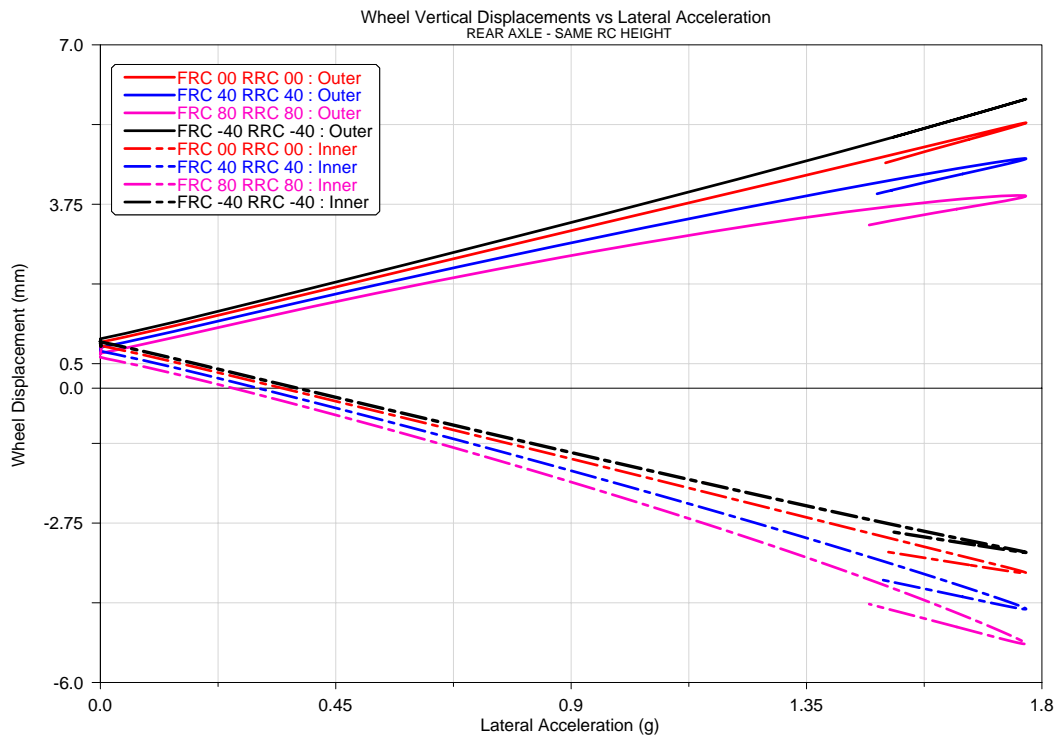
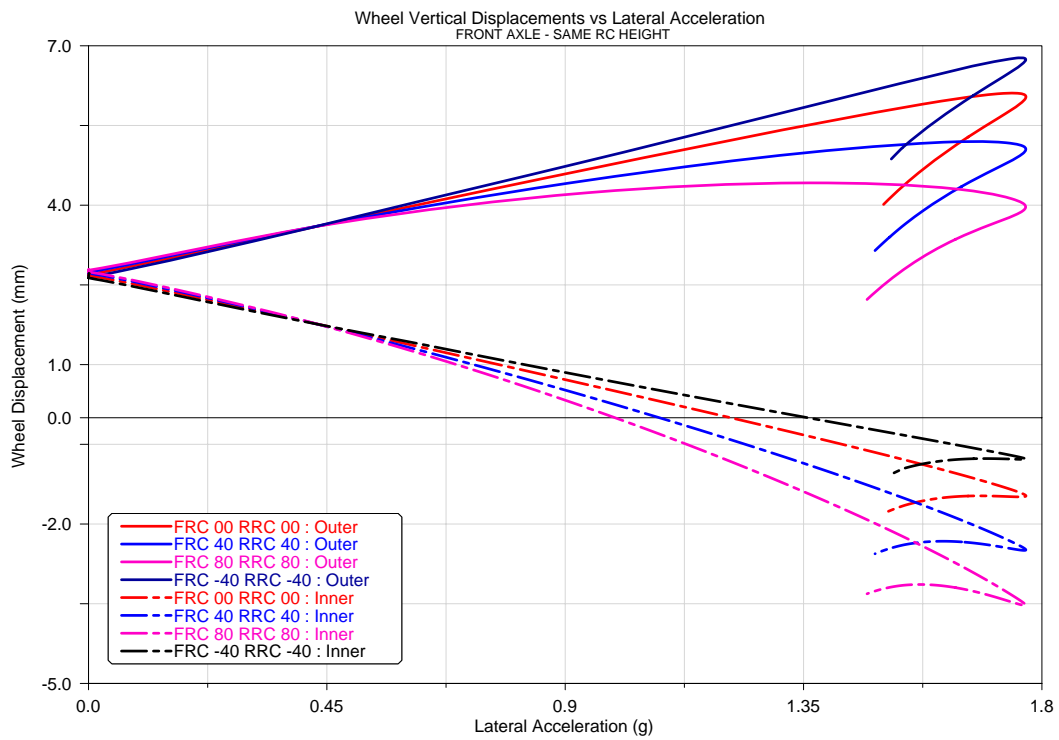


Figura 5.18: Dall'analisi degli scuotimenti delle sospensioni, emerge chiaramente come variando l'altezza del centro di rollio a partire dalla posizione a livello suolo, si passi da una configurazione simmetrica ad una fortemente asimmetrica. Ciò è indice, a parità di angolo di rollio, di un sollevamento della cassa.

