



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DELLA CALABRIA

DOTTORATO DI RICERCA  
IN  
INGEGNERIA DEI MATERIALI E DELLE STRUTTURE  
XIX° CICLO

SETTORE SCIENTIFICO DISCIPLINARE: ICAR/08

# **ANALISI TEORICO-SPERIMENTALE DI PARETI MURARIE CARICATE FUORI DAL PIANO**

Tesi presentata per il conseguimento del titolo di Dottore di Ricerca in  
*Ingegneria dei Materiali e delle Strutture*  
da

**Francesca Anna ZUCCARELLO**

*Coordinatore del Corso di Dottorato*

**Prof. Domenico BRUNO**

*Tutor della Dottoranda*

**Prof. Renato S. OLIVITO**

Università degli Studi della Calabria  
Dipartimento di Strutture  
Novembre 2006



# Indice

<b>Ringraziamenti</b>	<b>V</b>
<b>Sommario/Abstract</b>	<b>VII</b>
<b>Capitolo 1</b>	
<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>Capitolo 2</b>	
<b>Comportamento meccanico della muratura</b>	<b>11</b>
2.1. Introduzione	11
2.2. La muratura di mattoni	13
2.2.1. Comportamento a compressione uniassiale	16
2.2.2. Comportamento a trazione uniassiale	19
2.2.3. Comportamento biassiale	21
2.2.4. Comportamento a taglio	24
2.3. La muratura a secco	28
2.3.1. L'apparecchio dell' <i>opus quadratum</i>	28
2.3.2. Sperimentazioni su murature a secco	31
2.4. Brevi cenni sulle tecniche di modellazione della muratura	37

### Capitolo 3

#### **Meccanismi di collasso fuori dal piano** **41**

3.1.	Introduzione	41
3.2.	Meccanismi di collasso fuori dal piano	44
3.3.	Muratura soggetta a carichi fuori dal piano: <i>Stato dell'arte</i>	52
3.3.1.	Resistenza a flessione uniassiale	55
3.3.2.	Resistenza a flessione biassiale	61
3.3.3.	Azione combinata di carichi di compressione e di flessione	68
3.3.4.	Approcci numerici per lo studio del comportamento della muratura caricata fuori dal piano	70

### Capitolo 4

#### **Analisi numerica di pareti murarie caricate fuori dal piano** **73**

4.1.	Introduzione	73
4.2.	Brevi cenni sulle Tecniche di Omogeneizzazione	77
4.3.	Nozioni di Plasticità ed Analisi Limite	81
4.3.1.	Teoria della Plasticità	82
4.3.2.	Analisi Limite	84
4.4.	Un semplice modello micro-meccanico equilibrato e staticamente ammissibile	88
4.4.1.	Omogeneizzazione nel caso rigido-plastico nel piano e fuori dal piano	89
4.4.2.	Modello micro-meccanico	92
4.4.3.	Analisi limite agli elementi finiti	96
4.4.3.1.	Approccio statico	96
4.4.3.2.	Approccio cinematico	98
4.5.	Analisi limite agli elementi finiti eterogenea per murature caricate fuori dal piano: approccio cinematico	99

### Capitolo 5

#### **Analisi sperimentale di pareti murarie caricate fuori dal piano** **107**

<i>Indice</i>	III
5.1. Introduzione	107
5.2. Materiali adoperati e modelli murari	109
5.2.1. Cenni sulla Teoria dei Modelli	110
5.3. Procedura di prova	115
5.4. Attrezzature sperimentali	117
5.5. Caratterizzazione meccanica dei materiali	120
5.5.1. Prove di compressione uniassiale	120
5.5.2. Determinazione della resistenza iniziale a taglio e dell'angolo di attrito	123
5.6. Risultati sperimentali	127
5.6.1. Serie A	127
5.6.1.1. Serie A – sottoserie N 13	128
5.6.1.2. Serie A – sottoserie N 10	131
5.6.1.3. Serie A – sottoserie N 7	133
5.6.1.4. Serie A: cinematismo di collasso	134
5.6.2. Serie B	138
5.6.2.1. Serie B – sottoserie N 13	138
5.6.2.2. Serie B – sottoserie N 10	139
5.6.2.3. Serie B – sottoserie N 7	140
5.6.2.4. Serie B: cinematismo di collasso	141
5.6.3. Serie C	144
5.6.3.1. Serie C – sottoserie N 13	145
5.6.3.2. Serie C – sottoserie N 10	147
5.6.3.3. Serie C – sottoserie N 7	148
5.6.3.4. Serie C: cinematismo di collasso	149
5.6.4. Influenza dei carichi verticali sul carico di collasso	151
<b>Capitolo 6</b>	
<b>Simulazioni numeriche e confronto con i risultati sperimentali</b>	<b>155</b>
6.1. Introduzione	155
6.2. Simulazioni numeriche: applicazione del semplice modello micro-meccanico equilibrato e staticamente ammissibile	156

---

6.2.1.	Serie A	157
6.2.2.	Serie B	161
6.2.3.	Serie C	164
6.3.	Simulazioni numeriche: applicazione del modello eterogeneo	167
6.3.1.	Serie A	168
6.3.2.	Serie B	170
6.3.3.	Serie C	173

**Capitolo 7**

<b>Conclusioni</b>	<b>177</b>
--------------------	------------

<b>Bibliografia</b>	<b>189</b>
---------------------	------------

## Ringraziamenti

Il presente lavoro di tesi è frutto dello studio effettuato nell'ambito del Dottorato di Ricerca in Ingegneria dei Materiali e delle Strutture, XIX Ciclo, presso il Dipartimento di Strutture dell'Università della Calabria dal novembre 2003 al novembre 2006.

Un ringraziamento particolare è rivolto al Prof. Renato S. Olivito, mio supervisore, che con i suoi preziosi consigli ha contribuito alla mia formazione scientifica e personale, dandomi la possibilità di partecipare a studi e ricerche utili per la realizzazione del lavoro di tesi.

Desidero esprimere la mia gratitudine al Prof. Antonio Tralli ed all'Ing. Gabriele Milani, dell'Università di Ferrara, per il grande contributo fornitomi durante il periodo di studi e per l'attenta e paziente dedizione che mi hanno riservato.

Ringrazio indistintamente tutti i tecnici del Laboratorio Ufficiale Prove Materiali e Strutture dell'Università della Calabria per l'aiuto prestatomi durante l'esecuzione delle prove sperimentali: sono stati guide insostituibili e portatori sani di allegria.

Un sentito ringraziamento è rivolto all'ormai Ing. Ferruccio Gualtieri e a tutte le persone, gli amici ed i colleghi conosciuti in questi anni, che hanno reso piacevoli i duri momenti della vita da dottoranda, impreziosendoli di consigli ed attimi indimenticabili. Infine, ringrazio tutta la mia famiglia e Tonino: loro più di me hanno creduto in questa avventura, sostenendomi con continuità, comprensione, affetto e tanta pazienza...

*Grazie...*





## Sommario

Il presente lavoro riguarda lo studio del comportamento meccanico delle strutture murarie soggette a carichi agenti fuori dal piano, sia dal punto di vista numerico che sperimentale.

I recenti eventi sismici verificatisi anche in Italia hanno evidenziato la scarsa resistenza delle strutture murarie alle azioni orizzontali ed hanno spinto la comunità scientifica a sviluppare nuove ricerche per la progettazione delle murature e per la stima della loro resistenza ultima.

È noto che la modellazione del comportamento meccanico della muratura è tutt'altro che semplice. Il problema fondamentale è rappresentato dalla sua eterogeneità: nonostante sia costituita dall'unione più o meno regolare di blocchi tra i quali sono sistemati gli eventuali giunti di malta, i materiali costituenti presentano proprietà meccaniche fondamentalmente diverse e, nel momento in cui vengono uniti, mostrano proprietà ancora differenti, che variano al variare della condizione di carico agente.

Per meglio comprendere il comportamento meccanico della muratura, così come di ogni altro materiale o struttura, è di fondamentale importanza condurre opportune sperimentazioni, attraverso le quali ottenere tutte le informazioni utili ad una migliore comprensione del comportamento, in modo da poter essere utilizzate in maniera corretta nell'ambito di modellazioni numeriche (Cap. 2).

La muratura, all'interno di un edificio, è chiamata a resistere non solo ad azioni agenti nel piano, quali il peso proprio o carichi permanenti, ma anche ad azioni fuori dal piano, quali quelle dovute al vento, alle forze sismiche, alle connessioni tra muri ortogonali, che possono portare al collasso parziale o totale delle parti strutturali più deboli degli edifici: i cosiddetti meccanismi di collasso di "primo modo", provocati da azioni agenti perpendicolarmente alle pareti, che dipendono principalmente dallo scarso ammassamento tra le murature.

Nonostante l'importanza del problema sia stata sottolineata più volte in passato, soprattutto attraverso l'osservazione dei danni provocati dal sisma su strutture esistenti, attualmente è ancora assente un modello capace di predire la capacità portante ultima della muratura sotto l'azione di carichi fuori dal piano e non è stato preso sufficientemente in considerazione l'importante ruolo delle azioni normali sul comportamento globale della muratura, soprattutto dal punto di vista sperimentale. Le poche sperimentazioni presenti in letteratura hanno, comunque, evidenziato sia l'ortotropia a flessione della muratura, che presenta resistenza e rigidezza diverse nel caso di flessione agente lungo piani paralleli o perpendicolari ai letti di malta, che l'influenza dei carichi di compressione verticali sulla resistenza fuori piano della stessa (Cap. 3).

Le tecniche di modellazione ed i metodi numerici proposti negli ultimi decenni sono molteplici, ma spesso limitati al solo campo elastico. L'estensione al campo non lineare è necessaria, ad esempio, per lo studio delle murature storiche che, a causa della scarsa resistenza a trazione della malta ormai degradata, presentano un dominio elastico limitato. Uno strumento numerico per l'analisi strutturale che sembra aver dato buoni risultati è rappresentato dall'uso dei teoremi dell'analisi limite combinato con le tecniche di omogeneizzazione.

A tal proposito, nel presente lavoro, si è fatto riferimento ad un semplice modello micromeccanico equilibrato e staticamente ammissibile e ad un modello eterogeneo, recentemente proposti in letteratura, in grado di riprodurre aspetti interessanti del comportamento limite della muratura, come ad esempio l'anisotropia al collasso e la bassa resistenza a trazione, nonché una stima delle superfici limite del solido murario, sotto diverse ipotesi per i materiali costituenti e per diverse condizioni di carico.

Il primo modello ha lo scopo di sostituire il materiale eterogeneo con uno omogeneo attraverso un semplice modello omogeneizzato equilibrato, con le ipotesi di partenza di

perfetta plasticità e legge di flusso associata per i materiali costituenti ed applicando il teorema statico dell'analisi limite.

Il secondo presenta un'analisi limite cinematica agli elementi finiti, basata su una discretizzazione triangolare del dominio, con i giunti ridotti ad interfacce con comportamento ad attrito e limitata resistenza sia a trazione che a compressione (Cap. 4).

L'affidabilità dei modelli numerici è stata valutata attraverso la conduzione di numerose prove sperimentali nell'ambito del presente lavoro di tesi, con lo scopo di esaminare il comportamento fuori piano di pareti murarie considerate come appartenenti ad edifici in muratura ed individuare i meccanismi di collasso ed il valore della forza orizzontale che conduce la struttura alla condizione di equilibrio limite.

In particolare, sono state eseguite prove sperimentali su modelli di pareti murarie a secco in scala 1:3 caricate fuori dal proprio piano. Dopo un'attenta caratterizzazione meccanica dei materiali adoperati, che ha permesso sia l'osservazione dell'effetto scala che si verifica quando si utilizzano provini di diversa geometria, che l'ottenimento della legge d'attrito del materiale, sono state eseguite tre tipologie di prove, diverse per la differente condizione di vincolo laterale del modello e per la diversa posizione del carico fuori piano. I pannelli, una volta assoggettati ad un carico verticale uniformemente distribuito, sono stati sottoposti ad una spinta orizzontale fuori piano di entità crescente. Registrando gli spostamenti subiti da più punti dei modelli, al variare della spinta fuori piano, per ogni prova è stato possibile rappresentare graficamente l'andamento degli spostamenti in funzione del carico trasversale e la deformata del pannello, mettendo in evidenza il cinematismo al collasso. Per ogni serie di prove, sono stati considerati tre diversi valori del carico verticale applicato (Cap. 5).

I risultati sperimentali sono stati utili ad effettuare un confronto con i risultati numerici derivanti dall'applicazione dei modelli teorici, con i quali sono in buon accordo. In particolare, le simulazioni numeriche eseguite applicando sia il modello micro-meccanico che il modello eterogeneo hanno fornito l'Upper Bound ed il Lower Bound del carico di collasso fuori dal piano, nonché le deformate del modello per le varie tipologie di prove condotte (Cap. 6).

Dall'analisi dei risultati sia sperimentali che numerici è stato possibile studiare sia l'influenza dei carichi verticali sul carico di collasso che l'importanza delle condizioni di ammortamento trasversale. È stato osservato che, nel caso di pannelli poco vincolati (prima serie di prove) la risposta strutturale non è regolare e l'incremento di carico as-

siale applicato non produce necessariamente un incremento del carico di collasso. È stato, poi, confermato il complesso stato tensionale cui la muratura è soggetta in presenza di azioni membranali e flessionali, evidenziato dallo scorrimento tra gli elementi costituenti i modelli e, quindi, dalla presenza di tensioni tangenziali all'interfaccia (Cap. 7).

**PAROLE CHIAVE:** muratura, meccanismi di collasso, carichi fuori dal piano, sperimentazione, tecniche di omogeneizzazione, analisi limite.

# Abstract

The present work deals with the mechanical behaviour of masonry structures out-of-plane loaded, both from a numerical and an experimental point of view.

The recent earthquakes occurred also in Italy have shown masonry lack of strength when subjected to horizontal loads; this has lead researchers to develop new studies for the design of masonry structures and for a correct estimation of their ultimate strength.

It is known that a numerical modelling of masonry mechanical behaviour is not a simple task. The most important difficulty consists in the material heterogeneity: despite the fact that masonry is constituted by a regular repetition of blocks eventually spaced with the presence of mortar joints, its constituent materials show basically different mechanical properties which considerably change when the same are joined together to obtain the final material and depend on the applied load direction. For a better understanding of masonry mechanical behaviour, as for every other material or structure, it is fundamental to perform accurate experimentations, through which useful informations may be obtained for an adequate subsequent numerical modelling (Chapter 2).

Masonry walls inside buildings are subjected simultaneously to combined in-plane loads (due to self weight or dead vertical loads) and out-of-plane actions, due, for

instance, to earthquakes, wind pressure or interlocking between walls, that can cause a partial or total collapse of the weaker elements of the structure: the actions directed perpendicularly to the wall plane cause the well known “out-of-plane” collapse mechanisms, which are mostly due to an insufficient interlocking between perpendicular walls. Even if the importance of the problem was stressed many times in the past, especially by means of a direct examination of damage on existing structures, actually, a proper numerical model capable of predicting masonry ultimate bearing load when subjected to out-of-plane actions is still missing; moreover, another important aspect that should be better investigated is the combined interaction of membrane and flexural loads, especially from an experimental point of view.

However, few experimentation present in literature showed both masonry orthotropic behaviour in bending, such as different strength and stiffness values for bending parallel or perpendicular to bed joint direction, and vertical compressive loads influence on out-of-plane strength of masonry structures (Chapter 3). Many modelling techniques and numerical approaches have been implemented during the last years, but these are often restricted to the elastic range analysis only. Non linear analysis is, however, necessary, especially in the study of ancient masonry buildings which show a low tensile strength, due to mortar deterioration, and therefore present a limited elastic domain. The recent use of a homogenization approach combined with limit analysis seems to be a powerful analysis tool to predict masonry behaviour at collapse.

In the present work, a simple admissible and equilibrated micro-mechanical model and a heterogeneous upper bound finite element limit analysis, recently proposed in literature, have been studied. These approaches provide limit multipliers of loads, failure mechanisms and, on critical sections, the stress distribution at collapse, for different constitutive and load conditions. The first model adopted consists in the substitution of the heterogeneous material with a homogeneous one by means of a simplified equilibrated homogenization model, under the assumptions of perfect plasticity and associated flow rule for the constituent materials and in the framework of the lower bound limit analysis theorem. In the second one, a FE upper bound heterogeneous limit analysis model is presented based on a triangular discretization of the domain, where joints are reduced to interfaces with frictional behaviour and limited tensile and compressive strength (Chapter 4).

Numerical models reliability has been assessed by means of an experimental program conducted in the framework of the present work, with the aim of examining out-of-plane behaviour of masonry panels considered as belonging to real buildings and for the experimental investigation of collapse mechanisms and limit out-of-plane strength. In particular, experimental tests have been conducted on dry joint brick masonry panels realized in 1:3 scale. Mechanical characterization tests have been carried out to examine both the ultimate compressive strength, which showed a clear size effect with the ultimate compressive strength value depending on the size of the specimen, and the friction law of the materials used. Three different series have been tested, which differ both for the point of application of the out-of-plane load and constraint conditions. The panels have been loaded until failure by means of a concentrated horizontal force, after the application of a vertical uniformly distributed compressive load. By means of suitable instrumentation, the displacement values have been recorded and, during each test, the load-displacement curves and deformed shape at collapse could be obtained. For each test, three different values of the vertical compressive load have been considered (Chapter 5). Experimental results have been used for a detailed comparison with the numerical ones, demonstrating a good overall agreement. In particular, numerical simulations conducted following the two numerical approaches previously described have yielded both the Upper Bound and the Lower Bound of the out-of-plane collapse load, as well as the deformed shape at collapse related to the different kind of tests performed (Chapter 6). From an experimental and numerical point of view, the results have showed both the influence of membrane actions on collapse load and the importance of lateral constraint conditions. Relatively to less constrained panels (belonging to the first series of tests), an irregular mechanical behaviour could be depicted and the increment of vertical load not necessarily caused an increment of the out-of-plane strength. Finally, the complex stress state inside masonry subjected to the combined action of membrane and flexural loads could be noted, emphasized by the occurrence of sliding between the elements of the model and by the presence of tangential stresses at the interface (Chapter 7).

**KEYWORDS:** masonry, failure mechanisms, out-of-plane loads, experimentation, homogenization techniques, limit analysis.





# Capitolo 1

## Introduzione

La muratura è uno dei più antichi materiali strutturali ancora oggi molto diffuso nel campo delle costruzioni. Dopo un lungo periodo nel quale il ruolo delle costruzioni murarie è stato ritenuto meno importante, anche in conseguenza del progressivo utilizzo di altri materiali strutturali quali il calcestruzzo e l'acciaio, attualmente l'interesse verso la muratura, anche da parte di nazioni tecnologicamente avanzate, è in continuo aumento. Questa è una conseguenza sia del fatto che la maggior parte degli edifici storici esistenti, in Italia ed in gran parte d'Europa, sono realizzati in muratura e rappresentano pertanto un patrimonio importante da dover salvaguardare, ma anche della considerazione che, allo stato attuale, la conservazione e la ristrutturazione del patrimonio già costruito stanno diventando l'argomento chiave nel campo dell'Ingegneria Civile e dell'Architettura.

D'altro canto, gli eventi sismici verificatisi anche in Italia, quali Friuli (1976), Irpinia (1980), Umbria-Marche (1997-1998) e Molise (2002), hanno evidenziato la scarsa resistenza di strutture murarie, di qualsiasi tipo o tessitura, alle azioni orizzontali ed han-

no spinto la comunità scientifica a sviluppare nuove ricerche per la progettazione delle murature e per l'analisi del loro comportamento meccanico al collasso.

Nonostante ciò, il problema dello studio della modellazione numerica del materiale muratura non è stato ancora del tutto risolto. La difficoltà di modellazione delle strutture murarie dipende da molteplici cause, prime fra tutte l'eterogeneità del materiale ed il complesso legame di interfaccia nei giunti.

Facendo, ad esempio, riferimento alla muratura di mattoni e malta cementizia, essa è costituita dall'unione più o meno regolare di blocchi tra i quali sono sistemati i giunti di malta. I due materiali costituenti presentano proprietà meccaniche fondamentalmente diverse tra loro; inoltre, tali materiali, nel momento in cui vengono uniti per realizzare il "composito muratura", mostrano proprietà ancora differenti, fortemente dipendenti dal tipo di azione sollecitante.

A ciò si aggiunge la reale mancanza di un approccio numerico capace di stimare la capacità portante ultima della muratura quando soggetta a carichi nel piano e fuori dal piano. In quest'ultimo caso non è stata sufficientemente presa in considerazione l'influenza dei carichi di compressione verticali sulla resistenza delle murature, sempre presenti all'interno di tali strutture e fondamentali per la statica stessa delle murature, concentrando invece l'attenzione, soprattutto dal punto di vista sperimentale, su prove di flessione, probabilmente perchè di più facile esecuzione in laboratorio.

Per meglio comprendere il comportamento meccanico della muratura, così come di ogni altro materiale o struttura, è di fondamentale importanza condurre opportune prove sperimentali, con lo scopo di ottenere una descrizione completa del materiale esaminato e di avere a disposizione tutte le informazioni utili ad eventuali modellazioni numeriche. Proprio la mancanza di comunicazione tra ricercatori dediti alla sperimentazione e quelli rivolti ad uno studio prettamente teorico impedisce il corretto uso dei risultati sperimentali disponibili in letteratura.

Tuttavia, importanti contributi sono stati forniti negli ultimi decenni per una più completa visione del comportamento meccanico della muratura, attraverso l'esecuzione di numerose prove sperimentali che hanno preso in considerazione diverse tipologie di azioni, confermando così la complessità di comportamento del materiale. Tra questi, si ricordano i lavori riportati in (Page, 1980, 1981, 1983; Samarasinghe & Hendry, 1980; Hendry, 1986) incentrati sullo studio della muratura di mattoni soggetta a carichi uniassiali e biassiali. La muratura è un materiale fortemente anisotropo; la sua risposta

strutturale varia in funzione del carico agente. Dalle prove di compressione e trazione condotte, al variare dell'angolo formato tra la direzione del carico applicato e la direzione dei letti di malta, è stato possibile evidenziare le diverse modalità di crisi che possono manifestarsi. Innanzitutto, lo stato tensionale all'interno della muratura soggetta a compressione è tutt'altro che piano e ciò deve sicuramente essere preso in considerazione ad esempio nell'ambito di simulazioni numeriche. Infatti, le evidenze sperimentali hanno mostrato che la resistenza a compressione dei mattoni determinata sperimentalmente non è una misura diretta della resistenza dei mattoni all'interno della muratura, poiché il meccanismo di crisi è diverso nei due casi; inoltre, a causa dell'effetto di confinamento, la malta nei giunti è in grado di resistere a sforzi di compressione maggiori, poiché, in questo caso, è soggetta ad uno stato di tensione pluriassiale. Ne consegue che la resistenza a compressione della muratura è superiore a quella della malta, ma inferiore a quella del singolo mattone. La crisi in genere si verifica con l'insorgere di tensioni di trazione in direzione perpendicolare a quella di applicazione del carico, che portano alla fessurazione del materiale (che può interessare i soli giunti od anche i blocchi in funzione della resistenza relativa tra i due materiali) e quindi alla rottura.

La resistenza a trazione, invece, è in genere molto bassa, di solito governata dal valore minore di resistenza a trazione dei materiali costituenti. Nella maggior parte dei casi, e soprattutto nel caso di edifici storici, il collasso è condizionato dalla resistenza della malta. Per carichi di trazione in direzione perpendicolare ai letti di malta, la crisi è generalmente causata dalla relativamente bassa resistenza a trazione dell'interfaccia tra malta e mattone e, con buona approssimazione, può essere considerata pari alla resistenza di aderenza tra malta e blocchi (Lourenço, 1996 e 1998).

Il più completo programma sperimentale riguardante la muratura soggetta a stati tensionali biassiali è stato condotto da Page su pannelli in scala (Page, 1980, 1981, 1983), variando l'intensità del carico e la sua direzione rispetto ai letti di malta. Egli identificò i diversi tipi di rottura e precisò che l'orientazione dei giunti di malta rispetto alla direzione di carico influisce in modo significativo sul comportamento della muratura; osservò, inoltre, che la resistenza a compressione uniassiale della muratura è minore di quella biassiale, deducendo i corrispondenti domini di rottura.

L'influenza dei carichi di compressione sul comportamento globale delle strutture murarie è stata in parte presa in considerazione nello studio della risposta ad azioni taglianti agenti nel piano. Da prove sperimentali (Tassios, 1988), è stato dedotto che, per piccoli valori del rapporto tra la tensione verticale di compressione applicata e la resistenza a compressione della muratura, un aumento del carico assiale di compressione provoca un aumento della resistenza a taglio, secondo la legge di Coulomb.

Ancora diverso è il comportamento nel caso di muratura senza legante, ovvero nel caso di murature storiche, nelle quali la riduzione dello spessore dei giunti di malta, degradata in seguito agli agenti atmosferici ed ai secoli di vita delle costruzioni, ne ha modificato il comportamento meccanico, ora assimilabile a quello tipico delle murature a secco. In tale situazione viene a mancare l'effetto di connessione tra i blocchi esercitato dalla malta e la regolare distribuzione delle tensioni all'interno di ogni strato. Il comportamento globale si avvicina a quello di un monolite non resistente a trazione, a causa della mancanza di coesione tra i blocchi, sovrapposti per semplice contatto, ed il modello meccanico discontinuo è descrivibile tramite quello continuo descritto in (Di Pasquale, 1992). L'influenza dei carichi verticali entra maggiormente in gioco, in quanto, comprimendo i blocchi lungo le superfici di appoggio orizzontale, qualunque azione tenda a far scorrere quei blocchi deve vincere l'attrito che la compressione suscita. In definitiva, l'attrito suscitato dal carico verticale agente su una parete muraria con giunti a secco rende monolitico il muro.

Nel momento in cui si considera la muratura, con o senza legante, all'interno di un edificio, la risposta strutturale varia. In una situazione simile, la muratura è chiamata a resistere non solo ad azioni agenti nel piano, quali il peso proprio o carichi permanenti, ma anche ad azioni *fuori dal piano*, quali quelle dovute al vento, alle forze sismiche, alle connessioni tra muri ortogonali o ad azioni spingenti dovute a travi in legno o in c.a., che sono comunque di entità minore rispetto alle forze nel piano, ma provocano effetti da non sottovalutare, come azioni flessionali che possono indurre sforzi di trazione mal sopportati dalla muratura. I meccanismi di collasso di "*primo modo*" sono provocati da azioni agenti perpendicolarmente alle pareti e causano collassi parziali delle parti strutturali più deboli dell'edificio, che possono poi portare al collasso totale dell'edificio stesso, e dipendono principalmente dallo scarso ammorsamento tra le murature.

Nonostante l'importanza del problema sia stata sottolineata per la prima volta più di due secoli fa (Rondelet, 1802), solo di recente, proprio in seguito ad eventi sismici di entità non indifferente, lo sguardo è stato rivolto verso questo aspetto finora trascurato, tanto che sia la recente Ordinanza Ministeriale (O.P.C.M. 3431, 2005) che regola le costruzioni in zona sismica, che l'attuale Documento Tecnico del CNR (CNR DT 200, 2004), prendono in considerazione le azioni fuori dal piano ed i possibili presidi di rinforzo strutturale atti ad impedire la formazione di cinematismi di collasso.

I primi studi condotti su pareti murarie soggette a carichi fuori piano sono stati sviluppati da Jean Baptiste Rondelet, il quale, considerando pareti murarie costituite da blocchi sovrapposti senza legante e con contatti privi di coesione, individua tre possibili meccanismi di collasso, differenti per la diversa posizione della cerniera cilindrica attorno alla quale avviene il cinematismo, nei quali intende evidenziare l'azione di vincolo esercitata dai muri trasversali.

Tali studi furono, poi, ripresi da A. Giuffrè ed altri ricercatori (Giuffrè, 1993; Giuffrè & Carocci, 1999; Doglioni, 1999), i quali, dall'osservazione dei danni provocati dai terremoti, arrivarono alla conclusione che, salvo rari casi, la condizione di crisi della costruzione si raggiunge non per il superamento della resistenza dei materiali costituenti, ma con la perdita della condizione di equilibrio e l'innescò di un meccanismo di collasso.

Il primo dei tre modelli di collasso di strutture murarie elaborato da Rondelet mostra un muro di lunghezza indefinita, privo di collegamenti, soggetto ad una forza orizzontale nell'atto di ribaltare rigidamente attorno ad una cerniera cilindrica posta al piano di appoggio del muro sul terreno. Il secondo ed il terzo cinematismo mostrano, invece, collassi parziali, in quanto parzialmente impediti dalla presenza di muri ad esso ortogonali.

Nel secondo meccanismo, Rondelet prende in considerazione una parete connessa ad un muro ortogonale in corrispondenza di uno dei due lati verticali, soggetta ad una spinta perpendicolare al piano medio della parete; il cinematismo si realizza con il ribaltamento della parete di facciata con rotazione attorno ad una cerniera cilindrica inclinata. Il terzo meccanismo, che considera la presenza di connessioni efficaci sui due lati, comporta la formazione di due cerniere cilindriche inclinate e disposte simmetricamente rispetto alla posizione della spinta fuori piano, con formazione di una superficie di rottura costituita da due porzioni triangolari, la cui dimensione è funzione della

distanza tra le pareti trasversali. In quest'ultimo caso, lungo i filari della parete vengono a realizzarsi archi resistenti orizzontali nello spessore del muro, che sfruttano il contrasto con le pareti di controvento.

Allo stato attuale, gli studi sperimentali che prendono in esame il comportamento meccanico fuori dal piano della muratura sono davvero pochi (Baker, 1979; Hendry, 1986; Guggisberg & Thürlimann, 1990; Van der Pluijm et al., 1995; Chee Liang, 1996; Van der Pluijm, 1999, West et al., 1977; Haseltine, 1977; ecc.), per tale motivo si fa ancora oggi riferimento alle importanti considerazioni dedotte da Rondelet.

In definitiva, quanto finora illustrato permette di asserire che il legame costitutivo della muratura risulta complesso e dipendente sia dalle caratteristiche meccaniche dei materiali costituenti, sia dal tipo di sollecitazione agente sulla stessa.

Le tecniche di modellazione ed i metodi numerici proposti negli ultimi decenni sono molteplici. In genere, essi si basano su tre diversi approcci: micro-modellazione, macro-modellazione e tecniche di omogeneizzazione (Lourenço, 1996).

Il primo approccio, "micro-modeling", consiste nel rappresentare separatamente i giunti di malta ed i blocchi (laterizi o pietrame). In alcuni casi si considerano anche le superfici di interfaccia tra i due materiali, nonché le caratteristiche meccaniche di esse e di ognuno dei materiali costituenti; talvolta, invece, i giunti di malta vengono ridotti a delle semplici interfacce medie di spessore nullo, ma in questo caso, non è possibile considerare nel modello l'effetto Poisson indotto dallo spessore finito dei giunti di malta. La micro-modellazione rappresenta sicuramente l'approccio di modellazione più accurato, in quanto permette di cogliere lo stato di tensione e di deformazione in ogni punto della muratura, ma è anche il più oneroso a livello computazionale e pertanto è applicabile ad elementi murari di piccole dimensioni.

Un'alternativa al metodo precedente è quella di utilizzare un "materiale omogeneo macroscopicamente equivalente" al solido eterogeneo. Tale approccio risulta particolarmente vantaggioso nel caso di strutture di grandi dimensioni, laddove, cioè, per motivi pratici, si consideri ininfluyente la conoscenza dell'interazione tra i giunti di malta ed i blocchi. Tale metodo non prevede alcuna distinzione tra i blocchi e la malta, e l'effetto della presenza di quest'ultima è mediato attraverso la formulazione di un materiale continuo fittizio con proprietà "medie". Anche questo tipo di approccio presenta però delle limitazioni: poiché fa uso di discretizzazioni non fitte, risulta difficile prendere in considerazione vari aspetti come l'anisotropia della muratura in campo non elastico ed

il comportamento di softening, fortemente legati ai materiali costituenti ed alla geometria di essi.

Il terzo approccio, infine, è basato sull'applicazione a solidi murari a tessitura periodica della teoria dell'omogeneizzazione (Anthoine, 1995; Zucchini & Lourenço, 2002; Luciano & Sacco, 1997). Essa consiste nell'identificazione di una cella elementare, all'interno del tessuto murario considerato come un composito continuo periodico. Tale cella dà origine all'intero solido murario per semplice ripetizione. Il problema di campo viene così scritto nella sola cella e, attraverso la risoluzione di un opportuno problema di campo, è possibile ottenere le caratteristiche meccaniche del materiale muratura omogeneizzato, a partire dalla conoscenza delle proprietà meccaniche dei materiali costituenti e della geometria della cella elementare. Le tecniche di omogeneizzazione sono state ampiamente applicate sia nel campo dei materiali compositi, sia per la modellazione di murature in campo elastico e sembrano un valido strumento per l'analisi di strutture murarie di grandi dimensioni.

Nello studio del comportamento meccanico della muratura, un fattore sicuramente importante è rappresentato dalla valutazione del carico ultimo sopportabile da una struttura, sotto l'azione di carichi sia verticali che orizzontali, agenti sia nel piano che fuori dal piano.

Nonostante l'impiego delle tecniche di omogeneizzazione per la modellazione di strutture murarie sia ormai esteso in campo elastico (Cecchi & Sab, 2002a, 2002b; Cecchi et al., 2004, 2005b; Cecchi & Di Marco, 2000; e Buhari & de Felice, 1997) poche sono le ricerche presenti in letteratura che estendono la formulazione del problema anche al campo non lineare.

Uno strumento numerico per l'analisi strutturale che sembra aver dato buoni risultati è rappresentato dall'uso dei teoremi dell'analisi limite combinato con le tecniche di omogeneizzazione. Recentemente sono stati proposti lavori (Milani & Tralli, 2004; Milani, 2004; Milani et al., 2006a, 2006b, 2006c) nei quali si è introdotto l'uso combinato di analisi limite e omogeneizzazione applicato alla muratura. Tale approccio è in grado di riprodurre aspetti interessanti del comportamento limite della muratura, come ad esempio l'anisotropia al collasso e la bassa resistenza a trazione; inoltre è possibile ottenere una stima delle superfici limite del solido murario, sotto diverse ipotesi per i materiali costituenti e per diverse condizioni di carico (es. stati piani di tensione, carichi combinati membranali e flessionali).

Nel presente lavoro è stato preso in esame, sia dal punto di vista numerico che sperimentale, il comportamento delle strutture murarie soggette ad azioni agenti fuori dal piano, con l'obiettivo di fornire un ulteriore importante contributo ad una migliore comprensione della risposta strutturale delle murature a tali tipi di sollecitazioni, vista la carenza di informazioni a riguardo.

Nel Capitolo 2, viene esaminato il comportamento meccanico della muratura attraverso un richiamo ai più importanti contributi, soprattutto sperimentali, attualmente presenti in letteratura. Considerato che il lavoro di tesi prende in esame modelli murari costruiti senza l'utilizzo di legante, particolare attenzione è rivolta al comportamento meccanico della muratura a secco, attraverso l'analisi delle teorie riportate in letteratura e dei risultati di sperimentazioni condotte di recente su murature costruite senza malta.

Il Capitolo 3 analizza i meccanismi di collasso di primo modo sulla base degli studi e delle ricerche più dettagliate presenti in letteratura basate principalmente sull'osservazione dei danni sulle strutture esistenti. In riferimento alla carenza di lavori teorici e sperimentali incentrati sullo studio del comportamento meccanico della muratura soggetta a carichi laterali, è riportato un quadro generale delle più importanti ricerche scientifiche a riguardo, incentrate su prove sperimentali condotte su elementi murari caricati fuori dal piano.

Nel Capitolo 4, dopo un breve richiamo alle tecniche di omogeneizzazione applicate ai solidi murari e ad alcune nozioni sulla plasticità e sui teoremi dell'analisi limite, è brevemente introdotta l'applicazione combinata di analisi limite e omogeneizzazione per la valutazione delle superfici di crisi della muratura, secondo quanto detto in precedenza. Sono presi in esame un semplice modello micromeccanico equilibrato e staticamente ammissibile ed un modello eterogeneo recentemente presentati nella letteratura tecnica, utilizzati come base teorica per le simulazioni numeriche riportate nel presente lavoro. A chiusura del lavoro di tesi viene, infatti, riportato un dettagliato confronto tra i risultati ottenuti dalle prove sperimentali descritte nel Capitolo 5 ed i risultati numerici derivanti dall'applicazione dei modelli citati (Capitolo 6). Il primo modello ha lo scopo di sostituire il materiale eterogeneo con uno omogeneo attraverso un semplice modello omogeneizzato equilibrato, con le ipotesi di partenza di perfetta plasticità e legge di flusso associata per i materiali costituenti ed applicando il teorema statico dell'analisi limite. Il secondo presenta un'analisi limite cinematica agli elementi finiti,



basata su una discretizzazione triangolare del dominio, con i giunti ridotti ad interfacce con comportamento ad attrito e limitata resistenza sia a trazione che a compressione.

Il Capitolo 5 riporta la descrizione dettagliata della sperimentazione condotta nell'ambito del Dottorato di Ricerca per lo studio di pareti murarie caricate fuori dal piano, con lo scopo di esaminare il comportamento fuori piano di pareti murarie considerate come appartenenti ad edifici in muratura, per l'individuazione dei meccanismi di collasso e del valore della forza orizzontale che conduce la struttura alla condizione di equilibrio limite, e con l'obiettivo di validare i modelli numerici presentati. A tale scopo, presso il "Laboratorio Ufficiale Prove Materiali e Strutture" del Dipartimento di Strutture dell'Università della Calabria, sono state eseguite prove sperimentali su modelli di pareti murarie a secco in scala 1:3 caricate fuori dal proprio piano. La struttura del modello è stata schematizzata come una muratura costituita da un insieme di corpi rigidi sovrapposti e a giunti sfalsati, resi stabili dall'azione del peso proprio e da un carico di compressione, con contatti privi di coesione. Pertanto, il modello murario di riferimento vuole rappresentare una comune parete muraria in laterizi pieni ad una testa, a giunti sfalsati, avente dimensioni di 300x300 cm e spessore di 12 cm, costituita da blocchi sovrapposti senza interposizione di legante, affidando all'attrito la resistenza alle sollecitazioni lungo tutte le superfici di contatto. Vista la difficoltà richiesta per lo studio di pareti in scala reale, si è deciso di eseguire l'analisi sperimentale su un modello murario in scala, in cui il rapporto delle lunghezze tra modello e prototipo è di 1:3, facendo riferimento alle nozioni sulla Teoria dei Modelli.

Previa caratterizzazione meccanica dei materiali adoperati, che ha permesso di studiare sia l'effetto scala che si verifica quando vengono esaminati provini di diversa geometria, sia la legge d'attrito del materiale adoperato, sono state eseguite tre tipologie di prove (distinte come Serie A, B e C rispettivamente), diverse per la differente condizione di vincolo laterale del modello e per la diversa posizione del carico fuori piano. I pannelli, una volta assoggettati ad un carico verticale uniformemente distribuito, sono stati sottoposti ad una spinta orizzontale fuori piano di entità crescente, fino al raggiungimento del collasso.

Il valore del carico di compressione conferito al pannello è stato scelto sulla considerazione dei carichi cui realmente sono soggette le pareti murarie all'interno di edifici, la cui valutazione ha, però, condotto ad un valore del carico verticale relativamente modesto. Poiché gli elementi costituenti il pannello murario sono stati posti a diretto con-

tatto tra loro e reagiscono pertanto solo ad attrito, in mancanza di una uniforme distribuzione del carico che invece si sarebbe realizzata con l'utilizzo di malta nei giunti, un valore basso del carico di compressione non avrebbe permesso il raggiungimento del meccanismo di collasso e la corretta esecuzione della prova. Pertanto, il valore stimato dei carichi agenti su una parete muraria è stato amplificato e considerato in tre diversi livelli, sufficientemente alti da poter condurre correttamente la prova sperimentale, ma tali da non superare il valore della resistenza a compressione del materiale e da scongiurare la crisi per schiacciamento. Nel caso in esame, infatti, in cui la muratura è con giunti a secco, reagente prevalentemente secondo la legge di Mohr-Coulomb, ad un aumento del carico di compressione corrisponde un aumento della resistenza della struttura nei confronti di azioni tangenziali, quali quelle che si sviluppano a causa dell'attrito tra i blocchi.

La registrazione degli spostamenti subiti da più punti dei modelli, al variare della spinta fuori piano, tramite comparatori meccanici centesimali e trasduttori lineari induttivi di spostamento, ha permesso la rappresentazione grafica dell'andamento degli spostamenti in funzione del carico trasversale e della deformata del pannello, al fine di operare un confronto qualitativo con gli studi di J.B. Rondelet.

Inoltre, per ogni serie di prove, sono stati considerati tre diversi valori del carico verticale applicato, in modo tale da evidenziare l'influenza dei carichi verticali sul carico di collasso delle pareti murarie.

Ciò ha permesso di valutare sia la diversa risposta strutturale dei pannelli al variare del carico assiale, sia l'influenza delle condizioni di ammorsamento trasversale sul cinematismo di collasso.

I risultati sperimentali sono stati utili ad effettuare un confronto con i risultati numerici derivanti dall'applicazione dei modelli teorici presi come riferimento. Il buon accordo tra risultati numerici e sperimentali mostra l'affidabilità delle procedure numeriche proposte. In particolare, le simulazioni numeriche eseguite applicando sia il modello micro-meccanico che il modello eterogeneo hanno fornito l'Upper Bound ed il Lower Bound del carico di collasso fuori dal piano, nonché le deformate del modello per le varie tipologie di prove condotte (Capitolo 6).

# Capitolo 2

## Comportamento meccanico della muratura

### 2.1. Introduzione

La muratura è uno dei più antichi materiali strutturali ancora oggi molto diffuso nel campo delle costruzioni. La caratteristica fondamentale delle costruzioni in muratura consiste nella loro semplicità. Il sovrapporre gli uni agli altri blocchi di pietra o laterizi, con o senza l'utilizzo di legante nei giunti, è una tecnica semplice utilizzata con successo da tempi remoti. A differenza di altri materiali da costruzione, questa possiede sicuramente le due funzioni statica ed estetica che le conferiscono un aspetto esclusivo. Infatti, le caratteristiche proprie dei materiali costituenti la muratura, quali la forma o il colore, la rendono ogni volta unica nel suo utilizzo. Ovviamente, nel corso dei secoli, si sono succedute innumerevoli variazioni nelle tecniche di costruzione, nelle caratteristiche dei materiali adoperati e nelle diverse applicazioni strutturali, a causa delle modifiche subite dalle culture locali, dagli studi effettuati sui nuovi materiali, dai nuovi strumenti a disposizione e dalla disponibilità dei materiali stessi.

Dopo un lungo periodo nel quale il ruolo delle costruzioni murarie è stato ritenuto meno importante, anche in conseguenza del progressivo utilizzo di altri materiali struttu-

rali quali il calcestruzzo e l'acciaio, attualmente l'interesse verso la muratura, anche da parte di nazioni tecnologicamente avanzate, è in continuo aumento. Ciò grazie all'importante considerazione rivolta di recente verso gli edifici storici esistenti in molte zone d'Italia e non, per la maggior parte realizzati in muratura, ritenuti un patrimonio importante da salvaguardare.

Facendo, ad esempio, riferimento alla muratura di mattoni e malta cementizia, il problema fondamentale nello studio del comportamento meccanico della stessa è rappresentato dalla sua eterogeneità, non solo perché costituita dall'unione più o meno regolare di blocchi tra i quali sono sistemati i giunti di malta, ma perché innanzitutto i due materiali costituenti (malta e laterizio) presentano proprietà meccaniche fondamentalmente diverse, poi perché tali materiali, nel momento in cui vengono uniti per realizzare il "composito muratura", mostrano proprietà ancora differenti, che variano al variare della condizione di carico agente.

Per meglio comprendere il comportamento meccanico della muratura, così come di ogni altro materiale o struttura, è di fondamentale importanza condurre opportune prove sperimentali, con lo scopo di seguire il comportamento del materiale dalla condizione non danneggiata fino alla rottura. Solo attraverso una dettagliata sperimentazione è possibile ottenere tutte le informazioni utili ad una migliore comprensione del comportamento di un materiale, in modo tale da poter essere poi utilizzate in maniera corretta, ad esempio, nell'ambito di modellazioni numeriche.

Solo negli ultimi decenni sono state sviluppate nuove tecniche sperimentali per lo studio del comportamento meccanico delle murature e sono stati introdotti modelli teorici e numerici per l'analisi delle costruzioni storiche.

Scopo del presente capitolo è lo studio del comportamento meccanico della muratura attraverso un'analisi delle ricerche e delle sperimentazioni riportate in letteratura, che, nel corso degli anni, hanno fornito importanti contributi ad una migliore comprensione di tale materiale strutturale.

In particolare, dopo una breve introduzione sul "materiale muratura" nel suo insieme, viene analizzato il comportamento meccanico dello stesso per diverse condizioni di carico: uniassiale, biassiale e di taglio, sulla base delle osservazioni sperimentali più complete riportate in letteratura (Page, 1980, 1981 e 1983; Samarasinghe & Hendry, 1980; Backes, 1985; Tassios, 1988, Van der Pluijm, 1993), menzionando alcune tecniche sperimentali comunemente utilizzate per la sua caratterizzazione meccanica.

Particolare attenzione è rivolta, poi, al comportamento meccanico della muratura a secco, con riferimento all'*opus quadratum* ampiamente utilizzato in epoca romana e studiato da A. Giuffrè in molti dei suoi scritti (Giuffrè, 1990), prendendo inoltre in considerazione i risultati di sperimentazioni condotte di recente (Marzhan, 1997 e 1998; Oliveira, 2000, 2003; Lourenço & Ramos, 2004; Lourenço et al., 2005) su murature costruite senza l'utilizzo di legante.

Infine, viene fatto cenno alle tecniche numeriche e computazionali comunemente adoperate per la modellazione strutturale della muratura (Page, 1978; Lourenço & Rots, 1997b).

## **2.2. La muratura di mattoni**

La muratura è un materiale eterogeneo composto da blocchi di origine naturale od artificiale uniti da giunti a secco o con presenza di malta. Dalla diversa combinazione dei materiali base, possono essere generate differenti tessiture murarie e, in riferimento ad esse, le murature di pietrame o di mattoni possono essere classificate in vario modo. Le suddivisioni più utilizzate sono fatte in riferimento al materiale di cui sono composte; si hanno allora: murature in pietra, di mattoni, miste, in terra. La muratura di mattoni è in assoluto quella maggiormente impiegata, con la variante a sacco qualora sia costituita da due paramenti esterni in mattoni riempiti con materiale sciolto o con conglomerato di mediocri caratteristiche meccaniche.

La presenza o l'assenza del legante ne modifica il comportamento strutturale. In sostanza, esso ha il compito fondamentale di collegare e solidarizzare tra loro i blocchi al fine di ottenere un composto unico e compatto, e di trasmettere e ripartire le sollecitazioni agli stessi in maniera possibilmente uniforme, in modo da evitare che questi vengano a contatto in punti in cui la concentrazione delle sollecitazioni può dare luogo a rotture locali. Allo stesso tempo, poiché la presenza dei giunti di malta nelle murature individua piani di debolezza per il continuo e ne condiziona il comportamento fortemente anisotropo, è opportuno che lo spessore di questi non sia eccessivo. Inoltre, i giunti verticali e quelli orizzontali, nonostante costituiti dello stesso materiale, presentano proprietà meccaniche diverse: i giunti di testa sono molto meno resistenti dei letti di malta, e questo deriva principalmente dalla diversa tecnologia di costruzione dei due

tipi di giunti. Mentre quelli verticali sono in genere più carenti di malta, quelli orizzontali sono soggetti al peso del mattone sovrastante che da luogo al cosiddetto fenomeno del “confinamento”: il laterizio schiaccia il giunto di malta e questo, se la muratura è soggetta a compressione, resiste a carichi molto maggiori di quelli raggiunti durante prove di compressione eseguite sulla sola malta. Proprio in seguito a tale fenomeno, all’atto di una modellazione anche numerica della muratura, occorre tenere ben presente che all’interno di tale materiale ed in particolare in corrispondenza dei giunti di malta, è presente uno stato tensionale tutt’altro che piano, come verrà illustrato in seguito. La muratura può essere considerata uno dei primi esempi di materiale composito periodico, vista la regolarità con la quale gli elementi costituenti si ripetono nelle due dimensioni predominanti. Sebbene la sua struttura sia molto semplice, la determinazione delle caratteristiche meccaniche è alquanto complessa in quanto funzione delle caratteristiche dei materiali che la compongono, della tessitura, della direzione di sollecitazione e delle modalità di prova.

Indipendentemente dal materiale o tessitura considerati, il comportamento meccanico dei diversi tipi di muratura presentano generalmente un fattore comune: una resistenza a trazione molto ridotta. Tale proprietà è talmente importante ai fini della statica delle strutture murarie da aver condizionato la forma e le dimensioni delle antiche costruzioni. In genere la resistenza a trazione delle murature si considera pari ad 1/10 di quella a compressione.

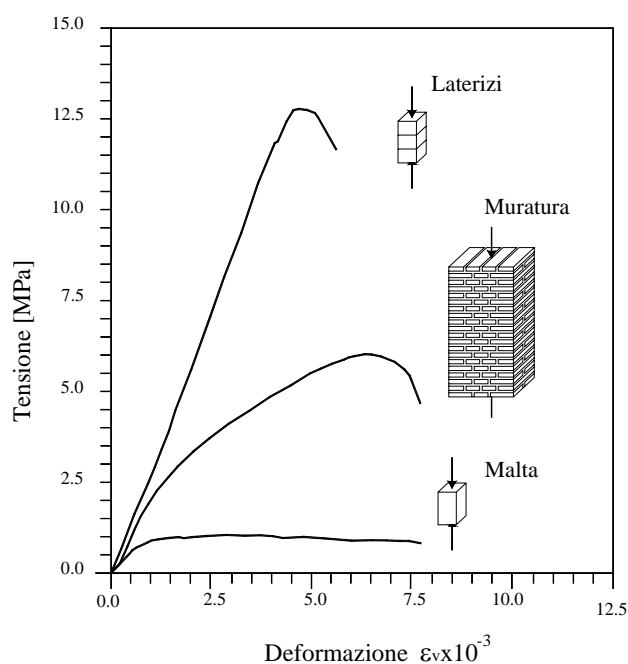
L’esperienza ha dimostrato che la rottura per compressione di una muratura con giunti di malta avviene o per disgregamento della pietra o della malta. Inoltre, la resistenza della muratura è determinata dalla resistenza della malta solo se si tratta di malta scadente o debole in confronto con i blocchi della muratura, mentre malte resistenti determinano la rottura nei mattoni o blocchi per disgregazione, ovvero per trazione trasversale (Hendry, 1986). Infine, sempre in base ad evidenze sperimentali, è stato osservato che il carico di rottura per compressione della muratura supera quello della malta presa isolatamente, elemento debole delle murature, ma è in genere inferiore a quella del laterizio (o pietra), elemento forte del composito (Fig. 2.1). È stato ancora constatato che, utilizzando malta di ottima qualità, quindi più resistente, l’incremento di resistenza della muratura nel complesso è pressoché nullo; la malta più resistente induce nel mattone, soprattutto nel caso di carichi ciclici, maggiori trazioni in direzione parallela ai letti di malta. D’altro canto, usare malte molto scadenti risulta dannoso per

le murature, poiché in tal caso la differenza di resistenza tra mattoni e malta risulta troppo evidente.

L'Eurocodice 6 (UNI-ENV 1996-1-1: 2002) propone la seguente espressione per il calcolo della resistenza a compressione  $f_k$  della muratura:

$$f_k = K f_b^{0,65} f_m^{0,25} \quad (2.1)$$

dove  $f_b$  è la resistenza a compressione degli elementi murari,  $f_m$  è la resistenza a compressione della malta e  $K$  è una costante che dipende dai due precedenti valori e varia tra 0.4 e 1. Dalla (2.1) si evince che la resistenza della muratura è, nella maggior parte dei casi, inferiore a quella dei suoi componenti, e che la resistenza a compressione dei blocchi influisce in misura maggiore sulla determinazione di  $f_k$ .



**Fig. 2.1:** Risposta tensione-deformazione di laterizio, muratura e malta (Binda et al., 1988).

Da una prova di trazione-compressione monoassiale si può dedurre l'andamento qualitativo del comportamento dei materiali costituenti e si possono evidenziare le seguenti proprietà :

- sia la malta che il laterizio presentano una resistenza a compressione più elevata di quella a trazione ;

- rispetto alla malta, il laterizio presenta una tensione di rottura ed un modulo elastico maggiori;
- il laterizio presenta un comportamento a rottura di tipo fragile, mentre la malta presenta una rottura “semi-fragile”, cioè la malta arriva a rottura in corrispondenza di una deformazione superiore a quella di rottura del laterizio.

In conclusione, è possibile affermare che il comportamento meccanico del composito muratura dipende dalle caratteristiche meccaniche dei materiali costituenti, tanto che le normative vigenti (D.M. 20/11/87; UNI-ENV 1996-1-1: 2002), in mancanza di prove dirette, classificano i valori della resistenza della muratura in pietrame o mattoni in funzione del tipo di malta utilizzato e della resistenza dei blocchi. Se ne riporta un esempio in Tabella 2.I.

**Tabella 2.I:** Valore della resistenza a compressione  $f_k$  per murature in elementi artificiali pieni e semipieni secondo la normativa italiana D.M. 20/11/87

Resistenza del mattone [MPa]	Classe della malta			
	M1	M2	M3	M4
2.0	1.2	1.2	1.2	1.2
3.0	2.2	2.2	2.2	2.0
5.0	3.5	3.4	3.3	3.0
7.5	5.0	4.5	4.1	3.5
10.0	6.2	5.3	4.7	4.1
15.0	8.2	6.7	6.0	5.1
20.0	9.7	8.0	7.0	6.1
30.0	12.0	10.0	8.6	7.2
40.0	14.3	12.0	10.4	-

Per comprendere meglio il legame costitutivo della muratura, non facile da definire, è opportuno fare riferimento alle classiche prove di caratterizzazione, ovvero alla prova di trazione e compressione uniassiale e biassiale ed alle prove di taglio.

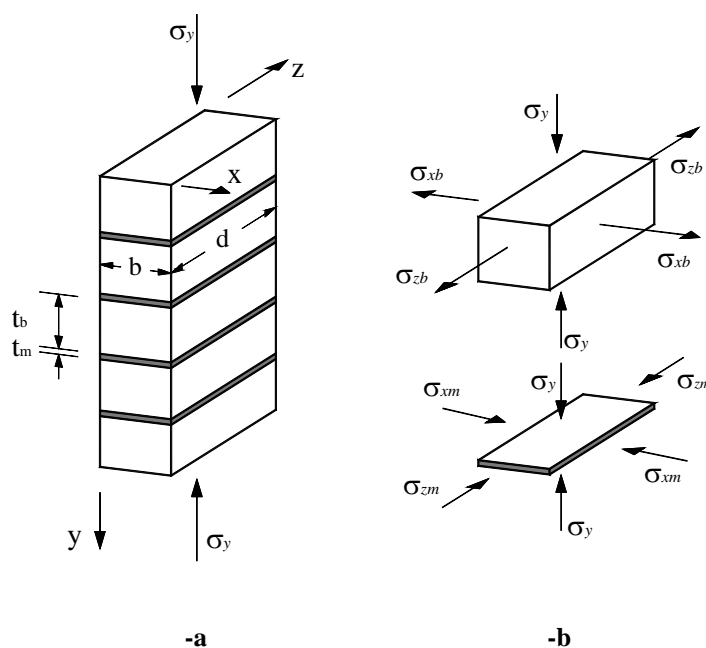
### 2.2.1. Comportamento a compressione uniassiale

Da prove di compressione uniforme, in direzione perpendicolare ai letti di malta, eseguite su murature di mattoni è stato osservato che la crisi si manifesta generalmente con lo sviluppo di fessure da trazione parallele all'asse di carico in conseguenza delle



tensioni di trazione dirette ortogonalmente a quelle principali di compressione (Hendry, 1986; Olivito, 2003). In secondo luogo, come precedentemente asserito, la resistenza a compressione della muratura di mattoni è notevolmente inferiore alla resistenza nominale dei mattoni e può essere molto più grande della resistenza cubica della malta. Si può dedurre: (a) che gli sforzi secondari di trazione che causano la crisi per trazione indiretta della muratura sono originati dall'impedimento della deformazione della malta costituente i giunti; (b) che la resistenza a compressione dei mattoni determinata sperimentalmente non è una misura diretta della resistenza dei mattoni all'interno della muratura, poiché il meccanismo di crisi è diverso nei due casi; (c) che la malta nei giunti è in grado di resistere a sforzi di compressione maggiori, poiché, in questo caso, è soggetta ad uno stato di tensione pluriassiale.

Si consideri un prisma di muratura, formato da un assemblaggio di malta e mattoni, soggetto ad una tensione assiale di compressione  $\sigma_y$  (Fig. 2.2-a).



**Fig. 2.2:** Tensioni nella muratura (a) e nei suoi componenti (b) in fase elastica (Hendry, 1986).

Le tensioni trasversali indotte in uno dei mattoni intermedi e in un giunto di malta adiacente sono rappresentate in Figura 2.2-b. La malta è il materiale più deformabile e, pertanto, tenderebbe a dilatarsi trasversalmente in misura maggiore rispetto al mattone, dotato di maggiore rigidità e minore coefficiente di Poisson. Tuttavia giunto di malta

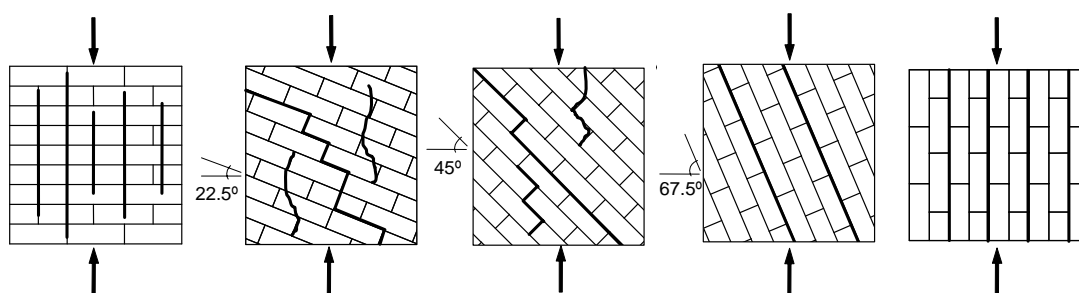
e mattone sono tra loro connessi, per cui, fino al verificarsi della perdita di aderenza tra essi, gli spostamenti relativi all'interfaccia devono essere nulli. Come conseguenza, il mattone risulta soggetto ad una componente di trazione sul piano orizzontale  $\sigma_{zb}$  e  $\sigma_{xb}$ , mentre la malta risulta sottoposta ad una componente di compressione  $\sigma_{zm}$  e  $\sigma_{xm}$ . In definitiva, il costituente più debole, la malta, è soggetto ad uno stato di compressione triassiale per il quale la resistenza è superiore rispetto a quella monoassiale, mentre nel mattone lo stato di tensione è di compressione-trazione biassiale, nel quale la resistenza è inferiore rispetto a quella monoassiale. Ciò giustifica l'osservazione sperimentale secondo la quale la resistenza della muratura è superiore a quella della malta, ma inferiore a quella del mattone.

La resistenza a compressione uniassiale in direzione parallela ai letti di malta è stata meno studiata dalla comunità scientifica. Comunque, la muratura è un materiale fortemente anisotropo e, soprattutto nel caso di blocchi con ridotta resistenza a compressione dovuta ad esempio alla direzione dei fori, la resistenza a carichi di compressione paralleli ai letti di malta può avere effetti decisivi sulla capacità portante della struttura. In genere, il rapporto tra la resistenza a compressione uniassiale parallela e perpendicolare ai letti di malta si assume compreso tra 0.2 e 0.8.

Senza dubbio, il comportamento uniassiale della muratura varia se vengono presi in considerazione diversi valori dell'angolo tra la forza di compressione e la direzione dei giunti orizzontali (Page, 1980, 1981 e 1983; Samarasinghe & Hendry, 1980).

La Figura 2.3 mostra i modi di rottura tipici di pannelli in muratura di mattoni soggetti ad uno stato di compressione uniassiale, in funzione dell'angolo formato dai giunti orizzontali con la direzione di carico.

Per una compressione perpendicolare ai letti di malta, la crisi avviene per rottura dei blocchi a causa di tensioni indirette di trazione, con formazione di fessure che attraversano i diversi strati, passando per i giunti di malta verticali. Se la compressione è diretta parallelamente ai giunti orizzontali, invece, la trazione si concentra in questi giunti che si separano a causa di fessure rette. Nei casi intermedi si osserva una combinazione delle due situazioni precedenti, con separazione dei giunti o rottura dei blocchi per trazione, e con formazione di fessure quasi totalmente dirette secondo la direzione di applicazione del carico di compressione.



**Fig. 2.3:** Modalità di rottura della muratura di mattoni soggetta ad uno stato di compressione uniaxiale (Page, 1980, 1981, 1983).

### 2.2.2. Comportamento a trazione uniassiale

In generale, la muratura presenta una resistenza a trazione molto bassa, di solito governata dal valore minore di resistenza a trazione dei materiali costituenti. Nella maggior parte dei casi, e soprattutto nel caso di edifici storici, il collasso è condizionato dalla resistenza della malta.

Per carichi di trazione in direzione perpendicolare ai letti di malta, la crisi è generalmente causata dalla relativamente bassa resistenza a trazione dell'interfaccia tra malta e mattone. Con buona approssimazione, la resistenza a trazione della muratura può essere considerata pari alla resistenza di aderenza tra malta e blocchi (Lourenço, 1996 e 1998).

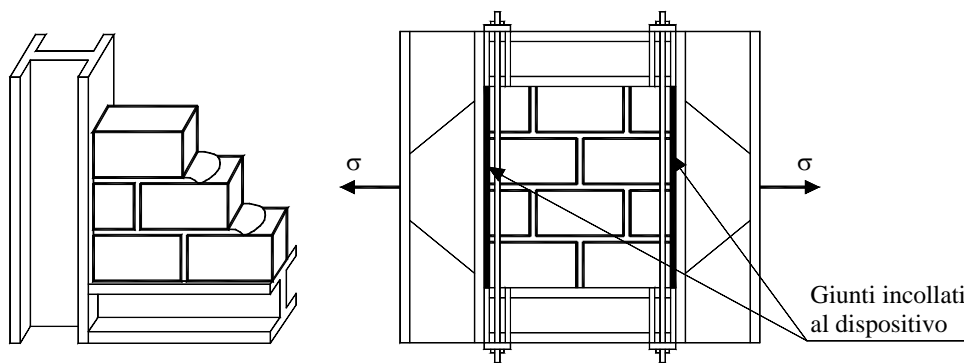
Nel caso di murature con blocchi a bassa resistenza a trazione e maggiore resistenza di aderenza all'interfaccia (ossia per malte aventi buone caratteristiche meccaniche o elementi con alte percentuali di foratura che raggiungono la crisi anche per bassi livelli di tensione), la crisi può avvenire per il superamento della resistenza a trazione dei blocchi, che definisce così la resistenza a trazione dell'intero solido murario.

Per carichi di trazione in direzione parallela ai letti di malta, invece, è stato condotto un completo programma sperimentale riportato in letteratura (Backes, 1985), nel quale, attraverso un dispositivo appositamente realizzato (Fig. 2.4), i campioni di muratura, costruiti in maniera usuale, sono stati ruotati di  $90^\circ$  e sottoposti al carico di trazione in controllo di spostamento.

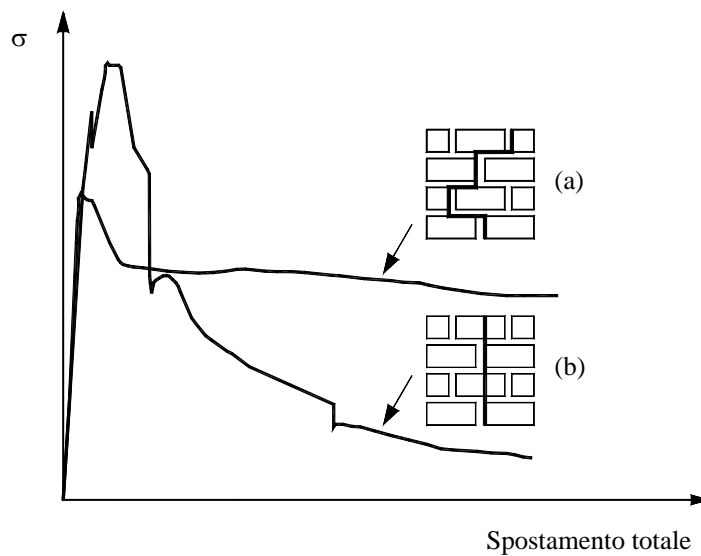
Due possibili tipi di rottura possono avvenire, in funzione della resistenza relativa dei giunti e dei blocchi. Nel primo tipo (Fig. 2.5-a), le fessure percorrono a zigzag sia i

giunti verticali che quelli orizzontali. Nel secondo tipo di rottura (Fig. 2.5-b), la fessura attraversa il provino in direzione verticale ed attraversa sia i giunti di malta che i blocchi.

Quindi, sostanzialmente, la resistenza a trazione della muratura in direzione orizzontale dipende dalla resistenza allo scorrimento tra legante e blocchi e dalla resistenza a trazione dei soli blocchi.



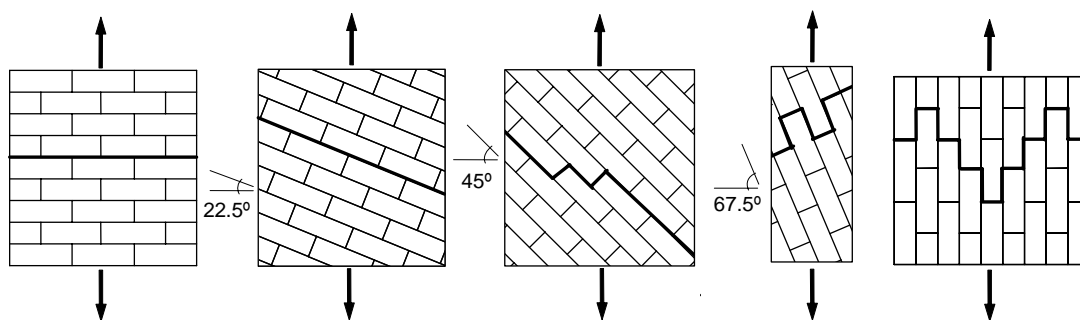
**Fig. 2.4:** Apparato sperimentale per prove di trazione in direzione parallela ai giunti orizzontali (Backes, 1985).



**Fig. 2.5:** Diagrammi tensione-spostamento per carichi di trazione in direzione parallela ai letti di malta. -a: Crisi con formazione di fessure che attraversano i giunti di malta verticali ed orizzontali; -b: Crisi con formazione di fessure che attraversano giunti e blocchi (Backes, 1985).

In Figura 2.6 sono mostrati i tipi di rottura che possono verificarsi in pannelli di muratura di mattoni soggetti ad uno stato di trazione uniassiale, in funzione dell'angolo

formato dai giunti orizzontali con la direzione di carico (Page, 1980, 1981, 1983). In tutti i casi, la rottura si concentra nei giunti di malta e tende ad essere parallela alla direzione del carico di trazione applicato, confermando che la crisi per trazione dipende dalla resistenza a trazione della malta.



**Fig. 2.6:** Modalità di rottura della muratura di mattoni soggetta ad uno stato di trazione uniassiale (Page, 1980, 1981, 1983).

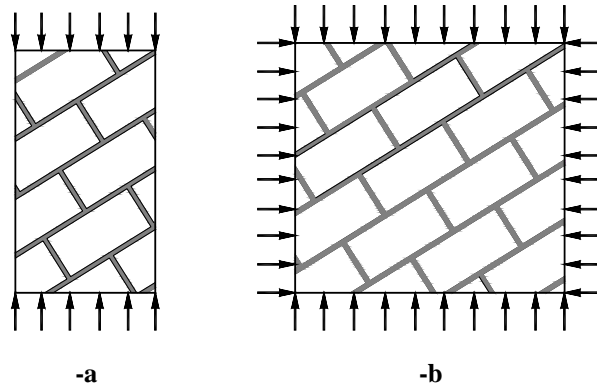
### 2.2.3. Comportamento biassiale

Il comportamento meccanico della muratura soggetta ad uno stato di tensione biassiale non può essere completamente descritto prendendo esclusivamente in considerazione il comportamento uniassiale. Pertanto, il dominio di resistenza biassiale può essere ottenuto o in termini del tensore delle tensioni in un determinato sistema di assi materiali, oppure in termini delle tensioni principali e dell'angolo di rotazione tra essi e gli assi materiali.

