



UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA

**DOTTORATO DI RICERCA IN
INGEGNERIA DEI MATERIALI E DELLE STRUTTURE
XX CICLO**

SETTORE SCIENTIFICO DISCIPLINARE: ICAR/09

**IMPIEGO STRUTTURALE DEI CALCESTRUZZI FIBRORINFORZATI
MODELLAZIONI TEORICHE E VERIFICHE SPERIMENTALI**

Tesi presentata per il conseguimento del titolo di Dottore di Ricerca in
Ingegneria dei Materiali e delle Strutture
da

Lidia RIZZUTI

Dipartimento di Strutture
Novembre 2007



UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA

DOTTORATO DI RICERCA IN
INGEGNERIA DEI MATERIALI E DELLE STRUTTURE
XX CICLO

SETTORE SCIENTIFICO DISCIPLINARE: ICAR/09

**IMPIEGO STRUTTURALE DEI CALCESTRUZZI FIBRORINFORZATI
MODELLAZIONI TEORICHE E VERIFICHE SPERIMENTALI**

Tesi presentata per il conseguimento del titolo di Dottore di Ricerca in
Ingegneria dei Materiali e delle Strutture
da

Lidia RIZZUTI

Coordinatore del Corso di Dottorato

Prof. Domenico BRUNO

Tutors del Candidato

Prof. Giuseppe SPADEA

Dott. Ing. Francesco BENCARDINO

Dipartimento di Strutture
Novembre 2007

INDICE

SOMMARIO	V	
ABSTRACT	IX	
NOTAZIONI E SIMBOLI	XI	
1	INTRODUZIONE	1
1.1	Materiali innovativi	1
1.2	Campi d'impiego dei calcestruzzi fibrorinforzati	4
1.3	Temi di ricerca ed obiettivi	6
2	PROPRIETÀ DEL MATERIALE FRC	9
2.1	Introduzione	9
2.2	Proprietà del calcestruzzo fresco	9
2.3	Proprietà meccaniche del calcestruzzo indurito	11
	2.3.1 Comportamento a compressione	11
	2.3.2 Comportamento a trazione	15
2.4	Conclusioni	17

3	SPERIMENTAZIONE	19
3.1	Introduzione	19
3.2	Programma sperimentale	20
3.3	Materiali, composizione delle miscele e preparazione dei provini	21
3.4	Attrezzatura sperimentale	25
3.4.1	Prove di compressione	25
3.4.2	Prove di trazione per flessione	27
3.5	Valutazione delle proprietà meccaniche	30
3.5.1	Standard di riferimento: UNI 11039 (2003)	31
3.5.2	Standard di riferimento: RILEM TC 162-TDF (2002)	32
3.6	Valutazione delle proprietà a frattura	34
3.7	Conclusioni	38
4	RISULTATI SPERIMENTALI	41
4.1	Introduzione	41
4.2	Influenza della lunghezza e della percentuale in volume di fibre metalliche	41
4.2.1	Prove di compressione	42
4.2.2	Prove di flessione su quattro punti	43
4.2.3	Valutazione delle proprietà meccaniche secondo la UNI 11039	46
4.2.4	Valutazione dell'energia di frattura	48
4.2.5	Analisi dei risultati	49
4.3	Influenza della percentuale in volume di fibre	49
4.3.1	Prove di compressione	50
4.3.2	Prove di flessione su quattro punti	54
4.3.3	Valutazione delle proprietà meccaniche secondo la UNI 11039	57
4.3.4	Valutazione dell'energia di frattura	59
4.3.5	Distribuzione delle fibre sulla superficie di frattura	60
4.3.6	Analisi dei risultati	63
4.4	Influenza della percentuale e del tipo di fibre additivate	64
4.4.1	Prove di compressione	64
4.4.2	Prove di flessione su quattro punti	65
4.4.3	Valutazione delle proprietà meccaniche secondo la UNI 11039	67
4.4.4	Valutazione dell'energia di frattura	68

4.4.5	Prove di flessione su tre punti	69
4.4.6	Valutazione delle proprietà meccaniche secondo la RILEM TC 162-TDF	71
4.4.7	Valutazione dell'energia di frattura	72
4.4.8	Analisi dei risultati	73
4.5	Confronti dei risultati sperimentali	73
4.6	Conclusioni	76
5	RELAZIONI TENSIONE-DEFORMAZIONE	79
5.1	Introduzione	79
5.2	Legami costitutivi a compressione	80
5.2.1	Modelli analitici	80
5.2.2	Analisi critica	85
5.2.3	Confronto incrociato tra curve sperimentali e modelli analitici	86
5.3	Legami costitutivi a trazione	91
5.3.1	Modelli analitici	91
5.3.2	Analisi critica	99
5.4	Conclusioni	100
6	MODELLAZIONE NUMERICA, RISULTATI, CONFRONTI	101
6.1	Introduzione	101
6.2	Modello costitutivo del materiale: <i>Multi crack concrete model</i>	103
6.3	Discretizzazione e tipo di elemento finito	112
6.4	Parametri d'input	114
6.4.1	Calcestruzzo fibrorinforzato: proprietà elastiche lineari	114
6.4.2	Calcestruzzo fibrorinforzato: comportamento non lineare	114
6.5	Procedura d'analisi	115
6.5.1	Equazioni di base degli elementi finiti	115
6.5.2	Analisi statica non lineare	117
6.5.3	Procedure incremental	123
6.5.4	Tecnica di soluzione	128
6.6	Confronto numerico-sperimentale	130
6.7	Conclusioni	135

7	DOMINI DI RESISTENZA DI SEZIONI IN FRC	137
7.1	Introduzione	137
7.2	Legami costitutivi dei materiali	139
7.2.1	Calcestruzzo fibrorinforzato	139
7.2.2	Acciaio	143
7.3	Diagrammi d'interazione: modellazione teorica	143
7.4	Analisi sperimentali di riferimento	145
7.5	Confronto tra risultati sperimentali e curve d'interazione teoriche	147
7.6	Domini predittivi	153
7.7	Conclusioni	156
8	CONCLUSIONI	157
	BIBLIOGRAFIA	161
	APPENDICE	171

SOMMARIO

Le ricerche, nel campo dell'ingegneria civile, sono state indirizzate, recentemente, verso lo studio di materiali a matrice cementizia innovativi ad elevate prestazioni. Tra questi i più promettenti sono i calcestruzzi fibrorinforzati. L'aggiunta di fibre nella matrice cementizia, trasforma un prodotto relativamente fragile come il calcestruzzo in un materiale composito dotato di una certa duttilità e tenacità, capace di assorbire notevoli quantità d'energia derivanti dalle azioni dinamiche o cicliche, quali ad esempio quella sismica, nella fase "durante e post" fessurativa.

Nonostante i numerosi studi condotti ancora alcune problematiche sono aperte ad ulteriori sviluppi.

Il presente lavoro riguarda lo studio dell'impiego strutturale dei calcestruzzi fibrorinforzati con riferimento sia al comportamento del materiale che a quello strutturale.

Inizialmente, è stato analizzato il **comportamento del materiale**, sia a compressione che a trazione, con un approccio di tipo sperimentale, teorico e numerico.

In particolare, è stata eseguita un'analisi sperimentale affiancata da un'analisi numerica con l'intento di individuare il parametro ottimale tipo e quantitativo di fibre capace di migliorare la *performance* del materiale in generale ed in relazione alle prestazioni strutturali, tenendo in dovuto conto le implicazioni sulla lavorabilità allo

stato fresco e sulla tenacità allo stato indurito, che derivano dalla combinazione delle fibre con una matrice cementizia.

Lo scopo dell'indagine sperimentale è stato quello di analizzare e confrontare le proprietà meccaniche e a frattura dei calcestruzzi fibrorinforzati al variare di alcuni parametri fondamentali quali la resistenza a compressione della matrice cementizia, il tipo di fibre impiegate (metalliche/polipropilene), la percentuale in volume di fibre presenti (V_f) e nel caso delle fibre metalliche la lunghezza delle fibre (L_f).

Le simulazioni numeriche, complementari alla ricerca sperimentale, hanno permesso di indagare sull'influenza dell'alta percentuale di fibre metalliche sul comportamento post-picco a trazione. I risultati ottenuti sono stati confrontati con quelli sperimentali al fine di verificare l'affidabilità della procedura numerica.

È stato sviluppato uno studio comparato tra relazioni tensione-deformazione sperimentali e teoriche con particolare riferimento al comportamento a compressione dei calcestruzzi fibrorinforzati, con lo scopo di valutare l'affidabilità dei modelli disponibili in letteratura. Un'ampia casistica di dati sperimentali disponibili nella recente letteratura sono stati esaminati ed organizzati per tipologie di prove effettuate e quelli più significativi, in quanto compiutamente descritti, sono stati raccolti in un database. Il menzionato database è stato integrato con ulteriori risultati ottenuti dalla sperimentazione svolta nel "Laboratorio Piccoli Modelli" del Dipartimento di Strutture dell'Università della Calabria. In modo analogo sono stati analizzati e raccolti in un database i modelli analitici riguardanti, le relazioni tensione-deformazione in regime uniassiale disponibili in letteratura. Gli stessi sono stati criticamente analizzati e l'affidabilità di ciascuna relazione è stata verificata mediante il confronto con i risultati sperimentali ottenuti dallo stesso autore e con quelli ottenuti da altri autori.

Si è passati poi allo studio del **comportamento strutturale**. Sono stati esaminati alcuni aspetti concernenti il comportamento di sezioni in calcestruzzo fibrorinforzato ed armatura tradizionale con particolare riferimento ai problemi d'interazione Sforzo normale (N) - Momento flettente (M) con la finalità di evidenziare il ruolo dei parametri fondamentali legati alla resistenza della sezione. Un'opportuna scelta dei legami costitutivi dei materiali e un'adeguata calibrazione del modello di calcolo consente di cogliere con sufficiente precisione il comportamento reale. Sono state analizzate le relazioni proposte dalle linee guida del CNR-DT 204 (2006) e ad altre presenti in letteratura. La capacità dei modelli teorici di descrivere il reale

comportamento di elementi in calcestruzzo fibrorinforzato ed armatura tradizionale pressoinflessi è stata valutata attraverso il confronto con i risultati di alcune prove sperimentali disponibili in letteratura.

Al fine di agevolare le operazioni di progettazione/verifica di elementi in calcestruzzo fibrorinforzato ed armatura tradizionale sono stati costruiti, con riferimento alle indicazioni della linea guida italiana, alcuni domini d'interazione, per sezioni rettangolari armate simmetricamente, al variare delle caratteristiche geometriche e meccaniche delle fibre, della loro percentuale in volume nella miscela e della percentuale meccanica di armatura.

Parole chiave: Analisi sperimentale; Calcestruzzi fibrorinforzati; Comportamento post-picco; Comportamento pressoflessionale; Relazioni tensione-deformazione.

ABSTRACT

Recently researches, in the field of civil engineering, have been addressed to study high performance concrete materials. In particular Fiber Reinforced Concrete (FRC) materials are very promising. With the addition of fibers into the concrete matrix, a brittle material like concrete can be modified towards a composite material with some ductility properties, able to absorb notable impact energy due to the dynamic or cyclic actions, like the seismic action, in the “during and post” cracking stage. Although, several studies were developed further research is needed to investigate some topics.

The present work deals with the study of FRC materials used for structural applications with reference to the material and structural behaviour.

Initially, the compressive and the tensile **behaviour of the FRC material** were analyzed by experimental, theoretical and numerical approaches. Specifically, an experimental investigation and a numerical analysis were carried out with the aim to identify the parameters like fiber types and contents, that are able to improve the performance of FRC material with reference to the structural behaviour. The implications on the use of fibers added into the concrete matrix on the workability at the fresh state and on the toughness at the hardened state were also considered. The aim of the experimental investigation was to analyze and compare the mechanical and the fracture properties of FRC materials by varying some main parameters like matrix compressive strength, fiber types (steel/polypropylene), fiber volume content (V_f) and

the length of steel fibers (L_f).

Through the numerical analysis it was possible to investigate the influence of high steel fiber content on the tensile post-peak behaviour. The numerical results obtained were compared with the experimental ones and the reliability of the numerical procedure was checked.

A comparative study was carried out between experimental and theoretical stress-strain relationships available in literature, with particular reference to compressive behaviour of FRC. The aim was to evaluate the reliability of the proposed models and their range of validity. Several experimental data available in literature were analyzed and collected in a database. The above database was integrated with further experimental results obtained in the Laboratory of the Department of Structural Engineering at the University of Calabria. At the same time, the analytical uniaxial stress-strain relationship available in literature were analyzed and collected. Each theoretical model was critically analyzed and the reliability was checked through a comparison with the experimental curves of the same author and other available in literature.

Subsequently, the **structural behaviour** was studied. With reference to the behaviour of eccentrically loaded FRC columns interaction diagrams axial load (N) – bending moment (M) of the cross section were computed to highlight the role of some main parameters on the strength. The theoretical models proposed in the Italian guideline CNR-DT 204 (2006) and other models available in literature were used in the analysis. The reliability of the theoretical models to describe the real behaviour of fiber reinforced concrete elements was checked through a comparison with some experimental data on steel fiber reinforced concrete columns subjected to eccentric loads available in literature. With reference to a rectangular FRC cross section, symmetrically reinforced, interactions diagrams, using the relationships proposed in the CNR-DT 204 (2006), were computed by varying some parameters like fiber geometrical properties and contents. The aim was to provide interaction diagrams which can be useful to design/check the strength of the concrete members reinforced with fibers and traditional steel reinforcement.

Keywords: Experimental investigation; Fiber reinforced concrete; Post-peak behaviour; Eccentric loads; Stress-strain relationships.

NOTAZIONI E SIMBOLI

A	=	Area della sezione fessurata
A_f	=	Area della sezione delle fibre
A_s	=	Area delle armature metalliche
D	=	Diametro dei provini cilindrici
D_f	=	Diametro delle fibre
D_0	=	Indice di duttilità nel campo di apertura medio della fessura compreso tra 0-0,6,6 mm
D_1	=	Indice di duttilità nel campo di apertura medio della fessura compreso tra 0,6-3 mm
E_c	=	Modulo di elasticità tangente
E_{ct}	=	Modulo elastico a trazione
E_{pf}	=	Modulo di elasticità secante
F_L	=	Carico al limite di proporzionalità
G_f	=	Energia specifica di frattura
H	=	Altezza dei provini cilindrici
I_f	=	Indice di rinforzo
L	=	Luce
L_{crf}	=	Lunghezza critica delle fibre

L^*	=	Lunghezza di riferimento
L_f	=	Lunghezza delle fibre
N_1	=	Numero di fibre per unità di area
P	=	Carico di prova
P_{If}	=	Carico di prima fessurazione
R_{ci}	=	Resistenza cubica a compressione
R_{cm}	=	Resistenza cubica media a compressione
R_{ck}	=	Resistenza cubica caratteristica a compressione
RI	=	Indice di rinforzo per peso
V	=	Varianza
V_f	=	Percentuale in volume di fibre
W_f	=	Percentuale in peso di fibre
a_o	=	Altezza dell'intaglio
b	=	Base della sezione
f_c	=	Resistenza a compressione del calcestruzzo ordinario
f_{cf}	=	Resistenza a compressione del calcestruzzo fibrorinforzato
f_{cfd}	=	Resistenza a compressione di progetto del calcestruzzo fibrorinforzato
f_{cmt}	=	Resistenza a trazione del calcestruzzo ordinario
$f_{ct,L}$	=	Resistenza al limite di proporzionalità
f_{cr}	=	Resistenza a trazione di prima fessurazione
$f_{eq(0-0,6)}$	=	Resistenza a trazione per flessione equivalente corrispondente all'intervallo di apertura medio di fessura compreso tra 0-0,6 mm
$f_{eq(0,6-3)}$	=	Resistenza a trazione per flessione equivalente corrispondente all'intervallo di apertura medio di fessura compreso tra 0,6-3 mm
$f_{eq,2} f_{eq,3}$	=	Resistenza a trazione per flessione equivalente
f_o	=	Resistenza residua
f_{Ftu}	=	Resistenza a trazione residua ultima
f_{fu}	=	Resistenza a rottura
$f_{R,i}$	=	Resistenza a trazione per flessione residua
f_{tf}	=	Resistenza a trazione residua
f_{If}	=	Resistenza a trazione per flessione di prima fessurazione
f_y	=	Resistenza allo snervamento per trazione delle armature metalliche
f_{yk}	=	Resistenza caratteristica allo snervamento per trazione delle armature

		metalliche
f_{yd}	=	Resistenza di progetto allo snervamento per trazione delle armature metalliche
h	=	Altezza della sezione
l_{cs}	=	Lunghezza caratteristica dell'elemento strutturale
q	=	percentuale meccanica di armatura
s	=	Scarto quadratico medio
z	=	Pendenza del tratto discendente
w	=	Apertura di fessura
β	=	Pendenza del tratto discendente
γ	=	Fattore di orientamento delle fibre
γ_m	=	Coefficiente parziale per materiali
δ	=	Freccia
ε	=	Deformazione
ε_{co}	=	Deformazione corrispondente alla tensione di picco, cls ordinario
ε_{cr}	=	Deformazione corrispondente alla tensione a trazione di picco dei calcestruzzi fibrorinforzati
ε_{pf}	=	Deformazione corrispondente alla tensione di picco, cls fibrorinforzato
ε_{fu}	=	Deformazione a rottura
η_b	=	<i>Bond efficiency factor</i>
η_e	=	Fattore di conversione di lunghezza
η_o	=	Fattore di orientamento
σ	=	Tensione
τ	=	Tensione d'aderenza all'interfaccia fibra-matrice

CAPITOLO 1

INTRODUZIONE

1.1 Materiali innovativi

Recentemente lo studio di materiali a matrice cementizia innovativi ad elevate prestazioni è stato il tema di numerosi studi e ricerche. Inizialmente, l'attenzione è stata rivolta ad incrementare la resistenza a compressione del calcestruzzo. Si sono diffusi quindi i calcestruzzi ad alta resistenza HSC (*High Strength Concrete*). Questi tipi di materiali raggiungono resistenze a compressione elevate variabili da 50 a 100 MPa. La facilità di produzione dei calcestruzzi ad alta resistenza può essere ascritta a diversi fattori quali: una migliore qualità intrinseca del cemento, l'avvento degli additivi superfluidificanti che hanno consentito di ridurre drasticamente il valore del rapporto acqua/cemento senza penalizzare la fluidità del calcestruzzo e l'uso del fumo di silice che per la ridotta dimensione dei granuli consente di ridurre la porosità della pasta di cemento e di migliorare, grazie alla diminuzione del *bleeding*, la qualità della matrice all'interfaccia pasta-aggregato (Coppola 1997). L'elevata resistenza implica, però, una maggiore fragilità.

Successivamente, l'attenzione fu focalizzata verso un'altra importante caratteristica: la lavorabilità. Allo scopo di ridurre gli elevati costi di costruzione e con l'uso crescente di armature congestionate, nelle fondazioni e nei nodi strutturali delle strutture sismoresistenti, l'interesse fu rivolto a migliorare le proprietà reologiche in termini di fluidità e coesione allo stato fresco. Il calcestruzzo autocompattante SCC (*Self*

Compacting Concrete) può considerarsi una vera rivoluzione tecnologica con riferimento alla durabilità della struttura, ai tempi di getto ed alla qualità del materiale. Uno degli aspetti più rilevanti del calcestruzzo autocompattante è rappresentato dal fatto che non viene vibrato quando gettato in opera con conseguente riduzione dei tempi di lavorazione. Questo calcestruzzo spesso è ottenuto mediante l'introduzione di additivi di natura minerale o sintetica, in particolare superfluidificanti e viscosizzanti.

I requisiti di durabilità e duttilità sono diventati di fondamentale importanza soprattutto nei casi di strutture da realizzarsi in zona sismica o soggette ad azioni ambientali aggressive. In questa direzione si sono sviluppati i calcestruzzi fibrorinforzati FRC (*Fiber Reinforced Concrete*) che rappresentano uno dei materiali più promettenti nel campo dell'ingegneria strutturale. L'aggiunta di fibre discontinue nella matrice di calcestruzzo ne riduce la fragilità e aumenta la duttilità. Maggiore possibilità di controllo della fessurazione, incremento della tenacità, capacità di assorbire elevate quantità d'energia in presenza di azioni dinamiche, sono alcune delle più importanti caratteristiche di tali materiali.

In genere, i conglomerati confezionati con fibre in polipropilene, idrorepellenti e resistenti agli ambienti alcalini, possiedono alta tenacità ed elevata stabilità dimensionale e sono resistenti all'abrasione nonché agli agenti atmosferici e chimici, alle muffe ed ai microrganismi. Le fibre disperse all'interno della matrice del calcestruzzo realizzano una microarmatura tridimensionale diffusa in modo omogeneo ed in grado di contrastare le tensioni da ritiro plastico. Le fibre si distribuiscono in modo omogeneo all'interno della matrice e riducono la formazione di microfessurazioni. Esse agiscono così da rinforzo aggiuntivo ed incrementano la durabilità del manufatto, migliorandone anche la resistenza alla carbonatazione, la resistenza agli urti ed ai cicli di gelo/disgelo. I calcestruzzi rinforzati con fibre metalliche sono quelli più diffusi. In questi, al crescere del tenore di fibre additivate, la resistenza a compressione e la deformazione corrispondente alla tensione di picco, mostrano un modesto aumento, mentre si nota un significativo miglioramento nel tratto discendente della curva tensione-deformazione. Si sviluppa una resistenza residua significativa e la deformazione ultima corrispondente a tali valori di resistenza residua risulta circa cinque volte maggiore rispetto a quella di un calcestruzzo ordinario. Non si rileva un significativo aumento della resistenza alla trazione diretta bensì, con riferimento alla resistenza a trazione per flessione, questo tipo di materiale presenta un

ramo di softening più esteso caratterizzato da una lunga coda, da una significativa resistenza residua a trazione e da una maggiore energia di frattura.

Negli ultimi anni si sono sviluppati anche i calcestruzzi fibrorinforzati ad alte prestazioni HPRCC (*High Performance Fiber Reinforced Cementitious Composites*). Questi materiali esibiscono un incremento del limite elastico, definito come il limite oltre il quale si forma la prima macrofessura, seguito da un comportamento a trazione di tipo *strain-hardening* (Shah e Kuder 2005; Stang e Li 2004).

I calcestruzzi fibrorinforzati possono essere così classificati in due classi quelli caratterizzati da un comportamento a trazione di tipo *strain-softening* e quelli da un comportamento di tipo *strain-hardening*. Il comportamento di questi ultimi è caratterizzato da un iniziale aumento della resistenza, dovuta ad un incremento del limite elastico, seguito da un comportamento di tipo *hardening*, dovuto alla presenza di numerose microfessure. Il comportamento post-picco di tipo *softening* è caratterizzato da una localizzazione delle deformazioni e dalla propagazione di una più ampia fessurazione.

Recentemente, si è sviluppata un'altra interessante tecnica quella dell'ibridazione, che consiste nell'aggiunta di micro e macro fibre metalliche nella matrice di calcestruzzo per ottimizzare la *performance* del materiale (Banthia e Soleimani 2005; Sorelli ed altri 2005; Banthia e Sappakittipakorn 2007; Vandewalle 2007). L'uso, infatti, di fibre, con diverse dimensioni e moduli di elasticità, influenza il processo fessurativo durante i diversi stadi di carico. L'idea è quella che le fibre corte possono cucire efficacemente le microfessure, che si sviluppano in una prima fase di carico. Quando le microfessure si uniscono per formare una macrofessura le fibre più lunghe si attivano formando un meccanismo di tipo ponte (*bridging mechanism*).

Si è osservato, inoltre, che un compromesso, per ottenere buone proprietà allo stato fresco ed elevata tenacità allo stato indurito, può essere ottenuto con un *cocktail* di fibre metalliche e non-metalliche (Yurtseven ed altri 2006; Sivakumar e Santhanam 2007). L'aggiunta di fibre non-metalliche, come quelle in polipropilene, poliestere o di vetro migliora il comportamento del calcestruzzo allo stato fresco riducendo la fessurazione da ritiro grazie all'elevato rapporto d'aspetto e alla bassa densità e rigidità delle fibre. Mentre, l'aggiunta di fibre metalliche migliora il comportamento post-fessurativo allo stato indurito.

In quest'ampio panorama di materiali innovativi l'attenzione è stata rivolta ad

approfondire alcuni aspetti riguardanti il comportamento meccanico e a frattura dei calcestruzzi fibrorinforzati a comportamento di tipo *strain-softening* attraverso un approccio di tipo sperimentale, affiancato da uno studio numerico e da un'analisi critica dei modelli teorici disponibili in letteratura.

1.2 Campi d'impiego dei calcestruzzi fibrorinforzati

L'uso dei calcestruzzi fibrorinforzati nel campo dell'ingegneria civile è in continuo sviluppo sin dai primi studi di Romualdi e Batson (1963). Inizialmente, furono sviluppate numerose prove sperimentali per lo studio delle proprietà meccaniche e poche prove invece per analizzare il comportamento strutturale. Confermati i molteplici benefici che l'aggiunta di fibre nella matrice cementizia apporta, furono proposte diverse applicazioni strutturali. Oggigiorno l'utilizzo dei calcestruzzi fibrorinforzati è in crescita e questo è anche dimostrato dalle recenti statistiche che mostrano come in molti paesi, dove qualità e durabilità sono requisiti fondamentali nella progettazione strutturale, la realizzazione di nuovi elementi costruttivi con questo materiale innovativo è di circa il 2% (di Prisco 2007). Le buone prestazioni ne rendono auspicabile l'impiego, in presenza o meno d'armatura tradizionale, per strutture sollecitate a flessione/taglio/torsione o sottoposte ad urti e ad azioni di tipo ciclico e/o di notevole intensità quali quelle di tipo sismico (Spadea e Bencardino 1997). Infatti, i calcestruzzi fibrorinforzati sono stati impiegati per la realizzazione di piste aeroportuali, pavimentazioni industriali, nella costruzione di dighe, gallerie, in opere idrauliche e strutture marine quali pile dei ponti (RILEM Pro 31 2003; RILEM Pro 39 2004; di Prisco 2007). Alcuni studi sperimentali hanno dimostrato che le fibre possono sostituire parzialmente ed in alcuni casi anche in maniera totale l'armatura metallica provvedendo un minimo di rinforzo agli elementi strutturali soggetti a sollecitazioni flessionali o taglienti (Campione ed altri 2003; Cucchiara ed altri 2004). Le fibre unitamente alle armature convenzionali agiscono con sinergismo aumentandone l'aderenza e la capacità d'ancoraggio. L'uso di calcestruzzi fibrorinforzati ed armatura tradizionale incrementa la capacità flessionale e la resistenza a taglio garantendo un comportamento più duttile della struttura. Le fibre sono particolarmente efficienti anche nelle zone disturbate soggette a carichi concentrati. Nelle zone di diffusione e

nei giunti spesso risulta difficoltoso posizionare correttamente grandi percentuali di armatura e pertanto l'uso di alte percentuali volumetriche di fibre metalliche consente il raggiungimento di uno sforzo residuo a trazione confrontabile, o addirittura superiore, a quello della matrice in modo da garantire una grande duttilità ed un accumulo di deformazioni irreversibili in zone nodali di estremità. La grande capacità di assorbire urti e l'ottimo comportamento a fatica del calcestruzzo fibrorinforzato fa sì che possa essere validamente utilizzato per la prefabbricazione di collettori o tubazioni per elevate pressioni, di traversine ferroviarie, di pali ad alta resistenza.

I calcestruzzi ad alta resistenza fibrorinforzati sono anche utilizzati per strutture leggere, come quelle di copertura, che adottando piccoli spessori consentono di limitare il rapporto peso strutturale/carico portato. Il vantaggio economico, associato al risparmio di mano d'opera e la spinta verso una maggiore industrializzazione del processo produttivo nello stabilimento di prefabbricazione, ha suggerito indagini finalizzate all'uso di questo materiale nella produzione di travi precomprese (Failla e Signorini 2003; Cominoli ed altri 2006).

Recenti analisi sperimentali hanno mostrato che i calcestruzzi fibrorinforzati ad elevate prestazioni possono essere utilizzati anche nel rinforzo delle strutture civili (Martinola ed altri 2007). I vantaggi sono molteplici come facilità di applicazione, incremento della capacità portante ultima e della rigidità.

Certamente lo sviluppo di linee guida per la progettazione strutturale costituisce un ulteriore contributo in favore delle applicazioni di questi materiali innovativi nel campo dell'ingegneria civile. Le prime indicazioni progettuali sono state fornite dal comitato scientifico ACI Committee 544.4R (1988). In seguito anche il comitato scientifico RILEM TC 162 (2003) ha fornito indicazioni in materia di prove sperimentali e progettazione, così come in Germania è stato proposto il DafStb (2005). Recentemente, nell'ambito dell'attività di normazione e certificazione, il CNR ha proposto il DT-204 (2006) "Istruzioni per la progettazione, l'esecuzione ed il controllo di strutture di calcestruzzo fibrorinforzato". Nel documento sono proposti modelli per la definizione del comportamento del calcestruzzo fibrorinforzato sia a trazione che a compressione e sono indicate le metodologie per la stima della resistenza degli elementi strutturali (Taglio, Flessione,...). Anche nel prossimo *Fib Model Code* verranno incluse alcune specifiche regole di progettazione strutturale per il calcestruzzo fibrorinforzato.

1.3 Temi di ricerca e obiettivi

Nonostante i numerosi studi e ricerche sviluppate sull'impiego dei calcestruzzi fibrorinforzati come materiali strutturali ancora alcune problematiche sono aperte ad ulteriori sviluppi.

Aumentando il tenore di fibre disperse nella matrice cementizia si può migliorare la *performance* del materiale. Tuttavia, è difficile aggiungere alti tenori di fibre facendo riferimento alle proporzioni di una convenzionale miscela per calcestruzzi. È richiesto un *mix design* ottimale ed una ben definita procedura di confezionamento per ottenere un impasto sufficientemente lavorabile e fluido. Le proprietà del composito, con riferimento al suo comportamento strutturale, dipendono dalle caratteristiche dei materiali e dei loro dosaggi nella miscela. Le numerose ricerche in questa direzione non hanno ancora condotto alla definizione di un *mix design* unico ed accettato dalla comunità scientifica che indichi proporzioni ben definite dei materiali componenti in funzione del quantitativo e tipo di fibre da utilizzare oltre che della resistenza di picco a compressione/trazione che si vuole ottenere. Nella bibliografia di settore sono reperibili diversi *mix design* di calcestruzzi confezionati con diverse tipologie di fibre metalliche e polimeriche alcune delle quali non più in produzione. L'ampia casistica costituisce una buona base di conoscenza ma contribuisce ad arricchire un database confuso e non del tutto omogeneo. Inoltre, anche la caratterizzazione meccanica del materiale FRC evidenzia delle problematiche legate alla variazione nelle dimensioni del provino, alla direzione del carico rispetto alla direzione del getto del calcestruzzo, al tipo di strumentazione utilizzata, oltre che alle caratteristiche della miscela, parametri che influiscono non poco sul comportamento meccanico del materiale. Tutte queste caratteristiche conducono a delle proprietà intrinseche generali "proprietà nominali" che devono essere determinate su provini, realizzati e maturati in condizioni controllate, attraverso prove condotte secondo metodi normalizzati. Queste peculiarità degli FRC fanno sì che numerosi dati sperimentali, ottenuti da prove in laboratorio non condotte secondo metodi normalizzati, risultino non utilizzabili e non affidabili per una analisi approfondita ed una trattazione statistica al fine di ottenere relazioni univoche riguardanti la definizione dei parametri principali di resistenza e di risposta in fase elastica e post-elastica del materiale.

È importante studiare il comportamento meccanico e a frattura dei calcestruzzi

fibrorinforzati al variare di alcuni parametri principali come tipo di fibre da impiegare, percentuale in volume di fibre, rapporto d'aspetto, ecc. sia attraverso un approccio sperimentale che attraverso un approccio numerico al fine di ottimizzarne la progettazione.

La sperimentazione è utile per comprendere meglio il comportamento del materiale ed i risultati possono essere utilizzati nel confronto con i modelli teorici e nell'ambito di modellazioni numeriche.

Le simulazioni numeriche, complementari alla ricerca sperimentale, permettono di indagare sull'influenza dell'alta percentuale di fibre metalliche sul comportamento post-fessurativo a trazione. L'affidabilità dei modelli numerici deve essere valutata attraverso il confronto con i risultati sperimentali. Lo sviluppo di uno studio numerico di tipo parametrico è utile per poter proporre specifiche ed utili indicazioni progettuali.

Quando si vuole progettare o verificare strutture realizzate con questo tipo di composito è necessario fare riferimento ad un'affidabile relazione tensione-deformazione, sia a compressione che a trazione, in modo da poter mettere in relazione il comportamento del materiale alla risposta strutturale degli elementi. Le relazioni tensione-deformazione usuali disponibili per un normale calcestruzzo non possono rappresentare il comportamento dei calcestruzzi fibrorinforzati poiché hanno l'inconveniente di non tener conto dell'effetto delle fibre, sia a trazione che a compressione soprattutto nella fase post-fessurativa. La disponibilità di una grande varietà di fibre dalle caratteristiche fisiche e meccaniche diverse tende a complicare la definizione di una relazione tensione-deformazione che rappresenti il materiale composito sia a compressione che a trazione.

Uno studio comparato tra relazioni tensione-deformazione sperimentali e teoriche risulta indispensabile per definire l'affidabilità delle relazioni proposte nella recente letteratura per la definizione del comportamento post-picco e di individuare i *range* di validità. Questo richiede l'analisi prima e l'organizzazione dopo in un database dei dati sperimentali e dei modelli analitici attualmente disponibili in letteratura.

Diversi studi sperimentali, teorici e numerici su elementi bidimensionali e su travi soggette a sollecitazioni di tipo flessionale e tagliante sono stati sviluppati, poche, sono stati quelli riguardanti il comportamento pressoflessionale di colonne.

Con particolare riferimento allo studio della resistenza di sezioni sottoposte a sollecitazione di pressoflessione, risulta essere di notevole interesse l'analisi critica

mediante il confronto tra le formulazioni proposte nel documento CNR-DT 204 (2006) ed i risultati analitici ottenibili dalle diverse formulazioni proposte in letteratura. La capacità dei modelli teorici disponibili in letteratura di descrivere il reale comportamento di elementi in calcestruzzo fibrorinforzato ed armatura tradizionale pressoinflessi, deve essere valutata attraverso il confronto con i risultati di prove sperimentali condotte su prototipi in media e/o grande scala soggetti a carichi monotoni eccentrici.

È di importanza non secondaria disporre di domini di interazione sforzo normale (N) – Momento flettente (M), anche in forma adimensionalizzata, per sezioni in calcestruzzo fibrorinforzato dotate di armatura tradizionale, in modo da rendere agevole le operazioni di progetto e di verifica.

Sulla base di queste considerazioni, la ricerca vuole dare un contributo alle attuali conoscenze sull'impiego dei calcestruzzi fibrorinforzati nel campo strutturale.

L'obbiettivo è duplice:

- studio del **comportamento del materiale**, sia a compressione che a trazione, con un approccio di tipo sperimentale, teorico e numerico;
- studio del **comportamento strutturale**, con riferimento ai problemi d'interazione sforzo normale – momento flettente.