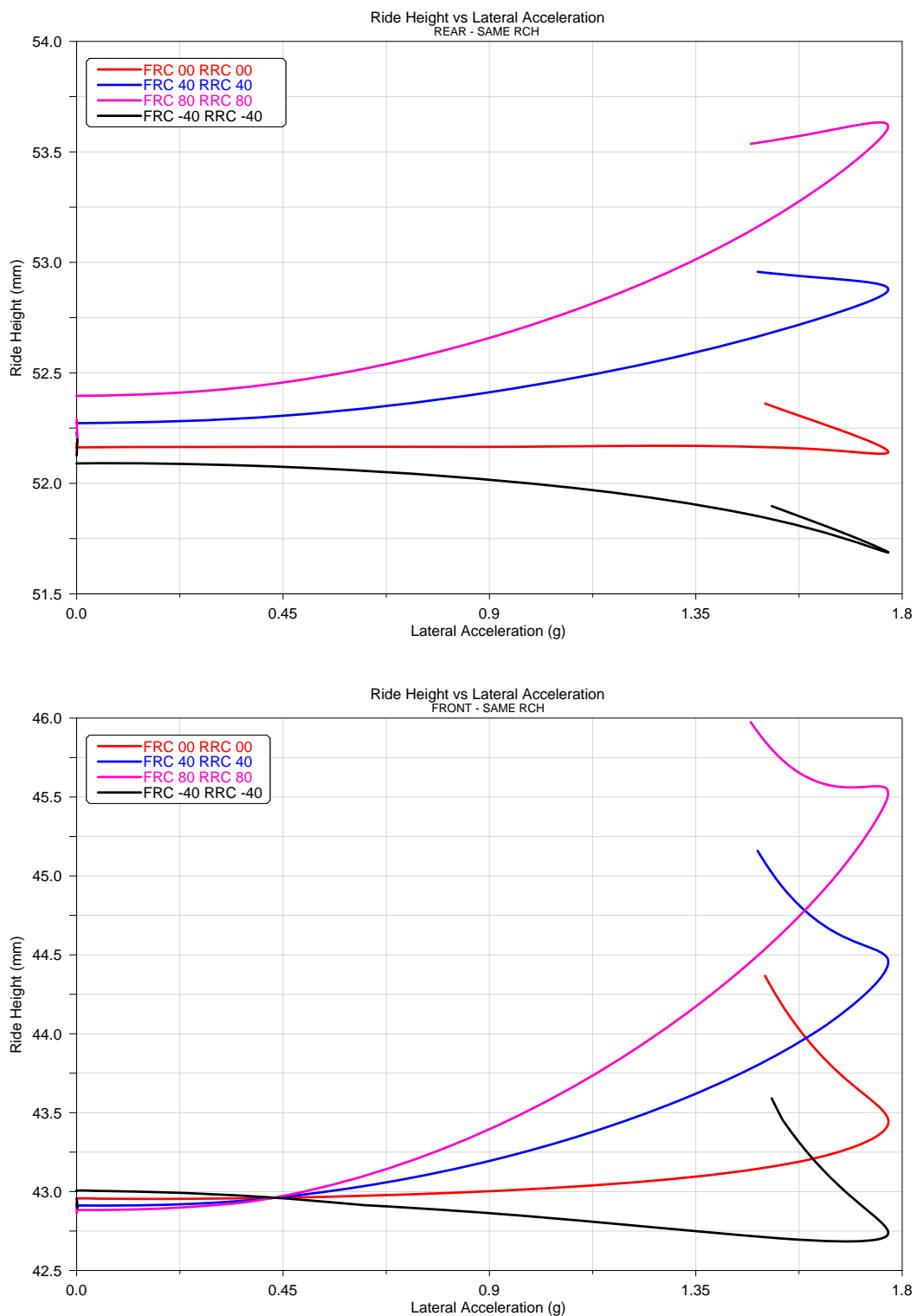


Figura 5.19: Le curve delle ride heights dimostrano quanto emerso dall'analisi precedente: aumentando la quota verticale del centro di rollio, si incrementa il valore dell'altezza da terra della vettura sia all'anteriore che al posteriore.