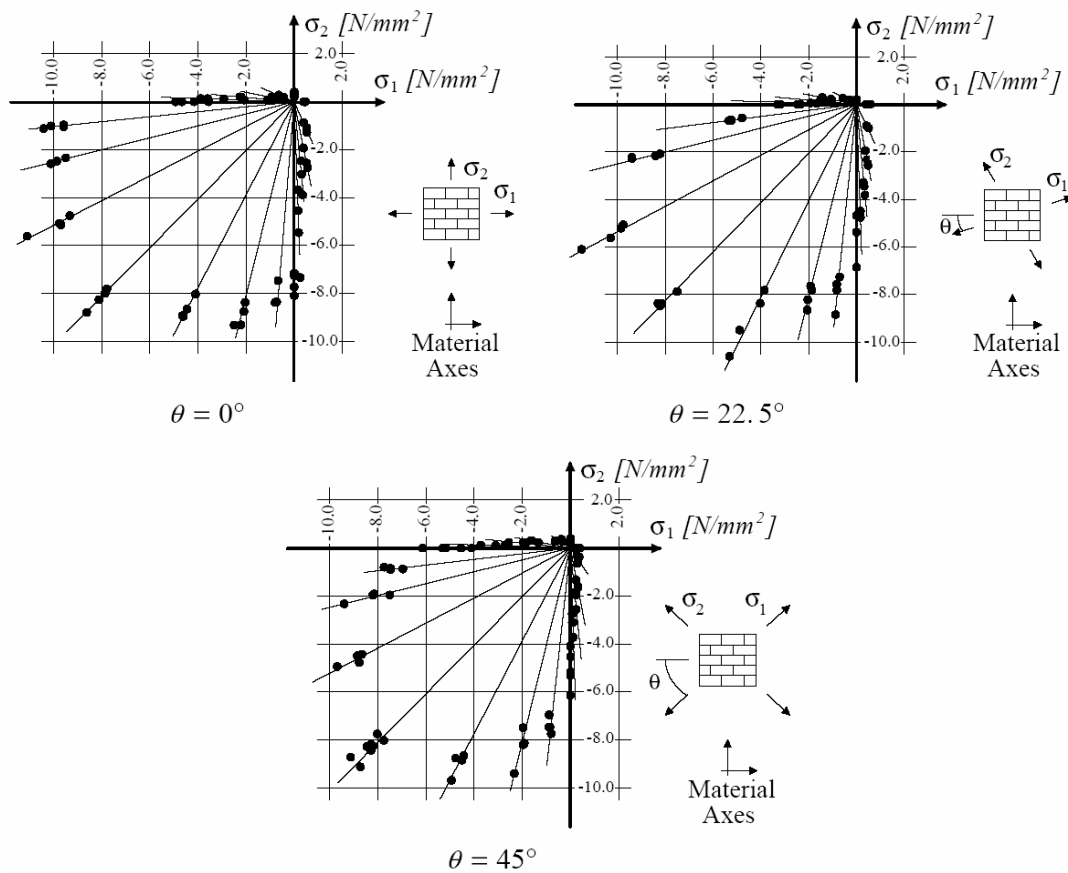
In genere, possono essere adoperate due configurazioni: stato tensionale uniassiale orientato di un certo angolo rispetto ai letti di malta (Fig. 2.7-a) e stato tensionale biassiale (Fig. 2.7-b).

Il più completo programma sperimentale a riguardo, disponibile in letteratura, è stato condotto da Page su pannelli quadrati in muratura di mattoni in scala 1:2 (Page, 1980, 1981, 1983), sottoposti a carichi biassiali. Variando l'intensità del carico e la sua direzione rispetto ai letti di malta, egli identificò i diversi tipi di rottura e precisò che l'orientazione dei giunti di malta rispetto alla direzione di carico (angolo  $\theta$ ) influisce in modo significativo sul comportamento della muratura, soprattutto nel caso in cui una componente di tensione è prevalente sull'altra. Osservò, inoltre, che la resistenza a

compressione uniaassiale della muratura è minore di quella biassiale e dedusse i domini di rottura per diversi valori dell'orientazione  $\theta$  riportati in Figura 2.8.

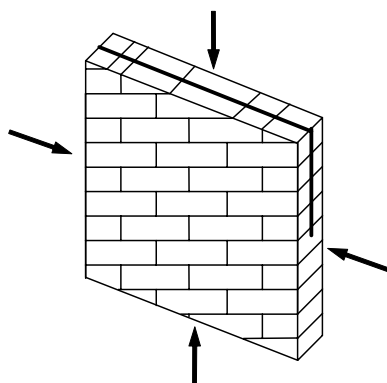


**Fig. 2.7:** Possibili configurazioni per lo studio della resistenza biassiale. **-a:** Carico uniaassiale; **-b:** Carico biassiale.



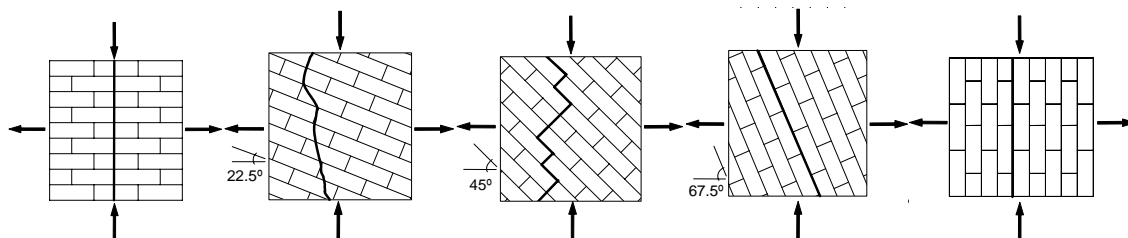
**Fig. 2.8:** Domini di rottura della muratura soggetta a stati tensionali biassiali (Page, 1981, 1983).

Infatti, è stato osservato che lo stato tensionale di compressione biassiale comporta due tipi di rottura, in funzione dell'intensità delle tensioni principali. Nella maggior parte dei casi, la rottura si è verificata in un piano parallelo alle superfici libere del pannello (Fig. 2.9). Per rapporti tra le tensioni applicate molto maggiori o molto minori di 1 (ossia quando una delle tensioni applicate è molto maggiore dell'altra), la crisi si è verificata per la combinazione di meccanismi di rottura dei giunti e di splitting laterale.



**Fig. 2.9:** Modalità di rottura della muratura di mattoni per stati di compressione biassiale (Page, 1981, 1983).

Per stati di trazione uniassiale, la rottura si è verificata per rottura e scorrimento dei giunti verticali ed orizzontali. La presenza di una tensione di compressione comporta la diminuzione della resistenza a trazione, anche a causa della micro-fessurazione indotta nei blocchi. Per stati biassiali di tensione-compressione, la crisi è avvenuta sia per rottura e scorrimento dei soli giunti, sia per rottura combinata di blocchi e giunti (Fig. 2.10).

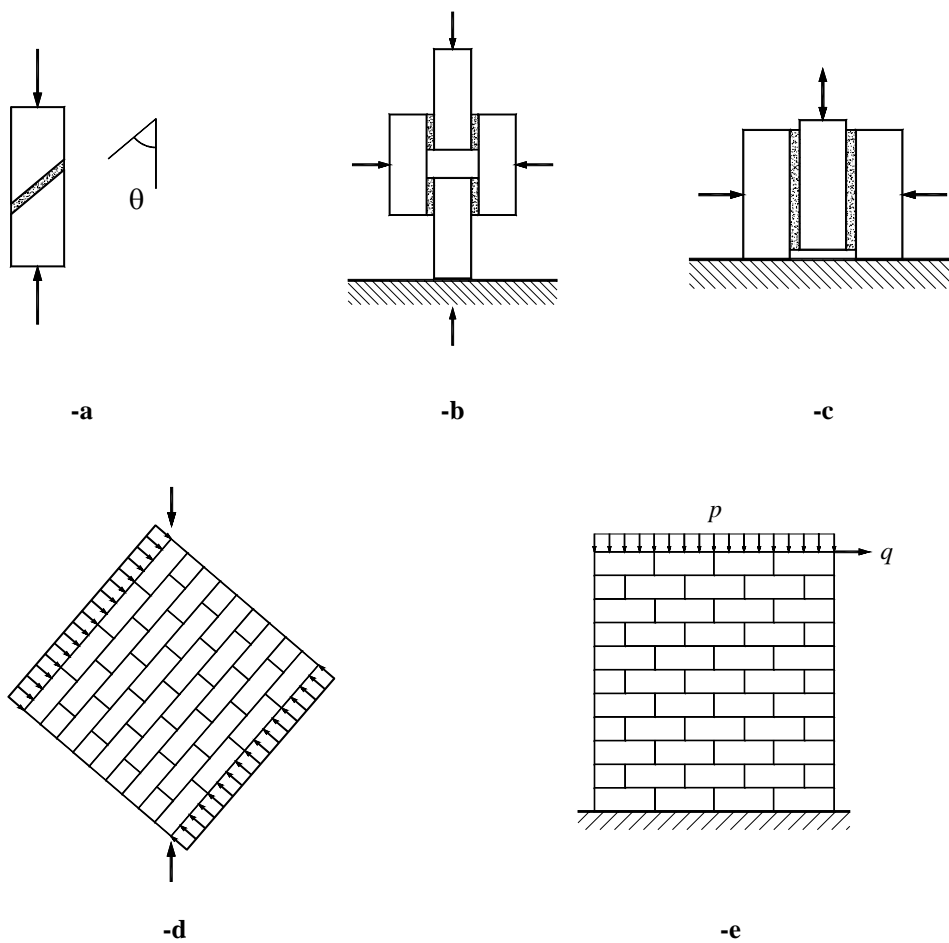


**Fig. 2.10:** Modalità di rottura della muratura di mattoni soggetta ad uno stato di tensione biassiale (Page, 1980, 1981, 1983).

Occorre precisare, come è ovvio, che i domini di rottura appena presentati, ricavati da Page, sono di limitata applicabilità a diversi tipi di muratura, in quanto dipendono dalle dimensioni dei provini testati, dai materiali utilizzati e dalle modalità di prova.

#### 2.2.4. Comportamento a taglio

Le prove sperimentali solitamente effettuate per la determinazione della resistenza a taglio della muratura sono di vario tipo e comprendono sia prove su elementi di muratura di piccole dimensioni (quali due blocchi uniti da un solo giunto di malta o triplette, ecc.), sia prove su pannelli di dimensioni maggiori, in scala reale o ridotta (Fig. 2.11).

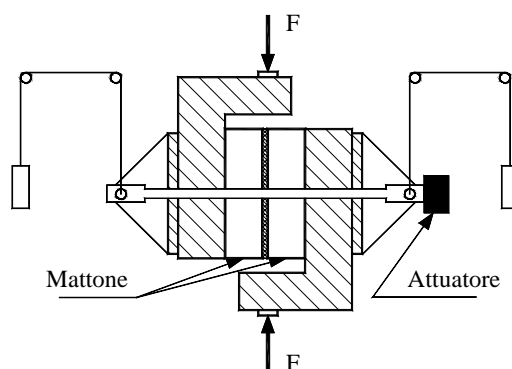


**Fig. 2.11:** Possibili configurazioni sperimentali per lo studio della resistenza a taglio della muratura: elementi di muratura (-a, -b, -c); pannelli murari (-d, -e).



Lo studio del comportamento a taglio della muratura è fondamentale anche per una migliore comprensione delle proprietà dell'interfaccia malta-mattone. Un aspetto importante nella determinazione della risposta a taglio dei giunti è legato alla realizzazione di un set-up sperimentale tale da generare uno stato tensionale uniforme nei giunti stessi, senza introdurre effetti torsionali o flettenti di disturbo. In (Van der Pluijm, 1993) è riportato un esteso programma sperimentale riguardante la caratterizzazione meccanica a taglio di muratura costituita da blocchi di argilla.

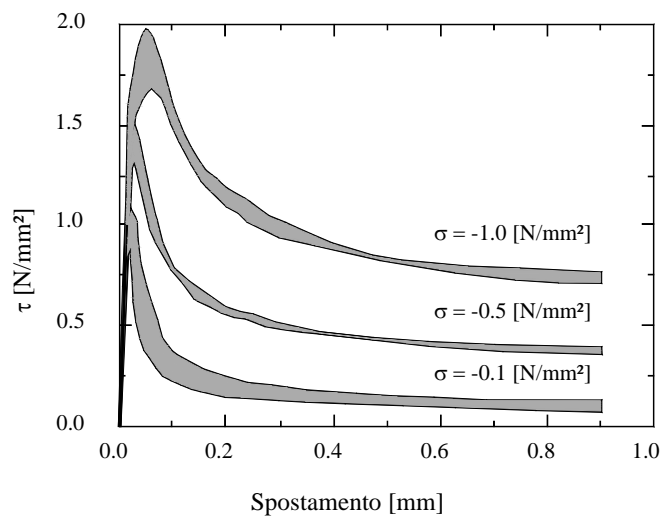
Il dispositivo sperimentale adoperato è mostrato in Figura 2.12: questo consente di mantenere il carico normale di confinamento costante e di conferire una forza tagliante in direzione parallela al giunto di malta.



**Fig. 2.12:** Dispositivo per la prova di taglio (Van der Pluijm, 1993).

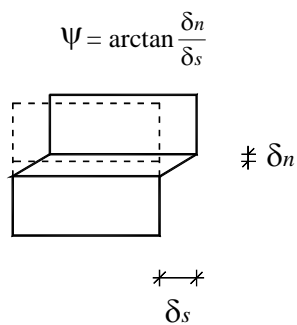
Le prove di taglio sono state condotte per tre diversi valori del carico di compressione e hanno permesso di ottenere la legge d'attrito del materiale ed i diagrammi tensione tangenziale-spostamento, dai quali sono stati evinti il tipico andamento softening e la resistenza tangenziale residua (Fig. 2.13).

In altre parole, se la muratura sottoposta a prova presenta una resistenza a trazione iniziale (dovuta, ad esempio, alla presenza della malta nel giunto), lo sforzo di taglio, dopo aver raggiunto il valore di picco, decresce rapidamente sino ad un valore residuo che si mantiene costante con il progredire degli spostamenti. Alla resistenza di picco corrisponde un involuppo a rottura caratterizzato da una intercetta non nulla con l'asse degli sforzi di taglio (coesione) e da un valore dell'angolo d'attrito maggiore di quello residuo ottenuto per spostamenti elevati.



**Fig. 2.13:** Diagramma tensione tangenziale-spostamento per tre differenti livelli della tensione normale (Van der Pluijm, 1993).

Inoltre è stato possibile determinare un altro importante parametro caratteristico delle murature soggette a taglio: l'angolo di dilatanza (Fig. 2.14), che misura il sollevamento di un blocco rispetto a quello ad esso sottostante sotto un'azione tagliante, dipendente, dal livello di carico di confinamento applicato.

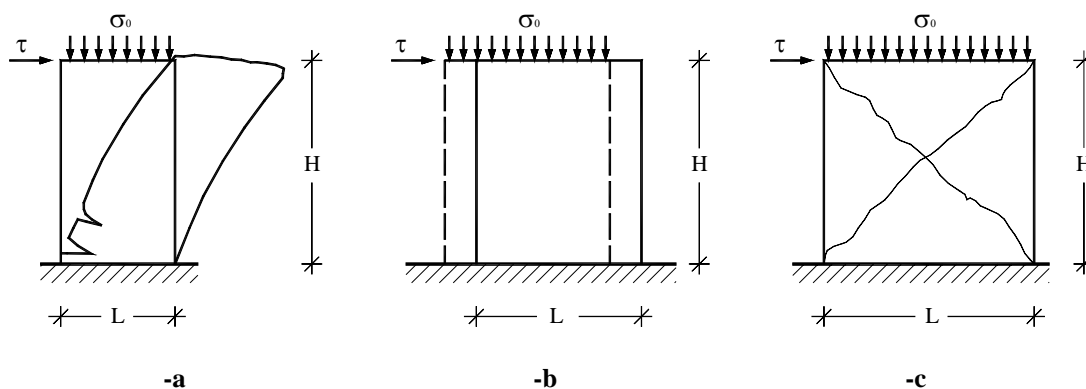


**Fig. 2.14:** Definizione dell'angolo di dilatanza.

Le modalità di rottura di un pannello murario, invece, dipendono sia dalle sue dimensioni che dal carico applicato su di esso (Tassios, 1988) e si distinguono in:

- rottura per flessione (per valori elevati del rapporto altezza/spessore, Fig. 2.15-a);
- rottura per scorrimento del pannello, considerato come corpo rigido (per piccoli valori del coefficiente d'attrito, Fig. 2.15-b);

- rottura per taglio (per valori limitati del rapporto altezza/spessore) che si verifica con la formazione di fessure diagonali lungo le quali si sviluppano tensioni di trazione, che la muratura non è in grado di sopportare (Fig. 2.15-c).



**Fig. 2.15:** Modalità di rottura dei pannelli murari (Tassios, 1988). **-a:** Rottura per flessione; **-b:** Cedimento per scorrimento; **-c:** Rottura per taglio.

È stato osservato sperimentalmente che, per piccoli valori del rapporto tra la tensione verticale di compressione applicata e la resistenza a compressione della muratura, un aumento del carico assiale di compressione provoca un aumento della resistenza a taglio. Il legame tra la tensione di compressione e quella di taglio che ne deriva è mostrato in Figura 2.16 ed è governato da una legge lineare alla Coulomb, del tipo:

$$\tau_{\text{lim}} = \tau_{c0} + f \cdot \sigma_0 \quad (2.2)$$

dove,  $\tau_{\text{lim}}$  è la resistenza a taglio della muratura,  $\tau_{c0}$  rappresenta la resistenza a taglio in assenza di compressione (coesione malta-mattone),  $f$  è il coefficiente d'attrito all'interfaccia malta-mattone e  $\sigma_0$  è il valore medio della tensione normale di compressione.

Naturalmente, valori eccessivi del carico assiale portano invece alla rottura per compressione del pannello murario.

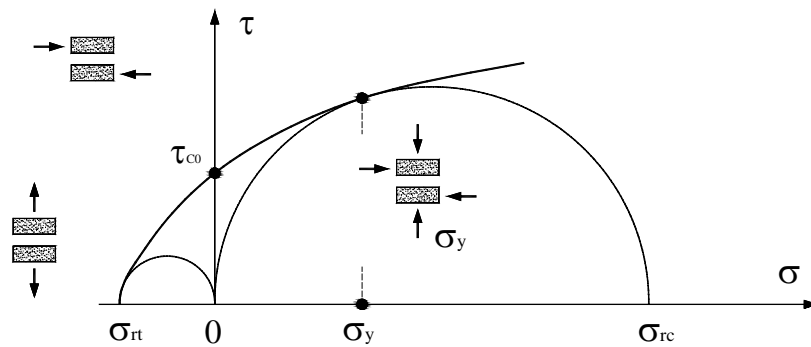


Fig. 2.16: Legge di Mohr-Coulomb per la muratura.

### 2.3. La muratura a secco

Le costruzioni in muratura possono essere realizzate, soprattutto nel caso di edifici storici, con blocchi di pietrame, mattoni, o altro materiale, naturale od artificiale, semplicemente sovrapposti tra loro, senza l'utilizzo di legante. Si parla, in tal caso, di muratura a secco.

Sono ben pochi i contributi in letteratura e gli studi effettuati sul comportamento meccanico di pareti realizzate con muratura a secco. Infatti, le ricerche sulla muratura sono quasi esclusivamente concentrate sulle caratteristiche meccaniche della muratura di mattoni o, talvolta, di pietrame con giunti di malta. Lo studio del comportamento meccanico di questa tipologia strutturale è fondamentale: molte costruzioni antiche importanti sono state realizzate con giunti a secco. In altri casi, invece, la riduzione dello spessore dei giunti di malta, degradata in seguito agli agenti atmosferici ed ai secoli di vita delle costruzioni, ha modificato il comportamento meccanico di queste ultime, ora assimilabile a quello tipico delle murature a secco.

#### 2.3.1. L'apparecchio dell'*opus quadratum*

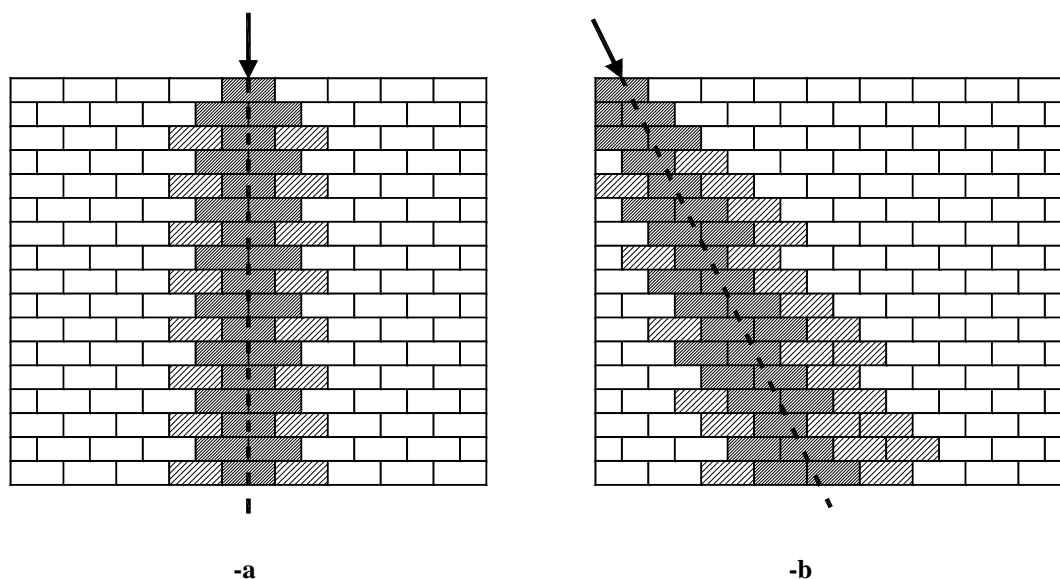
L'analisi del comportamento meccanico di tale classe di murature non può prescindere dallo studio dell'*opus quadratum*. Come ampiamente descritto in (Giuffrè, 1990) l'apparecchio dell'*opus quadratum* (opera quadrata) risale ai tempi dei romani. È caratterizzato da due ordini di pietre squadrate, *ortostati* (blocchi parallelepipedi paralleli alla direzione del muro) e *diatoni* (blocchi parallelepipedi posti con la maggiore lun-

ghezza ortogonale al muro), dall'alternanza dei quali si generano diverse tessiture; è a corsi orizzontali, con i giunti verticali sfalsati.

È utile analizzare le caratteristiche meccaniche conseguenti da tale struttura. La pietra è un materiale dotato di coesione e tale caratteristica viene offerta al muro, ma solo nell'ambito di ciascun blocco. La parete muraria in *opus quadratum* è invece costituita da elementi poggiati l'uno sull'altro con vincolo di semplice appoggio, cioè monolatero: esso reagisce alle azioni che tendono a compenetrare i corpi, ma non a quelle che tendono a distaccarli. Lungo tali superfici, la coerenza della pietra viene meno.

Inoltre, le superfici di contatto tra i blocchi sono dotate di attrito secondo la definizione di Coulomb e sono in grado di trasmettere forze ad esse parallele fino ad una certa percentuale dell'azione verticale che li comprime dipendente dall'angolo di attrito del materiale.

In virtù dello sfalsamento, ciascun blocco di ogni strato poggia su due blocchi dello strato inferiore (Fig. 2.17).



**Fig. 2.17:** Distribuzione dei carichi in un muro in *opus quadratum*. -a: Carico verticale; -b: Carico inclinato.

In tal modo un carico concentrato su un blocco si distribuisce sui due inferiori, e da questi sui tre della giacitura sottostante. Se le dimensioni longitudinali dei blocchi sono costanti per tutte le giaciture, al quarto strato il carico interessa nuovamente due soli blocchi, e così via. Si realizza, cioè, una piccola diffusione del carico su una porzione di muro tanto più larga quanto più ci si allontana dal blocco caricato, ma sempre limi-

tatamente ad una fascia verticale sottostante il punto di applicazione del carico. Ciò vale anche nel caso di carico concentrato inclinato (Fig. 2.17-b), con l'unica differenza che, in questa circostanza, si verifica l'insorgere di reazioni orizzontali lungo le superfici di contatto, permesse dall'attrito. Si osserva, comunque, che non tutto il muro partecipa all'impegno statico di sopportare i carichi, ma solo la porzione direttamente interessata. Questa è la caratteristica fondamentale dell'opera muraria, conseguenza della mancanza di effettiva continuità nella muratura, che si ha invece nel caso di giunti con malta.

Al fine di individuare un modello costitutivo per tale tipologia strutturale, si prendano in esame le seguenti considerazioni: è stato detto che il muro è costituito da blocchi sovrapposti per semplice contatto secondo piani orizzontali, mentre nei piani verticali è supposto un vincolo che entra in gioco solo se è indispensabile per l'equilibrio di uno dei due blocchi accostati. Questo costituisce un modello discontinuo che realizza il materiale teorico, definibile come isotropo, continuo e non resistente a trazione. In sostanza, l'*opus quadratum*, ovvero il modello meccanico che esso fisicamente rappresenta, costituisce una parete discontinua (perché costituita da più blocchi) ed anisotropa (perché dotata di una giacitura preferenziale, quella orizzontale). Nell'ambito di ciascun blocco, considerato indeformabile, esiste perfetta coerenza, cioè resistenza a trazione, mentre tale resistenza viene a mancare tra blocco e blocco. Se la parete muraria viene vista come costituita da un unico materiale, il modello meccanico discontinuo si avvicina a quello continuo descritto in (Di Pasquale, 1992) quanto più i blocchi sono piccoli, cioè quanto meno è rilevante la coerenza interna ai blocchi rispetto all'incoerenza dei giunti. L'assenza di coesione tra blocco e blocco è una caratteristica importante; la teoria del solido continuo, isotropo e non reagente a trazione comporta che lo stato tensionale indotto da un carico sia limitato ad un flusso rettilineo di compressioni allineato con la direzione del carico, senza alcuna diffusione.

Una ulteriore conseguenza meccanica dello sfalsamento dei giunti verticali riguarda la funzione di "catena" che si attribuisce solitamente ad un muro ben connesso come per definizione è il muro in *opus quadratum*. Poiché il carico verticale comprime i blocchi lungo le superfici di appoggio orizzontale, qualunque azione tenda a far scorrere quei blocchi deve vincere l'attrito che la compressione suscita tra tali superfici. Pertanto, una fascia di muratura costituisce una "catena" poiché, per produrre un allungamento di essa, è necessario far scorrere i blocchi gli uni rispetto agli altri. Tale resistenza allo

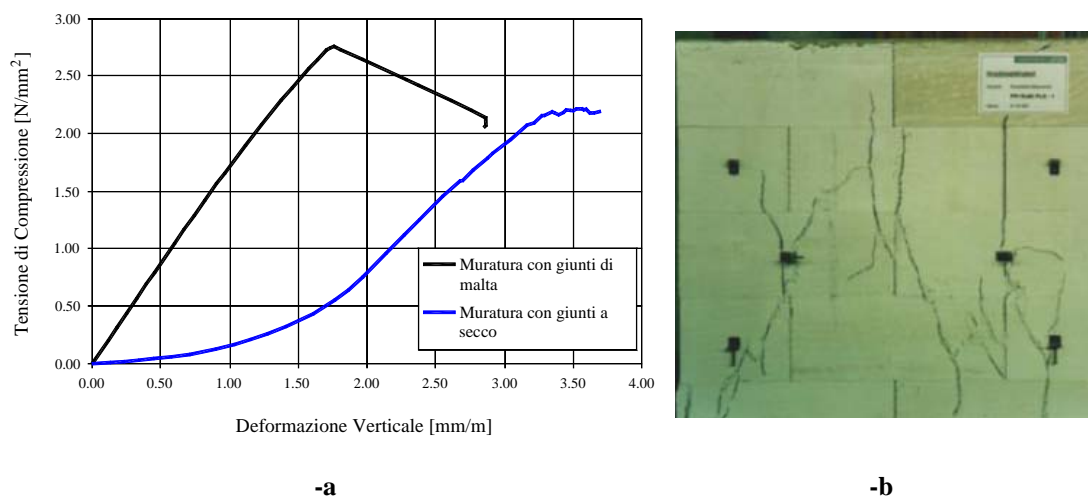
scorrimento, rappresenta una pseudo resistenza a trazione della muratura, ed è tanto maggiore quanto più grande è la lunghezza del blocco, e quindi la sovrapposizione, ma tanto minore quanto più il blocco è alto (diminuiscono così gli strati, cioè il numero di vincoli che si oppongono allo scorrimento). In definitiva, l'attrito suscitato dal carico verticale agente su una parete muraria con giunti a secco rende monolitico il muro.

### 2.3.2. Sperimentazioni su murature a secco

Come asserito nella precedente sezione, le sperimentazioni condotte su strutture o modelli di muratura a secco sono poche. Di seguito si riportano alcune considerazioni su interessanti lavori proposti di recente in letteratura.

In (Marzhan, 1997) è stato investigato il comportamento meccanico di pareti costituite da blocchi di silicato di calcio e di calcestruzzo alleggerito accostati tra loro senza legante, con lo scopo di valutare la possibilità di realizzare nuove costruzioni interamente costituite da muratura a secco in modo tale che, nel caso di eventuali demolizioni e ricostruzioni, gli elementi costituenti potessero essere riadoperati, mirando a processi produttivi eco-sostenibili. L'assenza di malta nei giunti, favorirebbe sicuramente tali operazioni, riducendo peraltro i costi di costruzione. In tal senso, è stata avviata una campagna di prove sperimentali, su prismi di dimensioni standard (in accordo con le normative tecniche vigenti in Germania), per una migliore comprensione delle caratteristiche meccaniche e della capacità portante delle murature a secco. Partendo con il presupposto che la muratura con giunti di malta presenta un comportamento meccanico piuttosto complesso e che la sua resistenza a compressione ha un valore intermedio a quello dei due materiali costituenti presi singolarmente (come asserito in § 2.2), è stato osservato che, se da un lato l'assenza di malta determina un aumento delle caratteristiche di resistenza della muratura (come avviene anche nel caso di murature con malta al diminuire dello spessore dei giunti), dall'altro viene a mancare la uniforme distribuzione delle tensioni tra i diversi filari. Pertanto, nelle murature con giunti a secco non può essere ignorata la necessità di avere superfici di contatto regolari. Durante la sperimentazione sono state condotte prove su murature con e senza malta per valutare il differente comportamento meccanico dei due materiali. È stato osservato che la differenza fondamentale sta nel legame tensione-deformazione: sottoponendo prismi di mu-

ratura, con e senza legante nei giunti, a prove di compressione uniassiale in direzione perpendicolare ai giunti orizzontali è stato determinato il diagramma  $\sigma$ - $\varepsilon$  mostrato in Figura 2.18-a.



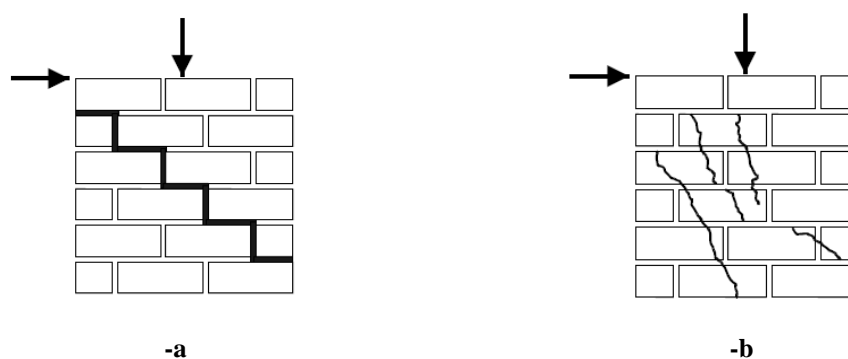
**Fig. 2.18:** Prova di compressione su muratura a secco. **-a:** Confronto con muratura con giunti di malta; **-b:** Quadro fessurativo al termine della prova (Marzhan, 1997).

Il diagramma mostra come la muratura a secco (curva in basso della Figura 2.18-a) presenti una deformazione iniziale per carico costante molto elevata rispetto alla muratura tradizionale, che invece evidenzia un comportamento quasi lineare fino al valore di picco del carico di compressione. Tale diversità è imputabile al fatto che la muratura con giunti a secco deve assestarsi e bilanciare le non planarità o rugosità eventuali delle superfici di contatto prima di poter sopportare i carichi che le vengono applicati. Ciò porta ad avere un modulo di elasticità molto basso, con conseguenti aumenti delle deformazioni, nella fase iniziale di carico. In Figura 2.18-b è, invece, mostrato il quadro fessurativo al termine della prova di compressione. Nelle murature con malta nei giunti, nelle quali questi ultimi sono sottoposti ad uno stato tensionale di compressione relativamente uniforme, generalmente le fessure si formano lungo i giunti verticali e si propagano attraverso i blocchi, e solitamente sono poco visibili fino al momento della rottura. La muratura a secco testata in (Marzhan, 1997) ha, invece, presentato un tipo di rottura simile a quanto avviene per i cubetti di calcestruzzo, con formazione di fessure diagonali da taglio tanto più evidenti quanto maggiore è il rapporto tra l'altezza e lo spessore del campione.



Il comportamento meccanico evidenziato dalla muratura a secco testata in (Marzhan, 1997) è del tutto simile a quanto ottenuto nella sperimentazione condotta durante il presente lavoro di tesi. Nella fase di caratterizzazione meccanica del materiale, descritta nel Capitolo 5 (§ 5.5.1), è stato, infatti, determinato il legame tensione-deformazione con andamento analogo a quello mostrato in Figura 2.18-a. Anche la modalità di rottura dei provini a secco è del tutto confrontabile con quella riscontrata nel lavoro appena citato.

In (Marzhan, 1998) è proseguito lo studio riportato nel precedente lavoro, concentrando maggiormente l'attenzione sulla resistenza a taglio delle murature con giunti a secco. In mancanza di sperimentazioni e di normative tecniche a riguardo, è stata condotta una sperimentazione con lo scopo di caratterizzare meccanicamente la muratura, determinando la legge d'attrito della stessa, ed è stato messo a punto un telaio di prova da utilizzare su pareti murarie in scala reale per la determinazione della resistenza a taglio. Considerando che il criterio di rottura più adoperato per la muratura soggetta a taglio, sotto l'azione di carichi di compressione di modesta entità, è il criterio di Coulomb, la modalità di rottura delle murature a secco soggette a carichi taglianti, agenti nel piano, è differente rispetto alle tradizionali murature con malta nei giunti. Le prime infatti presentano coesione nulla (resistenza a taglio iniziale in assenza di carichi verticali), pertanto la rottura si verifica allorché le tensioni tangenziali totali superino la resistenza d'attrito dei giunti orizzontali, con conseguente scorrimento dei blocchi lungo i piani orizzontali (Fig. 2.19-a). Per carichi di compressione elevati, è stato invece riscontrato che la crisi può verificarsi anche qualora la resistenza d'attrito non sia stata coinvolta fino al suo valore massimo, bensì a causa del superamento, da parte della tensione principale di trazione, della resistenza a trazione diagonale dei blocchi, che induce la rottura di questi ultimi (Fig. 2.19-b). Pertanto, il comportamento a taglio di murature a secco è influenzato da due parametri: la resistenza a trazione dei blocchi ed il coefficiente di attrito tra due strati orizzontali. Tali parametri sono stati determinati in (Marzhan, 1998), relativamente alle tipologie di blocchi presi in esame, attraverso prove sperimentali. Interessante è stata la valutazione del coefficiente d'attrito del materiale (silicato di calcio e calcestruzzo alleggerito) il cui range varia tra 0.70 e 0.90. Le normative tecniche tedesche (DIN 1053-1) impongono invece che questo non superi il valore di 0.60 per qualsiasi tipo di materiale, concorde con quanto ricavato dalla prova di caratterizzazione meccanica a taglio condotta nel presente lavoro di tesi (§ 5.5.2).



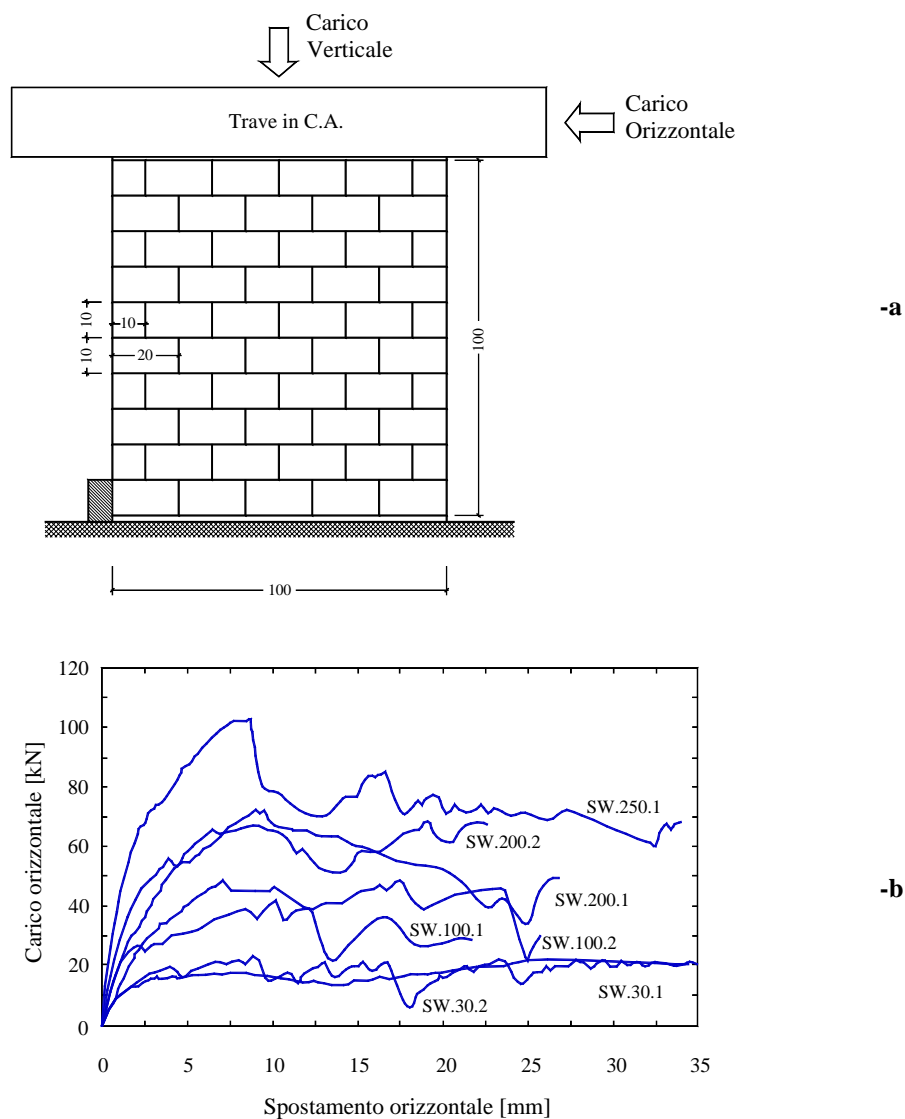
**Fig. 2.19:** Muratura a secco soggetta a taglio in presenza di carichi verticali. **-a:** Crisi per scorrimento; **-b:** Rottura dei blocchi (Marzhan, 1998).

Presso l'Università Politecnica della Catalogna è stato preso in esame il comportamento meccanico di pareti murarie costituite da blocchi di arenaria, delle dimensioni di  $20 \times 20 \times 10 \text{ cm}^3$ , sovrapposti senza legante, sottoposti all'azione combinata di carichi verticali ed orizzontali agenti nel piano della muratura (Oliveira, 2000), con lo scopo di determinare la combinazione dei carichi di rottura ed il meccanismo al collasso. Sono state, innanzitutto, condotte prove di compressione per la valutazione delle proprietà meccaniche del materiale adoperato sia sui singoli blocchi che su prismi realizzati con e senza malta. Queste hanno permesso di trarre due importanti conclusioni: (1) i campioni con giunti a secco hanno mostrato una resistenza a compressione minore di quelli con malta; (2) la resistenza a compressione dei blocchi è fortemente influenzata da significativi effetti scala che intervengono al variare della dimensione dei campioni. Ulteriori test sono stati condotti per la determinazione dell'angolo di attrito tra le superfici dei blocchi (precedentemente levigate) risultato pari a  $33^\circ$ . Tali considerazioni sono in pieno accordo con i risultati delle prove di caratterizzazione condotte nell'ambito del presente lavoro di tesi, così come il valore dell'angolo di attrito che, nel caso in esame, è risultato pari a  $32^\circ$  (§ 5.5.1 e § 5.5.2).

La sperimentazione vera e propria riportata in (Oliveira, 2000) è stata condotta su sette muri a secco sottoposti a quattro livelli di carichi verticali di modesta entità (come in realtà si verifica nelle murature storiche), mantenuti costanti durante la prova, e ad uno spostamento orizzontale in testa applicato in modo graduale, e distribuito uniformemente mediante una trave di calcestruzzo armato (Fig. 2.20-a).

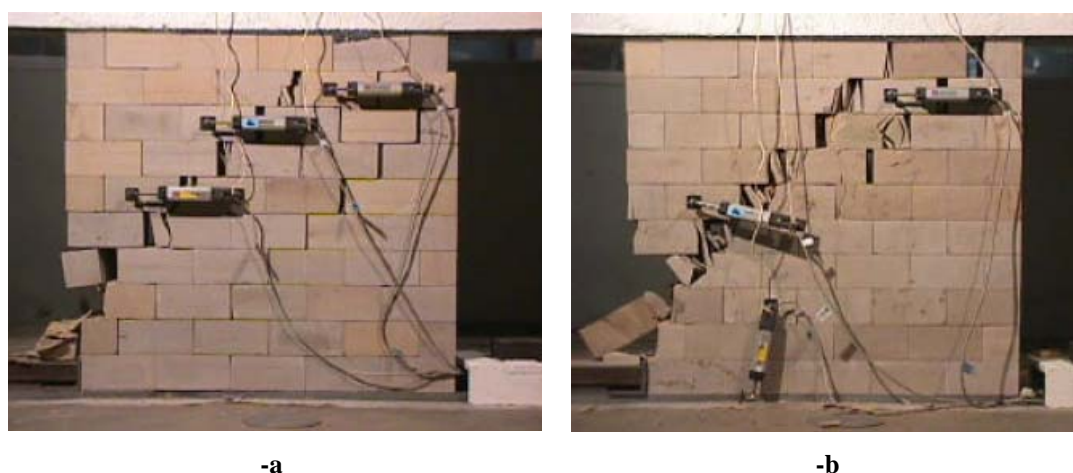
I risultati delle prove sono riportati in Figura 2.20-b sotto forma di curve carico-spostamento (i muri sono indicati con  $SW.n.m$ , dove  $m$  è il numero di campioni assoggettati allo stesso carico verticale  $n$  espresso in kN). I diagrammi mostrano un primo

tratto a rigidità maggiore nel quale non si verifica alcuno scorrimento tra i blocchi; il secondo tratto è caratterizzato da una graduale perdita di rigidità dovuta ad uno spostamento relativo tra i blocchi. In tutti i casi, sono stati ottenuti ampi tratti post-picco.



**Fig. 2.20:** Muratura a secco soggetta a taglio in presenza di carichi verticali. **-a:** Configurazione di prova; **-b:** Curve carico-spostamento (Oliveira, 2000).

L'assenza di malta ha favorito la concentrazione di tensioni in corrispondenza di alcuni punti di contatto, portando alla formazione di lesioni verticali nei blocchi, più diffuse nel caso di carichi verticali di maggiore entità (Fig. 2.21). I risultati sperimentali hanno permesso l'implementazione di un modello numerico utilizzato per la simulazione delle prove stesse.

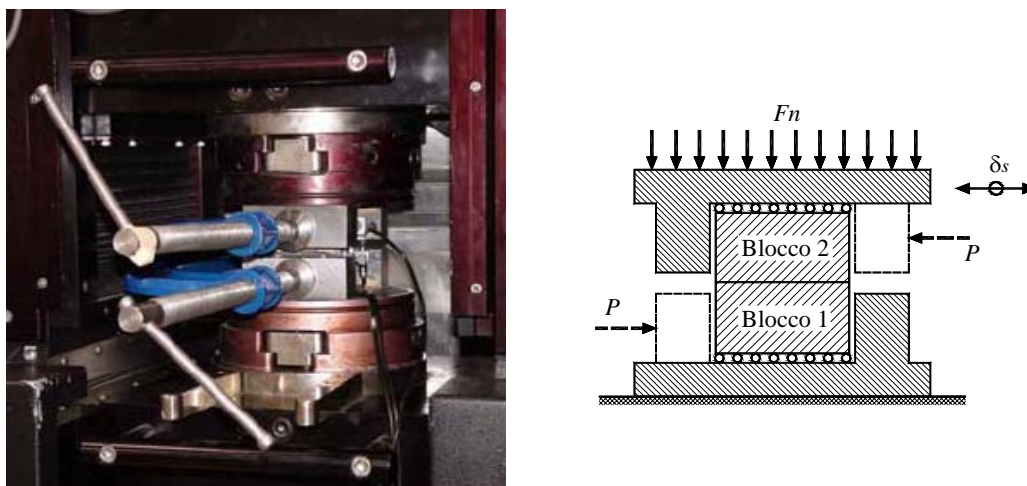


**Fig. 2.21:** Muratura a secco soggetta a taglio in presenza di carichi verticali. **-a:** Provino SW.100.1; **-b:** Provino SW.200.1 (Oliveira, 2000).

Le medesime considerazioni sono state tratte nel caso della sperimentazione oggetto del presente lavoro di tesi, durante la quale pareti murarie in scala 1:3 sono state assoggettate ad un carico verticale costante e ad una spinta orizzontale fuori dal piano, anziché nel piano come nel caso appena esaminato. Nonostante la differente condizione di carico, durante le prove sperimentali si è verificata la rottura dei blocchi componenti i modelli, in corrispondenza di alcuni punti di contatto (soprattutto nel caso di superfici non perfettamente piane), per valori elevati del carico di compressione verticale. Inoltre, analizzando le curve carico-spostamento ottenute dalla sperimentazione (si rimanda al Capitolo 5 per maggiori dettagli), si nota una certa analogia con quelle riportate in Figura 2.20-b relative a (Oliveira, 2000): dopo un primo tratto lineare a rigidità maggiore, seguito da un secondo tratto caratterizzato da una graduale diminuzione della rigidità, si sono, infatti, verificati dei “salti” nei diagrammi, rappresentativi del fenomeno di scorrimento (fuori dal piano) tra i blocchi.

In (Lourenço & Ramos, 2004) è stato investigato il comportamento della muratura a secco sotto l’azione di carichi taglianti ciclici. A tal fine è stato predisposto un dispositivo tale da conferire uno stato tensionale uniforme al provino e ridurre al minimo gli effetti flettenti (Fig. 2.22). La prova è stata condotta su provini composti da due blocchi di arenaria agganciati al dispositivo di prova e soggetti a diversi livelli di compressione (costanti durante la prova) e ad uno spostamento tagliante ciclico in direzione parallela al giunto, di entità pari a  $\pm 2.5 \mu\text{m/s}$ . Sono state prese in esame diverse tipologie di superfici di contatto, levigate e ruvide, allo scopo di determinare la legge d’attrito del materiale e l’angolo di dilatanza. La validazione dell’apparato sperimentale è stata

condotta attraverso una modellazione della prova mediante un programma di calcolo agli elementi finiti, sviluppato nella stessa sede, che ha permesso di studiare la distribuzione delle tensioni nel campione murario.



**Fig. 2.22:** Dispositivo per prova di taglio ciclica in presenza di carichi verticali (Lourenço & Ramos, 2004).

L'angolo di attrito del materiale è stato ricavato tramite una regressione lineare dei risultati sperimentali al variare della tensione normale applicata. In particolare è stato riscontrato l'aumento dell'angolo di attrito all'aumentare del numero di cicli di carico, in seguito ad un incremento della rugosità della superficie dei blocchi ed all'usura del giunto stesso. Infatti, è stato riscontrato un notevole aumento della rugosità della superficie dei giunti al termine delle prove di carico-scarico.

## 2.4. Brevi cenni sulle tecniche di modellazione della muratura

A causa della non indifferente complessità del comportamento meccanico della muratura, l'approccio ad una modellazione numerica del suo comportamento strutturale ha portato studiosi e ricercatori a sviluppare numerosi modelli costitutivi caratterizzati da differenti livelli di difficoltà. Dalle soluzioni basate sulle classiche teorie della plasticità alle più avanzate formulazioni computazionali, la definizione del metodo più opportuno da utilizzare dipende soprattutto dal tipo di struttura da analizzare, dai dati di input e dall'esperienza del programmatore.

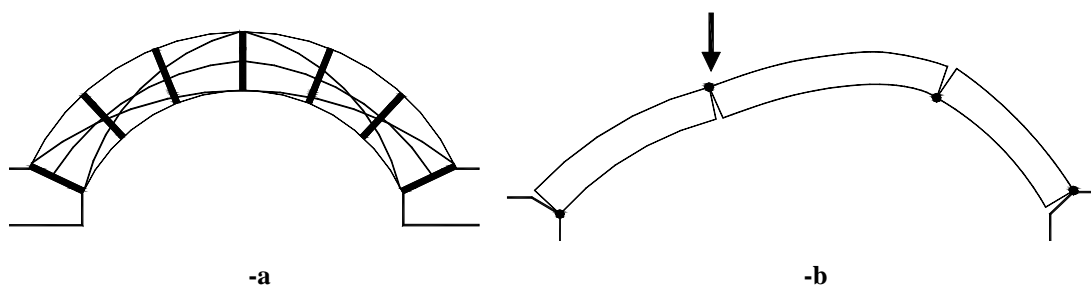
La risoluzione di un problema strutturale è funzione della modellazione del comportamento del materiale. I modelli costitutivi utilizzabili sono molteplici, ma, nel caso delle strutture murarie, quelli più adoperati sono il legame elastico, elasto-plastico e non-lineare.

Il primo è ovviamente poco adatto alle murature, soprattutto quelle storiche, ma è di grande aiuto per uno studio preliminare del comportamento strutturale.

L'analisi elasto-plastica ha lo scopo di valutare il carico massimo sopportabile da una struttura (carico limite). L'assunzione di un comportamento plastico implica, da una parte, la determinazione del carico massimo nella fase di collasso, dall'altra, un comportamento duttile per il materiale oggetto di analisi, applicabile per le strutture murarie nell'ipotesi di materiale non resistente a trazione (Capitolo 4). La plasticità è basata sui teoremi statico e cinematico per la determinazione del moltiplicatore di carico che porta la struttura al collasso, ampiamente applicati per lo studio del comportamento meccanico delle murature al collasso (Como & Grimaldi, 1983a, Como & Grimaldi, 1983b).

Il metodo statico fa uso di equazioni di equilibrio ed il moltiplicatore di carico rappresenta un limite inferiore del carico di collasso. Nel metodo cinematico, viene individuato un meccanismo per la struttura attraverso l'introduzione di cerniere plastiche o linee di snervamento; quindi, l'applicazione del principio dei lavori virtuali permette l'associazione di un moltiplicatore di collasso (limite superiore) al cinematismo prescelto.

La determinazione della linea delle pressioni ed il metodo delle cerniere plastiche per l'analisi degli archi in muratura sono esempi di applicazioni dei teoremi statico e cinematico rispettivamente (Fig. 2.23).



**Fig. 2.23:** Analisi plastica di strutture murarie. **-a:** Linee delle pressioni – metodo statico; **-b:** Individuazione di un meccanismo con formazione di quattro cerniere in un arco – metodo cinematico.

L'analisi non lineare è sicuramente il metodo più adatto per lo studio delle strutture, in grado di individuare la risposta strutturale completa dal campo elastico al collasso. La presenza di giunti con malta o a secco nelle murature, che generalmente rappresentano l'elemento più debole e con comportamento fortemente non lineare, induce le strutture murarie ad una risposta strutturale non lineare anche per bassi valori dei carichi applicati. Pertanto, le simulazioni numeriche del comportamento meccanico delle murature sono senz'altro più complete se sviluppate in ambito non-lineare. I modelli costitutivi non-lineari adoperati a tal fine sono numerosi e comprendono approcci basati sulla plasticità (ampiamente utilizzati anche per l'analisi di terreni e strutture in c.a.) ovvero sulla meccanica del danno.

In ogni caso, possono essere adoperati diversi livelli di accuratezza per l'analisi delle strutture murarie, secondo i risultati cercati, di solito distinti in micro-modellazione dettagliata, micro-modellazione semplice e macro-modellazione (vedi Capitolo 4). I primi due approcci sono più accurati ed adoperabili nel caso di strutture di piccole dimensioni, in quanto richiedono un'analisi distinta di tutti i componenti della muratura (blocchi, malta e superfici di interfaccia) e comportano, quindi, un maggiore onere computazionale.

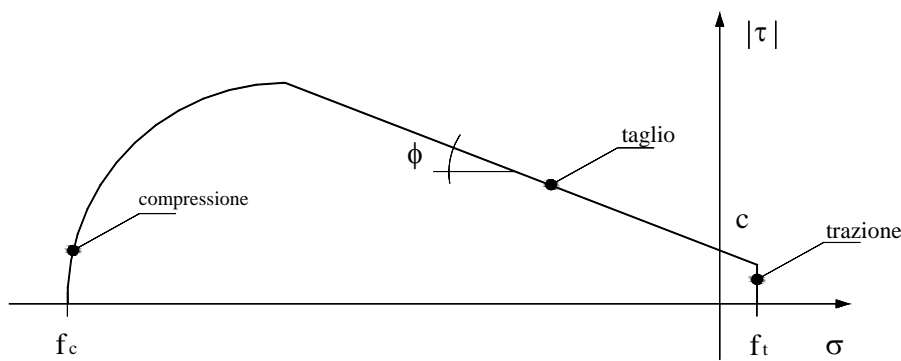
Nella macro-modellazione, indicata per strutture di dimensioni notevoli, la muratura è considerata come un composito omogeneo ed anisotropo, ed il comportamento del composito è descritto in termini delle tensioni e deformazioni medie, con l'assunzione di differenti proprietà elastiche lungo gli assi materiali.

Un'analisi dettagliata della muratura dovrebbe includere la rappresentazione dei blocchi e dei giunti di malta. Tale tipo di analisi è particolarmente adatto a strutture di piccole dimensioni, soggette a stati di tensione e di deformazione eterogenei, e richiede una buona conoscenza di ogni materiale costituente (malta e blocchi) e dell'interfaccia. All'atto di una modellazione, il comportamento non lineare della muratura può essere interamente concentrato negli elementi di interfaccia per quanto concerne i giunti ed in potenziali linee di frattura verticali al centro dei blocchi. Un modello completo dovrebbe includere tutti i possibili meccanismi di rottura della muratura: rottura dei giunti, scorrimento lungo i giunti verticali o orizzontali, rottura dei blocchi, schiacciamento della muratura.

Uno dei primi tentativi di modellazione della muratura (Page, 1978) è basato sull'utilizzo di micro-modelli e di elementi di interfaccia; il comportamento non linea-

re è stato preso in considerazione in modo semplice mediante l'assunzione di comportamento fragile a trazione ed incrudente a taglio/compressione.

A titolo di esempio, recentemente è stato proposto un modello (Lourenço & Rots, 1997b) nel quale sono stati presi in considerazione tutti i possibili meccanismi di rottura, che permette l'introduzione delle giuste proprietà meccaniche dei materiali ottenute attraverso prove sperimentali. Il comportamento del modello, rappresentato in Figura 2.24, include il comportamento anelastico a trazione (cracking), a taglio (sliding) e a compressione (crushing). La sua applicazione per la simulazione di sperimentazioni realmente condotte ha mostrato la buona validità delle ipotesi su cui si basa.



**Fig. 2.24:** Modello di interfaccia per la muratura (Lourenço & Rots, 1997b).

Lo studio di strutture di grandi dimensioni può, invece, prescindere dalla conoscenza del comportamento meccanico di interazione tra i blocchi ed i giunti, in quanto generalmente non incidente sul comportamento globale della struttura. In questi casi, sarebbe più opportuno considerare modelli continui, nei quali è possibile stabilire un legame tra le tensioni medie e le deformazioni medie nella muratura. Le difficoltà che si riscontrano nella formulazione di macro-modelli consistono principalmente nella mancanza di dati sperimentali di riferimento e nella non facile definizione del comportamento anelastico anisotropo della muratura. Una delle tecniche più appropriate per il progetto mediante macro-modelli consiste nel ben noto metodo degli elementi finiti, da tempo applicato per l'analisi strutturale della muratura in generale. Attraverso il metodo degli elementi finiti è possibile effettuare calcoli bi- e tri-dimensionali per diverse condizioni di carico, di vincolo, di materiale e di legame costitutivo, effettuando tutte le ipotesi semplificative del caso, riducendo notevolmente l'onere computazionale.



# Capitolo 3

## Meccanismi di collasso fuori dal piano

### 3.1. Introduzione

L'interesse verso le strutture murarie è in continuo aumento; questa è una conseguenza sia del fatto che la maggior parte degli edifici storici esistenti sono realizzati in muratura e rappresentano pertanto un patrimonio importante da dover salvaguardare, ma anche della considerazione che, allo stato attuale, la conservazione e la ristrutturazione del patrimonio edilizio già costruito stanno diventando l'argomento chiave nel campo dell'Ingegneria Civile e dell'Architettura.

D'altro canto, i recenti terremoti verificatisi anche in Italia hanno evidenziato la scarsa resistenza di strutture murarie, di qualsiasi tipo o tessitura, alle azioni orizzontali ed hanno spinto la comunità scientifica a sviluppare nuove ricerche per la progettazione delle murature e per la stima della loro resistenza ultima, anche per fornire strumenti numerici di supporto alle tecniche di rinforzo non tradizionali, basate ad esempio sull'uso di materiali fibrorinforzati, che sono già state applicate su elementi murari portanti, ma che non hanno basi scientifiche esatte di riferimento.

Tuttavia, è ancora assente un modello capace di predire la capacità portante ultima della muratura sotto l'azione di carichi sia nel piano che fuori dal piano, e, per quest'ultimo tipo di sollecitazione, non è stato preso sufficientemente in considerazione l'importante ruolo delle azioni normali sul comportamento globale della muratura, concentrando invece l'attenzione, soprattutto dal punto di vista sperimentale, su prove di flessione, probabilmente perchè di più facile esecuzione in laboratorio.

La muratura, all'interno di un edificio, è chiamata a resistere non solo ad azioni agenti nel piano, quali il peso proprio o carichi permanenti, ma anche ad azioni fuori dal piano, quali quelle dovute al vento, alle forze sismiche, alle connessioni tra muri ortogonali o ad azioni spingenti dovute a travi in legno o in c.a., che sono comunque di entità minore rispetto alle forze nel piano, ma provocano effetti da non sottovalutare, come azioni flessionali che possono indurre sforzi di trazione mal sopportati dalla muratura.

A tal proposito, purtroppo, c'è ancora una grande mancanza di informazioni sul comportamento meccanico della muratura con e senza rinforzo quando soggetta a tali tipi di azioni, non tanto teoriche quanto sperimentali.

Nonostante l'importanza del problema sia stata sottolineata per la prima volta più di due secoli fa da Jean Baptiste Rondelet, studioso che per primo classificò i meccanismi di collasso fuori dal piano per le murature (vedi Rondelet, 1802), solo di recente, proprio in seguito ad eventi sismici di entità non indifferente, lo sguardo è stato rivolto verso questo aspetto finora trascurato. Infatti, la recente Ordinanza Ministeriale (O.P.C.M. 3431, 2005) che regola le costruzioni in zona sismica prende in considerazione le azioni fuori dal piano ed indica il meccanismo di collasso che esse provocano con il termine di "collasso primario", evidenziando ancora di più l'importanza e la pericolosità che comportano. Invece, l'attuale Documento Tecnico del CNR (CNR DT 200, 2004) fornisce addirittura le linee guida per presidi di rinforzo strutturale, mediante materiali compositi fibrorinforzati, atti ad impedire la formazione di cinematismi di collasso fuori dal piano.

I meccanismi di collasso di "primo modo" sono provocati da azioni agenti perpendicolarmente alle pareti e causano collassi parziali delle parti strutturali più deboli dell'edificio, che possono poi portare al collasso totale dell'edificio stesso, e dipendono principalmente dallo scarso ammorsamento tra le murature.

La vulnerabilità sismica degli edifici storici è significativamente condizionata dalla tipologia e dalla qualità delle connessioni fra i componenti dell'organismo edilizio stes-

so, connessioni che, in condizioni statiche ordinarie, sembrano contribuire in modo marginale alla stabilità globale della struttura, ma che in caso, ad esempio, di sisma assumono un ruolo determinante. L'azione sismica, infatti, comporta l'insorgere di forze orizzontali che i vincoli monolateri (quali quelli presenti nelle strutture murarie), generalmente atti a contrastare i carichi verticali, non sempre sono sufficienti a fronteggiare (Avorio et al., 2002). Sono quindi necessari altri tipi di vincolo e se questi mancano si producono distacchi che possono evolvere fino al collasso.

Il presente capitolo prende in esame i meccanismi di collasso di primo modo, dovuti appunto a forze agenti fuori dal piano, sulla base degli studi e delle ricerche più dettagliate riportate in letteratura (Giuffrè, 1993; Giuffrè & Carocci, 1999; Doglioni, 1999), analizzando la statica delle strutture murarie quando assoggettate a tali tipi di azioni. Nel corso degli anni, l'attenzione dei ricercatori è stata rivolta verso l'osservazione delle strutture esistenti; l'analisi dei danni derivanti da eventi straordinari, quali quelli sismici, ha permesso l'elaborazione di dati capaci di fornire valutazioni numeriche e schematiche dei meccanismi di danno delle strutture reali, tali da indirizzare verso l'utilizzo di mezzi utili ad una corretta prevenzione. Osservando le situazioni tipiche delle strutture esistenti, la qualità dei materiali di cui sono costituite, la loro posizione nel tessuto edilizio, è stato possibile ricondurre i meccanismi di danno possibili ad un numero limitato, riportandone la casistica principale addirittura in abachi.

In riferimento alla carenza di lavori teorici e sperimentali incentrati sullo studio del comportamento meccanico della muratura soggetta a carichi laterali, è, infine, riportato un quadro generale delle più importanti ricerche scientifiche a riguardo (Baker, 1979; Hendry, 1986; Guggisberg & Thürlimann, 1990; Van der Pluijm et al., 1995; Chee Liang, 1996; Van der Pluijm, 1999, West et al., 1977; Haseltine, 1977, ecc.), incentrate su prove sperimentali condotte su elementi murari caricati fuori dal piano. Questi hanno mostrato che la rottura solitamente ha luogo lungo percorsi ben definiti, generalmente coincidenti con i giunti di malta verticali e/o orizzontali, dimostrando la minore resistenza dei giunti, ovvero delle superfici di interfaccia malta-blocchi, che rappresentano superfici di debolezza per le strutture murarie. Ciò ha portato allo sviluppo di soluzioni analitiche basate sulla teoria delle linee di snervamento o delle linee di frattura (Eurocodice 6, 2004; British Standard Institution, 2002; Sinha 1978, 1980), spesso adottate per l'analisi delle strutture murarie. Inoltre, sono state confermate sia l'ortotropia a flessione della muratura, che presenta resistenza e rigidità diverse nel

caso di flessione agente lungo piani paralleli o perpendicolari ai letti di malta, che l'influenza dei carichi di compressione verticali sulla resistenza fuori piano delle strutture in muratura, per lungo tempo ignorata.

### 3.2. Meccanismi di collasso fuori dal piano

Negli ultimi anni, l'attenzione verso i problemi legati alla conservazione degli edifici e degli agglomerati storici è cresciuta; è stata approfondita l'analisi del comportamento strutturale degli edifici esistenti e si è cercato di creare una modellazione meccanica delle reali configurazioni riscontrabili in sito.

L'osservazione dettagliata dei danni derivanti da passati eventi sismici, quali Friuli (1976), Irpinia (1980), Umbria-Marche (1997-1998) e Molise (2002), ha confermato che la mancanza di resistenza fuori dal piano della muratura è una delle principali cause di collasso delle strutture e che ciò è spesso conseguenza di un inadeguato collegamento tra pareti ortogonali.

Richiamando una interessante affermazione riportata in (Giuffrè, 1993), il sisma non disintegra in modo disordinato, ma seleziona le parti strutturali e le soluzioni tecnologiche più deboli provocando danni o collassi mediante meccanismi definibili in anticipo. A differenza di quanto avviene negli edifici concepiti e costruiti come un'unica struttura continua, la mancanza di connessione tra le parti, che caratterizza le costruzioni in muratura, permette il verificarsi di collassi parziali. Solo la parte più debole dell'edificio cede al sisma, senza trascinare con sé le porzioni adiacenti.

I meccanismi di collasso delle pareti murarie possono essere classificati in due tipologie fondamentali, in funzione della direzione della forza che li attiva. Si definiscono meccanismi di danno di "*primo modo*" quelli che si innescano nelle pareti investite da azioni ortogonali che tendono a produrne il ribaltamento (quali vento, sisma, ecc.). In assenza di ammorsature, la resistenza della parete dipende oltre che dalle dimensioni, anche dalla natura e dalle caratteristiche della muratura.

A tal proposito, la valutazione della qualità della muratura è di fondamentale importanza. La malta, ad esempio, gioca un ruolo sostanziale: la sua importanza è tanto maggiore quanto minore è la dimensione delle pietre in rapporto allo spessore del muro. Le sue funzioni sono quelle di regolarizzare il contatto tra le pietre e di contribuire

a realizzare la monoliticità trasversale del corpo murario. Il corpo murario è una struttura costituita da una catena di corpi resistenti. Ciascuna pietra raccoglie un carico da quelle sovrastanti e lo trasmette a quelle adiacenti attraverso vincoli di semplice contatto, più o meno mediato dalla presenza della malta. La resistenza del muro è assicurata se tale trasmissione è possibile e quest'ultima è maggiormente chiamata in causa quando il muro è soggetto ad azioni non verticali.

Inoltre, per ciò che concerne la tessitura muraria, un muro privo di diatoni, ovvero di elementi passanti che garantiscono l'ingranamento tra i paramenti, non offre una sufficiente resistenza alla sollecitazione di taglio e raggiunge il collasso per valori del moltiplicatore molto più bassi rispetto al caso in cui siano invece presenti diatoni.

I meccanismi di danno di "secondo modo" interessano le pareti murarie sollecitate da azioni complanari. Questi si innescano facilmente ma, in genere, comportano valori del moltiplicatore di collasso piuttosto elevati, quindi raramente evolvono fino al collasso. Sostanzialmente, il muro lesionato dall'azione orizzontale agente nel suo piano, se ben costruito, non perde la capacità portante. Anche in questo caso, per evitare che i meccanismi di secondo modo siano rovinosi, la tessitura muraria deve possedere un regolare ammorsamento trasversale.

Le due tipologie di meccanismi non sono indipendenti, poiché l'edificio non è costituito da pareti separate, ma legate, almeno parzialmente, in corrispondenza dei martelli murari e delle angolate. Queste connessioni vincolano il moto della parete verso l'interno e trattengono, in parte, anche il moto verso l'esterno. Inoltre, ad esempio in caso di sisma, a seconda della direzione della forza agente, le pareti murarie possono essere interessate sia da meccanismi di primo modo che da meccanismi di secondo modo. È logico attendersi che, per un generico sisma, un pannello sia sollecitato contemporaneamente sia da azioni nel proprio piano, che da azioni ortogonali al piano stesso, dando luogo a meccanismi di ribaltamento composto, in cui, al ribaltamento della parete ortogonale all'azione, si accompagna il trascinamento di una porzione di struttura appartenente alle pareti di controvento.

In questa sede, sarà presa in esame la prima tipologia di meccanismi di collasso, dovuta appunto ad azioni agenti fuori dal piano.

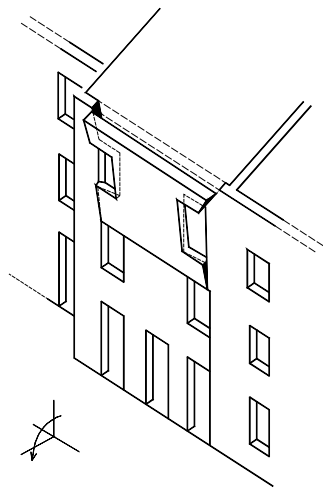
Diversi autori (Giuffrè, 1993; Giuffrè & Carocci, 1999; Doglioni, 1999) si sono interessati alla classificazione dei meccanismi di danno che possono avere luogo nelle strutture murarie, soprattutto in conseguenza di un sisma; i rilievi degli edifici esami-

nati sono stati poi ricondotti in abachi con lo scopo di formulare accorgimenti idonei a prevenirli. Se ne riporta qualche esempio in Figura 3.1.