CAPITOLO 2

PROPRIETÀ DEL MATERIALE FRC

2.1 Introduzione

Le proprietà sia allo stato fresco che allo stato indurito dei calcestruzzi fibrorinforzati, confezionati per uno specifico impiego strutturale, influiscono sulla *performance* strutturale e devono quindi essere opportunamente investigate. In passato le fibre venivano semplicemente aggiunte nella matrice. In seguito si è capito che le fibre e le particelle degli aggregati interagiscono in sinergismo e un'ottima combinazione di questi componenti comporta un miglioramento delle proprietà del composito sia allo stato fresco che allo stato indurito. In questo capitolo si esaminano i parametri che influiscono sulle proprietà reologiche del materiale e sulle caratteristiche meccaniche. Sono analizzati, in termini di resistenza e di comportamento post-picco, i risultati di alcune prove sperimentali disponibili in letteratura, con particolare riferimento al comportamento a compressione.

2.2 Proprietà del calcestruzzo fresco

Le proprietà reologiche dei calcestruzzi fibrorinforzati dipendono dalla natura, geometria e proprietà meccaniche delle fibre, dalle caratteristiche dei materiali costituenti la miscela e dai loro dosaggi nella miscela nonché dalla lavorabilità

dell'impasto. L'aggiunta di fibre all'interno della matrice cementizia conduce com'è noto ad una perdita di lavorabilità (Bayasi e Soroushian 1992), soprattutto nel caso di fibre con forme complesse e con elevati rapporti d'aspetto. La lavorabilità può essere migliorata aumentando la frazione fine e/o riducendo il diametro massimo degli aggregati e selezionando e dosando opportunamente additivi superfluidificanti (CNR-DT 204 2006). È importante inoltre che le fibre siano distribuite omogeneamente nell'impasto evitando che si formino grumi, ciuffi o grovigli. Le proprietà del calcestruzzo fibrorinforzato allo stato fresco influiscono sul comportamento del materiale e conseguentemente sulla *performance* strutturale. Alcuni studi sperimentali sviluppati anche su applicazioni strutturali a scala reale hanno mostrato che la cattiva *performance* del materiale allo stato fresco ha condotto ad una distribuzione disomogenea delle fibre. In alcune zone la ridotta o addirittura l'assenza di fibre di rinforzo ha influenzato l'intero comportamento strutturale. È un importante strumento lo studio dell'esistenza di una correlazione tra proprietà allo stato fresco e proprietà meccaniche e distribuzione delle fibre allo stato indurito (Ozyurt ed altri 2007; Ferrara ed altri 2007). Un'approfondita conoscenza delle proprietà reologiche con riferimento alla lavorabilità, fluidità, pompabilità, compattazione può condurre alla definizione di un appropriato *mix design*. In letteratura ci sono molti dati sul comportamento del calcestruzzo ordinario e di quello fibrorinforzato, sia a compressione che a trazione, e diversi studi e proposte di *mix design*. Non vi è traccia di un *mix design* unico e ben definito utile per il confezionamento di prototipi e la conduzione ripetibile di esperimenti standardizzati.

Nel presente lavoro, si è colta la necessità, dopo aver analizzato le diverse miscele proposte in letteratura, di definire un *mix design* ottimo ed una ben definita procedura di confezionamento per ottenere un impasto sufficientemente lavorabile e fluido, facilmente riproducibile in cantiere (Capitolo 3). Si sono progettate miscele con granulometrie continue dove si è aumentata la frazione fine degli aggregati, si è proceduto con la rimozione di una quantità in peso d'aggregato uguale al contenuto di fibre introdotte all'interno della miscela di matrice cementizia in modo da far rimanere inalterato il modulo di finezza della miscela. Con tale procedura la miscela non è più ottimizzata dal punto di vista granulometrico, ma consente di ottenere impasti sufficientemente lavorabili e relativamente compatti. Allo stato fresco è stata accertata la facilità di esecuzione, la buona lavorabilità e compattazione. I risultati sperimentali e

l'analisi condotta sulla distribuzione delle fibre sui provini allo stato indurito hanno dimostrato la consistenza della miscela e la mancanza di segregazione delle fibre (Capitolo 4).

2.3 Proprietà meccaniche del calcestruzzo indurito

2.3.1 Comportamento a compressione

Il comportamento dei calcestruzzi in generale, come già evidenziato, è influenzato dalle caratteristiche di ogni componente costituente la miscela, dalla loro interazione e dalle proporzioni nella miscela. In particolare, quando vengono introdotte delle fibre nella miscela, le caratteristiche di queste come il tipo, la forma, il rapporto d'aspetto (L_f/D_f), la percentuale volumetrica di fibre (V_f) giocano un ruolo importante modificando il comportamento del materiale. Inoltre, è importante rilevare che le dimensioni dei provini, la direzione del carico rispetto al getto, la velocità di carico e la dimensione massima degli aggregati modificano il comportamento a compressione del calcestruzzo fibrorinforzato.

Una più approfondita conoscenza del comportamento a compressione del calcestruzzo rinforzato con fibre metalliche è possibile grazie ad un'affidabile sperimentazione sviluppata in accordo a *Standard* nazionali o internazionali di riferimento, a cui fa seguito una scrupolosa analisi dei risultati.

Sono stati collezionati in un database (Tab. 2.1) i risultati di sperimentazioni condotte in accordo a stabilite procedure nazionali ed internazionali disponibili in letteratura. Il database è stato arricchito con ulteriori risultati ottenuti dalle prove sperimentali eseguite su calcestruzzi con medi-alti tenori di fibre metalliche (Capitolo 4). Numerose ricerche sono state sviluppate per indagare il comportamento dei calcestruzzi rinforzati con medi tenori di fibre ($V_f \leq 1\%$) poche invece quelle per studiare il comportamento post-picco per calcestruzzi rinforzati con alti tenori di fibre dove i miglioramenti in termini di deformazione ultima e resistenza residua corrispondente sono notevoli. In questa direzione, è stata sviluppata una indagine sperimentale rivolta ad analizzare il comportamento a compressione, al variare delle dimensioni del provino, di calcestruzzi

rinforzati con alti tenori di fibre (Capitoli 3 – 4).

Per ogni serie di risultati sperimentali reperibili in bibliografia sono riportati in tabella i parametri meccanici e le dimensioni dei provini cilindrici testati (D: diametro del cilindro; H: altezza del cilindro; N: numero dei provini testati). Le dimensioni massime degli aggregati usate dagli autori nelle loro prove sperimentali sono: 9mm (Ezeldin e Balaguru 1992); 10mm (Dwarakanath e Nagaraj 1991; Wafa e Ashour 1992; Campione e La Mendola 2004); 15mm (Barros e Figueiras 1999; Bencardino ed altri 2007); 17mm (Campione e La Mendola 2004; Campione ed altri 2005); 19mm (Mansur ed altri 1999); 20mm (Nataraja ed altri 1999) e 25mm (Jo ed altri 2001).

Al fine di evidenziare l'effetto benefico dell'aggiunta di medi tenori di fibre metalliche nella matrice cementizia sul comportamento post-picco si riportano in Figura 2.1 alcune curve determinate da prove sperimentali su provini cilindrici disponibili in letteratura.

Tab. 2.1. Database sperimentale (continua).

Autori	Standard di riferimento	Provini		Tipi di fibre metalliche	V_f (%)	L_f/D_f	ε_{pf}	ε_{fu}	f_{cf} (MPa)	f_{fu} (MPa)
		D, H mm	N							
Soroushian e Lee	-	150, 300	-	Rettilinee	-	-	0,0033	0,0067	41,2	5,2
					2,00	47	0,0033	0,0116	40,7	23,3
					2,00	83	0,0050	0,0116	43,2	31,2
					2,00	100	0,0050	0,0116	44,6	39,5
Dwarakanath e Nagaraj	-	100, 200	-	Rettilinee	-	-	0,0020	0,0044	24,5	17,6
					1,00	72	0,0021	0,0060	26,0	19,4
					2,00	72	0,0025	0,0070	26,7	19,7
					3,00	72	0,0030	0,0072	31,6	26,5
Ezeldin e Balaguru	ASTM C39	100, 200	36	Uncinate	-	-	0,0022	0,0104	35,9	8,2
					0,38	60	0,0025	0,0177	40,7	7,4
					0,57	60	0,0025	0,0200	40,7	9,6
					0,76	60	0,0031	0,0400	37,9	13,5
Wafa e Ashour	ASTM C39, C31, C192	150, 300	126	Uncinate	-	-	0,0020	0,0027	91,5	80,0
					0,5	75	0,0024	0,0107	94,6	18,3
					1,0	75	0,0018	0,0107	95,6	39,5
					1,5	75	0,0018	0,0107	100,0	57,5
Barros e Figueiras	JSCE SF5	150, 300	32	Uncinate	0,76	75	0,0022	0,0400	38,2	1,8
Mansur ed altri	-	100, 200	54	Uncinate	-	-	0,0024	0,0045	103,6	27,0
					0,50	60	0,0026	0,0140	104,7	23,5
					1,00	60	0,0027	0,0140	107,0	39,0
					1,50	60	0,0029	0,0140	103,5	40,0
Nataraja ed altri	ASTM C39	150, 300	14	Corrugate	-	-	0,0027	-	43,0	-
					0,50	55	0,0031	0,0155	45,8	13,8
					0,75	55	0,0033	0,0167	41,6	17,4
					1,00	55	0,0034	0,0170	47,0	21,2

Tab. 2.1. Database sperimentale (continuazione).

Autori	Standard di riferimento	Provini		Tipi di fibre metalliche	V_f (%)	L_f/D_f	ε_{pf}	ε_{fu}	f_{cf} (MPa)	f_{fu} (MPa)
		D, H mm	N							
Jo ed altri	JCI SF2	150, 300	75	Uncinate	-	-	0,0021	0,0060	41,8	1,0
					0,50	75	0,0026	0,0050	41,8	5,4
					0,75	75	0,0020	0,0100	37,7	11,6
					1,00	75	0,0020	0,0090	34,3	17,7
					1,50	75	0,0023	0,0100	33,1	25,0
					-	-	0,0021	0,0052	61,4	3,8
					0,50	75	0,0021	0,0050	60,0	5,4
					0,75	75	0,0024	0,0043	60,1	30,0
					1,00	75	0,0023	0,0100	53,8	9,2
					1,50	75	0,0021	0,0100	60,9	3,2
					-	-	0,0020	0,0080	64,6	1,3
					0,50	75	0,0022	0,0080	70,0	1,2
					0,75	75	0,0022	0,0100	71,4	0,0
					1,00	75	0,0022	0,0091	71,0	1,1
					1,50	75	0,0027	0,0075	62,8	3,4
Campione e La Mendola	-	100, 200	12	Uncinate	-	-	0,0020	0,0150	20,8	1,5
					0,50	60	0,0022	0,0150	20,0	4,4
					1,00	60	0,0022	0,0150	19,7	5,2
					2,00	60	0,0026	0,0150	18,4	9,9
Campione ed altri	-	100, 200	12	Uncinate	-	-	0,0021	0,0150	22,4	1,3
					0,50	60	0,0026	0,0150	25,8	7,4
					1,00	60	0,0030	0,0150	27,4	7,9
					2,00	60	0,0031	0,0150	28,9	12,9
Bencardino ed altri	UNI EN 12390	150, 300	12	Uncinate	-	-	0,0020	0,0026	64,1	56,2
					-	-	0,0022	0,0023	66,3	-
					-	-	0,0015	0,0016	69,8	-
					1,00	40	0,0026	0,0045	67,2	36,0
					1,00	40	0,0028	0,0048	71,9	36,0
					1,00	40	0,0027	0,0048	69,8	43,0
					1,60	40	0,0030	0,0090	61,1	44,0
					1,60	40	0,0026	0,0140	55,7	20,0
					1,60	40	0,0030	0,0170	57,7	38,6
					3,00	40	0,0027	0,0110	59,8	20,0
					3,00	40	0,0028	0,0180	54,2	25,6
3,00	40	0,0026	0,0110	61,5	23,0					

I risultati sperimentali studiati confermano che il più importante contributo apportato dalle fibre consiste nel miglioramento del comportamento post-picco. La deformazione massima esibita prima di arrivare a rottura raggiunge valori superiori a quelli del calcestruzzo normale e questi incrementi sono tanto maggiori quanto più alto è il tenore ed il rapporto d'aspetto delle fibre, raggiungendo valori dell'ordine di circa cinque, sei volte il valore della rottura a schiacciamento di un calcestruzzo ordinario.

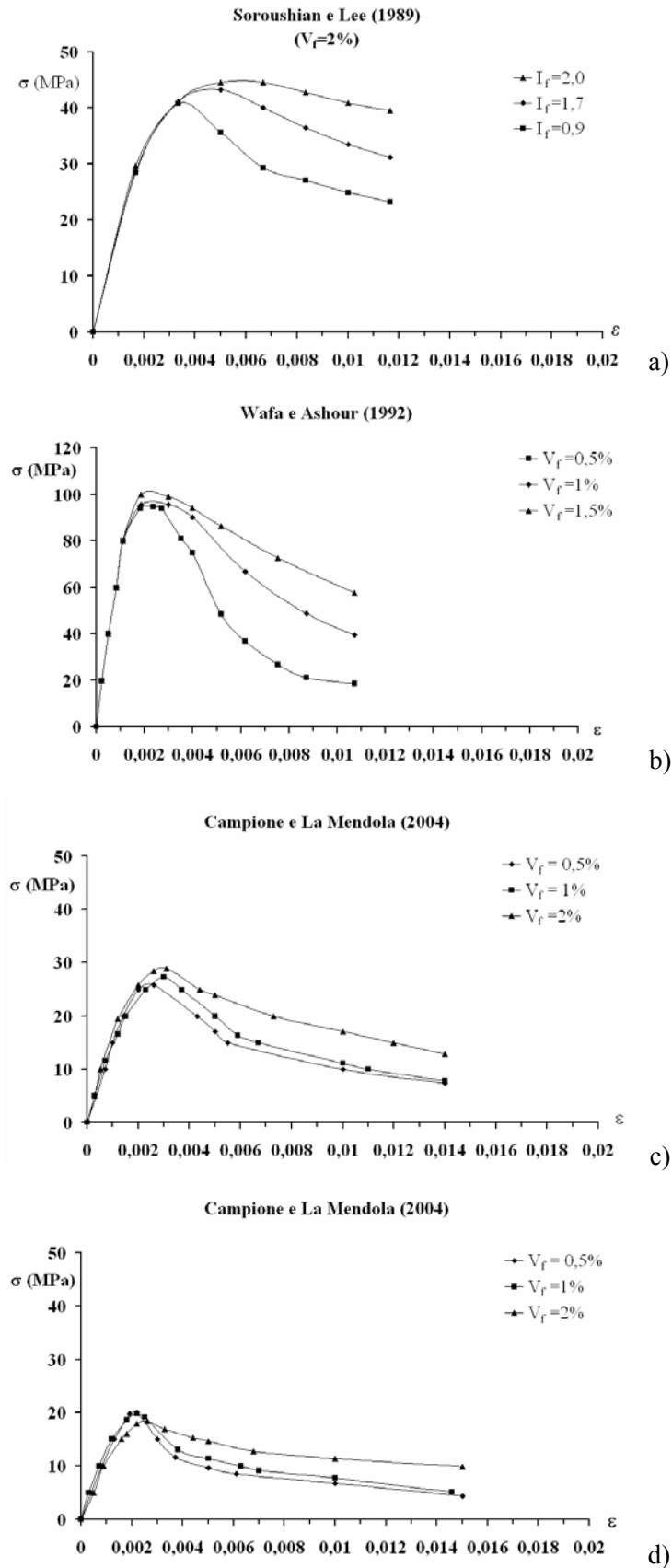


Fig. 2.1. Curve sperimentali tensione-deformazione a compressione di: a) Soroushian e Lee (1989); b) Wafa e Ashour (1992); c) e d) Campione e La mendola (2004).

La resistenza residua rilevata in corrispondenza di una prestabilita deformazione è rilevante nel caso di calcestruzzi rinforzati con medi tenori di fibre metalliche ($V_f \geq 1\%$), (Fig. 2.1). Infatti, ad una deformazione di 0,01 alcuni calcestruzzi rinforzati con tenori di fibre dell'ordine del 2% in volume mostrano una resistenza residua dell'ordine di circa il 60% (Campione e La Mendola 2004) e del 91% rispetto alla resistenza di picco nel caso anche di elevati rapporti d'aspetto delle fibre come nel caso della sperimentazione condotta da Soroushian e Lee (1989). Resistenze residue simili dell'ordine del 58% rispetto alla resistenza massima sono state ottenute additivando, nella matrice cementizia ad alte prestazioni, percentuali in volume dell'ordine dell'1,5% (Wafa e Ashour 1992). Questo incremento di tenacità e duttilità del calcestruzzo fibrorinforzato è dovuto al fatto che le fibre sviluppano un'importante azione di confinamento. In misura inferiore risulta beneficamente aumentata la resistenza a compressione di picco e la deformazione corrispondente.

2.3.2 Comportamento a trazione

I calcestruzzi fibrorinforzati, con riferimento alla resistenza a trazione, non presentano un incremento alla trazione diretta, rispetto ad un calcestruzzo ordinario, bensì presentano una migliore *performance* nel tratto post-picco. I calcestruzzi fibrorinforzati possono essere divisi in due categorie, a secondo del loro diverso comportamento a trazione nella fase post-picco (Fig. 2.2).

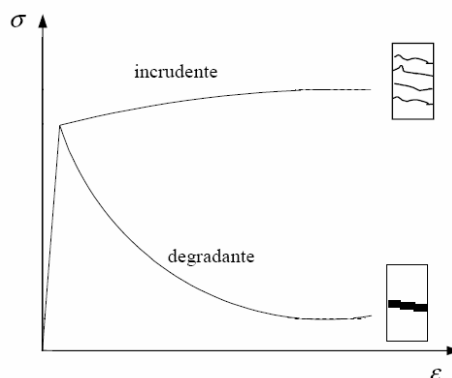


Fig. 2.2. Effetto delle fibre sul comportamento a trazione (CNR- DT 204 2006).

Il comportamento dei calcestruzzi fibrorinforzati appartenenti alla prima categoria è caratterizzato da una localizzazione delle deformazioni e da un comportamento post-picco di tipo degradante a cui corrisponde la propagazione di una fessura principale. Generalmente questo comportamento si rileva in calcestruzzi con bassi/medi tenori di fibre. In questo caso, la resistenza residua dopo la localizzazione dipende dall'apertura della fessura. La massima apertura della fessura è di circa 3-4 mm, oltre questo valore la tensione residua è influenzata dall'estrazione delle fibre dalla matrice cementizia (di Prisco 2007). I calcestruzzi fibrorinforzati appartenenti alla seconda categoria sono caratterizzati da un comportamento post-picco di tipo incrudente accompagnato da una multifessurazione. Questo comportamento si osserva principalmente nei calcestruzzi ad elevate prestazioni rinforzati con alti tenori di fibre.

La determinazione della resistenza a trazione è sempre stato un problema complesso. Diverse metodologie di test sperimentali sono utilizzabili: *split test*, *wedge splitting test*, prove di flessione su tre o quattro punti o su pannelli (quadrati/circolari) caricati centralmente e prove di trazione diretta, a piatti fissi o a piatti liberi di ruotare. A seconda del tipo di prova eseguita la resistenza a trazione determinata sperimentalmente può assumere valori diversi con rapporti dell'ordine di circa il doppio (Dupont 2003; Löfgren ed altri 2004).

La ferma volontà di uniformare le modalità di prova ha coinvolto una serie di comitati scientifici, infatti, le *standard* di riferimento per la caratterizzazione meccanica dei calcestruzzi fibrorinforzati, sono: UNE 83510-89 2004; JCI SF4 1984; NBN B 15-238 1992; AFNOR P 18-409 1993; RILEM TC 162-TDF 2002; UNI 11039-1 2003; UNI 11039-2 2003; ASTM C 1550 2004; ASTM C 1609/C 1609 M 2006; ASTM C1399 2007.

Certamente le prove più semplici da eseguire sono quelle di trazione per flessione su tre o quattro punti ed, al momento, sono quelle più utilizzate per caratterizzare il comportamento meccanico e valutare l'energia di frattura.

Con riferimento alle prove di trazione per flessione, aumentando il tenore di fibre presenti nella miscela il comportamento post-picco a flessione migliora. Allo stato attuale, poche sono le ricerche sviluppate per investigare il comportamento di calcestruzzi fibrorinforzati con elevati tenori di fibre metalliche. La ricerca eseguita ha voluto analizzare il comportamento post-picco di calcestruzzi rinforzati con medio-alti tenori di fibre, facendo variare alcuni parametri come la resistenza a compressione, la

lunghezza delle fibre metalliche ed il rapporto d'aspetto. È stato sviluppato anche un confronto tra due tipologie di prove a flessione su tre e su quattro punti (Capitolo 4).

2.4 Conclusioni

I risultati sperimentali analizzati mostrano che l'aggiunta di fibre migliora il comportamento post-fessurativo.

In particolare, a compressione i calcestruzzi fibrorinforzati raggiungono deformazioni maggiori rispetto ai calcestruzzi ordinari. Nello specifico, per tenori di fibre maggiori dell'1% in volume, l'effetto di confinamento conferito dalle fibre comporta una diminuzione della pendenza del ramo di *softening* con una significativa resistenza residua in corrispondenza di deformazioni dell'ordine di circa tre volte la deformazione a schiacciamento di un normale calcestruzzo.

La disponibilità di poche prove su calcestruzzi con alti tenori di fibre è stata parzialmente colmata con le prove sperimentali eseguite in questa ricerca. L'uso di adeguati quantitativi di fibre migliora il comportamento a trazione. Rispetto ad un calcestruzzo ordinario i calcestruzzi fibrorinforzati mostrano un esteso ramo di *softening*. L'aggiunta di alte percentuali di fibre in calcestruzzi ad alte prestazioni può portare ad un comportamento di tipo *hardening*.

Lo sviluppo di ulteriori prove sperimentali a flessione su tre/quattro punti, eseguite con riferimento a specifiche *standards*, contribuisce ad arricchire le conoscenze sul comportamento post-fessurativo esibito da questi materiali innovativi.

CAPITOLO 3

SPERIMENTAZIONE

3.1 Introduzione

È stato sviluppato un programma di prove sperimentali su provini in calcestruzzo fibrorinforzato al fine di analizzare e confrontare sia il comportamento meccanico che le proprietà a frattura dei calcestruzzi fibrorinforzati al variare di alcuni parametri fondamentali quali la resistenza a compressione (R_c), il tipo di fibre impiegate (metalliche/polipropilene), la percentuale in volume di fibre presenti (V_f) e nel caso delle fibre metalliche la lunghezza delle fibre (L_f). Si sono effettuate prove di compressione su provini cubici e cilindrici (UNI 12390-3 2003), prove di flessione su provini prismatici intagliati su quattro punti (UNI 11039-1 2003 e UNI 11039-2 2003) e su tre punti (RILEM TC 162-TDF 2002). In questo capitolo vengono illustrati i materiali impiegati, il *mix design* definito per ogni serie di prove. Vengono definite le attrezzature sperimentali utilizzate per poter rilevare anche il comportamento post-picco sia a compressione che a trazione. Vi è, inoltre, una breve disamina sulle *standards* di riferimento per la caratterizzazione meccanica e sulle indicazioni, disponibili in letteratura per la valutazione dell'energia di frattura. I provini sono stati realizzati in cantiere, mentre tutte le prove sperimentali sono state eseguite nel "Laboratorio Piccoli Modelli" del Dipartimento di Strutture dell'Università della Calabria.

3.2 Programma sperimentale

Sono state definite ed eseguite tre diverse serie di prove sperimentali, in ognuna di essa si è fatto variare un parametro e si sono mantenuti costanti gli altri. È stato possibile confrontare non solo i risultati per ogni specifica serie ma anche i risultati delle diverse serie tra loro in modo da avere un ampio campo d'investigazione. Nella prima serie sono state eseguite prove di compressione (UNI 12390-3 2003) e di trazione per flessione su quattro punti per la determinazione della resistenza di prima fessurazione e degli indici di duttilità secondo le indicazioni della normativa di riferimento (UNI 11039 2003) su provini di calcestruzzo fibrorinforzato, con resistenza cubica a compressione di circa 45 MPa, con percentuali in volume di fibre metalliche dell'ordine dell'1% e del 2% con un rapporto d'aspetto $L_f/D_f = 50$, con lunghezze diverse pari a 22 mm, 30 mm, 44 mm e corrispondenti diametri di 0,44 mm, 0,60 mm, 0,88 mm. Sono stati realizzati quattro provini per ogni tipo di miscela e di prova.

In una seconda fase sono stati confezionati provini di dimensioni opportune realizzati in calcestruzzo ordinario di base (PC: *Plain Concrete*), con resistenza cubica a compressione di circa 70 MPa, e con calcestruzzo additivato sia con percentuali in volume di fibre metalliche (SFRC: *Steel Fiber Reinforced Concrete*) dell'ordine dell'1%, 1,6%, del 3% e del 5% con un rapporto d'aspetto $L_f/D_f = 40$ che con tenori di fibre polimeriche (PFRC: *Polypropylene Fiber Reinforced Concrete*) dell'1% ($L_f = 54$ mm). Sono state eseguite prove di compressione sui provini cubici e cilindrici e prove di trazione per flessione su quattro punti su provini prismatici intagliati. Le prove di compressione sui provini cilindrici sono state dedotte in termini di curve carico-accorciamento che sono state trasformate in diagrammi tensione-deformazione.

È stata realizzata una terza serie di provini in calcestruzzo ordinario, con resistenza cubica a compressione di circa 80 MPa, e in calcestruzzo fibrorinforzato ad alte prestazioni additivato con percentuali in volume dell'ordine dell'1% e 2% sia di fibre metalliche (Dramix: $L_f = 50$ mm, $L_f/D_f = 80$) che di fibre in polipropilene ($L_f = 19$ mm). Sono state eseguite prove di compressione su provini cubici, di flessione su tre punti secondo la RILEM TC162-TDF (2002) e prove di flessione su quattro punti secondo la UNI 11039 (2003). Sono stati realizzati tre provini per ogni tipo di miscela e di prova. Nella Tabella 3.1 è riportato il programma di prove sperimentali svolto.

Tab. 3.1. Programma sperimentale.

		Prima serie	Seconda serie	Terza serie	
R _c (MPa)		45	70 (0%)	80 (0%)	
Tipo di fibre		acciaio	acciaio	polipropilene	acciaio polipropilene
L _f /D _f		50	40	782	80
L _f (mm)		44	22	54	50 19
		30			
		22			
V _f (%)		1 - 2	1 - 1,6- 3- 5	0 - 1	0 - 1- 2 1 - 2
Etichettatura		A1% - A2%	S1% - S1.6%	PC - P1%	PC MP1%
		B1% - B2%	S3% - S5%		DS1% MP2%
		C1% - C2%			DS2%
Nmr. provini	Compressione (prov. cubici)	24	15	3	9 6
	Compressione (prov. cilind.)	-	15	3	- -
	Flessione su quattro punti	24	15	3	9 6
	Flessione su tre punti	-	-	-	9 6

3.3 Materiali, composizione delle miscele e preparazione dei provini

I materiali utilizzati per il confezionamento delle tre serie di provini sono i seguenti: cemento Portland di classe di resistenza 42.5 R per la prima e la seconda serie di prove e di classe di resistenza 52.5 R per la terza serie di prove. Il tipo di aggregato scelto per la composizione della miscela è costituito da calcare frantumato con aggiunta di sabbia per la prima serie di prove o di quarzo sferico per la seconda e terza serie. La dimensione massima degli aggregati è di approssimativamente 15 mm. Il fumo di silice aggiunto nelle miscele, della seconda e terza serie di prove, ha il compito di rendere le miscele più coesive, di garantire elevate resistenze a poche ore dal getto. Per migliorare la lavorabilità del calcestruzzo, in alcuni casi, è stato utilizzato un superfluidificante a base di polimeri sintetici polifunzionali. Nella prima serie di prove sono state utilizzate fibre uncinata di acciaio, con rapporto d'aspetto $L_f/D_f = 50$ e con lunghezze diverse pari a 22 mm, 30 mm, 44 mm (Fig. 3.1). Nella seconda serie di prove, sono state additivate nell'impasto fibre uncinata di acciaio, con rapporto d'aspetto $L_f/D_f = 40$ e lunghezza pari a 22 mm con resistenza a trazione di circa 350 – 400 MPa (Fig. 3.2.a) o fibre in polipropilene, costituite da un monofilamento non fibrillato a base di una miscela speciale di polimeri e da una fibra fibrillata di polipropilene, con rapporto d'aspetto uguale $L_f/D_f = 782$ e lunghezza pari a 54 mm con

resistenza a trazione di circa 620 – 758 MPa (Fig. 3.2.b). Nella terza serie di prove sono state additivate fibre di tipo Dramix con rapporto d'aspetto $L_f/D_f = 80$ e lunghezza pari a 50 mm con resistenza a trazione di circa 1050 MPa (Fig. 3.3.a) o fibre in polipropilene di lunghezza pari a 19 mm (Fig. 3.3.b). I pesi specifici di ogni componente della miscela sono: cemento 3,15 g/cm³; quarzo sferico 2,65 g/cm³; fumo di silice 2,20 g/cm³; fibre metalliche 7,85 g/cm³; fibre in polipropilene 0,91 g/cm³. Il fumo di silice, aggiunto sotto forma di polvere, ha una superficie specifica di 15 – 30 m²/g.



Fig. 3.1. Prima serie di prove: fibre metalliche utilizzate.



Fig. 3.2. Seconda serie di prove: a) fibre metalliche; b) fibre in polipropilene.

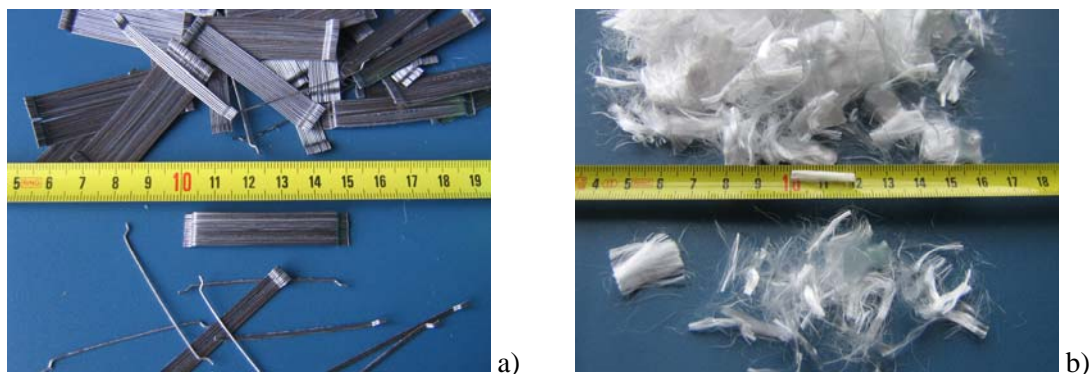


Fig. 3.3. Terza serie di prove: a) fibre metalliche; b) fibre in polipropilene.

Le composizioni delle miscele per le tre serie di prove sperimentali sono riportate nelle Tabelle seguenti (Tab. 3.2, 3.3, 3.4).

Le miscele impiegate nella prima serie di prove sono state progettate per fornire un calcestruzzo con una resistenza cubica a compressione a maturazione avvenuta (28 giorni) di circa 45 MPa, nella pratica la resistenza a compressione è variata tra 43,0 MPa e 48,7 MPa.

Nella seconda serie di prove si è progettata una miscela per ottenere una resistenza cubica a compressione di circa 70 MPa, la resistenza a compressione è variata tra 67,9 MPa e 75,5 MPa.

Infine, la miscela utilizzata per la terza serie di prove è stata progettata per ottenere una resistenza cubica a compressione di circa 80 MPa (79,2 - 81,0 MPa).

Tab. 3.2. Prima serie: composizione della miscela per kg/m^3 di calcestruzzo.

Materiali		SFRC					
		A1%	B1%	C1%	A2%	B2%	C2%
Cemento	(kg)	400	440	470	400	440	470
Sabbia	0/4 mm	909	970	953	909	970	953
	4/10 mm	534	584	719	534	584	719
Calcare	10/12 mm	-	155	-	-	155	-
	10/15 mm	338	-	-	338	-	-
Fibre	V_f (%)	1	1	1	2	2	2
	$L_f=44$ mm	78	-	-	157	-	-
	$L_f=30$ mm	-	78	-	-	157	-
	$L_f=22$ mm	-	-	78	-	-	157
Acqua	a/c	0,55	0,55	0,55	0,55	0,55	0,55
	(l)	220	242	258	220	242	258

Tab. 3.3. Seconda serie: composizione della miscela per kg/m³ di calcestruzzo.

Materiali		PC	SFRC				PFRC
			S1%	S1.6%	S3%	S5%	P1%
Cemento	(kg)	500	500	500	500	500	500
Quarzo	0/2 mm	377	377	377	377	377	377
	3/6 mm	273	273	273	273	273	273
Calcare	0/5 mm	693	615	567	458	301	684
	5/10 mm	290	290	290	290	290	290
	10/15 mm	317	317	317	317	317	317
Fibre	V _f (%)	0	1	1,6	3	5	1
	(kg)	-	78	126	235	392	9
Fumo di silice	%	6	6	6	6	6	6
	(kg)	30	30	30	30	30	30
Superfluidificante	%	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
	(kg)	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5
Acqua	a/c	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35
	(l)	175	175	175	175	175	175

Tab. 3.4. Terza serie: composizione della miscela per kg/m³ di calcestruzzo.

Materiali		PC	SFRC		PFRC	
			DS1%	DS2%	MP1%	MP2%
Cemento	(kg)	500	500	500	500	500
Quarzo	0/2 mm	406	406	406	406	406
	3/6 mm	294	294	294	294	294
Calcare	0/5 mm	540	462	383	531	522
	5/10 mm	222	222	222	222	222
	10/15 mm	240	240	240	240	240
Fibre	V _f (%)	0	1	2	1	2
	(kg)	-	78	157	9	18
Fumo di silice	%	5	5	5	5	5
	(kg)	25	25	25	25	25
Superfluidificante	%	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
	(kg)	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5
Acqua	a/c	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35
	(l)	175	175	175	175	175

I criteri generali seguiti per la preparazione delle miscele sono:

- impasti facilmente riproducibili in cantiere con l'impiego di aggregati facilmente reperibili;
- contenute quantità di cemento al fine di rendere la miscela economica;
- mantenimento del rapporto acqua/cemento al di sopra di 0,25 per contenere l'impiego di superfluidificanti ed i conseguenti aumenti di costo.