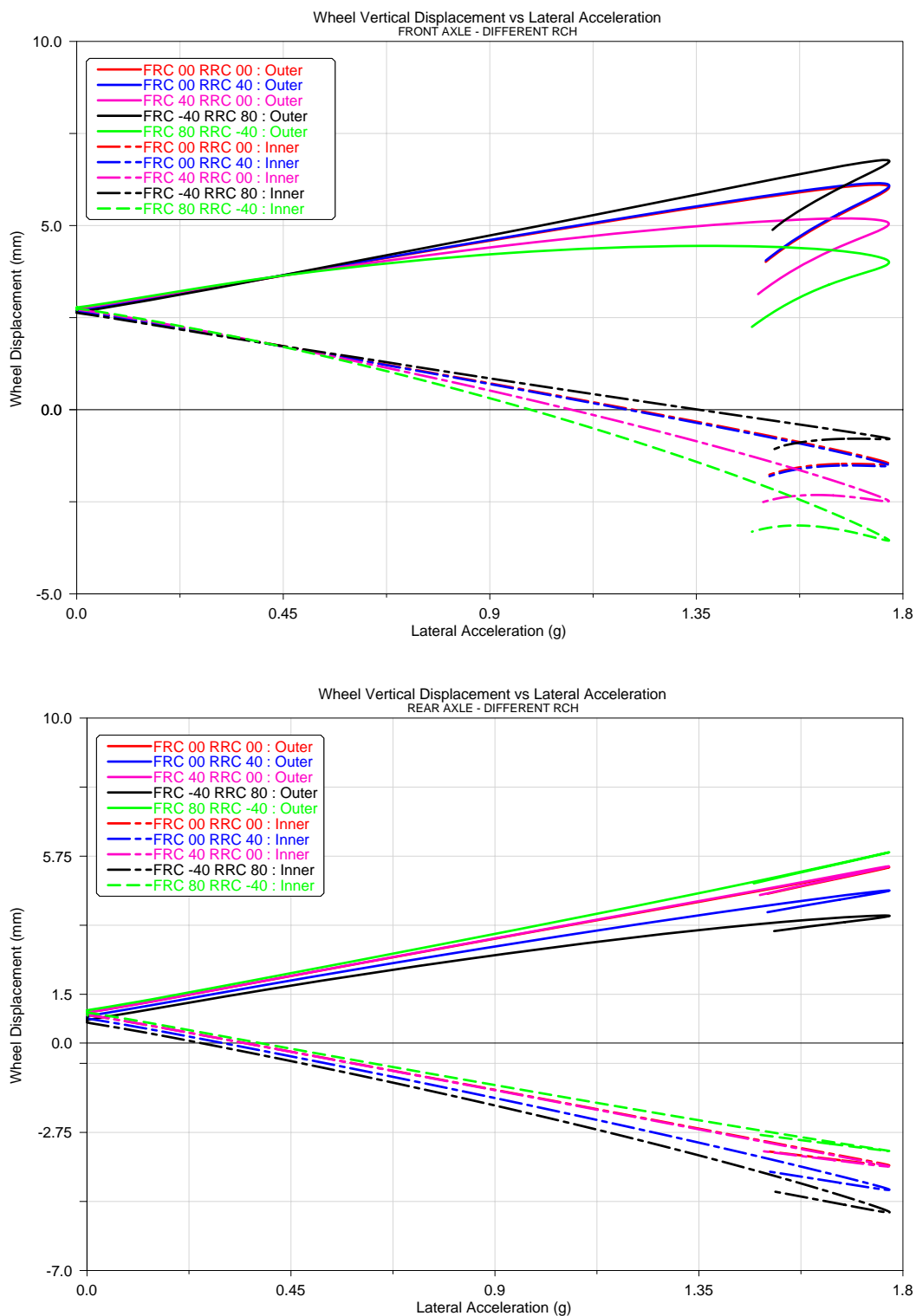


Figura 5.20: Per le vetture con differente altezza del centro di rollio anteriore e posteriore, la tendenza rimane invariata: aumentare l'altezza del centro di rollio all'anteriore od al posteriore porta ad un innalzamento dell'altezza da terra sullo stesso asse.