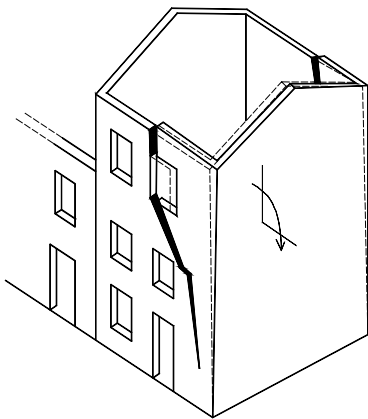
Le Figure 3.1-a e -b mostrano un meccanismo di ribaltamento globale di pareti esterne e di testata rispettivamente, relative a strutture in muratura, appartenenti a nuclei di edifici. Tale meccanismo è fortemente influenzato dalle condizioni di ammorsamento alle estremità, ovvero tra la parete di testata e quelle ad essa ortogonali. Nel primo caso (Fig. 3.1-a), se, ad esempio per ragioni costruttive, la parete è stata realizzata successivamente rispetto agli edifici contermini, senza alcun ammorsamento, si avrà un ribaltamento globale, che interessa tutta l'estensione della parete. Il meccanismo è favorito da una copertura spingente e dall'assenza di dispositivi di collegamento in sommità, quali catene, tiranti o cordoli. Nel secondo caso (Fig. 3.1-b), in presenza di un collegamento scadente la lesione principale di distacco ha andamento pressoché verticale ed è molto prossima all'angolo. Se, invece, si ha un buon collegamento la lesione è inclinata e coinvolge una cospicua parte della parete laterale. La vicinanza di aperture all'angolata fa sì che l'andamento della lesione le coinvolga in quanto rappresentano punti di debolezza intrinseca.

In Figura 3.1-c, invece, è riportato un esempio di meccanismo di ribaltamento parziale di una parete esterna; esso rappresenta una variante di quello di ribaltamento globale in presenza di un trattenimento (vincolo) alla sommità, quale, ad esempio, un cordolo di notevoli dimensioni. Il meccanismo è favorito dall'assenza di collegamento efficace della parete ai solai intermedi e dalla qualità scadente della muratura che la rende instabile (ad esempio, muratura a sacco con paramenti non collegati). In queste condizioni, la presenza di un dispositivo di collegamento in sommità impedisce il ribaltamento dell'intera parete verso l'esterno, ma, l'effetto dell'azione ortogonale al piano della parete, provoca l'instabilità della stessa in corrispondenza delle parti strutturali più deboli, portando all'attivazione del cinematismo per "*flessione verticale*".

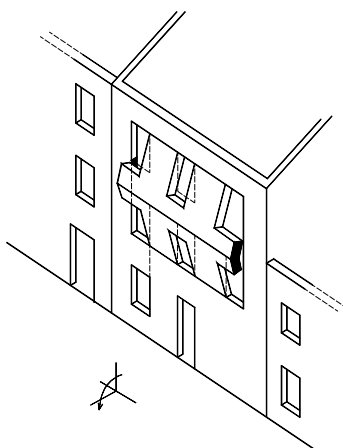
Una volta individuati tali meccanismi, occorre definire i modelli di analisi da seguire per valutare l'entità dell'azione che ne determina l'attivazione provocando il collasso della costruzione: occorre, cioè, quantificare il moltiplicatore dei carichi orizzontali agenti che attiva il cinematismo in questione.



-a



-b



-c

**Fig. 3.1:** Esempi di meccanismi di collasso di pareti murarie. -a Ribaltamento globale di una parete esterna; -b: Ribaltamento globale di una parete di testata; -c: Ribaltamento parziale.

Spesso tale situazione viene affrontata considerando le strutture murarie come costituite da corpi rigidi (macroelementi) e valutando la condizione di equilibrio limite, trascurando la resistenza a trazione della muratura (Rondelet, 1802; Giuffrè, 1993; Giuffrè & Carocci, 1999; Doglioni, 1999; Avorio et al., 2002; O.P.C.M. 3431, 2005), per ottenere il valore minimo dei possibili moltiplicatori di collasso ottenuti per i diversi meccanismi compatibili con le caratteristiche costruttive della struttura stessa.

I primi studi condotti su pareti murarie soggette a carichi fuori piano sono stati sviluppati da Jean Baptiste Rondelet circa due secoli fa, il quale, considerando pareti murarie costituite da blocchi sovrapposti senza legante, tenuti insieme dall'azione stabilizzante del peso, e con contatti privi di coesione, individua tre possibili meccanismi di collasso, differenti per la diversa posizione della cerniera cilindrica attorno alla quale avviene il cinematismo, nei quali intende evidenziare l'azione di vincolo esercitata dai muri trasversali.

Tali studi furono ripresi da A. Giuffrè ed altri ricercatori (Giuffrè, 1993; Giuffrè & Carocci, 1999; Doglioni, 1999), i quali, dall'osservazione dei danni provocati dai terremoti, arrivarono alla conclusione che, salvo rari casi, la condizione di crisi della costruzione si raggiunge non per il superamento della resistenza dei materiali costituenti, ma con la perdita della condizione di equilibrio e l'innescarsi di un meccanismo di collasso.

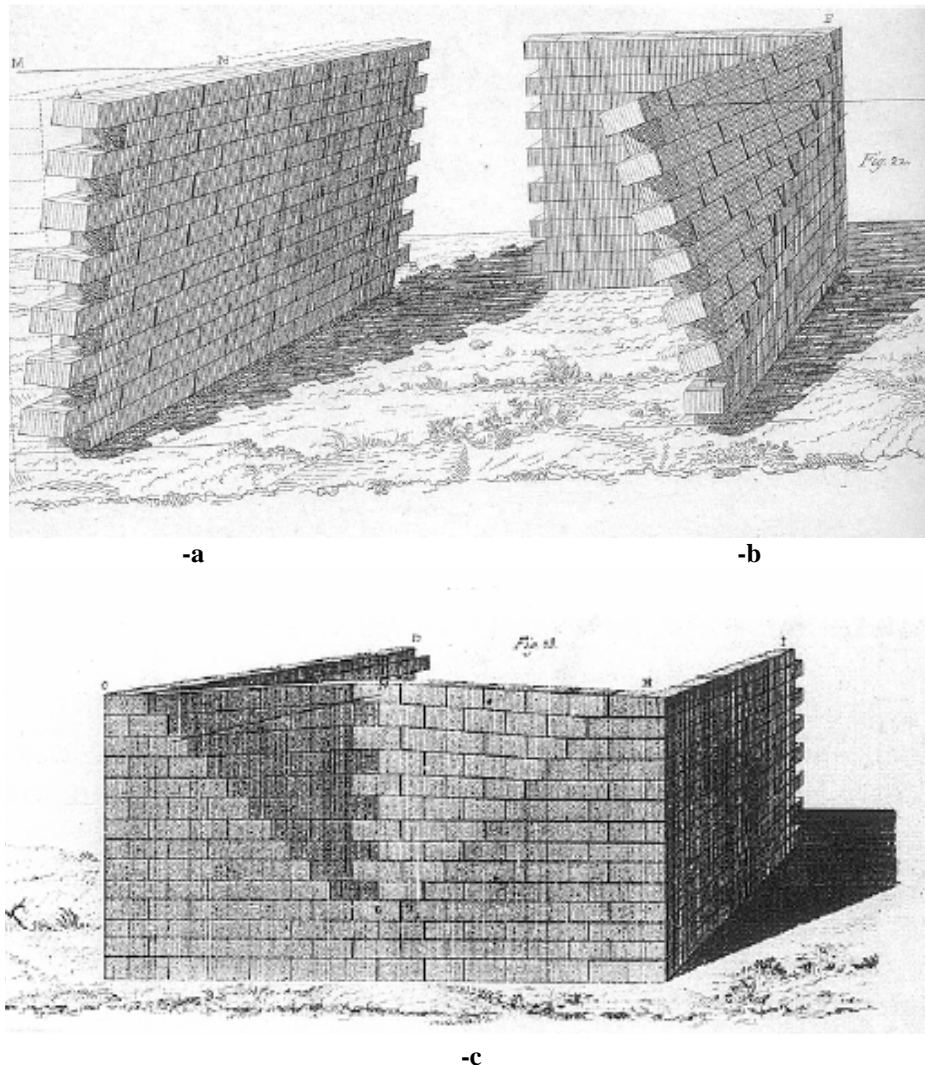
Il primo dei tre modelli di collasso di strutture murarie elaborato da J.B. Rondelet (per maggiori dettagli si faccia riferimento a Rondelet, 1802) mostra un muro di lunghezza indefinita, privo di collegamenti, soggetto ad una forza orizzontale nell'atto di ribaltare rigidamente attorno ad una cerniera cilindrica posta al piano di appoggio del muro sul terreno (Fig. 3.2-a). Durante il ribaltamento il muro, costituito da blocchi sovrapposti, mantiene la sua configurazione geometrica iniziale comportandosi come un monolite. Il moltiplicatore di collasso è direttamente dipendente dal rapporto tra lo spessore della parete e la sua altezza. Rondelet utilizza proprio quest'ultima considerazione per stabilire un criterio di dimensionamento delle strutture in muratura: egli sostiene, infatti, che se un muro è trattenuto dai due lati da pareti trasversali, a parità di sicurezza, il suo spessore può essere ridotto tanto più quanto più sono vicini i muri ad esso connessi.

In realtà, in base ad evidenze sperimentali riportate in letteratura (Giuffrè, 1993) è stato osservato che il muro non si comporta come un monolite, ma si deforma durante l'incremento della componente orizzontale del peso proprio e che, di conseguenza, il



valore della forza di collasso risulta inferiore. Il fenomeno deformativo è provocato dalle irregolarità di contatto tra le superfici degli elementi.

Mentre il primo cinematismo elementare mostra un collasso totale, il secondo ed il terzo mostrano, invece, collassi parziali, in quanto parzialmente impediti dalla presenza di muri ad esso ortogonali.

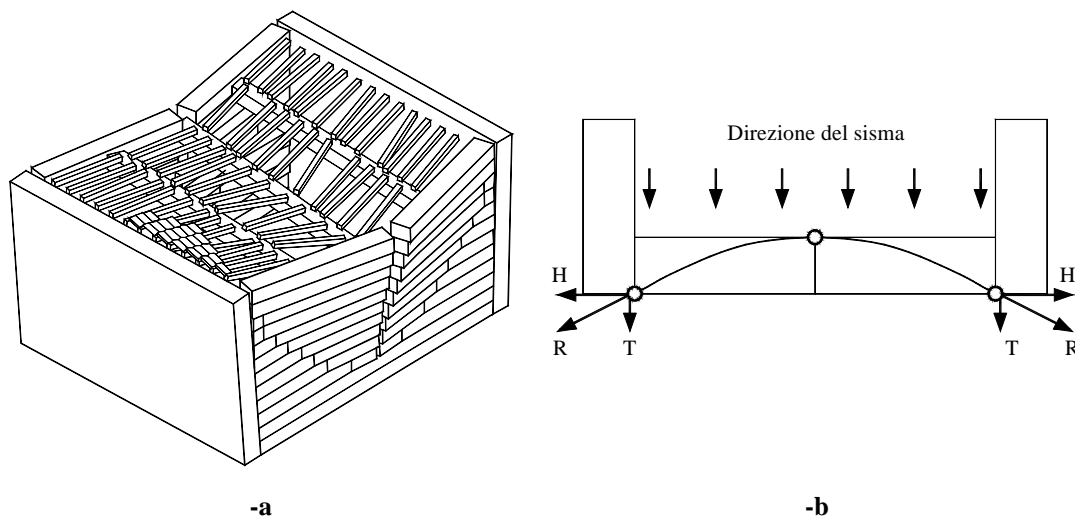


**Fig. 3.2:** Meccanismi di collasso di J.B. Rondelet. **-a:** Primo meccanismo; **-b:** Secondo meccanismo; **-c:** Terzo meccanismo (Rondelet, 1802).

Nel secondo meccanismo, Rondelet (Fig. 3.2-b) prende in considerazione una parete connessa ad un muro ortogonale in corrispondenza di uno dei due lati verticali, soggetta ad una spinta perpendicolare al piano medio della parete stessa. Il cinematismo si realizza con il ribaltamento della parete di facciata con rotazione attorno ad una cerniera cilindrica inclinata individuata dal “rapporto caratteristico”, cioè dal rapporto tra base

ed altezza dell'elemento, che ha inizio in alto in corrispondenza della connessione con l'altro muro e si sviluppa verso il basso. Tale cinematismo comporta ovviamente valori del moltiplicatore di collasso più elevati rispetto al caso della parete libera.

In presenza di connessioni efficaci sui due lati, può verificarsi il terzo meccanismo di collasso introdotto da Rondelet (Fig. 3.2-c), che comporta la formazione di due cerniere cilindriche inclinate e disposte simmetricamente rispetto alla posizione della spinta fuori piano, con formazione di una superficie di rottura costituita da due porzioni triangolari, la cui dimensione è funzione della distanza tra le pareti trasversali alle quali il muro è ammortato. In effetti, una descrizione fedele del terzo meccanismo di Rondelet si presenta complessa, sia perché la cinematica in realtà non è rigida, sia perché le interazioni coinvolgono l'attrito torcente sui giunti orizzontali di difficile valutazione. Come evidenziato sperimentalmente in (Giuffrè, 1993), possono realizzarsi cerniere solo se si verificano spostamenti laterali delle connessioni e, perché ciò avvenga, devono verificarsi scorrimenti o sollevamenti. Lungo i filari della parete vengono a realizzarsi archi resistenti orizzontali nello spessore del muro, che sfruttano il contrasto con le pareti di controvento. Poiché la resistenza delle connessioni angolari allo spostamento dipende dall'attrito, e quindi dal peso che grava sulle stesse connessioni, la possibilità di cedimento delle imposte degli archi si differenzia filare per filare (Fig. 3.3-a). La conseguenza è un collasso a forma di trapezio e non a forma di triangolo come suggerito da Rondelet.



**Fig. 3.3:** Meccanismo di danno fuori dal piano. **-a:** Rottura per flessione orizzontale; **-b:** Effetto arco orizzontale.

Si assiste, in questo caso, ad un tipo di crisi definito per “*flessione orizzontale*” (Fig. 3.3-b), nel quale la risposta strutturale della parete si manifesta come un *effetto arco orizzontale*, che coinvolge una porzione parabolica della parete il cui profilo dipende dall’interasse tra i muri di controvento. In particolare, la spinta trasmessa dal solaio o dalla copertura in testa alla struttura muraria si scarica sulla parete di facciata (arco orizzontale) fino ad arrivare ad interessare le pareti ad essa ortogonali. Tale azione viene ripartita in una componente  $T$  ortogonale alla parete investita dall’azione fuori piano (ed assorbita da eventuali tiranti) ed una componente  $H$  parallela alla stessa (Fig. 3.3-b). Nella condizione limite di equilibrio, si formano tre cerniere, una in mezzeria e le altre in prossimità dell’intersezione tra la parete in esame ed i muri ad essa ortogonali. Il collasso, pertanto, si manifesta quando la parete non trova elementi strutturali in grado di fornire le reazioni  $H$ .

Questo fenomeno è, ad esempio, individuabile nel caso di pannelli di muratura costruiti all’interno di telai di acciaio o cemento armato; in tale situazione i pannelli sviluppano una notevole resistenza alla pressione trasversale a causa degli “effetti arco” nella parete e a tal proposito sono state, in passato, sviluppate diverse teorie, al variare della condizione di vincolo laterale, del rapporto di snellezza e di eventuali carichi di compressione verticale (per maggiori dettagli si rimanda a Hendry, 1986). Allo stesso modo, in (Hobbs et al., 1994 e Hobbs et al., 1998) il comportamento della muratura soggetta a pressioni laterali e lo svilupparsi dell’effetto arco lungo i filari orizzontali della stessa sono stati esaminati sia dal punto di vista sperimentale che numerico per il caso di carichi impulsivi e dinamici dovuti ad esplosioni o impatto di veicoli.

In genere, il comportamento di un muro sollecitato trasversalmente non viene modificato dalla presenza di aperture. La presenza di strutture di orizzontamento, invece, modifica sensibilmente i valori di collasso delle pareti.

Nel caso in cui un muro sia vincolato trasversalmente da un solaio o da una copertura, essendo il vincolo unilatero, la trasmissione del carico avviene tramite l’attrito che si esercita tra l’ultimo elemento ed il vincolo. Il meccanismo di collasso di un muro così vincolato è diverso da quello del muro libero ed il valore del moltiplicatore di collasso aumenta considerevolmente.

L’analisi del comportamento delle strutture murarie, condotta attraverso l’osservazione e la schematizzazione dei meccanismi di danno elementari, è sicuramente un metodo corretto da seguire per affrontare problemi più complessi, come quelli che pone lo stu-

dio degli aggregati edilizi storici, nei quali ogni parete tende a seguire i cinematici di base, ma viene influenzata dalle “condizioni al contorno” in cui essa si trova.

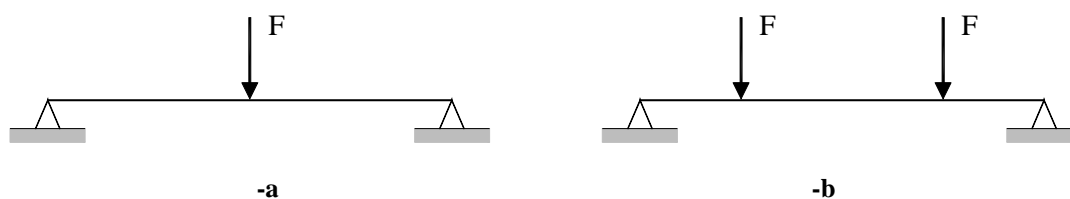
### 3.3. Muratura soggetta a carichi fuori dal piano: *Stato dell'arte*

In questa sezione vengono presi in esame gli studi teorici e sperimentali riportati in letteratura concernenti il comportamento meccanico della muratura soggetta a carichi fuori dal piano. Per descrizioni più dettagliate sull'argomento, si rimanda a (Lourenço, 1997 e Hendry, 1986).

Il comportamento fuori dal piano è sostanzialmente una conseguenza del comportamento meccanico nel piano. Mentre la caratterizzazione del comportamento meccanico della muratura soggetta ad azioni nel piano è stata ampiamente presa in considerazione, sia dal punto di vista sperimentale che numerico, c'è ancora una grande mancanza di informazioni riguardanti la risposta delle strutture murarie nei confronti di carichi fuori dal piano, probabilmente anche a causa della complessità stessa del fenomeno.

Numerosi studi sono stati condotti sulla resistenza a flessione della muratura lungo i due assi materiali. Le ricerche effettuate negli ultimi decenni hanno portato ad un giusto punto di incontro tra prove sperimentali e modellazioni numeriche. Tuttavia, i risultati sperimentali sul comportamento fuori dal piano della muratura, oggi disponibili in letteratura, sono difficilmente utilizzabili ai fini di modellazioni numeriche, a causa della mancanza di comunicazione tra ricercatori indirizzati ad uno studio sperimentale e quelli dediti ad uno studio prettamente teorico.

Le prove sperimentali solitamente condotte per lo studio del comportamento meccanico fuori dal piano delle murature consistono in prove di flessione (Fig. 3.4). Ciò è principalmente dovuto a ragioni di ordine pratico: le prove di flessione a tre o quattro punti sono senza dubbio di più facile esecuzione in laboratorio.

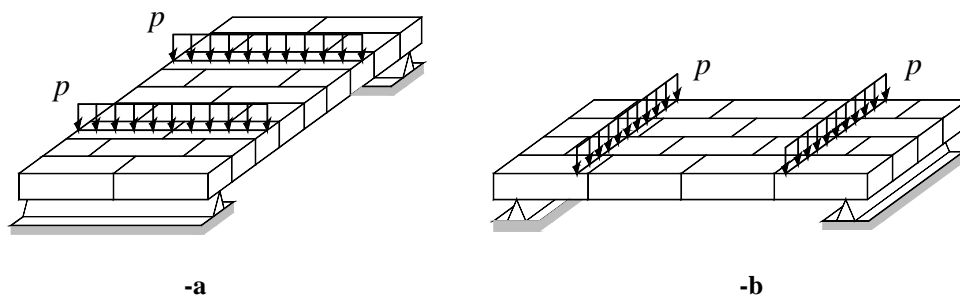


**Fig. 3.4:** Esempi di configurazioni di prova per la determinazione della resistenza a flessione della muratura. -a: Prova di flessione su tre punti; -b: Prova di flessione su quattro punti.

Lo studio della resistenza a flessione della muratura è interessante anche ai fini della valutazione della resistenza a trazione della stessa. È noto che la muratura di mattoni, costruita con malta usuale di cemento, calce e sabbia, presenti una resistenza a trazione relativamente bassa e variabile, e, di conseguenza, i regolamenti e le normative ne sottolineano la non affidabilità.

Tuttavia vi sono circostanze in cui occorre tener conto della resistenza a trazione, soprattutto nel calcolo di pannelli caricati lateralmente. Nella muratura di mattoni, le tensioni di trazione possono nascere per effetto della flessione di una parete caricata sia nel suo piano che normalmente ad esso. Nel caso di sollecitazione nel piano della parete, la trazione si sviluppa attraverso i giunti di malta e la resistenza dipende dalle forze di aderenza tra mattoni e malta. Sono stati condotti alcuni studi sui fattori che influenzano la resistenza a trazione dei giunti della muratura che hanno mostrato come essa dipenda notevolmente dalla composizione della malta, nonché dal suo costipamento e, pertanto, dalla posa in opera dei blocchi stessi (Hendry, 1973 e Hendry, 1986).

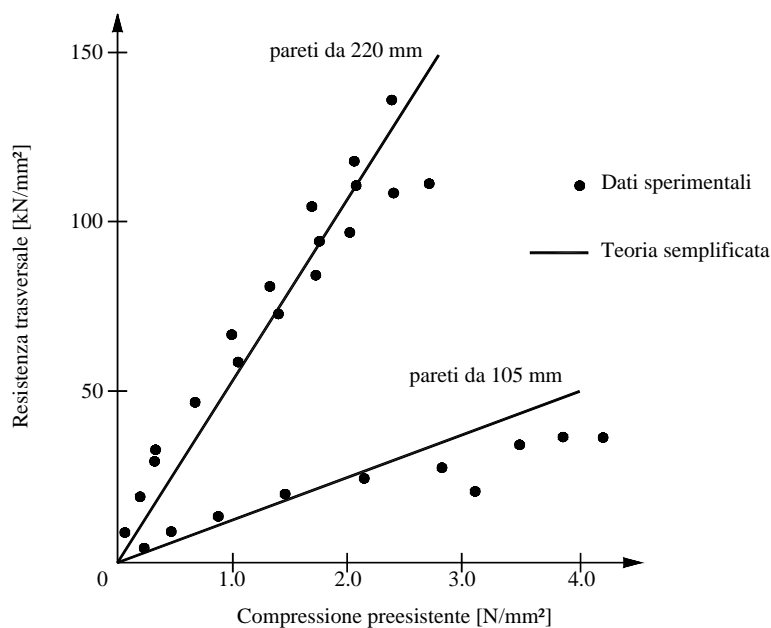
Un altro aspetto che dovrebbe essere investigato maggiormente dal punto di vista sperimentale è l'influenza dei carichi assiali, sempre presenti nelle strutture murarie sotto forma di carichi permanenti. Tali azioni, infatti, influenzano fortemente la resistenza fuori dal piano della muratura, soprattutto nel caso di momento flettente agente su un piano verticale (Fig. 3.5-a). L'influenza delle azioni assiali è notevole soprattutto sulla resistenza fuori dal piano delle strutture in muratura, in particolare sulla resistenza torsionale che si sviluppa lungo i giunti di malta o alle interfacce blocco-blocco nel caso di muratura a secco (Samarasinghe & Lawrence, 1994), che si è vista dipendere dai carichi membranali secondo una relazione lineare simile alla legge d'attrito di Coulomb.



**Fig. 3.5:** Muratura soggetta a flessione. **-a:** Piano di rottura parallelo ai giunti orizzontali (momento agente su un piano verticale, normale ai letti di malta); **-b:** Piano di rottura perpendicolare ai giunti orizzontali (momento agente su un piano orizzontale, parallelo ai letti di malta).

Un programma molto esteso di prove su pannelli in muratura di mattoni caricati trasversalmente, con e senza compressione preesistente, fu intrapreso qualche decennio fa presso la British Ceramic Research Association (West et al., 1977; Haseltine et al., 1977; Hendry, 1986). In particolare, in (West et al., 1977), attraverso l'esecuzione di una vasta serie di prove, venne ricavata la relazione sperimentale tra la resistenza trasversale e la compressione preesistente per pareti a nastro alte un piano, variando spessori e materiali. Alcuni risultati sono riportati in Figura 3.6; questi mostrano una crescita più o meno lineare della resistenza trasversale per tutte le pareti per le quali è presente una compressione preesistente non superiore a circa  $2 \text{ N/mm}^2$ . Oltre questo livello, la resistenza devia dall'andamento lineare a causa della compressione locale nelle linee di rottura.

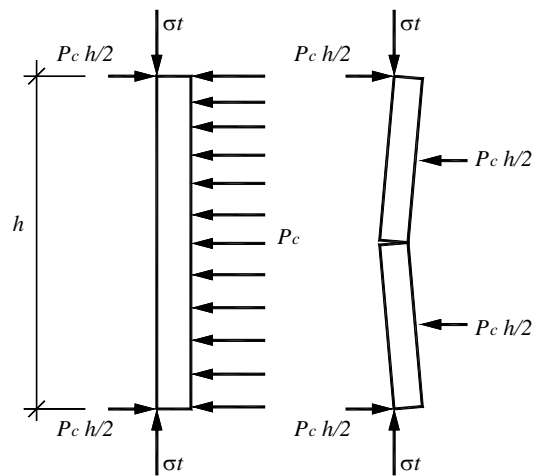
I risultati sperimentali di Figura 3.6 sono stati confrontati con quelli numerici derivanti dall'applicazione di una teoria molto semplificata rappresentata dalla formazione del meccanismo di rottura illustrato in Figura 3.7.



**Fig. 3.6:** Resistenza trasversale di pareti in mattoni con compressione preesistente.

Secondo tale teoria, se viene trascurata la resistenza a trazione del legame malta-mattone e se nelle cerniere non avviene nessuno schiacciamento locale, il sistema può essere rappresentato staticamente mediante un arco a tre cerniere, cosicché la pressione

trasversale di rottura  $p_c$  è fornita dal rapporto tra otto volte la compressione preesistente  $\sigma$  ed il rapporto di snellezza  $S$  (rapporto tra l'altezza  $h$  del muro ed il suo spessore  $t$ ). Questa relazione si accorda bene con i risultati sperimentali fino al predetto valore di compressione preesistente, oltre il quale è necessaria un'analisi più elaborata che tenga conto della limitata resistenza a compressione della muratura e delle possibili rotture locali.



**Fig. 3.7:** Meccanismo di rottura di pareti con compressione preesistente caricate trasversalmente.

Poiché il comportamento meccanico della muratura sostanzialmente varia nel caso di flessione uniassiale o biassiale o nel caso di azione combinata di carichi flettenti ed assiali, è opportuno richiamare i più importanti contributi teorici e sperimentali, riportati in letteratura, che hanno preso in esame tali tipi di sollecitazioni.

### 3.3.1. Resistenza a flessione uniassiale

La resistenza a trazione per flessione della muratura è sostanzialmente di importanza applicativa maggiore della resistenza a trazione diretta ed è stata per lungo tempo studiata in relazione alla resistenza di pannelli di muratura ad azioni laterali, quali la spinta del vento.

La resistenza a flessione della muratura è ovviamente diversa a seconda che il piano di flessione intersechi i giunti secondo angoli retti o sia parallelo alla loro direzione (Fig. 3.5). In particolare, la resistenza a flessione è solitamente molto maggiore quando il

momento comporta la rottura rispetto ad un piano perpendicolare ai letti di malta (“flessione orizzontale”).

Tale fenomeno è stato osservato dal punto di vista numerico e sperimentale in (Van der Pluijm et al, 1995 e Van der Pluijm, 1999) ed è imputabile alla resistenza torsionale dei letti di malta. In tale lavoro è riportata una estesa campagna di prove condotte su pannelli di muratura di diverso materiale, avente lo scopo di studiarne il comportamento meccanico dal punto di vista sperimentale, per differenti sollecitazioni, ed utilizzare i risultati derivanti per l’implementazione di un opportuno codice di calcolo in grado di rappresentare al meglio il comportamento fuori dal piano della muratura.

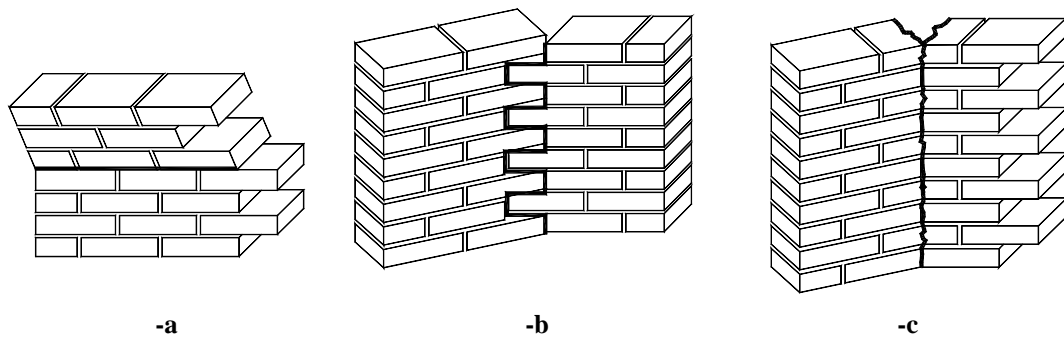
Sono state condotte prove di taglio, trazione e flessione su quattro punti su macroelementi murari e prove di flessione su pareti in scala reale al variare dell’angolo tra la direzione del momento flettente ed i giunti orizzontali. I risultati delle prove di flessione uniassiale, sia sperimentali che numerici, hanno mostrato quanto prima asserito, ovvero che, nel caso di flessione orizzontale, il comportamento dei giunti di malta influenza il comportamento globale della muratura. È stato osservato, infatti, che i letti di malta, compresi tra due mattoni sovrapposti, sono soggetti a momenti di segno opposto, che provocano torsione, causati da necessarie condizioni di equilibrio che devono essere rispettate all’interno della muratura stessa. Ciò produce la crisi per torsione, evidenziata dalle tipiche fessure che percorrono giunti di testa e giunti orizzontali alternativamente.

Se la flessione induce la rottura della muratura lungo un piano parallelo ai giunti orizzontali (“flessione verticale”), la crisi è generalmente causata dalla bassa resistenza a trazione all’interfaccia malta-mattone (Fig. 3.8-a). Per murature con blocchi a bassa resistenza a trazione e maggiore resistenza di aderenza tra malta e blocchi (ad esempio nel caso di malte ad alta resistenza e blocchi forati), la rottura può essere causata dal superamento della resistenza a trazione dei mattoni. In ogni caso, la legge momento-curvatura è lineare fino al 70%-85% del carico di rottura, come osservato in (Van der Pluijm, 1999) e riportato in Figura 3.9. Oltre questo livello inizia la fessurazione del campione, con comportamento softening delle zone tese più estreme.

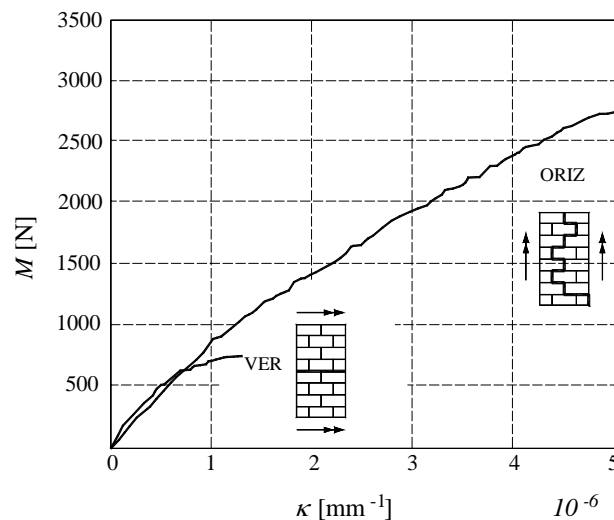
Nel caso di flessione agente lungo un piano orizzontale (con rottura lungo un piano perpendicolare ai letti di malta), possono verificarsi due modalità di rottura tipiche, in funzione della resistenza relativa di giunti e mattoni (Fig. 3.8-b e -c). Nel primo tipo di rottura (Fig. 3.8-b), le lesioni attraversano i giunti verticali ed orizzontali con anda-



mento a zigzag, dando luogo ad una rottura detta “a pettine”. Il comportamento del campione post-picco è governato dall’energia di frattura dei giunti verticali e dal comportamento ad attrito di quelli orizzontali. Nel secondo tipo di rottura (detta di “splitting”), la fessura percorre il campione in direzione quasi verticale, attraversando sia i mattoni sia i giunti verticali (Fig. 3.8-c). In questo caso, il comportamento post-picco è governato dall’energia di frattura dei blocchi e dei giunti di testa. In entrambi i tipi di rottura, la legge momento-curvatura tipica indica una rapida diminuzione della rigidità prima del comportamento non-lineare (Fig. 3.9).



**Fig. 3.8:** Possibili modi di rottura per muratura soggetta a flessione lungo gli assi materiali. Rottura lungo un piano parallelo ai letti di malta: (-a) “debonding”, rottura lungo un piano perpendicolare ai letti di malta: (-b) “a pettine” e (-c) “splitting”.



**Fig. 3.9:** Diagramma tipico momento-curvatura ( $M - \kappa$ ) per muratura soggetta a flessione: rottura in un piano parallelo e perpendicolare ai giunti di malta (Van der Pluijm, 1999).

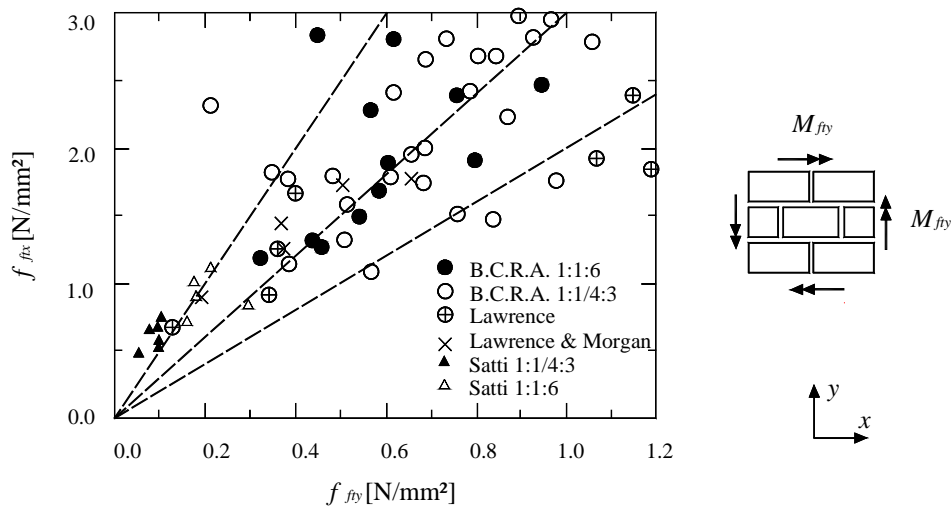
Tale comportamento è attribuibile ad una graduale diminuzione della rigidità dei giunti verticali che presentano un comportamento softening (Van der Pluijm, 1999).

Ciò vale solo nel caso di blocchi con resistenza a trazione sostanzialmente maggiore della resistenza a trazione dei giunti di testa.

Il rapporto tra la resistenza a flessione rispetto ai due assi materiali non è costante, ma varia in modo significativo con la resistenza sviluppata, come mostrato in Fig. 3.10, ed in funzione della geometria del pannello testato e delle caratteristiche meccaniche dei materiali costituenti. In passato, molti ricercatori hanno provato a stabilire una relazione fra le proprietà dei materiali e la resistenza a flessione della muratura, vista la grande variabilità dei dati sperimentali raccolti, eccessivamente dispersi. Tale dispersione è dovuta a:

- differenti geometrie di provini e condizioni di carico utilizzate nei vari test per determinare la resistenza a flessione;
- variabilità delle caratteristiche meccaniche dei materiali costituenti;
- differente resistenza a flessione per i blocchi utilizzati.

Si può comunque affermare che il rapporto dei due moduli diminuisce nettamente al crescere della resistenza per flessione normale ai giunti (Hendry, 1986).



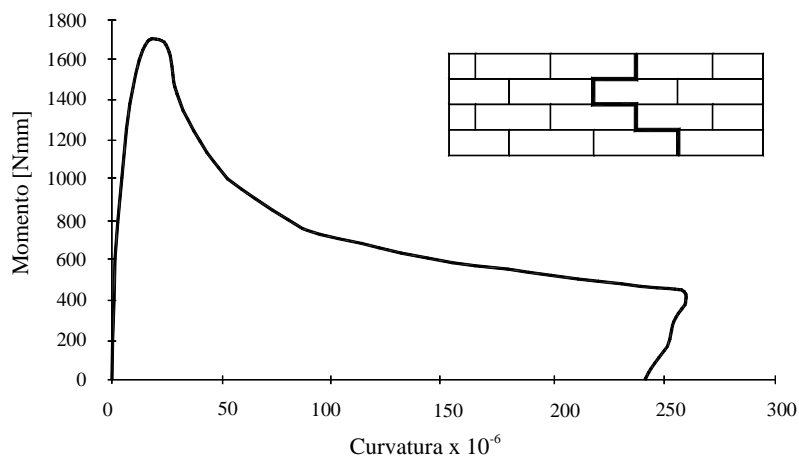
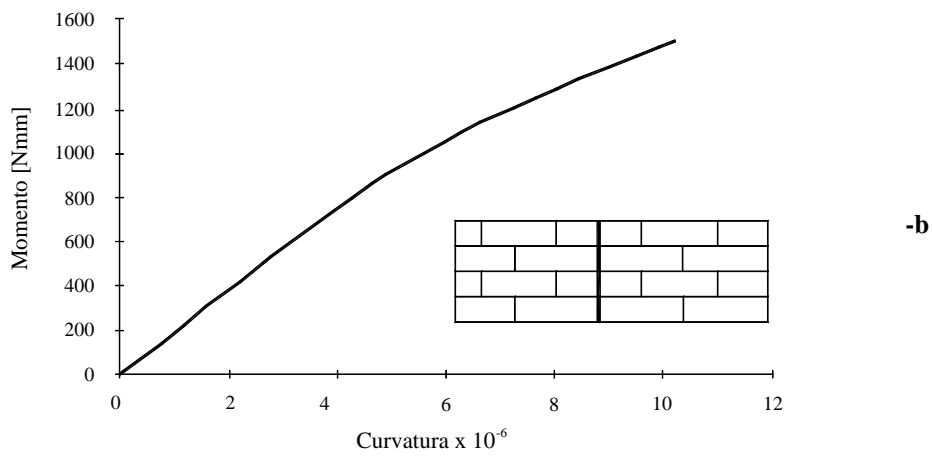
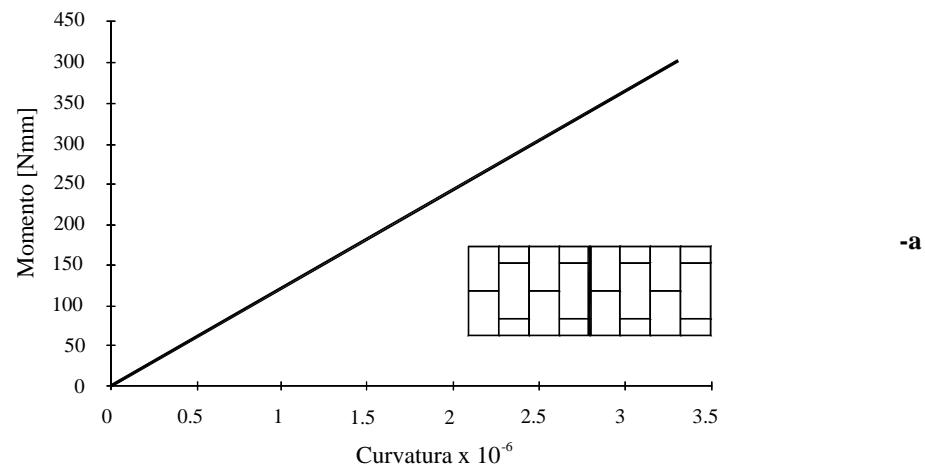
**Fig. 3.10:** Resistenza a flessione lungo i due assi materiali (Hendry, 1986).

Il lavoro riportato in (Chee Liang, 1996) prende in considerazione numerose tipologie di prove, tra cui prove di flessione uniassiale condotte su macroelementi murari, costituiti da mattoni in scala 1:2 e malta cementizia, assoggettati a momenti flettenti agenti in direzione parallela e perpendicolare ai letti di malta.

Lo scopo della sperimentazione era quello di stimare il modulo elastico e la resistenza a flessione della muratura nelle due direzioni attraverso prove di flessione su quattro punti di carico. I risultati sperimentali hanno mostrato valori di resistenza e di elasticità maggiori nel caso di flessione orizzontale (momento flettente agente su un piano parallelo ai giunti orizzontali).

Dai diagrammi momento-curvatura è stata evidenziata la differente risposta meccanica della muratura alle sollecitazioni agenti: nel caso di flessione verticale, una volta raggiunto il momento ultimo, la rottura si è verificata in maniera improvvisa ed è stata di natura fragile, interessando un intero letto di malta (Fig. 3.11-a). Nel caso di momento agente su un piano orizzontale, il diagramma momento-curvatura si è presentato con andamento lineare fino al 60-80% del carico di collasso, per poi diventare non lineare fino alla rottura. In particolare, sono stati osservati due diversi andamenti del diagramma momento-curvatura, corrispondenti a due differenti modalità di rottura dei pannelli.

Il primo tipo, corrispondente alla rottura tipica dei materiali fragili, ha presentato l'andamento mostrato in Figura 3.11-b, e la crisi si è verificata per il raggiungimento della resistenza a trazione del materiale. La rottura ha interessato sia i blocchi che i letti di malta, lungo un piano quasi verticale (splitting). Nel secondo tipo di diagramma, l'andamento è stato lineare fino al valore ultimo del momento, con ampio tratto di softening nella fase di fessurazione, tipico di materiali elasto-plastici (Fig. 3.11-c). La crisi si è verificata con formazione di fessure a zigzag tra giunti orizzontali e verticali (“a pettine”).

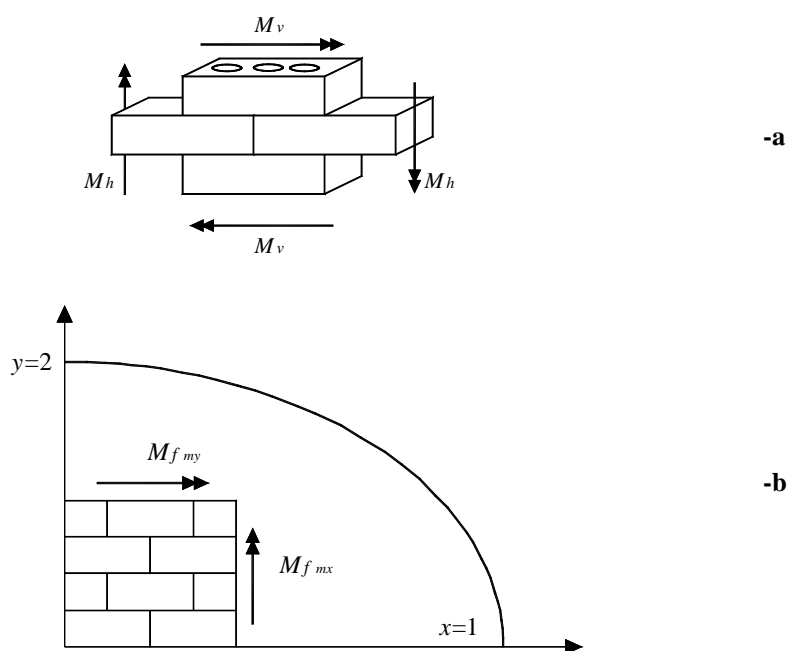


**Fig. 3.11:** Diagramma momento-curvatura tipico per prove di flessione su quattro punti condotte su pannelli di muratura. **-a:** Flessione verticale; **-b:** Flessione orizzontale con rottura per splitting; **-c:** Flessione orizzontale con rottura "a pettine" (Chee Liang, 1996).

### 3.3.2. Resistenza a flessione biassiale

Le prove di carico uniassiale non sono in grado, da sole, di fornire sufficienti informazioni sulle caratteristiche meccaniche della muratura caricata fuori dal piano. Tuttavia, le informazioni a nostra disposizione sul comportamento a flessione per diversi valori dell'angolo tra i giunti orizzontali e l'asse di flessione o sui domini di interazione per sollecitazioni di flessione biassiale sono davvero insufficienti.

In (Baker, 1979) è riportata una delle più complete e dettagliate sperimentazioni su muratura soggetta a flessione biassiale. Utilizzando provini ad un solo giunto (Fig. 3.12-a) al fine di simulare il comportamento biassiale di un pannello murario, egli propose un dominio di interazione di tipo ellittico tra la resistenza a flessione orizzontale  $f_{fx}$  e la resistenza a flessione verticale  $f_{fy}$  (Fig. 3.12-b), valido almeno per il caso in cui entrambi i momenti agenti producano trazione sulla stessa faccia del provino.



**Fig. 3.12:** Sperimentazione proposta in (Baker, 1979). -a: Provino utilizzato; -b: Criterio di rottura ellittico per sollecitazione di flessione biassiale.

Baker osservò la presenza di un'interazione tra i momenti di resistenza nelle direzioni ortogonali ed, inoltre, effettuando le medesime prove anche in presenza di carichi assiali, studiò l'influenza dei carichi di compressione verticale: anche un valore modesto della tensione verticale, applicata in direzione normale al giunto orizzontale, ha prodot-

to un aumento del momento massimo sia per flessione perpendicolare ai letti di malta che per flessione parallela ad essi. Ciò vale, ovviamente, solo nel caso in cui si verifichi una rottura “a pettine”; se, al contrario, ha luogo una rottura con lesione verticale, che attraversa sia i giunti verticali che i blocchi, la crisi è principalmente dovuta alla resistenza a flessione dei blocchi ed è poco influenzata da un aumento dei carichi normali.

L'aumento di resistenza a flessione, nel caso di rottura “a pettine” è una conseguenza dell'aumento di resistenza dei giunti che arrivano a rottura per taglio. Come evidenziato dalla legge di attrito di Coulomb, un aumento dei carichi verticali comporta una maggiore resistenza a taglio della muratura.

Nonostante tale lavoro sia stato di notevole interesse all'epoca in cui è stato sviluppato, attualmente i risultati ad esso relativi sono difficilmente utilizzabili. Il metodo adoperato non tiene conto della differenza tra le rigidzze e non fornisce, quindi, informazioni sulla modalità di distribuzione dei carichi nelle due direzioni ortogonali. È infatti poco certo che l'apparato sperimentale adoperato fornisca gli effettivi valori della resistenza a flessione della muratura; inoltre, essendo la muratura un materiale anisotropo, il suo comportamento meccanico fuori dal piano non può essere descritto solo in termini di momenti principali, ma occorre fare riferimento anche all'angolo che fornisce l'orientazione degli assi principali rispetto agli assi materiali.

La sperimentazione di Baker è stata riproposta in (Chee Liang, 1996) mediante l'utilizzo di un diverso apparato sperimentale. In effetti, il comportamento della muratura è abbastanza complesso nel caso di flessione biassiale, in quanto dipendente dalle caratteristiche fisiche e meccaniche dei componenti (blocchi e malta), e dal carico applicato. Un pannello semplicemente appoggiato su tre o quattro lati, quando assoggettato ad un carico laterale, subisce una inflessione lungo due direzioni, ovvero è soggetto a flessione biassiale, e la modalità di collasso dello stesso è funzione della resistenza a trazione che riesce a svilupparsi.

In base a tali considerazioni, in (Chee Liang, 1996) è stato proposto un metodo sperimentale alternativo, definito “cross-beam test”, per stabilire un criterio di rottura per la muratura soggetta a sollecitazione flettente biassiale, tuttora assente in letteratura. La prova è consistita nel sottoporre a flessione un provino di muratura di mattoni e malta cementizia, in scala 1:3, attraverso quattro bracci anch'essi di muratura che avevano il

solo scopo di trasmettere la sollecitazione flettente al campione murario sistemato nel centro (Fig. 3.13-a), ottenendo una trave incrociata (“cross-beam”).

La parte centrale del provino è stata costruita separatamente dai bracci ed è la parte rappresentativa del pannello soggetto a flessione biassiale; i quattro bracci, configurati “a pettine” e costruiti anch’essi separatamente mediante malta epossidica al fine di evitare il collasso prematuro degli stessi, sono stati incollati al provino centrale prima dell’esecuzione della prova. La configurazione a pettine dei bracci non ha ostacolato la propagazione delle fessure nella porzione centrale interessata dalla prova; inoltre la loro presenza ha permesso un notevole risparmio di tempo durante la sperimentazione in quanto sono stati utilizzati in prove successive, senza necessità di ricostruzione degli stessi, concentrando maggiore attenzione alla realizzazione della sola porzione centrale dei provini.

Le travi incrociate sono state vincolate da semplici appoggi ed assoggettate ad un carico puntuale applicato al centro del pannello. L’utilizzo di celle di carico anche in corrispondenza degli appoggi ha permesso la lettura dei valori delle reazioni vincolari utilizzate per il calcolo dei momenti flettenti trasmessi al provino, in ogni istante di tempo.

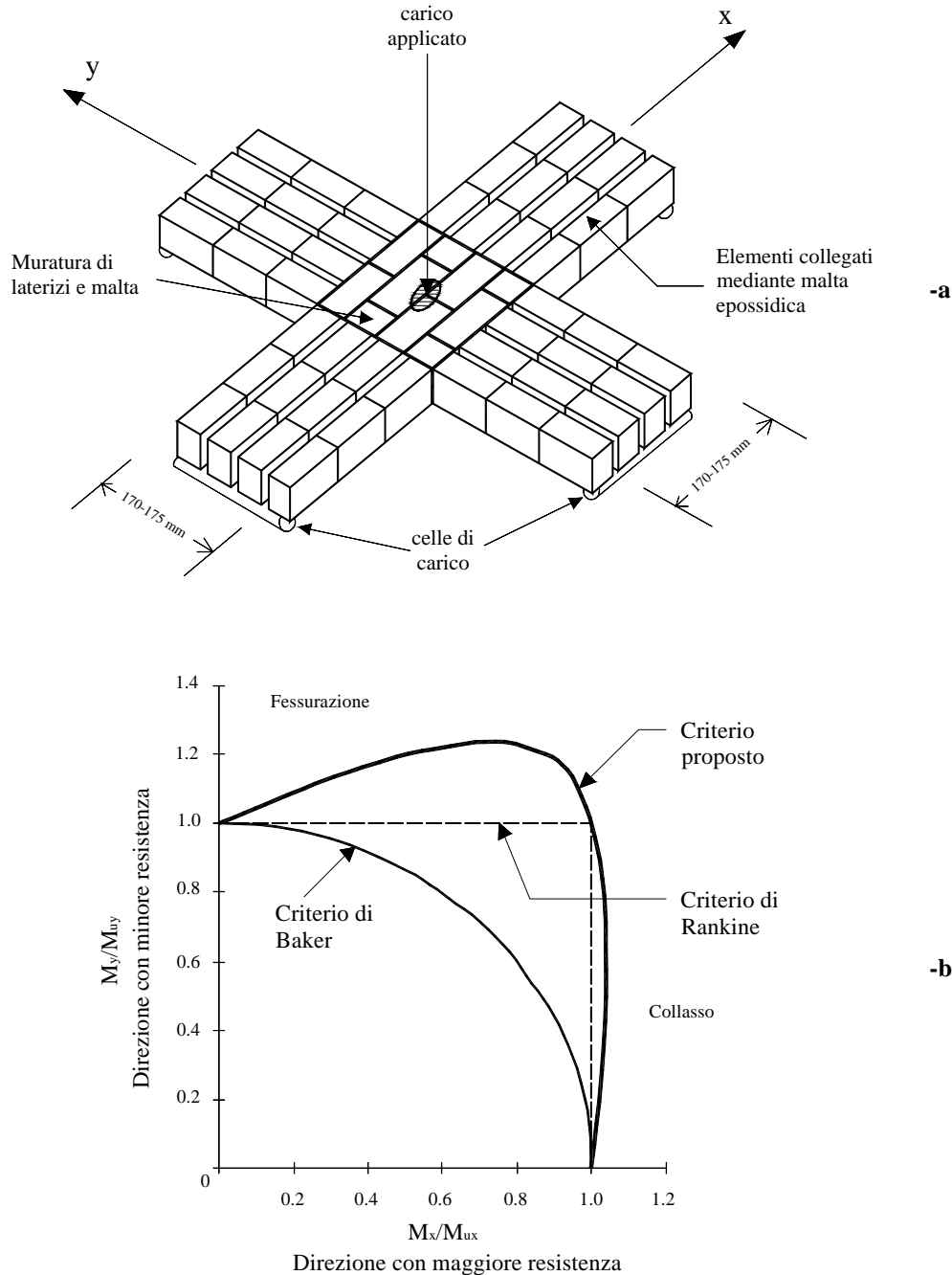
Il vantaggio del test è rappresentato non solo dalla possibilità di individuare con precisione il valore del carico di fessurazione e rottura, ma anche dalla redistribuzione del carico tra le due direzioni in seguito alla crisi lungo uno dei due assi.

Sono stati condotti diversi test al variare del rapporto tra la lunghezza dei bracci. La distribuzione del carico è stata inizialmente lineare e funzione della rigidità lungo le due direzioni. Una volta raggiunta la resistenza ultima lungo una delle due direzioni, il provino ha iniziato a fessurarsi, con conseguente redistribuzione del carico lungo la direzione con maggiore resistenza.

Sono state osservate tre modalità di rottura. Nel primo tipo, entrambe le direzioni hanno raggiunto la crisi contemporaneamente, senza fessurazione, ma con improvvisa rottura diagonale.

Nel secondo tipo, dopo la fessurazione lungo la direzione più debole (generalmente quella verticale), un piccolo incremento del carico applicato ha causato la rottura della trave nonostante la modesta distribuzione del carico lungo la restante direzione (x, vedi Fig. 3.13-a).

Nella terza modalità di rottura, la trave ha iniziato a fessurarsi lungo la direzione con minore resistenza (y) ed il carico si è interamente distribuito lungo la direzione x, senza causare la rottura istantanea del provino.



**Fig. 3.13:** Sperimentazione riportata in (Chee Liang, 1996). **-a:** Geometria del provino utilizzato nel cross-beam test; **-b:** Criterio di rottura proposto.



I risultati sperimentali sono stati utilizzati per l'ottenimento di un criterio di rottura per sollecitazione biassiale, rappresentato in forma adimensionale in Figura 3.13-b e confrontato con il criterio di Rankine e con il dominio proposto in (Baker, 1979). Diagrammando i momenti flettenti sperimentali nelle due direzioni ortogonali ( $x$ ,  $y$ ), adimensionalizzati rispetto ai corrispondenti valori ultimi, è stata ottenuta una curva di inviluppo di tipo ellittico, secondo la quale la fessurazione precede il collasso se ogni punto sulla curva di inviluppo giace a sinistra del punto di coordinate (1, 1). In questo caso, il collasso si verifica a causa della distribuzione del carico dalla direzione più debole ( $y$ ) a quella più resistente ( $x$ ); quando il momento raggiunge il valore ultimo nella direzione con più resistenza, avviene la rottura. Al di sotto del punto di coordinate (1, 1), la rottura può avere luogo lungo entrambe le direzioni o per crisi lungo la direzione con maggiore resistenza, anche se lungo la direzione più debole non è stato raggiunto il valore ultimo della resistenza.

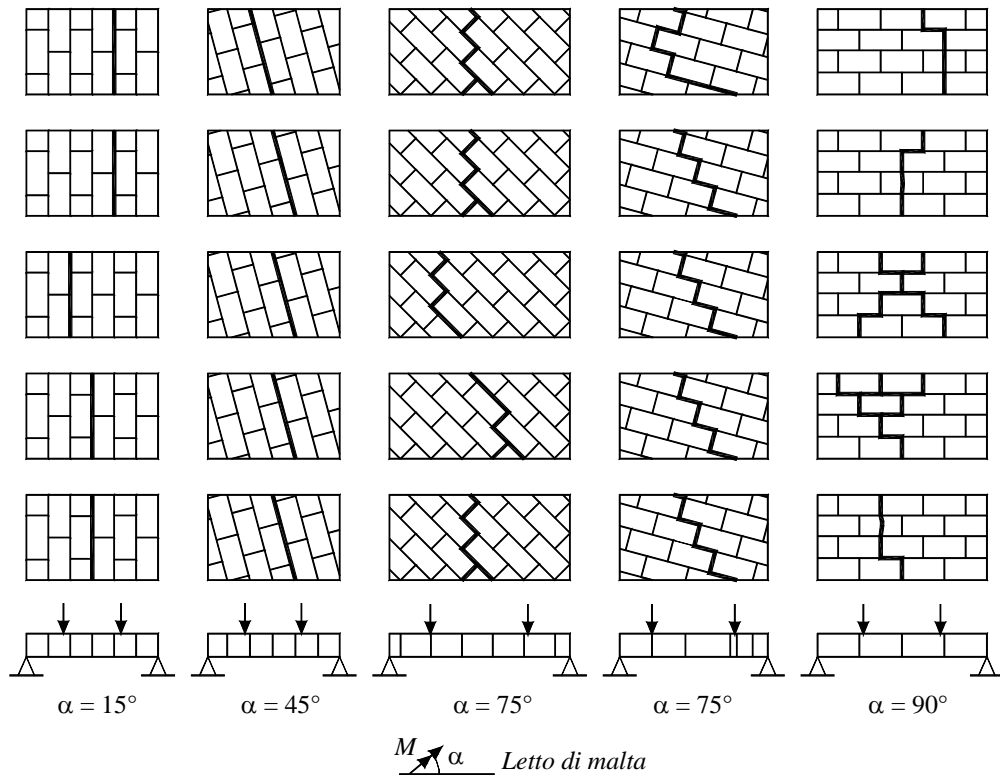
Negli ultimi decenni, alcuni ricercatori hanno fornito maggiori contributi allo studio del comportamento a flessione biassiale, dal punto di vista sperimentale.

Le prove descritte in (Gazzola & Drysdale, 1986) e (Van der Pluijm et al., 1995) sono molto simili tra loro: riguardano entrambe prove di flessione su quattro punti condotte su travi di muratura per diverse orientazioni della sollecitazione flettente rispetto agli assi materiali, ma solo in (Van der Pluijm et al., 1995) sono stati rilevati e riportati i diagrammi momento-curvatura.

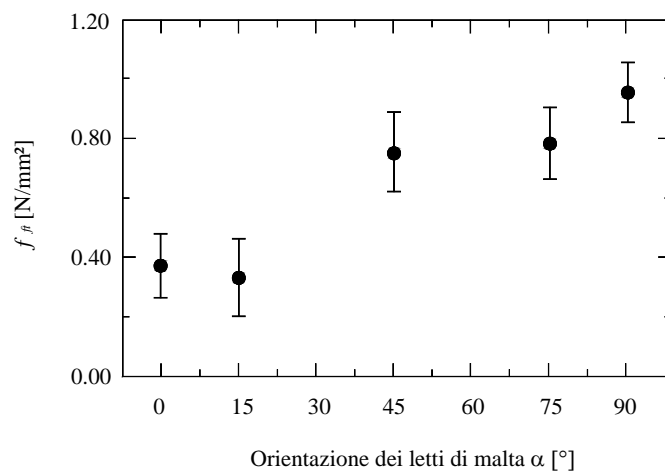
Il quadro fessurativo sperimentale determinato in (Gazzola & Drysdale, 1986) è riportato in Figura 3.14 relativamente a travi in muratura di blocchi di calcestruzzo.

Sono state condotte cinque tipologie di prova, per cinque valori dell'angolo di inclinazione  $\alpha$  del momento flettente principale rispetto ai giunti orizzontali. Generalmente, la crisi si è verificata per trazione pura ( $\alpha = 0^\circ$  e  $15^\circ$ ) o per una combinazione di tensioni di taglio e trazione ( $\alpha = 75^\circ$ ), ad eccezione del caso di flessione orizzontale in cui la lesione ha attraversato alcuni blocchi ( $\alpha = 90^\circ$ ).

In Figura 3.15 sono riportate la media e la deviazione standard relative alle cinque prove condotte, per ognuno dei valori di  $\alpha$  considerati. Si può osservare come, relativamente allo studio sperimentale preso in esame, la resistenza a flessione orizzontale è approssimativamente 2,5 volte maggiore della resistenza a flessione corrispondente ad un momento flettente agente lungo un piano verticale (ortogonale ai letti di malta).



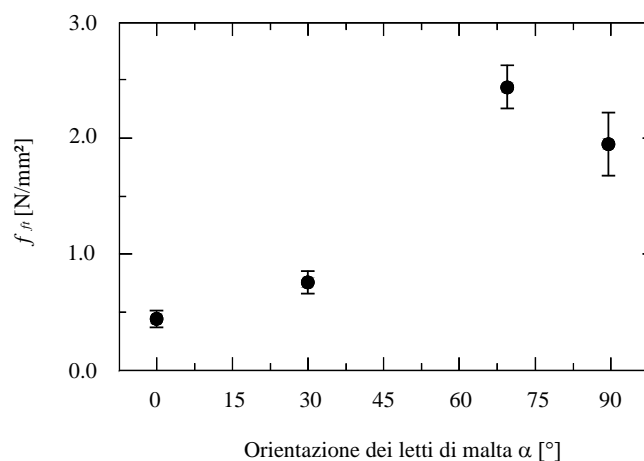
**Fig. 3.14:** Quadro fessurativo osservato su pannelli di muratura soggetti a prove di flessione su quattro punti al variare dell'orientazione della sollecitazione flettente (Gazzola & Drysdale, 1986).



**Fig. 3.15:** Resistenza a flessione sperimentale per diverse orientazioni del momento applicato (Gazzola & Drysdale, 1986).

In (Van der Pluijm et al., 1995) è riportata una campagna di prove di flessione su quattro punti, per diverse orientazioni del momento applicato, simile a quella descritta in (Gazzola & Drysdale, 1986), condotte su muratura di blocchi di argilla e blocchi di silicato di calcio con giunti di malta. I provini con giunti inclinati di angoli diversi da  $0^\circ$  e  $90^\circ$  sono stati costruiti su un telaio speciale che ha permesso la loro costruzione lasciando i giunti sempre in posizione orizzontale, variando l'angolo tra le travi di acciaio utilizzate per la costruzione stessa. Gli angoli di flessione presi in considerazione sono stati:  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $70^\circ$  e  $90^\circ$ . I risultati delle prove sono stati utilizzati per l'elaborazione del modello numerico sviluppato in (Van der Pluijm, 1999), precedentemente richiamato. In Figura 3.16 sono riportate la media e la deviazione standard relative ai risultati sperimentali ottenuti. Sono stati sottoposti a prova dodici pannelli per ogni valore dell'orientazione del momento flettente  $\alpha$ .

La crisi si è verificata, generalmente, per una combinazione di tensioni di trazione e taglio nei giunti verticali ed orizzontali, ad eccezione dei pannelli sottoposti a flessione lungo un piano inclinato di  $70^\circ$  rispetto ai letti di malta, per i quali la rottura ha interessato anche i blocchi. Dalla Figura 3.16, si può osservare come, relativamente allo studio sperimentale preso in esame, la resistenza a flessione orizzontale è approssimativamente 4 volte maggiore della resistenza a flessione corrispondente ad un momento flettente agente lungo un piano verticale.

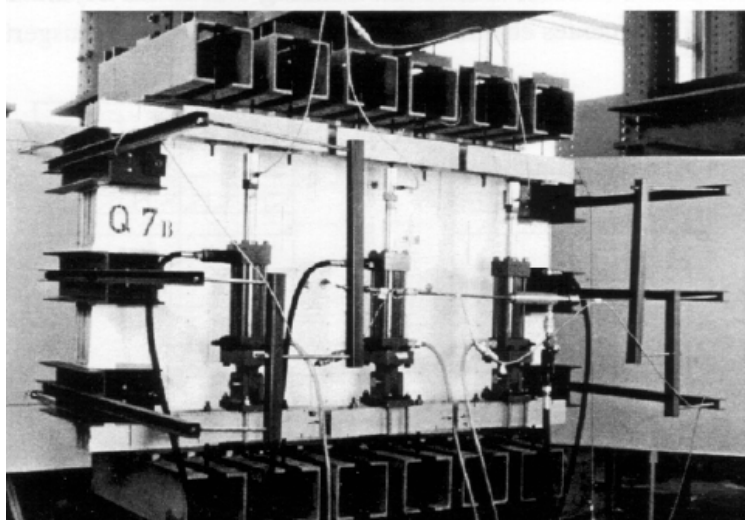


**Fig. 3.16:** Resistenza a flessione sperimentale di muratura in blocchi di argilla per diverse orientazioni del momento applicato (Van der Pluijm et al., 1995).

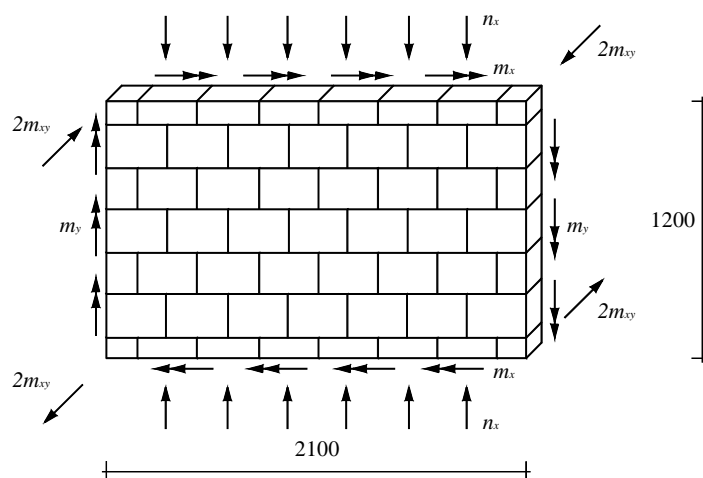
### 3.3.3. Azione combinata di carichi di compressione e di flessione

I lavori teorici e sperimentali che hanno preso in considerazione il comportamento fuori dal piano della muratura, per assegnati valori del carico di compressione sono davvero pochi. Come asserito più volte, il ruolo dei carichi membranali nelle murature è fondamentale per la statica stessa di tali strutture e, per questo motivo, il loro contributo sulla resistenza fuori piano delle murature non può essere ignorato.

Merita di essere citato il lavoro presentato in (Guggisberg & Thürlimann, 1990, e Thürlimann & Guggisberg, 1988). Gli autori hanno adottato uno speciale telaio *ad hoc* capace di conferire ai pannelli testati una combinazione di carichi normali e momenti flettenti e torcenti (Fig. 3.17), progettato al fine di limitare al minimo i vincoli di tipo geometrico sul contorno.



-a



-b

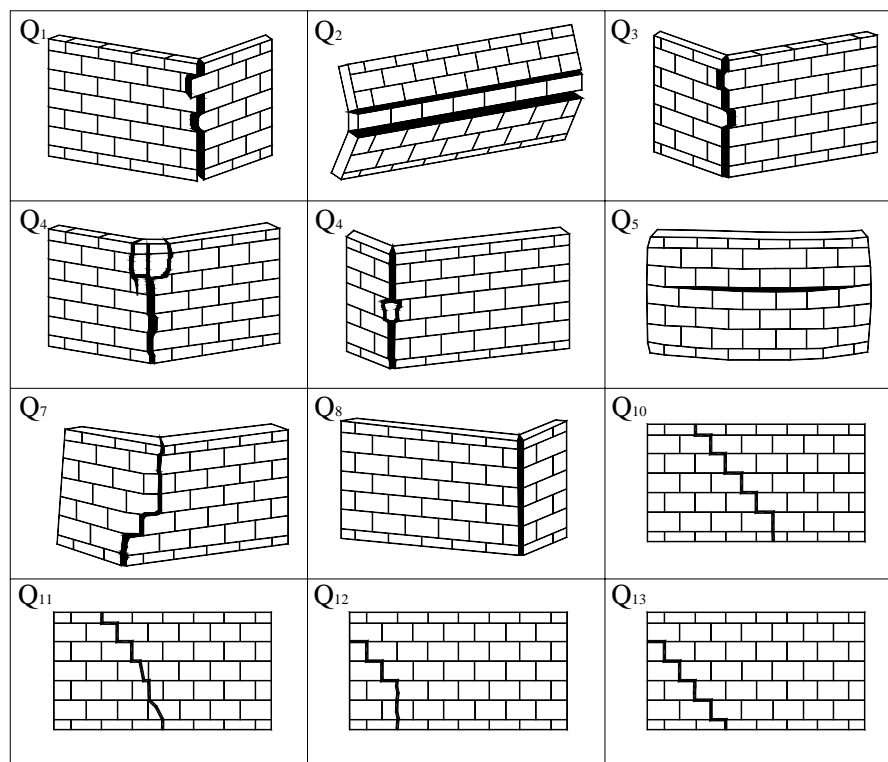
**Fig. 3.17:** Sperimentazione riportata in (Guggisberg & Thürlimann, 1990, e Thürlimann & Guggisberg, 1988). -a: Telaio di prova; -b: Geometria del provino e condizioni di carico.

Il pannello di prova (realizzato in muratura di blocchi forati di argilla e malta) è stato sospeso interamente in modo tale che i carichi applicati risultassero in un sistema staticamente determinato.

La forza assiale è stata mantenuta costante durante la prova, mentre i valori dei momenti (agenti sia in direzione normale che parallela ai letti di malta) sono stati incrementati in modo proporzionale dal valore nullo fino alla rottura, lasciando, però, costante il rapporto tra i momenti orizzontale e verticale applicati. Le sollecitazioni flettenti sono state conferite attraverso differenze di pressione impresse da pistoni.