Il comportamento meccanico dei calcestruzzi, come noto, può essere migliorato introducendo nella miscela fibre di rinforzo. Tale miglioramento è sensibile soprattutto in termini di tenacità e duttilità. Tuttavia, l'aggiunta di fibre riduce drasticamente la

lavorabilità dell'impasto allo stato fresco con conseguente riduzione della compattezza finale dei prototipi. Al fine di ottenere impasti facilmente lavorabili e coesivi ed una distribuzione omogenea delle fibre in modo da evitarne la segregazione si sono progettate miscele con granulometrie continue dove si è aumentata la frazione fine degli aggregati (CNR-DT 204 2006). Nelle miscele della seconda e terza serie si è proceduto con la rimozione di una quantità in peso d'aggregato uguale al contenuto di fibre introdotte all'interno della miscela di matrice cementizia in modo da far rimanere inalterato il modulo di finezza della miscela. Con tale procedura la miscela non è più ottimizzata dal punto di vista granulometrico, ma consente di ottenere impasti sufficientemente lavorabili e relativamente compatti. Per la mescolatura del composito è stata utilizzata una comune betoniera. Il processo di produzione è avvenuto in cantiere ed ha seguito la seguente sequenza d'immissione e miscelazione: gli aggregati sono stati prima pre-miscelati per circa 3 minuti in modo da renderli omogenei, si è aggiunta metà della quantità d'acqua prevista e si è proceduto con il mescolamento sino a quando non si è raggiunta la condizione di saturazione (30 secondi). Sono stati aggiunti: il cemento, il fumo di silice e la rimanente quantità d'acqua e sono stati mescolati insieme per circa 90 secondi. In fine, è stato aggiunto il superfluidificante. Le fibre sono state aggiunte manualmente in modo graduale, evitandone la distorsione e l'aggrovigliamento. È stata riposta particolare cura, durante tutto il processo di produzione, in modo da ottenere una miscela omogenea e lavorabile. Il composito è stato immesso nelle casseforme e la compattazione è stata effettuata mediante tavolo vibrante. Trascorse 24 ore dal getto i provini sono stati rimossi dai casseri. La stagionatura dei provini è avvenuta in condizioni standard. I provini sono stati ricoperti di sabbia umida in un ambiente chiuso per 27 giorni.

3.4 Attrezzatura sperimentale

3.4.1 Prove di compressione

Le prove di compressione, su cubetti e cilindri, sono state condotte con una pressa Zwick/Roell con capacità di carico massima di 3000 kN, operante in controllo di

spostamento con velocità di avanzamento costante pari a 0,05 mm/min, abbinata ad una unità di calcolo elettronica, capace di fornire il valore del carico applicato.

Le prove di compressione sono state dedotte in termini di resistenza oltre che, sui provini cilindrici, in termini di curve carico-accorciamento che sono state trasformate in diagrammi tensione-deformazione. Le tensioni sono state calcolate come rapporto registrato dalla cella di carico e l'area trasversale nominale del provino. Per la valutazione dell'accorciamento sono state progettate e realizzate delle apposite cravatte in alluminio, capaci di sorreggere una terna di trasduttori di spostamento senza però confinare il provino (Fig. 3.4). Ogni cravatta è composta da due mezzi anelli connessi tra di loro attraverso delle viti con molle in modo da potersi allargare seguendo la deformazione del provino. Gli spostamenti sono stati acquisiti per mezzo di trasduttori di spostamento di tipo induttivo a ponte intero WA20 dell'HBM, alloggiati nelle cravatte e disposti a 120° in pianta e con una base di misura di 100 mm in modo da escludere le zone disturbate in prossimità delle piastre (Fig. 3.5). Il valore medio delle tre letture in rapporto alla base di misura ha fornito l'ascissa delle curve tensione-deformazione.

La registrazione del carico e degli spostamenti è avvenuta tramite lo "Spider 8" dell'HBM, dispositivo elettronico di misura per la gestione e la visualizzazione dei dati, che si interfaccia con un PC (Fig. 3.6).



Fig. 3.4. Cravatte in alluminio porta trasduttori.



Fig. 3.5. Set-up di prova: a) Schema geometrico; b) attrezzatura sperimentale.



Fig. 3.6. Prova di compressione: apparato sperimentale.

3.4.2 Prove di trazione per flessione

Sono stati sottoposti ad una prova di trazione per flessione, su tre o quattro punti, provini prismatici di dimensione 150 mm x 150 mm x 600 mm. Nel caso di prove di flessione su quattro punti, in accordo con le indicazioni della UNI 11039-2 (2003), nella mezzeria di una faccia del provino adiacente a quella del getto è stato praticato un intaglio mediante mola diamantata, per una profondità di $a_0 = 45$ mm, tale che $a_0/h = (0,3 \pm 0,01)$ (h : altezza del provino) e terminante a forma di V. Indicativamente la larghezza dell'intaglio è compresa tra 3 mm e 5 mm. La geometria del prototipo e lo schema statico adottato per questa prova è mostrato in Figura 3.7.

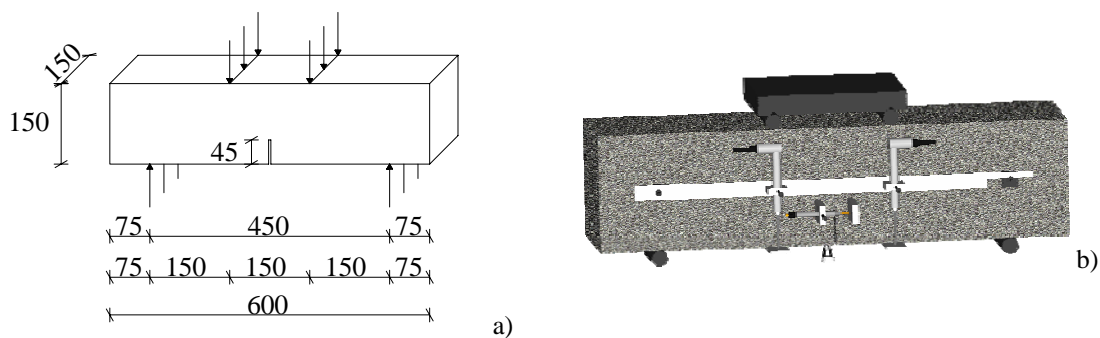


Fig. 3.7. Prova di flessione su quattro punti: a) Geometria prototipo e schema di carico;
b) Disposizione del setup di prova.

Nel caso di prove di flessione su tre punti, con riferimento alle indicazioni della RILEM TC-162, nella mezzeria di una faccia del provino adiacente a quella del getto è stato praticato un intaglio mediante mola diamantata, per una profondità di 25 mm e terminante a forma di V. La geometria del prototipo e lo schema statico adottato per questa prova è mostrato in Figura 3.8.

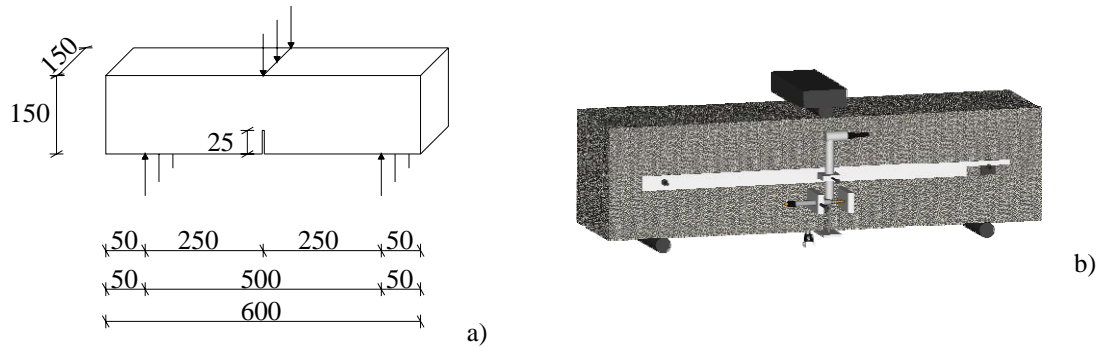


Fig. 3.8. Prova di flessione su tre punti: a) Geometria prototipo e schema di carico;
b) Disposizione del setup di prova.

Le prove di flessione sono state eseguite su una macchina INSTRON 1195 sulla quale è stata montata una cella di carico HBM tipo C1 di 100 kN. Con riferimento alle prove di flessione su quattro punti, l'equipaggio superiore predisposto per la prova è costituito da un elemento rigido trasversale in grado di ripartire equamente ed uniformemente il carico applicato dalla macchina tra due cilindri superiori di diametro pari a 24 mm e distanti 150 mm. L'equipaggio inferiore è costituito da due cilindri di supporto di diametro 24 mm e distanti 450 mm. Il carico è stato applicato al provino attraverso il movimento verso il basso del telaio di carico servo-controllato, posto nella parte superiore del banco. Sono stati monitorati, all'aumentare del carico: la freccia sotto i punti di carico, l'apertura della fessura all'apice dell'intaglio (CTOD: Crack Tip Opening Displacement), sulle due facce opposte del provino (CTOD1 e CTOD2), ed al lembo inferiore (CMOD: Crack Mouth Opening Displacement). A tale scopo, sono stati utilizzati: trasduttore resistivo a ponte intero TML (Fig. 3.9) per il rilievo dell'apertura dell'intaglio (CMOD), trasduttori induttivi a ponte intero WI10 dell'HBM (Fig. 3.10.a) per il rilievo dell'apertura all'apice dell'intaglio (CTOD) e trasduttori induttivi a ponte intero WA20 dell'HBM (Fig. 3.10.b) per il rilievo della freccia. I trasduttori, per poter misurare l'effettivo spostamento dei punti di

applicazione del carico sul provino, sono stati resi solidali a dispositivi rigidi vincolati al provino e collocati in corrispondenza delle due facce laterali, in modo da evitare gli spostamenti parassiti dovuti a cedimenti localizzati in corrispondenza dei cilindri di supporto e di carico o a rotazioni del provino lungo l'asse longitudinale durante l'effettuazione della prova (Fig. 3.11). Sono stati realizzati, inoltre, appositi portatrasduttori per il rilievo del CMOD. Con riferimento alle prove di flessione su tre punti, l'equipaggio superiore predisposto per la prova è costituito da un elemento rigido trasversale in grado di distribuire il carico applicato dalla macchina sul cilindro superiore di diametro pari a 30 mm disposto nella mezzeria del provino. L'equipaggio inferiore è costituito da due cilindri di supporto distanti 500 mm. Anche, in questo caso sono stati monitorati, all'aumentare del carico: la freccia in mezzeria, l'apertura della fessura all'apice dell'intaglio, sulle due facce opposte del provino (CTOD1 e CTOD2), ed al lembo inferiore (CMOD). La cella di carico e tutta la strumentazione sono state alimentate in parallelo ed i valori di carico e spostamento sono stati letti individualmente tramite lo "Spider 8" dell'HBM, dispositivo elettronico di misura per la gestione e la visualizzazione dei dati, che si interfaccia (porta USB) con un PC (Fig. 3.12). L'acquisizione e la gestione dei dati sono state eseguite mediante un'opportuna taratura del software "Catman" dell'HBM. Mediante il programma è stato possibile eseguire la configurazione ed il controllo degli strumenti, visualizzare i valori misurati ed eseguire una taratura preliminare.



Fig. 3.9. Trasduttore resistivo a ponte intero TML.

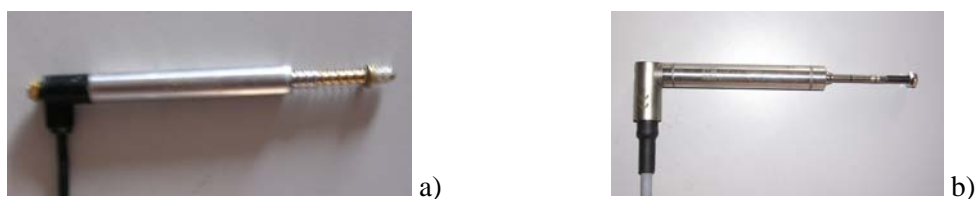


Fig. 3.10. Trasduttore induttivo di spostamento: a) HBM-WI10, b) HBM-WA20.



Fig. 3.11. Aste metalliche porta trasduttori.

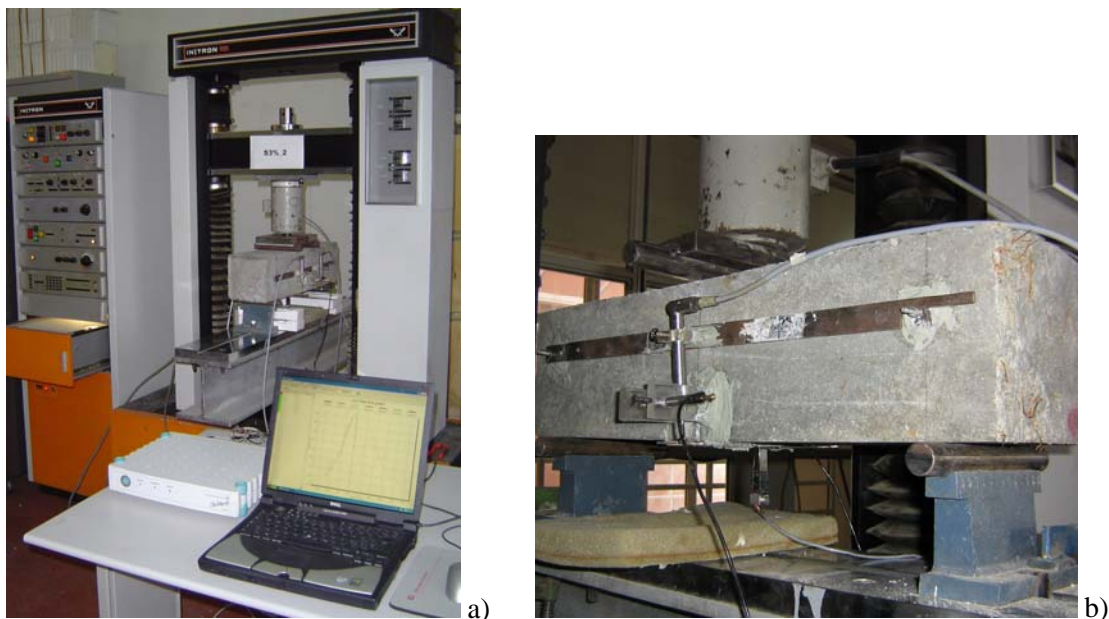


Fig. 3.12. Set-up di prova: a) flessione su quattro punti; b) flessione su tre punti.

3.5 Valutazione delle proprietà meccaniche

L'identificazione del comportamento meccanico di un calcestruzzo fibrorinforzato, finalizzata anche alla descrizione del comportamento di elementi strutturali, è di basilare importanza. Negli anni '70 e '80 si è tentato di caratterizzarne il comportamento meccanico come fosse quello di un composito, combinando il comportamento meccanico delle fibre a quello della matrice. Le variabili in gioco sono molte e non tutte ancora ben definite. Recentemente alcuni comitati scientifici hanno evidenziato la necessità di considerare il calcestruzzo fibrorinforzato come un materiale unico e di standardizzarne le metodologie di prove.

Nella presente ricerca, per caratterizzare il comportamento meccanico dei calcestruzzi fibrorinforzati al variare di alcuni parametri caratteristici delle fibre (tipo, forma, L_f ,

L_f/D_f , V_f) e della matrice di calcestruzzo (R_c) si sono condotte prove di flessione su quattro punti e si è fatto riferimento alla recente normativa italiana UNI 11039 (2003). Si sono condotte anche prove di flessione su tre punti in accordo alla norma europea RILEM TC 162-TDF (2002), per una specifica serie di prove, ed i risultati in termini di resistenze sono stati confrontati con quelli valutati da prove di flessione su quattro punti secondo la norma UNI 11039 (2003).

Si riportano di seguito le metodologie per la determinazione delle proprietà nominali dei calcestruzzi fibrorinforzati con riferimento ai due diversi tipi di prove effettuate.

3.5.1 Standard di riferimento: UNI 11039 (2003)

Secondo la norma UNI 11039 (2003) tre sono i parametri fondamentali che permettono di descrivere il comportamento post-fessurativo quali: la resistenza di prima fessurazione (f_{1f}) e due resistenze equivalenti ($f_{eq(0-0,6)}$, $f_{eq(0,6-3)}$). Per meglio identificare la ridotta fragilità del composito la norma definisce due indici di duttilità (D_0 , D_1).

Per l'elaborazione dei risultati si è determinato il valore di $CTOD_0$ o per via diretta su provini di calcestruzzo base o per via indiretta. Nella prima serie di prove si è considerato un valore del $CTOD_0$ convenzionale pari a 25 μm , come indicato dalla norma UNI 11039-2 (2003), punto 7.1.2, da assumere in assenza di provini di calcestruzzi di base. Tale valore medio di $CTOD_0$ è rilevato su una popolazione di 45 campioni di calcestruzzo di base aventi resistenza a compressione variabili da 20 MPa a 90 MPa.

Nella seconda e terza serie di prove il valore di $CTOD_0$ si è determinato per via diretta. Tre provini di calcestruzzo di base, con le stesse dimensioni e profondità d'intaglio dei provini in calcestruzzo fibrorinforzato, sono stati sottoposti a prova di flessione. Per ciascun provino è stato determinato il valore di $CTOD_0$ corrispondente al carico massimo rilevato dalla curva carico- $CTOD_m$. La media aritmetica dei valori di $CTOD_0$ rilevati per ciascun provino è stata utilizzata per la determinazione della resistenza di prima fessurazione (f_{1f}).

Si è determinato il carico di prima fessurazione (P_{1f}), rilevato dal diagramma P- $CTOD_m$, come il valore di carico massimo nell'intervallo tra 0 e $CTOD_0$. È stata calcolata la resistenza di prima fessurazione f_{1f} dalla seguente relazione:

$$f_{If} = \frac{P_{If}l}{b(h-a_0)^2} \quad (\text{MPa}) \quad (3.1)$$

Dove P_{If} è il carico di prima fessurazione, l è l'interasse dei cilindri inferiori (450 mm), b è la base del provino (150 mm), h è l'altezza del provino (150 mm), a_0 è la profondità misurata dell'intaglio (45 mm).

Le resistenze equivalenti sono state calcolate mediante le relazioni:

$$f_{eq(0-0,6)} = \frac{1}{b(h-a_0)^2} \frac{U_1}{0,6} \quad (3.2)$$

$$f_{eq(0,6-3)} = \frac{1}{b(h-a_0)^2} \frac{U_2}{2,4} \quad (3.3)$$

Dove $f_{eq(0-0,6)}$ è la resistenza equivalente nel campo di apertura media di fessura compreso fra (0-0,6) mm, $f_{eq(0,6-3)}$ è la resistenza equivalente nel campo di apertura media di fessura compreso fra (0,6-3) mm.

U_1 , U_2 sono le aree sottese alla curva carico-CTOD_m negli intervalli di CTOD_{net} rispettivamente di (0-0,6) mm e di (0,6-3) mm.

$$U_1 = \int_0^{0,6} P(\text{CTOD})d(\text{CTOD}) \quad (3.4)$$

$$U_2 = \int_{0,6}^3 P(\text{CTOD})d(\text{CTOD}) \quad (3.5)$$

Gli indici di duttilità D_0 e D_1 sono calcolati in base alle relazioni seguenti:

$$D_0 = \frac{f_{eq(0-0,6)}}{f_{If}} \quad (3.6)$$

$$D_1 = \frac{f_{eq(0,6-3)}}{f_{eq(0-0,6)}} \quad (3.7)$$

3.5.2 Standard di riferimento: RILEM TC 162-TDF (2002)

L'elaborazione dei dati ottenuti sperimentalmente dalle prove di flessione su tre punti è stata svolta con riferimento alle indicazioni della RILEM TC 162-TDF (2002). Il valore del carico al limite di proporzionalità (F_L) è stato determinato come il valore di

carico massimo nell'intervallo (δ o CMOD) di 0,05.

Il limite di proporzionalità, $f_{fct,L}$, è stato calcolato dalla seguente relazione:

$$f_{fct,L} = \frac{3F_L l}{2b(h-a_0)^2} \quad (\text{MPa}) \quad (3.8)$$

Dove l è l'interasse dei cilindri inferiori (500 mm), b è la base del provino (150 mm), h è l'altezza del provino (150 mm), a_0 è la profondità misurata dell'intaglio (25 mm).

Le resistenze equivalenti si calcolano mediante le relazioni:

$$f_{eq,2} = \frac{3}{2} \frac{1}{b(h-a_0)^2} \frac{D_{BZ,2}^f}{0,5} \quad (3.9)$$

$$f_{eq,3} = \frac{3}{2} \frac{1}{b(h-a_0)^2} \frac{D_{BZ,3}^f}{2,5} \quad (3.10)$$

Dove $D_{BZ,2}^f$, $D_{BZ,3}^f$ sono le aree sottese alla curva carico-freccia fino ad uno spostamento δ_2 e δ_3 , rispettivamente, e indicano la capacità di assorbire energia. $D_{BZ,2}^f$, $D_{BZ,3}^f$ constano di due contributi: un contributo dovuto al calcestruzzo di base (D_{BZ}^b) e l'altro dovuto alle fibre ($D_{BZ,2}^f$, $D_{BZ,3}^f$). La linea che divide i due contributi può essere semplicemente rappresentata come una linea retta passante per due punti noti, uno corrispondente al carico al limite di proporzionalità (F_L), l'altro il punto con ascissa pari a " $\delta_L + 0,3$ mm". Con δ_L si indica lo spostamento al limite di proporzionalità. Gli spostamenti δ_2 e δ_3 sono così definiti:

$$\delta_2 = \delta_L + 0,65\text{mm} \quad (3.11)$$

$$\delta_3 = \delta_L + 2,65\text{mm} \quad (3.12)$$

Si possono calcolare anche le resistenze a trazione per flessione residue $f_{R,i}$ corrispondenti alle seguenti aperture della fessura al lembo inferiore o di freccia in mezzzeria:

$$\delta_{R,1} = 0,46\text{mm} \quad - \quad \text{CMOD}_1 = 0,5\text{mm} \quad (3.13)$$

$$\delta_{R,2} = 1,31\text{mm} \quad - \quad \text{CMOD}_2 = 1,5\text{mm} \quad (3.14)$$

$$\delta_{R,3} = 2,15\text{mm} \quad - \quad \text{CMOD}_3 = 2,5\text{mm} \quad (3.15)$$

$$\delta_{R,4} = 3,00\text{mm} \quad - \quad \text{CMOD}_4 = 3,5\text{mm} \quad (3.16)$$

La relazione che lega il valore di CMOD al valore della freccia misurata è la seguente:

$$\text{CMOD} = 1,18\delta + \beta \quad (3.17)$$

Con $\beta = -0,0416\text{mm}$.

La resistenza residua può essere calcolata dalla formula seguente:

$$f_{R,i} = \frac{3F_{R,i}l}{2b(h-a_0)^2} \quad (\text{MPa}) \quad (3.18)$$

Dove $F_{R,i}$ è il carico registrato al corrispondente valore di $\delta_{R,i}$ o CMOD_i .

3.6 Valutazione delle proprietà a frattura

Il calcestruzzo ordinario è un materiale eterogeneo e la rottura a trazione è influenzata significativamente dalle sue proprietà microstrutturali e dai meccanismi microscopici di danneggiamento e frattura. In questo materiale le microfessure e gli scollamenti tra i componenti granulari e la matrice possono estendersi e concorrere a formare una fessura macroscopica che porta alla separazione improvvisa in due parti dell'elemento. Sperimentalmente si è osservato l'esistenza di un ramo di incrudimento negativo (*softening*) e della possibilità di dissipare, da parte del materiale, una notevole quantità di energia su una banda localizzata, la quale diventa fessura. Infatti, nei materiali eterogenei, coesivi o aggregativi, la fessura reale è obbligata a percorsi tortuosi che implicano grosse quantità di energia dissipata. Questa evidenza ha assicurato che il comportamento di tipo *softening*, nel modo I, che è il modo elementare di sollecitazione della fessura, ortogonale alla stessa, possa essere assunto come una proprietà del materiale, caratterizzato da almeno due parametri meccanici: l'energia specifica dissipata dopo la localizzazione nella regione fessurata (G_F) e la resistenza a trazione diretta (f_t) (Hillerborg 1985). Oltre a questi due parametri, Rots e de Borst (1989) hanno dimostrato che ha un'importanza non secondaria conoscere l'andamento del ramo di *softening*. Dal punto di vista sperimentale, è importante rilevare che i due parametri prima menzionati (G_F , f_t) dipendono dalla specifica prova sperimentale utilizzata per determinarli, dalla geometria del provino e della fessura e dalle condizioni di vincolo (Elices ed altri 1992; Guinea ed altri 1992; Planas ed altri 1992; Bazant 1996). Inoltre, l'energia di frattura dipende dalla forma e dalla dimensione massima degli aggregati ed anche dalle dimensioni della struttura.

Il modello elaborato da Hillerborg ed altri (1976), della fessura coesiva o fittizia, utilizza una doppia legge costitutiva, che descrive il comportamento elastico del

materiale sino al raggiungimento della tensione massima secondo una relazione tensione-deformazione (σ - ε) e il comportamento *softening* del materiale fessurato (modo I d'apertura) secondo una relazione tensione-spostamento (σ - w). Lo spostamento, w , è relativo all'apertura della fessura. All'apice della fessura vi è una zona di processo di frattura (*fracture process zone*) in cui avvengono fenomeni dissipativi descritti tramite la funzione w . Alla separazione delle due superfici corrisponde un indebolimento del materiale e una riduzione del trasferimento di tensioni, inferiori alla resistenza a trazione del materiale. All'apice della fessura reale, in corrispondenza di un punto dove l'apertura della fessura raggiunge un determinato valore critico (w_{cr}) lo sforzo è nullo ($\sigma = 0$), mentre all'apice della zona di processo (fessura fittizia), ossia del prolungamento della fessura nel materiale danneggiato dove $w = 0$, si avrà $\sigma = f_t$ scomparendo così la singolarità tensionale. L'energia di frattura vale:

$$G_F = \int_0^{w_{cr}} \sigma(w) dw \quad (3.19)$$

Queste assunzioni (Hillerborg ed altri 1976; Hillerborg 1985) sono le basi non solo del modello della fessura coesiva (*fictitious crack model*) ma anche del modello di fessura su banda (*crack band model*) (Bazant e Oh 1983) anche se quest'ultimo, con un approccio al continuo, richiede che l'apertura della fessura e l'energia di frattura associata siano diffuse (*smearred crack model*) su una preassegnata lunghezza, l'ampiezza di fessura localizzata.

Il metodo di prova più diretto per determinare G_F è una prova a trazione monoassiale. Tale prova fornisce tutti i dati necessari per le simulazioni numeriche, come la resistenza a trazione (f_t), il modulo elastico (E), l'energia di frattura (G_F) e la forma del ramo discendente della curva. Tuttavia, non è facile eseguire prove di trazione diretta stabili. Diversi comitati tecnici propongono prove sperimentali più facili da eseguire come le prove di flessione su tre o quattro punti o la prova brasiliana su provini intagliati (*wedge splitting test*). La prova *standard* per la determinazione sperimentale dell'energia di frattura è quella proposta da Hillerborg e successivamente codificata dalla raccomandazione RILEM TC 50-FCM (1985). La prova è basata sulla risposta carico-spostamento di provini intagliati sollecitati a flessione su tre punti.

Sebbene questa procedura sia ampiamente utilizzata per i calcestruzzi ordinari,

l'applicazione ai calcestruzzi fibrorinforzati richiede ulteriori valutazioni. Per questo tipo di materiale la valutazione delle proprietà a frattura è uno strumento particolarmente utile poiché, l'aggiunta di fibre in un materiale a base cementizia non solo incrementa la resistenza a trazione ma anche la sua tenacità, capacità ad assorbire energia nella fase post-fessurativa. Mentre i calcestruzzi ordinari senza fibre presentano un comportamento decisamente fragile, quelli additivati con fibre presentano una risposta post-critica sempre più duttile incrementando il contenuto delle fibre stesse o il loro rapporto d'aspetto. Questo incremento di resistenza è più evidente per le strutture inflesse per le quali l'effetto ponte (*bridging*) delle fibre, tra le fessure nella matrice cementizia, consente di trasmettere notevoli trazioni anche in fase avanzata di fessurazione. Rispetto ad un calcestruzzo ordinario questi tipi di compositi presentano un ramo di *softening* più esteso caratterizzato da una lunga coda e da una significativa resistenza residua a trazione dovuta al fatto che le fibre presenti sulla superficie di frattura tendono a cucire le fessure e non si arriva facilmente alla completa separazione in due parti dell'elemento lungo la superficie di frattura (*ligment*). Nel caso di calcestruzzi ad alte prestazioni con elevati contenuti di fibre metalliche ($V_f = 2-8\%$) (CNR-DT 204 2006) il comportamento può diventare incrudente, grazie alla comparsa di una multifessurazione. La lunghezza del ramo post-picco e la resistenza residua dipendono da diversi fattori: la resistenza della matrice, il tipo di fibra additivata, la forma, il rapporto d'aspetto e la lunghezza delle fibre, la percentuale in volume di fibre, la composizione e la porosità del conglomerato.

In letteratura sono proposti diversi parametri e procedure per valutare sperimentalmente l'energia dissipata durante il processo di frattura. Queste metodologie indicano provini di dimensioni e forme diverse come modalità di prove e di elaborazione dei dati differenti tali da rendere difficile la correlazione tra i diversi risultati. Sono riproposte prove di trazione diretta o indiretta fissando però un limite, sullo spostamento o sul carico, oltre il quale è possibile trascurare la coda di *softening*. Si ritiene che per valutare la *performance* dei calcestruzzi fibrorinforzati al variare di alcuni parametri sia opportuno valutare l'energia assorbita rispetto ad un unico valore limite.

Con riferimento a prove di trazione diretta su provini intagliati alcuni autori (Barragan 2002; Barragan ed altri 2003; Gettu e Barragan 2003) calcolano la tenacità come l'area sottesa alla curva tensione-apertura della fessura indicando due valori limite di apertura

della fessura, 1000 μm e 2000 μm , fino al quale viene computata l'area.

Nel caso di *wedge splitting test*, Löfgren (2004) indica che il lavoro di frattura può essere calcolato come l'area sottesa alla curva carico (*splitting force*)-CMOD, dove viene trascurato il contributo della componente della forza verticale. L'energia di frattura viene poi valutata come il lavoro di frattura diviso l'area di frattura per un intervallo di apertura della fessura (CMOD) compreso tra 0,25 mm e 4 mm.

Una prova molto diffusa è quella di flessione su tre punti proposta per il calcestruzzo ordinario (RILEM TC 50-FMC 1985) basata sulla valutazione della curva carico-spostamento. Alcuni autori, Kazemi ed altri (2004) indicano una limitazione sul valore di carico pari a 0,1 kN, mentre Ozalp ed altri (2007) propongono come punto d'interruzione della coda del ramo di *softening* il valore di spostamento di 10 mm, in base ai loro risultati sperimentali l'energia, per questo valore fissato di spostamento, non è totalmente dissipata. Barragan (2002), con riferimento ai risultati di prove di flessione su tre punti eseguite secondo le indicazioni della RILEM TC 162-TDF (2002), calcola l'energia di frattura con riferimento alle curve carico-freccia e carico-CMOD indicando due diversi valori di spostamento massimo o di apertura della fessura al lembo inferiore 1000 μm e 2000 μm . Barros ed altri (2005) valutano l'energia dissipata fino ad un valore della freccia di 3 mm. Inoltre Kazemi ed altri (2004) osservano che il valore di energia di frattura calcolata, per un valore fissato di carico, secondo il metodo proposto dalla RILEM TC 50-FMC (1985) è paragonabile con quella valutata utilizzando altri due metodi: uno basato sull'analisi di regressione lineare del lavoro di frattura di provini simili con diverse profondità d'intaglio, l'altro basato sulla valutazione dell'energia di frattura come area sottesa alle curve carico-spostamento di provini con due diverse profondità d'intaglio.

Un altro tipo di prova molto utilizzata è quella di flessione su quattro punti (UNI 11039 2003). L'energia di frattura può essere valutata secondo alcuni autori (di Prisco ed altri 2004; Colombo 2007) come l'area sottesa alla curva tensione nominale-CTOD fino ad un valore di CTOD = 3 mm. Gli autori indicano che oltre questo valore di apertura della fessura il comportamento dei calcestruzzi fibrorinforzati è influenzato dall'estrazione delle fibre dalla matrice cementizia. Altri (di Prisco 2007) valutano l'energia di frattura, nel caso di microcalcestruzzi contenenti aggregati quarzosi e fibre in polipropilene ibride esposti ad alte temperature, come l'area sottesa alla curva carico-spostamento fino ad un valore limite di spostamento multiplo (dieci volte) dello

spostamento corrispondente al carico di picco, trascurando l'energia dissipata durante il fenomeno di fessurazione nonlineare che si sviluppa nella fase di carico prima del raggiungimento del carico massimo.

Con riferimento a prove di flessione su quattro punti eseguite in accordo alla *standard* Giapponese JCI SF4 (1984), Sivakumar e Santhanam (2007) valutano la tenacità fino ad una fraccia massima di 3 mm.

In questo lavoro, al fine di analizzare l'influenza di alcuni parametri principali come il tipo di fibre impiegate (metalliche/polipropilene), la percentuale in volume di fibre presenti (V_f) e nel caso delle fibre metalliche la lunghezza delle fibre (L_f) sulle proprietà a frattura dei calcestruzzi fibrorinforzati, l'energia di frattura viene calcolata, con riferimento ai risultati di prove di flessione su quattro punti e di flessione su tre punti e ad alcune indicazioni riguardanti la limitazione della coda di *softening* disponibili nella recente letteratura.

Nello specifico, l'energia di frattura viene valutata con il primo criterio come l'area sottesa alla curva carico-freccia fino ad uno spostamento limite pari a dieci volte lo spostamento corrispondente al carico di picco mentre, con il secondo come l'area sottesa alla curva carico-CTODm fino ad un valore di CTODm di 3 mm e con il terzo criterio, come l'area sottesa alla curva carico-freccia fino ad un valore limite di 3 mm.

3.7 Conclusioni

Lo sviluppo di un ampio e ben variegato programma di prove sperimentali permette di investigare diversi aspetti come l'influenza di medio-alti tenori di fibre sul comportamento a compressione e a trazione, con particolare attenzione al comportamento post-picco che nel caso di calcestruzzi fibrorinforzati non è trascurabile, arricchendo così il database sperimentale disponibile in letteratura.

La diffusione di istruzioni tecniche consente di standardizzare le dimensioni dei provini, le modalità di esecuzione delle prove e l'elaborazione dei dati sperimentali.

La messa a punto di un adeguato apparato sperimentale con riferimento alle indicazioni di normativa conduce all'esecuzione di prove affidabili. In particolare, il dispositivo utilizzato per le prove di compressione su provini cilindrici e quello utilizzato per le prove di trazione per flessione consentono di rilevare il

comportamento post-picco senza comprometterne i risultati.

Il riferimento alle *standards* nazionali ed internazionali permette di ottenere risultati confrontabili con quelli ottenuti da altri autori. I risultati potranno essere utilizzati per analisi teoriche e numeriche.

CAPITOLO 4

RISULTATI SPERIMENTALI

4.1 Introduzione

I risultati ottenuti dalle prove sperimentali condotte sulle tre serie di provini sono stati elaborati e restituiti in forma grafica e tabellare. Successivamente sono stati analizzati e confrontati criticamente con particolare riferimento alle proprietà meccaniche e all'energia di frattura. Nello specifico, è stato studiato, al variare di alcuni parametri, il comportamento post-picco a compressione, in termini di deformazione massima e resistenza residua, e a trazione per flessione, in termini di resistenza residua valutata secondo alcune recenti *standards*. Le curve sperimentali registrate durante le prove di trazione per flessione hanno consentito di valutare l'energia di frattura del materiale secondo alcune indicazioni riportate nella recente letteratura tecnica. Per ogni serie di provini si riportano i risultati tipici delle prove a compressione e delle prove di trazione per flessione. Tutti gli altri risultati ottenuti dalle prove sperimentali sono forniti in appendice.