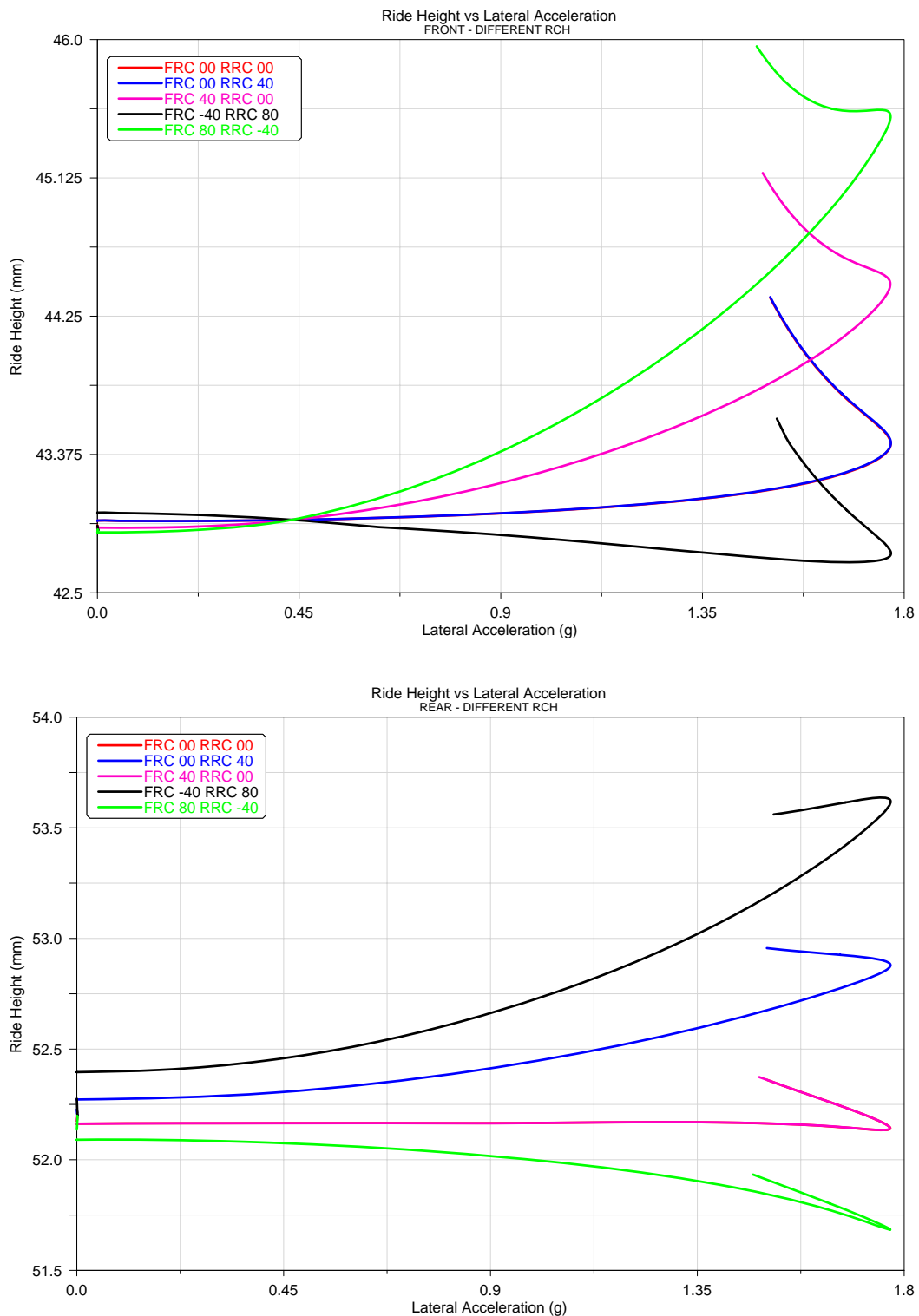


Figura 5.21: Anche in questo caso si ha una variazione asimmetrica degli scuotimenti delle ruote al variare dell'altezza del centro di rollio.

Un'altra importante considerazione riguarda il disaccoppiamento degli effetti fra la variazione del centro di rollio anteriore e quello posteriore: difatti, la variazione di uno solo dei centri di rollio non influenza l'altezza da terra dell'assale rimasto invariato (Figg. 5.22, 5.23).