Lo scopo della sperimentazione è stato quello di sviluppare un criterio di rottura sulla base dei risultati delle prove ed in base alle ipotesi classiche della teoria della plasticità.

In Figura 3.18 è riportata una rappresentazione del quadro fessurativo e delle modalità di rottura dei pannelli sottoposti a prova (il test denominato Q9 non è stato preso in considerazione), in assenza di torsione.



**Fig. 3.18:** Sperimentazione riportata in (Guggisberg & Thürlimann, 1990, e Thürlimann & Guggisberg, 1988): quadro fessurativo e modalità di rottura dei provini.

### 3.3.4. Approcci numerici per lo studio del comportamento della muratura caricata fuori dal piano

Come detto in precedenza, gli studi teorici riguardanti la modellazione del comportamento meccanico della muratura soggetta a carichi laterali sono pochi. Di recente sono stati proposti approcci numerici basati sull'uso combinato dei teoremi dell'analisi limite con le tecniche di omogeneizzazione, illustrati in maniera più estesa nel successivo Capitolo 4, ai quali fa riferimento il presente lavoro di tesi.

Nei decenni scorsi sono stati fatti alcuni tentativi, più o meno validi, di modellazione della resistenza a flessione della muratura, prendendo spunto dalle osservazioni sperimentali eseguite su pannelli caricati trasversalmente.

In particolare, la similitudine tra lo schema di propagazione delle fessure nei pannelli di muratura ed il modello delle linee di snervamento valido per le lastre in calcestruzzo caricate lateralmente, ha incoraggiato l'applicazione di quest'ultimo metodo anche per lo studio delle murature, con ovvie approssimazioni sul comportamento meccanico del materiale. Infatti, l'applicazione della teoria delle linee di snervamento presuppone l'assunzione della costanza del momento flettente lungo le linee di rottura, fino al raggiungimento del valore di snervamento in corrispondenza di tutti i piani di rottura considerati.

Chiaramente non ci si può attendere un comportamento simile da parte dei solidi murari, in quanto, essendo la muratura un materiale fragile, la crisi si verifica non appena viene raggiunto il valore ultimo del momento resistente, con poca o nulla redistribuzione del carico lungo le linee di rottura. In effetti, le sperimentazioni condotte a riguardo hanno confermato che la rottura avviene con uno schema di linee ben definito, dipendente dalle condizioni d'appoggio e dal rapporto tra l'altezza e la larghezza dei pannelli; gli schemi di tali linee di fessurazione sono molto somiglianti alle linee di snervamento nelle lastre di calcestruzzo armato caricate trasversalmente, ma, per la natura fragile della muratura di mattoni, la somiglianza è puramente geometrica.

In (Haseltine et al., 1977) è stato mostrato che i calcoli di resistenza basati sulla teoria delle linee di snervamento, in cui il rapporto ortogonale  $\mu$  è pari al rapporto di resistenza della muratura di mattoni rispettivamente in direzione parallelo e perpendicolare ai letti di malta, forniscono risultati in buon accordo con quelli ricavati da prove sperimentali su pareti vincolate su tre o quattro lati, tenendo in considerazione anche l'effetto della tensione di compressione verticale.

Una modifica alla teoria delle linee di snervamento, presa in considerazione anche dalle attuali normative Britanniche (British Standard Institution, 2002) per la progettazione di pareti caricate lateralmente, è stata proposta in (Sinha, 1978; Sinha, 1980), e va sotto il nome di “*analisi delle linee di frattura*”. In essa, è stata assunta una distribuzione del carico nelle due direzioni principali proporzionale alla rigidità, come mostrato in Figura 3.19 per alcuni dei casi analizzati.

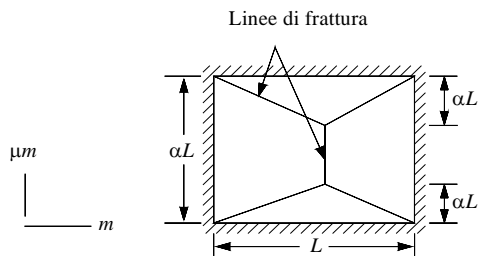
Le ipotesi di base per l'applicazione del metodo consistono nell'assumere che:

- le deformazioni possano avvenire esclusivamente lungo le linee di frattura;
- le parti di muratura che subiscono il cinematismo ruotino come corpi rigidi;
- la distribuzione del carico avvenga in funzione della rigidità nella direzione considerata.

In base a tali considerazioni, e per differenti condizioni di vincolo laterale, ogni pannello viene suddiviso in più parti da un numero finito di linee di frattura, la cui posizione e configurazione varia caso per caso.

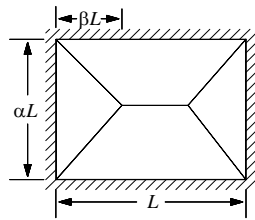
Quindi, attraverso semplici considerazioni di equilibrio tra i carichi esterni agenti sul pannello e le reazioni interne che si generano lungo le linee di frattura e le superfici vincolate, viene ricavata la posizione delle linee di frattura che fornisce il minimo moltiplicatore al collasso.

La validità delle considerazioni suddette è stata confermata da una serie di prove sperimentali eseguite su pannelli di muratura di mattoni in scala 1:3, sottoposti a prove di flessione su tre punti in direzione parallela e perpendicolare ai letti di malta, attraverso le quali è stato possibile ottenere le caratteristiche elastiche e di resistenza nelle due direzioni considerate.



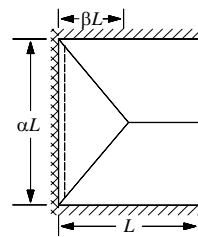
$$m = \frac{\omega \alpha^2 L^2}{6} \left( \frac{1.5\beta - \beta^2}{1 + \frac{2\mu \alpha^2 \beta}{k}} \right)$$

$$\beta = \frac{k}{2\mu \alpha^2} \sqrt{\left( \frac{3\mu \alpha^2}{k} + 1 \right)} - 1$$



$$m = \frac{\omega \alpha^2 L^2}{6} \left( \frac{1.5\beta - \beta^2}{2\beta + \frac{\mu \alpha^2}{k}} \right)$$

$$\beta = \frac{\mu \alpha^2}{2k} \sqrt{\left( \frac{3k}{\mu \alpha^2} + 1 \right)} - 1$$



$$m = \frac{\omega \alpha^2 L^2}{12} \left( \frac{3\beta - \beta^2}{2\beta + \frac{\mu \alpha^2}{k}} \right)$$

$$\beta = \frac{\mu \alpha^2}{2k} \sqrt{\left( \frac{6k}{\mu \alpha^2} + 1 \right)} - 1$$

#### Notazione

- Appoggio
- Incastro
- Linea di frattura positiva
- Linea di frattura negativa

**Fig. 3.19:** Resistenza trasversale di pannelli in muratura di mattoni: “metodo delle linee di frattura” (Sinha, 1978; Sinha, 1980);  $m$  = momento ultimo per unità di lunghezza in direzione parallela ai letti di malta;  $\mu m$  = momento ultimo per unità di lunghezza in direzione perpendicolare ai letti di malta;  $k$  = rapporto tra il modulo elastico in direzione parallela e perpendicolare ai giunti orizzontali.



# Capitolo 4

## Analisi numerica di pareti murarie caricate fuori dal piano

### 4.1. Introduzione

Le conclusioni tratte dai capitoli precedenti permettono di affermare che il legame costitutivo della muratura risulta complesso e dipendente sia dalle caratteristiche meccaniche dei materiali costituenti sia dalla geometria della cella elementare.

Le tecniche di modellazione ed i metodi numerici proposti negli ultimi decenni sono molteplici. In genere, essi si basano su tre diversi approcci: micro-modellazione, macro-modellazione e tecniche di omogeneizzazione (Lourenço, 1996).

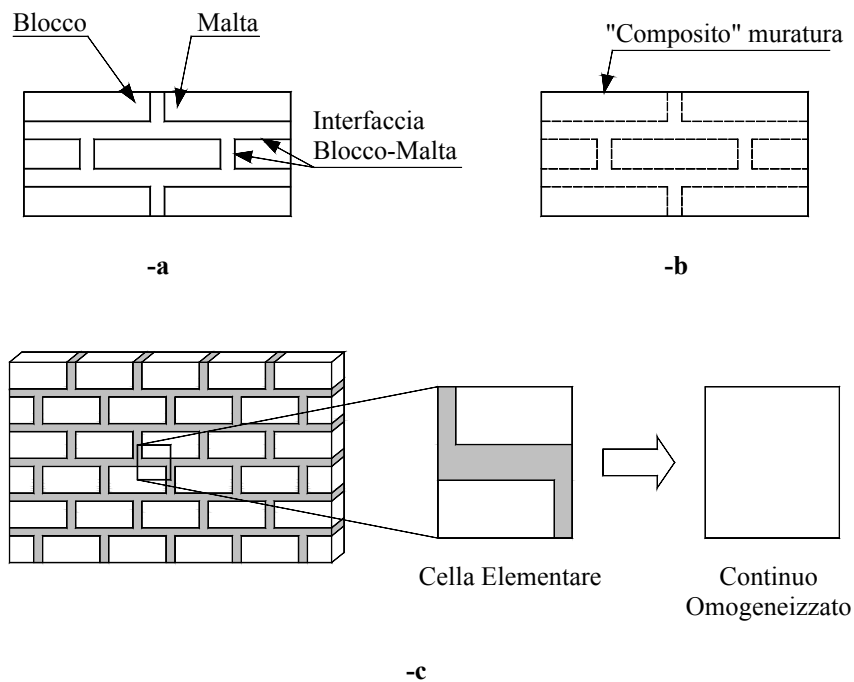
Il primo approccio, “micro-modeling” (Fig. 4.1-a), consiste nel rappresentare separatamente i giunti di malta ed i blocchi (laterizi o pietrame). In alcuni casi si considerano anche le superfici di interfaccia tra i due materiali, nonché le caratteristiche meccaniche di esse e di ognuno dei materiali costituenti. Al fine di ottenere modelli meno onerosi dal punto di vista computazionale, spesso sono state applicate delle semplificazioni riducendo i giunti di malta a delle semplici interfacce medie di spessore nullo (es. Lourenço & Rots, 1997a; Lotfi & Shing, 1994; ecc). Tuttavia, è opportuno sottolineare

che, in quest'ultimo caso, non è possibile considerare nel modello l'effetto Poisson indotto dallo spessore finito dei giunti di malta. D'altro canto, la micro-modellazione rappresenta sicuramente l'approccio di modellazione più accurato, in quanto permette di cogliere lo stato di tensione e di deformazione in ogni punto della muratura. Come già sottolineato però, è anche il più oneroso a livello computazionale e pertanto è applicabile ad elementi murari di piccole dimensioni.

Un'alternativa al metodo precedente è quella di utilizzare un "materiale omogeneo macroscopicamente equivalente" al solido eterogeneo ("macro-modeling", Fig. 4.1-b). Tale approccio risulta particolarmente vantaggioso nel caso di strutture di grandi dimensioni, laddove, cioè, per motivi pratici, si consideri ininfluenza la conoscenza dell'interazione tra i giunti di malta ed i blocchi. Tale metodo non prevede alcuna distinzione tra i blocchi e la malta, e l'effetto della presenza di quest'ultima è mediato attraverso la formulazione di un materiale continuo fittizio con proprietà "medie". Un esempio di tale applicazione è rappresentato dal materiale non resistente a trazione (no-tension material, Di Pasquale, 1992), nel quale la muratura è considerata come un materiale continuo con resistenza a trazione nulla e comportamento elastico a compressione. Anche questo tipo di approccio presenta però delle limitazioni: poiché fa uso di discretizzazioni non fitte, risulta difficile prendere in considerazione vari aspetti come l'anisotropia della muratura in campo non elastico ed il comportamento di softening, fortemente legati ai materiali costituenti ed alla geometria di essi, come spessore dei giunti, tessitura, ecc.. Inoltre le caratteristiche meccaniche del materiale omogeneo equivalente sono ottenibili attraverso fitting di dati sperimentali e l'utilizzazione di un materiale diverso o dello stesso materiale in condizioni di carico diverse (es. sollecitazioni fuori piano) richiederebbe nuovi set di dispendiose prove sperimentali.

Il terzo approccio, infine, è basato sull'applicazione a solidi murari a tessitura periodica della teoria dell'omogeneizzazione (Anthoine, 1995; Zucchini & Lourenço, 2002; Luciano & Sacco, 1997). Essa consiste nell'identificazione di una cella elementare, all'interno del tessuto murario considerato come un composito continuo periodico (Fig. 4.1-c). Tale cella dà origine all'intero solido murario per semplice ripetizione. Il problema di campo viene così scritto nella sola cella e, attraverso la risoluzione di un opportuno problema di campo, è possibile ottenere le caratteristiche meccaniche del materiale muratura omogeneizzato, a partire dalla conoscenza delle proprietà meccaniche dei materiali costituenti e della geometria della cella elementare. Le tecniche di

omogeneizzazione sono state ampiamente applicate sia nel campo dei materiali compositi, sia per la modellazione di murature in campo elastico e vari sono i contributi presenti in letteratura a riguardo (Cecchi & Sab, 2002a; Cecchi & Sab, 2002b; Cecchi et al., 2004; Cecchi et al, 2005a; Cecchi & Di Marco, 2000). Tali tecniche sembrano un valido strumento per l'analisi di strutture murarie di grandi dimensioni (Lourenço, 1996), in quanto le proprietà meccaniche dei materiali costituenti sono prese in considerazione solo per lo studio della cella elementare. In questo modo, intere pareti murarie possono essere analizzate attraverso programmi di calcolo agli elementi finiti standard, senza dover direttamente rappresentare le caratteristiche micro-meccaniche della cella e dei materiali costituenti.



**Fig. 4.1:** Tecniche di modellazione per i solidi murari. -a: Micro-modellazione; -b: Macro-modellazione; -c: Tecniche di omogeneizzazione.

Nello studio del comportamento meccanico della muratura, un fattore sicuramente importante è rappresentato dalla valutazione del carico ultimo sopportabile da una struttura, sotto l'azione di carichi sia verticali che orizzontali, agenti sia nel piano che fuori dal piano. Molti sono i metodi usati e proposti negli ultimi decenni (de Buhan & de Felice, 1997; Giuffrè, 1990; Borri, 2004), tuttavia l'approccio basato sull'uso di equazio-

ni costitutive medie risulta particolarmente semplice e, pertanto, applicabile allo studio di grandi pareti.

Nonostante l'impiego delle tecniche di omogeneizzazione per la modellazione di strutture murarie sia ormai esteso in campo elastico (Cecchi & Sab, 2002a; Cecchi & Sab, 2002b; Cecchi et al., 2004; Cecchi et al, 2005a; Cecchi & Di Marco, 2000; e Buhan & de Felice, 1997; Giuffrè, 1990; Borri, 2004; Cecchi et al, 2005b) poche sono le ricerche ed i lavori presenti in letteratura che estendono la formulazione del problema anche al campo non lineare (Orduña, 2003). La teoria dell'elasticità lineare, pur essendo molto usata nelle applicazioni di Ingegneria Civile, non è tuttavia in grado di fornire alcuna informazione sul comportamento strutturale all'atto del collasso. L'estensione al campo non lineare è invece necessaria, ad esempio, per lo studio delle murature storiche che, a causa della scarsa resistenza a trazione della malta ormai degradata, presentano un dominio elastico limitato.

Per tali ragioni, uno strumento numerico per l'analisi strutturale che sembra aver dato buoni risultati è rappresentato dall'uso dei teoremi dell'analisi limite combinato con le tecniche di omogeneizzazione.

Solo recentemente sono stati proposti lavori (Milani & Tralli, 2004; Milani, 2004; Milani et al., 2006a; Milani et al., 2006b; Milani et al., 2006c) nei quali si è introdotto l'uso combinato di analisi limite e omogeneizzazione applicato alla muratura. Tale approccio è in grado di riprodurre aspetti interessanti del comportamento limite della muratura, come ad esempio l'anisotropia al collasso e la bassa resistenza a trazione; inoltre è possibile ottenere una stima delle superfici limite del solido murario, sotto diverse ipotesi per i materiali costituenti e per diverse condizioni di carico (es. stati piani di tensione, carichi combinati membranali flessionali).

Nel presente capitolo, dopo un breve richiamo alle tecniche di omogeneizzazione applicate ai solidi murari, e ad alcune nozioni sulla plasticità e sui teoremi dell'analisi limite, è brevemente introdotta l'applicazione combinata di analisi limite e omogeneizzazione per la valutazione delle superfici di crisi della muratura.

Infine si richiamano un semplice modello micromeccanico equilibrato e staticamente ammissibile ed un modello eterogeneo recentemente presentati nella letteratura tecnica (Milani et al., 2006c; Zuccarello et al., 2006; Milani et al., 2006d), utilizzati come base teorica per le simulazioni numeriche riportate nel presente lavoro di tesi. A chiusura del lavoro di tesi viene, infatti, riportato un dettagliato confronto tra i risultati ottenuti

dalle prove sperimentali descritte nel successivo Capitolo 5 ed i risultati numerici derivanti dall'applicazione dei modelli qui citati (Capitolo 6).

## 4.2. Brevi cenni sulle Tecniche di Omogeneizzazione

La teoria dell'omogeneizzazione non è di nuova concezione. I primi lavori riguardanti sviluppi asintotici per strutture periodiche risalgono agli anni '70 (Bensoussan, 1978). La stessa regola delle miscele, utilizzata nel campo dell'Ingegneria Civile per molteplici applicazioni, può essere giustificata nell'ambito della teoria dell'omogeneizzazione.

La più rudimentale applicazione dell'omogeneizzazione applicata ai solidi murari consiste sicuramente nella procedura multi-step proposta in letteratura (Pande et al., 1989), per la valutazione dei moduli elastici di murature a concatenamento a cortina; nel primo passo viene eseguita un'omogeneizzazione, ad esempio, orizzontale dei blocchi e dei giunti verticali, mentre nel secondo passo il materiale omogeneizzato precedentemente ed i giunti orizzontali vengono a loro volta omogeneizzati. I passi di omogeneizzazione possono anche essere invertiti, è stato tuttavia dimostrato che l'inversione dell'ordine di omogeneizzazione offre risultati diversi in termini di moduli elastici omogeneizzati.

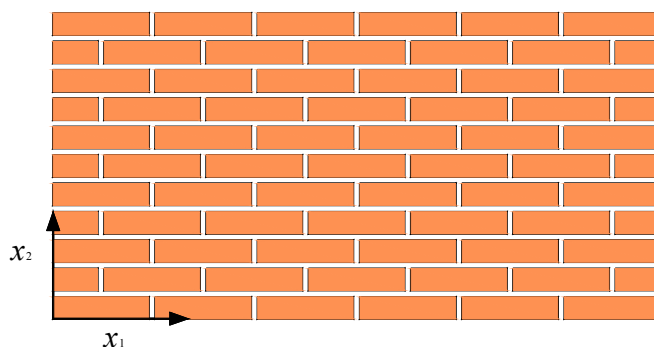
Altre tecniche recentemente presentate nella letteratura tecnica (Luciano & Sacco, 1998) propongono delle procedure cinematiche per l'analisi non lineare della muratura, in cui sono a priori fissati i modi di rottura della cella elementare.

In altri casi (Cecchi & Sab, 2002a; Cecchi & Sab, 2002b; Cecchi et al., 2004; Cecchi et al., 2005b), il problema dell'omogeneizzazione della muratura è stato affrontato introducendo dei parametri rappresentativi del modulo caratteristico e sviluppando un'analisi asintotica, sia nel caso di modellazione nel piano che fuori dal piano. In questo modo, le proprietà elastiche macroscopiche della muratura vengono individuate in funzione di più parametri, ed il loro campo di variazione viene studiato man mano che questi parametri tendono a zero.

Una analisi completa della teoria dell'omogeneizzazione applicata alla muratura in campo elastico può essere trovata in un lavoro riportato in letteratura (Anthoine, 1995).

Si consideri una parete muraria ad una testa in laterizi pieni e malta cementizia (Fig. 4.2). Essa può essere vista come un composito continuo periodico in quanto costituita da due diversi materiali disposti in maniera periodica: giunti di malta e laterizi. La teoria dell'omogeneizzazione per i mezzi periodici permette di ottenere il comportamento globale della muratura da quello dei materiali costituenti; ovvero, corpi periodici eterogenei, costituiti da ripetizioni appunto periodiche di un modulo elementare, possono essere analizzati come se fossero corpi omogenei utilizzando le tecniche di omogeneizzazione.

È possibile individuare all'interno della muratura un modulo (*cella unitaria*) che contiene in piccolo tutte le informazioni geometriche e meccaniche necessarie alla completa descrizione dell'intera parete considerata, e tale che, per ripetizione, possa riprodurla nel suo complesso.



**Fig. 4.2:** Muratura di laterizi pieni e malta cementizia, ad una testa e con tessitura a giunti sfalsati (piano  $x_1, x_2$ ).

La condizione di periodicità può essere caratterizzata da una coppia di vettori ( $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ ) indipendenti tali che le caratteristiche meccaniche del mezzo siano invarianti per ogni traslazione  $m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2$ , con  $m_1, m_2$  interi. Un esempio di modulo elementare può essere quello ottenuto dal parallelogramma formato dai due vettori, di area  $S$  e contorno  $\partial S$  (Fig. 4.3).

Tale condizione di periodicità permette la formulazione del problema elasto-statico sul modulo elementare definito, avendo assegnato un campo di deformazione uniforme. Il valore medio della tensione ottenuto dalla soluzione del problema di campo fornisce i valori dei moduli elastici che rappresentano il continuo equivalente al materiale di partenza.

Per poter applicare la tecnica dell'omogeneizzazione è necessario che i moduli elementari adiacenti siano soggetti alle stesse condizioni di carico, in pratica questo è verificato se le dimensioni del modulo base sono piccole se confrontate con quelle dell'intera struttura.

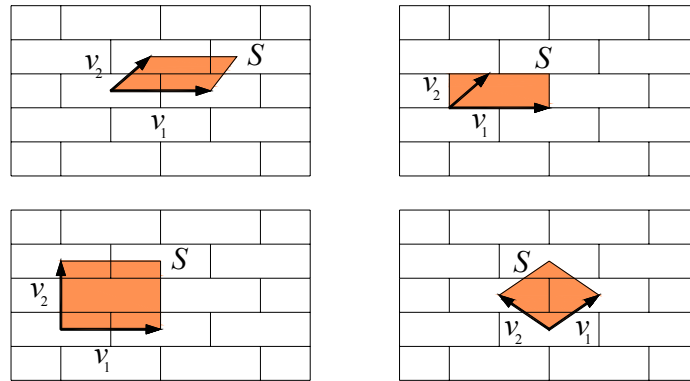


Fig. 4.3: Esempi di modulo caratteristico per la muratura.

Una volta individuata la cella unitaria, è possibile definire il problema di campo. Si considerino i materiali costituenti la muratura, cioè laterizi e malta, entrambi con comportamento elastico lineare e perfettamente collegati. Si supponga inoltre che su tutto il corpo sia assegnato un campo di deformazione media omogeneo  $\mathbf{E}$ . Il problema di campo o problema ausiliario sul modulo si può scrivere come:

$$\left\{ \begin{array}{ll}
 \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma} = 0 \text{ su } S & (\text{equilibrio}) \\
 \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{c}(y) \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) & (\text{relazione costitutiva}) \\
 \mathbf{c}(y) = \begin{cases} \mathbf{c}^M & y \in \text{malta} \\ \mathbf{c}^B & y \in \text{blocco} \end{cases} & (4.1) \\
 \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{E} + \operatorname{sym}(\operatorname{grad} \mathbf{u}^{\text{per}}) & (\text{congruenza}) \\
 \mathbf{u}^{\text{per}} = \mathbf{u} - \mathbf{E}y \text{ periodico su } \partial S & (\text{condizioni al bordo - I}) \\
 \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} \text{ anti-periodico su } \partial S & (\text{condizioni al bordo - II})
 \end{array} \right.$$

dove  $\boldsymbol{\sigma}$  è il tensore di Cauchy;  $\mathbf{c}$  tensore di elasticità periodico sul modulo descritto dalle coordinate  $y$  e riferito al laterizio se  $y \in$  al laterizio, mentre è riferito alla malta se  $y$

€ alla malta;  $\boldsymbol{\varepsilon}$  è il tensore di deformazione infinitesima;  $\mathbf{u}^{\text{per}}$  è il campo di spostamento definito sul modulo e deriva dall'imporre che le deformazioni sul contorno  $\partial S$  siano congruenti, ovvero non vi siano distacchi o compenetrazioni;  $\mathbf{u}$  è il campo di spostamento sull'intero corpo. La condizione che il vettore tensione  $\boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}$  sia anti-periodico su  $\partial S$  viene imposta sul modulo caratteristico per assicurarsi che  $\boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}$  sia continuo passando da un modulo a quello adiacente. In sostanza, passare da una cella a quella adiacente, che è identica alla prima, equivale anche a passare da un lato a quello opposto nella stessa cella  $S$ . Pertanto, la condizione che  $\boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}$  sia continuo si traduce nell'imporre che i vettori tensione su lati opposti del contorno  $\partial S$  siano opposti, perché le normali  $\mathbf{n}$  sono tali, e questo corrisponde a dire che il campo di tensione  $\boldsymbol{\sigma}$  sia periodico su  $\partial S$ , ovvero che il vettore tensione  $\boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}$  sia anti-periodico su  $\partial S$ .

La condizione di periodicità di  $\mathbf{u}^{\text{per}}$  invece deriva dall'imporre che i campi di spostamenti su due lati opposti del modulo elementare devono essere uguali a meno di uno spostamento rigido.

La soluzione del problema di campo (4.1), nel quale si sono assunte nulle le forze di massa, come di consueto avviene nei problemi di omogeneizzazione vista la dimensione ridotta del modulo caratteristico rispetto all'intero corpo, è allora il campo di spostamenti periodico  $\mathbf{u}^{\text{per}}$  che induce un campo di tensione periodico e rispetta l'equazione di equilibrio (4.1), ovvero equilibra il campo di forze indotto dallo stato di deformazione uniforme assegnato  $\mathbf{E}$ .

Scrivendo il problema (4.1) in termini di  $\mathbf{u}^{\text{per}} = \mathbf{u} - \mathbf{E}y$ , eliminando quindi  $\boldsymbol{\sigma}$ , l'unica incognita è proprio  $\mathbf{u}^{\text{per}}$ .

Vista la linearità del problema, la soluzione  $\mathbf{u}^{\text{per}}$ , quindi  $\mathbf{u} = \mathbf{u}^{\text{per}} + \mathbf{E}y$ , per ogni campo di deformazione macroscopica  $\mathbf{E}$ , può essere trovata come combinazione lineare delle soluzioni corrispondenti ai tre tensori elementari:

$$\mathbf{I}^{11} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{I}^{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{I}^{12} = \mathbf{I}^{21} = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

quindi, se  $\mathbf{u}^{\text{ij}}$  è soluzione per  $\mathbf{E} = \mathbf{I}^{\text{ij}}$ , allora  $\mathbf{u} = E_{\text{ij}} \mathbf{u}^{\text{ij}}$  è soluzione per  $\mathbf{E} = E_{\text{ij}} \mathbf{I}^{\text{ij}}$ .

La deformazione locale sarà :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{hk}}(\mathbf{u}) = \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{hk}}(E_{\text{ij}} \mathbf{u}^{\text{ij}}) = \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{hk}}(\mathbf{u}^{\text{ij}}) E_{\text{ij}} = A_{\text{hklj}} E_{\text{ij}} \quad (4.3)$$



con  $\mathbf{A}$  tensore del quarto ordine che fornisce le deformazioni infinitesime  $\boldsymbol{\varepsilon}$  sul modulo caratteristico a partire dalla deformazione media  $\mathbf{E}$ .

Inoltre, la tensione media sarà:

$$\boldsymbol{\Sigma} = \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle = \langle \mathbf{c} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) \rangle = \langle \mathbf{c} \mathbf{A} \mathbf{E} \rangle = \langle \mathbf{c} \mathbf{A} \rangle \mathbf{E} \quad (4.4)$$

dove l'operatore  $\langle \cdot \rangle$  rappresenta la media :  $\langle \cdot \rangle = \frac{1}{|S|} \int_S ds$ .

In questo modo, noto  $\mathbf{u}^{\text{per}}$ , dalla (4.4) è possibile trovare:

$$\mathbf{C} = \langle \mathbf{c} \mathbf{A} \rangle \quad (4.5)$$

che rappresenta il tensore di rigidità omogeneizzato del materiale equivalente a quello di partenza.

Introducendo, quindi, le relazioni (4.5) in un codice agli elementi finiti, definendo la mesh da utilizzare e le opportune condizioni di vincolo e di carico, in (Anthoine, 1995) è stata definita una procedura numerica per ottenere le costanti elastiche omogeneizzate per murature di diverse dimensioni.

### 4.3. Nozioni di Plasticità ed Analisi Limite

In questa sezione si riporta una breve sintesi dei concetti fondamentali della teoria della plasticità, ponendo particolare attenzione alla teoria dell'analisi limite (Baldacci et al., 1971; Cavicchi, 2004).

Nonostante la muratura sia considerata un materiale quasi-fragile, negli anni diversi autori, tra cui Heyman, (Heyman,1966), hanno discusso sulle ipotesi base secondo le quali la teoria della plasticità e quindi l'analisi limite siano applicabili a strutture murarie antiche. In particolare, richiamandole qui brevemente, tali ipotesi sono:

- *La muratura non ha resistenza a trazione*: in realtà, gli elementi, naturali od artificiali, costituenti la muratura mostrano una certa resistenza a trazione, ma non i giunti presenti tra essi, che possono essere a secco o con malta di qualità scadente. Ciò non permette la giusta trasmissione degli sforzi di trazione attraverso l'intero solido murario, e conferma la validità dell'ipotesi formulata.
- *La muratura presenta resistenza a compressione infinita*: nelle strutture murarie di antica costruzione le tensioni di compressione sono in genere di piccola

entità se confrontate con la loro resistenza a compressione. Pertanto la rottura per schiacciamento è in genere poco probabile, anche se in realtà possono essere presenti concentrazioni di tensione che possono portare al collasso della struttura, e risulterebbe maggiormente accettabile l'ipotesi di limitata, anziché infinita, resistenza a compressione.

- *La rottura per scorrimento non può avvenire*: è una semplificazione introdotta per una migliore rappresentazione del legame costitutivo della muratura, ma, da evidenze sperimentali, è stata riscontrata la possibilità che tale meccanismo di rottura possa avvenire.
- *La crisi avviene per piccoli spostamenti*: è un'assunzione strutturale indipendente dal materiale considerato, ma necessaria ai fini dell'applicazione dei concetti dell'analisi limite.

Dall'osservazione delle suddette ipotesi, la muratura risulta essere un materiale perfettamente plastico a trazione e perfettamente rigido in compressione e taglio, facendo sì che la teoria della plasticità sia per essa applicabile.

#### 4.3.1. Teoria della Plasticità

La formulazione di modelli costitutivi elasto-plastici richiede la definizione degli stati tensionali che possono essere sopportati dal materiale, rappresentati da una regione nello spazio delle componenti del tensore di tensione denominata *dominio ammissibile*. Gli stati tensionali che appartengono a tale regione soddisfano la disuguaglianza:

$$f(\mathbf{T}, \xi_\alpha) \leq 0 \quad , \quad (4.6)$$

nella quale  $f$  è una funzione, detta funzione limite o di snervamento, del tensore della tensione  $\mathbf{T}$ , doppio simmetrico, e delle variabili di stato interne  $\xi_\alpha$  ( $\alpha = 1 \dots n$ ) che dipendono dal processo deformativo precedente allo stato attuale e possono essere in generale grandezze scalari o tensoriali. Uno stato di tensione  $\mathbf{T}$  in un punto materiale è detto *plasticamente ammissibile* se verifica la condizione (4.6). L'insieme dei punti tensione interni al dominio ammissibile che soddisfano la disuguaglianza

$$f(\mathbf{T}, \xi_\alpha) < 0 \quad (4.7)$$

costituiscono l'insieme degli stati elastici, denominato anche *dominio elastico*. La frontiera del dominio, individuata dall'equazione

$$f(\mathbf{T}, \xi_\alpha) = 0 \quad (4.8)$$

rappresenta nello spazio delle componenti di tensione una superficie, detta *superficie limite*, luogo dei punti tensione a partire dai quali sono possibili incrementi di deformazione plastica.

Si assume che il tensore di deformazione  $\mathbf{E}$ , doppio simmetrico, sia decomponibile nella somma

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^e + \mathbf{E}^p \quad (4.9)$$

dei contributi alla deformazione  $\mathbf{E}^e$  e  $\mathbf{E}^p$  dovuti, rispettivamente, ai processi elastici e plastici. Si assume inoltre che lo scorrimento plastico sia espresso da una relazione incrementale denominata *legge di scorrimento plastico*

$$\dot{\mathbf{E}}^p = \frac{\partial g}{\partial \mathbf{T}} \dot{\lambda}, \quad \dot{\lambda} \geq 0, \quad (4.10)$$

in cui la funzione  $g = g(\mathbf{T}, \xi_\alpha)$  è denominata *potenziale plastico* e  $\dot{\lambda}$  è una variabile non negativa denominata *moltiplicatore plastico*. Se il potenziale plastico coincide con la funzione limite del materiale, la (4.10) assume la forma

$$\dot{\mathbf{E}}^p = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}} \dot{\lambda}, \quad \dot{\lambda} \geq 0, \quad (4.11)$$

e viene denominata *legge di scorrimento associato*. La condizione limite (4.8) definisce una superficie nello spazio delle componenti di tensione e la (4.11) impone che, sovrapponendo lo spazio delle componenti di deformazione allo spazio delle componenti di tensione, l'incremento di deformazione plastica abbia direzione normale alla superficie limite nel punto tensione in corrispondenza del quale l'incremento si verifica. La (4.11) prende il nome di *legge di scorrimento associata* o *legge di normalità*.

Infine, se  $\dot{\mathbf{E}}^p$  è un certo incremento di deformazione plastica a partire da uno stato tensionale  $\mathbf{T}$ , per il *postulato della massima dissipazione plastica*, tra tutti gli stati tensionali plasticamente ammissibili  $\mathbf{T}^*$ , la potenza  $\mathbf{T}^* \cdot \dot{\mathbf{E}}^p$  è massima in corrispondenza della tensione  $\mathbf{T}$ . Ossia, definita la potenza dissipata per unità di volume

$$D^p(\dot{\mathbf{E}}^p) = \mathbf{T} \cdot \dot{\mathbf{E}}^p, \quad (4.12)$$

il postulato della massima dissipazione plastica impone che

$$D^p(\dot{\mathbf{E}}^p) = \mathbf{T} \cdot \dot{\mathbf{E}}^p = \max(\mathbf{T}^* \cdot \dot{\mathbf{E}}^p), \quad (4.13)$$

equivalente alla condizione

$$(\mathbf{T} - \mathbf{T}^*) \cdot \dot{\mathbf{E}}^p \geq 0, \quad (4.14)$$

la quale impone che il dominio ammissibile sia convesso e che la legge di scorrimento sia associata.

### 4.3.2. Analisi Limite

L'analisi limite è basata sul concetto di materiale perfettamente plastico ed è utilizzata per la valutazione della capacità portante e dei meccanismi di rottura di una struttura; in particolare diversi sono i contributi che applicano i concetti dell'analisi limite per lo studio delle strutture murarie al collasso (Como & Grimaldi, 1983a, Como & Grimaldi, 1983b).

Nei modelli costitutivi perfettamente plastici non sono ammessi stati tensionali esterni al dominio ammissibile delle tensioni.

Si consideri una certa configurazione di carico applicata ad un sistema perfettamente plastico e proporzionale ad un moltiplicatore  $s$ . Se, per un certo valore di  $s$ , il sistema non è in grado di equilibrare il carico, esiste un valore di  $s$  che individua lo stato di transizione tra le configurazioni ammissibili (che sono quindi equilibrate) e quelle non ammissibili. Tale stato prende il nome di *stato di collasso plastico*, ed il carico corrispondente *carico di collasso*. In corrispondenza dello stato di collasso il sistema è in equilibrio limite, ossia la distribuzione delle tensioni è equilibrata con il carico applicato, ma è tale da consentire lo sviluppo di un campo di deformazioni plastiche corrispondente ad un atto di moto a carico applicato costante; tale atto di moto prende il nome di *meccanismo di collasso*. Il meccanismo di collasso (che si sviluppa a carico costante e la cui determinazione può prescindere dalle proprietà elastiche del materiale) ed il corrispondente carico di collasso risultano indipendenti dall'evoluzione deformativa precedente allo stato limite, e possono essere valutati per via diretta. Tale va-

lutazione costituisce l'oggetto dell'*analisi limite*. Nell'ambito di validità delle ipotesi ad essa necessarie, l'analisi limite costituisce un potente strumento analitico che permette di affrontare direttamente il problema della capacità portante di sistemi elastici perfettamente plastici.

Si definiscono *staticamente ammissibile* un campo di tensione  $\mathbf{T}^*$  plasticamente ammissibile equilibrato con un campo di forze di volume  $\mathbf{b}^*$  e di superficie  $\mathbf{p}^*$  e soddisfacente la condizione (4.6) e *cinematicamente ammissibile* un campo di velocità  $\mathbf{v}^*$  che rispetta le condizioni di vincolo ed è congruente con un campo di velocità di deformazione  $\dot{\mathbf{E}}^*$  che rispetta le equazioni di scorrimento assunte nel modello costitutivo. Si assuma che il sistema di forze applicato al sistema sia proporzionale ad un moltiplicatore  $s$  positivo in modo tale che

$$\mathbf{p} = s \bar{\mathbf{p}}, \quad \mathbf{b} = s \bar{\mathbf{b}}, \quad (4.15)$$

dove  $\bar{\mathbf{p}}$  e  $\bar{\mathbf{b}}$  sono noti. Si definisce *moltiplicatore di collasso*  $s^c$  il moltiplicatore di carico corrispondente al carico di collasso. Si definisce *moltiplicatore staticamente ammissibile*  $s^l$  il moltiplicatore di carico che determina un sistema di forze equilibrato da uno stato tensionale  $\mathbf{T}^*$  staticamente ammissibile. Indicato con  $\mathbf{v}^c$  il campo di velocità a collasso congruente con il campo di velocità di deformazione  $\dot{\mathbf{E}}^c$ , per il teorema dei lavori virtuali vale la relazione

$$\int_{\Omega} s^l \bar{\mathbf{b}} \cdot \mathbf{v}^c dV + \int_{\partial\Omega} s^l \bar{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{v}^c dA = \int_{\Omega} \mathbf{T}^* \cdot \dot{\mathbf{E}}^c dV, \quad (4.16)$$

che fornisce:

$$s^l = \frac{\int_{\Omega} \mathbf{T}^* \cdot \dot{\mathbf{E}}^c dV}{\int_{\Omega} \bar{\mathbf{b}} \cdot \mathbf{v}^c dV + \int_{\partial\Omega} \bar{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{v}^c dA}, \quad (4.17)$$

Si consideri un campo di velocità cinematicamente ammissibile  $\mathbf{v}^*$  congruente con il campo di velocità di deformazione  $\dot{\mathbf{E}}^*$  e tale per cui

$$\int_{\Omega} \bar{\mathbf{b}} \cdot \mathbf{v}^c dV + \int_{\partial\Omega} \bar{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{v}^c dA > 0; \quad (4.18)$$

si definisce *moltiplicatore cinematicamente ammissibile*  $s^u$  il moltiplicatore di carico definito dal rapporto:

$$s^u = \frac{\int_{\Omega} D_p(\dot{\mathbf{E}}^*) dV}{\int_{\Omega} \bar{\mathbf{b}} \cdot \mathbf{v}^* dV + \int_{\partial\Omega} \bar{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{v}^* dA}, \quad (4.19)$$

in cui  $D_p(\dot{\mathbf{E}}^*)$  è la dissipazione plastica corrispondente a  $\dot{\mathbf{E}}^*$ .

Le suddette definizioni consentono di definire i teoremi statico e cinematico dell'analisi limite.

*Teorema statico (Lower bound theorem)*: il moltiplicatore di collasso  $s^c$  è il massimo dei moltiplicatori staticamente ammissibili;

*Teorema cinematico (Upper bound theorem)*: il moltiplicatore di collasso  $s^c$  è il minimo dei moltiplicatori cinematicamente ammissibili.

Attraverso l'applicazione del teorema dei lavori virtuali ai campi statici e cinematici al collasso, si può scrivere:

$$s^c = \frac{\int_{\Omega} \mathbf{T}^c \cdot \dot{\mathbf{E}}^c dV}{\int_{\Omega} \bar{\mathbf{b}} \cdot \mathbf{v}^c dV + \int_{\partial\Omega} \bar{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{v}^c dA}. \quad (4.20)$$

Sottraendo la (4.17) dalla (4.20), si ottiene:

$$s^c - s^l = \frac{\int_{\Omega} (\mathbf{T}^c - \mathbf{T}^*) \cdot \dot{\mathbf{E}}^c dV}{\int_{\Omega} \bar{\mathbf{b}} \cdot \mathbf{v}^c dV + \int_{\partial\Omega} \bar{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{v}^c dA}. \quad (4.21)$$

Il numeratore della (4.21) è  $> 0$ , per il postulato della massima dissipazione, pertanto:

$$s^l \leq s^c. \quad (4.22)$$

Inoltre, il campo di tensione al collasso  $\mathbf{T}^c$  è staticamente ammissibile; quindi assumendo come campo staticamente ammissibile  $\mathbf{T}^*$  il campo  $\mathbf{T}^c$ , il numeratore della (4.21) si annulla e la (4.22) vale come uguaglianza, ottenendo:

$$s^c = \max(s^l), \quad (4.23)$$

che dimostra il teorema statico del collasso plastico.

Applicando il teorema dei lavori virtuali al campo di velocità cinematicamente ammissibile  $\mathbf{v}^*$  congruente con il campo di velocità di deformazione  $\dot{\mathbf{E}}^*$  e tale da soddisfare la (4.18), e al campo di tensione a collasso  $\mathbf{T}^c$  equilibrato con il sistema di forze (4.15) corrispondente al moltiplicatore di collasso  $s^c$  si ottiene:

$$s^c = \frac{\int_{\Omega} \mathbf{T}^c \cdot \dot{\mathbf{E}}^c dV}{\int_{\Omega} \bar{\mathbf{b}} \cdot \mathbf{v}^* dV + \int_{\partial\Omega} \bar{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{v}^* dA}. \quad (4.24)$$

Sottraendo la (4.24) dalla (4.19), si ottiene:

$$s^u - s^c = \frac{\int_{\Omega} (D_p(\dot{\mathbf{E}}^*) - \mathbf{T}^c \cdot \dot{\mathbf{E}}^*) dV}{\int_{\Omega} \bar{\mathbf{b}} \cdot \mathbf{v}^* dV + \int_{\partial\Omega} \bar{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{v}^* dA}. \quad (4.25)$$

Essendo  $\mathbf{T}^c$  plasticamente ammissibile, il numeratore della (4.25) è  $> 0$  per il postulato della massima dissipazione, pertanto la (4.25) impone:

$$s^u \geq s^c. \quad (4.26)$$

Il campo di velocità di deformazione dell'effettivo meccanismo di collasso  $\dot{\mathbf{E}}^c$  è cinematicamente ammissibile; è quindi lecita l'assunzione per la quale il numeratore della (4.25) si annulla e la (4.26) vale come uguaglianza, ottenendo la :

$$s^c = \min(s^u), \quad (4.27)$$

che dimostra il teorema cinematico del collasso plastico.

Pertanto, i teoremi dell'analisi limite consentono di definire due moltiplicatori di collasso,  $s^u$  e  $s^l$ , che forniscono rispettivamente un maggiorante ed un minorante del moltiplicatore di collasso effettivo  $s^c$ .

#### **4.4. Un semplice modello micromeccanico equilibrato e staticamente ammissibile**

La teoria dell'elasticità lineare, per quanto sia la più utilizzata nelle applicazioni dell'ingegneria, non può fornire alcuna informazione sul comportamento strutturale all'atto del collasso. Per lo studio delle murature storiche, nelle quali, a causa della scarsa resistenza a trazione della malta spesso degradata o di qualità scadente, il comportamento elastico è limitato a bassi livelli di carico, è dunque necessaria un'analisi non lineare.

Per tali ragioni, uno strumento semplice in grado di fornire risultati utili al collasso è rappresentato dall'uso dei teoremi dell'analisi limite combinato con le tecniche di omogeneizzazione. Questo tipo di approccio richiede un numero limitato di parametri del materiale e fornisce, in fase di collasso, i valori dei moltiplicatori di carico, il meccanismo di collasso e la distribuzione delle tensioni.

Nei collassi parziali il quadro statico all'interno delle murature è complesso: oltre lo sforzo normale ed il momento flettente instabilizzante, insorge la torsione. La resistenza della muratura dipende dalla capacità di resistere al momento torcente che si innesca tra un mattone e l'altro, funzione dell'attrito che si sviluppa tra essi (modo 3 di rottura, cioè fuori dal piano). La conoscenza della superficie di rottura della muratura caricata fuori dal piano è essenziale per la valutazione della capacità portante di elementi strutturali sollecitati fuori dal piano (come può avvenire ad esempio nel caso di sismi).

Recentemente sono stati proposti lavori (Milani & Tralli, 2004; Milani, 2004; Milani et al., 2006a; Milani et al., 2006b; Milani et al., 2006c; Zuccarello et al., 2006) nei quali si è introdotto l'uso combinato dell'analisi limite con le tecniche di omogeneizzazione applicato alla muratura, in grado di riprodurre aspetti interessanti del comportamento limite di questa, come l'anisotropia al collasso e la bassa resistenza a trazione, ed in grado di fornire le superfici limite di rottura per intere pareti murarie e sotto diverse combinazioni di carico, sia nel piano che fuori dal piano.

In particolare, è stato proposto un semplice modello micro-meccanico equilibrato per la valutazione dei domini di rottura omogeneizzati per la muratura, caricata sia nel piano che fuori dal piano, che si basa appunto sulla teoria dell'omogeneizzazione combinata con l'analisi limite. Il modello ha lo scopo di sostituire il materiale eterogeneo con uno omogeneo attraverso un semplice modello omogeneizzato equilibrato.



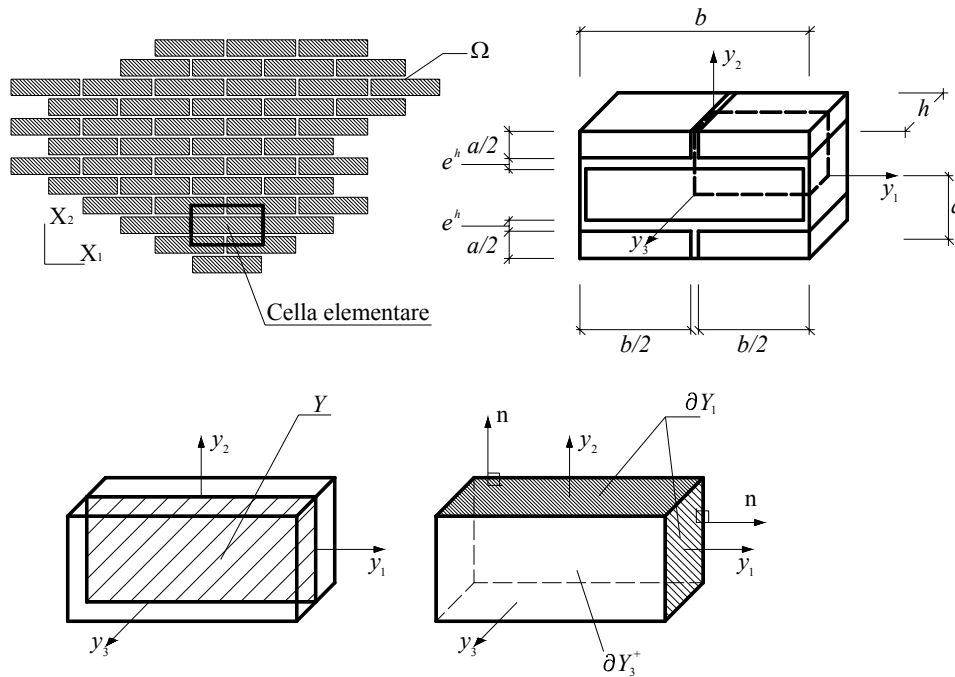
Con le ipotesi di partenza di perfetta plasticità e legge di flusso associata per i materiali costituenti, e applicando il teorema statico dell'analisi limite (*lower bound theorem*), viene ottenuto il dominio macroscopico di rottura fuori-piano per il materiale omogeneizzato, imponendo un campo di tensione microscopico equilibrato sulla cella, in presenza dell'effetto combinato di azioni membranali e flessionali.

Facendo riferimento alle descrizioni più dettagliate riportate in (Milani et al., 2006a; Milani et al., 2006b), al fine di ottenere il campo di tensioni microscopico equilibrato, la cella elementare viene suddivisa in layers lungo lo spessore; per ogni layer, vengono assunti campi di tensione equilibrati, assegnando a priori espressioni polinomiali alle componenti del tensore delle tensioni in un numero finito di sotto-domini, e viene imposto l'equilibrio all'interno dei sotto-domini e la continuità del vettore tensione sulle interfacce, nonché le condizioni di periodicità al contorno ed il rispetto delle funzioni di snervamento per i materiali costituenti. Infine, viene implementata una linearizzazione, con  $n$  piani, delle superfici di rottura fuori piano attraverso un codice di analisi limite agli elementi finiti, seguendo le formulazioni del teorema statico e cinematico dell'analisi limite.

#### **4.4.1. Omogeneizzazione nel caso rigido-plastico nel piano e fuori dal piano**

Come asserito più volte, la muratura è un materiale composito costituito da blocchi legati tra loro dai giunti di malta, spesso disposti in maniera periodica. Tale periodicità permette di considerare un'intera parete  $\Omega$  come la ripetizione di un elemento rappresentativo di volume  $Y$  (REV, representative element of volume o cella elementare), tale che contenga tutte le informazioni necessarie alla completa descrizione del comportamento macroscopico di  $\Omega$ . Considerando una muratura con tessitura "running bond", ovvero la classica tessitura a giunti sfalsati, a struttura periodica, è facile notare che la cella elementare è rettangolare (Fig. 4.4).

Per disposizioni periodiche della microstruttura del corpo considerato possono essere applicate le tecniche di omogeneizzazione, sia in campo elastico che non elastico.



**Fig. 4.4:** Struttura periodica ( $X_1, X_2$ : Sistema di riferimento macroscopico) e cella elementare ( $y_1, y_2$ : Sistema di riferimento locale).

L'idea di base della procedura di omogeneizzazione consiste nell'introdurre le quantità medie che rappresentano i tensori delle tensioni ( $\Sigma$ ) e delle deformazioni ( $\mathbf{E}$ ) macroscopiche nella maniera seguente:

$$\mathbf{E} = \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle = \frac{1}{|A|} \int_Y \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) dY, \quad (4.28)$$

$$\Sigma = \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle = \frac{1}{|A|} \int_Y \boldsymbol{\sigma} dY, \quad (4.29)$$

dove  $A$  rappresenta l'area della cella elementare,  $\boldsymbol{\varepsilon}$  e  $\boldsymbol{\sigma}$  rappresentano le deformazioni e le tensioni locali rispettivamente e  $\langle * \rangle$  è l'operatore di media.

Vengono poi imposte le condizioni di periodicità al campo di tensioni  $\boldsymbol{\sigma}$  ed al campo di spostamenti  $\mathbf{u}$ :

$$\begin{cases} \mathbf{u} = \mathbf{E}\mathbf{y} + \mathbf{u}^{\text{per}} & \mathbf{u}^{\text{per}} \text{ su } \partial Y \\ \boldsymbol{\sigma}\mathbf{n} \text{ anti-periodico su } \partial Y \end{cases}, \quad (4.30)$$

nelle quali  $\mathbf{u}^{\text{per}}$  rappresenta un campo di spostamenti periodico.

Siano  $S^m$ ,  $S^b$  ed  $S^{hom}$  i domini di resistenza della malta, dei mattoni e del materiale macroscopico omogeneizzato, rispettivamente. Si può affermare, in base a lavori precedenti e al teorema statico dell'analisi limite, che il dominio  $S^{hom}$  del mezzo equivalente è definito nello spazio delle tensioni macroscopiche come segue:

$$S^{hom} = \left\{ \Sigma \mid \begin{cases} \Sigma = \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle = \frac{1}{A} \int_Y \boldsymbol{\sigma} \, \partial Y & (a) \\ \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{0} & (b) \\ [[\boldsymbol{\sigma}]] \mathbf{n}^{int} = \mathbf{0} & (c) \\ \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} \text{ anti-periodico su } \partial Y & (d) \\ \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{y}) \in S^m \quad \forall \mathbf{y} \in Y^m; \quad \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{y}) \in S^b \quad \forall \mathbf{y} \in Y^b & (e) \end{cases} \right\}, \quad (4.31)$$

$[[\boldsymbol{\sigma}]]$  è il salto delle micro-tensioni attraverso qualsiasi superficie di discontinuità di normale  $\mathbf{n}^{int}$ . Le condizioni (a) e (d) derivano dalla periodicità, la (b) impone il micro-equilibrio e la (e) rappresenta il criterio di rottura per i materiali costituenti, malta e mattoni.

Utilizzando un approccio statico,  $S^{hom}$  può essere ottenuto risolvendo il seguente problema di ottimizzazione per ogni direzione del vettore  $\mathbf{n}_\Sigma$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \max \{ \hat{\lambda} \} \\ \text{tale che} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \hat{\lambda} \mathbf{n}_\Sigma = \hat{\lambda} [\alpha_{11} \quad \alpha_{22} \quad \alpha_{12}]^T = \frac{1}{Y} \int_Y \boldsymbol{\sigma} \, dY \\ \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} \text{ anti-periodico su } \partial Y \\ \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{y}) \in S^i(\mathbf{y}) = \begin{cases} S^b & \text{se } y \in \text{mattoni (bricks)} \\ S^m & \text{se } y \in \text{malta (mortar)} \end{cases} \end{array} \right\}, \quad (4.32)$$

nel quale:

-  $\mathbf{n}_\Sigma = [\alpha_{11} \quad \alpha_{22} \quad \alpha_{12}]^T$  è un versore nello spazio delle tensioni macroscopiche  $\Sigma_{11} \quad \Sigma_{22} \quad \Sigma_{12}$ ;

-  $\hat{\lambda} \mathbf{n}_\Sigma$  rappresenta uno stato di tensione macroscopico su  $S^{hom}$  appartenente ad una linea retta che parte dall'origine ed ha direzione di  $\mathbf{n}_\Sigma$ .

Nel caso particolare di muratura caricata fuori dal piano, quindi di carichi membranali e flessionali agenti contemporaneamente, l'applicazione del teorema statico dell'analisi

limite porta al seguente problema di ottimizzazione (non-lineare) per la determinazione di  $S^{hom}$ , analogo al (4.31):

$$S^{hom} = \left\{ (\mathbf{M}, \mathbf{N}) \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{N} = \frac{1}{|Y|} \int_{Y \times h} \boldsymbol{\sigma} \partial V \quad (a) \\ \mathbf{M} = \frac{1}{|Y|} \int_{Y \times h} y_3 \boldsymbol{\sigma} \partial V \quad (b) \\ \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{0} \quad (c) \\ [[\boldsymbol{\sigma}]] \mathbf{n}^{int} = \mathbf{0} \quad (d) \\ \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} \text{ anti-periodico su } \partial Y_l \quad (e) \\ \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{y}) \in S^m \quad \forall \mathbf{y} \in Y^m; \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{y}) \in S^b \quad \forall \mathbf{y} \in Y^b \quad (f) \end{array} \right. \right\}, \quad (4.33)$$

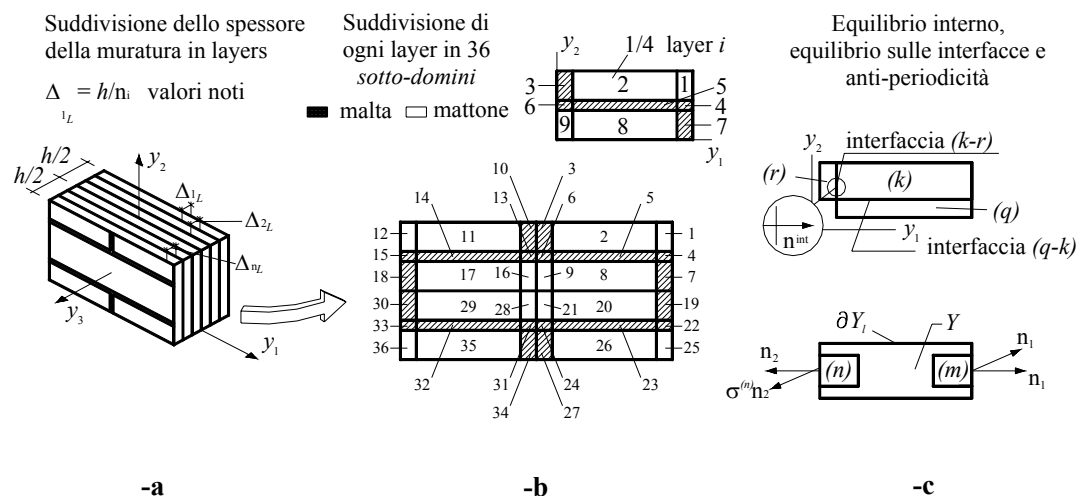
nel quale:

- $\mathbf{N}$  ed  $\mathbf{M}$  sono i tensori macroscopici nel piano (forze membranali) e fuori dal piano (momenti flettenti) rispettivamente;
- $\boldsymbol{\sigma}$  denota il tensore delle tensioni microscopiche;
- $\mathbf{n}$  è il versore uscente dalla superficie  $\partial Y_l$ ;
- $\partial Y_l$  è definita in Figura 4.4;
- $[[\boldsymbol{\sigma}]]$  è il salto delle micro-tensioni attraverso qualsiasi superficie di discontinuità di normale  $\mathbf{n}^{int}$ ;
- $S^m$  ed  $S^b$  sono i domini di resistenza della malta e dei mattoni, rispettivamente;
- $Y$  è la sezione retta della cella elementare 3D con  $y_3 = 0$  (Fig. 4.4),  $|Y|$  è la sua area,  $V$  è la cella elementare,  $h$  lo spessore della parete e  $\mathbf{y} = (y_1 \ y_2 \ y_3)$ .

#### 4.4.2. Modello micro-meccanico

In questo paragrafo viene utilizzato un modello micro-meccanico basato sull'equilibrio e l'ammissibilità recentemente presentato nella letteratura tecnica in (Milani et al., 2006c)

La cella elementare viene suddivisa in un numero fisso di layers lungo lo spessore, come mostrato in Figura 4.5.



**Fig. 4.5:** Il modello micromeccanico proposto. **-a:** Suddivisione il layers lungo lo spessore; **-b:** Suddivisione di ogni layer in sotto-domini; **-c:** Imposizione dell'equilibrio interno, dell'equilibrio alle interfacce e dell'anti-periodicità.

Per ogni layer, vengono assunte nulle le componenti fuori dal piano  $\sigma_{i3}$  ( $i = 1,2,3$ ) del tensore delle micro-tensioni  $\sigma$ , in modo tale che siano diverse da zero le sole componenti  $\sigma_{ij}$  ( $i, j = 1,2$ ) agenti nel piano del layer. Inoltre, le  $\sigma_{ij}$  sono tenute costanti lungo lo spessore  $\Delta_{iL}$  di ogni layer. Per ogni layer, un quarto della REV viene suddiviso in nove entità geometriche elementari (sotto-domini), in modo tale da tenere conto delle diverse proprietà dei materiali costituenti la cella stessa, in particolare dei giunti verticali ed orizzontali (Fig. 4.6). Ciò risulta estremamente importante ed utile in quanto il comportamento macroscopico della muratura dipende fortemente dalle proprietà meccaniche e geometriche dei materiali ed in particolare dai giunti verticali ed orizzontali. Per ogni sotto-dominio ( $k$ ) ed ogni layer ( $i_L$ ), vengono assunte a priori distribuzioni polinomiali di grado ( $m$ ) per le componenti del tensore delle tensioni. In tal modo, la generica componente  $ij$ -esima può essere scritta come:

$$\sigma_{ij}^{(k,i_L)} = \mathbf{X}(\mathbf{y}) \mathbf{S}_{ij}^{(k,i_L)T} \quad \mathbf{y} \in Y^{(k,i_L)}, \quad (4.34)$$

dove:

$Y^{(k,i_L)}$  = k-esimo sotto-dominio del layer ( $i_L$ );

$\mathbf{X}(\mathbf{y})$  = coefficienti polinomio;

$\mathbf{S}_{ij}$  = vettore che rappresenta i parametri delle tensioni incogniti del sotto-dominio ( $k$ ) e layer ( $i_L$ ).

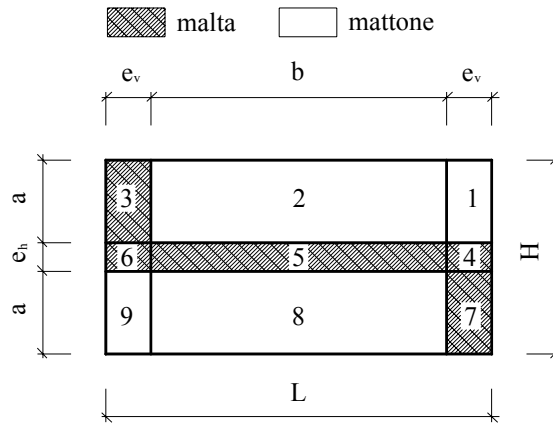


Fig. 4.6: Suddivisione di ogni layer in sotto-domini.

L'imposizione dell'equilibrio all'interno di ogni sotto-dominio (con forze di volume nulle, come di solito avviene nelle procedure di omogeneizzazione), la continuità del vettore tensione sulle interfacce e l'anti-periodicità di  $\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n}$  permettono una riduzione sostanziale dei parametri indipendenti.

L'imposizione del micro-equilibrio ( $\sigma_{ij,j} = 0 \quad i = 1,2$ ) in ogni sotto-dominio fornisce:

$$\sum_{j=1}^2 \mathbf{X}(\mathbf{y})_{ij} \mathbf{S}_{ij}^{(k,i_L)T} = \mathbf{0}, \quad (4.35)$$

Se  $p$  è il grado dell'espansione polinomiale, possono essere scritte  $p(p+1)$  equazioni.

Un'ulteriore riduzione del numero totale di incognite viene ottenuta imponendo la continuità del vettore delle micro-tensioni sulle interfacce interne ( $\sigma_{ij}^{(k,i_L)} n_j^{\text{int}} + \sigma_{ij}^{(r,i_L)} n_j^{\text{int}} = 0 \quad i = 1,2$ ) per ogni  $(k, i_L)$  e  $(r, i_L)$  sotto-domini contigui con una interfaccia comune di normale  $\mathbf{n}^{\text{int}}$  (Fig. 4.5). Pertanto, possono essere scritte altre  $2(p+1)$  equazioni per ogni interfaccia nei termini dei coefficienti delle tensioni:

$$\left( \hat{\mathbf{X}}_{ij}^{(k,i_L)}(\mathbf{y}) \hat{\mathbf{S}}^{(k,i_L)} + \hat{\mathbf{X}}_{ij}^{(r,i_L)}(\mathbf{y}) \hat{\mathbf{S}}^{(r,i_L)T} \right) \mathbf{n}_j^{\text{int}} = \mathbf{0} \quad i = 1,2, \quad (4.36)$$

Infine, l'anti-periodicità di  $\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n}$  su  $\partial V$  richiede  $2(p+1)$  equazioni per ogni paio di interfaccia esterna  $(m, i_L)$  e  $(n, i_L)$ , in quanto i vettori tensione  $\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n}$  sono opposti su lati opposti di  $\partial V$ :

$$\hat{\mathbf{X}}_{ij}^{(m,i_L)}(\mathbf{y})\hat{\mathbf{S}}^{(m,i_L)}\mathbf{n}_{1,j} = \hat{\mathbf{X}}_{ij}^{(n,i_L)}(\mathbf{y})\hat{\mathbf{S}}^{(n,i_L)}\mathbf{n}_{2,j}, \quad (4.37)$$

dove  $\mathbf{n}_1$  ed  $\mathbf{n}_2$  sono i versori orientati delle interfacce esterne dei sotto-domini  $(m, i_L)$  e  $(n, i_L)$ .

Elementari operazioni permettono poi di scrivere il vettore tensione del layer  $i_L$  all'interno di ogni sotto-dominio come:

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{(k,i_L)} = \tilde{\mathbf{X}}^{(k,i_L)}(\mathbf{y})\tilde{\mathbf{S}}^{(i_L)}, \quad (4.38)$$

$k = 1, \dots$ , numero di *sotto-domini*     $i_L = 1, \dots$ , numero di *layers*

dove  $\tilde{\mathbf{S}}^{(i_L)}$  è il vettore dei parametri delle tensioni incogniti del layer  $i_L$ .

Una volta scelto il grado del polinomio da adottare (con polinomi di quarto grado sono stati ottenuti risultati affidabili), occorre suddividere lo spessore della parete esaminata in diversi layers, con spessore costante fissato pari a  $\Delta_{L_i} = t/n_{L_i}$  per ogni layer. Questo permette di ottenere il seguente problema di ottimizzazione non lineare:

$$\left\{ \begin{array}{l} \max \{\lambda\} \\ \text{tale che} \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{N} = \int \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{(k,i_L)} dV \quad (a) \\ \mathbf{M} = \int y_3 \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{(k,i_L)} dV \quad (b) \\ \mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_{xx} & M_{xy} \\ M_{xy} & M_{yy} \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} \cos(\psi)\cos(\vartheta) & \sin(\vartheta) \\ \sin(\psi) & \sin(\psi)\cos(\vartheta) \end{bmatrix} \quad (c) \\ \psi = [0; 2\pi] \quad \vartheta = [0; \pi/2] \quad (d) \\ \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{(k,i_L)} = \tilde{\mathbf{X}}^{(k,i_L)}(\mathbf{y})\tilde{\mathbf{S}}^{(i_L)} \quad (e) \\ \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{(k,i_L)} \in \mathcal{S}^{(k,i_L)} \quad (f) \\ k = 1, \dots, \text{ numero di } \textit{sotto - domini}; \quad i_L = 1, \dots, \text{ numero di } \textit{layers} \quad (g) \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (4.39)$$

dove:

-  $\lambda$  è il momento flettente ultimo (moltiplicatore di carico) con direzioni  $\psi$  e  $\vartheta$  nello spazio  $M_{xx} - M_{yy} - M_{xy}$ ;

-  $\psi$  e  $\vartheta$  sono gli angoli sferici nello spazio  $M_{xx} - M_{yy} - M_{xy}$ , dati da

$$\tan(\vartheta) = \frac{M_{xy}}{\sqrt{(M_{xx}^2 + M_{yy}^2)}}, \quad \tan(\psi) = \frac{M_{yy}}{M_{xx}};$$

- $S^{(k,i_L)}$  indica il dominio di resistenza non-lineare del materiale costituente (mattono o malta) corrispondente al  $k$ -esimo sotto-dominio e layer  $i_L$ -esimo;
- $\tilde{\mathbf{S}}$  include tutti i coefficienti polinomiali incogniti (di ogni sotto-dominio di ogni layer).

Si fa notare che le azioni membranali sono mantenute costanti ed indipendenti dal moltiplicatore dei carichi, ossia gli effetti delle azioni nel piano sono considerati solo per la valutazione del dominio di resistenza  $M_{xx}, M_{yy}, M_{xy}$ . Tale assunzione è accettabile visto che nella sperimentazione considerata il carico verticale è applicato prima della spinta fuori-piano e mantenuto costante fino alla rottura.

Inoltre è stato osservato che suddivisioni dello spessore della parete esaminata oltre i trenta layers non forniscono risultati più accurati ai fini della procedura di omogeneizzazione qui adottata.

#### 4.4.3. Analisi limite agli elementi finiti

Vengono brevemente richiamate le tipologie di elementi finiti adottate per l'applicazione del teorema statico e cinematico dell'analisi limite (si rimanda a Milani et al., 2006c per una trattazione esaustiva dell'argomento).

##### 4.4.3.1. Approccio statico

Per l'applicazione del teorema statico dell'analisi limite agli elementi finiti è stato adottato l'elemento triangolare piastra, per il quale è stato assunto un campo dei momenti costante, in modo tale che per ogni elemento siano considerate tre incognite; queste non sono altro che i momenti flettenti lungo ogni lato del triangolo  $M_{nn}^{Ei}, M_{nn}^{Ej}, M_{nn}^{Ek}$ . È stata imposta la continuità di  $M_{nn}^E$  per ogni interfaccia interna tra due elementi adiacenti, mentre nessuna restrizione è stata imposta al momento torcente ed al taglio.