4.2 Influenza della lunghezza e della percentuale in volume di fibre metalliche

In questo paragrafo vengono illustrati i risultati relativi alla prima serie di prove sperimentali riguardanti calcestruzzi rinforzati con fibre metalliche uncinato. I

parametri variabili sono la lunghezza delle fibre (22 mm, 30 mm, 40 mm) e la percentuale in volume di fibre (1% e 2%) il parametro costante è il rapporto d'aspetto pari a 50.

Un generico provino ha la seguente designazione $\alpha\beta\%_\gamma$, dove per $\alpha = A$ si indicano i calcestruzzi rinforzati con fibre lunghe da 40 mm, per $\alpha = B$ quelli con fibre di lunghezza media 30 mm e per $\alpha = C$ quelli con fibre corte 22 mm. La seconda lettera $\beta\%$ indica la percentuale in volume di fibre aggiunte nella matrice cementizia $\beta\% = 1\%$ o $\beta\% = 2\%$. Per γ si indica il numero del provino.

4.2.1 Prove di compressione

Le prove di compressione sono state eseguite su provini cubici con lato da 150 mm a maturazione avvenuta (28 gg), secondo la UNI 12390-3 (2003). I risultati ottenuti, in termini di resistenza a compressione di ogni provino (R_{ci}), resistenza a compressione media della serie di provini (R_{cm}), scarto quadratico medio (s) e coefficiente di variazione (V), sono riportati nella tabella seguente (Tab. 4.1).

Dai risultati ottenuti si evidenzia che il valore di resistenza a compressione non è sensibilmente influenzata dall'aggiunta di fibre sia in relazione alla percentuale in volume che in relazione alla lunghezza delle fibre aggiunte nell'impasto. I provini in calcestruzzo fibrorinforzato con l'1% di fibre metalliche di lunghezza media (30 mm) hanno mostrato un leggero incremento di resistenza (circa l'8%). I valori bassi dello scarto e del coefficiente di variazione evidenziano che il composito realizzato è compatto ed è stato evitato il fenomeno della segregazione.

Tab. 4.1. Prima serie: resistenza cubica a compressione.

	R_{ci}	R_{cm}	s	V
	MPa	MPa	MPa	%
A1%_1	46,6			
A1%_2	47,6			
A1%_3	42,2	44,8	2,7	6,0
A1%_4	42,8			
B1%_1	49,6			
B1%_2	48,5	48,7	0,9	1,8
B1%_3	47,9			
C1%_1	42,1			
C1%_2	41,3			
C1%_3	42,3	43,1	2,5	5,8
C1%_4	46,8			
A2%_1	44,8			
A2%_2	44,8			
A2%_3	44,5	44,7	0,2	0,4
A2%_4	44,5			
B2%_1	42,9			
B2%_2	43,9			
B2%_3	40,6	43,0	1,8	4,2
B2%_4	44,7			
C2%_1	46,6			
C2%_2	45,8			
C2%_3	43,6	44,6	1,9	4,3
C2%_4	42,4			

4.2.2 Prove di flessione su quattro punti

I risultati delle prove di flessione su quattro punti sono forniti in termini di curve tipiche carico-CMOD, carico-CTODm e carico-freccia in Figura 4.1.

Ogni curva (P-CMOD, P-CTODm, P- δ) è caratterizzata da un tratto iniziale ad andamento lineare fino alla formazione della prima fessura. Nella regione in prossimità del carico di picco il comportamento è non lineare. In questa regione le fibre corte/medie sono più efficaci nel cucire le microfessure, poiché a parità di tenore di fibre additivate nella matrice di calcestruzzo il numero di fibre corte/medie presenti sulla superficie di frattura è maggiore rispetto alle fibre più lunghe. Raggiunto il carico massimo, le curve esibiscono una perdita di carico che è tanto maggiore quanto è minore la quantità di fibre additivate nella matrice cementizia e minore è la lunghezza delle fibre. Il valore di carico massimo, a parità di lunghezza delle fibre, aumenta al crescere del tenore di fibre.

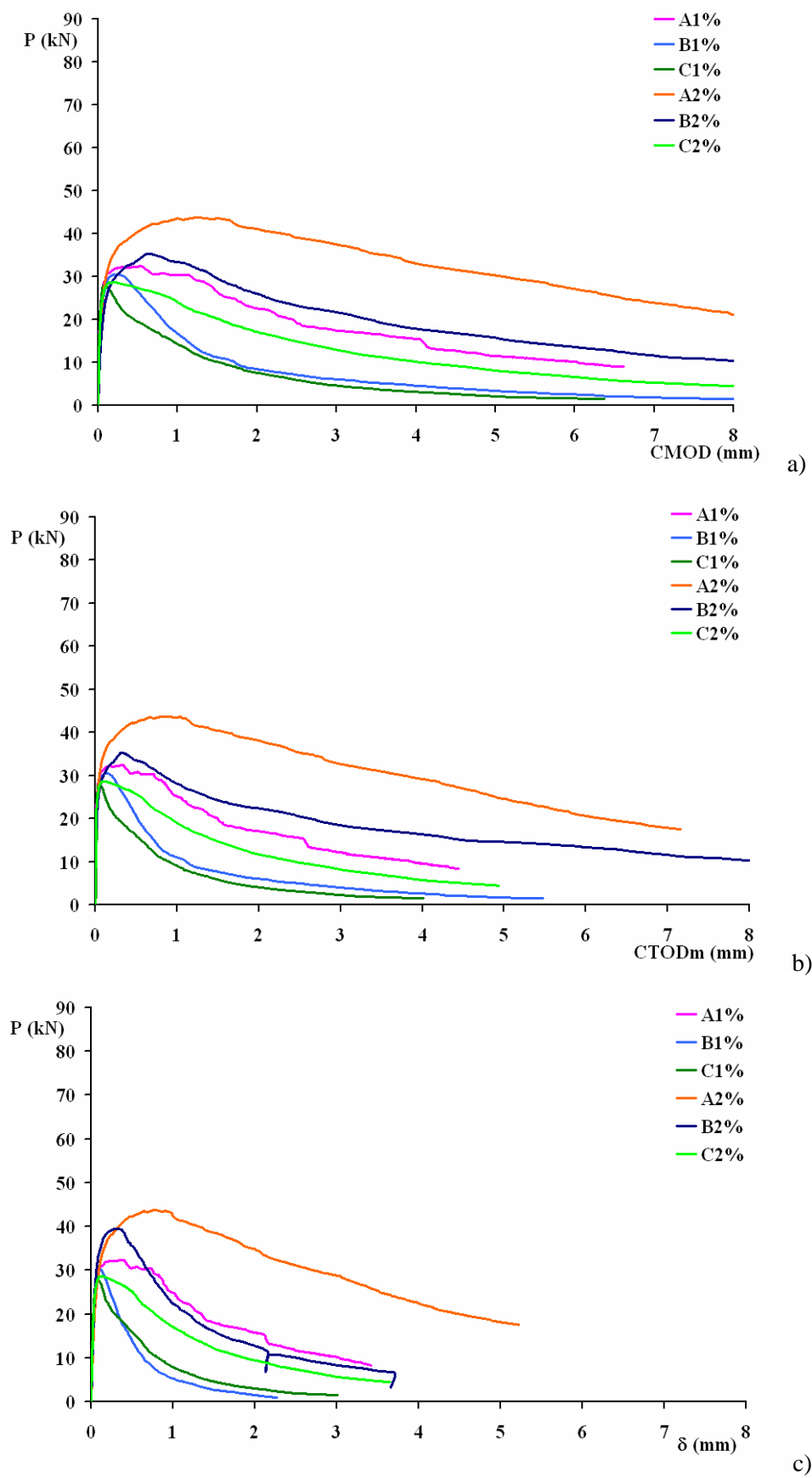


Fig. 4.1. Prima serie, curve tipiche: a) carico-CMOD; b) carico-CTODm; c) carico-freccia.

L'incremento è tanto più rilevante quanto più sono lunghe le fibre metalliche impiegate nella miscela. Nel caso di calcestruzzi rinforzati con fibre corte ($L_f = 22$ mm) il valore di carico massimo, per tenori di fibre del 2%, si incrementa del 2,1%, rispetto a quello registrato per tenori di fibre dell'1%. Mentre, nel caso di calcestruzzi rinforzati con fibre metalliche di lunghezza media ($L_f = 30$ mm), l'incremento di carico massimo è dell'ordine del 15,7%, per tenori di fibre del 2% rispetto a tenori dell'1%. L'incremento è maggiore, nel caso in cui si utilizzano fibre più lunghe ($L_f = 44$ mm), ed è pari al 34,6%. A parità di percentuale in volume di fibre il carico massimo per calcestruzzi realizzati con fibre lunghe s'incrementa del 15,3% rispetto a calcestruzzi realizzati con fibre corte, per tenori dell'1%, mentre è del 51,9%, per tenori del 2%.

Significativo è il contributo delle fibre metalliche nel comportamento post-picco. In questa regione il comportamento migliora nel caso di calcestruzzi rinforzati con fibre lunghe, in quanto riescono a cucire le macrofessure. Quando le fessure si trasformano da microfessure a macrofessure le fibre più lunghe uncinata sviluppano un effetto ponte (*crack bridging*).

I calcestruzzi fibrorinforzati mostrano dopo il picco un esteso ramo di *softening* ed un notevole carico residuo. Con riferimento alla curva carico-CTOD_m alcune serie hanno mostrato un carico residuo, misurato in corrispondenza dell'apertura della fessura all'apice dell'intaglio di 3 mm, simile, come nel caso di calcestruzzi additivati con percentuali in volume di fibre dell'ordine dell'1% con fibre corte e medie che è rispettivamente dell'ordine del 8,2% e del 13,1% rispetto al carico di picco. Al crescere della lunghezza e del tenore di fibre il carico residuo è significativo come nel caso della serie A1%, B2% e A2% che è rispettivamente del 37,7%, 52% e 75%, del carico massimo. Di conseguenza, anche l'area sottesa dalla curva aumenta al crescere dei due parametri, tenore di fibre e lunghezza.

La presenza di un carico residuo maggiore per i calcestruzzi rinforzati con fibre lunghe rispetto ai calcestruzzi rinforzati con fibre corte/medie è dovuto ad una maggiore lunghezza di ancoraggio per le fibre più lunghe che fa sì che venga richiesta una maggiore forza di *pull-out* rispetto alle fibre più corte in particolare in presenza di fessure più ampie. Le fibre lunghe forniscono, quindi, un comportamento post-picco più stabile, mentre le fibre corte sono meno attive, poiché all'aumentare dell'apertura delle fessure si sfilano.

Durante l'esecuzione della prova si è riscontrato che l'apertura della fessura è iniziata,

in quasi tutte le prove, in corrispondenza dell'apice dell'intaglio e si è sviluppata piuttosto uniformemente sulle due facce del provino (Fig. 4.2). Questo aspetto permette di evidenziare che le miscele realizzate sono molto coesive e non si è sviluppato nella maggior parte dei casi il fenomeno della segregazione che altrimenti avrebbe fatto sviluppare fessure piuttosto irregolari. Non si è arrivati mai alla completa separazione in due parti del provino prismatico intagliato, poiché le fibre presenti sulla faccia di frattura hanno permesso di cucire le fessure e di mantenere unite le due parti del provino, testimonianza di una fessura coesiva.



Fig. 4.2. Provini prismatici di calcestruzzo fibrorinforzato dopo la prova.

4.2.3 Valutazione delle proprietà meccaniche secondo la UNI 11039

I risultati elaborati, secondo le indicazioni contenute nella UNI 11039 (2003) sono forniti nella Tabella 4.2 in termini di carico/resistenza di prima fessurazione P_{If}/f_{If} , di resistenze equivalenti, $f_{eq(0-0,6)}$ e $f_{eq(0,6-3)}$ e di indici di duttilità D_0 e D_1 .

Dall'analisi dei risultati ottenuti emerge che per calcestruzzi rinforzati con fibre corte al variare del tenore di fibre la resistenza di prima fessurazione rimane pressoché costante mentre nel caso in cui vengono aggiunte fibre medie o lunghe al crescere della percentuale in volume di fibre vi è un incremento di circa il 6% e il 10%, rispettivamente.

In riferimento alla resistenza equivalente nell'intervallo di apertura della fessura tra 0-0,6 mm aumentando il tenore di fibre dall'1% in volume al 2% si ha un incremento di circa il 53% per calcestruzzi additivati con fibre corte. L'effetto benefico della presenza di un numero maggiore di fibre medie o lunghe sulla superficie di frattura è meno evidente, si hanno, infatti, incrementi del 39% e del 30%, rispettivamente. Per

quanto riguarda la resistenza equivalente nel tratto di apertura della fessura tra 0,6-3 mm aumentando il tenore di fibre si ha un incremento del 62% nel caso di calcestruzzi rinforzati con fibre lunghe mentre nel caso di fibre medie il valore della resistenza equivalente triplica e si raddoppia nel caso in cui vengono additivate fibre corte. Riflessioni simili si possono condurre sugli indici di duttilità. A parità di percentuale in volume di fibre l'uso di fibre più lunghe comporta valori di resistenze equivalenti e di indici di duttilità più grandi.

Tab. 4.2. Prima serie: risultati prova di flessione su quattro punti.

	P_{If}	f_{If}	$f_{eq(0-0,6)}$	$f_{eq(0,6-3)}$	D_0	D_1
	kN	MPa	MPa	Mpa	-	-
A1%_2	21,1	5,7	7,0	4,7	1,2	0,7
A1%_3	25,9	7,1	8,4	5,0	1,2	0,6
A1%_4	18,7	5,1	6,6	3,9	1,3	0,6
<i>media</i>	<i>21,9</i>	<i>5,9</i>	<i>7,3</i>	<i>4,5</i>	<i>1,2</i>	<i>0,6</i>
<i>scarto</i>	<i>3,7</i>	<i>1,0</i>	<i>0,9</i>	<i>0,6</i>	<i>0,1</i>	<i>0,1</i>
B1%_1	22,8	6,2	6,8	2,0	1,1	0,3
B1%_2	25,9	7,0	6,9	1,7	1,0	0,2
B1%_3	28,9	7,9	7,2	1,2	0,9	0,2
B1%_4	20,2	5,5	6,0	1,1	1,1	0,2
<i>media</i>	<i>24,5</i>	<i>6,7</i>	<i>6,7</i>	<i>1,5</i>	<i>1,0</i>	<i>0,2</i>
<i>scarto</i>	<i>3,8</i>	<i>1,0</i>	<i>0,5</i>	<i>0,4</i>	<i>0,1</i>	<i>0,1</i>
C1%_1	18,8	5,1	3,9	1,3	0,8	0,3
C1%_2	23,3	6,3	5,4	2,1	0,9	0,4
C1%_3	25,2	6,9	5,5	1,5	0,8	0,3
C1%_4	27,2	7,4	5,4	1,4	0,7	0,3
<i>media</i>	<i>23,6</i>	<i>6,4</i>	<i>5,1</i>	<i>1,6</i>	<i>0,8</i>	<i>0,3</i>
<i>scarto</i>	<i>3,6</i>	<i>1,0</i>	<i>0,8</i>	<i>0,3</i>	<i>0,1</i>	<i>0,1</i>
A2%_1	22,7	6,2	8,3	5,9	1,4	0,7
A2%_2	21,0	5,7	8,8	6,9	1,5	0,8
A2%_3	28,5	7,8	10,3	5,8	1,3	0,6
A2%_4	23,6	6,4	10,6	10,5	1,7	1,0
<i>media</i>	<i>24,0</i>	<i>6,5</i>	<i>9,5</i>	<i>7,3</i>	<i>1,5</i>	<i>0,8</i>
<i>scarto</i>	<i>3,2</i>	<i>0,9</i>	<i>1,1</i>	<i>2,2</i>	<i>0,2</i>	<i>0,2</i>
B2%_1	21,5	5,8	8,9	5,8	1,5	0,7
B2%_2	22,9	6,2	8,4	4,8	1,3	0,6
B2%_3	29,8	8,1	10,0	4,7	1,2	0,5
B2%_4	30,6	8,3	9,8	3,9	1,2	0,4
<i>media</i>	<i>26,2</i>	<i>7,1</i>	<i>9,3</i>	<i>4,8</i>	<i>1,3</i>	<i>0,6</i>
<i>scarto</i>	<i>4,7</i>	<i>1,3</i>	<i>0,8</i>	<i>0,8</i>	<i>0,2</i>	<i>0,1</i>
C2%_1	17,3	4,7	7,0	3,6	1,5	0,5
C2%_2	22,9	6,2	7,3	4,0	1,2	0,5
C2%_3	24,2	6,6	7,5	3,8	1,1	0,5
C2%_4	28,7	7,8	9,5	4,0	1,2	0,4
<i>media</i>	<i>23,3</i>	<i>6,3</i>	<i>7,8</i>	<i>3,9</i>	<i>1,3</i>	<i>0,5</i>
<i>scarto</i>	<i>4,7</i>	<i>1,3</i>	<i>1,1</i>	<i>0,2</i>	<i>0,2</i>	<i>0,1</i>

4.2.4 Valutazione dell'energia di frattura

In base alle indicazioni presenti nella recente letteratura l'energia di frattura è stata calcolata con tre criteri diversi ed i risultati ottenuti sono stati confrontati. Con il primo criterio l'energia dissipata viene valutata come l'area sottesa alla curva carico-freccia fino ad uno spostamento limite pari a dieci volte lo spostamento corrispondente al carico di picco. Si riporta tra parentesi il valore dell'energia di frattura residuale calcolato con riferimento al primo criterio scomputando l'area sottesa alla curva fino al valore di carico di picco. Con il secondo criterio, l'energia di frattura viene valutata come l'area sottesa alla curva carico-CTODm fino ad un valore di CTODm di 3 mm. In base al terzo criterio, l'energia di frattura viene calcolata come l'area sottesa alla curva carico-freccia fino ad un valore limite di 3 mm.

Tab. 4.3. Prima serie: energia di frattura.

	G _F (I criterio)	G _F (II criterio)	G _F (III criterio)
	N/mm	N/mm	N/mm
A1%_2	-	15,6	14,2
A1%_3	14,7 (12,9)	17,2	16,5
A1%_4	8,8 (7,7)	13,4	11,7
<i>media</i>	<i>11,8 (10,3)</i>	<i>15,4</i>	<i>14,1</i>
B1%_2	5,9 (5,0)	8,3	6,2
B1%_3	5,7 (4,9)	7,3	6,2
B1%_4	4,2 (3,6)	6,3	5,0
<i>media</i>	<i>5,3 (4,5)</i>	<i>7,3</i>	<i>5,8</i>
C1%_2	6,5 (5,7)	8,2	7,1
C1%_3	3,5 (3,2)	7,0	6,3
C1%_4	4,2 (3,9)	6,6	6,2
<i>media</i>	<i>4,7 (4,3)</i>	<i>7,3</i>	<i>6,5</i>
A2%_2	-	21,8	20,4
A2%_3	15,2 (13,6)	20,1	18,8
A2%_4	-	31,5	29,4
<i>media</i>	<i>15,2 (13,6)</i>	<i>24,5</i>	<i>22,9</i>
B2%_2	-	16,5	14,0
B2%_3	16,6 (13,6)	17,5	16,9
B2%_4	13,3 (11,3)	15,3	14,5
<i>media</i>	<i>15,0 (12,5)</i>	<i>16,4</i>	<i>15,1</i>
C2%_2	11,5 (10,2)	14,0	12,3
C2%_3	8,0 (7,2)	13,7	11,9
C2%_4	14,0 (11,9)	15,4	14,3
<i>media</i>	<i>11,2 (9,8)</i>	<i>14,4</i>	<i>12,8</i>

L'energia di frattura calcolata con il primo criterio è legata allo spostamento corrispondente al carico di picco e nel caso di calcestruzzi fibrorinforzati con moduli

elastici più alti a cui corrispondono spostamenti in corrispondenza del carico di picco molto piccoli può portare alla sottovalutazione dell'energia di frattura. L'energia di frattura calcolata con il secondo e terzo criterio fornisce mediamente, rispetto al primo criterio, valori più alti del 35% circa.

Dai risultati medi si evince che ovviamente aumentando il tenore di fibre e la lunghezza delle fibre anche l'energia di frattura aumenta. Nel caso di fibre lunghe si ha un incremento medio di circa il 60% per tenori di fibre dell'ordine del 2% rispetto a tenori dell'1% mentre nel caso di fibre medie e corte il valore di energia di frattura si raddoppia. A parità di tenore di fibre l'effetto benefico dell'aggiunta di fibre lunghe nella matrice cementizia è più evidente rispetto all'uso di fibre medie o corte.

4.2.5 Analisi dei risultati

Dall'analisi dei risultati ottenuti dalla prima serie di prove sperimentali si evince che la quantità ottimale di fibre da additivare in una miscela di calcestruzzo è quella dell'ordine del 2% che combinata con l'uso di fibre lunghe ($L_f = 44$ mm) comporta un significativo miglioramento prevalentemente del comportamento a flessione sia in termini di carico massimo sopportato e quindi di tensione massima che in termini di carico/resistenza residua e di energia di frattura. Il contributo in termini di resistenza a compressione non è rilevante, poiché le fibre contribuiscono a migliorare il comportamento post-picco non investigato in questa prima serie di prove sperimentali. Pur variando il dosaggio e la lunghezza delle fibre la resistenza cubica media si attesta su un valore di circa 45 MPa.

4.3 Influenza della percentuale in volume di fibre

In questo paragrafo vengono illustrati i risultati relativi alla seconda serie di prove sperimentali. I parametri variabili sono il tipo di fibra (acciaio o polipropilene) e la percentuale in volume di fibre. Le fibre impiegate, a seconda del tipo, hanno le stesse caratteristiche geometriche e meccaniche.

Per ogni provino è stata assegnata la seguente etichettatura $\alpha\beta\%_\gamma$, dove per $\alpha = S$ si

indicano i calcestruzzi rinforzati con fibre metalliche, per $\alpha = P$ quelli con fibre in polipropilene. La seconda lettera $\beta\%$ indica la percentuale in volume di fibre aggiunte nella matrice cementizia, mentre per γ si indica il numero del provino.

Nel caso dei provini di calcestruzzo base $\alpha\beta\% = PC$.

4.3.1 Prove di compressione

Le prove di compressione sono state eseguite sia sui provini cubici (150mmx150mmx150mm) che su provini cilindrici (150mmx300mm), a maturazione avvenuta (28 gg). I risultati ottenuti, in termini di resistenza a compressione di ogni provino, resistenza a compressione media della serie di provini, scarto quadratico medio e coefficiente di variazione, sono riportati nelle tabelle seguenti (Tab. 4.4 e 4.5). In Figura 4.3 sono riportate le curve tensione-deformazione di alcuni provini testati, mentre in Figura 4.4 è riportato un confronto tra le curve tipiche.

Tab. 4.4. Seconda serie: resistenza cubica a compressione.

	R_{ci}	R_{cm}	s	V
	MPa	MPa	MPa	%
PC_1	75,5			
PC_2	67,9	71,5	3,8	5,3
PC_3	71,1			
S1%_1	69,8			
S1%_2	79,0	74,2	4,6	6,2
S1%_3	73,6			
S1.6%_1	62,8			
S1.6%_2	54,3	60,5	5,4	8,9
S1.6%_3	64,5			
S3%_1	64,4			
S3%_2	62,8	62,8	1,6	2,5
S3%_3	61,2			
S5%_1	50,6			
S5%_2	56,7	52,2	4,0	7,7
S5%_3	59,3			
P1%_1	55,7			
P1%_2	55,2	55,5	0,3	0,5
P1%_3	55,6			

Tab. 4.5. Seconda serie: resistenza cilindrica a compressione.

	f_{ci}	f_{cm}	s	V
	MPa	MPa	MPa	%
PC_1	64,1			
PC_2	66,3	66,7	2,8	4,2
PC_3	69,8			
S1%_1	67,2			
S1%_2	71,9	69,6	2,4	3,4
S1%_3	69,8			
S1.6%_1	61,1			
S1.6%_2	55,7	58,1	2,7	4,6
S1.6%_3	57,7			
S3%_1	59,8			
S3%_2	54,2	58,5	3,8	6,5
S3%_3	61,5			
S5%_1	49,1			
S5%_2	49,1	48,1	1,7	3,5
S5%_3	46,1			
P1%_1	52,2			
P1%_2	49,0	50,0	2,0	3,9
P1%_3	48,6			

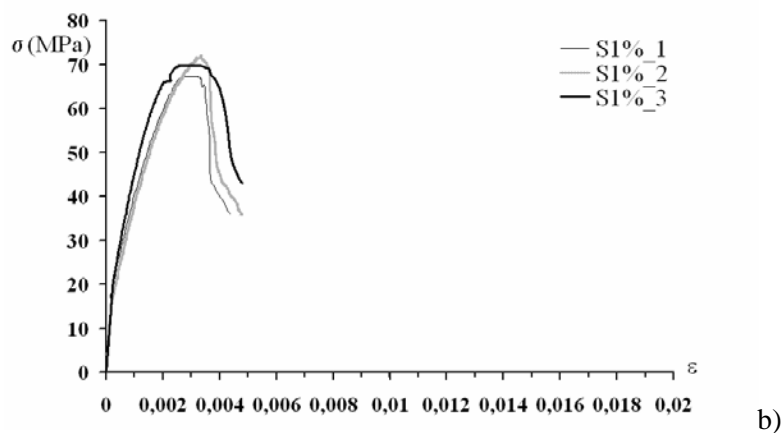
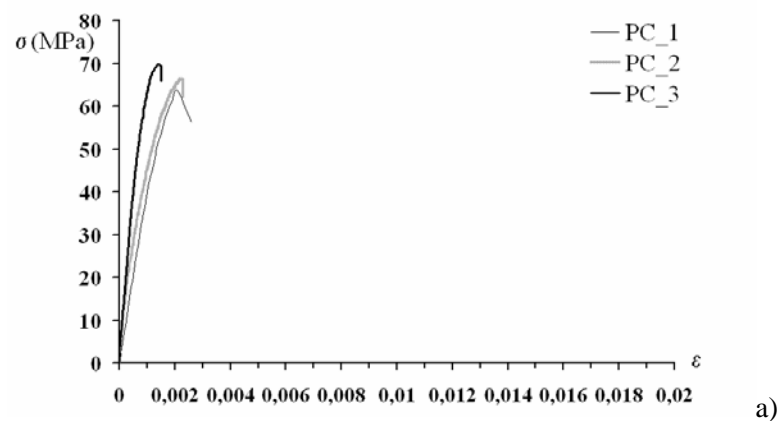


Fig. 4.3. Curve tensione-deformazione a compressione per calcestruzzi: a) ordinario; b) con percentuali in volume di fibre metalliche dell'1% (continua).

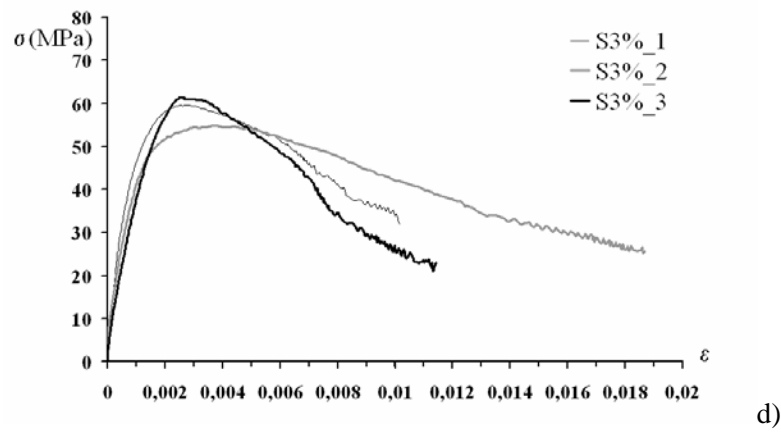
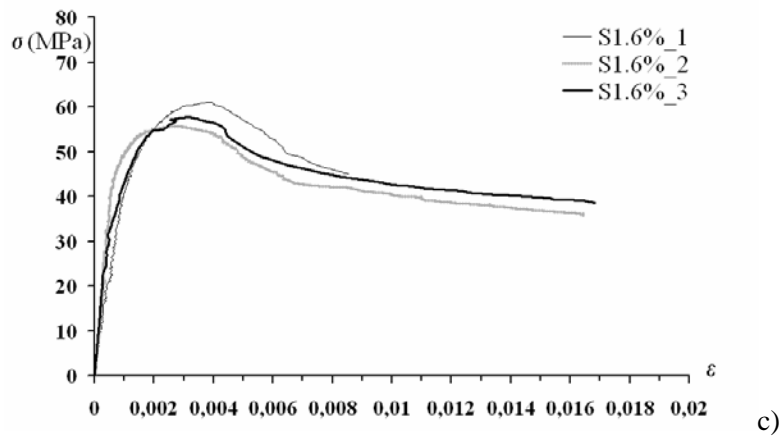


Fig. 4.3. Curve tensione-deformazione a compressione per calcestruzzi con percentuali in volume di fibre metalliche: c) dell'1,6%; d) del 3% (continuazione).

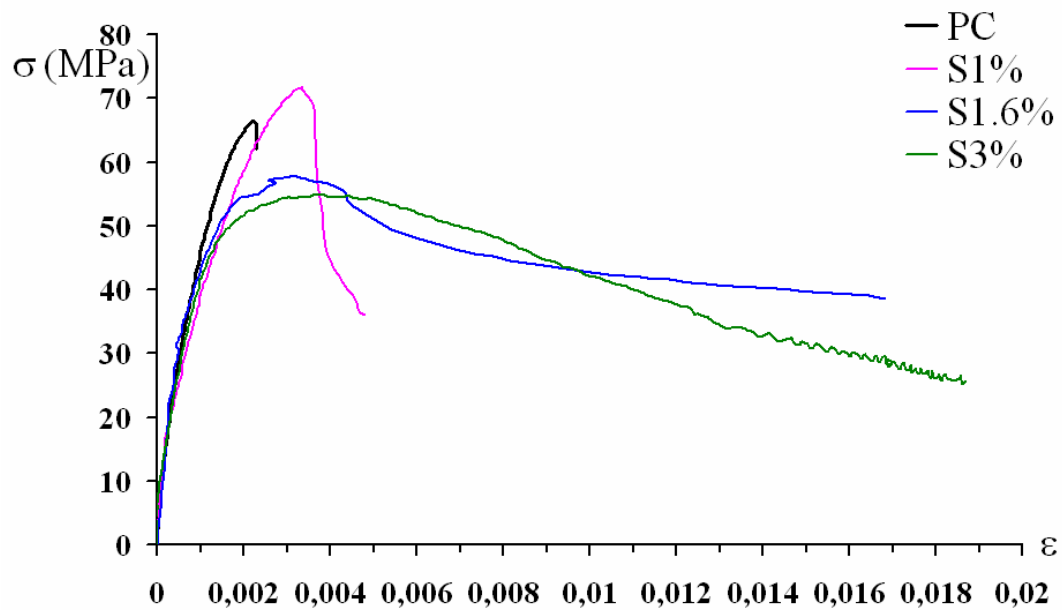


Fig. 4.4. Curve tensione-deformazione tipiche a compressione.

I valori bassi sia dello scarto quadratico medio che del coefficiente di variazione (Tab. 4.4 e 4.5) e la consistenza delle curve tensione-deformazione (Fig. 4.3) mostrano che il calcestruzzo fibrorinforzato progettato e poi realizzato in questa fase è molto coesivo e non vi sono stati fenomeni di segregazione e di aggrovigliamento delle fibre nell'impasto. Tuttavia, dall'analisi dei dati presenti nelle Tabelle 4.4 e 4.5 emerge che la resistenza a compressione è influenzata dalla forma del provino. I provini cubici di calcestruzzo rinforzato con percentuali in volume di fibre metalliche dell'1% hanno fatto registrare un incremento notevole di resistenza rispetto a quelli senza fibre, mentre, i provini cilindrici hanno fatto registrare solo un incremento marginale. I provini cubici in calcestruzzo rinforzato con tenori di fibre metalliche dell'1,6% e 3% mostrano quasi la stessa resistenza a compressione rispetto al calcestruzzo senza fibre, mentre, quelli di forma cilindrica mostrano una significativa riduzione. Questa variazione può essere attribuita all'orientazione delle fibre, specialmente vicino alle superfici dei casseri. Mentre i provini in calcestruzzo rinforzati con tenori di fibre metalliche del 5% e con tenori di fibre in polipropilene dell'1% mostrano una significativa diminuzione della resistenza sia cubica che cilindrica.

Dai risultati ottenuti non si nota nessun rilevante miglioramento, in termini di resistenza a compressione del calcestruzzo fibrorinforzato rispetto al calcestruzzo di base. I calcestruzzi rinforzati con l'1% sia di fibre metalliche che in polipropilene non mostrano un significativo miglioramento nel tratto discendente o di *softening* della curva tensione-deformazione rispetto al normale calcestruzzo. All'aumentare del tenore di fibre le curve tensione-deformazione presentano un comportamento post-picco migliore, il ramo discendente è più esteso. La deformazione ultima raggiunge valori compresi tra 0,012 e 0,018, circa cinque volte quella di un calcestruzzo ordinario. È importante notare che i calcestruzzi rinforzati con l'1,6% e il 3% di fibre metalliche ad una deformazione dello 0,01 mostrano una resistenza residua rispetto alla resistenza di picco di circa il 74% e il 78%, rispettivamente. I dati ottenuti indicano che le percentuali in volume di fibre dell'ordine dell'1,6% e del 3% sono probabilmente le quantità ottimali in termini di deformazione ultima.

I provini in calcestruzzo senza fibre hanno mostrato una rottura di tipo tronco conica o con un unico piano di taglio (Fig. 4.5). I provini, invece, in calcestruzzo fibrorinforzato mostrano numerose fessure longitudinali in prossimità della zona di rottura, che sono

orientate in direzione parallela o approssimativamente parallelamente allo sforzo esterno di compressione (Fig. 4.6).



Fig. 4.5. Provini cilindrici di calcestruzzo di base dopo la prova.



Fig. 4.6. Provini cilindrici di calcestruzzo con il 3% in volume di fibre d'acciaio dopo la prova.

4.3.2 Prove di flessione su quattro punti

Un confronto tra le curve tipiche carico-CTOD_m, carico-CMOD e carico-freccia registrate dalle prove di flessione su quattro punti è riportato nella Figura 4.7.

I calcestruzzi ordinari mostrano un comportamento lineare fino al carico massimo. Raggiunto il picco si ha una brusca perdita di carico che corrisponde alla formazione di una fessura all'apice dell'intaglio che porta alla separazione in due parti del provino e quindi alla rottura. Invece, i calcestruzzi rinforzati con fibre metalliche mostrano un andamento lineare fino quasi al carico di picco, raggiunto questo, presentano un esteso ramo di incrudimento negativo *softening*. Il composito, quindi, dissipa una notevole quantità di energia su una banda localizzata dove è presente la fessura.