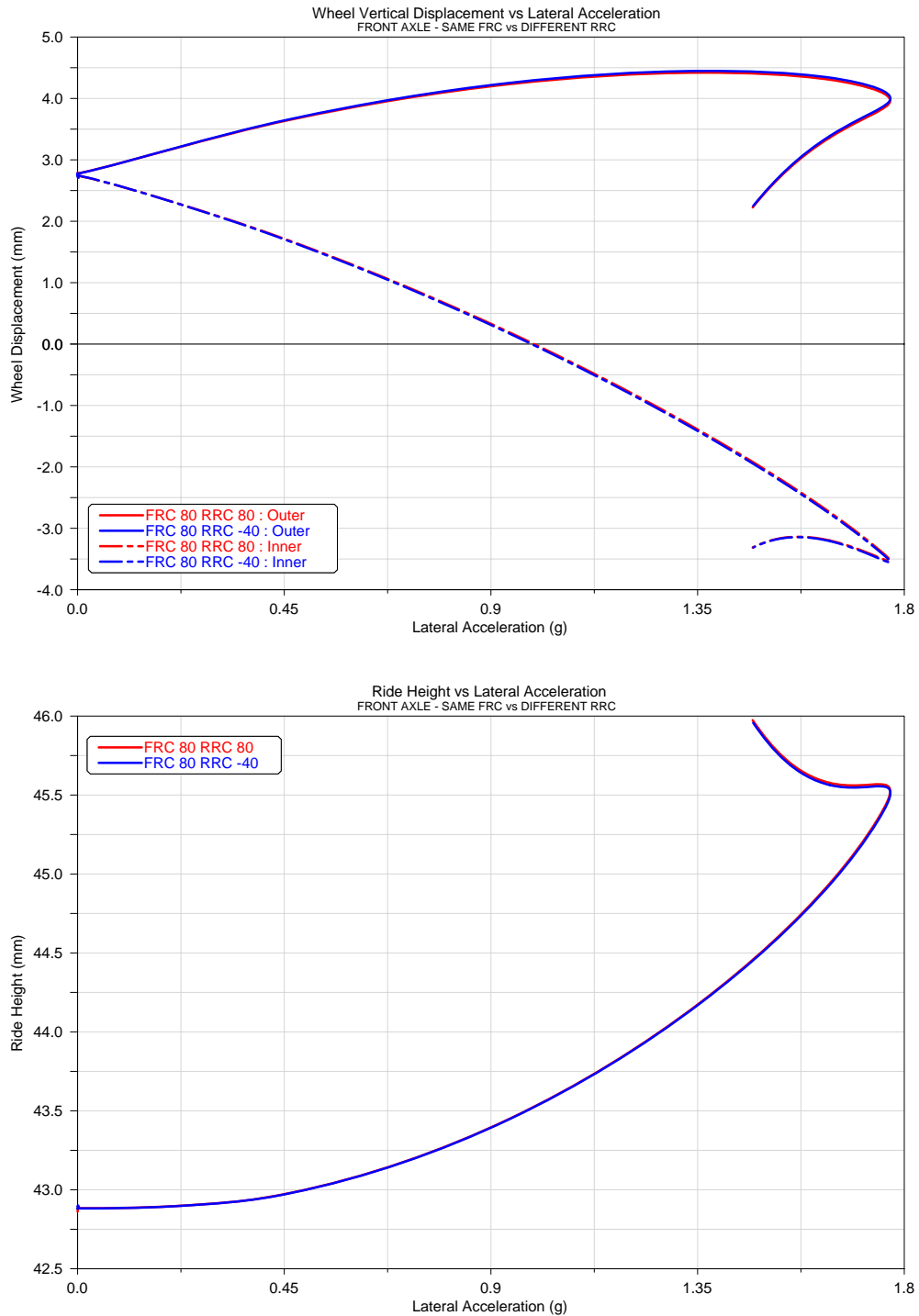


Figura 5.22: Mantenendo costante l'altezza del centro di rollio all'anteriore e variando quella al posteriore si nota l'assenza di qualunque ricaduta sugli scuotimenti e sulle altezze da terra dell'assale anteriore. Ciò a dimostrazione del disaccoppiamento degli effetti dei centri di rollio.