Attraverso l'applicazione del principio dei lavori virtuali elemento per elemento, sono state ottenute tre equazioni di equilibrio per ogni triangolo:

$$\mathbf{R}_E + \mathbf{B}_E^T \mathbf{M}_E = \mathbf{P}_E \quad (4.40)$$



dove

-  $\mathbf{R}_E$  sono le reazioni nodali incognite;

$$-\mathbf{B}_E = \frac{1}{2A_E} \begin{bmatrix} \frac{b_i b_i + c_i c_i}{l_i} & \frac{b_i b_j + c_i c_j}{l_i} & \frac{b_i b_k + c_i c_k}{l_i} \\ \frac{b_j b_i + c_j c_i}{l_j} & \frac{b_j b_j + c_j c_j}{l_j} & \frac{b_j b_k + c_j c_k}{l_j} \\ \frac{b_k b_i + c_k c_i}{l_k} & \frac{b_k b_j + c_k c_j}{l_k} & \frac{b_k b_k + c_k c_k}{l_k} \end{bmatrix}, \text{ con } b_i = y_j - y_k, c_i = x_k - x_j,$$

$A_E$  pari all'area dell'elemento ed  $l_i$  pari alla lunghezza dell' $i$ -esimo lato;

$$-\mathbf{P}_E = \frac{1}{2A_E} \mathbf{T}_E^T \int_E [1 \ x \ y]^T p(x, y) dA \quad (\mathbf{T}_E^T = \begin{bmatrix} a_i & a_j & a_k \\ b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix}, \ a_i = x_j y_k - x_k y_j),$$

che rappresenta la massa equivalente a  $p(x, y)$ .

Inoltre, devono essere imposte ulteriori condizioni di equilibrio per assicurare

l'equilibrio nodale, ovvero per ogni nodo  $i$  non vincolato  $\sum_{r=1}^p R_i^E = 0$ , dove  $R_i^E$  si riferisce all'elemento  $E$  e  $p$  è il numero di elementi con un vertice in  $i$ . Per ogni elemento

$E$  è richiesta solo una condizione di ammissibilità  $\mathbf{A}_E^{in} \mathbf{M}_E \leq \mathbf{b}_{in}^E$ , dove  $\mathbf{A}_E^{in}$  è una matrice  $m \times 3$  dei coefficienti dei piani di linearizzazione del dominio di rottura,  $m$  è il numero dei piani di linearizzazione,  $\mathbf{b}_{in}^E$  comprende il lato destro di tali piani ed

$\mathbf{M}_E = [M_{xx}^E \ M_{yy}^E \ M_{xy}^E]^T$  è il vettore dei momenti incogniti.

Infine, è stato ottenuto il seguente problema di programmazione lineare:

$$\max \{ \lambda \mid \mathbf{A}^{eq} \mathbf{M} = \mathbf{b}^{eq}; \mathbf{A}_E \mathbf{M}_E \leq \mathbf{b}^{in} \} \quad (4.41)$$

nel quale  $\lambda$  è il moltiplicatore di collasso,  $\mathbf{M}$  è il vettore dei momenti incogniti (tre per ogni elemento),  $\mathbf{A}^{eq} \mathbf{M} = \mathbf{b}^{eq}$  comprende l'equilibrio sugli elementi, la continuità dei momenti flettenti alle interfacce, condizioni al contorno per i momenti flettenti e l'equilibrio ai nodi, mentre  $\mathbf{A}_E \mathbf{M}_E \leq \mathbf{b}^{in}$  comprende le equazioni di snervamento linearizzate.

#### 4.4.3.2. Approccio cinematico

Per l'applicazione del teorema cinematico dell'analisi limite agli elementi finiti è stato adottato un elemento triangolare, per il quale è stato assunto un campo degli spostamenti lineare, mentre le velocità nodali sono state assunte quali variabili di ottimizzazione. Indicando con  $\mathbf{w}_E$  le velocità nodali dell'elemento  $E$  e con  $\boldsymbol{\theta}_E$  le rotazioni normali dei lati,  $\mathbf{w}_E$  e  $\boldsymbol{\theta}_E$  sono legate dall'equazione di congruenza  $\boldsymbol{\theta}_E = \mathbf{B}_E \mathbf{w}_E$ . La dissipazione plastica si verifica solo lungo ogni interfaccia  $I$  tra due triangoli adiacenti  $R$  e  $K$  oppure su un lato perimetrale  $B$  di un elemento  $Q$ .

La potenza interna  $P_I^{in}$  dissipata lungo  $I$  può essere scritta come:

$$P_I^{in} = M_{nn,I}^+ \mathcal{G}_I \quad \mathcal{G}_I > 0 \quad (4.42)$$

$$P_I^{in} = M_{nn,I}^- |\mathcal{G}_I| \quad \mathcal{G}_I < 0 \quad (4.43)$$

dove:

- $\mathcal{G}_I$  è la rotazione relativa tra due triangoli adiacenti lungo  $I$ ;
- $M_{nn,I}^+$  e  $M_{nn,I}^-$  sono i momenti flettenti di rottura positivo e negativo lungo  $I$ ; il moltiplicatore cinematico può essere ottenuto ricavando  $M_{nn,I}^+$  e  $M_{nn,I}^-$  dal dominio di rottura attuale ( $S^{\text{hom}}$ ) del materiale omogeneizzato nello spazio  $M_{xx}, M_{yy}, M_{xy}$  attraverso il seguente problema di ottimizzazione:

$$M_{nn,I}^+ = -M_{nn,I}^- = \max \left\{ M_{nn} \mid \begin{array}{l} M_{nn} = M_{xx} \sin^2 \Phi_I + M_{yy} \cos^2 \Phi_I - M_{xy} \sin(2\Phi_I) \\ [M_{xx} \quad M_{yy} \quad M_{xy}] \in S^{\text{hom}} \end{array} \right\} \quad (4.44)$$

dove  $\Phi_I$  è l'angolo di rotazione dell'interfaccia rispetto alla direzione orizzontale.

Una simile espressione può essere ottenuta per il lato perimetrale  $B$  di un elemento  $Q$ .

La potenza interna dissipata è  $P_I^{in} = \sum_I^{n^I} P_I^{in} + \sum_B^{n^B} P_B^{in}$ , dove  $P_B^{in}$  è la potenza dissipata

sul contorno  $B$ -esimo. Poiché  $P^{in}$  non è lineare, viene ottenuto un problema di ottimizzazione non lineare. Tale non linearità viene evitata introducendo rotazioni positive e negative come:

$$P_I^{in} = M_{nn,I}^+ \mathcal{G}_I^+ + M_{nn,I}^- \mathcal{G}_I^- \quad \mathcal{G}_I = \mathcal{G}_I^+ - \mathcal{G}_I^- \quad \mathcal{G}_I^+, \mathcal{G}_I^- \geq 0.$$

La potenza esterna dissipata può essere scritta come  $P^{ex} = (\mathbf{P}_0^T + \lambda \mathbf{P}_1^T) \mathbf{w}$ , dove  $\mathbf{P}_0$  è il vettore dei carichi permanenti,  $\lambda$  è il moltiplicatore di carico,  $\mathbf{P}_1^T$  è il vettore dei carichi variabili e  $\mathbf{w}$  è il vettore delle velocità nodali. Vista l'arbitrarietà del meccanismo di rottura, di solito viene introdotta un'ulteriore condizione di normalizzazione  $\mathbf{P}_1^T \mathbf{w} = 1$ . Pertanto, la potenza esterna dissipata diviene lineare in  $\mathbf{w}$  e  $\lambda$ , ossia  $P^{ex} = \mathbf{P}_0^T \mathbf{w} + \lambda$ .

Infine, si ottiene il seguente problema di ottimizzazione:

$$\min \left\{ \mathbf{M}^{+T} \boldsymbol{\theta}^+ + \mathbf{M}^{-T} \boldsymbol{\theta}^- - \mathbf{P}_0^T \mathbf{w} \mid \boldsymbol{\theta}^+ - \boldsymbol{\theta}^- = \mathbf{B}\mathbf{w}; \boldsymbol{\theta}^+ \geq \mathbf{0}; \boldsymbol{\theta}^- \geq \mathbf{0}; \mathbf{P}_1^T \mathbf{w} = 1 \right\} \quad (4.45)$$

nel quale:

- i vettori  $\mathbf{M}^+$  ed  $\mathbf{M}^-$  comprendono i momenti flettenti di rottura positivo e negativo lungo le interfacce ed i contorni;
- i vettori  $\boldsymbol{\theta}^+$  e  $\boldsymbol{\theta}^-$  comprendono gli angoli di rotazione, positivi e negativi, delle interfacce e dei contorni;
- $\mathbf{B}$  è una matrice geometrica costruita assemblando le matrici degli elementi  $\mathbf{B}_E$  prima introdotte.

#### 4.5. Analisi limite agli elementi finiti eterogenea per murature caricate fuori dal piano: approccio cinematico

Lo studio del comportamento meccanico della muratura può avvenire mediante tre diversi approcci: macro-modellazione, tecniche di omogeneizzazione e micro-modellazione. Nella presente sezione viene introdotto l'uso combinato della micro-modellazione con i concetti dell'analisi limite (Milani et al., 2006d). In particolare, viene presentata un'analisi limite cinematica agli elementi finiti basata sulle ipotesi di Reissner-Mindlin per le piastre (si rimanda a Milani et al., 2006d, per ulteriori dettagli).

La formulazione agli elementi finiti è basata su una discretizzazione triangolare della parete muraria considerata, costituita da una regolare ripetizione dei mattoni disposti

con tessitura a giunti sfalsati. Ogni mattone è discretizzato utilizzando almeno 4 elementi triangolari, come mostrato in Figura 4.7, in modo tale da rispettare la reale posizione delle interfacce tra mattoni adiacenti, nel caso di muratura a secco.

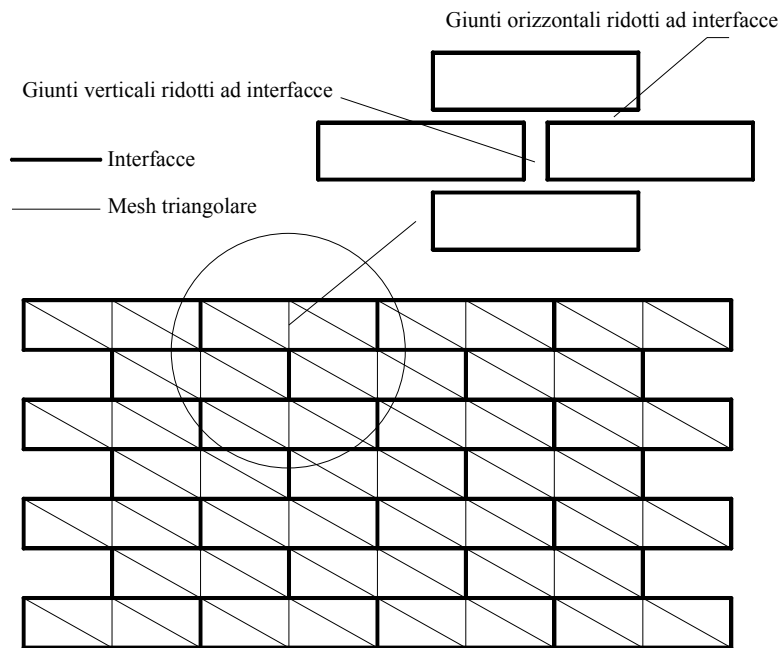


Fig. 4.7: Discretizzazione triangolare eterogenea.

Per ogni elemento  $E$ , viene introdotta una incognita per ogni nodo  $i$  che rappresenta la velocità fuori dal piano  $w_{zi}^E$ , in modo tale che il campo delle velocità sia lineare all'interno di ogni elemento. In questo elemento triangolare, più nodi possono condividere la stessa coordinata, poiché ogni nodo è associato ad un solo elemento. In tal modo, si può verificare un salto di velocità ad ogni interfaccia tra triangoli adiacenti.

Ad ogni interfaccia tra due elementi  $M$  ed  $N$  adiacenti, si possono avere sia velocità costanti delle rotazioni flessionali  $\dot{g}_{N-M}^{nn}$ , che velocità delle rotazioni torsionali  $\dot{g}_{N-M}^{nt}$ . È inoltre preso in considerazione un salto delle velocità fuori dal piano  $\delta_i$  con variazione lineare lungo le interfacce.

$\dot{g}_{N-M}^{nn}$ ,  $\dot{g}_{N-M}^{nt}$  e  $\delta_i$  possono essere facilmente determinati attraverso la seguente relazione lineare tra le velocità nodali di elementi adiacenti  $M$  ed  $N$  (Fig. 4.8):

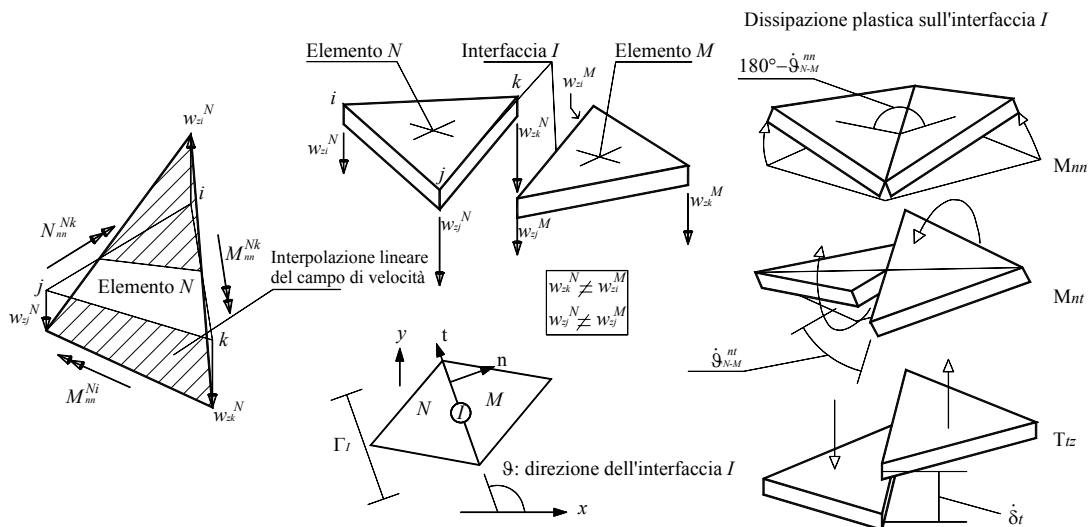
$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_N = \mathbf{B}_N \mathbf{w}_z^N$$

$$\dot{\mathcal{G}}_{N-M}^{nt} = \frac{w_{zj}^M - w_{zi}^M}{\Gamma_I} - \frac{w_{zj}^N - w_{zk}^N}{\Gamma_I} \quad (4.46)$$

$$\dot{\delta}_I = (w_{zj}^M - w_{zj}^N) + \frac{x_I}{\Gamma_I} [(w_{zi}^M - w_{zk}^N) - (w_{zj}^M - w_{zj}^N)] \quad x_I \in [0 \quad \Gamma_I]$$

Dove:

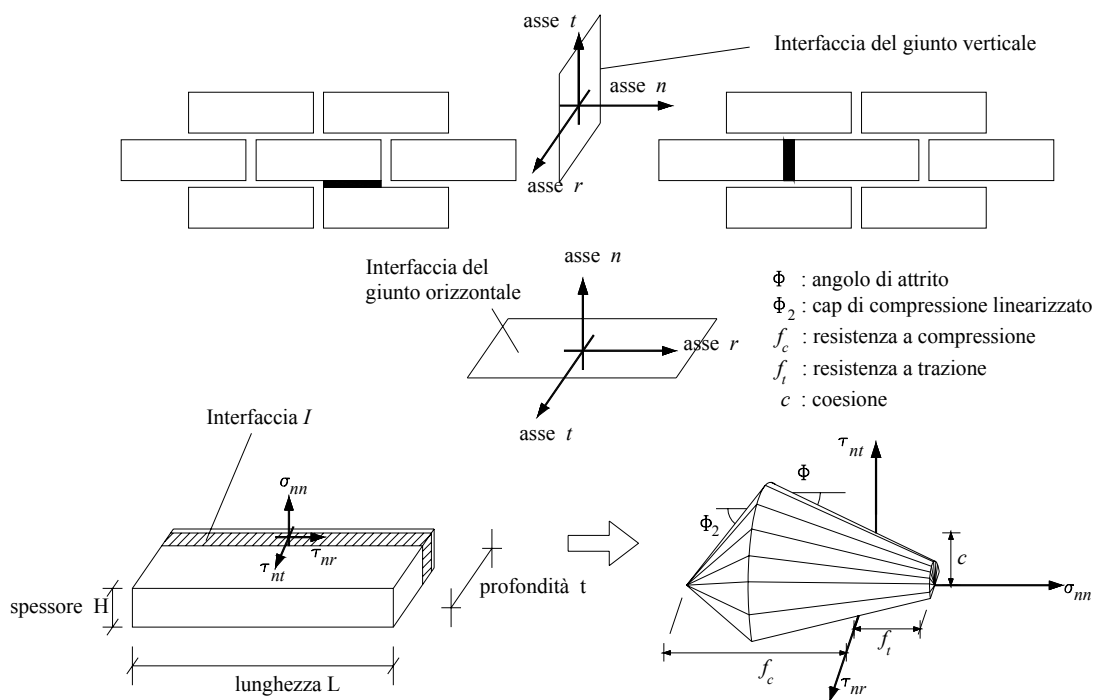
- $\mathbf{w}_z^N = [w_{zi}^N \quad w_{zj}^N \quad w_{zk}^N]^T$ ;
- $\mathbf{B}_N = \frac{1}{2A_N} \begin{bmatrix} \frac{b_i b_i + c_i c_i}{l_i} & \frac{b_i b_j + c_i c_j}{l_i} & \frac{b_i b_k + c_i c_k}{l_i} \\ \frac{b_j b_i + c_j c_i}{l_j} & \frac{b_j b_j + c_j c_j}{l_j} & \frac{b_j b_k + c_j c_k}{l_j} \\ \frac{b_k b_i + c_k c_i}{l_k} & \frac{b_k b_j + c_k c_j}{l_k} & \frac{b_k b_k + c_k c_k}{l_k} \end{bmatrix}$ , con  $b_i = y_j - y_k$ ,
- $c_i = x_k - x_j$  e  $A_N$  è l'area dell'elemento;
- $\dot{\boldsymbol{\theta}}_N = [\dot{\theta}_i^N \quad \dot{\theta}_j^N \quad \dot{\theta}_k^N]^T$  sono le variazioni di rotazione delle normali ai lati, correlate a  $\dot{\mathcal{G}}_{N-M}^{nn}$  tramite l'equazione lineare  $\dot{\mathcal{G}}_{N-M}^{nn} = \dot{\theta}_i^N - \dot{\theta}_i^M$ ;
- $\Gamma_I$  è la lunghezza dell'interfaccia.



**Fig. 4.8:** Elemento triangolare alla Reissner-Mindlin per l'analisi limite cinematica. –a– Campo delle velocità e discontinuità ad ogni interfaccia tra triangoli adiacenti. –b– Possibile dissipazione plastica all'interfaccia causata dal momento flettente, dalla torsione e dal taglio.

La potenza dissipata ad ogni interfaccia tra due triangoli adiacenti può essere valutata considerando che tre possibili casi di dissipazione plastica elementare possono verificarsi, dovuti al taglio  $T_{tz}$ , al momento flettente  $M_{nn}$  e alla torsione  $M_{nt}$  rispettivamente (Fig. 4.8). In accordo con un approccio generale recentemente presentato in letteratura per l'analisi limite applicata a stati piani di deformazione, è necessaria una linearizzazione della superficie di rottura dell'interfaccia  $\Phi(T_{tz}, M_{nt}, M_{nn})$ .

A tale scopo, è stato utilizzato un approccio statico per ottenere una approssimazione dal basso per  $\Phi$ . Per ogni interfaccia  $I$ , si assume che, lungo due direzioni perpendicolari assegnate, agiscano solo una tensione normale  $\sigma_{nn}$  e due tensioni tangenziali  $\tau_{nt}$  e  $\tau_{nr}$ , come mostrato in Figura 4.9. L'interfaccia è, quindi, suddivisa lungo lo spessore in un numero sufficiente di layers  $n_L$  di spessore costante  $\Delta_i = t/n_L$  (Fig. 4.9).



**Fig. 4.9:** Tensioni agenti sulle interfacce dei giunti verticali ed orizzontali e superficie di rottura adottata per i giunti.

In tal modo, vengono introdotte tre tensioni incognite per ogni layer, essendo il vettore tensione  $\boldsymbol{\sigma}^{(i)} = [\sigma_{nn}^{(i)} \quad \tau_{nt}^{(i)} \quad \tau_{nr}^{(i)}]^T$  costante lungo l' $i$ -esimo layer. Il numero totale di tensioni incognite è quindi  $3 \times n_L$ . Una volta ottenuta una linearizzazione della superficie

di rottura  $\phi = \phi(\boldsymbol{\sigma}^{(i)})$  per ogni layer, viene imposta l'ammissibilità statica in corrispondenza di ogni layer e, per l' $i^{esimo}$  layer, comprende solo le variabili  $\sigma_{nn}^{(i)}$ ,  $\tau_{nt}^{(i)}$  e  $\tau_{nr}^{(i)}$ .

In generale, si potrebbe assumere un qualsiasi criterio di rottura non lineare  $\phi = \phi(\boldsymbol{\sigma}^{(i)})$  per i giunti del modello. D'altra parte, come mostrano le evidenze sperimentali, i modi di rottura delle pareti murarie con malta degradata sono una combinazione della rottura per scorrimento lungo i giunti (a), della rottura dei giunti per trazione diretta (b) e per compressione all'interfaccia malta-mattone (c). Tali modi di rottura possono essere ben riprodotti adottando un criterio di rottura di Mohr-Coulomb con resistenza limitata a trazione (cut-off) e a compressione (elliptic cap).

Per ricondurre il problema ad un problema di programmazione lineare, all'interno di ogni layer  $i$  dell'interfaccia  $I$ , viene adottata una approssimazione lineare della superficie di rottura  $\phi = \phi(\boldsymbol{\sigma}^{(i)})$ , costituita da  $n_{lin}$  piani di equazione  $\mathbf{A}_k^{I^T} \boldsymbol{\sigma}^{(i)} = c_k^I$   $1 \leq k \leq n_{lin}$ , dove  $\mathbf{A}_k^{I^T}$  è un vettore dei coefficienti  $1 \times 3$  e  $c_k^I$  è il termine noto del  $k^{esimo}$  piano di linearizzazione (Fig. 4.9).

Al fine di ottenere un limite inferiore della superficie di rottura dell'interfaccia, vengono imposte tre equazioni di equilibrio che comprendono le azioni macroscopiche  $T_{tz}$ ,  $M_{nn}$  e  $M_{nt}$  e le tensioni interne (integrate), una volta fissata a priori una direzione di ottimizzazione  $\mathbf{n}_\lambda$  nello spazio  $T_{tz} - M_{nn} - M_{nt}$ .

Si ottiene, così, il seguente problema di ottimizzazione lineare:

$$\left\{ \begin{array}{l} \max(\lambda) \\ N = \int_{\Gamma} \sigma_{nn} dz \\ M_{nn} = \lambda \mathbf{n}_\lambda(1) = \int_{\Gamma} \sigma_{nn} z dz \\ M_{nt} = \lambda \mathbf{n}_\lambda(2) = \int_{\Gamma} \tau_{nt} z dz \\ T_{tz} = \lambda \mathbf{n}_\lambda(3) = \int_{\Gamma} \tau_{nr} dz \\ \mathbf{A}^{I^T} \boldsymbol{\sigma}^{(i)} \leq \mathbf{c}^{(i)} \quad \forall i \in [1 \quad n_L] \end{array} \right. \quad (4.47)$$

dove:

-  $\lambda$  è il carico limite nello spazio  $T_{tz} - M_{nn} - M_{nt}$ , (Fig. 4.10);

- $\mathbf{n}_\lambda$  è la direzione di ottimizzazione. È bene notare che, per ottenere una stima accurata del limite inferiore della superficie di rottura, è opportuno prendere in considerazioni diverse direzioni  $\mathbf{n}_\lambda$ .
- $N$  è il carico membranale perpendicolare alla direzione dell'interfaccia. Si sottolinea che per semplicità  $N$  è mantenuto costante. Questo implica che per i giunti orizzontali  $N$  è pari al carico verticale di compressione agente nel piano, mentre per i giunti verticali si assume  $N$  nullo.

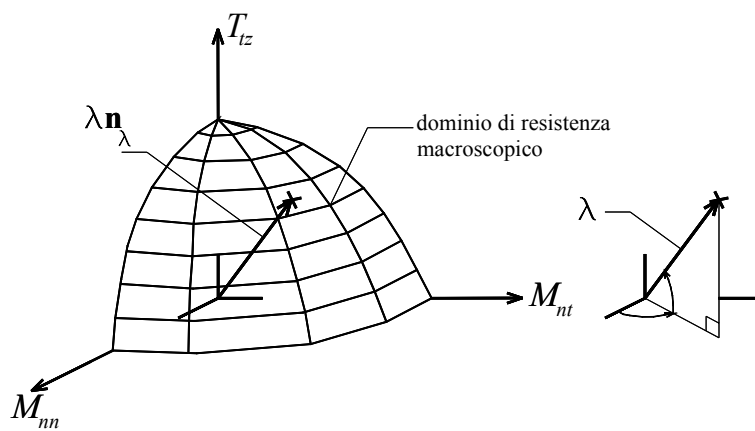
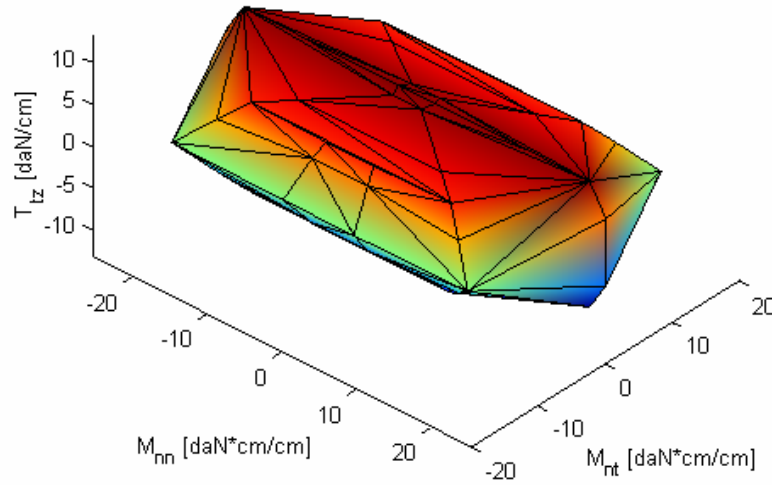


Fig. 4.10: Significato di  $\mathbf{n}_\lambda$  nello spazio  $T_{tz} - M_{nn} - M_{nt}$ .

In Figura 4.11 è mostrata la superficie di rottura per i giunti nello spazio  $T_{tz} - M_{nn} - M_{nt}$ , ottenuta assumendo per la malta un criterio di rottura di Mohr-Coulomb con coesione  $c = 0.01 \text{ N/mm}^2$  e angolo di attrito  $\Phi_1 = 30^\circ$ , in presenza di un carico di compressione  $N = 130 \text{ N/cm}$ .

Utilizzando l'equazione (4.47) per più direzioni  $\mathbf{n}_\lambda$ , si ottiene facilmente una linearizzazione con  $m$  piani per la superficie di rottura  $\Phi(T_{zt}, M_{nt}, M_{nn})$ , come  $\mathbf{A}_I^{in} \hat{\mathbf{M}} \leq \mathbf{C}_I^{in}$ , dove  $\hat{\mathbf{M}} = [T_{zt} \quad M_{nt} \quad M_{nn}]$ ,  $\mathbf{A}_I^{in}$  è un vettore dei coefficienti di dimensione  $m \times 3$  e  $\mathbf{C}_I^{in}$  è un vettore di dimensione  $m$  che rappresenta il lato destro dei piani di linearizzazione.





**Fig. 4.11:** Superficie di rottura dell'interfaccia nello spazio  $T_{tz} - M_{nn} - M_{nt}$  per la malta in presenza di un carico di compressione  $N = 130 \text{ N/cm}$ . Per ogni layer è stato assunto un criterio di rottura di Mohr-Coulomb con coesione  $c = 0.01 \text{ N/mm}^2$  e angolo di attrito  $\Phi_1 = 30^\circ$ .

La potenza interna dissipata ad ogni interfaccia è valutata tramite la seguente espressione:

$$P^I = \Gamma_I (M_{nn} \dot{\vartheta}_{nn} + M_{nt} \dot{\vartheta}_{nt}) + \frac{\Gamma_I}{2} (T_{zt}^{li} \delta_{zt}^{li} + T_{zt}^{lf} \delta_{zt}^{lf}) = \frac{\Gamma_I}{2} \sum_{q=1}^m C_{I,q}^{in} (\dot{\lambda}_{li}^{(q)} + \dot{\lambda}_{lf}^{(q)}) \quad (4.48)$$

dove:

-  $\dot{\lambda}_{li}^{(q)}$  e  $\dot{\lambda}_{lf}^{(q)}$  rappresentano rispettivamente il  $q^{\text{esimo}}$  moltiplicatore plastico dei punti iniziale ( $i$ ) e finale ( $f$ ) dell'interfaccia  $I$ , essendo la variazione dei moltiplicatori plastici lineare sulle interfacce;

-  $\delta_{zt}^{li}$  e  $\delta_{zt}^{lf}$  sono rispettivamente i salti delle velocità tra gli elementi  $N$  ed  $M$  in corrispondenza dei punti iniziale ( $i$ ) e finale ( $f$ ) dell'interfaccia  $I$ .

Nell'equazione (4.48), è stata utilizzata la ben nota legge di normalità

$$\dot{\vartheta}_{nn} = \dot{\lambda}_I \partial \Phi / \partial M_{nn} = \sum_{q=1}^m \dot{\lambda}_I^{(q)} \mathbf{A}_I^{in}(q,1), \text{ che aggiunge ulteriori condizioni di uguaglianza}$$

al problema di ottimizzazione.

La potenza esterna dissipata può essere scritta come:

$$P^{ex} = (\mathbf{P}_0^T + \lambda \mathbf{P}_1^T) \mathbf{w} \quad (4.49)$$

dove  $\mathbf{P}_0$  è il vettore dei carichi permanenti,  $\lambda$  è il moltiplicatore di carico,  $\mathbf{P}_1$  è il vettore dei carichi variabili e  $\mathbf{w}$  è il vettore delle velocità nodali.

Poiché l'ampiezza del meccanismo di rottura è arbitraria, viene di solito introdotta una ulteriore condizione di normalizzazione nella forma  $\mathbf{P}_1^T \mathbf{w} = 1$ .

Quindi, la potenza esterna diventa lineare in  $\mathbf{w}$  e  $\lambda$ :

$$P^{ex} = \mathbf{P}_0^T \mathbf{w} + \lambda \quad (4.50)$$

Dopo elementari operazioni di assemblaggio, si ottiene il seguente problema di ottimizzazione:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \left\{ \sum_{i=1}^{n'} P^I - \mathbf{P}_0^T \mathbf{w} \right\} \\ \text{tale che} \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{A}^{eq} \mathbf{U} = \mathbf{A}^{eq} \left[ \mathbf{w} \quad \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{nn} \quad \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{nt} \quad \tilde{\boldsymbol{\delta}}_{zt} \quad \dot{\boldsymbol{\lambda}}^{I,ass} \right] = \mathbf{b}^{eq} \\ \dot{\boldsymbol{\lambda}}^{I,ass} \geq \mathbf{0} \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (4.51)$$

dove:

-  $\mathbf{C}_E^T$  e  $\mathbf{C}_I^T$  sono i membri a destra delle disuguaglianze che determinano la superficie di rottura linearizzata del materiale omogeneizzato rispettivamente nel continuo e nelle interfacce.

-  $\mathbf{U} = \left[ \mathbf{w} \quad \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{nn} \quad \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{nt} \quad \tilde{\boldsymbol{\delta}}_{zt} \quad \dot{\boldsymbol{\lambda}}^{I,ass} \right]$  è il vettore delle incognite, che include il vettore delle velocità nodali assemblate ( $\mathbf{w}$ ), il vettore delle velocità di rotazione flessionale assemblate ( $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{nn}$ ), il vettore delle velocità di rotazione torsionale alle interfacce assemblate ( $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{nt}$ ), il vettore del salto delle velocità sulle interfacce assemblate ( $\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{zt}$ ) ed il vettore dei moltiplicatori plastici sulle interfacce assemblate ( $\dot{\boldsymbol{\lambda}}^{I,ass}$ ).

-  $\mathbf{A}^{eq}$  è la matrice dei vincoli ed include le condizioni al contorno sulle velocità e sulle rotazioni, legami tra velocità di rotazione, salti delle velocità sulle interfacce e velocità degli elementi e vincoli per il flusso plastico nelle discontinuità delle velocità.

# Capitolo 5

## Analisi sperimentale di pareti murarie caricate fuori dal piano

### 5.1. Introduzione

Nel presente capitolo si riporta la descrizione dettagliata della sperimentazione condotta nell'ambito del Dottorato di Ricerca per lo studio di pareti murarie caricate fuori dal piano.

Come già più volte asserito, i recenti terremoti verificatisi in Italia (ad esempio, Umbria e Marche 1997 e Molise 2002) hanno mostrato come il collasso degli edifici in muratura esistenti sia principalmente dovuto ad azioni agenti fuori dal piano, causate, ad esempio, da un inadeguato ammorsamento tra muri perpendicolari. A tal proposito, l'ammorsamento tra muri ortogonali e l'esecuzione della struttura a "regola d'arte" giocano un ruolo importante nella statica delle costruzioni in muratura. In effetti, la muratura, all'interno di un edificio, è chiamata a resistere non solo ad azioni normali, quali il peso proprio o i carichi permanenti, fondamentali per la statica delle strutture murarie, ma anche a forze orizzontali, dovute ad esempio al vento, al sisma o ad azioni spingenti dei solai, che, a seconda delle pareti interessate, possono produrre azioni a-

genti fuori dal piano. Mentre le azioni nel piano della muratura sono state ampiamente studiate, sia dal punto di vista teorico che sperimentale, le azioni agenti ortogonalmente al piano della parete muraria sono state meno investigate, soprattutto sperimentalmente. Quando la muratura è soggetta a carichi fuori piano, la resistenza della stessa è affidata non solo alla resistenza a flessione, ma anche alle tensioni di torsione che si sviluppano lungo i letti di malta, o tra le interfacce blocco-blocco nel caso di muratura a secco.

Nonostante i primi studi sul comportamento delle murature fuori dal piano risalgano a due secoli fa (vedi Rondelet, 1802, e Capitolo 3), attualmente i dati sperimentali presenti in letteratura a riguardo sono veramente pochi (Zuccarello et al., 2006, Milani et al., 2006d, Olivito & Zuccarello, 2006).

La presente sperimentazione ha lo scopo di esaminare il comportamento fuori piano di pareti murarie considerate come appartenenti ad edifici in muratura, con l'obiettivo di individuare i meccanismi di collasso ed il valore della forza orizzontale che conduce la struttura alla condizione di equilibrio limite. A tale scopo, presso il "Laboratorio Ufficiale Prove Materiali e Strutture" del Dipartimento di Strutture dell'Università della Calabria, sono state eseguite prove sperimentali su modelli di pareti murarie a secco in scala 1:3 caricate fuori dal proprio piano, in diverse condizioni di vincolo laterale. In particolare, previa caratterizzazione meccanica dei materiali adoperati, sono state eseguite tre tipologie di prove (distinte in seguito come Serie A, B e C rispettivamente), diverse per la differente condizione di vincolo laterale del modello e per la diversa posizione del carico fuori piano. I pannelli, una volta assoggettati ad un carico verticale uniformemente distribuito mediante una trave rigida di acciaio, sono stati sottoposti ad una spinta orizzontale fuori piano di entità crescente, fino al raggiungimento del collasso.

Registrando gli spostamenti subiti da più punti dei modelli, al variare della spinta fuori piano, per ogni prova è stato possibile rappresentare graficamente l'andamento degli spostamenti in funzione del carico trasversale e la deformata del pannello, mettendo in evidenza il cinematismo al collasso, operando poi un confronto qualitativo con gli studi di J.B. Rondelet.

Inoltre, per ogni serie di prove, sono stati considerati tre diversi valori del carico verticale applicato, in modo tale da evidenziare l'influenza dei carichi verticali sul carico di collasso delle pareti murarie.

I risultati sperimentali sono stati utili ad effettuare un confronto con i risultati numerici derivanti dall'applicazione dei modelli teorici illustrati nel Capitolo 4, con i quali sono in buon accordo.

## 5.2. Materiali adoperati e modelli murari

La sperimentazione condotta ha lo scopo di esaminare il comportamento di pareti murarie considerate appartenenti a reali edifici in muratura quando soggette a carichi fuori piano. La struttura del modello è schematizzata come una muratura costituita da un insieme di corpi rigidi sovrapposti e a giunti sfalsati, resi stabili dall'azione del peso proprio e da un carico di compressione, con contatti privi di coesione, ossia atti a creare distacchi non appena si generano sollecitazioni di trazione o a subire scorrimenti al raggiungimento della soglia minima di attrito.

Pertanto, il modello murario di riferimento vuole rappresentare una comune parete muraria in laterizi pieni ad una testa, a giunti sfalsati, avente dimensioni di 300x300 cm e spessore di 12 cm, costituita da blocchi sovrapposti senza interposizione di legante.

La mancanza di coesione permette, così, di creare un modello discontinuo con caratteristiche simili alle murature in *opus quadratum*, anisotrope e prive di resistenza a trazione, affidando all'attrito la resistenza alle sollecitazioni lungo tutte le superfici di contatto (Giuffrè, 1990; § 2.3.1).

Vista la difficoltà e l'impegno considerevole richiesto per lo studio di pareti in scala reale, sia dal lato economico che operativo, si è deciso di eseguire l'analisi sperimentale su un modello murario in scala (Olivito, 1991; Olivito & Stumpo, 1992; Olivito & Stumpo, 2001), in cui il rapporto delle lunghezze tra modello e prototipo è di 1:3, facendo riferimento alle nozioni sulla Teoria dei Modelli. La Figura 5.1-a mostra il rapporto tra le dimensioni dell'elemento di laterizio in scala utilizzato ed un comune mattone pieno di dimensioni 12x25x5,5 cm. In tal modo è stato più semplice disporre delle opportune strumentazioni di prova e la sperimentazione stessa è risultata più agevole.

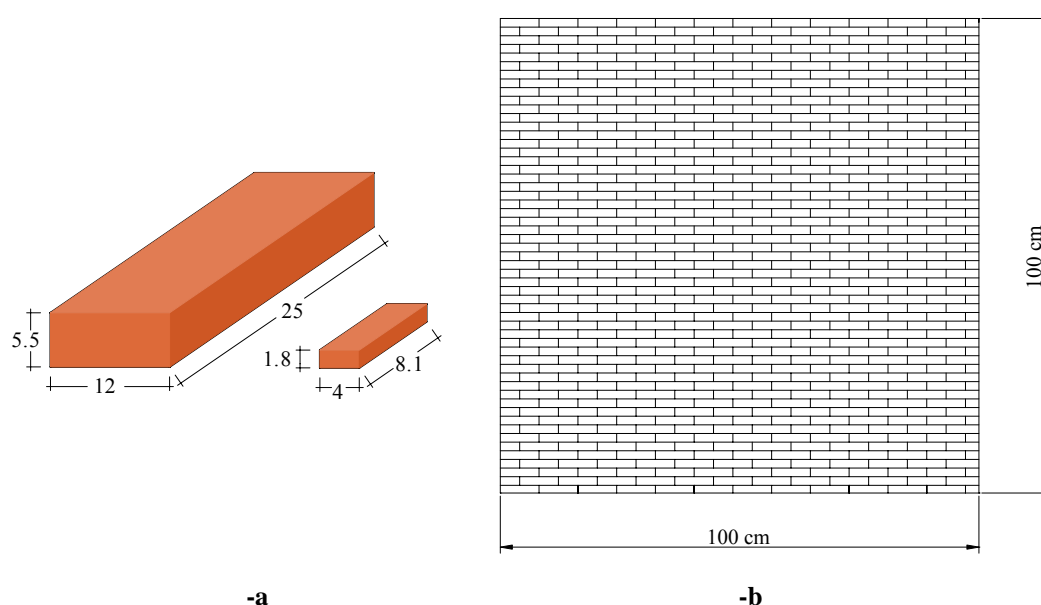
In definitiva, le prove sono state condotte su pannelli in scala, utilizzando elementi di laterizio ricavati da elementi di cotto con le medesime caratteristiche dei laterizi pieni, aventi ciascun lato di dimensione pari ad 1/3 dei comuni mattoni pieni.

Sostanzialmente, è stata fissata la scala delle lunghezze come segue:

$$\alpha = L_p/L_m = 3 \quad (5.1)$$

nella quale gli indici  $p$  ed  $m$  denotano il prototipo ed il modello rispettivamente.

I pannelli sono composti da 54 filari di 12 mattoni l'uno, accostati senza interposizione di malta, realizzando in tal modo modelli di circa 100x100 cm di lato (Fig. 5.1-b). L'assenza della malta ha permesso di individuare immediatamente il meccanismo di collasso ed ottenere la ripetibilità della prova, nonché un notevole risparmio dal punto di vista economico. È stato infatti possibile il riutilizzo di modeste quantità di elementi di laterizio in prove successive.



**Fig. 5.1. -a:** Rapporto tra le dimensioni del prototipo e del modello in scala 1:3. **-b:** Dimensioni del pannello murario in scala.

### 5.2.1. Cenni sulla Teoria dei Modelli

Lo studio su elementi in scala può essere notevolmente comodo, ma, affinché non siano vano, occorre poter estendere e relazionare alla scala reale i risultati ottenuti (Olivito, 1991; Olivito & Stumpo, 1992; Olivito & Stumpo, 2001).

Dato un sistema  $S$ , si dirà che un nuovo sistema  $M$  costituisce un modello di  $S$  quando risulti possibile stabilire una corrispondenza tra gli elementi e le relazioni di  $S$  e gli elementi e le relazioni di  $M$ , la quale ci autorizzi a ricondurre lo studio di  $S$  allo studio di  $M$ . Il sistema  $S$  verrà chiamato “prototipo”,  $M$  sarà invece il “modello”. Il problema

fondamentale è di stabilire la giusta corrispondenza tra gli elementi del prototipo e quelli del modello in modo tale che alcune relazioni fondamentali intercorrenti tra gli elementi del primo siano identiche a quelle intercorrenti tra i loro corrispondenti nel secondo.

Nel caso di problemi strutturali, occorrerà individuare preliminarmente le grandezze caratteristiche, che intervengono nell'incognita equazione che regola i fenomeni di studio, indicandone le dimensioni. In genere si assumono come unità fondamentali la massa  $M$ , la lunghezza  $L$  ed il tempo  $T$ . Altre grandezze che possono entrare in gioco saranno esprimibili dimensionalmente nella forma:

$$(G) = (M)^{\alpha_1} \times (L)^{\alpha_2} \times (T)^{\alpha_3} \quad (5.2)$$

Ci si pone quindi il problema dell'istituzione dei criteri di similitudine tra prototipo e modello. A tal fine, bisogna innanzitutto stabilire i parametri di progetto del modello, quindi interpretare correttamente i risultati sperimentali acquisiti su di esso. Inoltre, affinché i due sistemi possano definirsi in similitudine è necessario che siano soddisfatti:

- il Principio di Omogeneità;
- il Teorema di Buckingham.

In generale, un fenomeno fisico dipende da varie grandezze  $a_1, a_2, \dots, a_n$ , e tra queste può essere stabilita una relazione del tipo:

$$F(a_1, a_2, \dots, a_n) = 0 \quad (5.3)$$

Secondo il *Principio di Omogeneità*, essendo  $F$  composta da molti termini, questi devono avere la stessa dimensione fisica. L'equazione (5.3) si può riscrivere nella forma seguente:

$$F(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n) = 0 \quad (5.4)$$

dove i termini  $(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n)$  sono gruppi adimensionali corrispondenti alle  $n$  grandezze  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ .

Secondo il *Teorema di Buckingham*, se si hanno  $n$  grandezze caratteristiche, il numero di gruppi adimensionali "i" risulta pari alla differenza tra il numero di queste ultime ed il numero delle dimensioni fondamentali "j" utilizzate nella definizione delle grandezze stesse:

$$i = n - j \quad (5.5)$$

Con questa ipotesi, la (5.4) diventa:

$$F(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_i) = 0 \quad (5.6)$$

nella quale il numero delle variabili è ridotto ad  $i$ .

I gruppi adimensionali possono essere dedotti moltiplicando tra loro un gruppo di  $j$  variabili primarie scelte a piacere, ma tali da contenere tutte le dimensioni elevate a degli esponenti da determinare e moltiplicando poi tali gruppi per ciascuna delle grandezze rimanenti. Ad esempio, per  $j = 4$ , si ha:

$$\begin{aligned} \pi_1 &= a_1^{b1} a_2^{c1} a_3^{d1} a_4^{e1} a_{4+1} \\ \pi_2 &= a_1^{b2} a_2^{c2} a_3^{d2} a_4^{e2} a_{4+2} \\ \pi_3 &= a_1^{b3} a_2^{c3} a_3^{d3} a_4^{e3} a_{4+3} \\ &\dots \\ \pi_i &= a_1^{bi} a_2^{ci} a_3^{di} a_4^{ei} a_{4+i} \end{aligned} \quad (5.7)$$

Gli esponenti ( $b_i, c_i, d_i, e_i$ ) vengono determinati imponendo che ciascun gruppo sia adimensionale. Una volta soddisfatti il Principio di Omogeneità ed il Teorema di Buckingham, la situazione tra prototipo e modello può essere istituita dicendo che: condizione necessaria e sufficiente per la similitudine meccanica tra due sistemi  $S$  ed  $S'$  geometricamente simili nei quali si svolge lo stesso fenomeno, è che i prodotti adimensionali  $\pi_k$  abbiano il medesimo valore in istanti corrispondenti, in tutti i punti corrispondenti, ovvero almeno in due punti:

$$\pi_k^P = \pi_k^M \quad k = 1, \dots, i \quad (5.8)$$

Ai coefficienti  $\pi$  si dà il nome di parametri di similitudine.

Considerando il caso di **fenomeni statici**, le grandezze fondamentali sono la forza  $F$  e la lunghezza  $L$ . Altre grandezze caratteristiche sono riportate in Tabella 5.I:



**Tabella 5.I:** Grandezze caratteristiche statiche

Grandezza	Simbolo	Dimensione
Tensione Unitaria	$\sigma$	$F/L^2$
Dimensione Lineare	L	L
Carico Concentrato	F	F
Peso Specifico	$\gamma$	$F/L^2L$
Modulo Elastico	E	$F/L^2$
Carico di Snervamento	$\sigma_s$	$F/L^2$
Coefficiente di Poisson	$\mu$	adimensionale
Deformazione	$\varepsilon$	adimensionale

Si devono determinare gli “i” gruppi adimensionali attraverso le (5.7). Ad esempio, per il primo gruppo  $\pi_1$  si ha:

$$\pi_1 = F^{a_1} L^{b_1} \sigma \quad (5.9)$$

$$[\pi_1] = [F]^{a_1} [L]^{b_1} [F/L^2]$$

da cui:

$$\begin{array}{l} F: a_1 + 1 = 0 \\ L: b_1 - 2 = 0 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{l} a_1 = -1 \\ b_1 = 2 \end{array} \quad (5.10)$$

quindi:

$$\pi_1 = \sigma L^2 / F \quad (5.11)$$

E così via per tutti gli altri gruppi adimensionali. Con questo procedimento vengono rispettati sia il Principio di Omogeneità che il Teorema di Buckingham. Applicando anche il principio di similitudine (5.8), alla fine si ottiene:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_p L_p^2 / F_p = \sigma_m L_m^2 / F_m \\ \gamma_p L_p^2 L_p / F_p = \gamma_m L_m^2 L_m / F_m \\ E_p L_p^2 / F_p = E_m L_m^2 / F_m \\ \sigma_{sp} L_p^2 / F_p = \sigma_{sm} L_m^2 / F_m \end{array} \right. \quad (5.12)$$

Occorre quindi definire i rapporti di scala tra prototipo e modello:

$$\begin{aligned}
 \text{Scala delle Forze :} \quad k &= F_p/F_m \\
 \text{Scala delle Lunghezza :} \quad \alpha &= L_p/L_m \\
 \text{Scala delle Tensioni :} \quad \beta &= \sigma_p/\sigma_m = E_p/E_m \\
 \text{Scala dei Pesi Specifici :} \quad \theta &= \gamma_p/\gamma_m
 \end{aligned} \tag{5.13}$$

ottenendo infine:

$$\begin{aligned}
 \sigma_p/\sigma_m &= F_p L_m^2 / F_m L_p^2 \quad \rightarrow \quad \beta = k/\alpha^2 \\
 \gamma_p/\gamma_m &= F_p L_m^3 / F_m L_p^3 \quad \rightarrow \quad \theta = \beta/\alpha \\
 E_p/E_m &= F_p L_m^2 / F_m L_p^2 \quad \rightarrow \quad \beta = k/\alpha^2 \\
 \sigma_{sp}/\sigma_{sm} &= F_p L_m^2 / F_m L_p^2 \quad \rightarrow \quad \beta = k/\alpha^2
 \end{aligned} \tag{5.14}$$

Si può notare come grandezze aventi dimensioni uguali stanno tra i loro valori prototipo ed i loro valori modello in rapporti uguali.

Le (5.14) forniscono nell'insieme il seguente sistema, che determina le relazioni tra le scale:

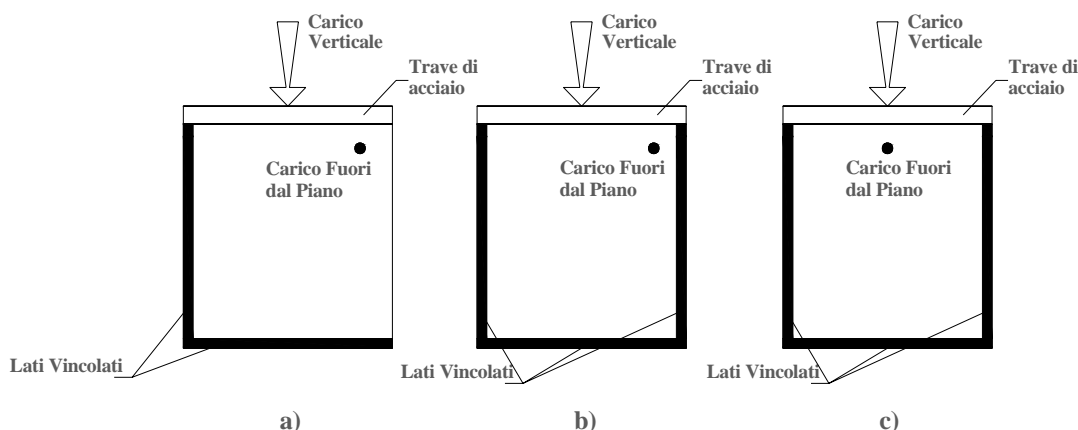
$$\begin{cases} \beta = k/\alpha^2 \\ \theta = \beta/\alpha \end{cases} \tag{5.15}$$

In genere è convenienza dello sperimentatore fissare le scale  $\alpha$  e  $\beta$ , ovvero le dimensioni geometriche del modello in rapporto al prototipo ed i rapporti tra grandezze riconducibili a forze per unità di superficie, definendo così le grandezze caratteristiche meccaniche del modello.

### 5.3. Procedura di prova

Le prove sperimentali sono state divise in tre serie, denominate in seguito come Serie A, B e C rispettivamente (Fig. 5.2), differenti per le condizioni di vincolo dei pannelli murari e per la posizione del punto di applicazione del carico fuori piano. In particolare, sono state eseguite:

- *Serie A*: la presente serie di prove è stata eseguita vincolando il pannello alla base e su uno dei due lati verticali ad essa ortogonale, mantenendo liberi di ruotare e traslare il secondo lato e la superficie superiore del modello (Fig. 5.2-a). Il carico trasversale è stato applicato in corrispondenza dello spigolo superiore destro del pannello;
- *Serie B*: nella seconda serie di prove sono stati fissati tre lati del pannello, mantenendo libera la sola superficie superiore. Anche in questo caso, il carico trasversale è stato conferito in corrispondenza di uno spigolo del modello (Fig. 5.2-b);
- *Serie C*: la terza serie di prove è stata condotta mantenendo le stesse condizioni di vincolo della serie precedente (tre lati fissi e la superficie superiore libera), ma variando la posizione del punto di applicazione della spinta fuori piano, che in questo caso è stata conferita al centro del pannello (Fig. 5.2-c).



**Fig. 5.2:** Posizione del carico e dei vincoli: prima (a), seconda (b) e terza serie (c) di prove.

Per ogni serie, sono state effettuate tre tipologie di prova, considerando tre diversi valori del carico verticale applicato sulla superficie superiore, la cui risultante verrà in questa sede indicata con  $N_v$ . Nella prima sottoserie, denominata N 13, il carico  $N_v$  è

stato fissato pari a 13 kN, nella seconda (N 10) era pari a 10 kN, mentre nella terza (N 7) è stato conferito un carico di 7 kN. Il valore del carico di compressione conferito al pannello è stato scelto sulla considerazione dei carichi cui realmente sono soggette le pareti murarie all'interno di edifici, ovvero scarico dei solai, copertura, carichi accidentali, ecc.. La valutazione dei suddetti parametri ha condotto ad un valore del carico verticale relativamente modesto. Poiché gli elementi costituenti il pannello murario sono stati posti a diretto contatto tra loro e reagiscono pertanto solo ad attrito, in mancanza di una uniforme distribuzione del carico che invece si sarebbe realizzata con l'utilizzo di malta nei giunti, un valore basso del carico di compressione non avrebbe permesso il raggiungimento del meccanismo di collasso e la corretta esecuzione della prova, come è dimostrato in § 5.6.1.1. Infatti, anche nell'ambito della modellazione numerica (vedi Capitolo 6), soprattutto nel caso della Serie A di pannelli poco vincolati, per bassi valori del carico verticale applicato al pannello, non si ottengono risultati molto accurati. Pertanto, il valore stimato dei carichi agenti su una parete muraria è stato amplificato e considerato in tre diversi livelli, sufficientemente alti da poter condurre correttamente la prova sperimentale, ma tali da non superare il valore della resistenza a compressione del materiale e da scongiurare la crisi per schiacciamento. Come introdotto nei precedenti capitoli, l'influenza dei carichi verticali sulla valutazione della resistenza delle strutture murarie è di importanza fondamentale. Nel caso in esame, poi, in cui la muratura è con giunti a secco, reagente prevalentemente secondo la legge di Mohr-Coulomb, ad un aumento del carico di compressione corrisponde un aumento della resistenza della struttura nei confronti di azioni tangenziali, quali quelle che si sviluppano a causa dell'attrito tra i blocchi.

La procedura di prova seguita è stata la seguente. Il pannello è stato fissato alla base, mediante una guida metallica che simula una condizione di incastro, su una trave di acciaio di supporto, del tipo HE 200A, di lunghezza pari a 182 cm. I vincoli laterali sono stati realizzati mediante altrettante guide metalliche, fissate o meno al telaio di prova a seconda della condizione di vincolo che si voleva creare.

Una volta posizionato il pannello al di sotto della macchina di prova, lo stesso è stato dapprima assoggettato ad un carico verticale, uniformemente distribuito in sommità attraverso una trave rigida di acciaio, tipo IPE 80 della lunghezza di 100 cm, mantenuto costante durante l'esecuzione della prova (Fig. 5.3).

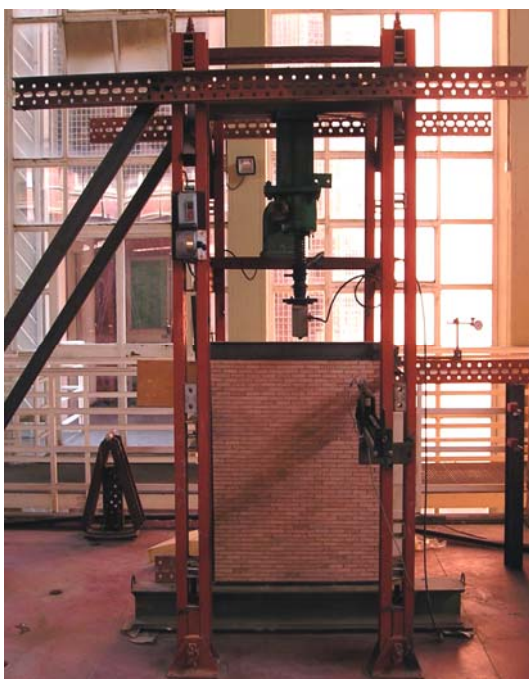


Fig. 5.3: Pannello murario e telaio di prova.

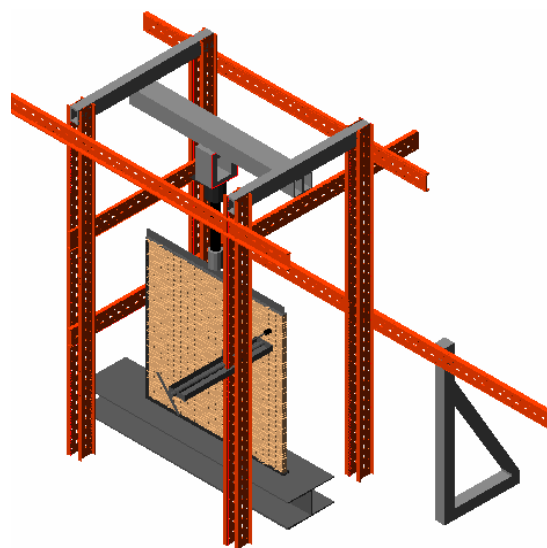


Fig. 5.4: Schematizzazione 3D del telaio di prova.

Quindi, al pannello è stata conferita una spinta orizzontale fuori piano concentrata, di entità crescente, in direzione perpendicolare al piano medio del pannello stesso, con velocità di spostamento pari a 1,3 mm/min. Ad intervalli regolari è stata effettuata la registrazione degli spostamenti nei punti in cui si è ritenuto più opportuno applicare i comparatori centesimali. La prova è stata arrestata quando non si sono registrati incrementi di carico orizzontale a causa della diminuzione di resistenza del pannello stesso. In ogni caso, quale valore del carico ultimo è stato preso in considerazione quello corrispondente alla posizione deformata irreversibile del pannello murario.

#### 5.4. Attrezzature sperimentali

Le prove di carico fuori piano sono state condotte con l'impiego di un telaio di contrasto composto da quattro montanti realizzati da due travi di acciaio U120, saldati ed ancorati a terra, collegati tra loro mediante quattro traversi del tipo U120 posti in sommità (Fig. 5.4). I vari elementi sono collegati mediante bulloni ad alta resistenza, appartenenti alla classe 8.9 (resistenza a trazione =  $800 \text{ N/mm}^2$ , tensione di snervamento =  $0.9 \times 800 \text{ N/mm}^2$ ), serrati con chiave dinamometrica (Fig. 5.6).

Il carico verticale è stato conferito attraverso un attuatore elettromeccanico, opportunamente ancorato al telaio e provvisto di cella di carico da 20 kN. Sulla superficie superiore del pannello è stata posizionata una trave di acciaio IPE 80 per ottenere una uniforme distribuzione del carico applicato (Fig. 5.5-a).

La spinta fuori piano è stata conferita mediante un dispositivo meccanico appositamente realizzato, rigidamente saldato al telaio di acciaio, ad un'altezza da terra di 110 cm ed in direzione perpendicolare al pannello, sul quale è stata applicata una cella di carico da 10 kN (Figg. 5.5-b e 5.6). Entrambe le celle sono state collegate ad una centralina di acquisizione dati.

Il pannello è stato infine posizionato su una trave di acciaio del tipo HE 2000 A, e fissato ad apposite guide metalliche a loro volta fissate al telaio a seconda delle condizioni di vincolo considerate. L'intero telaio è stato controventato e fissato a terra al fine di ridurre al minimo le deformazioni (Fig. 5.6).

Per il rilevamento degli spostamenti al variare del carico, sono stati utilizzati comparatori meccanici centesimali e trasduttori lineari induttivi di spostamento, disposti in vari punti del pannello (Figg. 5.5-a e 5.7).

**-a****-b**

**Fig. 5.5.** -a: Pannello murario, strumentazioni e telaio di prova. -b: Dispositivo di carico fuori piano.

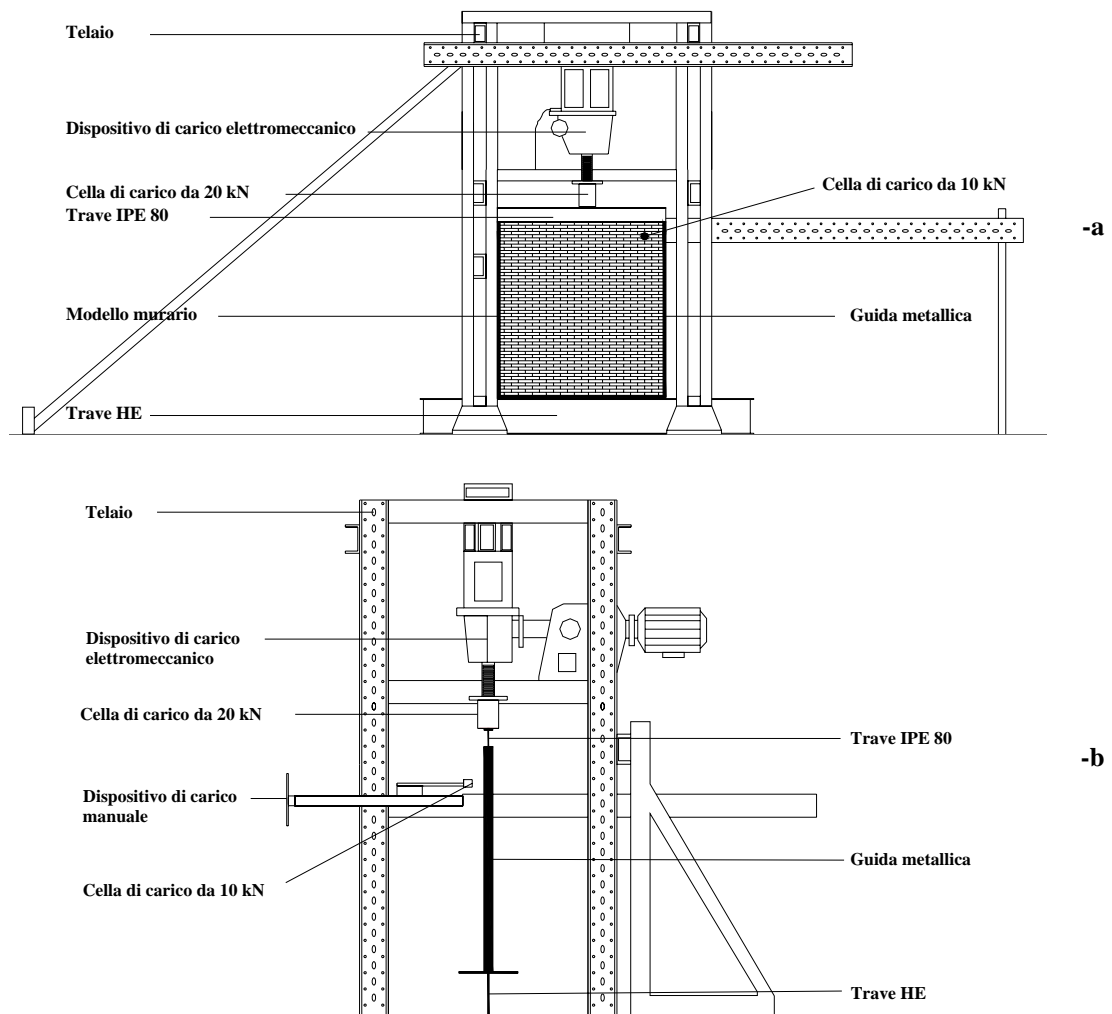


Fig. 5.6: Schema del telaio di prova. -a: Vista frontale; -b: Vista laterale.



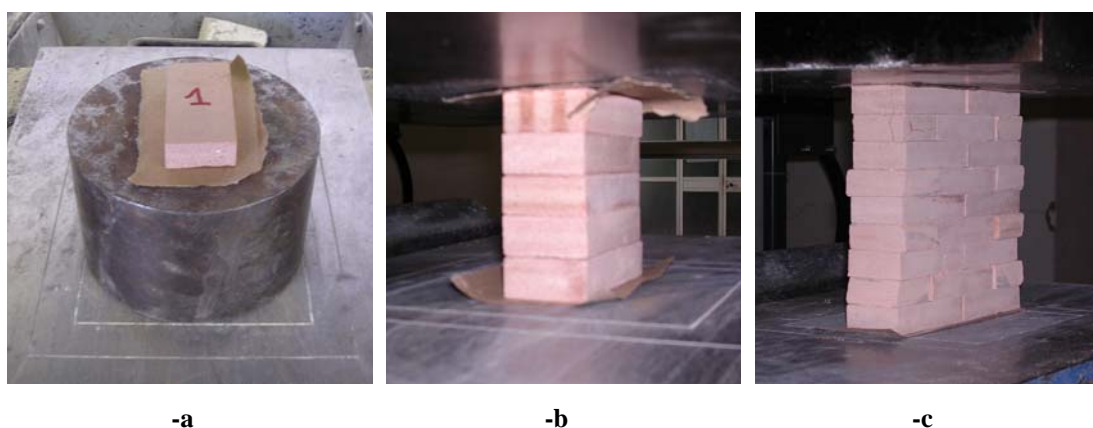
Fig. 5.7. -a: Comparatore centesimale; -b: Trasduttore lineare induttivo di spostamento.

## 5.5. Caratterizzazione meccanica dei materiali

Sono state condotte delle prove di caratterizzazione meccanica per la determinazione sia della resistenza a compressione che dell'angolo d'attrito interno del materiale utilizzato.

### 5.5.1. Prove di compressione uniassiale

Le prove di compressione monoassiale sono state condotte, secondo le modalità prescritte dal D.M. 20/11/87, sia sui singoli mattoni, che su elementi murari in scala (Fig.5.8). Sono state eseguite mediante una pressa oleodinamica servocontrollata con portata massima 3000 kN e classe di precisione 0,5% abbinata ad una unità di carico elettronica (Fig. 5.9).



**Fig. 5.8:** Provini in scala 1:3 sottoposti a prove di compressione uniassiale. **-a:** Singoli mattoni; **-b:** Colonne ad una testa; **-c:** Macroelementi murari.

Prima di ogni prova, sono state determinate le dimensioni dei singoli elementi mediante un calibro digitale, al fine di ricavare il valore della superficie di contatto per la determinazione della tensione di rottura per compressione. Durante l'esecuzione della prova è stato interposto uno strato di cartone tra ogni provino ed i piatti della macchina sperimentale, per rendere la superficie omogenea e regolare. La prova è stata condotta in controllo di spostamento fino alla completa rottura degli elementi testati.

I singoli mattoni presentavano, come già evidenziato in precedenza, le dimensioni di 4x8,1x1,8 cm (Fig. 5.8-a). Le colonne ad una testa sono state realizzate sovrapponendo

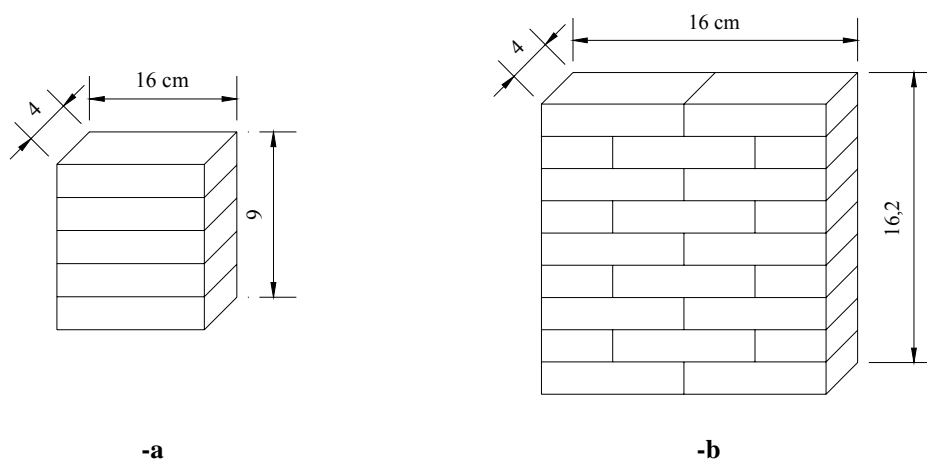


5 mattoni (in scala 1:3) a diretto contatto tra loro (Fig. 5.8-b). Le dimensioni finali erano di  $4 \times 8,1$  cm per 9 cm circa di altezza (Fig. 5.10-a).