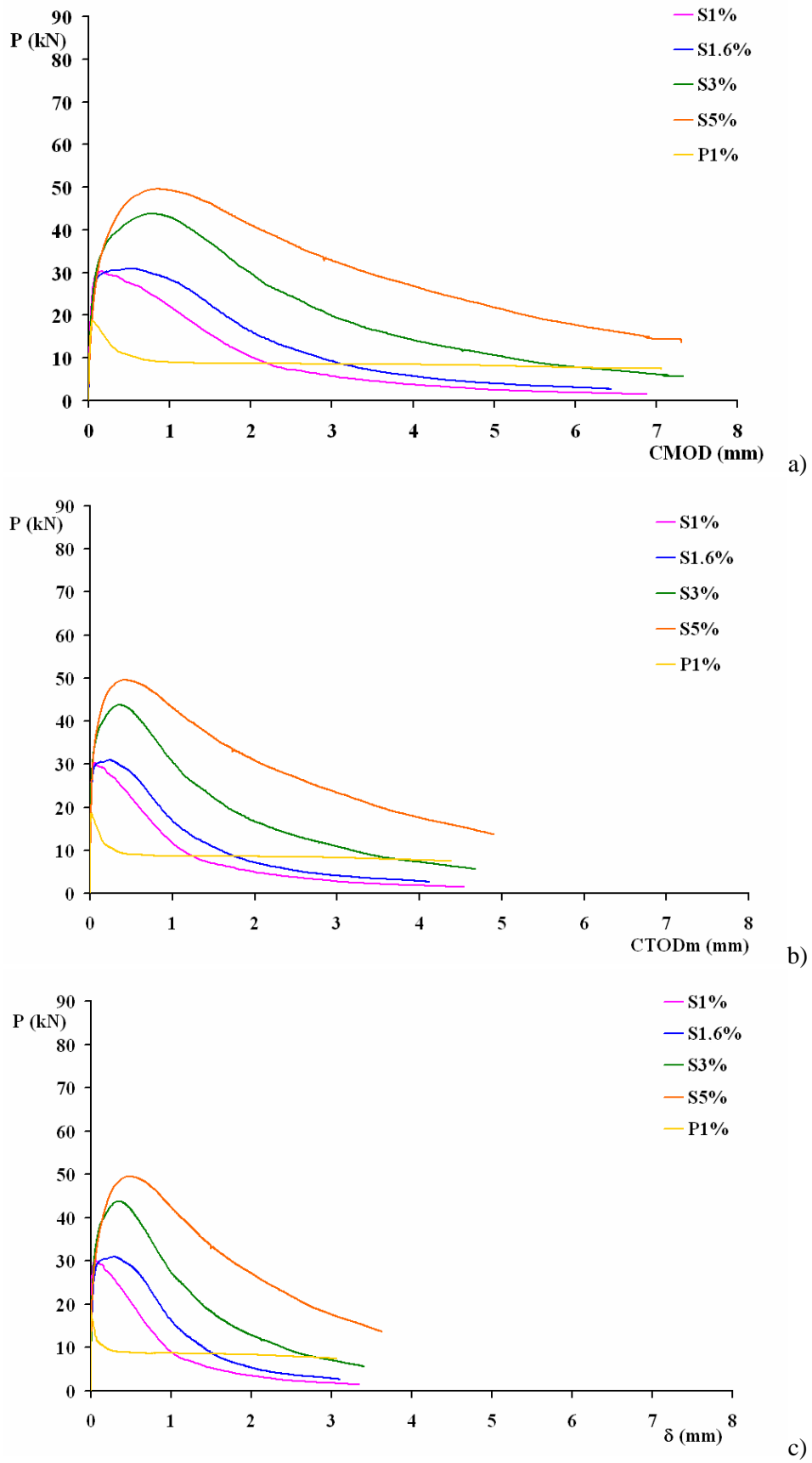


Fig. 4.7. Seconda serie, curve tipiche: a) carico-CMOD; b) carico-CTODm; c) carico-freccia.

Il valore di carico massimo aumenta con il tenore di fibre metalliche. Nel caso di calcestruzzi con l'1% e l'1,6% di fibre il carico massimo si incrementa di circa il 18,8% e il 19,6%, rispettivamente, rispetto a quello registrato per il calcestruzzo ordinario. Mentre, nel caso di calcestruzzi rinforzati con alti tenori di fibre metalliche, come il 3% e il 5%, l'incremento di carico massimo è rilevante sia rispetto al calcestruzzo ordinario, dell'ordine del 71,8%, e del 94,5%, che rispetto al calcestruzzo con l'1% di fibre metalliche.

Il comportamento post-picco migliora al crescere del tenore di fibre poiché, a parità del tipo e delle caratteristiche delle fibre metalliche additivate, aumenta il numero di fibre sulla superficie di frattura in modo da cucire le fessure sviluppatesi. Con riferimento alla curva carico-CTOD_m alcune serie hanno mostrato un carico residuo, misurato in corrispondenza dell'apertura della fessura all'apice dell'intaglio di 3 mm, simile come nel caso di calcestruzzi additivati con percentuali in volume di fibre dell'ordine dell'1%, dell'1,6% e del 3% che è rispettivamente dell'ordine dell'8,9%, del 13,4% e del 11,2% rispetto al carico di picco. Per percentuali in volume di fibre dell'ordine del 5% il carico residuo è del 47%, rispetto al carico massimo. Significativo è l'aumento dell'area sottesa alla curva carico-freccia, per un valore fissato di spostamento, che implica un aumento dell'energia di frattura.

Diverso è il comportamento, quando vengono additivate fibre in polipropilene. Questo tipo di calcestruzzo fibrorinforzato ha un comportamento lineare fino al raggiungimento del carico di picco, prossimo a quello esibito dal calcestruzzo ordinario. Raggiunto il picco si ha una brusca perdita di carico di circa il 56%. Il carico si mantiene poi costante fino all'interruzione della prova.

I provini di calcestruzzo senza fibre hanno esibito un comportamento di tipo fragile. Una volta raggiunto il carico massimo il provino si è spaccato in due parti (Fig. 4.8.a). I provini in calcestruzzo fibrorinforzato hanno mostrato un comportamento più duttile. Raggiunto il carico di prima fessurazione si è aperta una fessura, in quasi tutte le prove, in corrispondenza dell'apice dell'intaglio e si è sviluppata piuttosto uniformemente sulle due facce del provino. Si è avuta una perdita graduale del carico grazie alla capacità offerta dalle fibre di cucire le fessure. Questo ha permesso ai provini d'infiattersi senza però arrivare alla separazione delle due parti dell'elemento (Fig. 4.8.b).

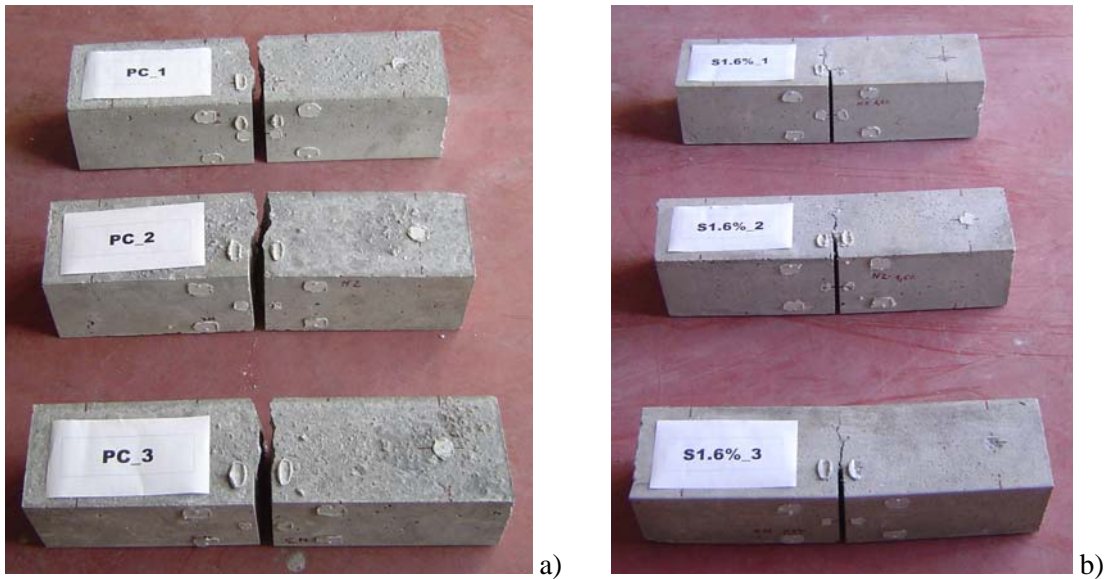


Fig. 4.8. Provini prismatici dopo la prova: a) calcestruzzo di base; b) calcestruzzo fibrorinforzato ($V_f=1,6\%$).

4.3.3 Valutazione delle proprietà meccaniche secondo la UNI 11039

Le proprietà meccaniche dei calcestruzzi fibrorinforzati sottoposti a prova sono state determinate facendo riferimento alle indicazioni contenute nella UNI 11039 (2003). I risultati sono forniti nella Tabella 4.6. In Figura 4.9.a viene riportato l'andamento dei valori medi della resistenza di prima fessurazione (f_{ff}) e delle resistenze equivalenti ($f_{eq(0-0,6)}$, $f_{eq(0,6-3)}$) mentre l'andamento degli indici di duttilità D_0 e D_1 , al variare del tipo e del dosaggio di fibre è riportato in Figura 4.9.b.

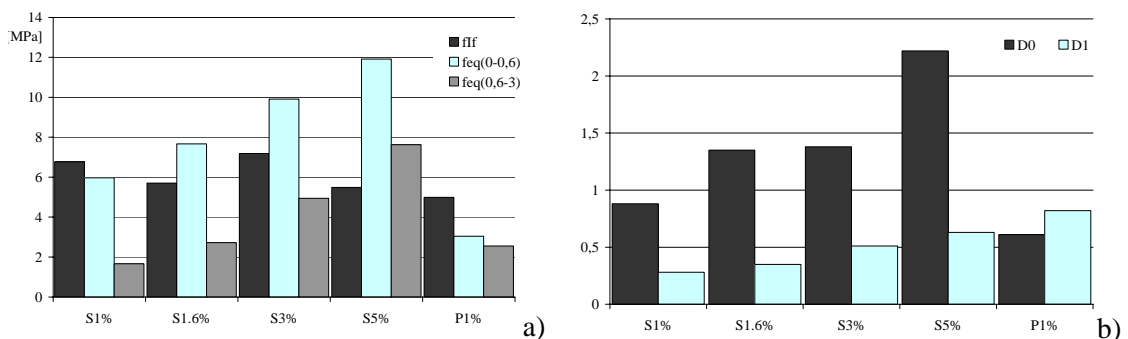


Fig. 4.9. Calcestruzzi fibrorinforzati, valori medi di: a) resistenza di prima fessurazione (f_{ff}), resistenze equivalenti ($f_{eq(0-0,6)}$, $f_{eq(0,6-3)}$); b) indici di duttilità (D_0 e D_1).

Tab. 4.6. Seconda serie: risultati prove di flessione su quattro punti.

	P_{If}	f_{if}	$f_{eq(0-0.6)}$	$f_{eq(0.6-3)}$	D_0	D_1
	kN	MPa	MPa	MPa	-	-
S1%_1	24,6	6,7	7,1	2,0	1,1	0,3
S1%_2	25,5	6,9	5,3	1,8	0,8	0,3
S1%_3	24,5	6,7	5,5	1,2	0,8	0,2
<i>media</i>	24,9	6,8	6,0	1,7	0,9	0,3
<i>scarto</i>	0,6	0,1	1,0	0,4	0,2	0,1
S1.6%_1	20,3	5,5	7,9	2,8	1,4	0,4
S1.6%_2	20,1	5,5	7,7	2,8	1,4	0,4
S1.6%_3	22,4	6,1	7,4	2,6	1,2	0,4
<i>media</i>	20,9	5,7	7,7	2,7	1,3	0,4
<i>scarto</i>	1,3	0,3	0,3	0,1	0,1	0,0
S3%_1	24,1	6,6	15,1	8,7	2,3	0,6
S3%_2	30,6	8,3	11,0	4,8	1,3	0,4
S3%_3	24,5	6,7	11,2	5,7	1,7	0,5
<i>media</i>	26,4	7,2	12,4	6,4	1,8	0,5
<i>scarto</i>	3,6	1,0	2,3	2,0	0,5	0,1
S5%_1	25,4	6,9	12,8	8,3	1,9	0,6
S5%_2	18,9	5,1	12,4	9,3	2,4	0,8
S5%_3	16,3	4,4	10,6	5,2	2,4	0,5
<i>media</i>	20,2	5,5	11,9	7,6	2,2	0,6
<i>scarto</i>	4,7	1,3	1,2	2,1	0,3	0,2
P1%_1	18,7	5,1	3,1	2,4	0,6	0,8
P1%_2	18,2	5,0	2,6	1,7	0,5	0,7
P1%_3	18,1	4,9	3,5	3,6	0,7	1,0
<i>media</i>	18,3	5,0	3,1	2,6	0,6	0,8
<i>scarto</i>	0,3	0,1	0,5	1,0	0,1	0,2

La resistenza di prima fessurazione rimane pressoché costante per calcestruzzi rinforzati con l'1% ed il 3% di fibre metalliche. Invece, per i calcestruzzi rinforzati con l'1,6% e il 5% si riduce. Ulteriore riduzione della resistenza di prima fessurazione si ha per i calcestruzzi additivati con fibre in polipropilene. La resistenza equivalente calcolata nel tratto di apertura della fessura all'apice dell'intaglio tra 0 e 0,6, e quella calcolata nel tratto di apertura della fessura all'apice dell'intaglio tra 0,6 e 3, così come gli indici di duttilità D_0 e D_1 , crescono all'aumentare del tenore di fibre metalliche, mentre sono notevolmente ridotti nel caso in cui vengono additate fibre in polipropilene (Fig. 4.9). I valori bassi dello scarto quadratico medio (Tab. 4.6) e la consistenza delle curve carico-CMOD, carico-CTODm, carico-freccia (Fig. 4.7) mostrano che il calcestruzzo fibrorinforzato progettato e poi realizzato in questa fase è molto coesivo.

4.3.4 Valutazione dell'energia di frattura

Sono forniti nella Tabella 4.7 i valori dell'energia di frattura calcolata con i tre criteri descritti precedentemente.

Tab. 4.7. Seconda serie: energia di frattura.

	G _F (I criterio)	G _F (II criterio)	G _F (III criterio)
	N/mm	N/mm	N/mm
S1%_1	3,1 (2,7)	8,9	7,6
S1%_2	1,2 (1,1)	7,5	6,9
S1%_3	2,4 (2,1)	6,3	5,0
<i>media</i>	<i>2,2 (2,0)</i>	<i>7,6</i>	<i>6,5</i>
S1.6%_1	10,6 (8,5)	11,4	10,7
S1.6%_2	7,6 (6,6)	11,3	9,5
S1.6%_3	6,5 (5,9)	10,7	8,7
<i>media</i>	<i>8,2 (7,0)</i>	<i>11,1</i>	<i>9,6</i>
S3%_1	26,6 (22,1)	30,0	26,9
S3%_2	12,2 (10,7)	18,1	15,2
S3%_3	18,5 (15,0)	20,4	17,8
<i>media</i>	<i>19,1 (15,9)</i>	<i>22,8</i>	<i>20,0</i>
S5%_1	24,7 (20,9)	27,7	24,5
S5%_2	-	29,8	26,9
S5%_3	17,1 (14,9)	18,9	17,6
<i>media</i>	<i>20,9 (17,9)</i>	<i>25,5</i>	<i>23,0</i>
P1%_1	0	7,6	7,1
P1%_2	0,4 (0,4)	5,3	5,3
P1%_3	0,7 (0,7)	10,7	10,6
<i>media</i>	<i>0,4 (0,4)</i>	<i>7,9</i>	<i>7,7</i>

I valori di energia di frattura calcolati con il secondo ed il terzo criterio sono piuttosto simili mentre, l'energia di frattura calcolata con il primo criterio fornisce, in alcuni casi, valori più bassi. Nel caso dei calcestruzzi rinforzati con fibre in polipropilene il primo criterio sottovaluta notevolmente la capacità del composito a dissipare energia.

Nel caso di calcestruzzi rinforzati con fibre metalliche aumentando il tenore di fibre crescono i valori di energia di frattura infatti quando si raggiungono alti tenori di fibre (3 e 5%) il valore di energia di frattura è più del triplo di quella dei calcestruzzi con tenori più bassi (1%). A parità di contenuto di fibre (1%) l'energia di frattura, per calcestruzzi additivati con fibre d'acciaio/polipropilene, è simile poiché mentre i calcestruzzi rinforzati con fibre metalliche presentano un carico di picco maggiore rispetto a quelli rinforzati con fibre in polipropilene, questi ultimi presentano un carico residuo costante fino all'interruzione della prova rispetto ai primi che mostrano un

comportamento post-picco degradante.

4.3.5 Distribuzione delle fibre sulla superficie di frattura

È stato valutato il numero di fibre presenti sulla superficie di frattura dei provini prismatici con lo scopo non solo di studiare il grado di segregazione delle fibre nella miscela ma anche l'influenza della distribuzione delle fibre sul comportamento a flessione. La sezione è stata idealmente divisa in cinque colonne e tre righe come indicato in Figura 4.10.

La distribuzione delle fibre, visibili sulla superficie di frattura, per ogni serie di provini realizzati è mostrata in Figura 4.11, mentre la distribuzione media delle fibre è indicata in Figura 4.12. Si può notare una distribuzione piuttosto uniforme delle fibre specialmente nel caso del calcestruzzo rinforzato con il 3% di fibre metalliche. Nel caso di calcestruzzo fibrorinforzato con il 5% in volume, le fibre si sono addensate sulla superficie del getto e si sono distribuite meno nella parte centrale. Questo è dovuto ad una non sufficiente vibrazione in fase di realizzazione dei provini, che non ha permesso all'elevato dosaggio di fibre di distribuirsi omogeneamente nella matrice. Nel caso dei provini di calcestruzzo rinforzati con l'1% in volume, le fibre si sono leggermente addensate nella parte inferiore delle casseformi. Un'eccessiva vibrazione dell'impasto forse ha condotto a ciò.

In conseguenza alla distribuzione uniforme delle fibre, è stata evidenziata, nella maggior parte dei provini, un'apertura abbastanza uniforme della fessura (Fig. 4.13). La fessurazione è generalmente iniziata in corrispondenza dell'apice dell'intaglio.

In Figura 4.14 viene mostrata la relazione tra il contenuto in peso di fibre, per le diverse serie, ed il numero di fibre contate sulla superficie di frattura dei provini prismatici. Come previsto, il numero di fibre contate cresce all'aumentare del contenuto di fibre.

In Figura 4.15 viene mostrata la relazione tra la resistenza di prima fessurazione e le resistenze equivalenti per le diverse serie, ed il numero di fibre contate sulla superficie di frattura dei provini prismatici.

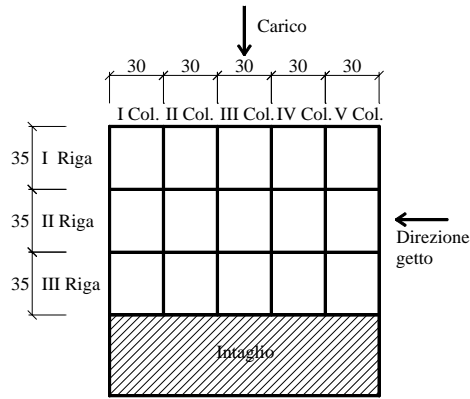


Fig. 4.10. Discretizzazione della superficie di frattura.

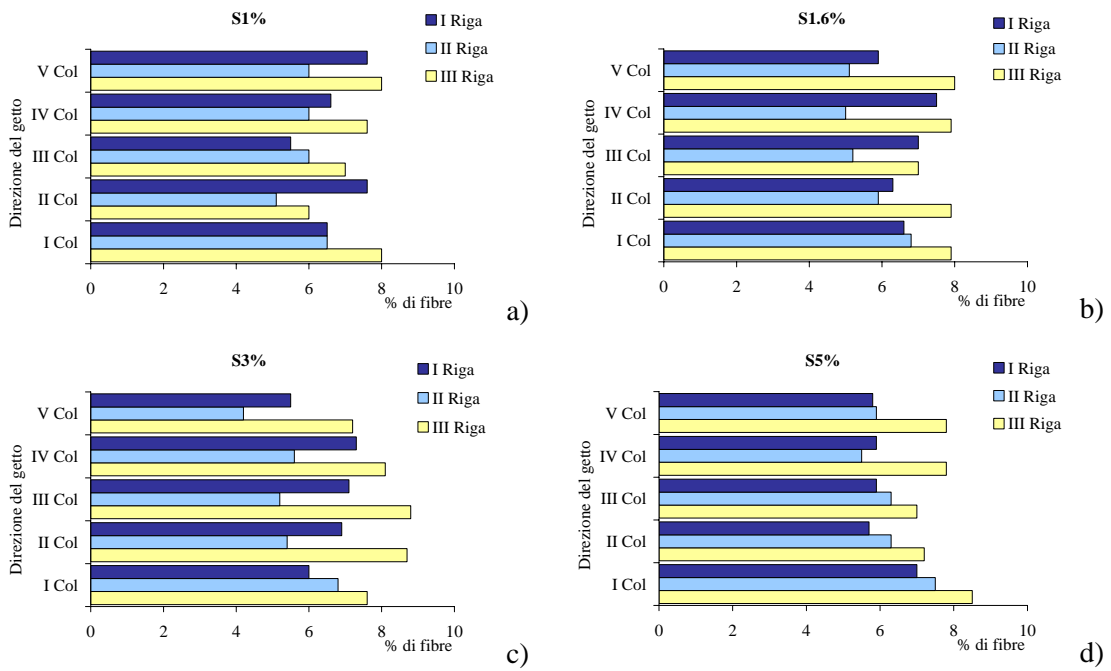


Fig. 4.11. Distribuzione delle fibre: a) S1%; b) S1.6%; c) S3%; d) S5%.

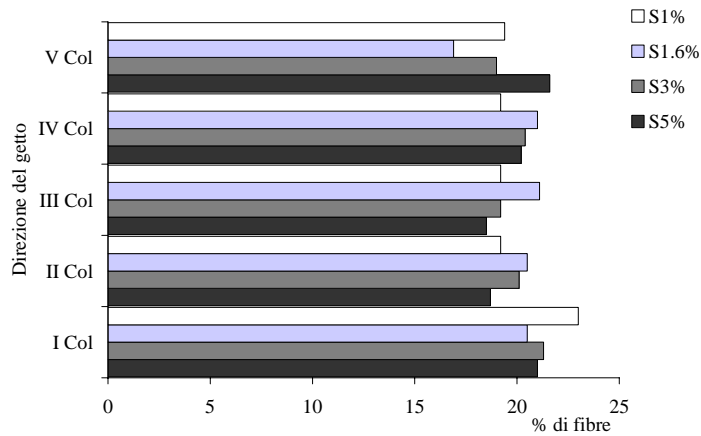


Fig. 4.12. Distribuzione media delle fibre.

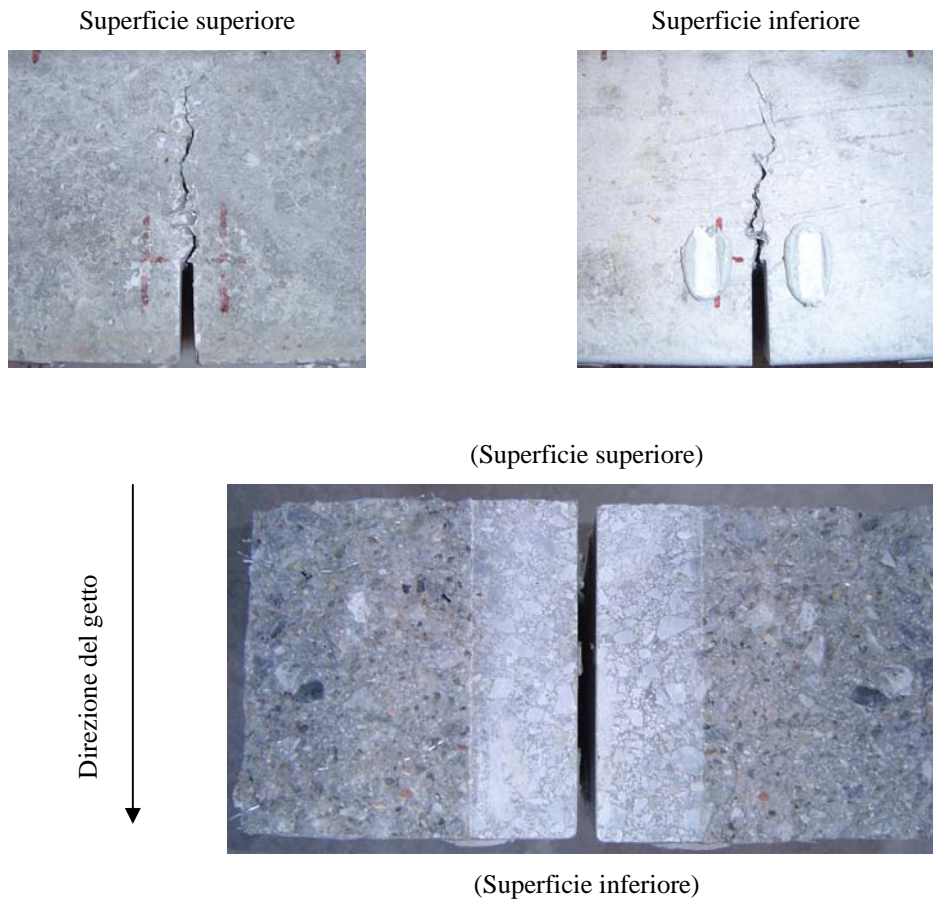


Fig. 4.13. Apertura della fessura e distribuzione delle fibre metalliche sulla superficie di frattura (S1%_3).

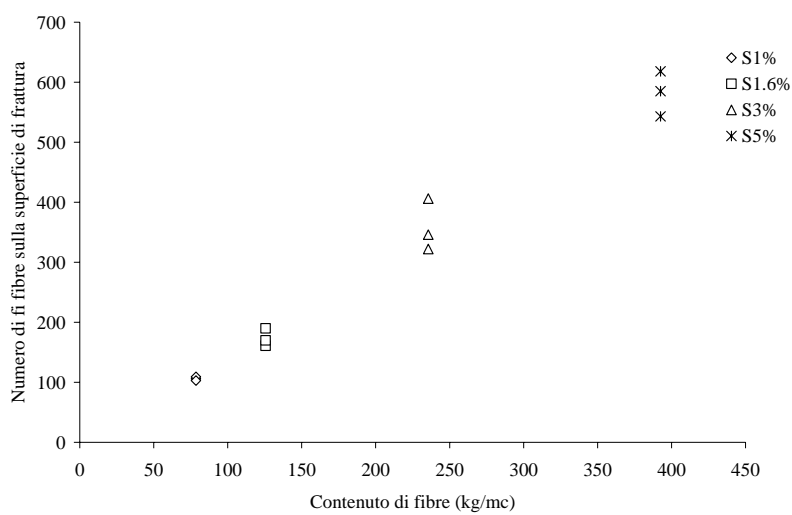


Fig. 4.14. Relazione tra il contenuto in peso di fibre e il numero di fibre sulla superficie di frattura.

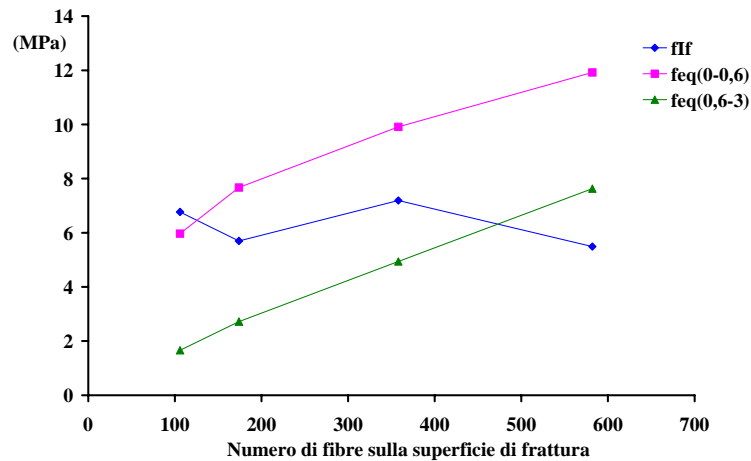


Fig. 4.15. Relazione tra le resistenze e il numero di fibre sulla superficie di frattura.

4.3.6 Analisi dei risultati

Dall'analisi dei risultati ottenuti dalla seconda serie di prove sperimentali si evince che la quantità ottima di fibre additate in una miscela di calcestruzzo è quella dell'ordine del 3% che comporta un significativo miglioramento prevalentemente del comportamento a flessione sia in termini di carico massimo sopportato e quindi di tensione massima che in termini di carico/resistenza residua e di energia di frattura.

Il contributo in termini di resistenza a compressione non è rilevante, mentre il comportamento post-picco è significativo sia dal punto di vista di resistenza residua a compressione, dell'ordine del 78% circa rispetto a quella massima valutata ad una deformazione di 0,01, che in termini di deformazione ultima ($\epsilon_{cu} = 0,012 - 0,018$).

Con riferimento alla distribuzione delle fibre, nonostante l'elevato tenore di fibre presenti nella matrice cementizia, non si è verificato in alcun caso il fenomeno della segregazione delle fibre tranne che per il calcestruzzo rinforzato con il 5% di fibre metalliche. Una non ottimale distribuzione delle fibre nel caso di calcestruzzi rinforzati con il 5% di fibre metalliche nei provini cilindrici e cubici ha comportato una riduzione della resistenza a compressione. Quando si realizzano calcestruzzi con alti tenori di fibre, è importante un controllo della qualità al fine di verificare i risultati attesi. I risultati ottenuti, in ogni caso, dimostrano che, attraverso un corretto *mix design*, possono essere prodotti calcestruzzi fibrorinforzati di qualità consistente. Questo è testimoniato dalla consistenza delle curve rilevate sperimentalmente.

4.4 Influenza della percentuale in volume e del tipo di fibre additivate

In questo paragrafo vengono illustrati i risultati relativi alla terza serie di prove sperimentali. I parametri variabili sono il tipo di fibra (acciaio o polipropilene) e la percentuale in volume di fibre (1% e 2%). Le fibre impiegate, a seconda del tipo, hanno le stesse caratteristiche geometriche e meccaniche.

Per ogni provino è stata assegnata la seguente etichettatura $\alpha\beta\%_\gamma$, dove per $\alpha = DS$ si indicano i calcestruzzi rinforzati con fibre metalliche di tipo Dramix, per $\alpha = MP$ quelli con micro fibre in polipropilene. La seconda lettera $\beta\%$ indica la percentuale in volume di fibre aggiunte nella matrice cementizia, mentre per γ si indica il numero del provino.

È stata assegnata la seguente etichettatura $\alpha\beta\% = PC$ nel caso di calcestruzzo di base.

4.4.1 Prove di compressione

Le prove di compressione sono state eseguite su provini cubici con lato da 150 mm a maturazione avvenuta. I risultati ottenuti, in termini di resistenza a compressione di ogni provino, resistenza a compressione media della serie di provini, scarto quadratico medio e coefficiente di variazione, sono riportati nella tabella seguente (Tab. 4.8).

Tab. 4.8. Terza serie: resistenza a compressione.

	R_{ci} MPa	R_{cm} MPa	s MPa	V %
PC_1	80,2			
PC_2	81,0	80,1	0,9	1,1
PC_3	79,2			
DS1%_1	82,7			
DS1%_2	80,7	80,5	2,3	2,9
DS1%_3	78,2			
DS2%_1	78,4			
DS2%_2	76,0	78,2	2,1	2,7
DS2%_3	80,2			
MP1%_1	60,7			
MP1%_2	60,2	59,2	2,2	3,7
MP1%_3	56,7			
MP2%_1	50,2			
MP2%_2	53,6	51,2	2,1	4,2
MP2%_3	49,7			

La resistenza cubica a compressione non è influenzata dal tenore di fibre metalliche additivate. Nel caso di calcestruzzi rinforzati con fibre in polipropilene la resistenza si riduce in media circa del 35% e del 56% per tenori dell'1% e del 2%, rispettivamente, rispetto al calcestruzzo di base.

I valori di scarto quadratico medio e di varianza sono contenuti, questo indica la buona esecuzione del getto e della compattazione della miscela allo stato indurito.

4.4.2 Prove di flessione su quattro punti

Le curve tipiche carico-CMOD, carico-CTODm, e carico-freccia registrate durante le prove di flessione su quattro punti sono riportate nella Figura 4.16.

I provini di calcestruzzo ordinario hanno mostrato un comportamento elastico-lineare fino a rottura.

Le curve, carico-CMOD/CTODm/ δ dei calcestruzzi rinforzati con fibre metalliche evidenziano un andamento lineare quasi sino al carico di prima fessurazione seguito da un tratto non lineare, monotonamente crescente fino al valore di carico massimo, in cui si ha una propagazione stabile di fessura e si attivano le fibre. Raggiunto il picco si ha una propagazione instabile della fessura e si sviluppa un ramo degradante a pendenza negativa con una perdita marginale di carico.

Il valore di carico massimo aumenta con il tenore di fibre metalliche, grazie al numero elevato di fibre, con elevato rapporto d'aspetto, presenti sulla sezione di rottura. Con tenori dell'1% e del 2% di fibre il carico massimo, registrato dalle curve tipiche, si incrementa di più del triplo e del quintuplo rispetto a quello registrato per il calcestruzzo ordinario.

Con riferimento alla curva carico-CTODm il carico residuo, misurato in corrispondenza dell'apertura della fessura all'apice dell'intaglio di 3 mm, è dell'ordine dell'86,9% e del 93,2% rispetto al carico di picco, nel caso di calcestruzzi additivati con percentuali in volume di fibre dell'ordine dell'1% e del 2%.