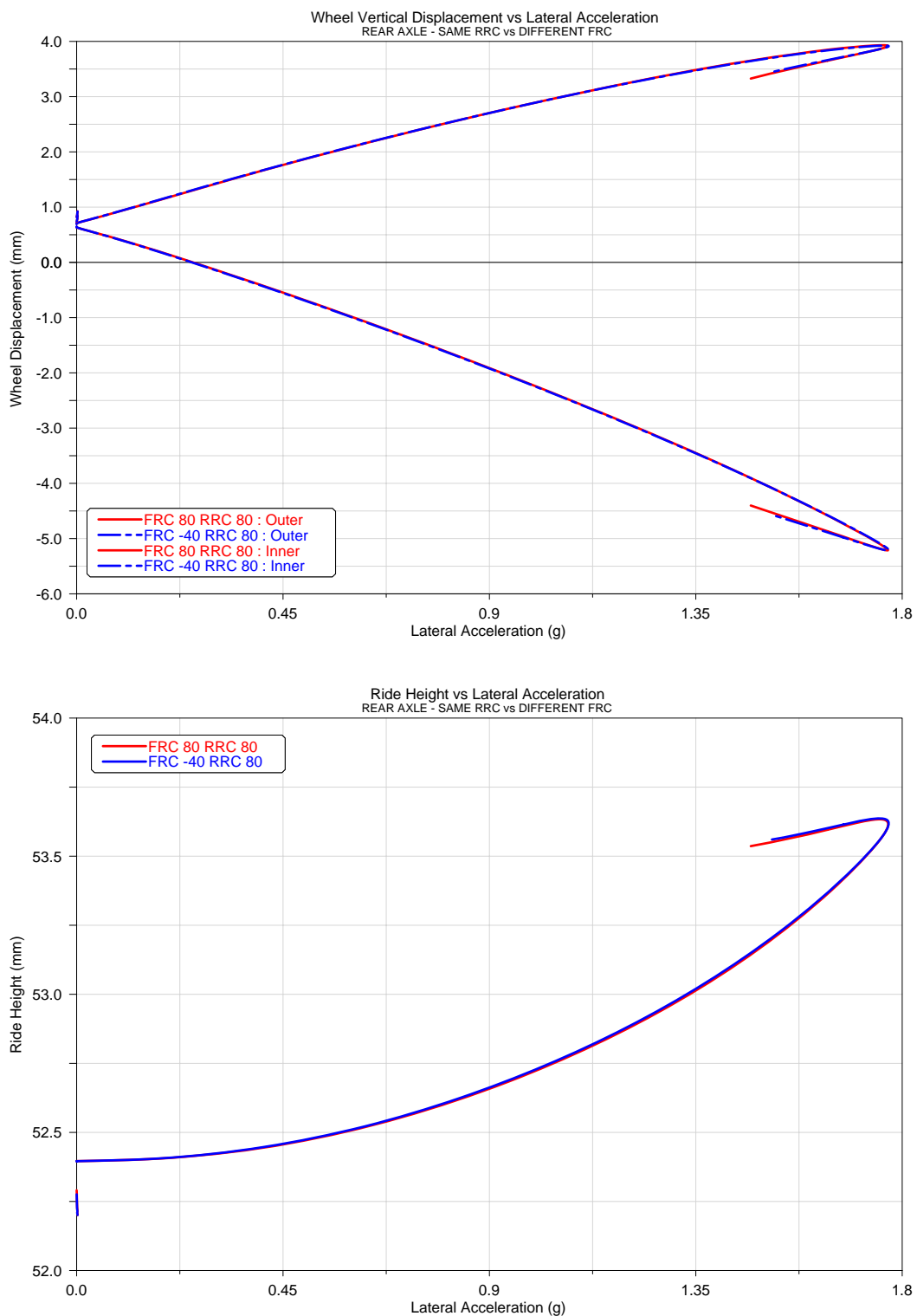


Figura 5.23: Mantenendo costante l'altezza del centro di rollio al posteriore e variando quella all'anteriore si nota l'assenza di qualunque ricaduta sugli scuotimenti della sospensione posteriore. Ciò a dimostrazione del disaccoppiamento degli effetti dei centri di rollio.



## 5.3 Considerazioni finali

In conclusione, dai dati analizzati risulta che:

- Variando la posizione verticale del centro di rollio, gli scuotimenti delle ruote diventano fortemente asimmetrici
- All'anteriore od al posteriore, incrementare la quote verticale del centro di rollio significa incrementare anche l'altezza da terra in curva, con forti ripercussioni dal punto di vista aerodinamico.
- Non c'è alcun effetto di accoppiamento tra la variazione del centro di rollio anteriore e quello posteriore.

# Conclusioni

L'oggetto del presente lavoro di Ricerca è quello di sia oggi possibile studiare il comportamento dinamico dei veicoli mediante l'utilizzo di moderni strumenti di progettazione assistita quali sono gli ambienti di simulazione dinamica *multibody*. A tale scopo, nella prima parte del lavoro, è stato appositamente sviluppato il modello multicorpo di un semplice veicolo da competizione di tipo go-kart: ciò ha permesso non solo di esaminare a fondo le problematiche legate all'utilizzo di tali strumenti, ma anche permesso di valutare il livello di integrazione raggiungibile in tali ambienti con i tradizionali *tool* di progettazione assistita. Difatti la fondamentale importanza che il telaio riveste ai fini dinamici in questa categoria di veicoli, ha reso necessario l'integrazione delle metodologie FEM e multibody, per la corretta descrizione del comportamento dinamico del veicolo. Ciò ha consentito, in definitiva, la realizzazione di un modello in grado di riprodurre in ambiente virtuale le prestazioni della vettura, confermando le ipotesi già osservate sperimentalmente e rintracciabili in letteratura: l'aumento della rigidità del telaio porta alla crescita degli scorrimenti longitudinali delle ruote motrici, con una componente addizionale al momento di imbardata che causa l'aumento dell'accelerazione laterale sostenuta dal veicolo e dell'angolo di imbardata. Tuttavia, ulteriori analisi ed approfondimenti saranno possibili solo con una rifinitura del modello che comprenda un sottosistema *driveline* in grado di controllare la velocità del veicolo in funzione dei test da effettuare. In questo caso, potranno essere svolte analisi mirate non solo alla migliore comprensione del comportamento dinamico del go-kart, ma anche ad una più corretta progettazione dei componenti fondamentali per l'ottenimento delle migliori *performance*.