**Fig. 5.9:** Pressa elettromeccanica per prove di compressione uniassiale.

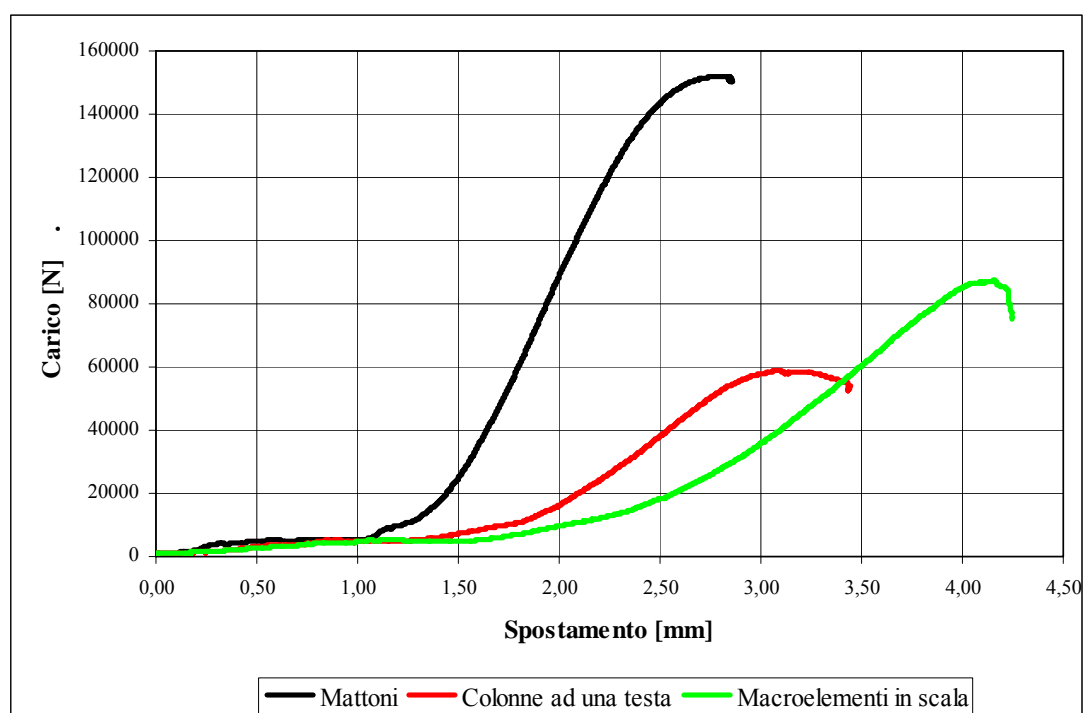
I macroelementi murari in scala 1:3 sono stati invece realizzati allineando e sovrappo-  
nendo gli uni agli altri i mattoni, senza interposizione di legante, ottenendo alla fine e-  
lementi delle dimensioni di  $16,2 \times 16 \times 4$  cm (Fig. 5.8-c).



**Fig. 5.10:** Dimensioni dei provini sottoposti a compressione. **-a:** Colonne ad una testa; **-b:** Macroelementi murari.

Non avendo a disposizione alcun riferimento normativo che tratti di muratura di laterizi pieni a secco ed in scala, la costruzione dei macroelementi è avvenuta secondo le

prescrizioni del D.M. 20/11/87 per la determinazione della resistenza a compressione della muratura. Ogni elemento è costituito da nove corsi e rispetta le seguenti dimensioni (Fig. 5.10-b): la larghezza ( $b$ ) è stata fissata pari ad almeno 2 lunghezze di blocco, ossia 16,2 cm, mentre il rapporto altezza ( $h$ )/spessore ( $s$ ) pari alla larghezza di un blocco (4 cm). I risultati sperimentali sono riportati in Tabella 5.II. Per brevità si riporta in Figura 5.11 la curva carico-spostamento rappresentativa per ognuna delle tre tipologie di prova eseguite.



**Fig. 5.11:** Curve carico-spostamento per la prova di compressione.

L'andamento delle curve, differente rispetto al tipico diagramma  $\sigma$ - $\varepsilon$  relativo alle murature tradizionali, evidenzia un modulo di elasticità ridotto nella fase iniziale di carico e deformazioni elevate per carico di compressione costante. Ciò è dovuto ad un processo di assestamento che ha luogo all'interno delle murature a secco in seguito alla non perfetta planarità delle superfici di contatto, come riscontrato anche in (Marzhan, 1997) ed illustrato in § 2.3.2 (Fig. 2.18). Dalle curve è possibile notare l'*effetto scala* che si verifica quando si utilizzano provini di diversa geometria. Il carico di rottura, infatti, diminuisce all'aumentare della dimensione dei campioni testati.

Ciò in parte è dovuto all'assenza di legante: gli elementi sono infatti a diretto contatto tra loro, pertanto all'aumentare della superficie degli stessi, aumenta anche la presenza

di difetti e rugosità sulle superfici di contatto, che invece risulta essere molto più omogenea in presenza di malta. In parte è attribuibile al peso proprio degli elementi che aumenta all'aumentare delle dimensioni dei provini, ed influisce sulla loro resistenza a compressione. Quest'ultimo fattore, però, è poco influente, vista la modesta dimensione e quindi il ridotto peso degli elementi in scala.

**Tabella 5.II:** Risultati della prova di compressione uniassiale

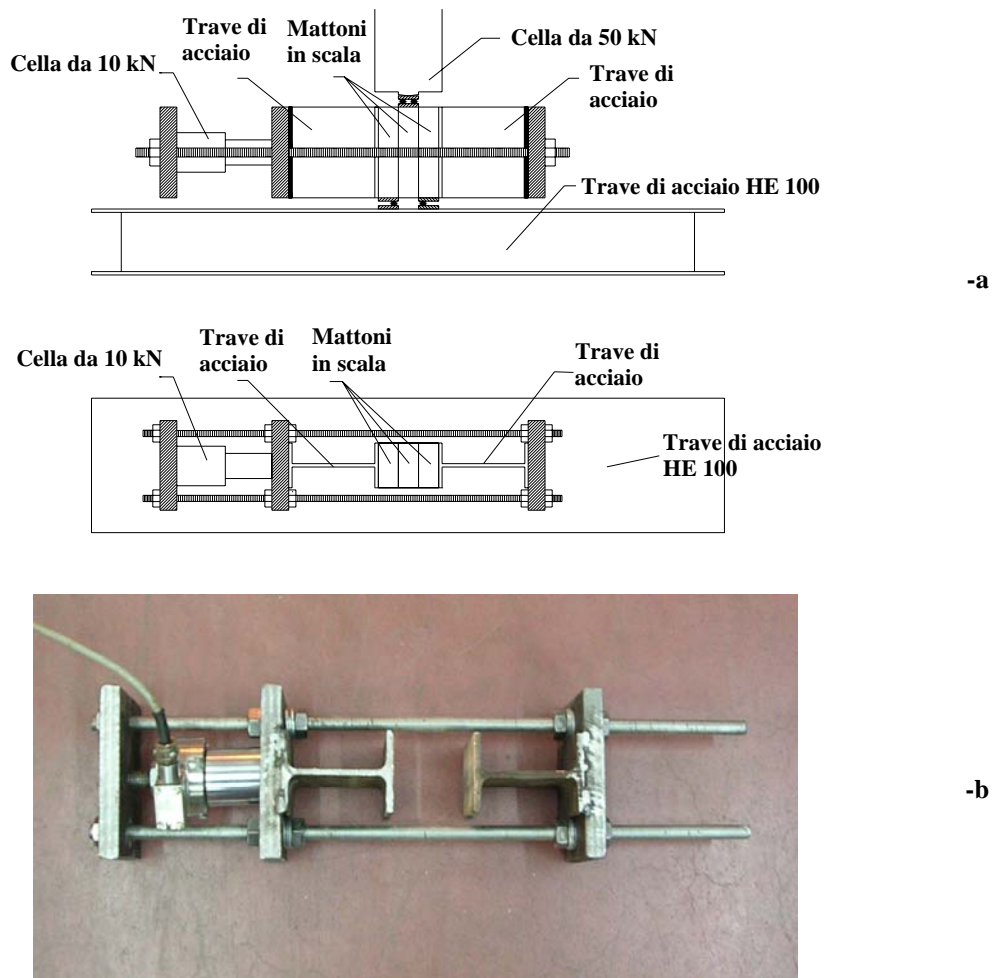
<b>Provino</b>	<b>Carico di rottura medio [kN]</b>	<b>Tensione di rottura per compressione [N/mm<sup>2</sup>]</b>
Mattoni	152,00	46,91
Colonne	58,80	18,15
Macroelementi	87,30	13,64

### 5.5.2. Determinazione della resistenza iniziale a taglio e dell'angolo di attrito

In accordo con la norma UNI EN 1052-3:2003, sono state condotte prove di taglio su triplete di mattoni in scala al fine di determinare la resistenza iniziale a taglio e l'angolo di attrito del materiale adoperato nella sperimentazione.

La procedura di prova prescritta dalla norma prima citata prevede che le triplete siano sottoposte contemporaneamente ad uno stato di sollecitazione di taglio e di compressione. Per l'esecuzione della prova è stato appositamente realizzato il dispositivo meccanico mostrato in Figura 5.12, che permette di conferire alle triplete uno stato di pre-compressione e di monitorarne il valore durante l'esecuzione della prova.

Tre serie di tre triplete ciascuna (costituite da tre mattoni in scala accostati senza legante) sono state assoggettate all'azione combinata di un carico di pre-compressione, in direzione perpendicolare ai giunti orizzontali, e di taglio (in direzione parallela ai giunti), per tre differenti livelli di compressione, pari rispettivamente a 0,2 N/mm<sup>2</sup>, 0,6 N/mm<sup>2</sup> e 1,0 N/mm<sup>2</sup>. Il carico tagliante è stato conferito attraverso una macchina universale elettromeccanica, con capacità di 100 kN, sulla quale è stata applicata una cella di carico da 50 kN, con velocità di spostamento pari a 0,5 mm/min.



**Fig. 5.12:** Apparato sperimentale per la prova di taglio. -a: Schema; -b: Foto.

La precompressione è stata invece trasferita alle triplette mediante lo scorrimento delle travi di acciaio del dispositivo meccanico, nel quale è stata inserita una cella di carico da 10 kN per la lettura della compressione orizzontale. L'intero dispositivo è stato rigidamente fissato alla macchina di prova (Fig. 5.13).

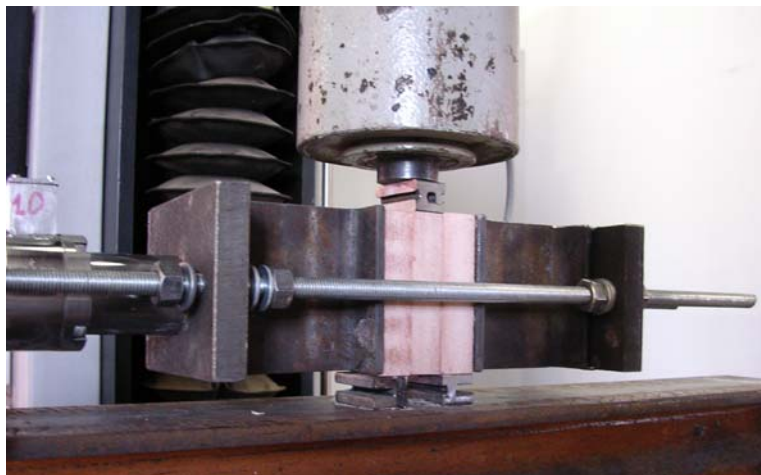
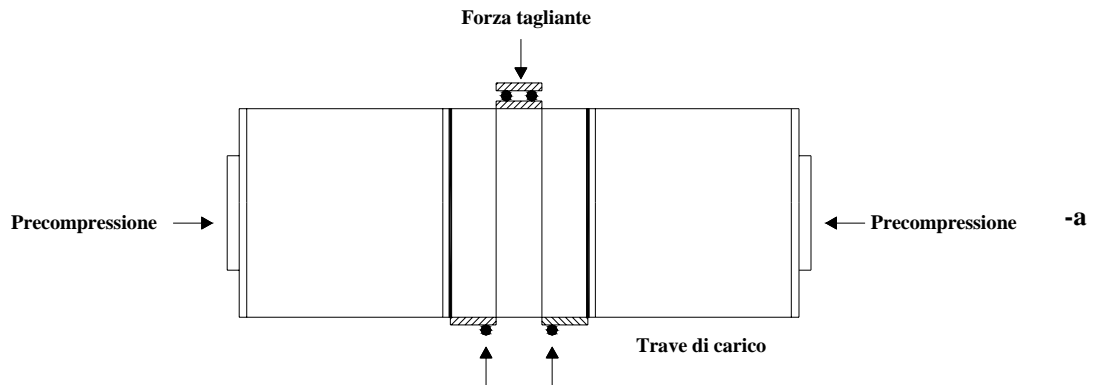
Attraverso le seguenti relazioni è stato possibile ottenere i valori della resistenza a taglio  $f_{v0i}$  e la tensione normale  $f_{pi}$ , riassunti in Tabella 5.III:

$$f_{pi} = \frac{F_{pi}}{A_i} \quad (5.16)$$

$$f_{v0i} = \frac{F_{i\max}}{2 A_i} \quad (5.17)$$

dove:

- $F_{i\max}$  è il carico di taglio massimo ottenuto durante ogni prova;
- $F_{pi}$  è il carico di precompressione;
- $A_i$  è l'area della sezione di contatto, pari a 40x81mm.



**Fig. 5.13:** Prova di taglio. -a: Schema di carico; -b: Foto apparato sperimentale.

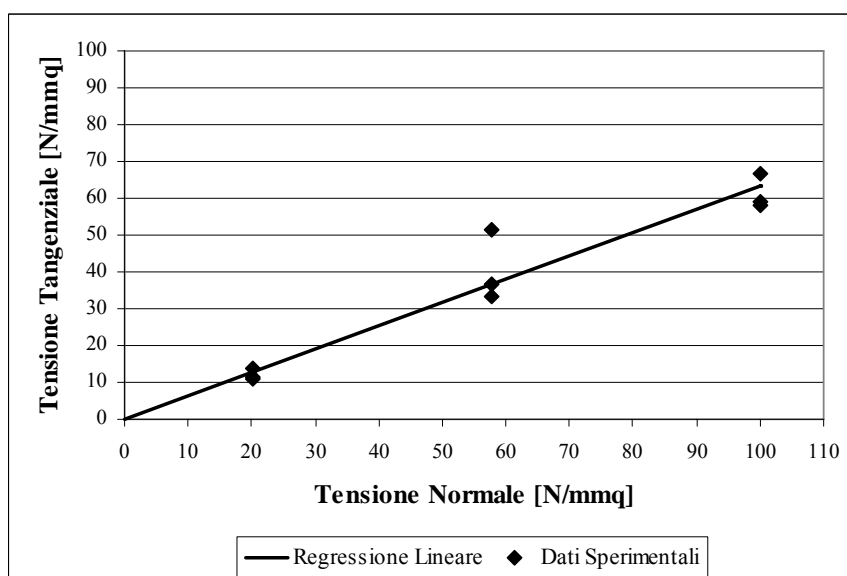
**Tabella 5.III:** Risultati della prova di taglio

Provino	Tensione normale [N/mm <sup>2</sup> ]	Tensione tangenziale [N/mm <sup>2</sup> ]
1	0,20	0,112
2	0,20	0,115
3	0,20	0,139
4	0,60	0,369
5	0,60	0,514
6	0,60	0,333
7	1,00	0,591
8	1,00	0,579
9	1,00	0,668

La Figura 5.14 riporta il diagramma  $\sigma$ - $\tau$  ottenuto. La retta è stata ottenuta tramite una regressione lineare dei valori di  $\tau$  al variare del carico di compressione, con coefficiente di regressione  $r$  pari a 0,96, fornito dalla seguente relazione:

$$r = \frac{\sum_i (x_i - x_m)(y_i - y_m)}{\sqrt{\sum_i (x_i - x_m)^2 \sum_i (y_i - y_m)^2}} \quad (5.18)$$

dove, in questo caso, i termini  $x_i$  indicano le  $\sigma_i$ ,  $x_m$  ne indica la media,  $y_i$  rappresentano le  $\tau_i$  e  $y_m$  la loro media.



**Fig. 5.14:** Legge di attrito del materiale.

La retta di regressione di Figura 5.14 rappresenta la legge di attrito di Coulomb del materiale in esame, che stabilisce una relazione lineare tra la tensione tangenziale e la tensione normale, del tipo:  $\tau = c + \sigma \cdot \tan\phi$ , per valori modesti della tensione normale  $\sigma$ . La pendenza della retta indica l'angolo d'attrito  $\phi$  del materiale, calcolato pari a circa  $30^\circ$ , in buon accordo con risultati riportati in letteratura (Lourenço & Ramos, 2004; Marzhan, 1998). Poiché la muratura testata è priva di legante, la coesione ( $c$ ) del materiale (ossia l'intercetta della retta di regressione lineare) assume valore nullo.

## 5.6. Risultati sperimentali

Seguendo la procedura sperimentale prima descritta, sono state condotte tre tipologie di prova, ognuna delle quali suddivisa in sottoserie differenti tra loro per il valore del carico verticale di compressione applicato. Per ogni sottoserie sono stati sottoposti a prova almeno quattro pannelli murari, per un totale di circa 40 pannelli.

I risultati ottenuti sono mostrati in grafici che riportano le letture degli spostamenti di ogni comparatore centesimale (e/o trasduttore induttivo) in funzione del carico fuori piano.

Inoltre, grazie alle registrazioni degli spostamenti in più punti dei pannelli, è stato possibile rappresentare graficamente, per ogni prova, la deformata del pannello ad ogni incremento del carico trasversale, sia in due che in tre dimensioni, mettendo in evidenza il cinematismo di collasso sperimentale.

Attraverso tali rappresentazioni grafiche è stato effettuato un confronto qualitativo con i meccanismi di collasso individuati da J.B. Rondelet (Rondelet, 1802), illustrati in § 3.2; questi mostrano la similitudine tra gli studi di Rondelet e quelli ottenuti nel presente lavoro, confermando la validità di modelli che, nonostante introdotti due secoli fa, siano alla base della valutazione del comportamento meccanico della muratura.

Infine, è stato eseguito un confronto (riportato nel successivo Capitolo 6) tra i risultati sperimentali e quelli numerici derivanti dall'applicazione del modello micro-meccanico descritto in § 6.2 e del modello eterogeneo illustrato in § 6.3.

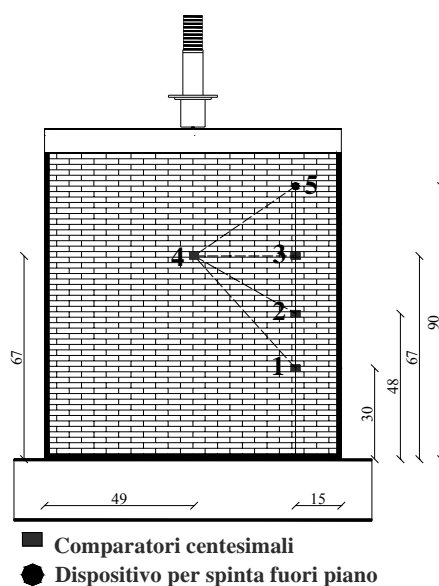
In questa sezione, per brevità, si riportano i risultati relativi ad un solo pannello per ognuna delle serie e sottoserie di prove.

### 5.6.1. Serie A

La Serie A fa riferimento ai pannelli vincolati in corrispondenza della base e di uno dei lati verticali, soggetti alla spinta fuori piano concentrata in uno spigolo degli stessi. Sono stati considerati tre diversi valori del carico verticale, divisi in sottoserie, per lo studio dell'influenza dei carichi di compressione sulla resistenza fuori piano della muratura.

### 5.6.1.1. Serie A – sottoserie N 13

Per questa serie sono stati sottoposti a prova cinque diversi pannelli. La prima prova è servita per la verifica dell'intero apparato sperimentale: assoggettando il pannello ad un carico di compressione di modesta entità, è stata valutata qualitativamente la modalità di collasso di esso per l'individuazione dei punti più significativi in corrispondenza dei quali applicare gli strumenti per la lettura degli spostamenti; pertanto i risultati ottenuti non sono stati ritenuti indicativi ai fini dell'intero studio sperimentale. È stato applicato un carico verticale di compressione sulla superficie superiore del pannello con risultante pari a 13 kN (sottoserie N 13), distribuendolo uniformemente mediante una trave rigida di acciaio, e mantenendolo costante durante la prova. Quindi, mediante il dispositivo meccanico manuale, è stata conferita la spinta fuori piano concentrata di entità crescente, con velocità di spostamento pari a 1,30 mm/min. Il pannello è stato monitorato applicando dapprima 5 comparatori centesimali sulla superficie frontale dello stesso (Fig. 5.15) e registrando le letture degli spostamenti orizzontali.



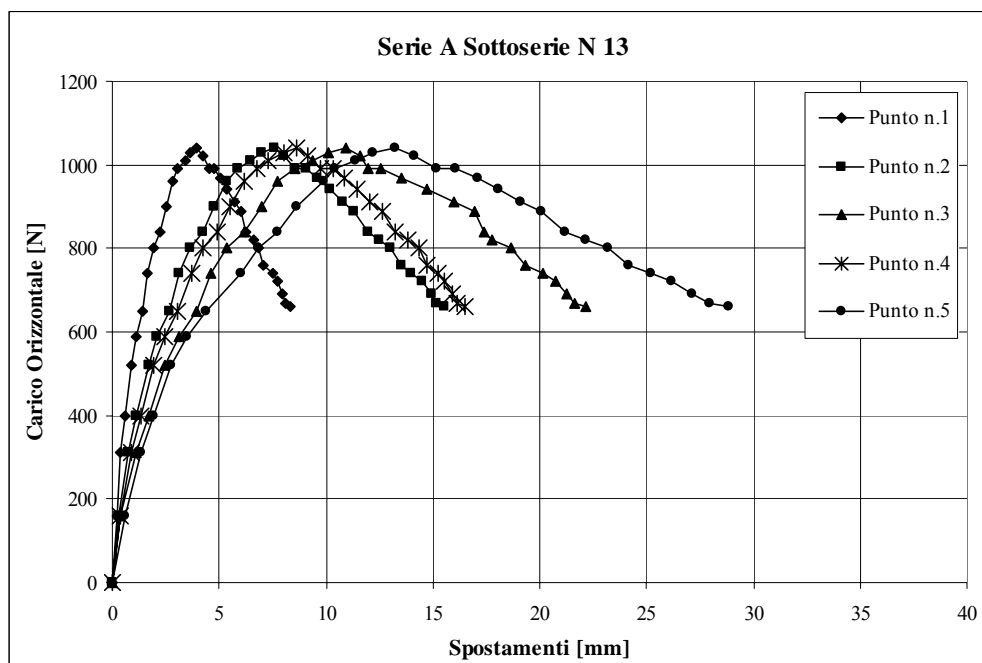
**Fig. 5.15:** Posizione dei 5 comparatori centesimali.

I risultati ottenuti sono riportati in Figura 5.16, e mostrano il valore del carico fuori piano massimo raggiunto pari a circa 1000 N.

Come era atteso, il comparatore che ha registrato gli spostamenti maggiori è quello in corrispondenza del punto di applicazione della spinta orizzontale (posizionato sul retro del pannello), individuato dal Punto 5 delle Figure 5.15 e 5.16. Le curve sperimentali



mostrano come il comportamento del pannello sia stato regolare e non si siano verificati particolari fenomeni di scorrimento localizzati.



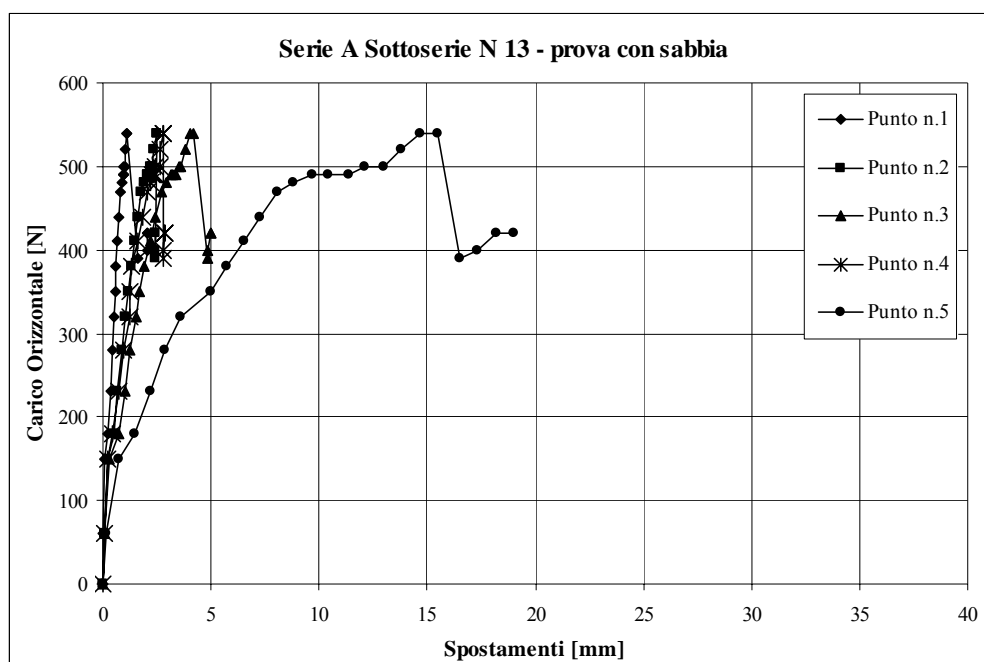
**Fig. 5.16:** Curve carico-spostamento relative alla serie A-N 13 (5 comparatori).

Durante la seconda prova della presente serie, invece, è stata valutata la possibilità di utilizzare della sabbia fine nei giunti orizzontali (Fig. 5.17). Dall'analisi dei risultati ottenuti e dall'osservazione del comportamento meccanico del pannello durante l'esecuzione della prova, si è potuta constatare una diminuzione dell'attrito tra i blocchi; la presenza della sabbia ha influenzato negativamente sulla resistenza del pannello ai carichi orizzontali, impedendo la formazione del meccanismo di rottura atteso, con conseguente diminuzione del carico massimo.

A titolo esemplificativo, al fine di evidenziare maggiormente il fenomeno appena descritto, in Figura 5.18 si riporta il grafico carico-spostamento relativo alla prova con sabbia. Si può chiaramente osservare come il cinematismo si sia maggiormente concentrato in corrispondenza del punto d'applicazione della spinta, dando luogo ad uno scorrimento eccessivo e concentrato degli elementi, mentre i punti più distanti da esso non hanno risentito della presenza del carico fuori piano. Tale situazione indica una non uniforme distribuzione del carico e della risposta meccanica del modello. Per tale motivo tutte le prove successive sono state eseguite considerando i giunti a secco.



**Fig. 5.17:** Pannello murario realizzato con interposizione di sabbia fine nei letti orizzontali. **-a:** Particolare dei giunti orizzontali; **-b:** Scorrimento dei blocchi per perdita di attrito.



**Fig. 5.18:** Curve carico-spostamento relative alla serie A-N 13 – prova con sabbia.

Le successive prove della presente sottoserie sono state eseguite applicando 8 comparatori centesimali per la lettura degli spostamenti (Fig. 5.19). In Figura 5.20 si riporta il grafico carico-spostamenti ottenuto diagrammando i risultati sperimentali relativi ad uno dei pannelli testati, per il quale il carico orizzontale massimo raggiunto è stato di circa 800 N (a parità di carico verticale pari a 13 kN).

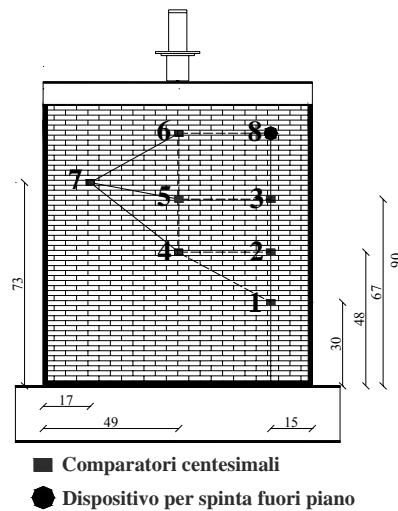


Fig. 5.19: Posizione degli 8 comparatori centesimali.

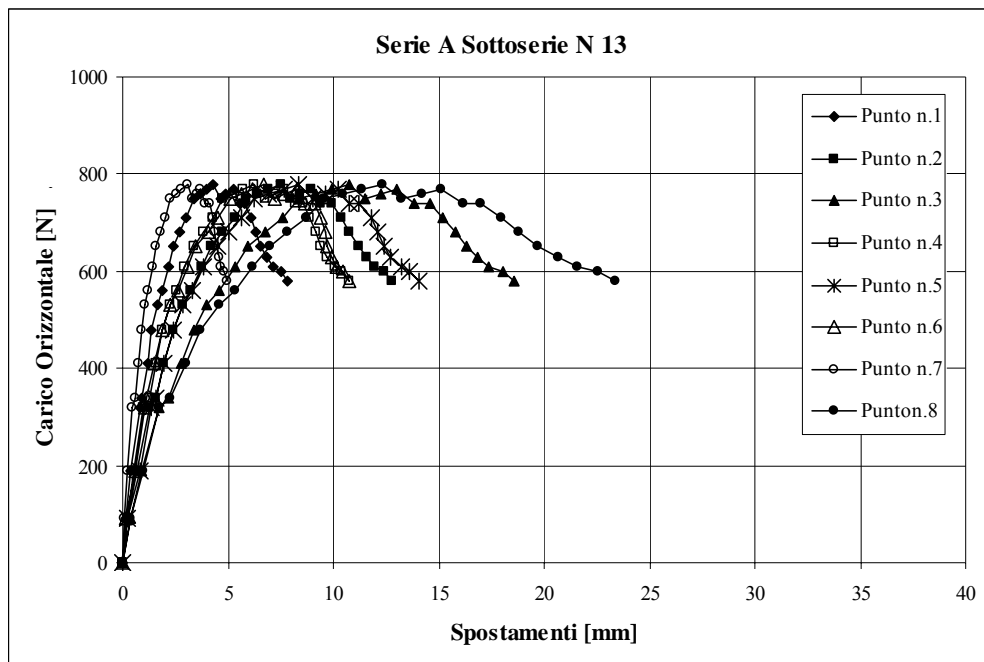


Fig. 5.20: Curve carico-spostamento relative alla serie A-N 13 (8 comparatori).

#### 5.6.1.2. Serie A – sottoserie N 10

Per questa sottoserie sono stati sottoposti a prova tre diversi pannelli. È stato applicato un carico verticale di compressione sulla superficie superiore del pannello con risultante pari a 10 kN (sottoserie N 10), mantenendolo costante durante la prova. Quindi, è stata conferita la spinta fuori piano concentrata di entità crescente. Il pannello è stato monitorato applicando 9 comparatori centesimali sulla superficie frontale dello stesso (Fig. 5.21) e registrando le letture degli spostamenti orizzontali.

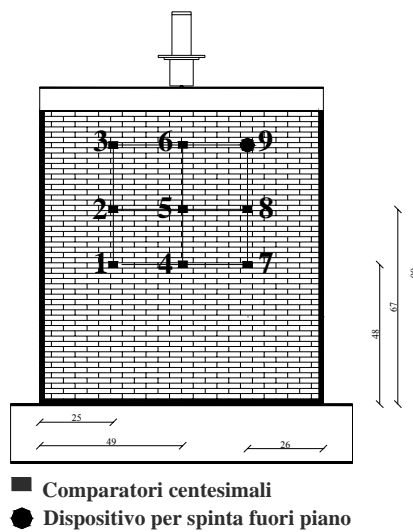


Fig. 5.21: Posizione dei 9 comparatori centesimali.

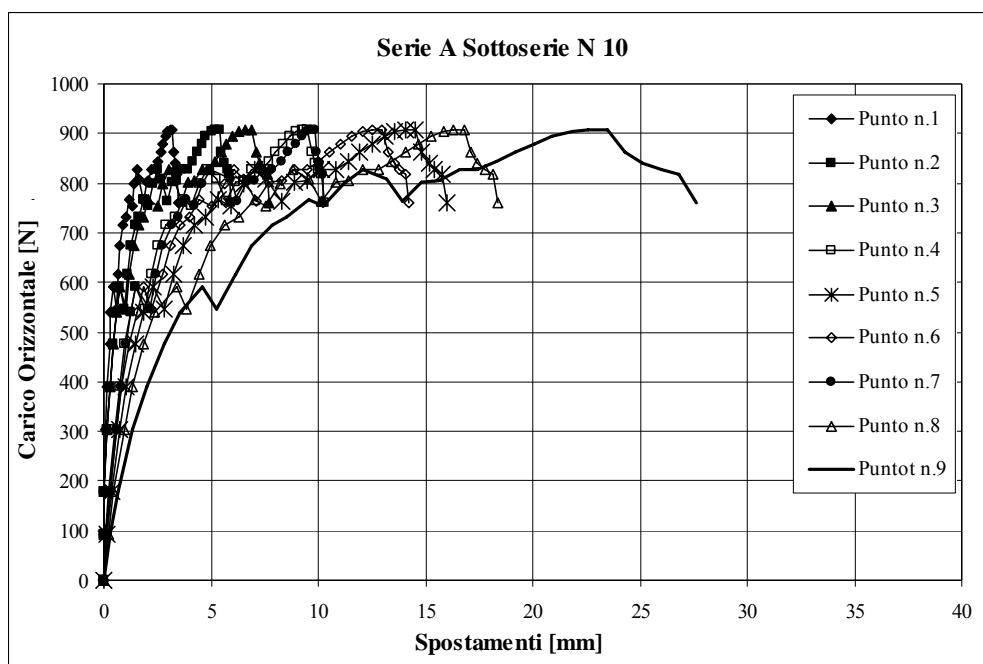


Fig. 5.22: Curve carico-spostamento relative alla serie A-N 10 (9 comparatori).

I risultati ottenuti, per uno dei pannelli testati, sono riportati in Figura 5.22, e mostrano il valore del carico fuori piano massimo raggiunto pari a circa 900 N. Anche in questo caso, è possibile osservare lo spostamento maggiore subito dal comparatore posizionato in corrispondenza del punto di applicazione della spinta orizzontale, individuato dal Punto 9 delle Figure 5.21 e 5.22.

### 5.6.1.3. Serie A – sottoserie N 7

Nella sottoserie N 7 sono stati sottoposti a prova tre diversi pannelli. Il carico verticale di compressione è stato pari 7 kN, costante durante la prova. È stata poi conferita la spinta fuori piano concentrata di entità crescente fino al collasso del pannello murario. Il pannello è stato monitorato applicando 9 comparatori centesimali sulla superficie frontale dello stesso (Fig. 5.21). I risultati ottenuti, per uno dei pannelli testati, sono riportati in Figura 5.23: il carico fuori piano massimo raggiunto è stato pari a circa 700 N.

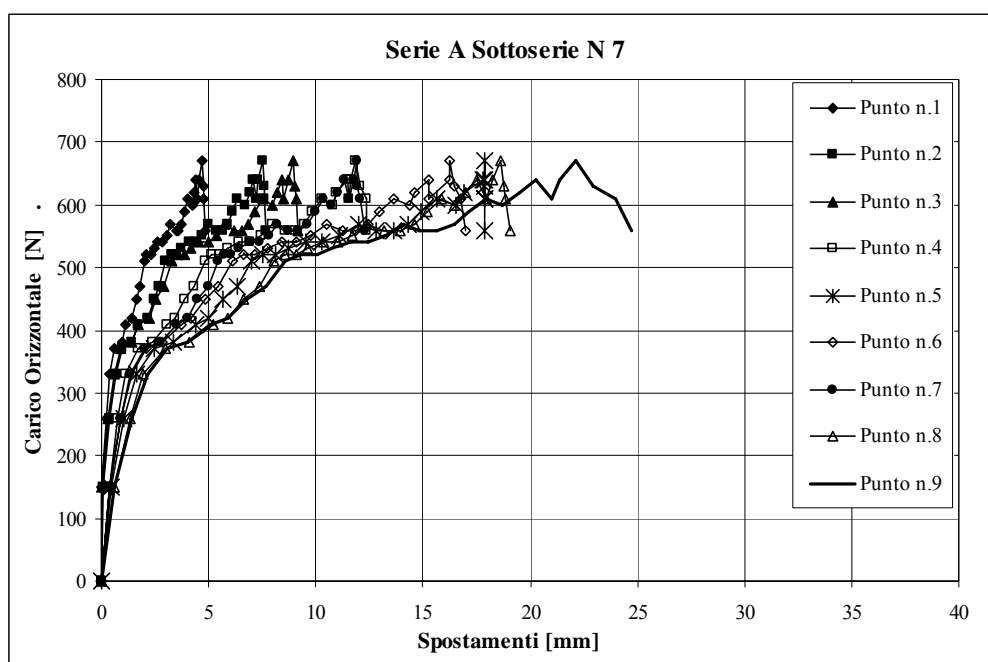


Fig. 5.23: Curve carico-spostamento relative alla serie A-N 7 (9 comparatori).

Confrontando le Figure 5.22 e 5.23 (Sottoserie N10 ed N7 rispettivamente) con le Figure 5.16 e 5.20 (Sottoserie N13) è possibile osservare il diverso comportamento dei modelli murari quando assoggettati ad un carico verticale di minore entità.

Innanzitutto, dalle curve sperimentali si nota come il comportamento meccanico non sia puramente elasto-plastico. I “salti” presenti nelle curve sperimentali indicano il verificarsi di fenomeni di scorrimento tra i mattoni e, quindi, la riduzione di resistenza dei pannelli stessi, come osservato anche in (Oliveira, 2000) nell’ambito di una sperimentazione su pareti murarie a secco soggette a carichi taglianti nel piano (per maggiori dettagli si rimanda al § 2.3.2), durante la quale ad un primo tratto lineare del diagramma carico-spostamento, sono seguiti un tratto a pendenza minore, con graduale

riduzione della rigidità, e tratti irregolari dovuti a scorrimento relativo tra i blocchi. In ogni caso, sono stati ottenuti ampi tratti post-picco come del resto osservato nella presente sperimentazione.

Si evince, pertanto, soprattutto per la presente Serie A nella quale i pannelli risultano poco vincolati e con più possibilità di raggiungere il collasso per bassi valori della spinta fuori piano, la forte influenza dei carichi di compressione sulla valutazione della capacità portante delle strutture murarie.

Mentre la Sottoserie A – N13, condotta con un valore elevato del carico di compressione verticale, mostra un comportamento regolare ed omogeneo fino al raggiungimento del meccanismo di collasso, le successive due sottoserie hanno un comportamento “anomalo”. Al termine del tratto lineare, che può assimilarsi ad un comportamento elastico, è evidente un tratto quasi orizzontale, seguito da un tratto a pendenza minore del precedente, e da tratti irregolari fino al collasso. In sostanza, già in corrispondenza del punto finale del tratto elastico delle curve sperimentali, si sono manifestati fenomeni di scorrimento tra gli elementi in più punti del modello murario, come mostrato nelle successive immagini.

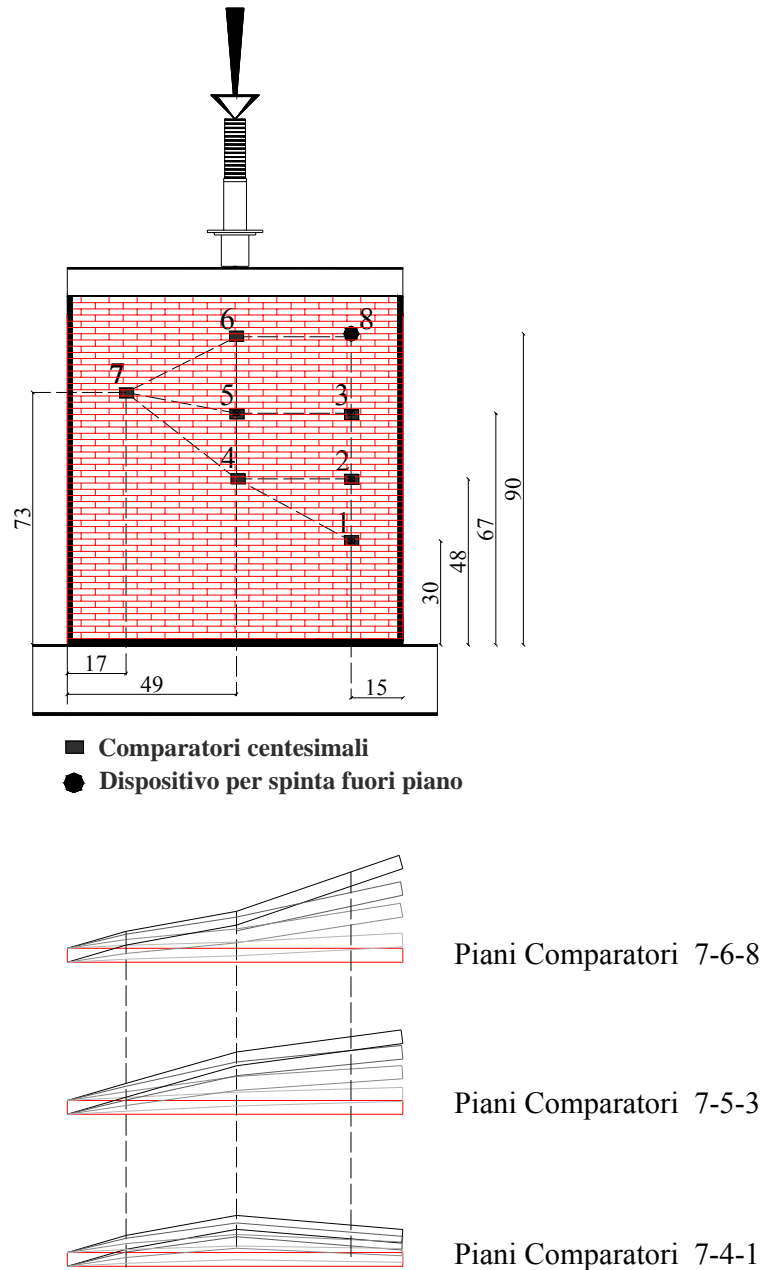
Inoltre, la mancanza di malta tra i giunti ed il diretto contatto tra gli elementi costituenti non permettono una uniforme distribuzione del carico sull'intera struttura muraria. Proprio un elevato valore del carico di compressione assicura una maggiore interazione tra gli elementi, consentendo la trasmissione degli sforzi a più punti del modello ed il raggiungimento del meccanismo di collasso atteso.

#### 5.6.1.4. Serie A : cinematisimo di collasso

Il meccanismo di collasso tipico di questa serie di pannelli ha coinvolto una superficie di forma triangolare, che ha subito una rotazione intorno ad una cerniera cilindrica disposta lungo la diagonale del modello, impostata in prossimità del lato non vincolato. In particolare, la porzione triangolare del pannello che ha subito movimenti corrisponde alla parte superiore non vincolata. La parte inferiore del pannello, invece, non ha risentito della spinta fuori piano a causa delle condizioni di vincolo laterali.

In Figura 5.24 è mostrata una rappresentazione bidimensionale del cinematisimo di collasso, nella quale sono riportati, relativamente ad una delle prove eseguite per la serie in esame, gli spostamenti subiti da più punti del pannello, in diversi istanti di tempo,

visti sia in pianta che in sezione. Per tale rappresentazione sono stati presi in considerazione i piani individuati dall'unione dei punti rilevati mediante gli strumenti di misura.



**Fig. 5.24:** Cinematismo di collasso nei piani dei comparatori centesimali: serie A.

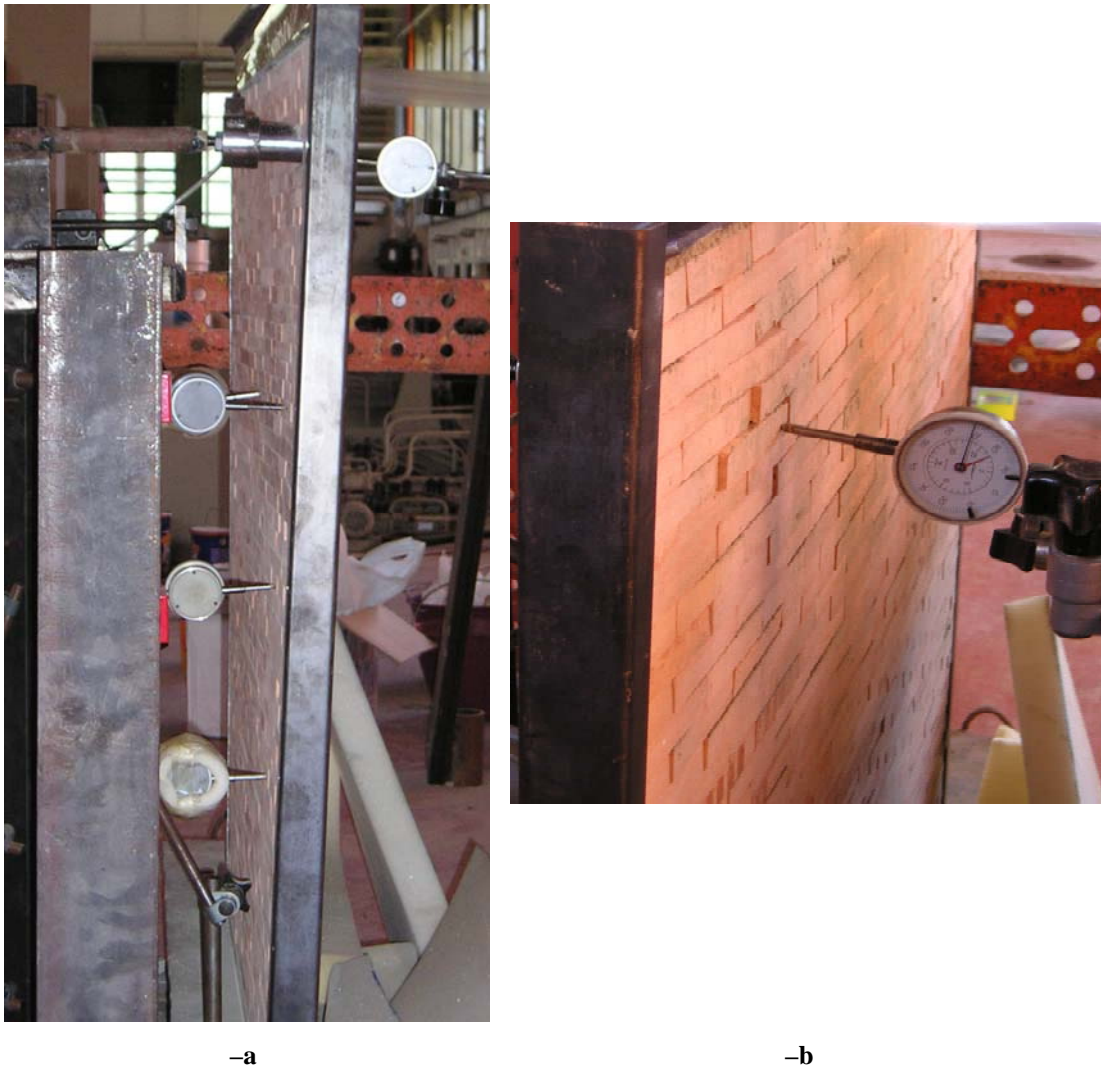
Le Figure 5.25 e 5.26 riportano invece la documentazione fotografica rilevata durante la sperimentazione per la Serie A.



**Fig. 5.25. -a-b:** Cinematismo di collasso serie A: vista laterale della deformata.

Dalla documentazione fotografica risulta evidente la deformata subita dal pannello, con spostamento verso l'esterno della porzione di muro non vincolata. Inoltre è chiaramente visibile (Fig. 5.26-b) il meccanismo di scorrimento che si instaura tra i blocchi di laterizio: ciò sta ad indicare la presenza di tensioni tangenziali che si sviluppano all'interfaccia blocco-blocco, tipiche nel caso di sollecitazione fuori dal piano, nonché il comportamento meccanico del modello in esame basato sulla legge d'attrito del materiale.



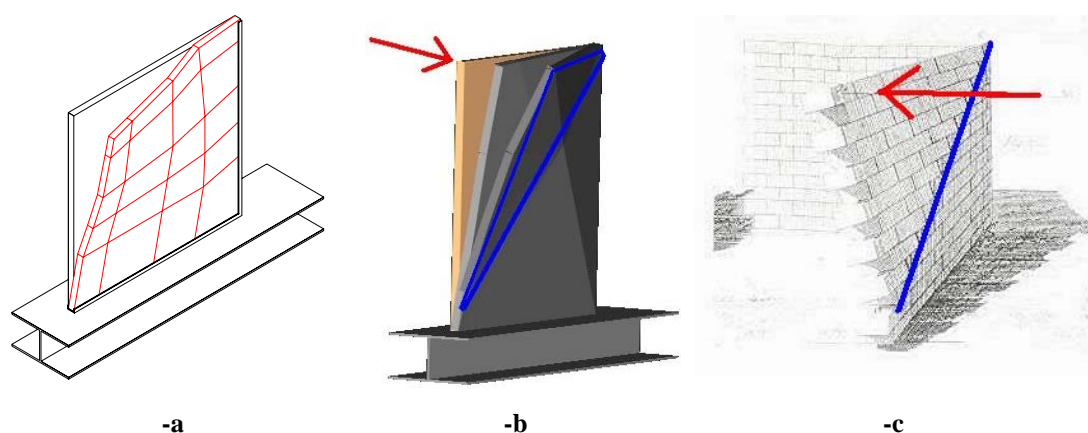


**Fig. 5.26:** Cinematismo di collasso serie A. **-a:** Vista laterale della deformata; **-b:** Particolare del comparatore dietro il dispositivo di spinta fuori piano.

Nelle figure seguenti (Fig. 5.27) è mostrata una rappresentazione tridimensionale del cinematismo ottenuto, ed un confronto qualitativo del cinematismo sperimentale con il secondo meccanismo di collasso individuato da J.B. Rondelet.

Come si può osservare dalle rappresentazioni 3D, il meccanismo di collasso sperimentale è del tutto analogo al secondo meccanismo individuato da Rondelet, che, si ricorda, prende in considerazione pareti murarie costituite da blocchi sovrapposti senza legante con l'intento di evidenziare l'azione di vincolo esercitata dai muri trasversali.

Nel secondo dei meccanismi esaminati, egli considera la presenza di muri trasversali su uno dei lati, che comporta il collasso parziale della parete, con ribaltamento intorno ad una cerniera cilindrica inclinata, la cui posizione dipende anche dal rapporto tra le dimensioni degli elementi e quelle della parete stessa.



**Fig. 5.27:** Meccanismo di collasso sperimentale relativo alla serie A. **-a:** Rappresentazione tridimensionale; **-b-c:** Confronto con il secondo meccanismo di Rondelet.

### 5.6.2. Serie B

La Serie B fa riferimento ai pannelli vincolati su tre lati al telaio di prova ed aventi la sola superficie superiore libera di traslare e ruotare. Anche per questa serie, la spinta fuori piano è stata conferita in corrispondenza di uno spigolo dei pannelli. Sono stati considerati tre diversi valori del carico verticale, divisi in sottoserie.

#### 5.6.2.1. Serie B – sottoserie N 13

Per questa serie sono stati sottoposti a prova tre diversi pannelli. È stato applicato un carico verticale di compressione sulla superficie superiore del pannello con risultante pari a 13 kN (sottoserie N 13), distribuendolo uniformemente mediante la trave rigida di acciaio, e mantenendolo costante durante la prova. Quindi, è stata conferita la spinta fuori piano concentrata di entità crescente, seguendo la medesima procedura di prova descritta per le serie precedenti. Il pannello è stato monitorato applicando 8 comparatori centesimali sulla superficie frontale dello stesso (Fig. 5.28), registrando gli spostamenti orizzontali.

Si riportano i risultati sperimentali relativi ad uno solo dei pannelli testati, per il quale il valore del carico fuori piano massimo raggiunto è stato pari a circa 1200 N (Fig. 5.29).

Il comparatore numero 8 (Figg. 5.28 e 5.29), posizionato sul retro del pannello in corrispondenza del punto di applicazione della spinta orizzontale, ha registrato gli spostamenti maggiori.

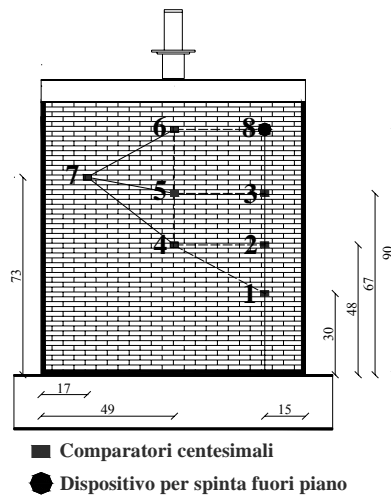


Fig. 5.28: Posizione degli 8 comparatori centesimali.

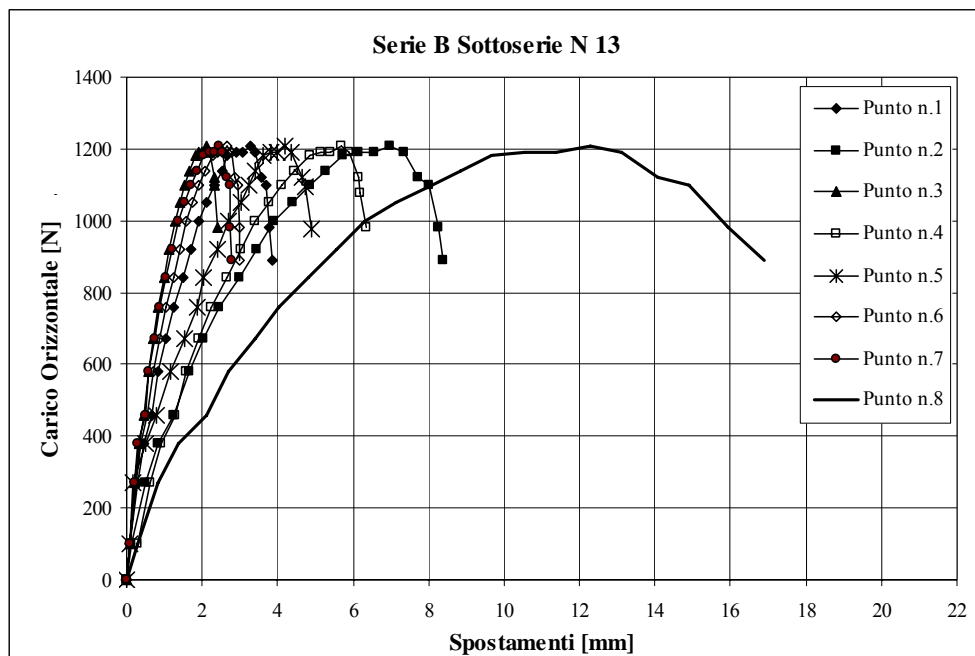


Fig. 5.29: Curve carico-spostamento relative alla serie B-N 13.

#### 5.6.2.2. Serie B – sottoserie N 10

Per questa sottoserie sono stati sottoposti a prova tre pannelli murari, applicando un carico verticale di compressione pari a 10 kN, costante durante la prova, e successivamente la spinta fuori piano concentrata in uno spigolo. Il pannello è stato monitorato utilizzando 9 comparatori centesimali (Fig. 5.30).

In Figura 5.31 sono riportati i risultati ottenuti relativi ad uno dei tre pannelli. Il carico fuori piano massimo raggiunto è pari a circa 1100 N.

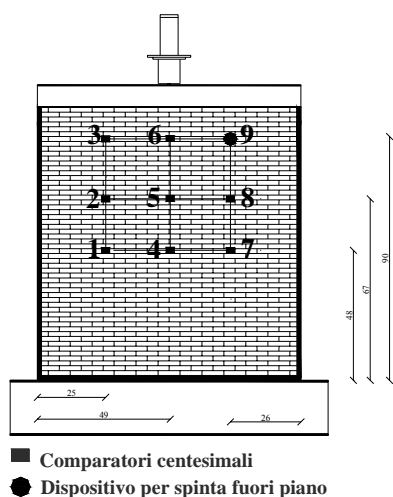


Fig. 5.30: Posizione dei 9 comparatori centesimali.

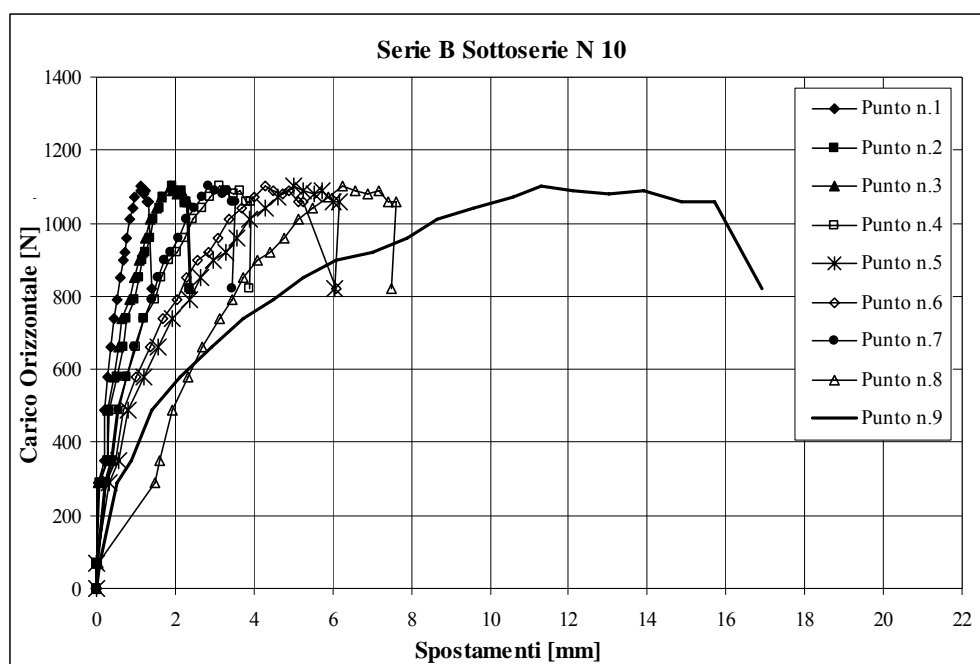


Fig. 5.31: Curve carico-spostamento relative alla serie B-N 10.

### 5.6.2.3. Serie B – sottoserie N 7

Anche nella sottoserie N 7 sono stati sottoposti a prova tre pannelli, applicando dapprima il carico verticale di compressione di 7 kN, poi la spinta fuori piano concentrata di entità crescente fino al collasso del pannello murario, e registrando gli spostamenti di 9 comparatori centesimali (Fig. 5.30). I risultati ottenuti, riportati in Figura 5.32, mostrano il valore del carico fuori piano massimo raggiunto pari a circa 700 N.

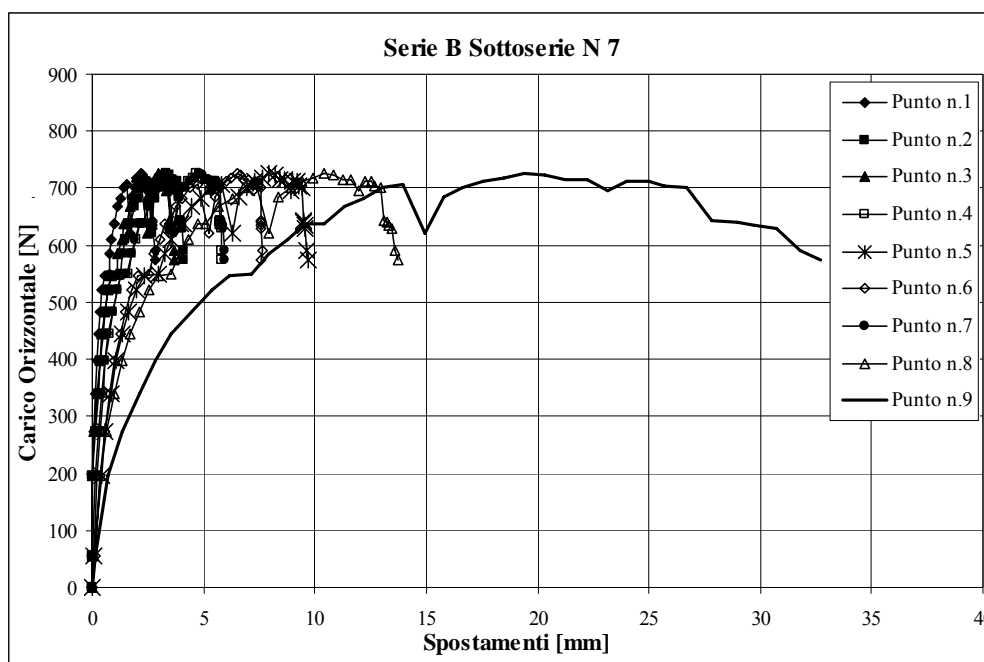


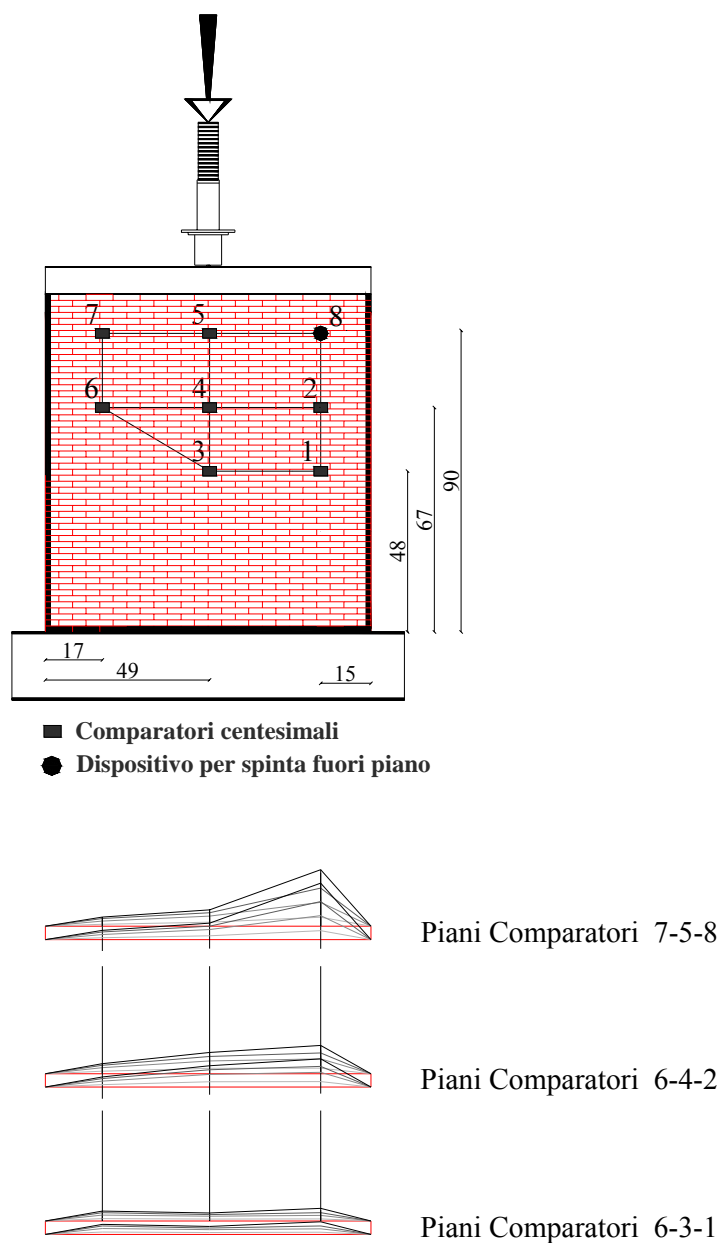
Fig. 5.32: Curve carico-spostamento relative alla serie B-N 7.

#### 5.6.2.4. Serie B : cinematismo di collasso

Il meccanismo di collasso della seconda serie di pannelli ha interessato un'area prossima al punto di applicazione della spinta orizzontale, probabilmente a causa della differente condizione di vincolo rispetto al caso precedente. In particolare, si sono formate due cerniere cilindriche inclinate e la superficie coinvolta nel cinematismo è stata di forma pressoché simmetrica rispetto alla posizione della forza fuori piano, come mostrato nella rappresentazione bidimensionale di Figura 5.33.

Le Figure 5.34 e 5.35 riportano la documentazione fotografica rilevata durante la sperimentazione per la Serie B, dalla quale risultano evidenti sia la deformata subita dal pannello, con formazione di una superficie di rottura concentrata laddove è applicata la spinta, sia lo scorrimento tra gli elementi (Fig. 5.35).

Dalle immagini e dalle evidenze sperimentali, è stato inoltre osservato che la superficie di rottura non è in realtà costituita da due aree triangolari, come asserito in passato. Nei collassi di primo modo, in presenza di connessioni efficaci sui due lati, il tipo di rottura che più probabilmente si verifica è quello appena descritto, definito "a flessione", e coinvolge una porzione di parete di forma parabolica il cui profilo dipende dall'interasse tra i lati vincolati (vedi Capitolo 3).



**Fig. 5.33:** Cinematismo di collasso nei piani dei comparatori centesimali: serie B.

In questo caso la formazione della parabola è stata di piccola entità, vista la particolare posizione del carico fuori piano, molto prossima ad uno dei due lati verticali vincolati. Ben diversa è stata la situazione per la serie di prove descritta nelle sezioni seguenti.



-a



-b

**Fig. 5.34. -a-b:** Cinematismo di collasso serie B: vista laterale della deformata.



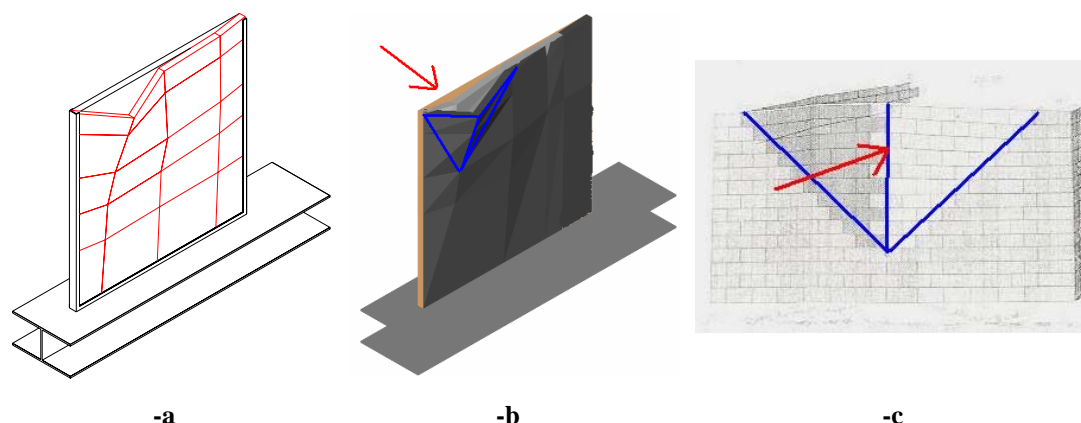
-a



-b

**Fig. 5.35. -a-b:** Particolari della superficie coinvolta nel cinematismo (serie B).

Tuttavia è stato comunque possibile effettuare un confronto qualitativo con i meccanismi di J.B. Rondelet, in particolare con il terzo, riportato in Figura 5.36. Si nota la similitudine tra il meccanismo sperimentale e quello teorico, ad eccezione della differente posizione delle cerniere cilindriche.



**Fig. 5.36:** Meccanismo di collasso sperimentale relativo alla serie B. -a: Rappresentazione tridimensionale; -b-c: Confronto con il terzo meccanismo di Rondelet.

L'osservazione delle curve carico-spostamento sperimentali permette lo studio del comportamento meccanico dei modelli murari appartenenti alle diverse serie di prove condotte. A differenza di quanto si è verificato durante le prove di tipo A, la differente condizione vincolare dei modelli di tipo B ha fatto sì che gli stessi presentassero una maggiore resistenza laterale. Anche in questo caso, però, come mostrato in Figura 5.32, per un basso valore del carico di compressione verticale si sono verificati maggiori scorrimenti tra gli elementi, evidenziati dal raggiungimento di uno spostamento ultimo maggiore per la sola sottoserie B-N7.

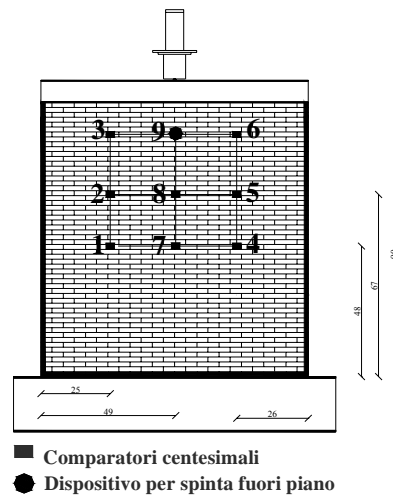
### 5.6.3. Serie C

Nella Serie C i pannelli sono stati ancora una volta vincolati su tre lati al telaio di prova, lasciando solo la superficie superiore libera di traslare e ruotare. In questo caso, però, la spinta fuori piano è stata conferita al centro dei pannelli. Sono stati considerati tre diversi valori del carico verticale, divisi nelle sottoserie seguenti. Tutti i pannelli



della presente serie di prove sono stati monitorati applicando 9 comparatori centesimali sulla loro superficie frontale (Fig. 5.37), registrandone gli spostamenti orizzontali.

Le curve carico-spostamento illustrate in seguito permettono, ancora una volta, di fare delle importanti considerazioni sul comportamento meccanico delle murature. A differenza della sottoserie N13 per la quale il valore del carico di compressione è stato fissato pari a 13 kN, le sottoserie successive, relative ad un valore del carico verticale pari rispettivamente a 10 kN e 7 kN, evidenziano un differente comportamento dei modelli murari, con la presenza di “salti” nei diagrammi che indicano lo scorrimento tra i blocchi.