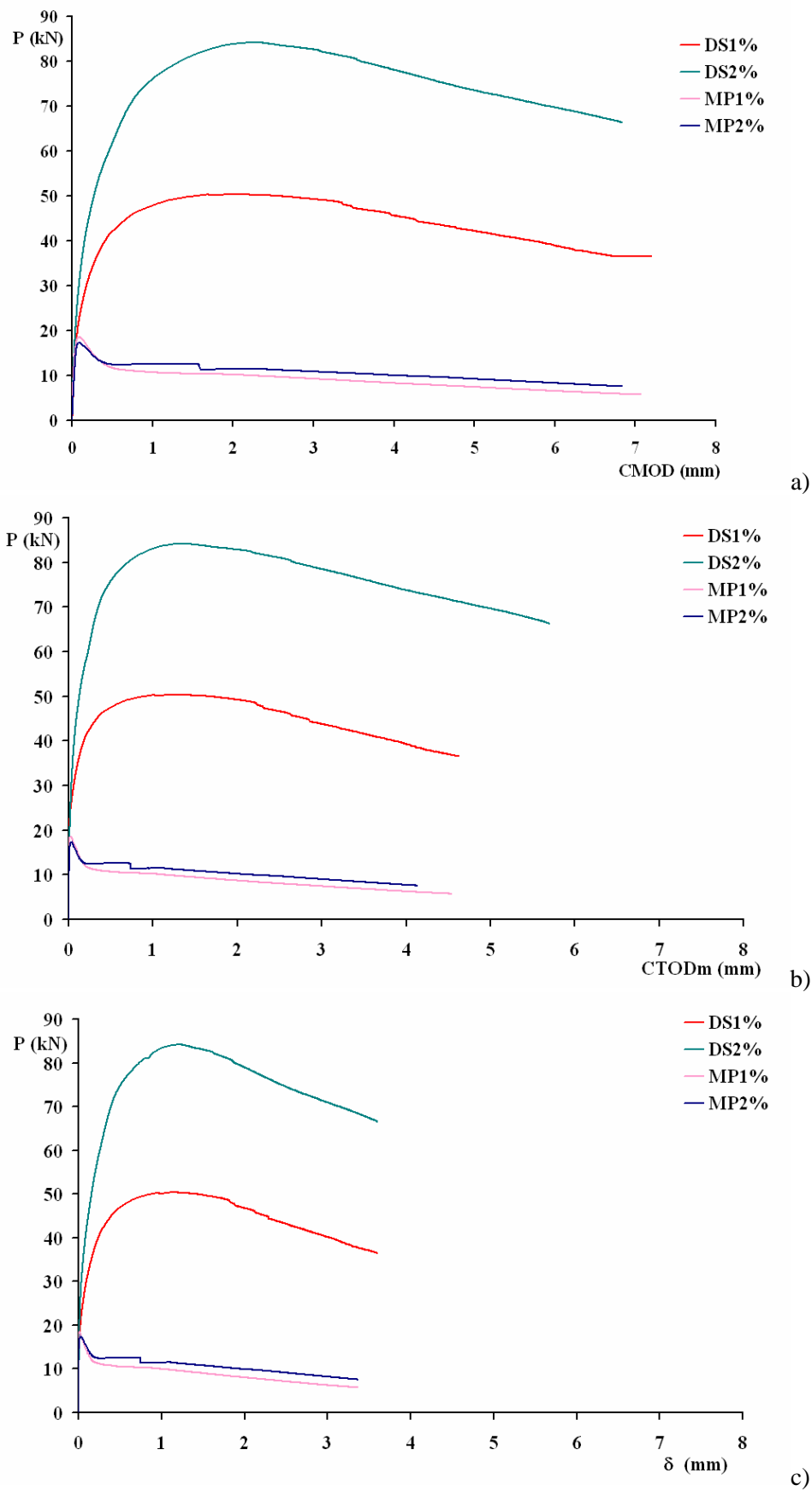


Fig. 4.16. Terza serie, curve tipiche: a) carico-CMOD; b) carico-CTODm; c) carico-freccia.

Diverso è il comportamento, quando vengono additivate fibre in polipropilene. Questo tipo di calcestruzzo fibrorinforzato ha un comportamento lineare fino al raggiungimento del carico di picco, prossimo a quello esibito dal calcestruzzo di base. Il carico di picco non è sensibilmente influenzato dal tenore di fibre in polipropilene. Il comportamento post-picco migliora grazie alla presenza delle fibre che formano una rete in modo da limitare la fessurazione.

Attorno al carico massimo si ha una brusca perdita di carico di circa il 60% e del 48%, per tenori dell'1% e del 2%. Il carico si mantiene poi costante.

I provini di calcestruzzo senza fibre hanno esibito un comportamento di tipo fragile. I provini di calcestruzzo fibrorinforzato con fibre in polipropilene hanno mostrato un comportamento più duttile (Fig. 4.17).



Fig. 4.17. Provini prismatici dopo la prova in calcestruzzo rinforzato con fibre in polipropilene ($V_f=2\%$).

4.4.3 Valutazione delle proprietà meccaniche secondo la UNI 11039

Si è proceduto con l'elaborazione dei dati ottenuti sperimentalmente con riferimento alle indicazioni della UNI 11039 (2003). Il valore di $CTOD_0$ si è determinato per via diretta. I risultati sono forniti in Tabella 4.9.

Tab. 4.9. Terza serie: risultati prove di flessione su quattro punti.

	P _{If}	f _{If}	f _{eq(0-0,6)}	f _{eq(0,6-3)}	D ₀	D ₁
	kN	MPa	MPa	MPa	-	-
DS1%_1	26,3	7,2	10,5	12,0	1,5	1,1
DS1%_2	24,6	6,7	11,6	13,2	1,7	1,1
DS1%_3	24,7	6,7	11,1	12,3	1,7	1,1
<i>media</i>	25,2	6,9	11,1	12,5	1,6	1,1
<i>scarto</i>	1,0	0,3	0,6	0,6	0,1	0,0
DS2%_1	25,6	7,0	17,4	22,3	2,5	1,3
DS2%_2	26,3	7,2	16,0	21,2	2,2	1,3
DS2%_3	25,6	7,0	15,3	17,4	2,2	1,1
<i>media</i>	25,8	7,1	16,2	20,3	2,3	1,2
<i>scarto</i>	0,4	0,1	1,1	2,6	0,2	0,1
MP1%_1	15,6	4,2	2,8	1,4	0,7	0,5
MP1%_2	18,5	5,0	3,3	2,4	0,7	0,7
MP1%_3	18,9	5,1	3,4	2,6	0,7	0,8
<i>media</i>	17,7	4,8	3,2	2,1	0,7	0,7
<i>scarto</i>	1,8	0,5	0,3	0,6	0,0	0,2
MP2%_1	14,3	3,9	3,8	3,4	1,0	0,9
MP2%_2	17,2	4,7	3,6	2,8	0,8	0,8
<i>media</i>	15,8	4,3	3,7	3,1	0,9	0,9
<i>scarto</i>	2,1	0,6	0,1	0,4	0,1	0,1

La resistenza di prima fessurazione non varia sostanzialmente al variare della percentuale, ma al variare del tipo di fibre. I calcestruzzi rinforzati con fibre in polipropilene presentano resistenze più basse dell'ordine circa del 65% rispetto a quando vengono utilizzate le fibre metalliche. Con riferimento agli indici di duttilità D₀ e D₁, i provini rinforzati con fibre di acciaio hanno mostrato un comportamento post-picco di tipo *hardening*, mentre i provini confezionati con le fibre in polipropilene un comportamento post-picco di tipo *softening*.

4.4.4 Valutazione dell'energia di frattura

Nella Tabella 4.10 sono riportati i valori dell'energia di frattura calcolata in accordo con il secondo e terzo criterio precedentemente descritti.

Aumentando il tenore di fibre (2%) il valore di energia di frattura aumenta in media di circa il 61% per calcestruzzi rinforzati con fibre metalliche e di circa il 41% per calcestruzzi rinforzati con fibre in polipropilene. I valori di energia di frattura quando vengono additivate fibre d'acciaio sono molto più alti rispetto a quando vengono additivate fibre in polipropilene.

Tab. 4.10. Terza serie: energia di frattura.

	G _F (II criterio)	G _F (III criterio)
	N/mm	N/mm
DS1%_1	35,2	31,7
DS1%_2	38,7	36,6
DS1%_3	36,3	33,7
<i>media</i>	<i>36,7</i>	<i>34,0</i>
DS2%_1	64,1	60,6
DS2%_2	60,5	56,6
DS2%_3	51,1	48,9
<i>media</i>	<i>58,6</i>	<i>55,4</i>
MP1%_1	5,0	4,1
MP1%_2	7,9	7,5
MP1%_3	8,4	8,2
<i>media</i>	<i>7,1</i>	<i>6,6</i>
MP2%_1	10,5	10,2
MP2%_2	9,0	8,8
<i>media</i>	<i>9,8</i>	<i>9,5</i>

4.4.5 Prove di flessione su tre punti

Sono rappresentate in Figura 4.18 le curve tipiche carico-CMOD carico-CTODm e carico-freccia.

Il comportamento esibito, sia dai provini realizzati in calcestruzzo ordinario che in calcestruzzo fibrorinforzato, è stato simile a quello osservato dalle corrispondenti tipologie di provini sottoposti a prove di flessione su quattro punti.

Anche in questo caso, si è notato che il valore di carico massimo si è quasi raddoppiato e triplicato per tenori crescenti di fibre metalliche dell'ordine dell'1% e del 2%, rispetto a quello del calcestruzzo ordinario.

Con riferimento alla curva carico-CTODm il carico residuo, misurato in corrispondenza dell'apertura della fessura all'apice dell'intaglio di 3 mm, è dell'ordine dell' 73% e del 95% rispetto al carico di picco, nel caso di calcestruzzi additivati con percentuali in volume di fibre dell'ordine dell'1% e del 2%.

I provini di calcestruzzi rinforzati con fibre in polipropilene hanno fatto registrare un carico residuo dell'ordine del 33% e del 60% rispetto al carico di picco per percentuali in volume di fibre dell'ordine dell'1% e del 2%.

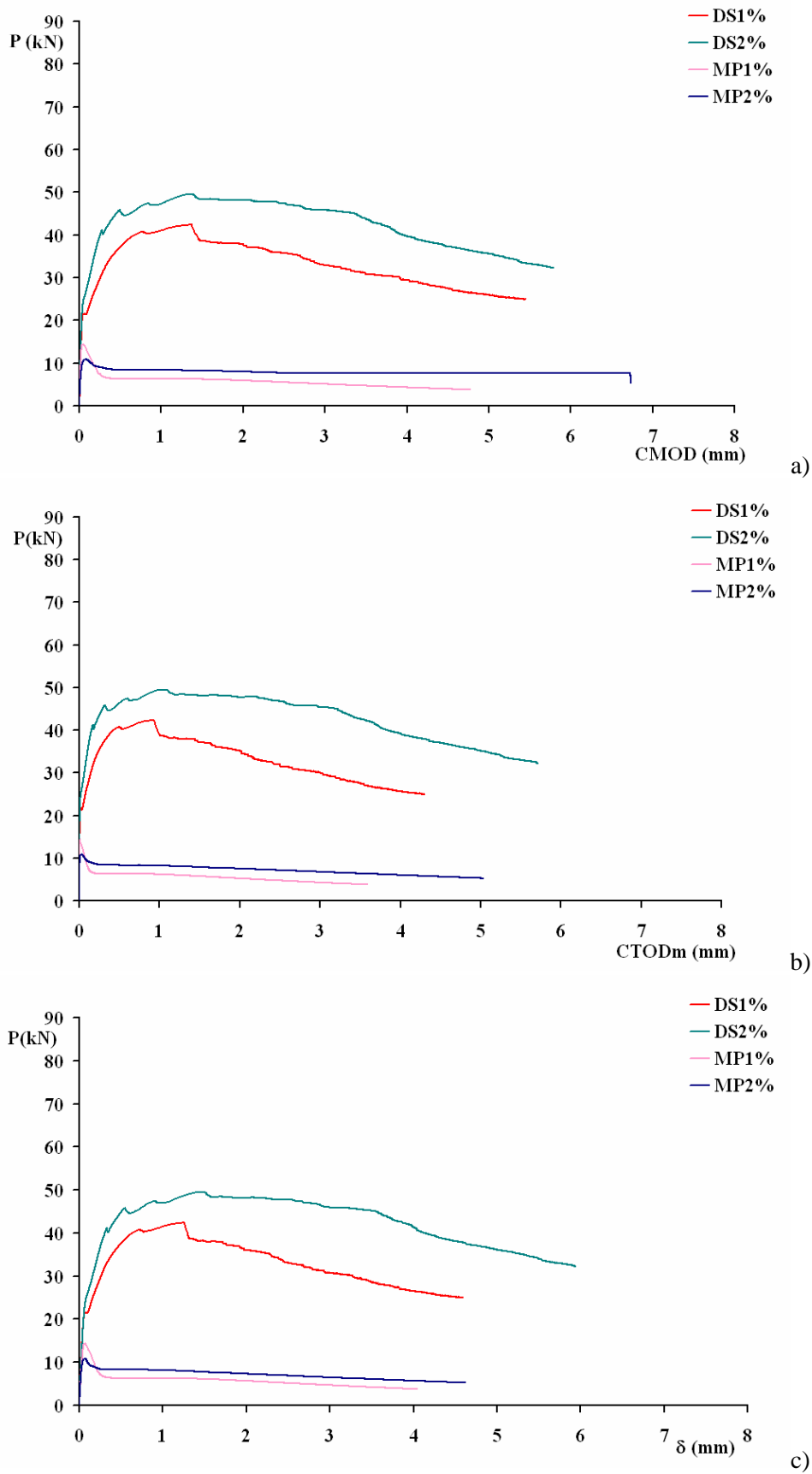


Fig. 4.18. Curve tipiche: a) carico-CMOD; b) carico-CTODm; c) carico-freccia.

A differenza delle curve registrate durante le prove di flessione su quattro punti quelle registrate in questo tipo di prova sono risultate meno stabili. Certamente, avrà influito anche una distribuzione meno uniforme delle fibre sulla superficie di frattura. Il carico massimo registrato durante le prove di flessione su quattro punti è più alto rispetto a quello valutato dalle prove di flessione su tre punti. Si può notare un incremento di circa il 19% e il 74% per i calcestruzzi rinforzati con l'1% ed il 2% di fibre metalliche ed un incremento di circa il 29% e il 60% per i calcestruzzi rinforzati con l'1% ed il 2% di fibre in polipropilene. Lo stesso *trend* si può osservare nel caso del comportamento post-picco. Questa differenza si riduce notevolmente quando si passa ai rispettivi valori di resistenza.

4.4.6 Valutazione delle proprietà meccaniche secondo la RILEM TC 162-TDF

Con riferimento alle indicazioni della RILEM TC 162-TDF (2002) si sono valutati: il carico al limite di proporzionalità (F_L); la resistenza al limite di proporzionalità ($f_{fct,L}$); le resistenze equivalenti ($f_{eq,2}$, $f_{eq,3}$) e la resistenza residua calcolata in corrispondenza di un valore di spostamento di 3 mm. I risultati sono forniti in Tabella 4.11.

Tab. 4.11. Terza serie: risultati prove di flessione su tre punti.

	F_L	$f_{fct,L}$	$f_{eq,2}$	$f_{eq,3}$	$f_{R,4}$
	kN	MPa	MPa	MPa	MPa
DS1%_1	24,6	7,9	14,5	12,7	10,8
DS1%_2	19,6	6,3	11,8	12,0	9,9
DS1%_3	17,2	5,5	8,1	8,3	5,4
<i>media</i>	20,5	6,6	11,5	11	8,7
<i>scarto</i>	3,8	1,2	3,2	2,4	2,9
DS2%_1	19,7	6,3	14,3	15,1	14,7
DS2%_2	20,9	6,7	13,7	13,6	11,0
<i>media</i>	20,3	6,5	14	14,4	12,9
<i>scarto</i>	0,8	0,3	0,4	1,1	2,6
MP1%_1	17,2	5,5	2,4	2,4	2,0
MP1%_3	13,9	4,4	1,9	1,8	1,5
<i>media</i>	15,6	5,0	2,2	2,1	1,8
<i>scarto</i>	2,3	0,8	0,4	0,4	0,4
MP2%_1	11,8	3,8	3,2	2,9	2,6
MP2%_2	7,3	2,3	2,5	2,1	1,9
MP2%_3	10,7	3,4	2,6	2,4	2,1
<i>media</i>	9,9	3,2	2,8	2,5	2,2
<i>scarto</i>	2,3	0,8	0,4	0,4	0,4

La resistenza al limite di proporzionalità, per calcestruzzi rinforzati con fibre metalliche, non varia sostanzialmente al variare della percentuale in volume di fibre. I calcestruzzi rinforzati con fibre in polipropilene al crescere del tenore di fibre presentano un decremento della resistenza di circa il 64% ed evidenziano, comunque, resistenze più basse rispetto a quelle registrate per calcestruzzi rinforzati con fibre metalliche.

4.4.7 Valutazione dell'energia di frattura

Nella Tabella 4.12 sono riportati i valori dell'energia di frattura calcolati con il secondo e terzo criterio prima descritti.

Tab. 4.12. Terza serie: energia di frattura.

	G _F (II criterio)	G _F (III criterio)
	N/mm	N/mm
DS1%_1	37,4	36,4
DS1%_2	34,0	34,0
DS1%_3	22,1	23,3
<i>media</i>	<i>31,2</i>	<i>31,2</i>
DS2%_1	44,4	43,4
DS2%_2	38,0	38,7
<i>media</i>	<i>41,2</i>	<i>41,1</i>
MP1%_1	7,4	7,5
MP1%_3	5,5	5,8
<i>media</i>	<i>6,5</i>	<i>6,7</i>
MP2%_1	8,7	8,8
MP2%_2	6,3	6,2
MP2%_3	7,8	7,2
<i>media</i>	<i>7,6</i>	<i>7,4</i>

I valori di energia di frattura calcolati con riferimento ai due metodi descritti in precedenza sono quasi identici.

Rispetto ai valori registrati dalle prove di flessione su quattro punti l'incremento di energia di frattura calcolato al crescere del tenore di fibre (2%) è inferiore, ed è di circa il 30% per calcestruzzi rinforzati con fibre metalliche e di circa il 10% per calcestruzzi rinforzati con fibre in polipropilene. Con riferimento a percentuali in volume del 2% l'energia di frattura dei calcestruzzi rinforzati con fibre metalliche è circa 5 volte maggiore di quella registrata dai calcestruzzi rinforzati con fibre in polipropilene.

4.4.8 Analisi dei risultati

Dall'analisi dei risultati ottenuti dalla terza serie di prove sperimentali si evince che la quantità ottimale di fibre additivate in una miscela di calcestruzzo è quella dell'ordine del 2%, che combinata con l'uso di fibre metalliche con elevato rapporto d'aspetto apporta alla matrice cementizia con alta resistenza a compressione un significativo miglioramento prevalentemente del comportamento a trazione per flessione sia in termini di carico massimo sopportato e quindi di tensione massima che in termini di carico/resistenza residua e di energia di frattura.

4.5 Confronti dei risultati sperimentali

I risultati più significativi relativi ai calcestruzzi fibrorinforzati ottenuti dalle tre serie di prove sperimentali di flessione su quattro punti sono stati confrontati con lo scopo di evidenziare l'influenza di alcuni parametri come l'uso di fibre (metalliche/polipropilene) con caratteristiche meccaniche, geometriche e dosaggi diversi. I confronti sono stati effettuati con riferimento al tipo di fibra impiegata (Fig. 4.19 e 4.20).

Con riferimento ai calcestruzzi rinforzati con fibre metalliche, le caratteristiche meccaniche, il rapporto d'aspetto, la lunghezza delle fibre così come le caratteristiche della matrice cementizia influiscono sulla *performance* in generale (Fig. 4.19).

A parità degli altri parametri, al crescere del tenore di fibre additivate nell'impasto aumenta il valore del carico di picco, si riduce la pendenza del ramo discendente così come cresce il valore del carico residuo e il valore di energia di frattura (Tab. 4.13). Si evince che utilizzando lunghezze di fibre metalliche crescenti i parametri prima menzionati migliorano. L'uso poi combinato di fibre più lunghe e rapporti d'aspetto più alti, a parità di percentuale in volume di fibre, influisce principalmente sul comportamento post-picco come nel caso della serie A1% rapportato alla serie S1%. Quando vengono utilizzati fibre con alti rapporti d'aspetto in matrici cementizie ad alta resistenza la *performance* migliora notevolmente, esibendo una marginale perdita di carico.

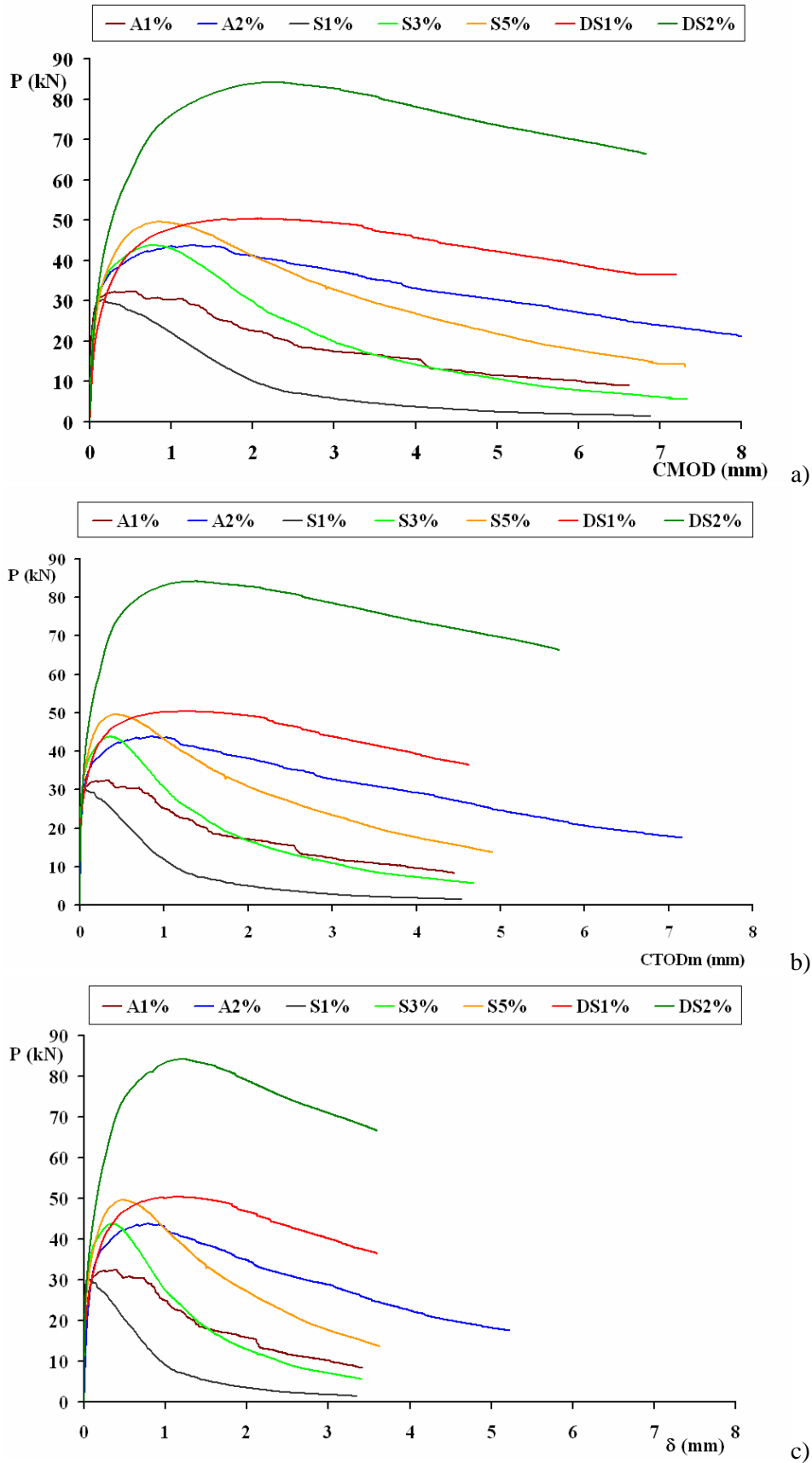


Fig. 4.19. Confronti curve: a) carico-CMOD; b) carico-CTODm; c) carico-freccia.

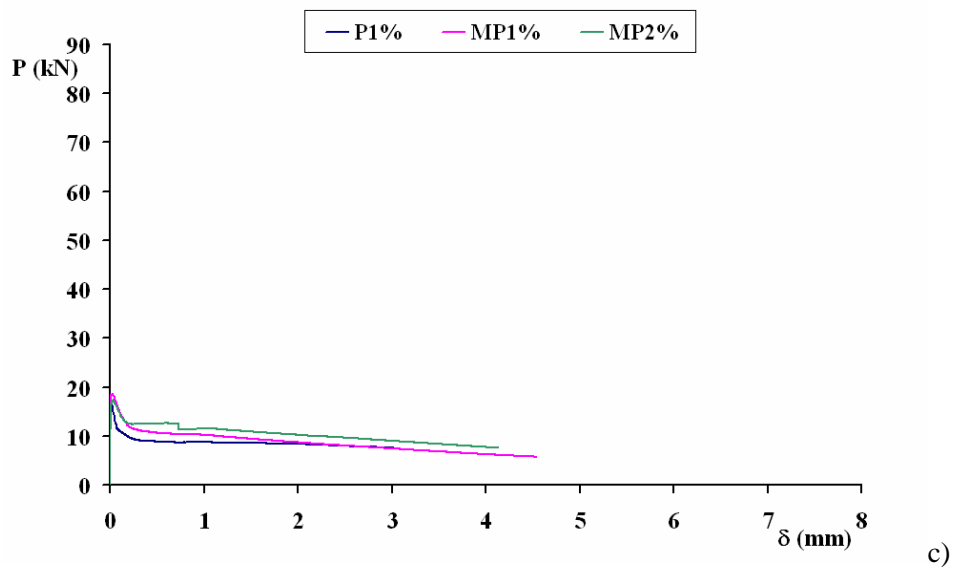
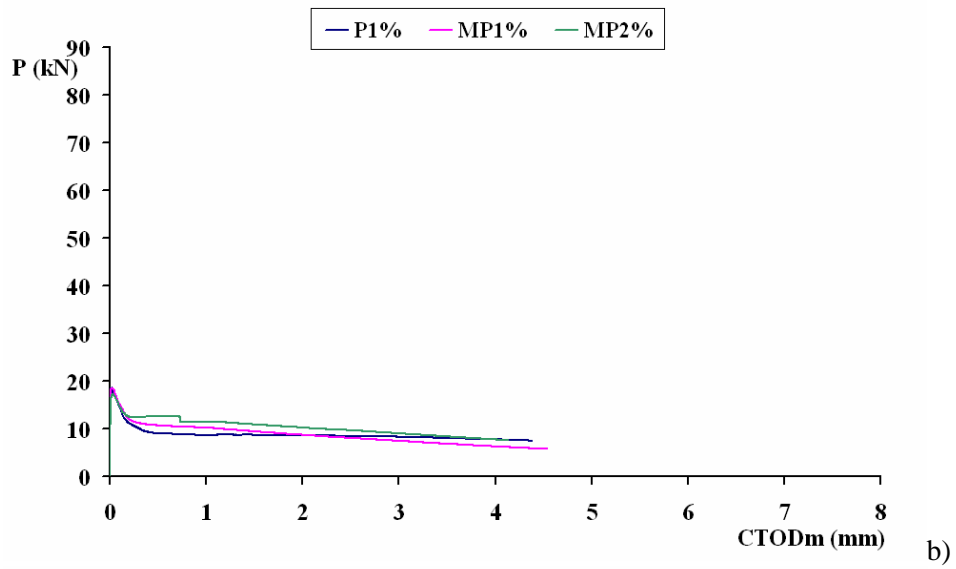
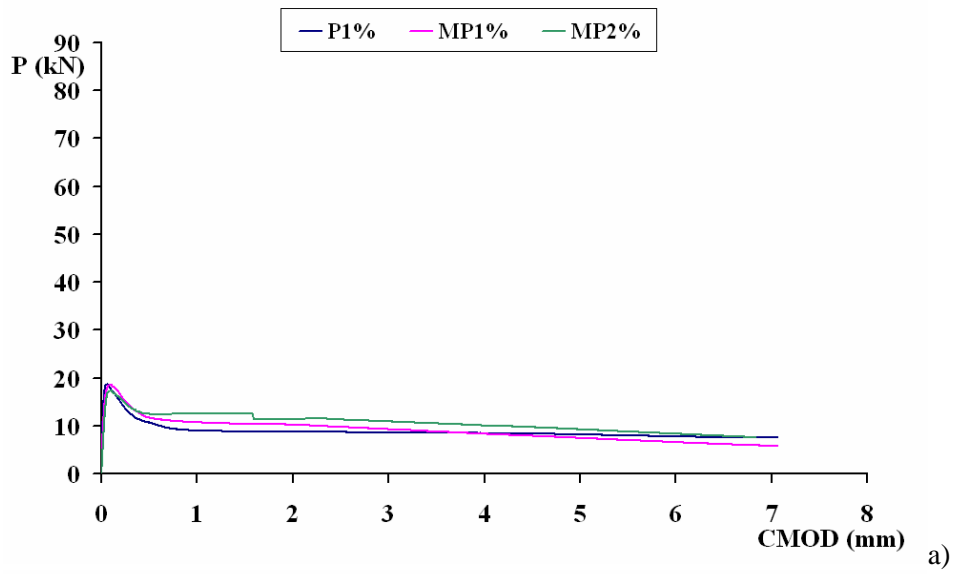


Fig. 4.20. Confronti curve : a) carico-CMOD; b) carico-CTODm; c) carico-freccia.

Tab. 4.13. Energia di frattura: valori medi.

	G _F (II criterio)	G _F (III criterio)
	N/mm	N/mm
A1%	15,4	14,1
A2%	24,5	22,9
S1%	7,6	6,5
S3%	22,8	20,0
S5%	25,5	23,0
DS1%	36,7	34,0
DS2%	58,6	55,4
P1%	7,9	7,7
MP1%	7,1	6,6
MP2%	9,8	9,5

Questo fenomeno si accentua, quando cresce la percentuale volumetrica di fibre, come nel caso delle serie DS2%. Comunque, calcestruzzi rinforzati con tenori dell'1% di fibre metalliche con rapporto d'aspetto pari ad 80 mostrano un comportamento post-picco migliore rispetto a calcestruzzi rinforzati con percentuali dell'ordine del 5% di fibre metalliche con rapporto d'aspetto pari a 40.

Nel caso di calcestruzzi rinforzati con fibre in polipropilene il comportamento post-picco è molto simile pur variando sia il tenore di fibre che la lunghezza delle fibre e la resistenza della matrice di base (Fig. 4.20). Aumentando il tenore di fibre cresce il valore di energia di frattura (Tab. 4.13).

Il confronto poi tra calcestruzzi additivati con i due diversi tipi di fibre analizzate evidenzia che l'uso di fibre metalliche comporta un incremento di resistenze di picco e di resistenze residue significative rispetto ai corrispondenti tenori di fibre in polipropilene.

4.6 Conclusioni

L'aggiunta anche di bassi tenori di fibre nella matrice cementizia migliora in generale il comportamento post-picco sia a compressione che a trazione. Questo effetto è più evidente nel caso di tenori di fibre medio alti.

Per quanto riguarda il comportamento a compressione all'aumentare del tenore di fibre metalliche la resistenza rimane pressoché costante, mentre le curve tensione-deformazione presentano un comportamento post-picco migliore, il ramo discendente è più esteso. Con riferimento alla seconda serie di prove, i calcestruzzi fibrorinforzati

attingono valori di deformazione ultima compresi tra 0,012 e 0,018, circa cinque volte quella di un calcestruzzo ordinario. Nel caso di calcestruzzi rinforzati con l'1,6% (S1.6%) e il 3% (S3%) di fibre metalliche ad una deformazione dell'0,01 mostrano una resistenza residua significativa rispetto alla resistenza di picco, circa il 74% e il 78%, rispettivamente.

Con riferimento al comportamento a trazione, esaminato attraverso prove di trazione per flessione, a parità di altri parametri, al crescere del tenore di fibre metalliche additivate nell'impasto aumenta il valore del carico di picco, si riduce la pendenza del ramo discendente così come cresce il valore del carico residuo. L'uso poi combinato di fibre più lunghe, rapporti d'aspetto più alti, dosaggi medio alti ($V_f=2\%$) additivate in matrici cementizie ad alta resistenza migliora sostanzialmente la *performance* del calcestruzzo fibrorinforzato. Il carico o la resistenza massima si incrementa di circa tre volte rispetto ad un calcestruzzo ordinario e mostra in corrispondenza dell'apertura all'apice dell'intaglio di 3 mm una perdita marginale di carico, di circa il 5% (DS2%) rispetto al carico massimo. I calcestruzzi rinforzati con fibre in polipropilene non mostrano un incremento del carico di picco bensì presentano una resistenza residua significativa.

Le curve sperimentali, sia a compressione che a trazione sono affidabili e quindi confrontabili con quelle ottenute da altri autori. Le prove eseguite con riferimento a ben definite *standards* contribuiscono ad arricchire il database sperimentale già disponibile in letteratura sviluppando le conoscenze su calcestruzzi rinforzati con medio alti tenori di fibre.

Questi risultati sono utili per un confronto con curve determinate applicando i modelli teorici e permettono di validare/invalidare i legami costitutivi ad oggi disponibili in letteratura.

I risultati sperimentali possono essere utilizzati come input nelle analisi numeriche.

CAPITOLO 5

RELAZIONI TENSIONE-DEFORMAZIONE

5.1 Introduzione

Il calcestruzzo, dal punto di vista strutturale, si assume non resistente a trazione con un non esteso tratto di *softening* a compressione dovuto alla limitata deformazione trasversale del materiale. Queste caratteristiche influenzano la *performance* strutturale delle opere realizzate in calcestruzzo armato, poiché il comportamento di un calcestruzzo ordinario è essenzialmente di tipo fragile. Gli effetti negativi del comportamento fragile di questo materiale possono essere ridotti migliorandone il comportamento post-picco con l'aggiunta di fibre discontinue nella miscela.

Le proprietà uniche dei calcestruzzi fibrorinforzati ne suggeriscono l'uso in molte applicazioni strutturali e risultano particolarmente consigliati per strutture in zone sismiche e per operazioni di ripristino e consolidamento di strutture ammalorate ed in generale, per strutture sollecitate a flessione, a taglio, agli urti ed all'usura, nonché ad azioni di tipo ciclico.

Tuttavia, le conoscenze attuali sono incomplete, quando si vuole progettare o verificare strutture realizzate con calcestruzzi fibrorinforzati, in presenza o meno d'armatura tradizionale, è necessario fare riferimento ad un'affidabile relazione tensione-deformazione, sia a compressione che a trazione, dei materiali ed in particolare per il calcestruzzo fibrorinforzato, in modo da mettere in relazione il comportamento dei materiali alla risposta strutturale.

In letteratura sono reperibili nel periodo tra il 1987 ed il 2007, diverse proposte di legami costitutivi, a compressione e a trazione, per calcestruzzi rinforzati con fibre metalliche. Tali relazioni tensione-deformazione in regime uniassiale del calcestruzzo fibrorinforzato sono raccolti e presentati in due sezioni, una riguardante il comportamento a compressione ed un'altra quello a trazione.

Al fine di valutare l'affidabilità delle relazioni tensione-deformazione a compressione, è stato sviluppato uno studio comparato tra le curve registrate sperimentalmente e quelle ottenute dai modelli proposti in letteratura. Lo studio è basato sull'analisi critica dei diversi modelli analitici e sul confronto con l'esteso database di risultati sperimentali collezionato.

5.2 Legami costitutivi a compressione

5.2.1 Modelli analitici

L'aggiunta di fibre discontinue nell'impasto del calcestruzzo rappresenta un accorgimento utile al fine di migliorarne il comportamento post-picco a trazione e a compressione (Dwarakanath e Nagaraj 1991; Taerwe 1992; Wafa e Ashour 1992; Vandewalle 2007). La funzione principale delle fibre è quella di resistere all'apertura ed alla propagazione delle fessure dovute alla microfessurazione ed alla maggiore abilità a sopportare grandi deformazioni, dell'ordine di circa 5-6 volte di quelle valutate in corrispondenza dello schiacciamento di un calcestruzzo ordinario. A sottolineare quest'importante azione di confinamento delle fibre, i risultati sperimentali hanno mostrato un aumento della duttilità e della tenacità, abilità ad assorbire energia durante le deformazioni.