La seconda parte del lavoro ha riguardato l'elaborazione e la successiva applicazione di un processo di analisi volto alla comprensione di come la variazione di alcuni parametri caratteristici del set-up di un veicolo da competizione, influenzi il comportamento dinamico della vettura. In collaborazione con il reparto corse della Porsche AG di Stoccarda, sulla base del modello multicorpo della RS Spyder in versione 2006, è stata investigato il legame causa-effetto in relazione a tre parametri fondamentali: la percentuale di Ackermann, l'angolo di caster e la posizione verticale del centro di rollio. In tutti e tre i casi la metodologia proposta ha dato spunti interessanti per comprendere la causa dell'insorgenza di determinati fenomeni ancora non

del tutto chiari in letteratura e che spesso vengono trascurati nella messa a punto della vettura. In primo luogo si è osservato come all'aumentare della percentuale di Ackermann aumenti il sottosterzo della vettura in regime lineare ed il limite di tenuta laterale: ciò è dovuto essenzialmente al comportamento non lineare dei pneumatici in funzione del carico verticale applicato e dell'angolo di deriva. In aggiunta si apprezza anche un moderato aumento della coppia resistente al volante, legata alle diverse leggi di variazione del braccio a terra longitudinale al variare dell'angolo volante per le vetture analizzate.

L'analisi dell'angolo di incidenza longitudinale ha messo in luce come un aumento del caster, unito in questo caso ad un aumento del semi passo anteriore, porti ad una chiara crescita della coppia resistente al volante. In termini globali, la vettura si dimostra lievemente meno sottosterzante con un visibile incremento del limite di tenuta. Quest comportamento può essere attribuito al trasferimento di carico incrociato che si verifica passando ad alti valori dell'angolo di incidenza, proprio come nel caso dei veicoli go-kart. In aggiunta, un maggior angolo di rollio unito a più evidenti variazioni di camber in scuotimento delle ruote anteriori, contribuisce ad aumentare l'accelerazione laterale limite del veicolo. Infine, si è messo in evidenza come l'innalzamento della quota verticale dei centri di rollio porti, a parità di angolo di rollio, all'enfatizzazione dell'effetto di sollevamento della cassa in curva, anche noto come *jacking* della sospensione. Ciò è molto importante per le vetture da competizione, per le quali anche lievi variazioni dell'altezza da terra possano comportare un drastico abbassamento dell'efficienza dei profili aerodinamici. E' importante notare poi, come non vi sia alcun effetto di accoppiamento fra la variazione del centro di rollio all'asse anteriore e quella al posteriore.

# Bibliografia

- [1] Sergio Rinaldi. *Teoria dei sistemi*. CLUP, 1977.
- [2] Giancarlo Genta. *Meccanica dell'autoveicolo*. Levrotto & Bella, 2000.
- [3] Massimo Guiggiani. *Dinamica del veicolo*. Città Studi Edizioni, 1998.
- [4] William F. Milliken and Douglas L. Milliken. *Race car vehicle dynamics*. SAE, 1995.
- [5] Jörnßen Reimpell, Helmut Stoll, and Jürgen W. Betzler. *The automotive chassis: engineering principles*. Butterworth-Heinemann, 1996.
- [6] Hans B. Pacejka. *Tyre and vehicle dynamics*. SAE, 2002.
- [7] Hans B. Pacejka. *Tyre models for vehicle dynamics analysis*. Number 21. 1992.
- [8] Hans B. Pacejka. The tyre as a vehicle component. Praga, 1996. FISITA B0601.
- [9] G. Mastinu and R. Cesarini. Sulla definizione delle rigidità di rollio dell'autoveicolo. *ATA - Ingegneria Automotoristica*, 1991.
- [10] Thomas D. Gillespie. *Fundamentals of vehicle dynamics*. SAE, 1992.
- [11] ISO 7401. *Road vehicles - Lateral transient response test methods - Open loop test methods*, 2003.
- [12] ISO 4138. *Passenger cars - Steady-state circular driving behaviour - Open-loop test methods*, 2004.
- [13] ISO 3888-1. *Passenger cars - Test track for a severe lane-change manoeuvre - Part 1: Double lane-change*, 1999.
- [14] ISO 3888-2. *Passenger cars - Test track for a severe lane-change manoeuvre - Part 2: Obstacle avoidance*, 2002.
- [15] ISO 9816. *Passenger cars - Power-off reactions of a vehicle in a turn - Open-loop test method*, 1993.