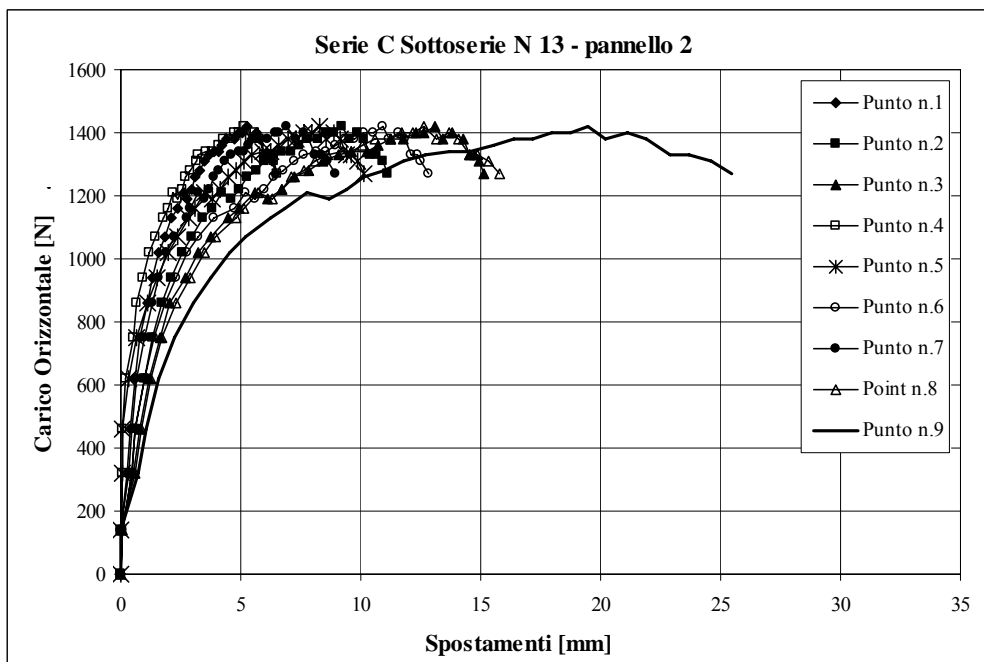
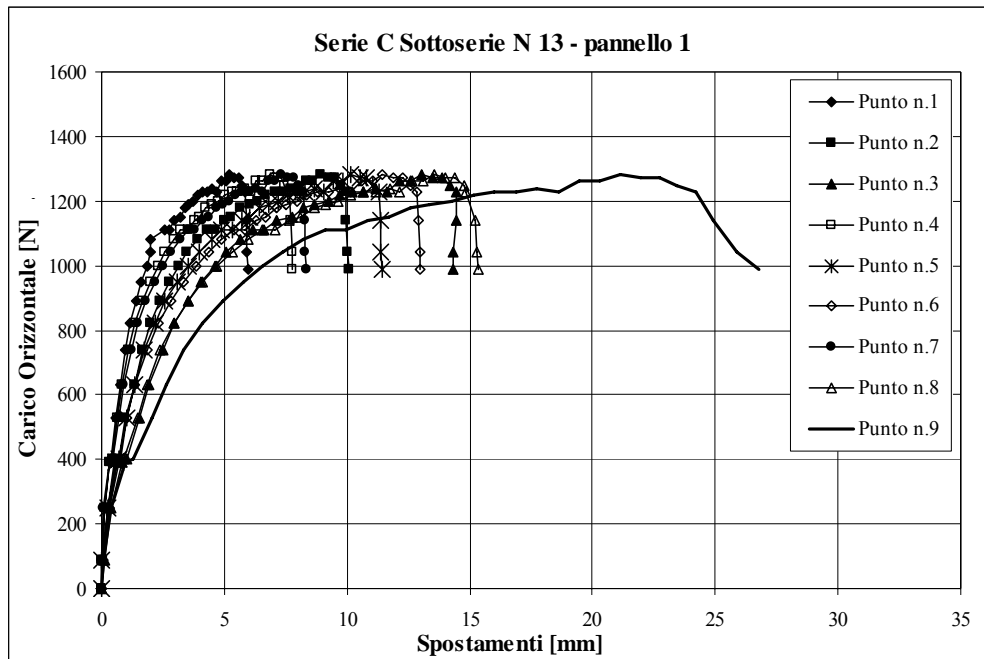


**Fig. 5.37:** Posizione dei 9 comparatori centesimali per la Serie C.

### 5.6.3.1. Serie C – sottoserie N 13

Nella sottoserie N 13 il carico verticale di compressione applicato sulla superficie superiore del pannello è stato pari a 13 kN. Di seguito si riportano i risultati sperimentali relativi a due dei pannelli testati, per i quali il valore del carico fuori piano massimo raggiunto è stato pari a circa 1200 N e 1400 N rispettivamente (Figg. 5.38-a-b).

Il comparatore numero 9 (Figg. 5.37 e 5.38), posizionato sul retro del pannello in corrispondenza del punto di applicazione della spinta orizzontale, ha registrato gli spostamenti maggiori.



**Fig. 5.38:** Curve carico-spostamento relative alla serie C-N 13: **-a:** Pannello 1; **-b:** Pannello 2.

### 5.6.3.2. Serie C – sottoserie N 10

Anche per questa sottoserie sono stati sottoposti a prova tre pannelli murari, applicando un carico verticale di compressione pari a 10 kN, costante durante la prova, e successivamente la spinta fuori piano concentrata al centro del modello. In Figura 5.39 sono riportati i risultati ottenuti relativi ad uno dei tre pannelli, per il quale il carico fuori piano massimo raggiunto è pari a circa 850 N.

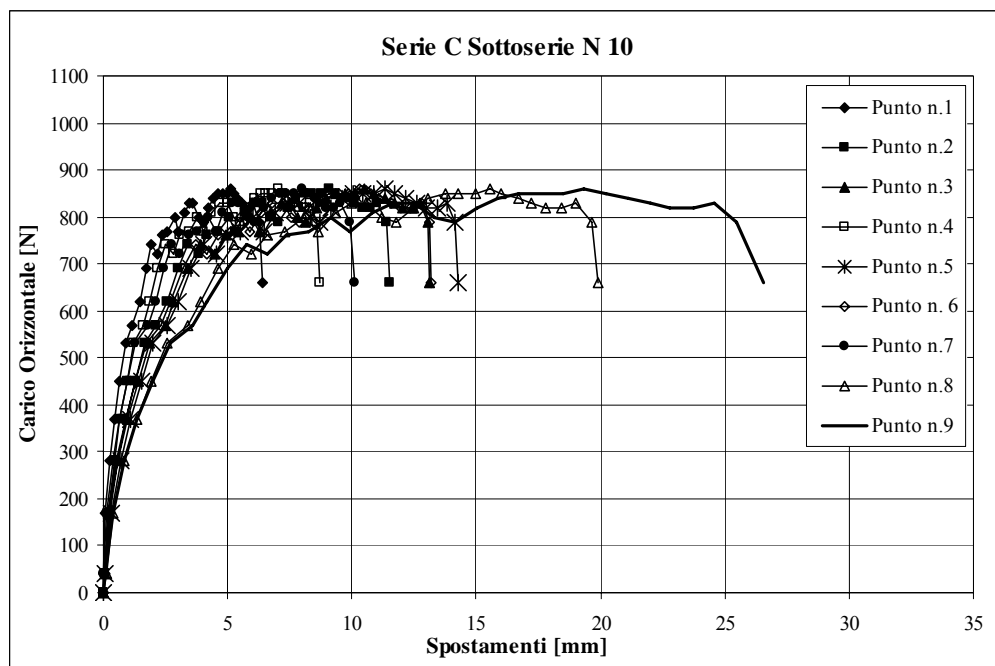


Fig. 5.39: Curve carico-spostamento relative alla serie C-N 10.

### 5.6.3.3. Serie C - sottoserie N 7

Nella presente sottoserie il carico verticale di compressione è stato pari a 7 kN. I risultati ottenuti, riportati in Figura 5.40, mostrano il valore del carico fuori piano massimo raggiunto pari a circa 800 N.

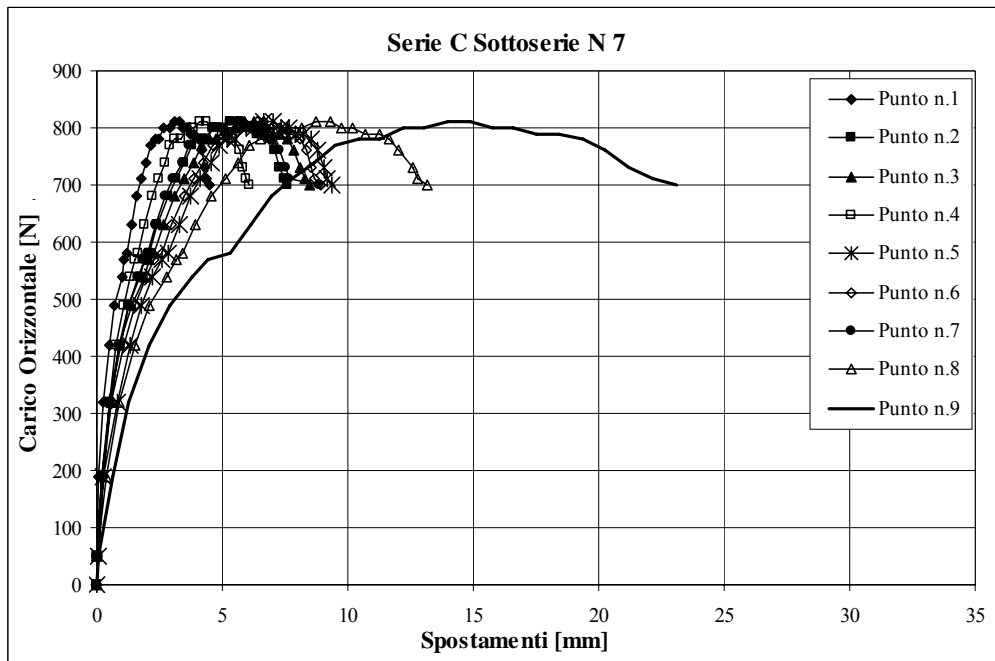
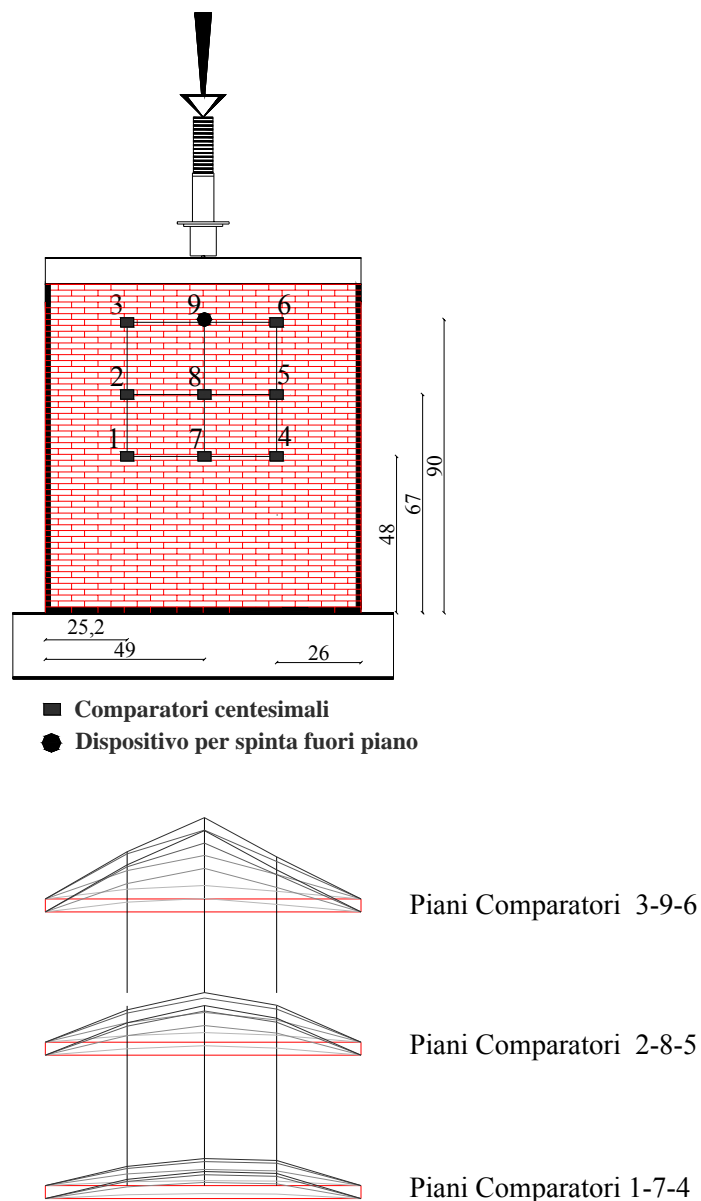


Fig. 5.40: Curve carico-spostamento relative alla serie C-N 7.

## 5.6.3.4. Serie C : cinematismo di collasso

Il meccanismo di collasso della Serie C di pannelli ha interessato un'area disposta simmetricamente rispetto al punto di applicazione della spinta orizzontale (Fig. 5.41). In particolare, si sono formate due cerniere cilindriche inclinate e la superficie coinvolta nel cinematismo è stata di forma pressoché parabolica, come mostrato nella documentazione fotografica di Figura 5.42. In questo caso la formazione della parabola è stata di maggiore entità, a causa della posizione centrale del carico fuori piano.



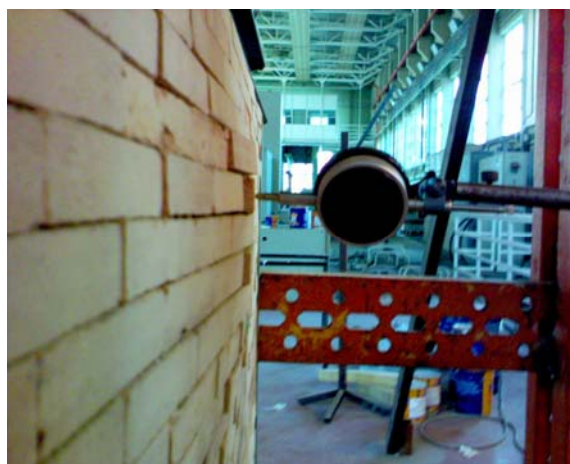
**Fig. 5.41:** Cinematismo di collasso nei piani dei comparatori centesimali: serie C.



-a



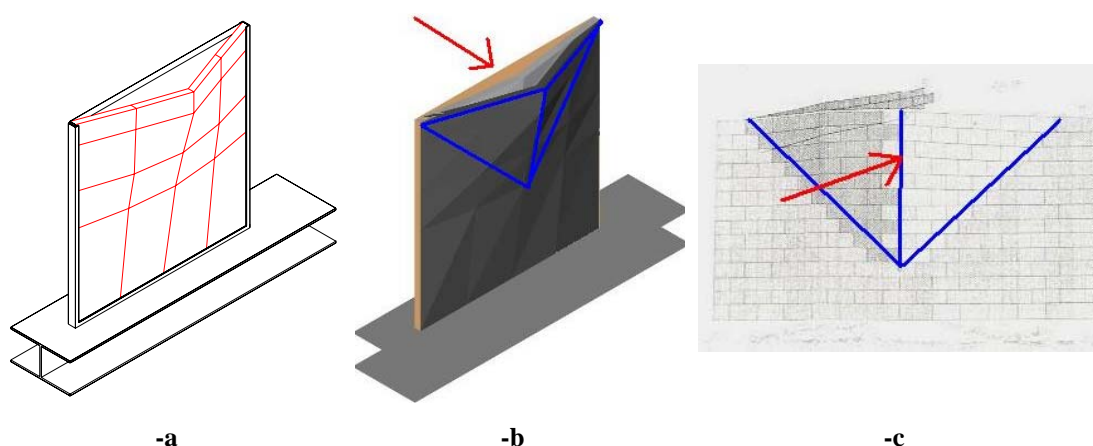
-b



-c

Fig. 5.42. -a-b-c: Cinematismo di collasso serie C: vista laterale della deformata e particolari.

È stato infine effettuato un confronto qualitativo con il terzo meccanismo di J.B. Rondelet, riportato in Figura 5.43.



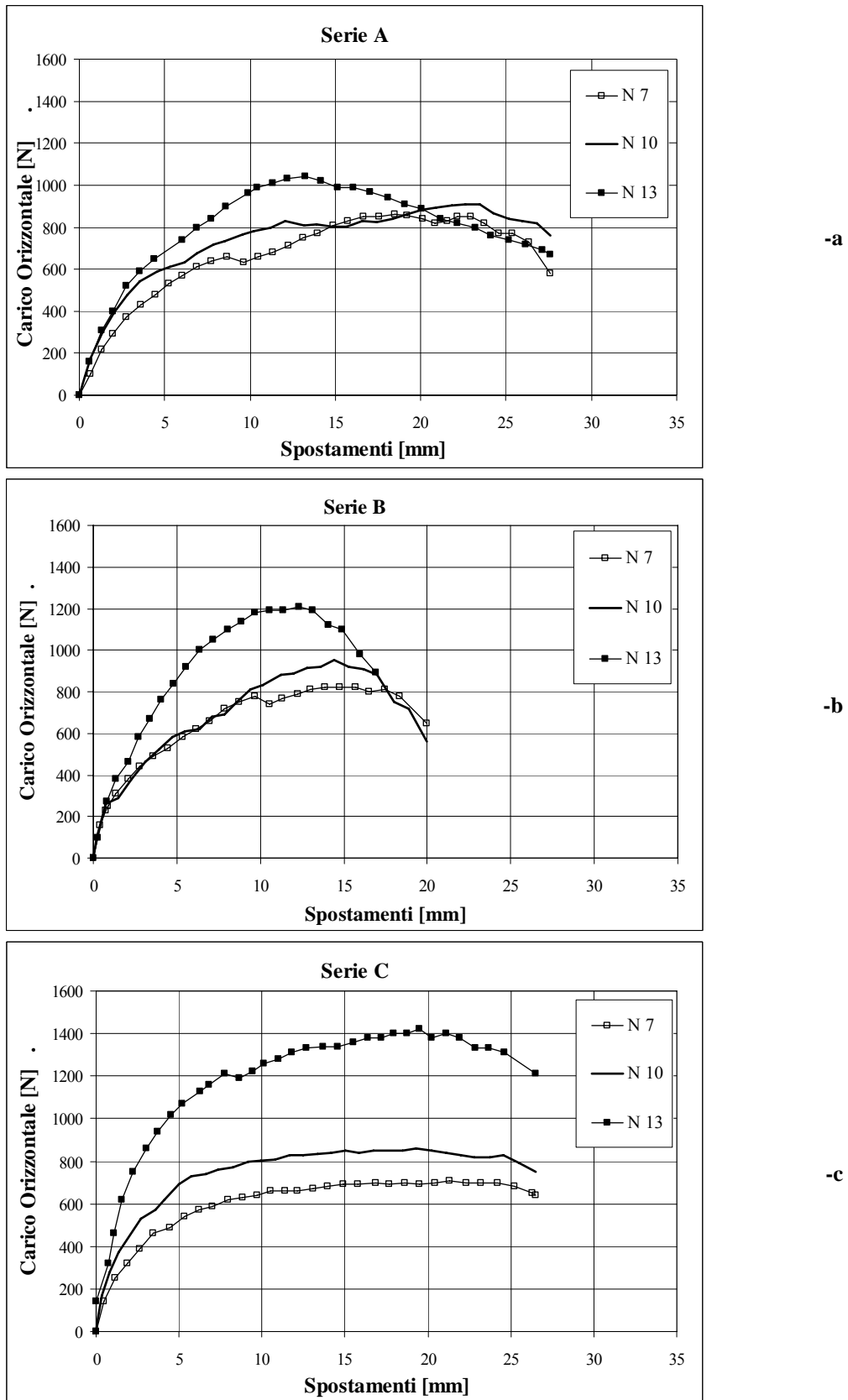
**Fig. 5.43:** Meccanismo di collasso sperimentale relativo alla serie C: **-a:** rappresentazione tridimensionale; **-b-c:** confronto con il terzo meccanismo di Rondelet.

Il carico di collasso fuori dal piano raggiunto durante la Serie C di prove, nonostante la medesima condizione vincolare considerata per la Serie B, è stato maggiore. Ciò è imputabile alla diversa posizione della spinta fuori dal piano che ha modificato il meccanismo di collasso finale. Infatti, mentre per la Serie B quest'ultimo è concentrato in un'area ristretta e, pertanto, coinvolge un numero limitato di elementi nello scorrimento, nella Serie C la superficie deformata formatasi al termine della prova è stata di entità maggiore, indicando, quindi, una maggiore dissipazione plastica, ovvero una maggiore resistenza d'attrito da dover superare affinché la struttura collassi.

#### 5.6.4. Influenza dei carichi verticali sul carico di collasso fuori dal piano

Come illustrato nelle sezioni precedenti, le prove sperimentali sono state condotte variando non solo la condizione di vincolo laterale del pannello e la posizione della spinta fuori dal piano, ma anche il valore del carico verticale di compressione.

In questa sezione sono riportati i grafici di confronto tra le curve carico-spostamento relative al solo comparatore meccanico posizionato in corrispondenza del punto di spinta fuori piano, per i tre diversi livelli di carico verticale (Fig. 5.44). Come più volte asserito nelle precedenti sezioni, dall'analisi delle curve sperimentali è chiaramente visibile il contributo del carico di compressione sulla resistenza laterale del modello murario: all'aumentare di esso, infatti, aumenta il valore della spinta fuori piano che conduce la struttura al collasso.

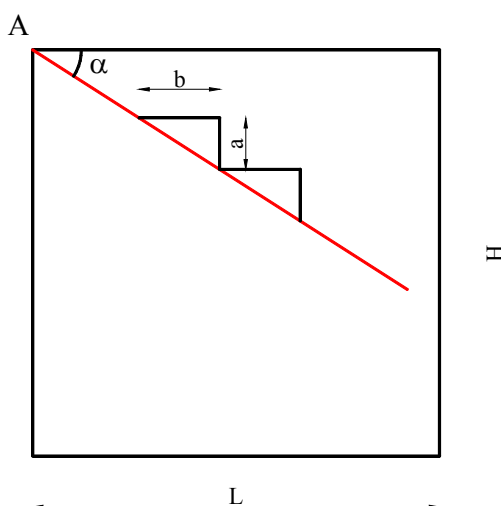


**Fig. 5.44:** Curve carico-spostamento relative al comparatore posizionato in corrispondenza del dispositivo di spinta fuori piano -**a**: Serie A; -**b**: Serie B; -**c**: Serie C.



Inoltre, è ancora evidente l'influenza dei vincoli laterali sul comportamento meccanico della muratura. L'andamento delle curve carico-spostamento relative alla Serie A (Fig. 5.44-a) non è infatti regolare come per le serie successive. Per bassi valori del carico verticale, in mancanza di vincoli sufficienti a garantire la stabilità del modello, lo spostamento fuori piano del pannello è eccessivo.

L'influenza dei carichi verticali sul carico di collasso fuori dal piano è stata studiata anche considerando un'analisi cinematica semplice, qui riportata per il solo caso del pannello vincolato su due lati. In base alle indicazioni di Figura 5.45, adottando l'ipotesi di materiale non resistente a trazione, è stata ipotizzata la posizione della linea di frattura (cerniera cilindrica) passante per il punto A ed avente l'inclinazione individuata dalle dimensioni degli elementi costituenti il modello murario (come suggerito anche in Rondelet, 1802 ed in Giuffrè, 1993).



**Fig. 5.45:** Applicazione dell'analisi cinematica.

Indicando con  $N$  il carico di compressione verticale, con  $F$  la spinta orizzontale fuori piano e con  $t$  lo spessore del pannello, considerando l'equilibrio a rotazione rispetto alla cerniera cilindrica e trascurando il contributo del peso proprio influente nel caso in esame, si ha:

$$M_s = N \cdot \cos(\alpha) \cdot \frac{t}{2} \quad \text{momento stabilizzante} \quad (5.19)$$

$$M_r = F \cdot L \cdot \sin(\alpha) \quad \text{momento ribaltante} \quad (5.20)$$

con  $\alpha$  pari a:

$$\alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{a}{b}\right) \quad (5.21)$$

Uguagliando la (5.19) con la (5.20), è possibile ricavare il valore di F al collasso, riportato in Tabella 5.IV in funzione del carico verticale N.

**Tabella 5.IV:** Analisi cinematica

<b>Carico Verticale</b> <b>[N]</b>	<b>Spinta Fuori Piano</b> <b>[N]</b>
13000	1170
10000	900
7000	630

I risultati della Tabella 5.IV sono in buon accordo con quelli sperimentali rappresentati in Figura 5.44-a, relativi alla Serie A di prove, indicando la validità delle semplici ipotesi formulate per la previsione analitica del carico di collasso.

# Capitolo 6

## Simulazioni numeriche e confronto con i risultati sperimentali

### 6.1. Introduzione

Nei capitoli 4 e 5 precedenti sono stati dettagliatamente descritti i modelli teorici utilizzati e le prove sperimentali eseguite per lo studio delle pareti murarie caricate fuori dal piano. In particolare, per le applicazioni numeriche si è fatto riferimento ad un semplice modello micromeccanico equilibrato e staticamente ammissibile (si veda Milani et al., 2006c), basato sull'applicazione combinata dei teoremi dell'analisi limite con le tecniche di omogeneizzazione, e ad un modello eterogeneo (Milani et al., 2006d), che utilizza un approccio micromeccanico anch'esso associato ai concetti di analisi limite per lo studio della muratura, recentemente presentati nella letteratura tecnica. In questa sezione si riporta una descrizione dei parametri caratteristici alla base delle simulazioni numeriche (legami costitutivi dei materiali, discretizzazione utilizzata, ecc.), nonché un confronto tra i risultati da queste derivanti e quelli ottenuti dalle prove sperimentali. Il buon accordo tra i risultati numerici e sperimentali mostra l'affidabilità delle procedure numeriche proposte.

## 6.2. Simulazioni numeriche: applicazione di un semplice modello micromeccanico equilibrato e staticamente ammissibile

L'approccio proposto in (Milani et al., 2006c), illustrato in § 4.4, consiste in un semplice modello micromeccanico equilibrato e staticamente ammissibile per la valutazione dei domini di rottura omogeneizzati per la muratura, caricata sia nel piano che fuori dal piano, che si basa appunto sulla teoria dell'omogeneizzazione combinata con l'analisi limite. Il modello ha lo scopo di sostituire il materiale eterogeneo con uno omogeneo attraverso un semplice modello omogeneizzato equilibrato. Con le ipotesi di partenza di perfetta plasticità e legge di flusso associata per i materiali costituenti, e applicando il teorema statico dell'analisi limite (*lower bound theorem*), viene ottenuto il dominio macroscopico  $S^{\text{hom}}$  di rottura fuori-piano per il materiale omogeneizzato, imponendo un campo di tensione microscopico equilibrato sulla cella, in presenza dell'effetto combinato di azioni membranali e flessionali, e risolvendo il problema di ottimizzazione (4.33) riportato in § 4.4.

Nel modello, la cella elementare viene suddivisa in layers lungo lo spessore. Per ogni layer vengono assunti campi di tensione equilibrati, assegnando a priori espressioni polinomiali alle componenti del tensore delle tensioni in un numero finito di sotto-domini, imponendo il rispetto dell'equilibrio all'interno dei sotto-domini e della continuità del vettore tensione sulle interfacce, nonché delle condizioni di periodicità al contorno e dell'ammissibilità per i materiali costituenti.

Infine, viene implementata una linearizzazione, con  $n$  piani, delle superfici di rottura fuori piano in un codice di analisi limite agli elementi finiti, seguendo le formulazioni del teorema statico e cinematico dell'analisi limite.

Nelle simulazioni numeriche qui riportate, i mattoni sono supposti infinitamente resistenti, mentre le interfacce dei giunti a secco tra due mattoni adiacenti obbediscono al classico criterio di Mohr-Coulomb con angolo di attrito pari a  $30^\circ$  e coesione tendente a zero (in accordo con i risultati sperimentali delle prove di caratterizzazione meccanica, § 5.5). È stato, inoltre, introdotto un limite alla resistenza a compressione del materiale (*compressive vertical cut off*) con  $f_c = 20 \text{ N/mm}^2$ , assicurando in tal modo che il collasso non si verifichi per il superamento della tensione di compressione.

Nelle sezioni seguenti sono riportati i valori del carico di collasso calcolati mediante l'approccio statico (*lower bound*) e cinematico (*upper bound*) per le tre serie di prove

sperimentali condotte, le mesh utilizzate per la discretizzazione dei muretti testati, la distribuzione dei momenti principali al collasso calcolata mediante l'approccio statico ed infine i meccanismi di collasso con le rispettive linee di frattura derivanti dall'applicazione del teorema cinematico dell'analisi limite.

Come evidenziato nelle figure seguenti, i risultati numerici sono in buon accordo con quelli sperimentali. In particolare, i limiti inferiore e superiore del carico di collasso racchiudono tutte le curve carico-spostamento sperimentali per le diverse tipologie di prova, tranne che per la prima serie, dimostrando che il modello adottato è utile per ottenere previsioni affidabili ed accurate del carico di collasso. Le deformate e le linee di frattura evidenziano invece la similitudine tra il meccanismo di collasso numerico e quello sperimentale.

### 6.2.1. Serie A

Per i pannelli della Serie A sono stati ricavati i valori del carico di collasso riportati in Tabella 6.I, ottenuti sia attraverso l'applicazione dell'approccio statico (*Lower Bound* - L.B.) che cinematico (*Upper Bound* - U.B.).

**Tabella 6.I:** Carico di collasso numerico – Serie A

<b>Approccio Numerico</b>	<b>Serie A – N 13</b>	<b>Serie A – N 10</b>	<b>Serie A – N 7</b>
Lower Bound [N]	480	442	394
Upper Bound [N]	799	693	551

La Figura 6.1 riporta i grafici delle curve carico-spostamento sperimentali (relativi ad un solo pannello per ogni tipologia di prova) e l'indicazione dell'Upper Bound e del Lower Bound numerici.

Come si può notare dai diagrammi, solo le curve relative alla Serie A-N13 rientrano interamente all'interno dei limiti calcolati col modello proposto, mentre quelle corrispondenti ad un basso valore del carico di compressione verticale (Serie A-N10 ed A-N7) evidenziano un comportamento "anomalo" del modello murario.

Si ricorda che i pannelli appartenenti alla Serie A presentavano due soli lati vincolati, quello inferiore ed uno dei lati verticali, ed erano soggetti ad una spinta eccentrica. La particolare configurazione del pannello fa sì che esso risulti sostanzialmente poco vin-

colato e con più possibilità di raggiungere il collasso per bassi valori della spinta fuori piano.

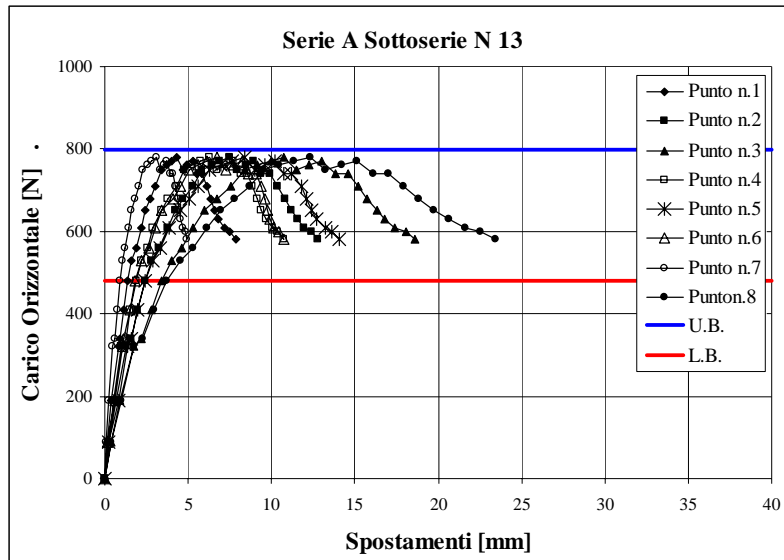
Per bassi valori del carico verticale applicato, quindi, il modello numerico non riesce a riprodurre pienamente il reale comportamento del modello murario, che, dalle evidenze sperimentali, risulta essere non puramente elasto-plastico. Infatti, dall'osservazione delle curve sperimentali (Fig. 6.1-b e -c), si nota un primo tratto lineare, seguito da un tratto quasi orizzontale e da un ulteriore aumento della pendenza della curva. Infine, nella zona corrispondente ad un aumento degli spostamenti per valori quasi costanti del carico orizzontale, sono evidenti "salti" nel diagramma relativo ad ognuno dei punti rilevati che indicano lo scorrimento fuori piano dei mattoni costituenti il pannello, e quindi la presenza di fenomeni non facilmente modellabili numericamente.

La Serie A-N13 presenta, invece, un comportamento più regolare fino al carico massimo e al raggiungimento del meccanismo di collasso, sostanzialmente dovuto ad un valore maggiore del carico di compressione.

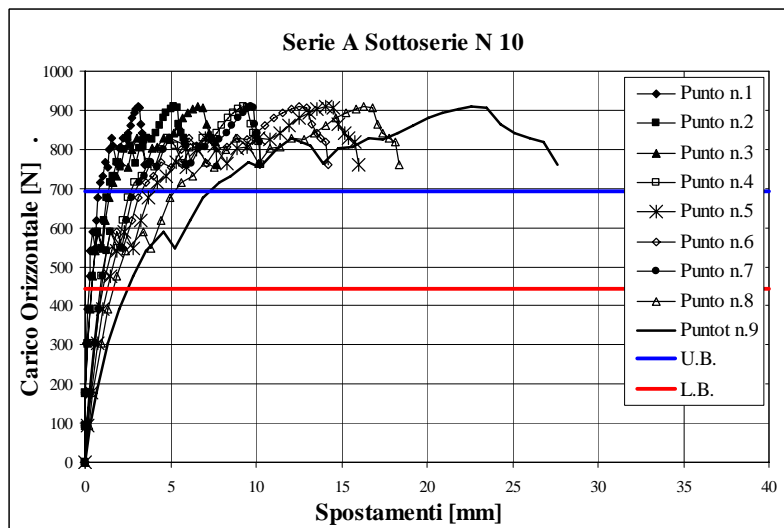
Le restanti due tipologie di prova mettono, pertanto, in luce l'importante contributo del carico verticale sulla valutazione della resistenza delle strutture murarie, soprattutto in mancanza di vincoli sufficienti a garantirne la stabilità. Già in corrispondenza del punto finale del tratto elastico delle curve sperimentali, si sono manifestati fenomeni di scorrimento tra gli elementi che indicano, quindi, la riduzione di resistenza del pannello stesso.

In effetti, osservando la posizione delle rette U.B. e L.B., si nota come queste siano collocate in corrispondenza del tratto con pendenza minore e racchiudano l'area che indica la fine del tratto elastico. L'analisi limite omogeneizzata, infatti, riesce ad individuare maggiormente il tratto in cui il pannello inizia a perdere stabilità.

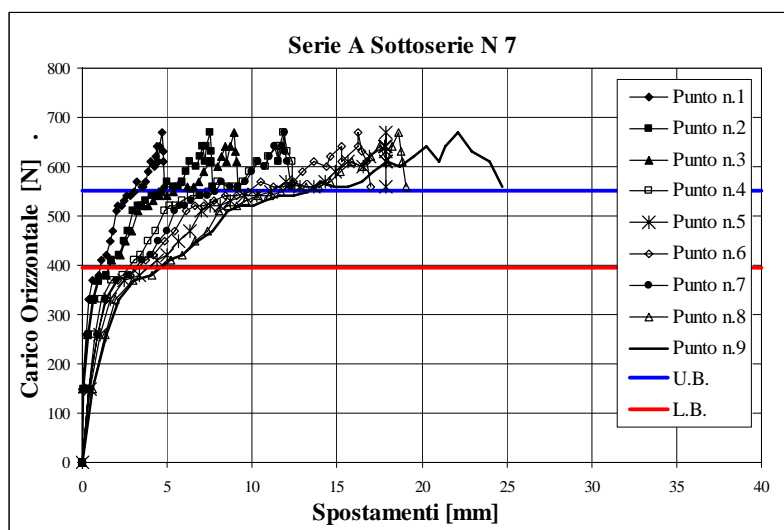
Tale fenomeno è maggiormente spiegabile dall'analisi Upper Bound per le due tipologie di modelli numerici sviluppati, come successivamente mostrato in § 6.3 nell'ambito dell'analisi limite eterogenea. I suddetti valori sono infatti simili, indicando l'affidabilità del modello micromeccanico.



-a



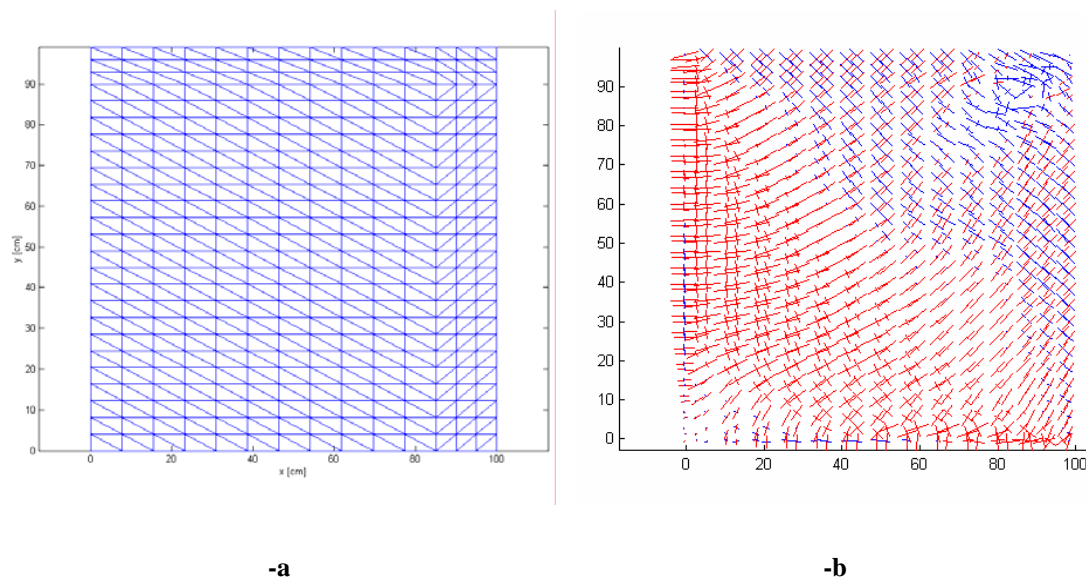
-b



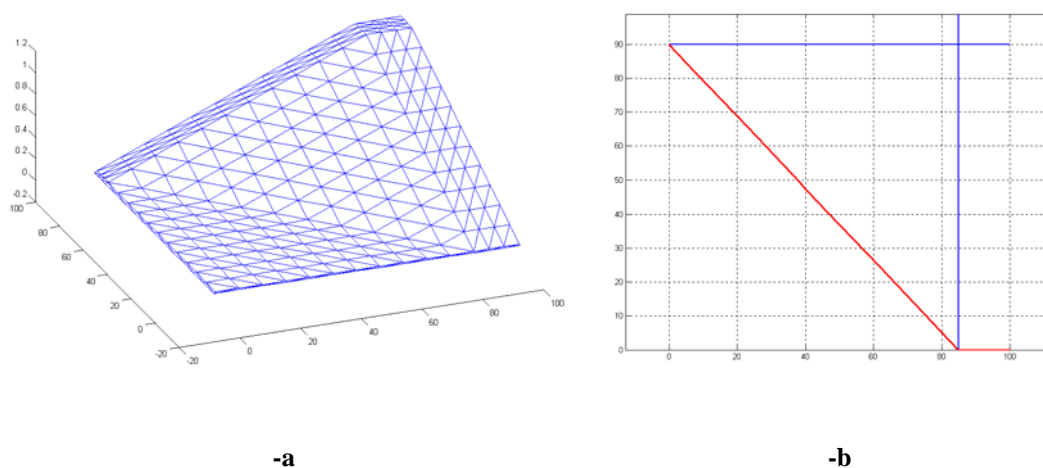
-c

**Fig. 6.1:** Curve carico-spostamento e Lower Bound ed Upper Bound del carico di rottura. **-a:** Serie A-N13; **-b:** Serie A-N10; **-c:** Serie A-N7.

Le Figure 6.2 e 6.3 seguenti riportano rispettivamente la discretizzazione del pannello utilizzata per la Serie di prove A ed i risultati derivanti dall'approccio statico e cinematico, rappresentati dalla distribuzione dei momenti principali al collasso e la formazione del meccanismo di collasso con individuazione delle linee di frattura.



**Fig. 6.2:** Serie A. **-a:** Mesh utilizzata per l'analisi; **-b:** Risultati dell'analisi limite agli elementi finiti secondo il teorema statico: momenti principali al collasso.



**Fig. 6.3:** Serie A. Risultati dell'analisi limite agli elementi finiti secondo il teorema cinematico: **-a:** Deformata; **-b:** Linee di frattura.



### 6.2.2. Serie B

I risultati numerici relativi ai pannelli della Serie B sono riportati in Tabella 6.II e mostrati in Figura 6.4, e rappresentano il carico di collasso ottenuto sia attraverso l'applicazione dell'approccio statico (L.B.) che cinematico (U.B.).

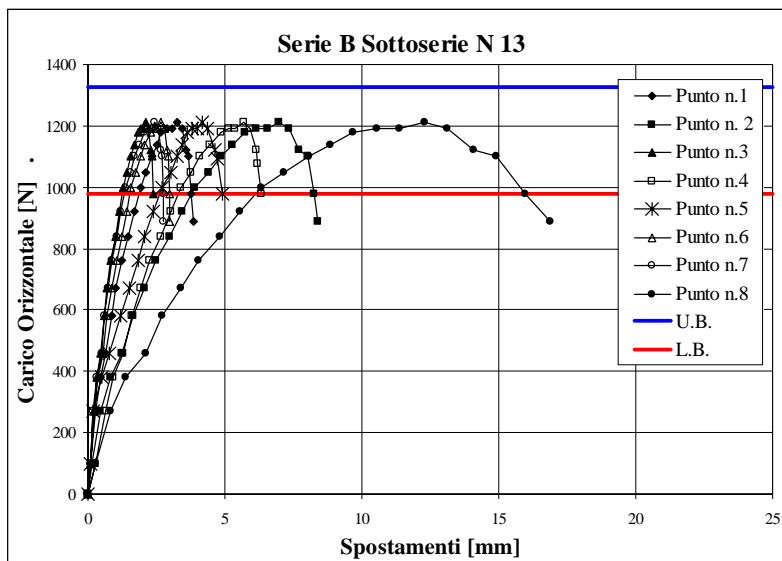
**Tabella 6.II:** Carico di collasso numerico – Serie B

Approccio Numerico	Serie B – N 13	Serie B – N 10	Serie B – N 7
Lower Bound [N]	978	853	613
Upper Bound [N]	1326	1181	790

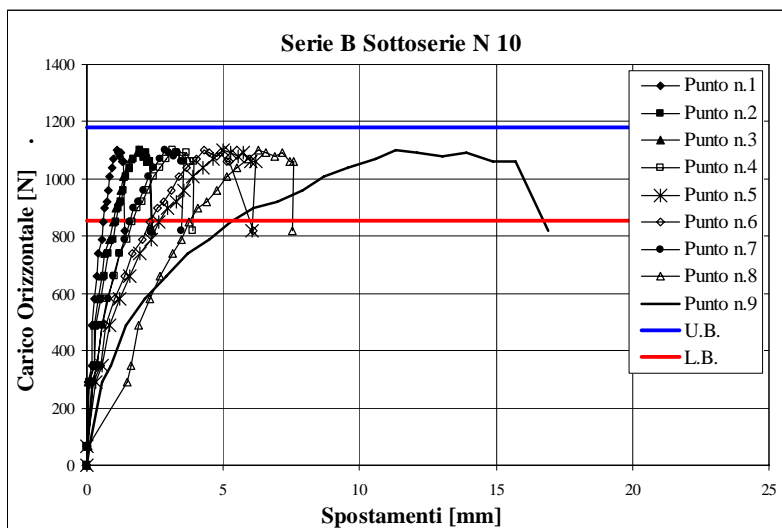
In questo caso, il limite inferiore ed il limite superiore del carico di collasso fuori piano racchiudono i picchi delle curve sperimentali. Queste ultime, a differenza di quanto avviene per la Serie A, presentano un andamento sostanzialmente regolare e quasi totalmente lineare fino al carico massimo.

Come illustrato in § 5.6.2, i pannelli relativi alla Serie B presentavano tre lati vincolati ed erano soggetti a spinta eccentrica. Il diverso comportamento meccanico di tali modelli è imputabile alla differente configurazione di prova degli stessi, che conferisce una maggiore resistenza laterale alla muratura e fa sì che l'analisi numerica possa meglio seguire il reale comportamento della struttura.

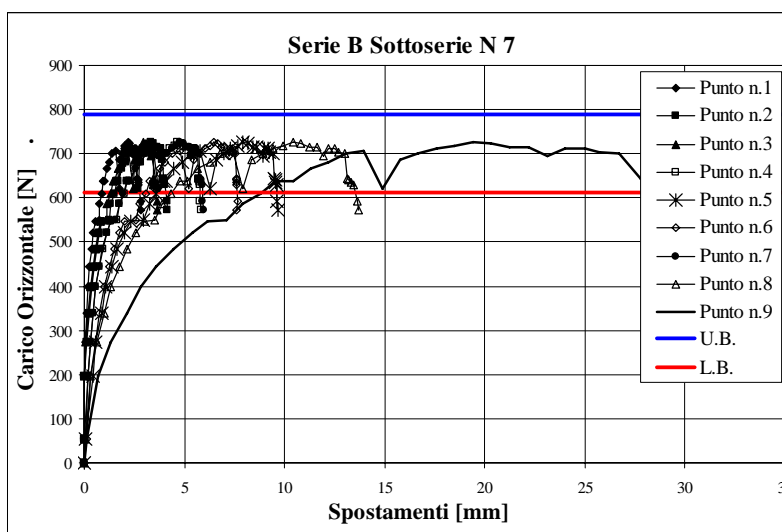
Inoltre, viene ancora una volta messo in evidenza il ruolo dei carichi di compressione. Dall'osservazione della Figura 6.4-c, infatti, si nota come per un basso valore del carico verticale (pari a 7 kN) l'andamento delle curve sperimentali risulti non perfettamente regolare, essendo possibile, in questo caso, un maggiore scorrimento tra gli elementi costituenti la muratura.



-a



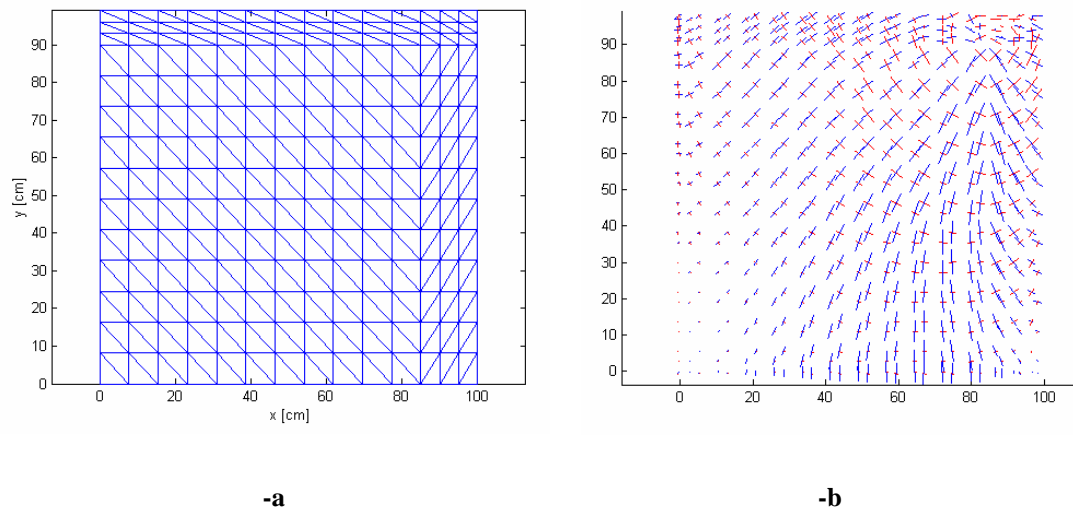
-b



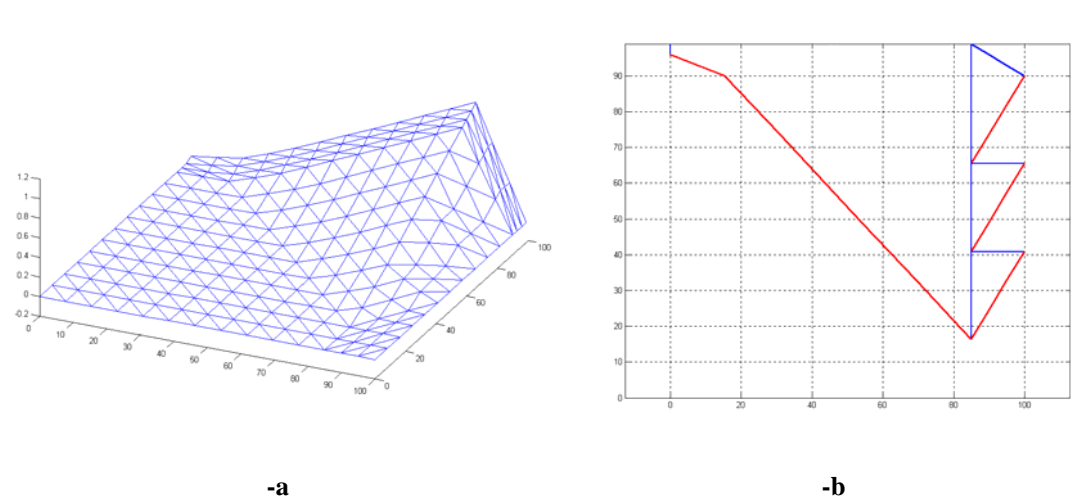
-c

**Fig. 6.4:** Curve carico-spostamento e Lower Bound ed Upper Bound del carico di rottura. -a: Serie B-N13; -b: Serie B-N10; -c: Serie B-N7.

Nelle Figure 6.5 e 6.6 seguenti sono mostrati la discretizzazione del pannello utilizzata per la Serie B di prove ed i risultati derivanti dall'approccio statico e cinematico.



**Fig. 6.5:** Serie B. **-a:** Mesh utilizzata per l'analisi; **-b:** Risultati dell'analisi limite agli elementi finiti secondo il teorema statico: momenti principali al collasso.



**Fig. 6.6:** Serie B. Risultati dell'analisi limite agli elementi finiti secondo il teorema cinematico: **-a:** Deformata; **-b:** Linee di frattura.

### 6.2.3. Serie C

La Tabella 6.III mostra i valori del carico di collasso numerico (Lower Bound e Upper Bound) relativi ai pannelli della Serie C di prove, illustrati dettagliatamente in Figura 6.7.

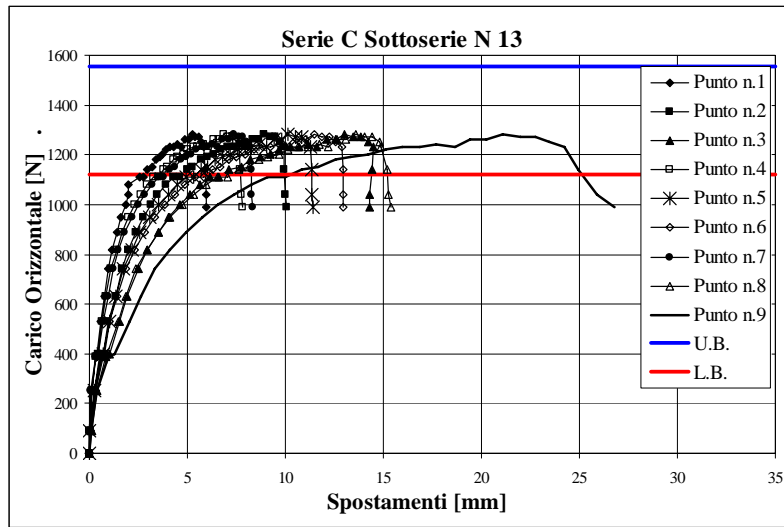
**Tabella 6.III:** Carico di collasso numerico – Serie C

<b>Approccio Numerico</b>	<b>Serie C – N 13</b>	<b>Serie C – N 10</b>	<b>Serie C – N 7</b>
Lower Bound [N]	1120	792	676
Upper Bound [N]	1557	1151	911

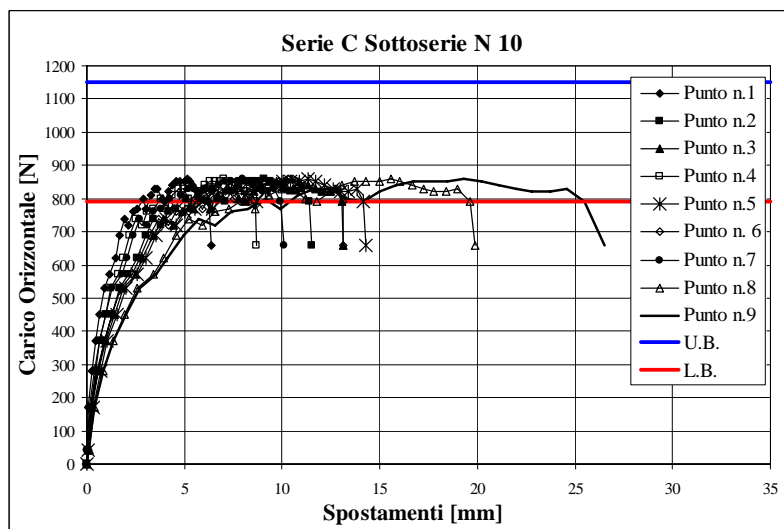
Come per la Serie B, anche in questo caso i limiti numerici del carico di collasso individuano pienamente il valore sperimentale, rappresentato dal punto massimo delle curve relative alle letture dei comparatori meccanici. Il comportamento meccanico della Serie di prove C è infatti abbastanza omogeneo e simile a quello della serie precedentemente descritta. Vista la particolare condizione di vincolo e di carico, la struttura non permette eccessivi scorrimenti fuori dal piano che sostanzialmente si verificano in prossimità del carico di collasso.

Un'ulteriore e necessaria considerazione può essere fatta confrontando le due serie di prove B e C. In accordo con quanto detto nel Capitolo 5, si nota come per la Serie C, relativa ai pannelli soggetti alla spinta centrata ed aventi la medesima condizione di vincolo di quelli della Serie B, il carico di collasso sia maggiore. Ciò è dovuto alla maggiore superficie di scorrimento coinvolta per la differente posizione della forza orizzontale, e quindi alla maggiore dissipazione plastica che occorre affinché possano formarsi le cerniere cilindriche e possa avvenire il cinematismo di collasso, che, per la Serie B, è invece concentrato in un'area di dimensioni ridotte.

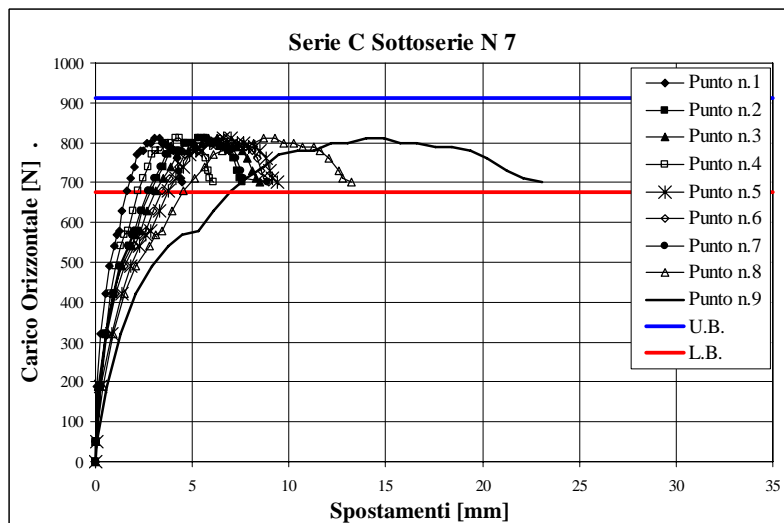
Sostanzialmente, il numero di elementi di laterizio che sono coinvolti nel cinematismo della Serie B è nettamente inferiore a quello relativo alla Serie C, comportando, in tal senso, una maggiore resistenza del pannello a causa della maggiore resistenza d'attrito (trattasi infatti di muratura a secco) che deve essere superata affinché la struttura raggiunga il collasso.



-a



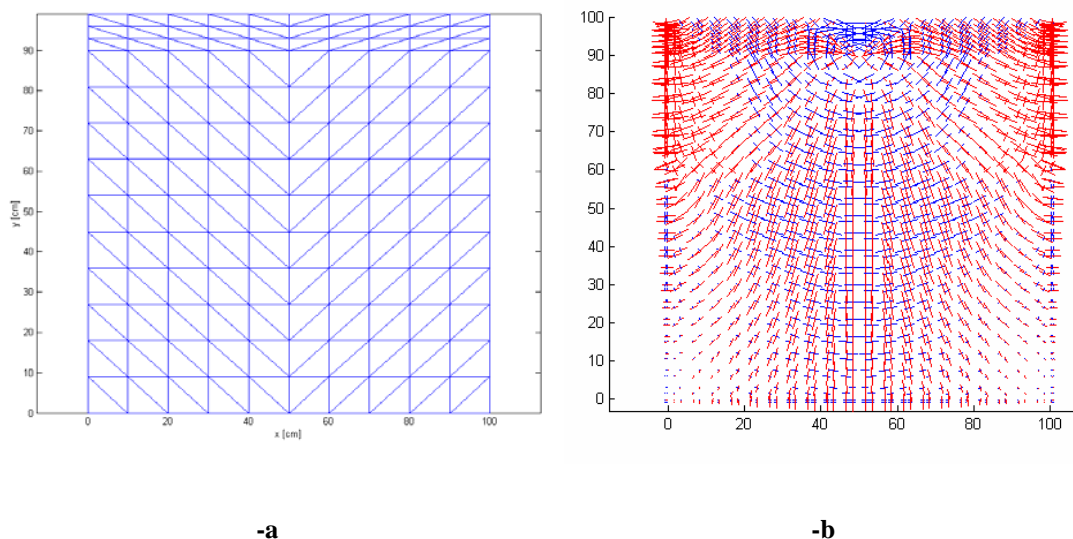
-b



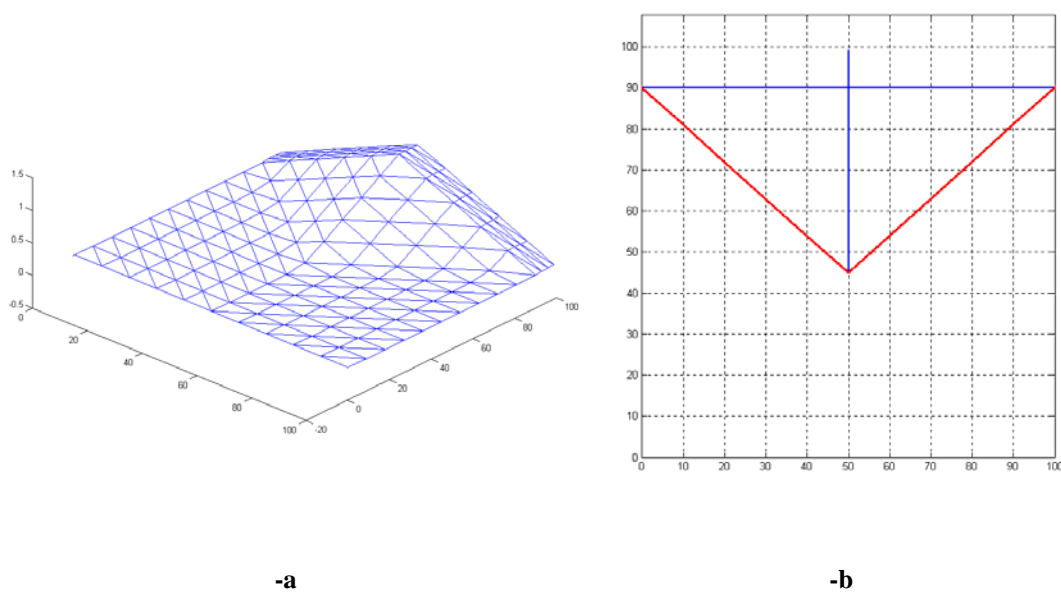
-c

**Fig. 6.7:** Curve carico-spostamento e Lower Bound ed Upper Bound del carico di rottura. -a: Serie C-N13; -b: Serie C-N10; -c: Serie C-N7.

Le Figure 6.8 e 6.9 seguenti mostrano la discretizzazione del pannello utilizzata per la Serie di prove C ed i risultati derivanti dall'approccio statico e cinematico (distribuzione dei momenti principali al collasso e la formazione del meccanismo di collasso con individuazione delle linee di frattura, rispettivamente).



**Fig. 6.8:** Serie C. **-a:** Mesh utilizzata per l'analisi; **-b:** Risultati dell'analisi limite agli elementi finiti secondo il teorema statico: momenti principali al collasso.



**Fig. 6.9:** Serie C. Risultati dell'analisi limite agli elementi finiti secondo il teorema cinematico: **-a:** Deformata; **-b:** Linee di frattura.

### 6.3. Simulazioni numeriche: applicazione del modello eterogeneo

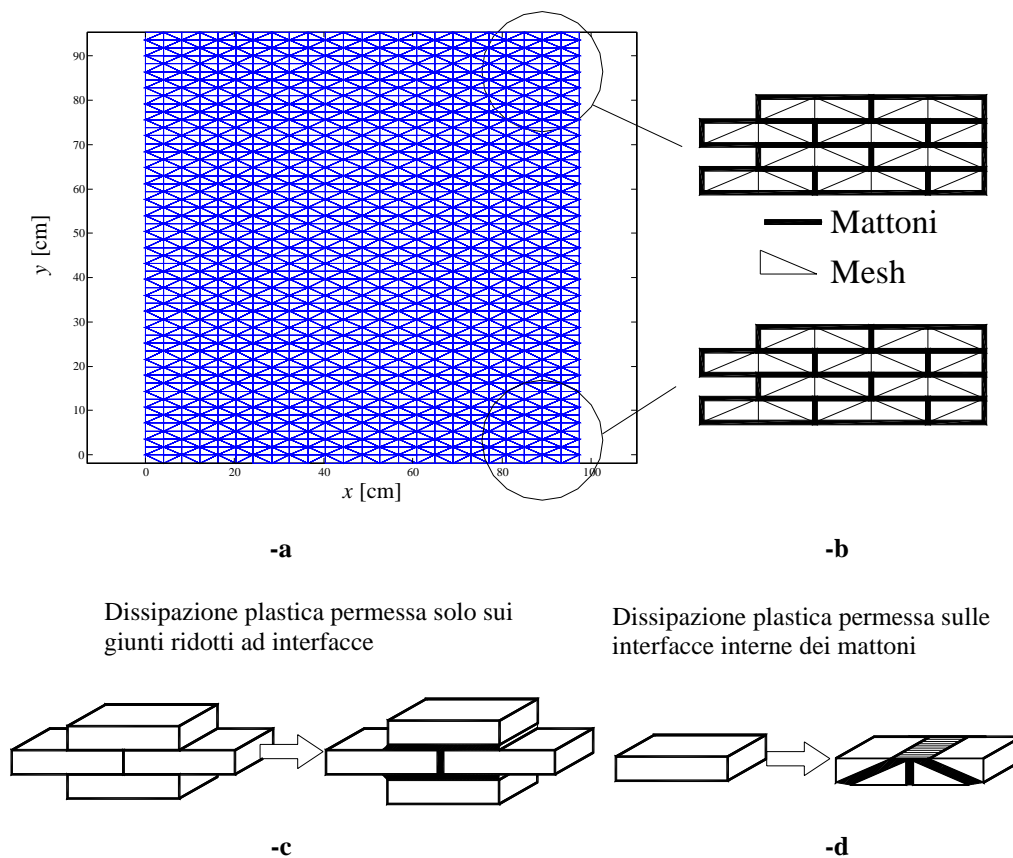
Nel presente approccio, descritto in § 4.5, viene introdotto l'uso combinato della micro-modellazione con i concetti dell'analisi limite (Milani et al., 2006d), per lo studio di una parete muraria soggetta a carichi fuori dal piano. In particolare, viene presentata un'analisi limite cinematica agli elementi finiti basata sulle ipotesi di Reissner-Mindlin per le piastre e su una discretizzazione triangolare della parete muraria considerata, costituita da una regolare ripetizione dei mattoni disposti con tessitura a giunti sfalsati.

I giunti sono ridotti ad interfacce con comportamento ad attrito e limitata resistenza sia a trazione che a compressione, mentre i mattoni sono supposti infinitamente resistenti. Inoltre, vengono assunti una variazione lineare del campo delle velocità fuori dal piano all'interno di ogni elemento e possibili salti delle velocità alle interfacce tra triangoli adiacenti. In tal modo, si impone che nessuna dissipazione plastica possa verificarsi nel continuo, mentre, all'interfaccia tra mattoni, la dissipazione plastica si può verificare come combinazione di taglio fuori dal piano, flessione e torsione.

Il modello agli elementi finiti è costituito da 1375 elementi e 2592 nodi (Fig. 6.10). Per ogni interfaccia tra triangoli adiacenti è stata implementata una linearizzazione con 44 piani in un codice FEM per l'analisi limite cinematica. Al fine di effettuare un confronto con i risultati sperimentali, per verificare l'affidabilità del modello proposto, nelle simulazioni numeriche si è cercato di rappresentare la parete muraria con le stesse caratteristiche geometriche e meccaniche del modello utilizzato, ovvero muratura di laterizi a giunti sfalsati, costruita senza interposizione di legante (a secco).

Infatti, per le interfacce dei giunti è stato assunto un criterio di rottura di Mohr-Coulomb con angolo di attrito pari a  $30^\circ$  e coesione pari a  $0.01 \text{ N/mm}^2$ . Tali valori derivano dalle prove di taglio riportate in § 5.5.2, eseguite per la determinazione della resistenza iniziale a taglio e dell'angolo d'attrito della muratura a secco. È stato comunque scelto un valore non nullo della coesione per evitare possibili instabilità numeriche nella risoluzione del problema di ottimizzazione (4.51) riportato in § 4.5.

I risultati numerici ottenuti sono riportati nelle sezioni seguenti e confrontati con quelli derivanti dalle prove sperimentali. Per brevità, si fa riferimento ad un solo pannello per ogni tipologia di prova e di serie.



**Fig. 6.10:** Analisi eterogenea. **-a:** Mesh adoperata per le simulazioni numeriche condotte con l'analisi; **-b:** Particolari della mesh; **-c:** Dissipazione plastica sui giunti; **-d:** Dissipazione plastica sulle interfacce dei mattoni.

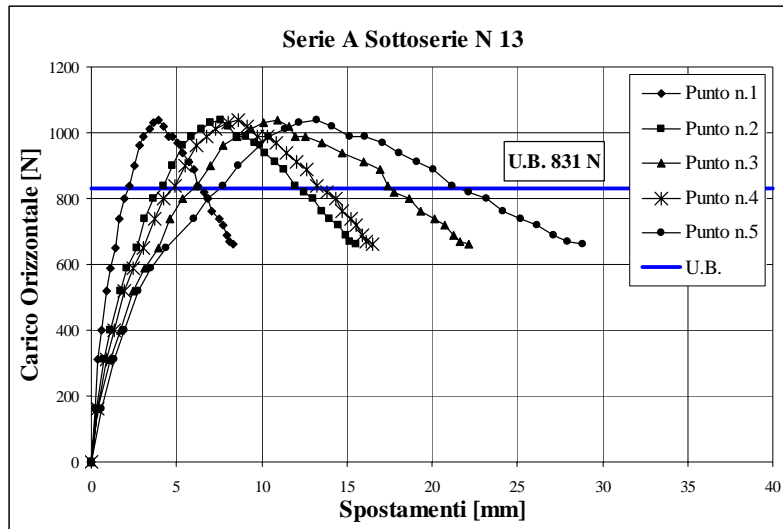
### 6.3.1. Serie A

La Serie A fa riferimento ai pannelli vincolati in corrispondenza della base e di uno dei lati verticali, soggetti alla spinta fuori piano concentrata in uno spigolo degli stessi. Durante la fase sperimentale, per i tre livelli del carico verticale applicato sono stati ottenuti i seguenti valori del carico di collasso fuori dal piano, considerando come tale quel livello del carico per il quale non si verificano eccessivi scorrimenti tra i mattoni e la resistenza globale del pannello non è compromessa:

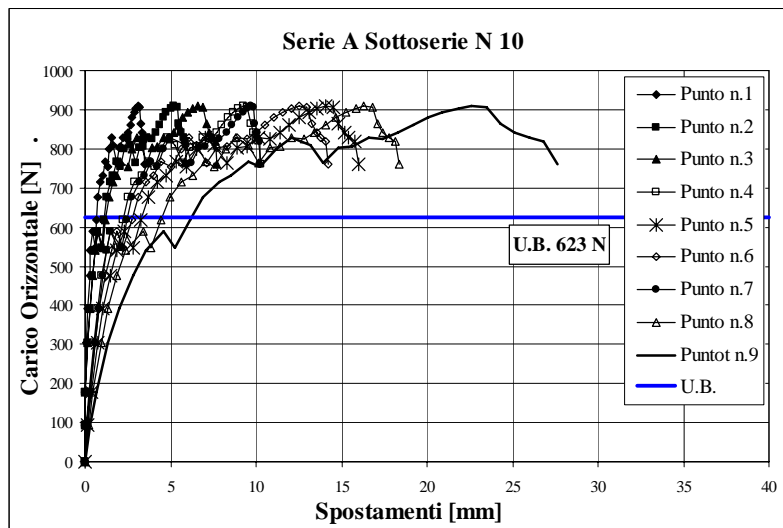
- Serie A – N 13: Carico Orizzontale = 1000 N;
- Serie A – N 10: Carico Orizzontale = 800 N;
- Serie A – N 7 : Carico Orizzontale = 550 N.