Molte relazioni tensione-deformazione a compressione sono disponibili per un calcestruzzo ordinario (Hognestad 1951; Sargin 1971; Mander ed altri 1988) tuttavia, queste non possono rappresentare il comportamento dei calcestruzzi fibrorinforzati. Il principale inconveniente è che non si tiene conto dell'effetto delle fibre nel comportamento post-picco. Poche sono, invece, le formulazioni elaborate per i calcestruzzi fibrorinforzati nel periodo tra il 1989 ed il 2007. La natura di queste formule, inoltre, è empirica o semiempirica. È necessario che queste formule siano

derivate da considerazioni analitiche e validate dal confronto con i risultati sperimentali. Per la progettazione/verifica agli stati limite alcune linee guida come RILEM TC 162-TDF (2003) ed il documento CNR-DT 204 (2006) ripropongono per il calcestruzzo fibrorinforzato il diagramma parabola-rettangolo, indicando il valore di 0,002 per la deformazione di picco (ε_{pf}) e quello di 0,0035 per la deformazione ultima (ε_{fu}). Basandosi sui propri risultati sperimentali alcuni autori (Soroushian e Lee 1989; Ezeldin e Balaguru 1992; Barros e Figueiras 1999; Mansur ed altri 1999; Nataraja ed altri 1999) hanno proposto i modelli analitici riportati di seguito, per valutare il comportamento attuale dei calcestruzzi fibrorinforzati a compressione.

Fantilli ed altri (2007) propongono, invece, di estendere il modello della fessura fittizia al comportamento post-picco a compressione dei calcestruzzi fibrorinforzati. La relazione tensione-deformazione a compressione dei materiali a matrice cementizia può essere divisa in due parti. Nella prima parte, quando ancora il provino non è danneggiato e non si è arrivati al valore di resistenza di picco la relazione tensione-deformazione può essere definita dalla legge proposta da Sargin (1971). Raggiunta la resistenza di picco vi è una localizzazione del danno ed il provino esibisce un comportamento *strain softening*. Il comportamento post-picco può essere rappresentato da una funzione che lega gli spostamenti anelastici alle tensioni. Questa funzione non è unica per i calcestruzzi fibrorinforzati e dipende dal tipo di matrice cementizia, dalla tipologia di fibre usate e dal valore dell'indice di rinforzo.

Soroushian e Lee (1989)

Nel modello proposto da Soroushian e Lee (1989) la curva tensione-deformazione risulta costituita da un tratto parabolico ascendente, seguito da un andamento bi-lineare nella porzione discendente (Eq. 5.1).

$$\sigma = -f_{cf} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{pf}} \right)^2 + 2f_{cf} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{pf}} \right) \quad \text{per } \varepsilon \leq \varepsilon_{pf} \quad (5.1.a)$$

$$\sigma = z(\varepsilon - \varepsilon_{pf}) + f_o \geq f_o \quad \text{per } \varepsilon > \varepsilon_{pf} \quad (5.1.b)$$

In questo modello la tensione e la deformazione al picco del calcestruzzo fibrorinforzato (f_{cf} , ε_{pf}), la tensione residua (f_o) e la pendenza del ramo discendente (z) sono valutati empiricamente come funzione delle caratteristiche della matrice di calcestruzzo senza fibre e dell'indice di fattibilità delle fibre ($I_f = V_f(L_f/D_f)$).

La tensione di picco del calcestruzzo fibrorinforzato (f_{cf}), la deformazione corrispondente (ε_{pf}), sono calcolate aggiungendo un fattore alla resistenza a compressione del calcestruzzo senza fibre (f_c) e ad un fissato valore di deformazione corrispondente $\varepsilon_{co}=0,0021$. Questo fattore addizionale si ottiene moltiplicando l'indice di fattibilità per un altro valore costante. Le diverse variabili di questo modello, possono essere calcolate dalle seguenti equazioni empiriche, determinate, queste ultime, dagli autori adattando la curva dei minimi quadrati ai propri dati sperimentali:

$$f_{cf} = f_c + 3,6I_f \quad (\text{MPa}) \quad (5.2)$$

$$f_o = 0,12f_{cf} + 14,8I_f \quad (\text{MPa}) \quad (5.3)$$

$$z = -343f_c(1 - 0,66\sqrt{I_f}) \leq 0 \quad (\text{MPa}) \quad (5.4)$$

$$\varepsilon_{pf} = 0,0007I_f + 0,0021 \quad (5.5)$$

Il modello non da indicazioni sul valore di deformazione ultima.

Ezeldin e Balaguru (1992)

Ezeldin e Balaguru (1992) hanno proposto un modello analitico per generare la curva completa tensione-deformazione a compressione per calcestruzzi fibrorinforzati basandosi sui risultati di un'estesa indagine sperimentale, e modificando il legame uniassiale a compressione del calcestruzzo ordinario proposto da Carreira e Chu (1985). In questo modello il parametro β fornisce la pendenza del tratto discendente ed è correlato alle caratteristiche delle fibre metalliche di rinforzo. Questa semplice ma accurata equazione, funzione di un unico parametro, genera sia la parte ascendente che quella discendente della curva a compressione (Eq. 5.6).

$$\frac{\sigma}{f_{cf}} = \frac{\beta(\varepsilon/\varepsilon_{pf})}{\beta - 1 + (\varepsilon/\varepsilon_{pf})^\beta} \quad (5.6)$$

Dove f_{cf} ed ε_{pf} sono sempre definiti, con lo scopo di quantificare gli effetti delle fibre sul comportamento a compressione del composito. È stata sviluppata dagli autori un'analisi di regressione basata sui risultati sperimentali ottenuti per stabilire una relazione tra l'indice di rinforzo ($RI=W_fL_f/D_f$ con W_f percentuale in peso di fibre), e i parametri principali della curva tensione-deformazione, quali, la resistenza a compressione (f_{cf}) e la corrispondente deformazione (ε_{pf}). In questo modello proposto f_{cf} e ε_{pf} si calcolano aggiungendo un fattore, legato alle proprietà delle fibre,

rispettivamente alla resistenza (f_c) ed alla deformazione (ε_{co}) del calcestruzzo senza fibre (Eq. 5.7 e 5.8).

$$f_{cf} = f_c + 3,51(RI) \quad (5.7)$$

$$\varepsilon_{pf} = \varepsilon_{co} + 446 \times 10^{-6}(RI) \quad (5.8)$$

Per ε_{co} , in mancanza di dati sperimentali, si può utilizzare il valore previsto dal CEB-FIP (1993) pari a 0,0022.

Il parametro β , legato analiticamente alle caratteristiche della curva, e alla tipologia e quantità di fibre presenti (L_f/D_f e V_f) per fibre uncinato vale:

$$\beta = 1,093 + 0,7132(RI)^{-0,926} \quad (5.9)$$

È stata proposta dagli autori la seguente equazione per calcestruzzi rinforzati con fibre metalliche rettilinee, con riferimento ai dati sperimentali di Fanella e Naaman (1985).

$$\beta = 1,093 + 7,4818(RI)^{-1,387} \quad (5.10)$$

Queste equazioni proposte per calcolare β possono essere utilizzate per valori dell'indice di rinforzo tra 0,75 e 2,5 per fibre metalliche uncinato e tra 2 e 5 per fibre rettilinee. Il valore della deformazione ultima non viene indicato.

Barros e Figueiras (1999)

Barros e Figueiras (1999), basandosi sui risultati da loro ottenuti e seguendo la procedura proposta da Mebarkia e Vipulanandan (1992) hanno proposto la seguente relazione tensione-deformazione a compressione.

$$\sigma = f_{cf} \frac{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{pf}}}{(1-p-q) + q \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{pf}} \right) + p \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{pf}} \right)^{(1-q)/p}} \quad (5.11)$$

Con

$$q = 1 - p - \frac{E_{pf}}{E_c}, \quad p + q \in]0, 1[, \quad \frac{1-q}{p} > 0 \quad (5.12)$$

La resistenza media di picco f_{cf} è l'unico parametro da determinarsi sperimentalmente. La deformazione corrispondente alla resistenza di picco del calcestruzzo fibrorinforzato (ε_{pf}) e la stima tra il modulo di elasticità secante E_{pf} e quello tangente E_c , a seconda del rapporto d'aspetto delle fibre additivate nella matrice di calcestruzzo,

sono espressi in funzione della percentuale in peso delle fibre W_f additivate nell'impasto.

$$E_{pf} = \frac{f_{cf}}{\varepsilon_{pf}} \quad (\text{MPa}) \quad (5.13)$$

$$E_c = 21500 \sqrt[3]{\frac{f_{cf}}{10}} \quad (\text{MPa}) \quad (5.14)$$

Per fibre uncinato con rapporto d'aspetto pari a 60 si ha:

$$\varepsilon_{pf} = \varepsilon_{co} + 0,0002W_f \quad (5.15)$$

$$p = 1 - 0,919e^{-0,394W_f} \quad (5.16)$$

Per fibre uncinato con rapporto d'aspetto pari a 75 si ha:

$$\varepsilon_{pf} = \varepsilon_{co} + 0,00026W_f \quad (5.17)$$

$$p = 1 - 0,722e^{-0,144W_f} \quad (5.18)$$

In cui, ε_{co} è la deformazione corrispondente alla tensione di picco del calcestruzzo senza fibre. In mancanza di dati sperimentali gli autori suggeriscono di usare $\varepsilon_{co}=0,0022$, in accordo con il CEB-FIP (1993).

I valori di ε_{pf} e p possono essere calcolati da queste equazioni per valori di resistenza a compressione del calcestruzzo fibrorinforzato compresi nel *range* tra 30MPa e 60MPa e per calcestruzzi con tenori di fibre simili a quelli testati dagli autori. Il valore della deformazione ultima non viene indicato.

Nataraja, Dhang, Gupta (1999)

Un'espressione analitica simile a quella proposta da Ezeldin e Balaguru (1992) è quella proposta da Nataraja ed altri (1999). Rispetto al modello analitico proposto da Ezeldin e Balaguru (1992), con riferimento ai loro dati sperimentali, gli autori forniscono un valore diverso del fattore addizionale legato all'indice di rinforzo (RI) per calcolare la resistenza e la deformazione del calcestruzzo fibrorinforzato corrispondente al picco della curva per il parametro β .

$$f_{cf} = f_c + 2,1604(\text{RI}) \quad (5.19)$$

$$\varepsilon_{pf} = \varepsilon_{co} + 0,0006(\text{RI}) \quad (5.20)$$

$$\beta = 0,5811 + 1,93(\text{RI})^{-0,7406} \quad (5.21)$$

In cui, ε_{co} è la deformazione corrispondente alla tensione di picco del calcestruzzo

senza fibre. In mancanza di dati sperimentali gli autori suggeriscono di usare $\varepsilon_{co}=0,002$. Questo modello proposto può essere utilizzato per calcestruzzi con resistenze fino a 50MPa additivati con fibre metalliche corrugate con un valore dell'indice di rinforzo compreso nel *range* tra 0,9 e 2,7. Il valore della deformazione ultima non viene indicato.

5.2.2 Analisi critica

È stata sviluppata un'analisi critica e un confronto tra curve tensione-deformazione sperimentali, disponibili in letteratura e ottenute dall'analisi sperimentale svolta all'Università della Calabria, e quelle teoriche, determinate applicando i modelli teorici studiati. Lo scopo è quello di valutare l'affidabilità delle relazioni proposte in letteratura nella definizione del comportamento post-picco a compressione dei calcestruzzi fibrorinforzati.

I risultati sperimentali disponibili in letteratura sottolineano l'effetto del tenore di fibre su due aspetti delle proprietà meccaniche dei calcestruzzi fibrorinforzati, quali, la resistenza a compressione e la deformazione corrispondente alla tensione di picco. I dati ottenuti dall'analisi sperimentale eseguita confermano che al crescere del tenore di fibre additate nella matrice di calcestruzzo, entrambi questi valori mostrano un modesto aumento nella resistenza a compressione e corrispondente deformazione. Sono stati calcolati i valori della resistenza a compressione (f_{cf}) e della deformazione corrispondente alla tensione di picco (ε_{pf}) per un tipico calcestruzzo di base e fibre d'acciaio in modo da verificare come i modelli analizzati possano predire i risultati sperimentali. Questa analisi è stata eseguita per tre dei modelli analitici, senza prendere in considerazione le limitazioni sui *range* di validità, come mostrato di seguito.

Calcestruzzo di base: $f_c=30\text{MPa}$, $\varepsilon_{co}=0,002$.

Fibre metalliche: $L_f=30\text{mm}$, $D_f=0,5\text{mm}$, $L_f/D_f=60$.

– *Soroushian e Lee (1989)*

$V_f=1\%$, $f_{cf}=32,2\text{MPa}$ (+7,3%), $\varepsilon_{pf}=0,0025$ (+25%);

$V_f=2\%$, $f_{cf}=34,3\text{MPa}$ (+14,3%), $\varepsilon_{pf}=0,0029$ (+45%);

$V_f=3\%$, $f_{cf}=36,5\text{MPa}$ (+21,7%), $\varepsilon_{pf}=0,0034$ (+70%).

– *Ezeldin e Balaguru (1992)*

$V_f=1\%$, $f_{cf}=36,3\text{MPa}$ (+21%), $\varepsilon_{pf}=0,0028$ (+40%);

$V_f=2\%$, $f_{cf}=42,6\text{MPa}$ (+42%), $\varepsilon_{pf}=0,0036$ (+80%);

$V_f=3\%$, $f_{cf}=48,9\text{MPa}$ (+63%), $\varepsilon_{pf}=0,0044$ (+120%).

– *Nataraja ed altri (1999)*

$V_f=1\%$, $f_{cf}=34,1\text{MPa}$ (+13,7%), $\varepsilon_{pf}=0,0032$ (+60%);

$V_f=2\%$, $f_{cf}=38,3\text{MPa}$ (+27,7%), $\varepsilon_{pf}=0,0043$ (+115%);

$V_f=3\%$, $f_{cf}=42,4\text{MPa}$ (+41,3%), $\varepsilon_{pf}=0,0055$ (+175%).

In parentesi è indicato l'incremento percentuale dei parametri corrispondenti al calcestruzzo di base. Ogni modello indica valori molto diversi per f_{cf} e ε_{pf} e questo fa pensare su come possono predire l'andamento delle curve tensione-deformazione.

5.2.3 Confronto incrociato tra curve sperimentali e modelli analitici

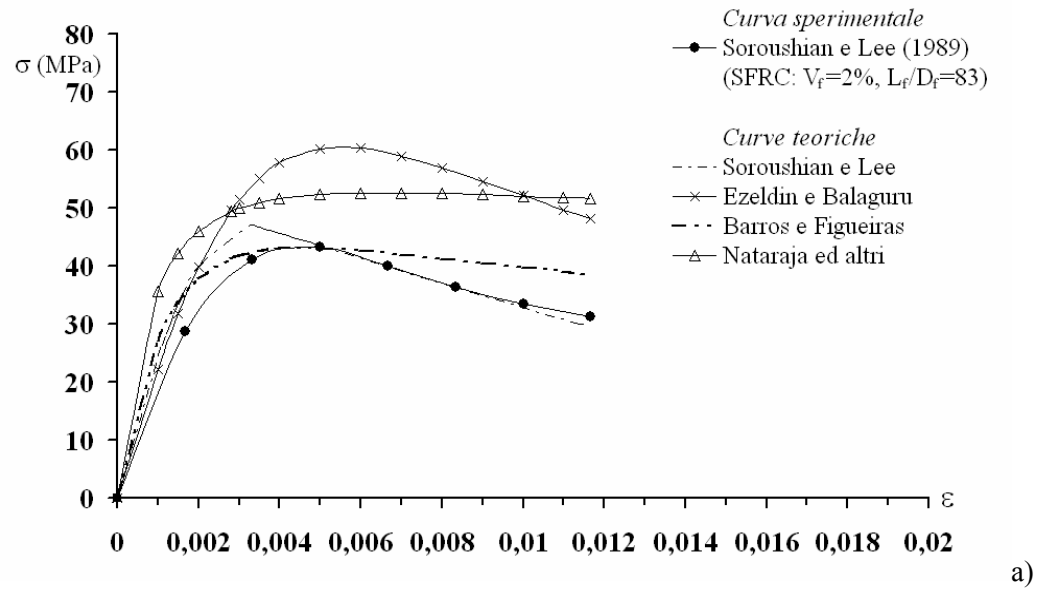
È stato sviluppato un confronto incrociato tra curve sperimentali e quelle ottenute utilizzando i diversi modelli analizzati. Questi confronti evidenziano che il modello proposto da ciascun autore interpola bene i propri dati sperimentali e meno quelli ottenuti da altri autori (Fig. 5.1). In generale, i modelli studiati contengono alcuni parametri empirici legati ai dati sperimentali ottenuti da ogni autore. Ciò rende i modelli non universalmente validi. Le curve sperimentali ottenute dall'analisi sperimentale (Capitolo 4) sono state confrontate con quelle predittive dei diversi modelli (Fig. 5.2). Questi risultati mostrano che le curve di Soroushian e Lee (1989) hanno un andamento completamente diverso da quello osservato sperimentalmente. Queste curve teoriche sovrastimano la regione vicino alla tensione di picco e sottostimano la tensione residua, mostrando, ad una deformazione di 0,01, tensioni di circa il 42% e il 55% di quelle registrate sperimentalmente per calcestruzzi con tenori di fibre metalliche dell'ordine dell'1,6% e del 3%, rispettivamente. Le relazioni tensione-deformazione proposte da Ezeldin e Balaguru (1992) e da Nataraja ed altri (1999) sovrastimano le tensioni di picco così come i tratti pre e post picco, anche se mostrano una pendenza simile a quella delle curve sperimentali. Queste curve hanno un andamento simile a quello registrato dalle curve sperimentali, sia nella parte ascendente che in quella discendente. In particolare, sembra che queste curve siano traslate verso l'alto rispetto a quelle sperimentali. Il modello proposto da Barros e

Figueiras (1999), è quello che coglie meglio il comportamento sperimentale anche se in alcuni casi leggermente sottostima il tratto discendente per tenori dell'1,6% ed in altri casi lo sovrastima per tenori del 3%.

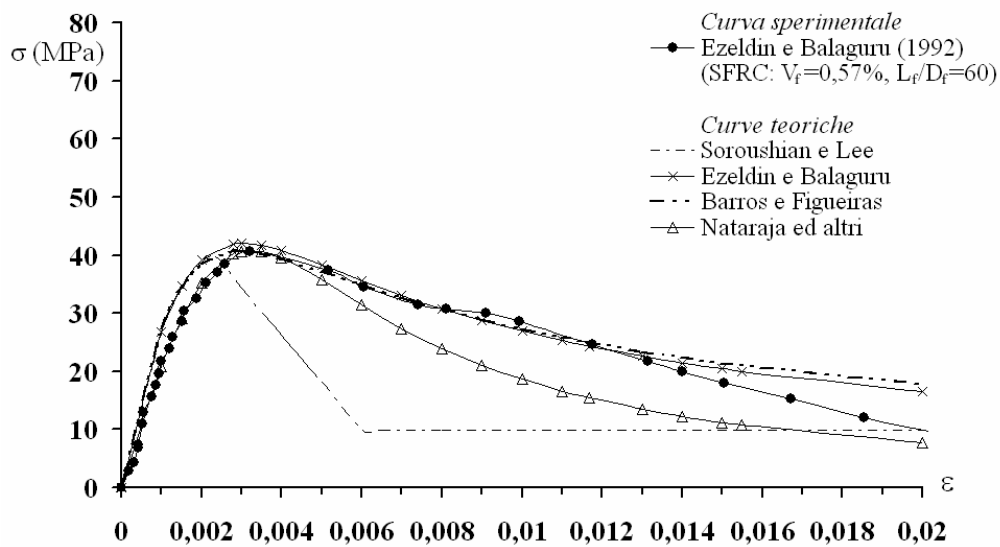
Il confronto con le altre curve sperimentali analizzate mostra che il modello analitico proposto da Sourashian e Lee (1989) coglie bene il comportamento esibito da calcestruzzi additivati con tenori fino al 3% di fibre rettilinee. Nel caso di basse percentuali ($V_f < 1\%$) di fibre corrugate (*crimped*) o uncinata (*hooked end*) il modello approssima bene la parte ascendente, mentre sottostima la porzione discendente post-picco. Le curve derivate dai modelli proposti da Ezeldin e Balaguru (1992) e Nataraja ed altri (1999), quando si fa riferimento a calcestruzzi con medi quantitativi di fibre ($V_f > 1\%$), mostrano un comportamento più rigido nella porzione ascendente e sovrastimano il tratto discendente. Il tratto discendente è governato dal parametro β che determina lo *slope* del punto d'inflexione di questo tratto che è stato calibrato in modo da essere particolarmente sensibile a piccole variazioni in percentuale di volume e nel caso di percentuali in volume più alte modifica notevolmente l'andamento prevedendo addirittura un comportamento sovreresistente. La relazione tensione-deformazione proposta da Barros e Figueiras (1999) interpola bene i dati sperimentali di Ezeldin e Balaguru (1992) e di Mansur ed altri (1999). Infatti, gli autori hanno utilizzato anche questi dati sperimentali per definire il loro modello. Questo modello, tuttavia, sovrastima il comportamento post-picco di calcestruzzi rinforzati con fibre la cui lunghezza e contenuto è inferiore a 30 mm e all'1%, rispettivamente. Con riferimento ai calcestruzzi rinforzati con fibre rettilinee, questo modello teorico, sovrastima la resistenza residua nel caso di rapporti d'aspetto delle fibre di 50, mentre per rapporti d'aspetto più alti interpola bene i dati sperimentali. Questo modello fa riferimento direttamente ad una resistenza media del calcestruzzo fibrorinforzato al contrario degli altri modelli proposti che individuano sia la resistenza di picco del calcestruzzo rinforzato con fibre metalliche che la corrispondente deformazione facendo riferimento alla resistenza e alla deformazione della matrice senza fibre aggiungendo un contributo adimensionale dipendente dalle sole caratteristiche geometriche delle fibre additivate limitando così il campo di applicazione del legame costitutivo proposto a particolari tipi di fibre.

In generale, il modello proposto da Barros e Figueiras (1999) predice ragionevolmente bene il comportamento a compressione dei calcestruzzi rinforzati con fibre metalliche.

Tuttavia, ulteriori analisi e raffinamenti della modellazione a compressione di questo tipo di materiale permetteranno di sfruttare tutte le proprietà di questo materiale in modo da ottimizzare la progettazione strutturale.



a)



b)

Fig. 5.1. Confronti tra modelli analitici e curve sperimentali di: a) Soroushian e Lee; b) Ezeldin e Balauru (continua).

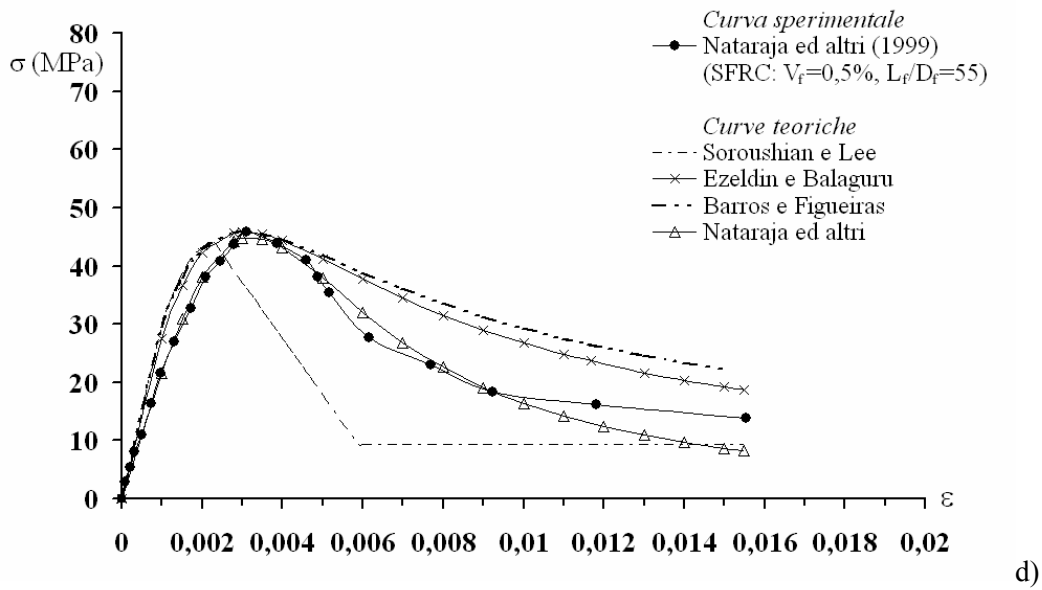
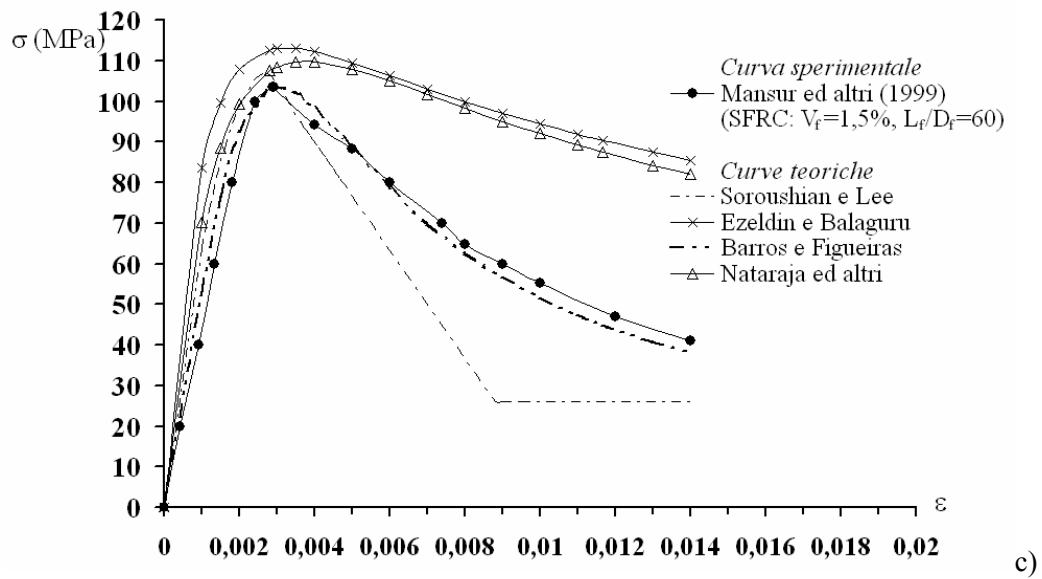


Fig. 5.1. Confronti tra modelli analitici e curve sperimentali di: c) Mansur ed altri; d) Nataraja ed altri (continuazione).

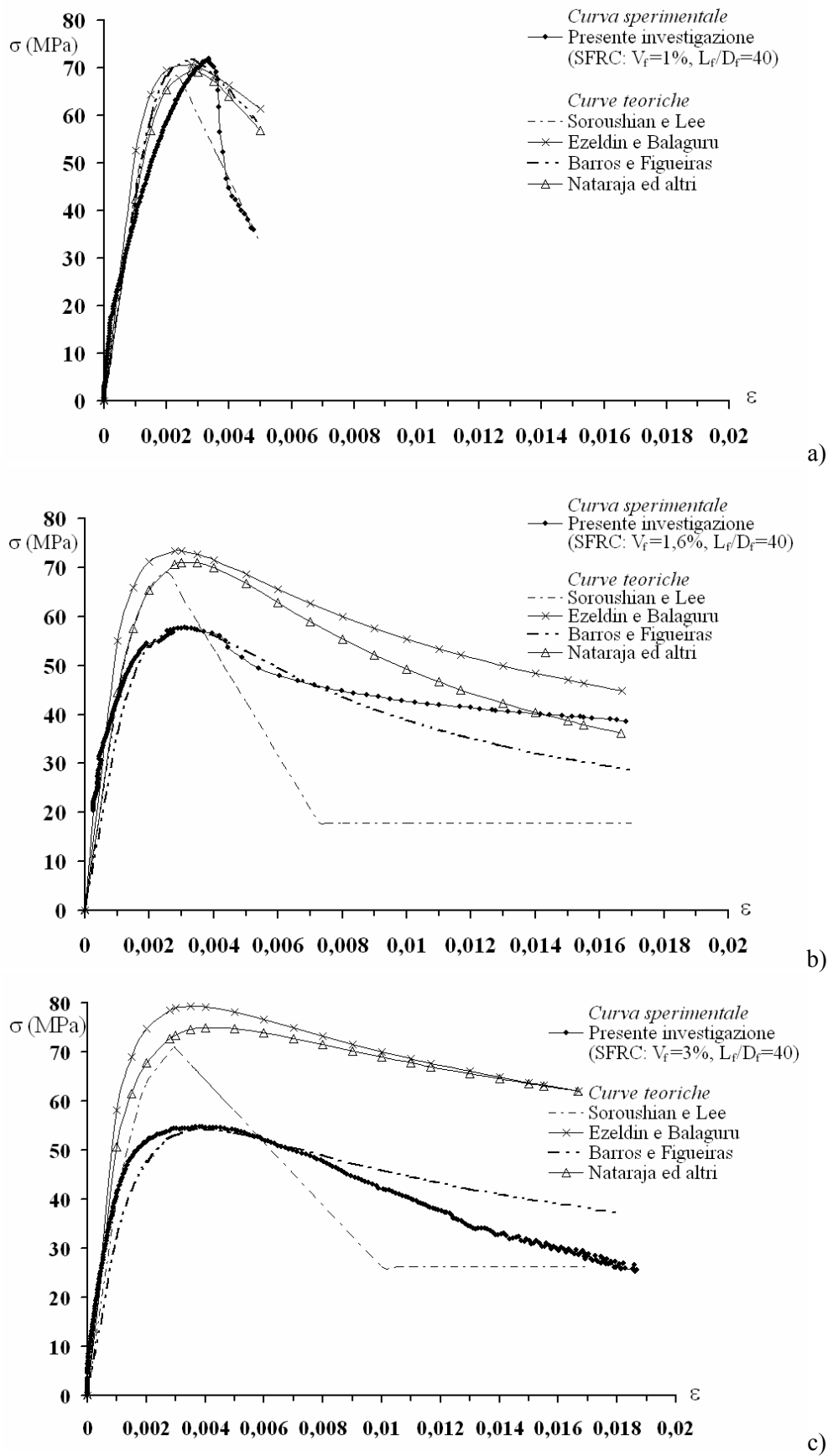


Fig. 5.2. Confronti tra modelli analitici e curve sperimentali: a) S1%; b) S1.6%; c) S3%.

5.3 Legami costitutivi a trazione

5.3.1 Modelli analitici

Uno degli aspetti più rilevanti dell'aggiunta di fibre nel conglomerato cementizio è quello di una ragionevole resistenza a trazione. Ciò è dovuto al fatto che le fibre sono in grado di sviluppare tensioni tangenziali di aderenza in modo da ridurre l'apertura e la propagazione delle fessure. La resistenza a trazione di picco è leggermente influenzata dalle fibre o meglio dalla percentuale in volume presente nella matrice e quando si supera questa soglia queste forniscono una resistenza residua funzione della quantità, delle caratteristiche geometriche, meccaniche delle fibre e del tipo d'interfaccia fibra-matrice. Prima della fessurazione il composito segue una relazione tensione-deformazione lineare, la quale termina bruscamente, quando si raggiunge la resistenza a trazione e si forma la prima fessura. Il comportamento dopo il picco è generalmente di tipo decrescente negativo, caratterizzato dall'apertura di una fessura localizzata. Il *pull-out* delle fibre domina il comportamento di frattura durante la fase decrescente. Per calcestruzzi ad alte prestazioni e percentuali in volume maggiori del 2% il comportamento dopo il picco può essere di tipo incrudente (CNR-DT 204 2006). Le fibre, in questo caso, sviluppano delle forze di *bridging* che limitano l'apertura delle fessure e ridistribuiscono la tensione nella matrice circostante. Diminuiscono, quindi, le deformazioni localizzate e si sviluppa una multifessurazione (Dupont 2003). La disponibilità di una grande varietà di fibre metalliche dalle caratteristiche fisiche e meccaniche diverse tende a complicare la predizione di una relazione che rappresenti questo tipo di materiale. Diversi modelli, per determinare la relazione completa a trazione, sono disponibili in letteratura (Lim ed altri 1987; Soroushian e Lee 1989; Cava ed altri 1991; Lok e Xiao 1999; Galli ed altri 2003; Elsaigh ed altri 2004). La forma più comune utilizzata per la relazione tensione-deformazione è quella tri-lineare (Fig. 5.3).

Per la progettazione/verifica agli stati limite, la RILEM TC 162-TDF (2003) propone una relazione tensione-deformazione di forma tri-lineare. I valori della tensione di picco a trazione e di quelli post-picco sono da determinarsi in base ai risultati di prove di flessione. Mentre, le deformazioni corrispondenti sono valori fissati. Dupont (2003) suggerisce un'ulteriore modifica al modello proposto dalle linee guida dividendo lo

stadio post-fessurativo in due livelli. La letteratura recente (di Prisco ed altri 2004) ed il documento CNR-DT 204 (2006) propone un modello degradante lineare tensione-apertura della fessura ($\sigma-w$). Questo approccio è basato sul modello delle sezioni piane ed è caratterizzato da due parametri tensionali riguardanti gli stati limite di esercizio e gli stati limite ultimi che possono essere definiti attraverso i valori delle resistenze equivalenti a flessione. Il modello di di Prisco ed altri (2004) può predire il comportamento a flessione anche a diverse temperature.

Un approccio differente viene proposto da Fantilli ed altri (2007) basato sulla risposta di *pull-out* delle fibre. In questo modello, la relazione tra tensione e apertura delle fessure è definito dalla legge coesiva della matrice, dalla relazione tensione d'aderenza-scorrimento tra fibre e matrice e dalle leggi tensione-deformazione dei materiali. Sono stati incluse nella definizione del modello di fessurazione fittizia del calcestruzzo fibrorinforzato anche l'inclinazione e la posizione asimmetrica delle fibre rispetto alla superficie di fessura, il rapporto d'aspetto e la percentuale in volume di fibre.

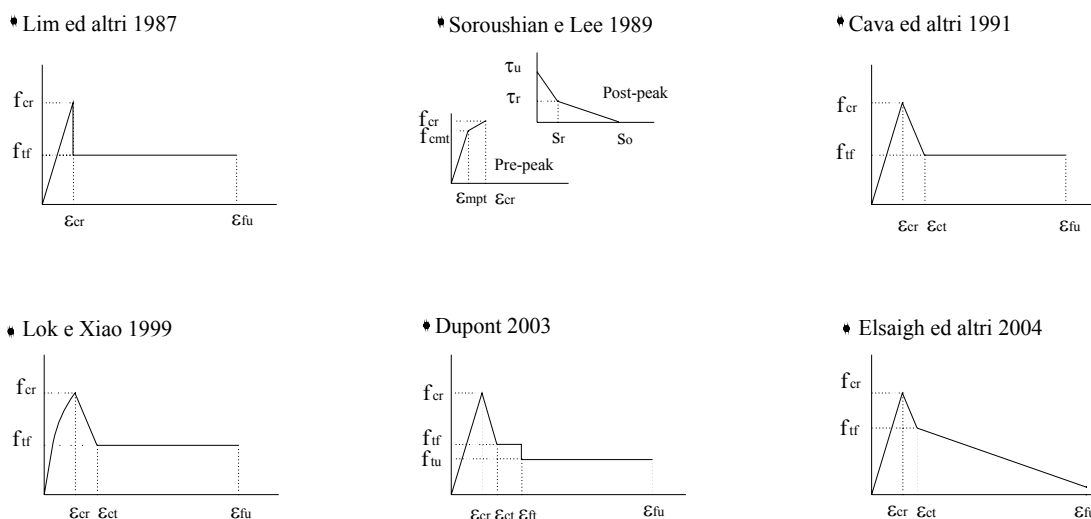


Fig. 5.3. Relazioni tensione-deformazione a trazione disponibili in letteratura.