- [16] E. Brusa, P. Krief, and R. Santoro. Integrazione di modelli semplificati per la simulazione numerica del comportamento dinamico del veicolo di supporto alla progettazione ed alla sperimentazione su strada. *Atti del XXX Convegno Nazionale AIAS*, 2001.
- [17] *Proceedings of SAE2000 World Congress, Vehicle Dynamics and Simulation 2000*, March 2000. SAE.
- [18] J. E. Bernard and C. L. Clower. Tire modeling for low-speed and high-speed calculations. *SAE paper 950311*, 1995.
- [19] E. Kasprzak and D. L. Milliken. Mra vehicle dynamics simulation - matlab/ simulink. *SAE paper 2000-01-1624*, 2000.
- [20] Ettore Pennestrì. *Dinamica tecnica e computazionale: sistemi multibody*. CEA, 2002.
- [21] Ettore Pennestrì et al. *Cinematica e dinamica dei sistemi multibody*. CEA, 2005.
- [22] Ahmed A. Shabana. *Dynamics of multibody systems*. Cambridge University Press, 1998.
- [23] Mike Blundell and Damian Harty. *The multibody systems approach to vehicle dynamics*. SAE, 2004.
- [24] Robert Ryan. Functional virtual prototyping: realization of the digital car. *Mechanical Dynamics Inc.*, 2001.
- [25] Marco Natoli. *Il manuale del Kart*. Archimede Editore, 1999.
- [26] F. L. Facchinelli. *Kart: messa a punto teorica e pratica*. Motor Books Tech, 2000.
- [27] T. Amato, F. Frenzo, and M. Guiggiani. Handling behavior of racing karts. *SAE 2001-01-2179*, 2002.
- [28] T. Amato, F. Frenzo, and M. Guiggiani. Analisi del comportamento dinamico di kart da competizione. *Atti del XXXII Convegno Nazionale AIAS*, 2003.
- [29] Marco Giglio, Andrea Pecchio, and Pietro Ravasi. L'utilizzo del fem per l'ottimizzazione di un telaio di go-kart. *ATA*, Vol.53(5/6), 2000.
- [30] L. Solazzi and S. Matteazzi. Analisi e sviluppi strutturali di un telaio per kart da competizione. *Atti del XXXI Convegno Nazionale AIAS*, 2002.
- [31] R. Baudille, M. E. Biancolini, C. Brutti, and L. Reccia. Analisi integrata multi-body fem del comportamento dinamico di un kart. *Atti del XXX Convegno Nazionale AIAS*, 2001.

- [32] Marco Evangelos Biancolini, Baudille Riccardo, and Luigi Reccia. Integrated multi-body/fem analysis of vehicle dynamic behavior. *Fisita Congress*, 2002.
- [33] C. Ponzio and F. Renzi. Parametric multi-body analysis of kart dynamics. *Fisita Congress*, 2004.
- [34] E. Guglielmino, I. D. Guglielmino, and G. Mirone. Caratterizzazione numerica e sperimentale di un go-kart da competizione. *Atti del XXIX Convegno Nazionale AIAS*, 2000.
- [35] E. Guglielmino, I. D. Guglielmino, G. Mirone, and A. Risitano. Multi-body analysis and frame stiffness effect on the behavior of a go-kart in steering pad tests. *Journal of Automotive Design and Manufacturing*, 2001.
- [36] G. Mirone. Multi-body modelisation of a go-kart with flexible elements frame: simulation of the dynamic behavior and experimental validation. *SAE 2003-01-2764*.
- [37] John A. Bosch. *Coordinates Measuring Machines*. Giddins & Lewis, 1995.
- [38] M. Muzzupappa, G. Matrangelo, and G. Vena. Reverse engineering of a go-kart tubular frame. *Atti della conferenza Internazionale XVII Ingegref - XV ADM*, 2005.
- [39] M. Muzzupappa, G. Matrangelo, and G. Vena. Methods for the evaluation of the go-kart vehicle dynamic performance by the integration of cad/cae techniques. *Atti della conferenza Internazionale XVIII Ingegref*, 2006.
- [40] M. Muzzupappa, G. Matrangelo, S. Vaccaro, and G. Vena. Experimental and numerical analysis of the go-kart frame torsional behavior. *Atti della conferenza Internazionale XVII Ingegref - XV ADM*, 2005.
- [41] M. Muzzupappa, G. Matrangelo, and G. Vena. Go-kart tubular frame structural analysis: numerical and experimental comparison. *Atti della conferenza Internazionale XVIII Ingegref*, 2006.
- [42] M. Muzzupappa, G. Matrangelo, and G. Vena. Structural numerical analysis of go-kart frames: comparison between  $h$  and  $p$  formulation and between stand alone and cad-embedded fem systems. *Atti della conferenza Internazionale XVIII Ingegref*, 2006.
- [43] M. Muzzupappa, G. Matrangelo, and G. Vena. The integration of deformable bodies in multi body environment aimed at the understanding of the go-kart vehicle dynamic performance. *VPD International Conference*, 2006.

- [44] R. Craig and M. Bampton. Coupling of substructures for dynamic analyses. *AIAA Journal*, Vol.6(7), 1968.
- [45] Philip R. Morse. Using K&C measurements for practical suspension tuning and development. *SAE paper 2004-01-3547*, 2004.
- [46] TNO Automotive. *MF-Tyre user manual - version 5.0*. 1996.