La Figura 6.11 riporta i grafici di confronto tra i risultati numerici (limite superiore del carico di rottura) e le curve carico-spostamento sperimentali per le tre sottoserie considerate.

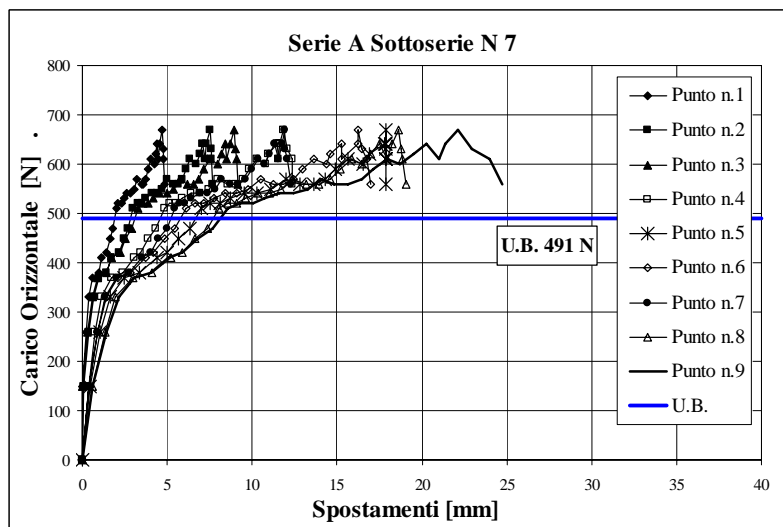




-a



-b



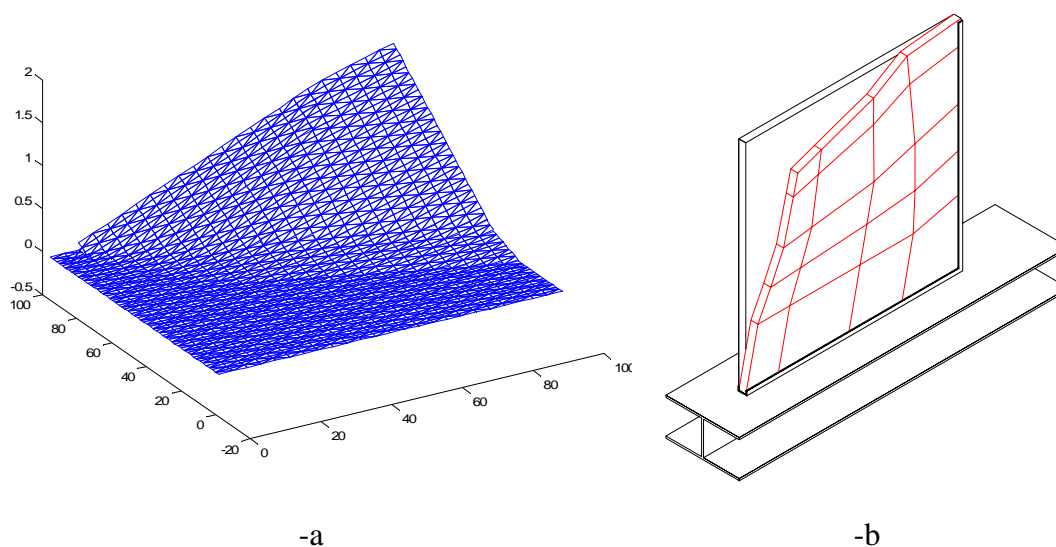
-c

**Fig. 6.11:** Curve carico-spostamento e Upper Bound del carico di rottura. **-a:** Serie A-N13; **-b:** Serie A-N10; **-c:** Serie A-N7.

In tutti i casi analizzati, la differenza tra il carico ultimo sperimentale e numerico è minore del 20%, il che dimostra la buona affidabilità del modello proposto.

Inoltre, confrontando l'Upper Bound relativo al modello micromeccanico descritto in § 6.2 e quello qui riportato, si nota come questi siano simili, e ciò da una ulteriore conferma della validità dei risultati numerici.

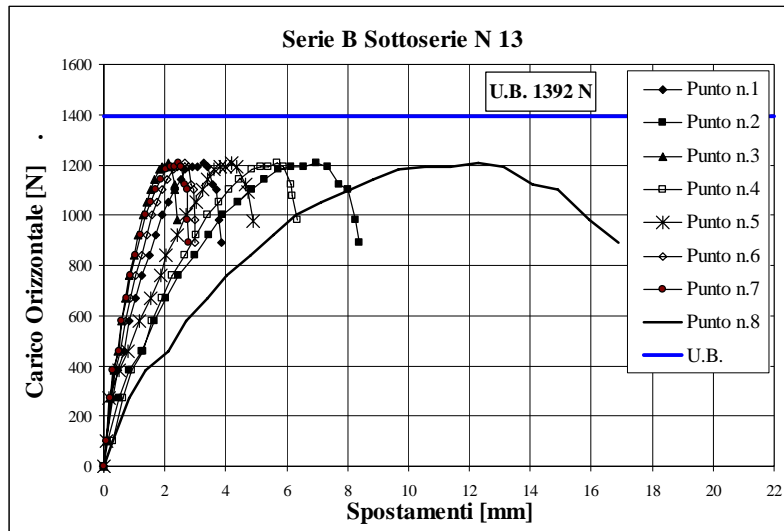
Nella Figura 6.12 è mostrato un confronto tra la deformata al collasso derivante dalle simulazioni numeriche ed il cinematismo sperimentale. Si ricorda che per la Serie A di prove (§ 5.6.1.4) si verifica la formazione di una cerniera cilindrica inclinata, con rotazione di una porzione superiore del pannello di forma triangolare, in corrispondenza dei lati non vincolati. Come si nota dalla Figura 6.12, la deformata numerica corrisponde a quella sperimentale, confermando ulteriormente l'affidabilità del modello proposto.



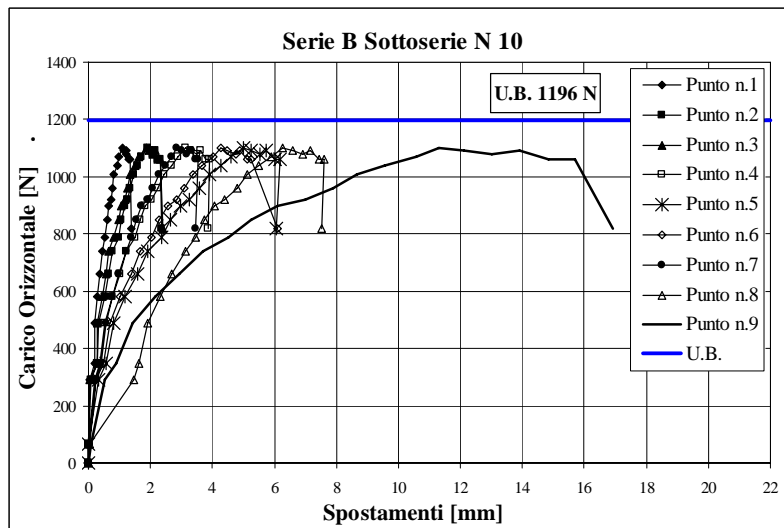
**Fig. 6.12:** Serie A: confronto tra il meccanismo di collasso numerico (-a) e sperimentale (-b).

### 6.3.2. Serie B

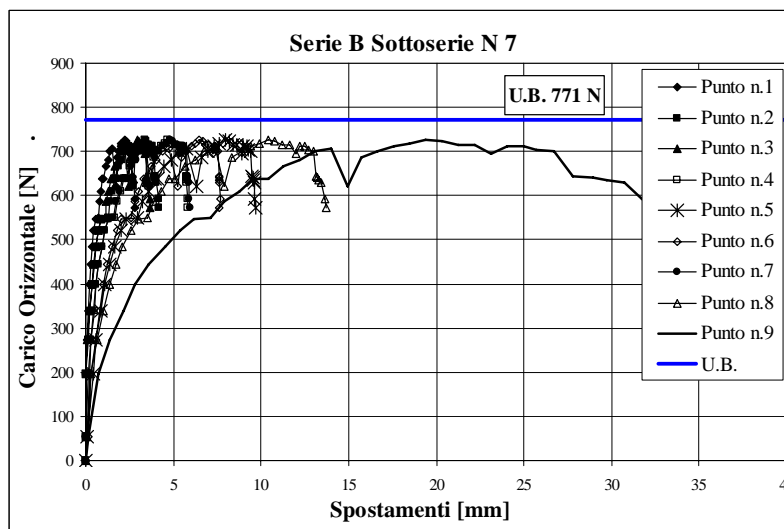
La Serie B prende in considerazione i pannelli vincolati su tre lati al telaio di prova ed aventi la sola superficie superiore libera di traslare e ruotare. Anche in questo caso, i pannelli erano soggetti alla spinta fuori piano concentrata in uno spigolo degli stessi (§ 5.6.2).



-a



-b



-c

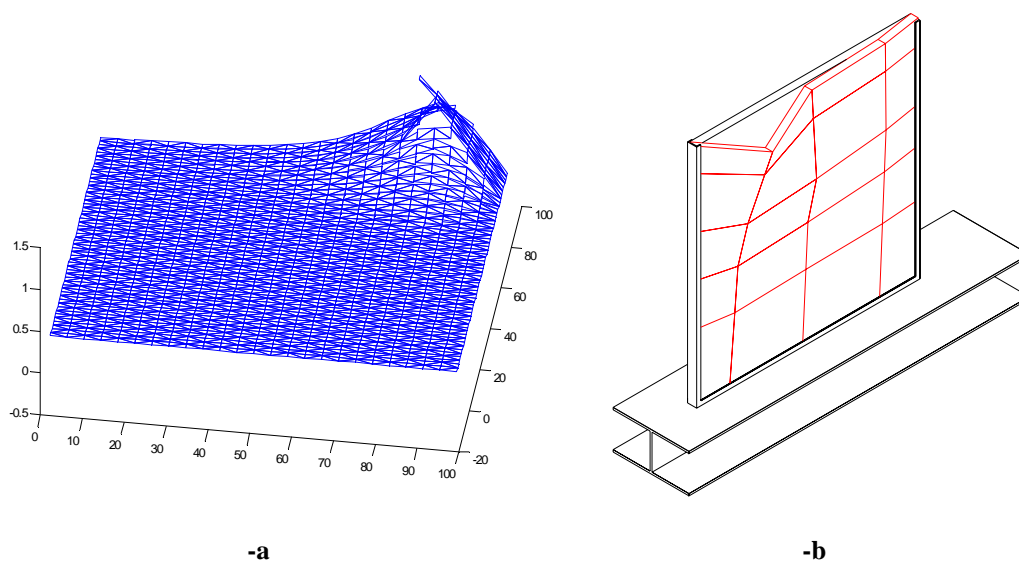
**Fig. 6.13:** Curve carico-spostamento e Upper Bound del carico di rottura. -a: Serie B-N13; -b: Serie B-N10; -c: Serie B-N7.

Per i tre livelli del carico verticale applicato, durante la fase sperimentale sono stati ottenuti i seguenti valori del carico di collasso fuori dal piano:

- Serie B – N 13: Carico Orizzontale = 1200 N;
- Serie B – N 10: Carico Orizzontale = 1000 N;
- Serie B – N 7 : Carico Orizzontale = 700 N.

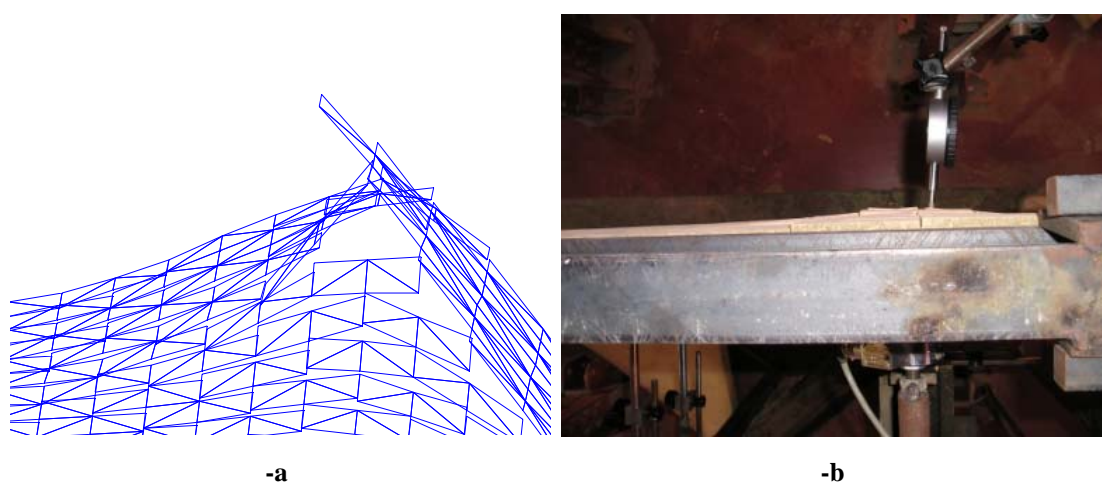
In Figura 6.13 sono mostrati i grafici di confronto tra i risultati numerici (limite superiore del carico di rottura) e le curve carico-spostamento sperimentali per le tre sottoserie considerate, in buon accordo con i primi.

Nella Figura 6.14 è mostrato un confronto tra la deformata al collasso derivante dalle simulazioni numeriche ed il cinematismo sperimentale. Per la Serie B di prove (§ 5.6.2.4) si sono formate due cerniere cilindriche inclinate e la superficie coinvolta nel cinematismo è stata di forma pressoché simmetrica rispetto alla posizione della forza fuori piano.



**Fig. 6.14:** Serie B: confronto tra il meccanismo di collasso numerico (-a) e sperimentale (-b).

Come si può osservare nella Figura 6.15, la deformata numerica corrisponde a quella sperimentale, ed è in grado di riprodurre anche lo scorrimento tra i mattoni fuori dal piano in corrispondenza del punto di applicazione della spinta orizzontale.



**Fig. 6.15:** Serie B: particolare del meccanismo di collasso numerico (-a) e sperimentale (-b) in corrispondenza del punto di applicazione della spinta fuori piano.

### 6.3.3. Serie C

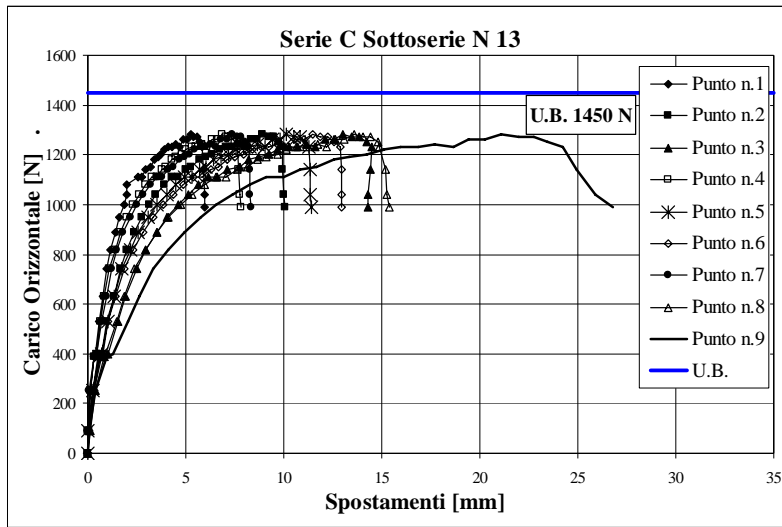
I pannelli relativi alla Serie C sono stati vincolati su tre lati al telaio di prova e caricati attraverso una forza concentrata ortogonale al piano della muratura, posizionata al centro in prossimità del bordo superiore (§ 5.6.3). Per i tre livelli del carico verticale applicato, sono stati ottenuti i seguenti valori sperimentali del carico di collasso fuori dal piano:

- Serie C – N 13: Carico Orizzontale = 1250 N;
- Serie C – N 10: Carico Orizzontale = 850 N;
- Serie C – N 7 : Carico Orizzontale = 800 N.

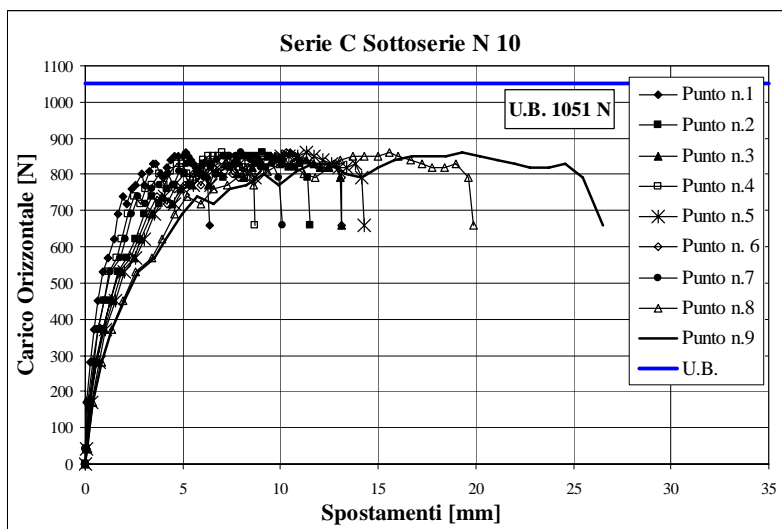
La Figura 6.16 mostra i grafici di confronto tra i risultati numerici, ovvero il limite superiore del carico di rottura, e le curve carico-spostamento sperimentali per le tre sotto-serie descritte. In tutti i casi, i risultati sperimentali e quelli numerici sono in buon accordo.

In Figura 6.17 è mostrato un confronto tra il meccanismo di collasso derivante dalle simulazioni numeriche ed il cinematismo sperimentale.

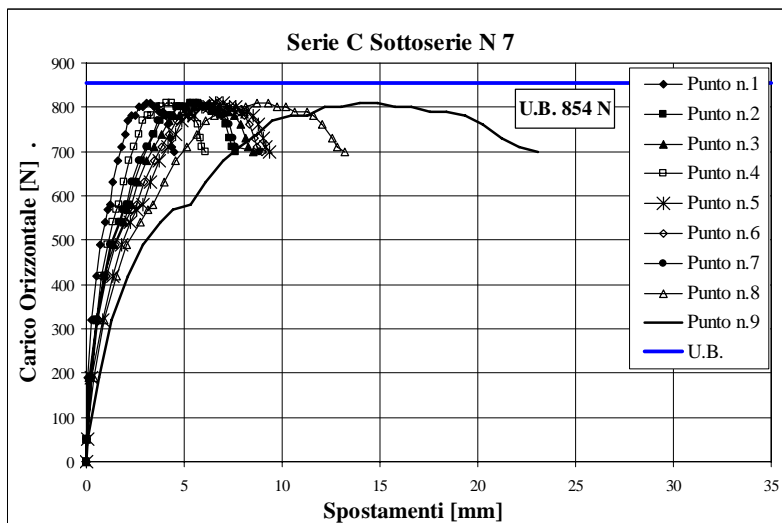
Anche per la Serie C di prove (come illustrato in § 5.6.3.4) si sono formate due cerniere cilindriche inclinate, ma con posizione differente rispetto alla serie B, vista la diversa posizione della spinta fuori piano.



-a



-b



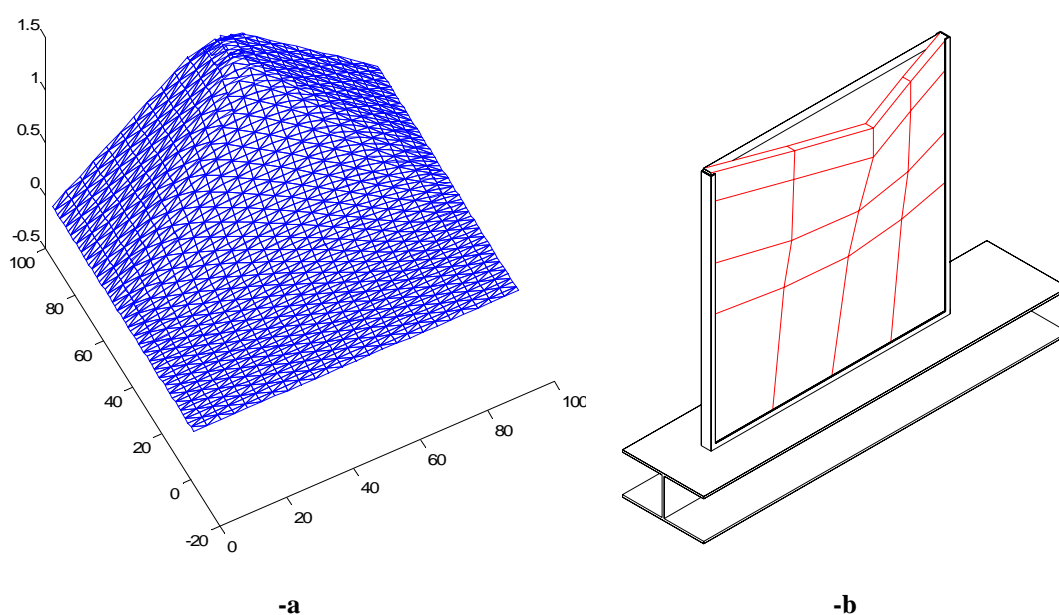
-c

**Fig. 6.16:** Curve carico-spostamento e Upper Bound del carico di rottura. -a: Serie C-N13; -b: Serie C-N10; -c: Serie C-N7.

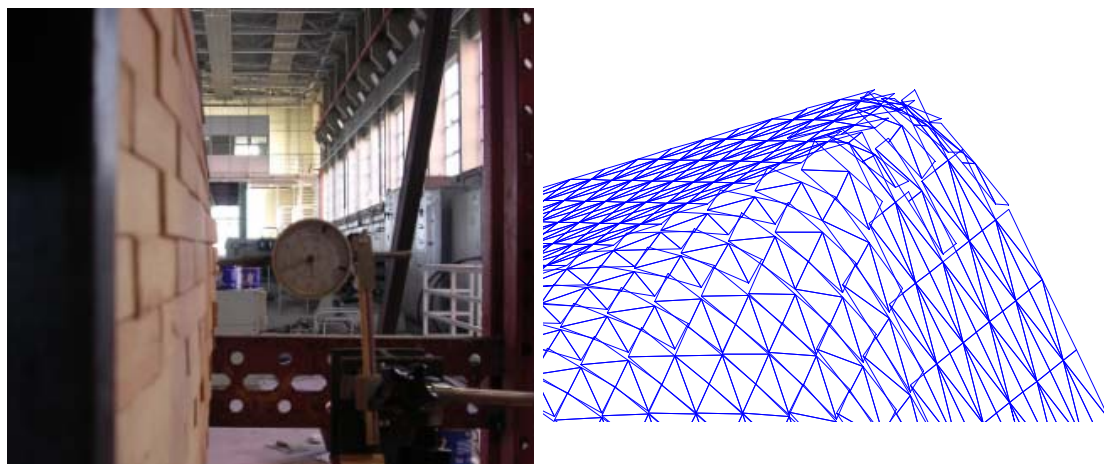
La superficie coinvolta nel cinematismo è di forma pressoché parabolica, di maggiore entità rispetto a quella formatasi durante le prove B, e simmetrica rispetto alla posizione della forza fuori piano. Ciò ha comportato un aumento del carico di collasso fuori dal piano, rispetto alla Serie B, dovuto ad un aumento della superficie di scorrimento coinvolta nel cinematismo.

Il meccanismo di rottura ottenuto attraverso le simulazioni numeriche è molto simile a quello sperimentale, come mostrato nelle Figure 6.17-a e -b e nei particolari di Figura 6.18.

Attraverso le simulazioni, grazie alle assunzioni fatte sul comportamento meccanico dei materiali ed in particolare alle interfacce dei giunti, è stato possibile riprodurre lo scorrimento locale che si verifica tra i mattoni in prossimità del punto di applicazione della spinta fuori piano.



**Fig. 6.17:** Serie C: confronto tra il meccanismo di collasso numerico (-a) e sperimentale (-b).

**-a****-b**

**Fig. 6.18:** Serie C: particolare del meccanismo di collasso numerico (-a) e sperimentale (-b) in corrispondenza del punto di applicazione della spinta fuori piano.



# Capitolo 7

## Conclusioni

In questo lavoro è stato esaminato il comportamento meccanico di pareti murarie soggette a carichi agenti fuori dal piano.

Partendo dall'assunzione che la muratura presenta una bassa resistenza alle azioni orizzontali, confermata tra l'altro da numerose sperimentazioni condotte negli anni da vari ricercatori, l'osservazione dei danni sulle strutture murarie, derivanti da recenti eventi sismici di entità non indifferente, verificatisi anche in Italia, ha mostrato come il collasso di tali strutture è, nella maggior parte dei casi, dovuto ad azioni agenti fuori dal piano, che producono meccanismi di collasso noti come "*meccanismi di primo modo*". Questi sono soprattutto causati da un cattivo ammorsamento tra le pareti ortogonali e provocano collassi parziali o totali delle parti strutturali più deboli dell'edificio. Nonostante l'importanza del problema sia stata sottolineata per la prima volta più di due secoli fa, e studiata un po' più in dettaglio solo molti anni dopo, solo di recente è stato rivolto lo sguardo verso tale aspetto finora trascurato.

Vista la grande mancanza di sperimentazioni concernenti l'argomento in questione, il presente lavoro è stato condotto con l'obiettivo di fornire un importante contributo alla

comprensione della risposta strutturale della muratura ad azioni laterali, pensata come appartenente a reali edifici in muratura, per meglio investigare aspetti fondamentali quali l'ammorsamento con pareti ortogonali, l'influenza dei carichi verticali sulla resistenza delle strutture murarie e l'influenza della posizione della spinta fuori dal piano sulla formazione dei cinematismi di collasso. Inoltre, allo stato attuale, l'assenza di comunicazione tra i ricercatori rivolti ad uno studio prettamente teorico e quelli dediti alla sperimentazione in laboratorio rende i risultati sperimentali disponibili in letteratura difficilmente utilizzabili ai fini di modellazioni numeriche. In tale ottica, nel presente lavoro, le prove sperimentali sono state condotte "parallelamente" allo studio numerico di modelli atti a rappresentare il comportamento meccanico delle murature, di qualsiasi tipo o tessitura, soggette ad azioni agenti sia nel piano che fuori dal piano, sotto diverse ipotesi per i materiali costituenti e per diverse condizioni di carico.

Al contrario di quanto accade per altri materiali strutturali, come ad esempio l'acciaio o il calcestruzzo, per i quali il legame costitutivo è ben noto ed ampiamente validato attraverso numerose sperimentazioni, tanto da essere ormai introdotto in tutte le normative vigenti, il materiale muratura non è di facile modellazione. Le tecniche utilizzate a tale scopo sono molteplici, implementate nel campo elastico ed estese necessariamente anche al campo non lineare, visto il comportamento sicuramente non elastico del materiale. Basti pensare alle murature storiche per le quali i giunti di malta si presentano spesso degradati e, rappresentando l'elemento più debole del composito, conferiscono ad esso un comportamento fortemente non lineare, inducendo le strutture murarie ad una risposta strutturale non lineare anche per bassi valori dei carichi applicati.

Tuttora, però, non è stato del tutto definito un modello di riferimento "unico" come appunto avviene per altre strutture, soprattutto per la determinazione della capacità portante ultima delle murature, data la complessità della risposta strutturale del materiale, che varia in maniera notevole al variare del tipo di sollecitazione agente, ed è, tra l'altro, funzione di molteplici fattori, quali la tessitura muraria, le caratteristiche meccaniche dei costituenti, il complesso legame di interfaccia dei giunti, la posizione dell'elemento considerato all'interno dell'intera struttura, ecc..

Negli anni, è stato comunque constatato che, tra i vari approcci di modellazione possibili, le tecniche di omogeneizzazione rappresentano uno strumento valido per l'analisi di strutture murarie di grandi dimensioni, in quanto le proprietà meccaniche dei mate-

riali costituenti sono prese in considerazione solo per lo studio della cella elementare. A queste si affiancano i teoremi dell'analisi limite, da sempre utilizzati per lo studio del comportamento al collasso delle murature.

A tal proposito, recentemente sono stati proposti lavori nei quali si è introdotto l'uso combinato dell'analisi limite con le tecniche di omogeneizzazione applicato alla muratura, in grado di riprodurre aspetti interessanti del comportamento limite di questa, come l'anisotropia al collasso e la bassa resistenza a trazione, ed in grado di fornire le superfici limite di rottura per intere pareti murarie e sotto diverse combinazioni di carico. Tali modelli teorici, in base ai quali è stato implementato un codice di calcolo, sono stati utilizzati come base di riferimento per il presente lavoro; le prove sperimentali hanno, infatti, permesso la valutazione dell'affidabilità degli stessi.

In particolare, si è fatto riferimento ad un modello micromeccanico equilibrato e staticamente ammissibile e ad un modello eterogeneo recentemente presentati nella letteratura tecnica.

Il primo approccio consiste in un semplice modello micromeccanico equilibrato e staticamente ammissibile per la valutazione dei domini di rottura omogeneizzati per la muratura, caricata sia nel piano che fuori dal piano, che si basa appunto sulla teoria dell'omogeneizzazione combinata con l'analisi limite. Il modello ha lo scopo di sostituire il materiale eterogeneo con uno omogeneo attraverso un semplice modello omogeneizzato equilibrato. Con le ipotesi di partenza di perfetta plasticità e legge di flusso associata per i materiali costituenti, e applicando il teorema statico dell'analisi limite, viene ottenuto il dominio macroscopico di rottura fuori-piano per il materiale omogeneizzato, imponendo un campo di tensione microscopico equilibrato sulla cella, in presenza dell'effetto combinato di azioni membranali e flessionali, e risolvendo un opportuno problema di ottimizzazione. Una volta suddivisa la cella elementare in layers lungo lo spessore, per ogni layer vengono assunti campi di tensione equilibrati, assegnando a priori espressioni polinomiali alle componenti del tensore delle tensioni in un numero finito di sotto-domini, imponendo il rispetto dell'equilibrio all'interno dei sotto-domini, della continuità del vettore tensione sulle interfacce, delle condizioni di periodicità al contorno e dell'ammissibilità per i materiali costituenti. Infine, viene implementata una linearizzazione delle superfici di rottura fuori piano in un codice di analisi limite agli elementi finiti, seguendo le formulazioni del teorema statico e cinematico dell'analisi limite.

Nelle simulazioni numeriche riportate in questo lavoro, i mattoni sono supposti infinitamente resistenti, mentre le interfacce dei giunti a secco tra due mattoni adiacenti obbediscono al classico criterio di Mohr-Coulomb con angolo di attrito pari a  $30^\circ$  e coesione tendente a zero, in accordo con i risultati sperimentali delle prove di caratterizzazione meccanica qui condotte. È stato, inoltre, introdotto un limite alla resistenza a compressione del materiale, assicurando così che il collasso non si verifichi per il superamento della tensione di compressione. L'applicazione di tale modello ha permesso l'ottenimento dei limiti inferiore e superiore del carico di collasso fuori dal piano; inoltre, l'applicazione del metodo statico ha fornito la distribuzione dei momenti principali al collasso, mentre i meccanismi di collasso con le rispettive linee di frattura sono stati ottenuti dall'applicazione del teorema cinematico dell'analisi limite.

Nel secondo approccio, viene introdotto l'uso combinato della micro-modellazione con i concetti dell'analisi limite, per lo studio di una parete muraria soggetta a carichi fuori dal piano. In particolare, viene presentata un'analisi limite cinematica agli elementi finiti basata sulla teoria delle piastre e su una discretizzazione triangolare della parete muraria considerata, costituita da una regolare ripetizione dei mattoni disposti con tessitura a giunti sfalsati. I giunti sono ridotti ad interfacce con comportamento ad attrito e limitata resistenza sia a trazione che a compressione, mentre i mattoni sono supposti infinitamente resistenti. Inoltre, vengono assunti una variazione lineare del campo delle velocità fuori dal piano all'interno di ogni elemento e possibili salti delle velocità alle interfacce tra triangoli adiacenti. In tal modo, si impone che nessuna dissipazione plastica possa verificarsi nel continuo, mentre, all'interfaccia tra mattoni, la dissipazione plastica si può verificare come combinazione di taglio fuori dal piano, flessione e torsione.

Il modello agli elementi finiti è costituito da 1375 elementi e 2592 nodi. Per ogni interfaccia tra triangoli adiacenti è stata implementata una linearizzazione con 44 piani in un codice FEM per l'analisi limite cinematica, cercando di rappresentare la parete muraria con le stesse caratteristiche geometriche e meccaniche del modello utilizzato, ovvero muratura di laterizi a giunti sfalsati, costruita senza interposizione di legante (a secco), al fine di effettuare un confronto con i risultati sperimentali. Infatti, per le interfacce dei giunti è stato assunto un criterio di rottura di Mohr-Coulomb con angolo di attrito pari a  $30^\circ$  e coesione pari a  $0.01 \text{ N/mm}^2$ . In questo caso, l'applicazione del modello eterogeneo ha permesso l'ottenimento del limite superiore del carico di collasso

fuori dal piano, nonché la deformata della struttura e, vista la differente accuratezza del modello rispetto al primo approccio, l'osservazione del fenomeno di scorrimento che si verifica realmente tra gli elementi costituenti il pannello.

Da quanto detto, emerge chiaramente come l'inserimento dei dati caratteristici dei pannelli murari per una implementazione quanto più precisa dei modelli numerici, è di fondamentale importanza. Nel presente lavoro, infatti, prima della conduzione delle prove sperimentali, è stata eseguita una opportuna caratterizzazione meccanica del materiale adoperato, utile anche per l'ottenimento dei parametri caratteristici del materiale da utilizzare nelle simulazioni numeriche.

Come detto in precedenza, l'affidabilità dei modelli numerici presi in esame è stata valutata attraverso l'esecuzione di prove sperimentali, condotte presso il Laboratorio Grandi Modelli del Dipartimento di Strutture, su pannelli murari sottoposti a carichi agenti fuori dal piano. Il modello murario oggetto di studio vuole rappresentare una comune parete muraria, all'interno di un edificio, in laterizi pieni ad una testa, a giunti sfalsati, avente dimensioni di 300x300 cm e spessore di 12 cm, costituita da blocchi sovrapposti senza interposizione di legante, affidando all'attrito la resistenza alle sollecitazioni lungo tutte le superfici di contatto. A tale scopo, visto l'impegno considerevole richiesto per l'esecuzione di prove in scala reale, sia dal punto di vista operativo che economico, è stato deciso di eseguire l'analisi sperimentale su pareti delle dimensioni di 100 cm di lato in scala 1:3, utilizzando elementi di laterizio per i quali è stata, appunto, fissata la scala delle lunghezze tra prototipo e modello pari ad 1:3. L'assenza di malta nei giunti ha permesso non solo un notevole risparmio economico e di tempo, ma anche una migliore ed immediata individuazione del meccanismo di collasso e la ripetibilità della prova.

La procedura di prova è stata la seguente: una volta assoggettati ad un carico di compressione verticale uniformemente distribuito sulla superficie superiore, i pannelli sono stati sottoposti all'azione di una spinta concentrata di entità crescente, avente direzione ortogonale al piano medio dei pannelli stessi (fuori dal piano), conferita mediante un dispositivo *ad hoc*. Sono state condotte tre tipologie di prova, differenti per le condizioni di vincolo dei pannelli murari e per la posizione del punto di applicazione del carico fuori piano. In particolare, la prima serie di prove (Serie A) è stata eseguita vincolando il pannello alla base e su uno dei due lati verticali ad essa ortogonale, mantenendo liberi di ruotare e traslare il secondo lato e la superficie superiore del modello, e ap-

plicando il carico trasversale in corrispondenza dello spigolo superiore destro del pannello; nella seconda serie di prove (Serie B) sono stati fissati tre lati del pannello, lasciando inalterata la posizione del carico trasversale; la terza serie di prove (Serie C) è stata condotta mantenendo le stesse condizioni di vincolo della serie precedente (tre lati fissi e la superficie superiore libera), ma variando la posizione del punto di applicazione della spinta fuori piano, che in questo caso è stata conferita al centro del pannello. Inoltre, per ogni serie, sono state effettuate tre tipologie di prova, considerando tre diversi valori del carico verticale applicato sulla superficie superiore, con l'obiettivo di studiare l'influenza dei carichi di compressione sulla resistenza laterale delle murature. Per ogni sottoserie sono stati sottoposti a prova almeno quattro pannelli murari, per un totale di circa 40 pannelli.

Il valore del carico di compressione conferito al pannello è stato scelto sulla considerazione dei carichi cui realmente sono soggette le pareti murarie all'interno di edifici, ovvero scarico dei solai, copertura, carichi accidentali, ecc.. La valutazione dei suddetti parametri ha, però, condotto ad un valore del carico verticale relativamente modesto. Poiché gli elementi costituenti il pannello murario sono stati posti a diretto contatto tra loro e reagiscono pertanto solo ad attrito, in mancanza di una uniforme distribuzione del carico che si sarebbe realizzata, invece, con l'utilizzo di malta nei giunti, un valore basso del carico di compressione non avrebbe permesso il raggiungimento del meccanismo di collasso e la corretta esecuzione della prova. Infatti, anche nell'ambito della modellazione numerica, soprattutto nel caso della Serie A di pannelli poco vincolati, per bassi valori del carico verticale applicato al pannello, non si ottengono risultati molto accurati. Pertanto, il valore stimato dei carichi agenti su una parete muraria è stato amplificato e considerato in tre diversi livelli, sufficientemente alti da poter condurre correttamente la prova sperimentale, ma tali da non superare il valore della resistenza a compressione del materiale e da scongiurare la crisi per schiacciamento, e rispettivamente pari a 13 kN, 10 kN e 7 kN.

Le prove di caratterizzazione meccanica condotte sono state prove di compressione monoassiale e prove di taglio con compressione preesistente. Dalle prime, condotte su tre tipologie di provini di muratura a secco in scala 1:3 (singoli mattoni, colonne ad una testa e macroelementi murari), è emerso l'effetto scala che si verifica nel sottoporre a prova campioni di diversa geometria. Il carico di rottura per compressione, infatti, diminuisce all'aumentare della dimensione dei campioni testati. Tale fenomeno in par-

te è dovuto all'assenza di legante: gli elementi sono infatti a diretto contatto tra loro, pertanto all'aumentare della superficie degli stessi, aumenta anche la presenza di difetti e rugosità sulle superfici di contatto, che invece risulta essere molto più omogenea in presenza di malta. In parte è attribuibile al peso proprio degli elementi che aumenta all'aumentare delle dimensioni dei provini, ed influisce sulla loro resistenza a compressione. Quest'ultimo fattore, però, è poco influente, vista la modesta dimensione e quindi il ridotto peso degli elementi in scala. Inoltre, l'andamento delle curve, differenziate rispetto al tipico diagramma  $\sigma$ - $\varepsilon$  relativo alle murature tradizionali, evidenzia un modulo di elasticità ridotto nella fase iniziale di carico e deformazioni elevate per carico di compressione costante. Ciò è dovuto ad un processo di assestamento che ha luogo all'interno delle murature a secco in seguito alla non perfetta planarità delle superfici di contatto.

Le prove di taglio sono state condotte su triplette di mattoni in scala al fine di determinare la resistenza iniziale a taglio e l'angolo di attrito del materiale adoperato nella sperimentazione. La procedura di prova prevede che le triplette siano sottoposte contemporaneamente ad uno stato di sollecitazione di taglio e di compressione. Per l'esecuzione della prova è stato appositamente realizzato un dispositivo meccanico che permette di conferire alle triplette uno stato di precompressione e di monitorarne il valore durante l'esecuzione della prova. Tre serie di tre triplette ciascuna (costituite da tre mattoni in scala accostati senza legante) sono state assoggettate all'azione combinata di un carico di precompressione, in direzione perpendicolare ai giunti orizzontali, e di taglio (in direzione parallela ai giunti), per tre differenti livelli di compressione, pari rispettivamente a  $0,2 \text{ N/mm}^2$ ,  $0,6 \text{ N/mm}^2$  e  $1,0 \text{ N/mm}^2$ . Attraverso una regressione lineare dei risultati sperimentali è stata determinata la legge d'attrito del materiale; in particolare, l'angolo di attrito è risultato pari a circa  $30^\circ$ , in buon accordo con risultati riportati in letteratura, mentre la coesione è stata assunta nulla, vista l'assenza di legante nei giunti.

I risultati sperimentali, ottenuti dalle prove di carico fuori piano sui pannelli in scala, sono mostrati in grafici che riportano le letture degli spostamenti di ogni comparatore centesimale (e/o trasduttore induttivo) in funzione del carico fuori piano.

Grazie alle registrazioni degli spostamenti in più punti dei pannelli, è stato possibile rappresentare graficamente, per ogni prova, la deformata del pannello ad ogni incremento del carico trasversale, sia in due che in tre dimensioni, mettendo in evidenza il

cinematismo di collasso sperimentale. Attraverso tali rappresentazioni grafiche è stato effettuato un confronto qualitativo con i meccanismi di collasso individuati da J.B. Rondelet nel 1800, nei quali egli prende in considerazione pareti murarie costituite da blocchi sovrapposti senza legante con l'intento di evidenziare l'azione di vincolo esercitata dai muri trasversali. In particolare, le rappresentazioni 3D mostrano la similitudine tra gli studi di Rondelet e quelli sperimentali ottenuti nel presente lavoro, confermando la validità di modelli che, nonostante introdotti due secoli fa, siano alla base della valutazione del comportamento meccanico della muratura.

Il meccanismo di collasso relativo alla Serie A (pannelli vincolati su due soli lati, soggetti a spinta eccentrica) ha coinvolto una superficie di forma triangolare, che ha subito una rotazione intorno ad una cerniera cilindrica disposta lungo la diagonale del modello, impostata in prossimità del lato non vincolato. In particolare, la porzione triangolare del pannello che ha subito movimenti corrisponde alla parte superiore non vincolata. La parte inferiore del pannello, invece, non ha risentito della spinta fuori piano a causa delle condizioni di vincolo laterali.

Le rappresentazioni 3D mostrano la similitudine tra il meccanismo di collasso sperimentale ed il secondo meccanismo individuato da Rondelet, nel quale egli considera la presenza di muri trasversali su uno dei lati, che comporta il collasso parziale della parete, con ribaltamento intorno ad una cerniera cilindrica inclinata, la cui posizione dipende anche dal rapporto tra le dimensioni degli elementi e quelle della parete stessa.

Relativamente alla Serie A di pannelli, dalle curve sperimentali è possibile notare come il comportamento meccanico non sia puramente elasto-plastico. I "salti" presenti nelle curve sperimentali indicano il verificarsi di fenomeni di scorrimento tra i mattoni e, quindi, la riduzione di resistenza dei pannelli stessi, come osservato anche nell'ambito di sperimentazioni su pareti murarie a secco soggette a carichi taglianti nel piano riportate in letteratura. Ad un primo tratto lineare del diagramma carico-spostamento, sono seguiti un tratto a pendenza minore, con graduale riduzione della rigidità, e tratti irregolari dovuti a scorrimento relativo tra i blocchi; in ogni caso, sono stati ottenuti ampi tratti post-picco.

Si evince, pertanto, soprattutto per la presente Serie A, nella quale i pannelli risultano poco vincolati e con più possibilità di raggiungere il collasso per bassi valori della spinta fuori piano, la forte influenza dei carichi di compressione sulla valutazione della capacità portante delle strutture murarie. Mentre la Sottoserie A – N13, condotta con



un valore elevato del carico di compressione verticale, mostra un comportamento regolare fino al raggiungimento del meccanismo di collasso, le successive due sottoserie hanno un comportamento “anomalo”. Al termine del tratto lineare, che può assimilarsi ad un comportamento elastico, è evidente un tratto quasi orizzontale, seguito da un tratto a pendenza minore del precedente, e da tratti irregolari fino al collasso. In sostanza, già in corrispondenza del punto finale del tratto elastico delle curve sperimentali, si sono manifestati fenomeni di scorrimento tra gli elementi in più punti del modello murario. In effetti, la mancanza di malta tra i giunti ed il diretto contatto tra gli elementi costituenti non permettono una uniforme distribuzione del carico sull'intera struttura muraria. Proprio un elevato valore del carico di compressione assicura una maggiore interazione tra gli elementi, consentendo la trasmissione degli sforzi a più punti del modello ed il raggiungimento del meccanismo di collasso atteso.

Tale fenomeno è stato evidenziato anche attraverso le simulazioni numeriche. Infatti, i limiti inferiore e superiore del carico di collasso racchiudono tutte le curve carico-spostamento sperimentali per le diverse tipologie di prova, tranne che per la prima serie. Per bassi valori del carico verticale applicato, il modello numerico non riesce a riprodurre pienamente il reale comportamento del modello murario. Nella zona corrispondente ad un aumento degli spostamenti per valori quasi costanti del carico orizzontale, si è verificato lo scorrimento fuori piano dei mattoni costituenti il pannello, e tale fenomeno non è facilmente modellabile numericamente, almeno nel caso del primo approccio numerico utilizzato.

Dall'osservazione della posizione delle rette relative all'Upper Bound ed al Lower Bound del carico di collasso, è possibile notare come queste siano collocate in corrispondenza del tratto con pendenza minore e racchiudano l'area che indica la fine del tratto elastico. L'analisi limite omogeneizzata, infatti, riesce ad individuare maggiormente il tratto in cui il pannello inizia a perdere stabilità. Tale situazione è maggiormente spiegabile dall'analisi Upper Bound per le due tipologie di approcci numerici sviluppati: i suddetti valori sono infatti simili, indicando l'affidabilità del modello micromeccanico.

La Serie B fa riferimento ai pannelli vincolati su tre lati al telaio di prova ed aventi la sola superficie superiore libera di traslare e ruotare. Anche per questa serie, la spinta fuori piano è stata conferita in corrispondenza di uno spigolo dei pannelli e sono stati considerati tre diversi valori del carico verticale. Il carico di collasso fuori dal piano è

stato ovviamente maggiore per i pannelli assoggettati ad un valore più elevato dei carichi di compressione.

Il meccanismo di collasso di questa serie di pannelli ha interessato un'area prossima al punto di applicazione della spinta orizzontale, a causa della differente condizione di vincolo rispetto al caso precedente. In particolare, si sono formate due cerniere cilindriche inclinate e la superficie coinvolta nel cinematismo è stata di forma pressoché simmetrica rispetto alla posizione della forza fuori piano. Dalle immagini e dalle evidenze sperimentali, è stato inoltre osservato che la superficie di rottura non è in realtà costituita da due aree triangolari, come asserito in passato, ma di forma parabolica il cui profilo dipende dall'interasse tra i lati vincolati. In questo caso la formazione della parabola è stata di piccola entità, vista la particolare posizione del carico fuori piano, molto prossima ad uno dei due lati verticali vincolati.

Tuttavia, è stato comunque possibile effettuare un confronto qualitativo con i meccanismi di J.B. Rondelet, in particolare con il terzo, nel quale egli esamina una parete vincolata a due muri trasversali in corrispondenza di entrambi i lati verticali. I due meccanismi, sperimentale e teorico, sono simili, ad eccezione della differente posizione delle cerniere cilindriche.

L'osservazione delle curve carico-spostamento sperimentali ha permesso lo studio del comportamento meccanico dei modelli murari appartenenti alle diverse serie di prove condotte. A differenza di quanto si è verificato durante le prove di tipo A, la differente condizione vincolare dei modelli di tipo B ha fatto sì che gli stessi presentassero una maggiore resistenza laterale. Anche in questo caso, però, per un basso valore del carico di compressione verticale si sono verificati maggiori scorrimenti tra gli elementi, evidenziati dal raggiungimento di uno spostamento ultimo maggiore per la sola sottoserie con carico di compressione pari a 7 kN.

Per ciò che concerne i confronti con le simulazioni numeriche, in questo caso, il limite inferiore ed il limite superiore del carico di collasso fuori piano racchiudono i picchi delle curve sperimentali, che presentano un andamento sostanzialmente regolare e quasi totalmente lineare fino al carico massimo. Anche le deformate numeriche e la posizione delle linee di frattura ottenuta dall'applicazione del modello micromeccanico (1° approccio), sono in sostanziale accordo con il meccanismo di collasso sperimentale. Inoltre, l'applicazione del modello eterogeneo (2° approccio numerico) ha permesso di riprodurre anche lo scorrimento tra i mattoni fuori dal piano in corrispondenza del pun-

to di applicazione della spinta orizzontale, in accordo con quanto evidenziato dalle prove sperimentali.

Il meccanismo di collasso della Serie C di prove (pannelli vincolati su tre lati ed assoggettati a spinta centrata sulla superficie frontale degli stessi, in prossimità del lato superiore) ha interessato un'area disposta simmetricamente rispetto al punto di applicazione della spinta orizzontale. In particolare, si sono formate due cerniere cilindriche inclinate e la superficie coinvolta nel cinematismo è stata di forma pressoché parabolica, di maggiore entità rispetto alla precedente serie B a causa della posizione centrale del carico fuori piano. È stato, inoltre, effettuato un confronto qualitativo con il terzo meccanismo di J.B. Rondelet, con il quale è in perfetto accordo.

Il carico di collasso fuori dal piano raggiunto per la Serie C di prove, sia attraverso le prove sperimentali che mediante le simulazioni numeriche, nonostante la medesima condizione vincolare considerata per la Serie B, è stato maggiore. Ciò è imputabile alla diversa posizione della spinta fuori dal piano che ha modificato il meccanismo di collasso finale. Infatti, mentre per la Serie B quest'ultimo è concentrato in un'area ristretta e, pertanto, coinvolge un numero limitato di elementi nello scorrimento, nella Serie C la superficie deformata formatasi al termine della prova è stata di entità maggiore, indicando, quindi, una maggiore dissipazione plastica, ovvero una maggiore resistenza d'attrito da dover superare affinché la struttura collassi. Sostanzialmente, il numero di elementi di laterizio che sono coinvolti nel cinematismo della Serie B è nettamente inferiore a quello relativo alla Serie C, comportando, in tal senso, una maggiore resistenza del pannello a causa della maggiore resistenza d'attrito (trattasi infatti di muratura a secco) che deve essere superata affinché la struttura raggiunga il collasso.

Nell'ambito delle simulazioni numeriche, come per la Serie B, anche in questo caso i limiti numerici del carico di collasso individuano pienamente il valore sperimentale, rappresentato dal punto massimo delle curve relative alle letture dei comparatori meccanici. Il comportamento meccanico della Serie di prove C è infatti abbastanza omogeneo. Vista la particolare condizione di vincolo e di carico, la struttura non permette eccessivi scorrimenti fuori dal piano che sostanzialmente si verificano in prossimità del carico di collasso. Anche in questo caso, i valori dell'Upper Bound relativi ai due approcci numerici adoperati sono prossimi tra loro; inoltre, grazie alle assunzioni fatte sul comportamento meccanico dei materiali ed in particolare alle interfacce dei giunti, relativamente al modello eterogeneo, è stato possibile riprodurre lo scorrimento locale

che si verifica tra i mattoni in prossimità del punto di applicazione della spinta fuori piano.

In definitiva, le prove sperimentali condotte nell'ambito del lavoro di tesi hanno permesso di evidenziare i meccanismi di collasso per pareti murarie soggette a spinte agenti fuori dal piano, considerando condizioni di vincolo e di carico tali da poterle ritenere, con sufficiente approssimazione, del tutto simili alle reali situazioni che si verificano all'interno di edifici in muratura.

Le prove hanno permesso di studiare l'influenza dei carichi assiali di compressione, finora trascurati, sulla resistenza laterale delle pareti esaminate, attraverso una sperimentazione innovativa: al contrario di quanto riportato attualmente nella letteratura tecnica, concernente soprattutto prove sperimentali di flessione per lo studio della resistenza fuori piano delle murature, la sperimentazione qui condotta ha preso in considerazione una differente configurazione di prova.

L'esecuzione delle prove sperimentali ha reso possibile una migliore valutazione dei parametri caratteristici che entrano in gioco nella situazione qui considerata, utili per l'implementazione dei modelli numerici adoperati. Ciò sia grazie alle prove di caratterizzazione meccanica condotte sul materiale adoperato, che hanno fornito i corretti valori dei parametri di input da utilizzare nelle simulazioni numeriche, sia grazie alla conduzione delle prove sui modelli. I risultati sperimentali, infatti, sono in buon accordo con quelli numerici. Le deformate ottenute sono, infatti, del tutto simili a quelle ottenute attraverso i cinematismi sperimentali.

Si ricorda che l'attuale letteratura tecnica non contempla ancora in maniera ben definita un modello capace di studiare la resistenza fuori dal piano delle murature; pertanto, i modelli numerici di riferimento, uniti all'intero programma sperimentale, rappresentano senz'altro un importante contributo numerico-sperimentale a riguardo.

Tuttavia, si ritiene che il presente studio possa essere solo una base di partenza per una migliore descrizione del fenomeno. Sarebbe infatti opportuno investigare maggiormente, sia dal punto di vista numerico, ma soprattutto sperimentale, l'influenza della tessitura muraria sul comportamento fuori dal piano delle pareti in muratura, prendendo, ad esempio, in esame pareti di differente spessore.

## Bibliografia

Anthoine, A., 1995. Derivation of the in-plane elastic characteristics of masonry through homogenisation theory. *Int. J. Solids Structures*, 32: 137-163.

CNR DT 200, AA. VV., 2004. Istruzioni per la Progettazione, l'Esecuzione ed il Controllo degli Interventi di Consolidamento Statico mediante l'utilizzo di Compositi Fibrorinforzati. Roma, CNR 13 Luglio 2004.

Avorio, A., Borri, A., Corradi, M., 2002. Ricerche per la ricostruzione: iniziative di carattere tecnico e scientifico a supporto della ricostruzione. Regione dell'Umbria, Edizioni DEI Tipografia del Genio Civile, Roma.

Backes, H.P., 1985. On the behaviour of masonry under tension in the direction of the bed joints. Tesi di Dottorato di Ricerca, Aachen University of Technology, Germania.

Baker, L.R., 1979. A failure criterion for brickwork in biaxial bending. *Proc. Fifth Int. Brick Masonry Conf.*, Washington, USA: 71-78.

Baldacci, R., Ceradini, G., Giangreco, E., 1971. Plasticità. Tamburini Editore per Italsider S.p.A., Genova.

Bensoussan, A., Lions, J.L., Papanicolaou, G., 1978. Asymptotic analysis for periodic structures. North-Holland, Amsterdam.

Binda, L., Fontana, A., Frigerio, G., 1988. Mechanical behaviour of brick masonries derived from unit and mortar characteristics. Proc. 8<sup>th</sup> Int. Brick/Block Mas. Conf., Dublino, Irlanda: 205-216.

Borri, A., 2004. Analisi ed interventi su edifici esistenti in muratura. XI Convegno ANIDIS, l'ingegneria sismica in Italia, Genova.

British Standard Institution, 2002. Code for practice for use of masonry. Structural use of unreinforced masonry. BS 5628-1:1992, London.

Cavicchi, A., 2004. Analisi limite agli elementi finiti di archi murari interagenti con il riempimento per la valutazione della capacità portante di ponti in muratura. Tesi di Dottorato di Ricerca in Ingegneria Strutturale e Geotecnica, Università degli Studi di Genova, Maggio.

Cecchi, A. & Di Marco, R., 2000. Homogenization of masonry walls with a computational oriented procedure. Rigid or elastic block?. Eur. J. Mech. Solids, 19: 535-546.

Cecchi, A., Milani, G., Tralli, A., 2004. In-plane loaded CFRP reinforced masonry walls: mechanical characteristics by homogenisation procedures. Composites Science and Technology, 64: 2097-2112.

Cecchi, A., Milani, G., Tralli, A., 2005a. Out-of-plane loaded CFRP reinforced masonry walls: mechanical characteristics by homogenization procedures. Composites Science and Technology, 65 (10): 1480-1500.

Cecchi, A., Milani, G., Tralli, A., 2005b. Validation of analytical multi-parameter homogenization models for the out-of-plane loaded masonry walls by means of the FE method. ASCE Journal of Engineering Mechanics, 131 (2): 185-198.

Cecchi, A. & Sab, K., 2002a. A multi-parameter homogenization study for modeling elastic masonry. Europ. J. Mech. Solids, 21: 249-268.

Cecchi, A. & Sab, K., 2002b. Out-of-plane model for heterogeneous periodic materials: the case of masonry. Europ. J. Mech. Solids, 21: 715-746.

CEN – European Committee for Normalization, 2003. Metodi di prova per muratura: determinazione della resistenza iniziale a taglio. prEN 1052-3.

Chee Liang, N.G., 1996. Experimental and theoretical investigation of the behaviour of brickwork cladding panel subjected to lateral loading. Tesi di Dottorato di Ricerca, Università di Edimburgo.

Como, M. & Grimaldi, A., 1983a. Analisi limite di pareti murarie sotto spinta. Atti del Convegno del Gruppo di Ricerca CNR "Ingegneria Strutturale", 30 Giugno-2 Luglio 1983, Udine.

Como, M. & Grimaldi, A., 1983b. A unilateral model for the limit analysis of masonry walls. II Convegno Unilateral Problems in Structural Analysis, CISM Courses and Lectures, Springer Verlag, 22-24 Settembre 1983, Ravello.

De Buhan, P. & De Felice, G., 1997. A homogenisation approach to the ultimate strength of brick masonry. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 45 (7): 1085-1104.

Decreto Ministeriale 20/11/1987. Norme tecniche per la progettazione, esecuzione e collaudo degli edifici in muratura e per il loro consolidamento. G.U. suppl. 285 del 5/12/87.

Di Pasquale S., 1992. New trends in the analysis of masonry structures. *Meccanica*, 27: 173-184.

Dogliani F., 1999. Codice di pratica (Linee Guida) per la progettazione degli interventi di riparazione, miglioramento sismico e restauro dei beni architettonici danneggiati dal terremoto umbro-marchigiano del 1997. Contratto di Ricerca tra Commissario Delegato per la Regione Marche e IUAV, D.R.G. 78 PR/CBC del 18/01/99.

Eurocodice 6, 2004. Progettazione delle strutture in muratura. Parte 1-1: Regole generali per gli edifici – Regole per la muratura armata e non armata. UNI-ENV 1996-1-1: 2002, CEN – Comitato Europeo di Normazione, Bruxelles, Belgio.

Gazzola, E.A. & Drysdale, R.G., 1986. A component failure criterion for brickwork in flexure. *Structure '86*, ASCE: 134-153.

Giuffrè, A., 1993. Sicurezza e conservazione dei centri storici. Il caso Ortigia. Edizioni Laterza.

Giuffrè, A., 1990. *Lecture sulla Meccanica delle Murature Storiche*. Kappa Ed., Roma.

Giuffrè, A. & Carocci, C., 1999. Codice di pratica per la sicurezza e la conservazione del centro storico di Palermo. Edizioni Laterza.

Guggisberg, R. & Thürlimann, B., 1990. Failure criterion for laterally loaded masonry walls. *Proc. 5<sup>th</sup> North Amer. Mas. Conf.*, Illinois, USA: 949-958.

Haseltine, B.A., West, H.W.H., Tutt, J.N., 1977. The resistance of brickwork to lateral loading: Part 2 – Design of walls to resist lateral loads. *The Structural Engineer*, 55 (10): 422-430.

Heyman, J., 1966. The stone skeleton. *International Journal of Solids and Structures*; 2: 249-279.

Hendry, A.W., 1973. The lateral strength of unreinforced brickwork. *The Structural Engineer*, 51 (2): 43-50.

Hendry, A.W., 1986. *Statika delle strutture in muratura di mattoni*. Pàtron Editore, Bologna.

Hobbs, B., Ting, M., Gilbert, M., 1994. An analytical approach for walls subjected to static and dynamic out-of-plane point loads. *Proc. Of the 10<sup>th</sup> IB<sup>2</sup>MaC*, Calgary, Canada: 329-338.

Hobbs, B., Gilbert, M., Molyneaux, T., 1998. Effects of vehicle impact loading on masonry arch parapets. *Arch Bridges*, Sinopoli Ed., Rotterdam: 281-287.

Lofti, H.R. & Shing, P.B., 1994. Interface model applied to fracture of masonry structures. *ASCE Journal of Structural Engineering*, 120 (1): 63-80.

Lourenço, P.B., 1996. *Computational strategies for masonry structures*. Tesi di Dottorato di Ricerca, Delft University of Technology, Olanda.

Lourenço, P.B., 1997. An anisotropic macro-model for masonry plates and shells: implementation and validation. TNO-BOUW report no. 97-NM-R0564, Delft University of Technology, Olanda.

Lourenço, P.B., 1998. Experimental and numerical issues in the modelling of the mechanical behaviour of masonry. *Structural Analysis of Historical Constructions II*, P. Roca, J.L. González, E. Oñate, P.B. Lourenço (Eds), CIMNE, Barcellona.

Lourenço, P.B., Oliveira, D.V., Roca, P., Orduña, A., 2005. Dry joint stone masonry walls subjected to in-plane combined loading. *ASCE Journal of Structural Engineering*, 131 (11): 1665-1673.

Lourenço, P.B. & Ramos, L.F., 2004. Characterization of cyclic behaviour of dry masonry joints. *ASCE Journal of Structural Engineering*, 130 (5): 779-786.

Lourenço, P.B. & Rots, J.G., 1997a. On the use of homogenisation techniques for the analysis of masonry structures. *Masonry International*, 11 (1): 26-32.

Lourenço, P.B. & Rots, J.G., 1997b. A multi-surface interface model for the analysis of masonry structures. *ASCE Journal Eng. Mech.*, 123 (7): 660-668.

Luciano, R. & Sacco, E., 1997. Homogenization technique and damage model for old masonry material. *Int. J. Solids Structures*, 24: 3191-3208.



Luciano, R. & Sacco, E., 1998. A damage model for masonry structures. *Eur. J. Mech. Solids*, 17: 285-303.

Marzahn, G., 1997. Dry-stacked masonry in comparison with mortar jointed masonry. LACER No.2, Leipzig Annual Civil Engineering Report, University of Leipzig, Germany, 1432-6590.

Marzahn, G., 1998. The shear strength of dry-stacked masonry walls. LACER No.3, Leipzig Annual Civil Engineering Report, University of Leipzig, Germany, ISSN 1432-6590.

Milani, G., 2004. Homogenization techniques for in- and out-of-plane loaded masonry walls". Tesi di Dottorato di Ricerca in Ingegneria Civile e Ingegneria Industriale, Università degli Studi di Ferrara, Dicembre.

Milani, G., Lourenço, P.B., Tralli, A., 2006a. Homogenised limit analysis of masonry walls. Part I: failure surfaces. *Computers and Structures*, 84: 166-180.

Milani, G., Lourenço, P.B., Tralli, A., 2006b. Homogenised limit analysis of masonry walls, Part II: structural examples. *Computers and Structures*, 84: 181-195.

Milani, G., Lourenço, P.B., Tralli, A., 2006c. A homogenization approach for the limit analysis of out-of-plane loaded masonry walls. *ASCE Journal of Structural Engineering*, 132 (10): 1650-1663.

Milani, G. & Tralli, A., 2004. A micro-mechanical model for the homogenized limit analysis of out-of-plane loaded masonry walls. Report Dip. Ingegneria N. 130, Università degli Studi di Ferrara, Dicembre.

Milani, G., Zuccarello, F.A., Olivito, R.S., Tralli, A., 2006d. Heterogeneous upper-bound finite element limit analysis of masonry walls out-of-plane loaded. Accettato per la pubblicazione sulla rivista internazionale *Computational Mechanics*.

Oliveira, D.V., 2000. Mechanical characterization of stone and brick masonry. Report 00-DEC/E-4, University of Minho, Guimaraes, Portogallo.

Oliveira, D.V., 2003. Experimental and numerical analysis of blocky masonry structures under cyclic loading. Tesi di Dottorato di Ricerca, University of Minho, Guimaraes, Portogallo.

Olivito, R.S., 1991. Basic Principles of structural modeling. Report N.137, Dipartimento di Strutture, Università della Calabria, Ottobre 1991.

Olivito, R.S., Stumpo, P., 1992. Analisi sperimentale di pareti murarie mediante modelli. Atti del XXI Convegno Nazionale Associazione Italiana per l'Analisi delle Sollecitazioni (AIAS), 23-26 Settembre 1992, Genova.

Olivito, R.S., Stumpo, P., 2001. Analisi dell'effetto scala in prove sperimentali su elementi murari. Atti del XXI Convegno Nazionale Associazione Italiana per l'Analisi delle Sollecitazioni (AIAS), 12-15 Settembre 2001, Alghero (SS).

Olivito, R.S., 2003. Statica e stabilità delle costruzioni murarie. Pitagora Editrice, Bologna.

Olivito, R.S. & Zuccarello, F.A., 2006. Indagine sperimentale sul comportamento meccanico di pareti murarie caricate fuori dal piano. Atti del XXXV Convegno Nazionale Associazione Italiana per l'Analisi delle Sollecitazioni (AIAS), 13-16 Settembre 2006, Ancona.

O.P.C.M., Ordinanza del Presidente del Consiglio dei Ministri n.3431, 2005. Ulteriori modifiche ed integrazioni all'O.P.C.M. 3274/03, Primi elementi in materia di criteri generali per la classificazione sismica del territorio nazionale e di normative tecniche per le costruzioni in zona sismica.

Orduña, A., 2003. Seismic assessment of ancient masonry structures by rigid block limit analysis. Tesi di Dottorato di Ricerca, University of Minho, Guimaraes, Portogallo.

Page, A.W., 1978. Finite element model for masonry. ASCE J. Struct. Div., 104 (8): 1267-1285.

Page, A.W., 1980. A biaxial failure criterion for brick masonry in the tension-tension range. Int. J. of Masonry Construction, 1 (1): 26-29.

Page, A.W., 1981. The biaxial compressive strength of brick masonry. Proc. Instn. Civ. Eng., Part 2, 71: 893-906.

Page, A.W., 1983. The strength of brick masonry under biaxial tension-compression. Int. J. of Masonry Construction, 3 (1): 26-31.

Pande, G.N., Liang, J.X., Middleton, J., 1989. Equivalent elastic moduli for brick masonry. Comp. Geotech., 8: 243-265.

Rondelet, J.B., 1802. Traité théorique et pratique de l'art du batir. Parigi.

Samarasinghe, W. & Hendry, A.W., 1980. The strength of brickwork under biaxial tensile and compressive stress. Proc. 7<sup>th</sup> Symposium on Load Bearing Brickwork, Londra.

Samarasinghe, W. & Lawrence, S.J., 1994. Behaviour of masonry under combined torsion and compression. Proc. Of the 10<sup>th</sup> IB<sup>2</sup>MaC, Calgary, Canada: 1057-1066.

Sinha, B.P., 1978. A simplified ultimate load analysis of laterally loaded model orthotropic brickwork panels of low tensile strength. *The Structural Engineer*, 56B (4): 81-84.

Sinha, B.P., 1980. An ultimate load analysis of laterally loaded brickwork panels. *Int. J. Mas. Constr.*, 1 (2): 57-61.

Tassios, T.P., 1988. *Meccanica delle murature*. Liguori Editore, Napoli.

Thürlimann, B. & Guggisberg, R., 1988. Failure criterion for laterally loaded masonry walls: Experimental investigations. Proc. 8<sup>th</sup> Int. Brick/Block Mas. Conf., Dublino, Irlanda: 699-706.

Van der Pluijm, R., 1993. Shear behaviour of bed joints. Proc. 6<sup>th</sup> North American Masonry Conf., Philadelphia: 125-136.

Van der Pluijm, R., Rutten, H.S., Schiebroek, C.S., 1995. Flexural behaviour of masonry in different directions. Proc. 4<sup>th</sup> Int. Mas. Conf., Londra: 117-123.

Van der Pluijm, R., 1999. Out-of-plane bending of masonry. Tesi di Dottorato di Ricerca, Eindhoven University of Technology, Olanda.

West, H.W.H., Hodgkinson, H.R., Haseltine, B.A., 1977. The resistance of brickwork to lateral loading: Part 1 – Experimental methods and results of tests on small specimens and full sized walls. *The Structural Engineer*, 55 (10): 411-421.

Zuccarello, F.A., Milani, G., Olivito, R.S., Tralli, A., 2006. An experimental analysis of brickwork panels laterally loaded. Sottomesso per accettazione all'ASCE Journal of Structural Engineering.

Zucchini, A. & Lourenço, P.B., 2002. A micro-mechanical model for the homogenization of masonry. *Int. J. Solids and Structures*, 39: 3233-3255.