Lim, Paramasivam, Lee (1987)

Il modello più adottato è quello proposto da Lim ed altri (1987) basato sulla legge delle miscele. La relazione tensione-deformazione è definita unicamente dal modulo

elastico a trazione del composito (E_{ft}), dalla deformazione di picco (ε_{cr}), dalla resistenza residua (f_{tf}) e dalla deformazione ultima (ε_{fu}). In questo modello le proprietà del composito sono empiricamente legate alle proprietà dei suoi componenti (matrice e fibre).

La tensione di prima fessurazione f_{cr} è definita come:

$$f_{cr} = \varepsilon_{cr} E_{ft} \quad (5.22)$$

Dove ε_{cr} è la deformazione corrispondente alla fessurazione del materiale. La resistenza residua (f_{tf}), è espressa come funzione della resistenza delle fibre f_{fu}

$$f_{tf} = f_{fu} V_f \quad (5.23)$$

Assumendo l'ipotesi di perfetta aderenza fra fibre e matrice f_{fu} è data dalla:

$$f_{fu} = 2\tau (L_f/D_f) \quad (5.24)$$

Dove τ è la tensione d'aderenza limite all'interfaccia fibra-matrice.

La precedente equazione è applicabile per un'uniforme distribuzione delle fibre, nella realtà le fibre si distribuiscono in maniera *random* nella matrice, è necessario, quindi, introdurre dei coefficienti riduttivi.

- η_l , fattore di correzione di lunghezza, tiene conto della distribuzione delle tensioni nella parte terminale delle fibre di lunghezza finita;
- η_o , fattore di orientamento, tiene conto del fatto che una parte delle fibre non sono orientate lungo la direzione principale dello sforzo.

Per fibre uniformemente distribuite e orientate in maniera *random* nella matrice la (5.24) diventa:

$$f_{tf} = 2\eta_l\eta_o\tau I_f \quad (5.25)$$

Vari valori sono stati ricavati per η_o il valore più utilizzato è quello proposto da Romualdi e Mandel (1964) pari a 0,41.

Mentre, η_l è funzione della lunghezza critica delle fibre ed è correlato anche al valore della tensione ultima di aderenza.

$$\eta_l = \begin{cases} 0,5 & \text{per } L_f < L_{crf} \\ 1 - (L_{crf}/L_f) & \text{per } L_f > L_{crf} \end{cases} \quad (5.26)$$

Alcuni autori (Swamy ed altri 1974) hanno introdotto ulteriori fattori correttivi come η_b , *bond efficiency factor*, che tiene conto della forma delle fibre e della superficie (liscia o ondulata). I dati riguardo questo fattore correttivo non sono molto precisi, Swamy e Al Ta'an (1981) indicano che si può assumere il valore 1,2 per fibre

d'acciaio ondulate e/o uncinato.

I moduli di elasticità a trazione e a compressione del materiale sono dati dalle seguenti espressioni:

$$E_{ft} = \eta_1 \eta_o V_f E_f + E_{ct} (1 - V_f) \quad (5.27)$$

$$E_{fc} = \eta_1 \eta_o V_f E_f + E_c (1 - V_f) \quad (5.28)$$

E_{ct} E_c sono rispettivamente i moduli di elasticità a trazione e a compressione della matrice, E_f è il modulo di elasticità delle fibre. Il valore di E_{ct} è più basso di quello di E_c ($E_{ct}=0,7E_c$).

La deformazione ϵ_{cr} corrispondente alla tensione di picco può essere così calcolata:

$$\epsilon_{cr} = \eta_1 \eta_o V_f (\epsilon_{pft} - \epsilon_{mpt}) + \epsilon_{mpt} \quad (5.29)$$

dove ϵ_{pft} e ϵ_{mpt} sono le deformazioni al limite di proporzionalità fra fibre a matrice.

Per la deformazione ultima ϵ_{fu} viene assunto un conveniente valore limite dipendente dalla curvatura $\omega_u = L_f/16$, e da una idonea lunghezza L^* scelta come lunghezza di riferimento.

$$\epsilon_{fu} = \omega_u / L^* = L_f / 16L^* \quad (5.30)$$

Soroushian e Lee (1989)

Soroushian e Lee (1989) propongono un modello bi-lineare per rappresentare il comportamento pre-picco a trazione dei calcestruzzi fibrorinforzati. Gli autori assumono un comportamento lineare, con una pendenza uguale al modulo elastico della matrice ($E_{ct}=E_c$) fino alla tensione a trazione della matrice (f_{cmt}). A causa di una maggiore propagazione delle microfessurazioni nella matrice la rigidezza si riduce e la relazione tensione-deformazione continua ad essere lineare fino alla tensione di picco a trazione:

$$f_{cr} = f_{cmt} \left(1 + 0,016 N_1^{1/3} + 0,05 \pi D_f L_f N_1 \right) \quad (5.31)$$

Dove f_{cmt} è la resistenza trazione della matrice cementizia ed N_1 il numero di fibre per unità di area così calcolato:

$$N_1 = \gamma \frac{V_f}{A_f} \quad (5.32)$$

Con γ si indica il fattore d'orientazione delle fibre e A_f l'area della sezione delle fibre.

Nell'equazione 5.31 il termine $f_{cmt} \left(1 + 0,016 N_1^{1/3} \right)$ rappresenta il contributo delle fibre

ad arrestare la microfessurazione. Il termine $f_{cmt}(0,05\pi D_f L_f N_1)$ rappresenta il contributo della resistenza di *pull-out* delle fibre.

La deformazione di picco è derivata empiricamente dai dati sperimentali come funzione di alcune proprietà delle fibre metalliche additivate.

$$\varepsilon_{cr} = \varepsilon_m(1 + 0,35N_1 D_f L_f) \quad (5.33)$$

In cui ε_m è la deformazione a trazione della matrice corrispondente alla tensione a trazione di picco.

Nella regione prima del picco la matrice e le fibre interagiscono ed entrambi contribuiscono alla resistenza a trazione del calcestruzzo fibrorinforzato. Raggiunto il picco le fessure si aprono e bruscamente si riduce il contributo della matrice mentre le fibre sviluppano una azione di cucitura delle fessure. Il comportamento post-picco a trazione dei calcestruzzi fibrorinforzati dipende dall'azione di *pull-out* delle fibre. Gli autori assumono per il comportamento post-picco un modello bi-lineare che include due valori di tensione d'aderenza (τ_u e τ_r) e da due valori di scorrimento di *pull-out*. I valori di tensione di aderenza e scorrimento sono stati derivati dagli autori empiricamente in base ad alcuni risultati sperimentali.

$$\tau_u = 2,62 - 0,0036N_1 \quad (\text{MPa}) \quad (5.34)$$

$$\tau_r = 0,3\tau_u \quad (\text{MPa}) \quad (5.35)$$

$$S_r = 2,8 \quad (\text{mm}) \quad (5.36)$$

$$S_o = L_f/2 \quad (\text{mm}) \quad (5.37)$$

La resistenza a trazione si può così determinare:

$$\sigma A = \tau \pi D_f N_1 \frac{L_f}{4} A \quad (5.38)$$

Con A area della sezione fessurata.

Cava, Gallo, Porco, Spadea (1991)

Cava ed altri (1991) propongono un modello tri-lineare atto a descrivere il comportamento a trazione del composito, individuando uno stadio intermedio per stimare la reale resistenza subito dopo il raggiungimento del picco. Si possono, quindi, distinguere tre fasi:

$$\sigma_t = E_{ct}\varepsilon_t \quad 0 \leq \varepsilon_t \leq \varepsilon_{cr} \quad (5.39)$$

$$\sigma_t = \frac{\varepsilon_t - \varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{cr} - \varepsilon_{ct}} (f_{cr} - f_{tf}) + f_{tf} \quad \varepsilon_{cr} \leq \varepsilon_t \leq \varepsilon_{ct} \quad (5.40)$$

$$\sigma_t = f_{tf} \quad \varepsilon_{ct} \leq \varepsilon_t \leq \varepsilon_{fu} \quad (5.41)$$

La deformazione limite ε_{cr} si assume uguale alla deformazione di prima fessurazione della matrice che corrisponde alla perdita di linearità della curva carico-spostamento; tale valore oscilla intorno a 100 $\mu\text{m/m}$. La deformazione ε_{ct} si assume uguale alla deformazione post fessurazione della matrice relativa ad un residuo di carico tra il 7% e il 10% di quello di picco. La resistenza residua f_{tf} è legata al valore medio della tensione di aderenza τ dalla relazione:

$$f_{tf} = 2\eta_l\eta_o\tau V_f \frac{L_f}{D_f} \quad (5.42)$$

Dove η_l è il fattore di correzione della lunghezza delle fibre che tiene conto della distribuzione delle tensioni nella parte terminale delle fibre di lunghezza finita, gli autori propongono di assumerlo pari a 0,5 (Lim ed altri 1987), η_o è il fattore di orientamento che tiene conto del fatto che una parte delle fibre non è orientata lungo la direzione principale dello sforzo, si può assumere il valore proposto da Romualdi e Mandel (1964) pari a 0,405. Per la deformazione ultima si assume un conveniente valore limite.

Lok e Xiao (1999)

La relazione proposta da Lok e Xiao (1999) è di tipo tri-lineare. Possono essere distinti tre diversi stadi:

$$\sigma_t = f_{cr} \left[2 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cr}} \right) - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cr}} \right)^2 \right] \quad 0 \leq \varepsilon_t \leq \varepsilon_{cr} \quad (5.43)$$

$$\sigma_t = f_{cr} \left[1 - \left(1 - \frac{f_{tf}}{f_{cr}} \right) \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_{cr}}{\varepsilon_{ct} - \varepsilon_{cr}} \right) \right] \quad \varepsilon_{cr} \leq \varepsilon_t \leq \varepsilon_{ct} \quad (5.44)$$

$$\sigma_t = f_{tf} \quad \varepsilon_{ct} \leq \varepsilon_t \leq \varepsilon_{fu} \quad (5.45)$$

Dove f_{cr} può essere determinato da una prova di trazione diretta, o si può calcolare usando la teoria degli spazi o delle miscele (Swamy ed altri 1974).

La resistenza residua e la corrispondente deformazione sono così definiti:

$$f_{tf} = \eta \tau V_f \frac{L_f}{D_f} \quad (5.46)$$

$$\varepsilon_{ct} = \tau \frac{L_f}{D_f} \frac{1}{E_f} \quad (5.47)$$

Con η fattore di orientazione delle fibre che prende in considerazione la distribuzione spaziale delle fibre all'interno della matrice. Si può assumere $\eta=0,5$ (Hannant 1978) o $\eta=0,405$ (Soroushian e Lee 1990). Non viene fissato un valore di deformazione ultima.

Galli, Grimaldi, Rinaldi (2003)

Il comportamento a trazione è descritto da Galli ed altri (2003) con una funzione continua, definita da un tratto lineare seguito da un tratto esponenziale per il comportamento post fessurativo

$$f_t = \alpha(\varepsilon)^{-\xi} \quad (5.48)$$

Con

$$\alpha = \frac{f_{cr}}{(\varepsilon_{cr})^\beta}; \quad \xi = \log_{\sigma_{ad}} \varepsilon_{ad}; \quad \sigma_{ad} = \frac{f_{cr}}{f_{tf}}; \quad \varepsilon_{ad} = \frac{\varepsilon_{cr}}{\varepsilon_{rif}} \quad (5.49)$$

ε_{rif} è un valore di deformazione di riferimento che definisce il comportamento post fessurativo. La resistenza residua f_{tf} è definita dalla Equazione 5.25 dove per τ si assume:

$$\tau = f_{cr} \quad (5.50)$$

Elsaigh, Robberts, Kearsley (2004)

Elsaigh ed altri (2004) propongono la seguente relazione tensione-deformazione.

$$\sigma_t = E_c \varepsilon_t \quad 0 \leq \varepsilon_t \leq \varepsilon_{cr} \quad (5.51)$$

$$\sigma_t = f_{cr} + (f_{tf} - f_{cr}) \frac{(\varepsilon_t - \varepsilon_{cr})}{(\varepsilon_{ct} - \varepsilon_{cr})} \quad \varepsilon_{cr} \leq \varepsilon_t \leq \varepsilon_{ct} \quad (5.52)$$

$$\sigma_t = f_{tf} \left[1 - \frac{(\varepsilon_t - \varepsilon_{ct})}{(\varepsilon_{tu} - \varepsilon_{ct})} \right] \quad \varepsilon_{ct} \leq \varepsilon_t \leq \varepsilon_{fu} \quad (5.53)$$

$$\text{con: } E_c = \frac{f_{cf}}{\varepsilon_{pf}} \quad (5.54)$$

RILEM TC 162-TDF (2003)

Con lo scopo di valutare la resistenza di una sezione il documento RILEM TC 162-TDF (2003) propone la seguente relazione tensione-deformazione a trazione per il calcestruzzo fibrorinforzato. Si deve fare riferimento ai risultati di prove di flessione su tre punti per valutare le resistenze residue.

$$\sigma_1 = 0,7f_{ctm,fl}(1,6-d) \quad (d \text{ in m}) \quad (5.55)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E_c} \quad (5.56)$$

$$\sigma_2 = 0,45f_{R,1}k_h \quad (5.57)$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 + 0,01\% \quad (5.58)$$

$$\sigma_3 = 0,37f_{R,4}k_h \quad (5.59)$$

$$\varepsilon_3 = 2,5\% \quad (5.60)$$

Con $E_c = 9500(f_{fcm})^{1/3}$ e k_h fattore di dimensione (RILEM TC 162-TDF 2003).

CNR-DT 204 (2006)

Il legame costitutivo proposto dal CNR-DT 204 (2006) è caratterizzato da due parametri tensionali f_{Fts} e f_{Ftu} riguardanti rispettivamente il comportamento agli stati limite di esercizio e a quelli ultimi. Questi sono definiti, una volta noti i valori delle resistenze a trazione per flessione equivalenti, dalle seguenti formule:

$$f_{Fts} = 0,45 f_{eq1} \quad (5.61)$$

$$f_{Ftu} = f_{Fts} - \frac{w_u}{w_{i2}} (f_{Fts} - 0,5 f_{eq2} + 0,2 f_{eq1}) \geq 0 \quad (5.62)$$

Dove f_{eq1} e f_{eq2} sono le resistenze residue equivalenti post-fessurative, w_{i2} è il valore medio delle aperture delle fessure corrispondenti agli estremi dell'intervallo in cui è valutato f_{eq2} e w_u è il valore ultimo dell'apertura delle fessura e non può superare il valore massimo di 3 mm nel caso di elementi inflessi. Espressioni simili sono proposte nel caso in cui si fa riferimento a prove di trazione diretta su provini intagliati e non.

Per materiali con comportamento incrudente il documento tecnico indica che non è necessario determinare l'apertura delle fessure in quanto è possibile operare direttamente in termini di tensioni e deformazioni. Questo tipo di legame costitutivo si basa sull'identificazione dell'ampiezza dell'apertura della fessura con la variazione di

lunghezza di una opportuna base, l_{cs} , caratteristica dell'elemento strutturale. La deformazione è assunta pari a:

$$\varepsilon = \frac{w}{l_{cs}} \quad (5.63)$$

5.3.2 Analisi critica

La scelta di un legame costitutivo a trazione che tiene conto dell'effetto delle fibre nel comportamento post-fessurativo è indispensabile per una progettazione ottimale di strutture realizzate in calcestruzzo fibrorinforzato ed eventualmente con armatura tradizionale. È auspicabile che il modello garantisca un significato fisico ad ogni parametro caratterizzante in modo da evitare in fase di progettazione/verifica errori grossolani.

In alcuni modelli proposti in letteratura le variabili coinvolte sono molte e non del tutto ben definite. Come nel caso dei diversi coefficienti introdotti per tenere in dovuto conto la lunghezza delle fibre o la distribuzione non omogenea delle fibre nella matrice. La definizione poi della tensione d'aderenza richiede l'esecuzione di prove specifiche. Attualmente, non sono molte le prove sperimentali sviluppate che hanno definito con chiarezza come varia questa tensione. Altre formule forniscono dei valori piuttosto approssimati non tenendo conto di altri fattori come ad esempio la forma della fibra, l'interfaccia fibra-matrice, la direzione del getto, le modalità di mescolazione e compattazione del calcestruzzo fresco che influenzano la dispersione delle fibre nella matrice ed il loro orientamento.

Inoltre, la maggior parte dei legami costitutivi a trazione proposti sono stati validati da ciascun autore con il confronto con i propri risultati sperimentali.

È difficile trovare in letteratura confronti teorico-sperimentali che siano in grado di quantificare l'affidabilità del modello sulla base di un criterio omogeneo. Anche in questo caso specifico il confronto incrociato tra curve sperimentali disponibili in letteratura e quelle teoriche ottenute applicando i diversi modelli può permettere di validare/invalidare le relazioni proposte nel predire il comportamento reale a trazione dei calcestruzzi fibrorinforzati.

L'approccio di tipo prestazionale, proposto dalle linee guida, che identifica

sperimentalmente la curva costitutiva a trazione attraverso opportune prove su campioni di calcestruzzo fibrorinforzato è forse quello più affidabile in caso di progettazione/verifica.

5.4 Conclusioni

Le relazioni tensione-deformazione a compressione analizzate in questo studio sono basate su equazioni simili a quelle utilizzate per i calcestruzzi ordinari ma la resistenza a compressione e la deformazione corrispondente alla tensione massima sono valutate in base ad equazioni empiriche. Nello specifico, è possibile calcolare i valori di resistenza e la deformazione corrispondente al picco di tensione aggiungendo un fattore adimensionale, legato alla percentuale di fibre ed alle caratteristiche delle fibre, ai valori di resistenza a compressione e di deformazione corrispondente al picco di tensione del calcestruzzo di base.

Ogni modello rappresenta con sufficiente approssimazione i propri dati sperimentali in base ai quali è stata implementata la modellazione. Questi modelli non mostrano lo stesso grado di accuratezza quando applicati ad altri dati sperimentali. In generale, il modello di Barros e Figueiras (1999) rappresenta sufficientemente bene il comportamento a compressione dei calcestruzzi fibrorinforzati.

Lo sviluppo di successive analisi sul comportamento a compressione del calcestruzzo fibrorinforzato permetteranno di far emergere tutte le proprietà di questo materiale in modo da ottimizzare la definizione di un legame costitutivo a compressione indispensabile per la progettazione strutturale.

Ulteriori analisi basate anche su un confronto teorico-sperimentale sul comportamento a trazione del calcestruzzo fibrorinforzato permetteranno di validare/invalidare le relazioni proposte in letteratura e nelle linee guida.

CAPITOLO 6

MODELLAZIONE NUMERICA, RISULTATI, CONFRONTI

6.1 Introduzione

Sia le ricerche sperimentali quanto le analisi numeriche complementari sono utili per trarre indicazioni sul comportamento a flessione dei calcestruzzi fibrorinforzati al variare di alcuni parametri fondamentali, quali tipo e percentuali in volume di fibre.

In un approccio di tipo sperimentale è possibile riprodurre, attraverso prove di flessione, su tre o quattro punti, su modelli tridimensionali il reale comportamento del sistema durante l'evolvere delle varie fasi di carico, ed ottenere così indicazioni indispensabili sull'andamento della relazione carico-spostamento, carico-apertura della fessura all'apice ed al lembo inferiore dell'intaglio, nel caso di provini intagliati, e sui valori del carico di prima fessurazione, del carico massimo e di quello residuo e dell'energia di frattura oltre che indicazioni sullo sviluppo del quadro fessurativo.

Questi dati risultano utili per le operazioni che mirano a definire e calibrare un modello di calcolo computazionale in grado di rappresentare i risultati ottenuti sperimentalmente. I provini, con le stesse dimensioni e caratteristiche, di quelli testati sperimentalmente possono essere modellati utilizzando codici specialistici agli elementi finiti quali Lusas, Diana, Abaqus. Nell'approccio numerico è necessario ridurre il numero dei gradi di libertà del sistema per contenere il più possibile i tempi di calcolo ed ottenere nello stesso tempo, senza eccessiva approssimazione, soluzioni consistenti e rappresentative del reale comportamento. Il problema tridimensionale, per

la particolare condizione di vincolo e di carico oltre che del conseguente stato tensionale e deformativo indotto, può essere descritto anche da un modello piano, in cui una direzione non è rilevante per il particolare stato di tensione o di deformazione. Questo modello si basa sull'analisi di uno stato piano di tensione oppure su quella di uno stato piano di deformazione.

Il comportamento dei calcestruzzi in generale ed in particolare di quelli fibrorinforzati può essere simulato mediante diversi approcci come quello a fessura discreta (*Discrete crack*) o quello a fessura diffusa (*Smearred crack*). Il primo approccio è usato per simulare il comportamento di elementi in cui la frattura è regolata dalla formazione di un piccolo numero di fessure con un percorso che può essere facilmente previsto. L'elemento può essere trattato come una serie di sottodomini uniti, lungo il percorso di fessurazione, da speciali elementi d'interfaccia. La modellazione delle fessure viene effettuata mediante la separazione dei punti nodali che inizialmente occupavano la stessa posizione iniziale. La parte continua invece viene modellata utilizzando la meccanica del continuo classica. La fessurazione si manifesta non appena viene superata la resistenza a trazione del materiale in un particolare nodo dell'elemento finito e si propaga tenendo conto del legame sforzo-apertura della fessura del calcestruzzo fessurato scelto. L'approccio a fessurazione diffusa prevede che la fessurazione inizi, quando la massima tensione principale in un punto supera la resistenza a trazione e che la fessurazione sia concentrata nei punti di integrazione all'interno degli elementi, dove la relazione tensione-deformazione viene modificata per tenere conto della diminuzione di rigidità e di resistenza conseguenti. Il comportamento post-picco è regolato dal diagramma *tension-softening* e dall'energia di frattura G_f . Alcune recenti analisi numeriche (Ferrara ed altri 1999) hanno evidenziato che tutte e due gli approcci, utilizzati per modellare una prova di spacco con cuneo, forniscono soluzioni affidabili e rappresentative del comportamento a trazione del calcestruzzo.

Definito il modello numerico, il confronto tra la risposta sperimentale e quella numerica permette di verificarne l'attendibilità. Una volta accertata l'affidabilità del modello, la procedura numerica può essere utilizzata anche per analisi di tipo parametrico.

Nell'ambito della ricerca sviluppata sulle proprietà meccaniche e a frattura dei calcestruzzi fibrorinforzati, l'indagine sperimentale è stata affiancata da un'analisi

numerica, rivolta a riprodurre il comportamento a flessione osservato sperimentalmente. Le simulazioni sono state eseguite con il programma specialistico agli elementi finiti LUSAS 13.8.

Le prove di flessione su quattro punti, della seconda serie di prove sperimentali, sono state simulate con analisi agli elementi finiti a stato piano di sforzo. È stato utilizzato il *multi crack concrete model* per simulare il comportamento del materiale.

6.2 Modello costitutivo del materiale: *Multi crack concrete model*

Le difficoltà relative alla modellazione di un calcestruzzo ordinario in generale e di quello fibrorinforzato in particolare sono molteplici. Queste includono: l'aumento degli sforzi deviatorici con un maggior confinamento triassiale; il comportamento non lineare a compressione; la perdita di resistenza a trazione con lo schiacciamento del calcestruzzo; il comportamento di tipo softening a trazione; l'ingranamento degli inerti; l'apertura e la chiusura di fessure con il movimento della superficie di fessura tangenziale e normale. Il modello sviluppato da Jefferson (2002) ed implementato nel LUSAS coglie questi aspetti. Nello specifico, gli elementi essenziali di questo modello possono essere così sintetizzati:

- Una relazione tensione-deformazione locale, che è un modello di danneggiamento-contatto.
- Una funzione dalla quale si possono computare le deformazioni locali in modo da soddisfare le relazioni costitutive locali e globali. Questa funzione è definita funzione totale-globale.
- Una componente di plasticità triassiale per simulare l'attrito e l'aumento degli sforzi con il confinamento triassiale.
- Una relazione tensione-deformazione globale termodinamicamente consistente.

Tensioni e deformazioni globali e locali

La relazione tensione-deformazione globale è data dalla seguente formula:

$$\underline{\sigma} = \underline{D}_e \left(\left(\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_p \right) - \sum_{j=1}^{n_p} \underline{N}_j^T \left(\underline{I} - \underline{M}_{x_j} \right) \underline{e}_j \right) \quad (6.1)$$

Dove $\underline{\underline{D}}_e$ è il tensore elastico, $\underline{\sigma}$ il vettore delle tensioni, $\underline{\varepsilon}$ il vettore delle deformazioni e $\underline{\varepsilon}_p$ il vettore delle deformazioni plastiche, n_p il numero dei piani di danneggiamento, $\underline{\underline{M}}_x$ la matrice locale di danneggiamento-contatto, e \underline{e} le deformazioni effettive locali.

La Figura 6.1 mostra il POD (*Plane of degradation*) dove sono definite le coordinate del sistema locale e globale.

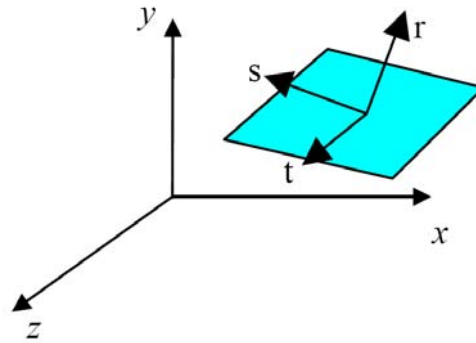


Fig. 6.1 POD: coordinate del sistema locale e globale.

Le tensioni locali (\underline{s}) sono legate a quelle globali ($\underline{\sigma}$) da:

$$\underline{s}_i = \underline{\underline{N}}_i \underline{\sigma} \quad (6.2)$$

Dove il pedice “i” indica il numero di POD.

$$\underline{s} = [s_r, s_s, s_t]^T \quad (6.3)$$

$$\underline{\sigma} = [\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}]^T \quad (6.4)$$

$$\underline{\underline{N}} = \begin{bmatrix} r_1^2 & r_2^2 & r_3^2 & 2r_1r_2 & 2r_2r_3 & 2r_1r_3 \\ s_1^2 & s_2^2 & s_3^2 & 2s_1s_2 & 2s_2s_3 & 2s_1s_3 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 & 2t_1t_2 & 2t_2t_3 & 2t_1t_3 \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

r_1, r_2, r_3 sono le componenti x, y e z del vettore unitario \underline{r}_d , normale alla superficie del POD, simili sono anche \underline{s}_d e \underline{t}_d , questi vettori nel piano formano un sistema ortogonale. \underline{s}_d ha la stessa direzione tangenziale dei micro-piani, in questi le direzioni sono scelte ortogonalmente a \underline{r}_d .

Le tensioni locali sono legate alle tensioni normali e tangenziali principali sul POD come di seguito riportate:

$$\sigma_n = s_r \quad (6.6)$$

$$\tau = \sqrt{s_s^2 + s_t^2} \quad (6.7)$$

I vettori delle deformazioni locali effettive e totali globali sono:

$$\underline{e} = [e_r \quad e_s \quad e_t]^T \quad (6.8)$$

$$\underline{\varepsilon} = [\varepsilon_{xx} \quad \varepsilon_{yy} \quad \varepsilon_{zz} \quad \gamma_{xy} \quad \gamma_{yz} \quad \gamma_{xz}]^T \quad (6.9)$$

Le relazioni tra tensioni globali e deformazioni elastiche sono date dalle seguenti:

$$\underline{\sigma} = \underline{\underline{D}}_e \underline{\varepsilon}_e \quad (6.10)$$

$$\underline{\varepsilon}_e = \underline{\underline{C}}_e \underline{\sigma} \quad (6.11)$$

Dove $\underline{\underline{D}}_e$ e $\underline{\underline{C}}_e$ sono matrici di costanti elastiche (6x6)

Le relazioni elastiche locali sono date da:

$$\underline{s} = \underline{\underline{D}}_L \underline{e}_e \quad (6.12)$$

$$\underline{e}_e = \underline{\underline{C}}_L \underline{s} \quad (6.13)$$

Dove

$$\underline{\underline{D}}_L = \begin{bmatrix} E_n & 0 & 0 \\ 0 & E_\tau & 0 \\ 0 & 0 & E_\tau \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

$$\underline{\underline{C}}_L = \begin{bmatrix} 1/E_n & 0 & 0 \\ 0 & 1/E_\tau & 0 \\ 0 & 0 & 1/E_\tau \end{bmatrix} \quad (6.15)$$

La relazione tra le deformazioni locali effettive \underline{e} e le tensioni locali è data da:

$$\underline{s}_i = \underline{\underline{D}}_L \underline{\underline{M}}_{x_j} \underline{e}_i = \underline{\underline{D}}_{Ls_j} \underline{e}_i \quad (6.16)$$

Dove $\underline{\underline{M}}_x$ è la matrice di danneggiamento-contatto.

La componente a “frattura” delle deformazioni locali si ottiene da:

$$\underline{e}_{f_i} = \left(\underline{\underline{M}}_{x_i}^{-1} - \underline{\underline{I}} \right) \underline{\underline{C}}_L \underline{s}_i = \left(\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{M}}_{x_i} \right) \underline{e}_i = \underline{\underline{C}}_{Lsf_i} \underline{s}_i \quad (6.17)$$

Relazioni di danneggiamento-contatto locali

Tre differenti stati di contatto sono definiti per un piano di fessura: *open state* (aperto); *closed state* (chiuso); *interlock state* (ingranamento) (Fig. 6.2). Le evidenze sperimentali suggeriscono che una volta che si è formata una fessura su un piano, il

contatto può essere ritrovato grazie allo scorrimento tangenziale o normale e la superficie di contatto può inoltre essere simulata con una funzione lineare nello spazio delle deformazioni, come mostrato in Figura 6.2.

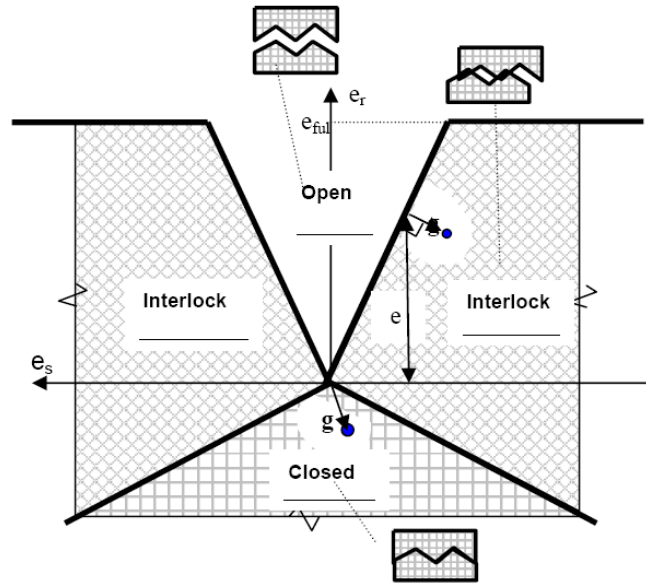


Fig. 6.2. Stati di contatto locali.

Nell'*open state* la tensione nella componente di delaminazione è nulla. Nell'*interlock state* la tensione di sfilamento è derivata da una legge di contatto nella quale la tensione si assume dipendente dalla distanza (in termini di deformazioni locali) dalla superficie di contatto che è definita dal vettore \underline{g} . Nel *closed state* \underline{g} è uguale al vettore delle deformazioni locali finché i punti di contatto coincidono con l'origine dello spazio delle deformazioni locali. Le funzioni, di chiusura e ingranamento, sono usate per identificare quale stato è attivo:

$$\phi_{\text{int}}(\underline{e}) = m_g e_r - \sqrt{e_s^2 + e_t^2} \quad (6.18)$$

$$\phi_{\text{cl}}(\underline{e}) = e_r + m_g \sqrt{e_s^2 + e_t^2} \quad (6.19)$$

Se $\phi_{\text{cl}}(\underline{e}) \leq 0$ *closed state*

Se $\phi_{\text{cl}}(\underline{e}) > 0$ e $\phi_{\text{int}}(\underline{e}) < 0$ e $e_r < e_{\text{ful}}$ *interlock state*

Se $\phi_{\text{int}}(\underline{e}) \geq 0$ o $e_r \geq e_{\text{ful}}$ *open state*

La costante m_g può essere ottenuta da dati sperimentali su prove dove una forza tagliante è applicata ad una fessura aperta. Generalmente si assume $m_g=0,425$, ma è

considerato 0,3-0,6 un *range* ragionevole per calcestruzzi ordinari.

Si assume che c'è una deformazione di apertura della fessura oltre la quale non c'è più contatto ed è definita e_{ful} . In questo modello e_{ful} è un multiplo di ε_o ($e_{ful}=m_{ful} \varepsilon_o$). I test suggeriscono che quando un calcestruzzo contiene aggregati di grandi dimensioni (20-30 mm) si può assumere $m_{ful}=10-20$, nel caso in cui contiene aggregati di piccole dimensioni (5-8 mm) si può assumere invece $m_{ful}=3-5$.

Funzione di evoluzione del danneggiamento pre e post picco omogenea

Man mano che le fessure si aprono la porzione di materiale che può rientrare in contatto si riduce. La funzione di evoluzione del danneggiamento migliora la *performance* numerica del modello. È stata introdotta, in questo modello, una curva esponenziale degradante continua ed omogenea nel passaggio tra stato non danneggiato e danneggiato e tra la regione prima del picco e dopo. Si assume che il materiale può avere un andamento di tipo *softening* sotto carichi positivi in ogni direzione predefinita di fessurazione.

La funzione che è rappresentata in Figura 6.3, in termini di tensione di frattura f_s e dal parametro di deformazione ζ , ha, come parametri di controllo, la tensione di prima fessurazione f_{ti} , la deformazione associata ε_{ti} , la resistenza uniassiale f_t , la deformazione corrispondente al valore di picco della tensione ε_k e la deformazione alla fine della curva ε_o . La funzione base è la seguente:

$$f_s = f_{ti} \cdot \text{func}(\zeta) = (1 - \omega(\zeta))E\zeta \tag{6.20}$$

Con

$$\omega = 1 - \frac{\varepsilon_{ti}}{\zeta} e^{-c_1 \eta} \left(a - b e^{-c_1 m \eta} - c e^{-c_1 p \eta} \right) \tag{6.21}$$

La forma usata per derivare le costanti è la relazione diretta tra f_s :

$$f_s = f_{ti} e^{-c_1 \eta} \left(a - b e^{-c_1 m \eta} - c e^{-c_1 p \eta} \right) \tag{6.22}$$

Dove $\eta = \frac{\zeta - \varepsilon_{ti}}{\varepsilon_o - \varepsilon_{ti}}$

Con $c_1=p=5$. Le costanti a, b, c ed m sono determinate dalle seguenti quattro condizioni:

$$f_s = f_{ti} \quad a \quad \eta = 0 \tag{6.23}$$

$$\frac{\partial f_s}{\partial \zeta} = E \quad \text{a} \quad \eta = 0 \quad (6.24)$$

$$f_s = f_t \quad \text{a} \quad \eta = \eta_k \quad (6.25)$$

$$\frac{\partial f_s}{\partial \eta} = 0 \quad \text{a} \quad \eta = \eta_k \quad (6.26)$$

Dove E è il modulo di Young e η_k è η quando $\zeta = \zeta_k$.

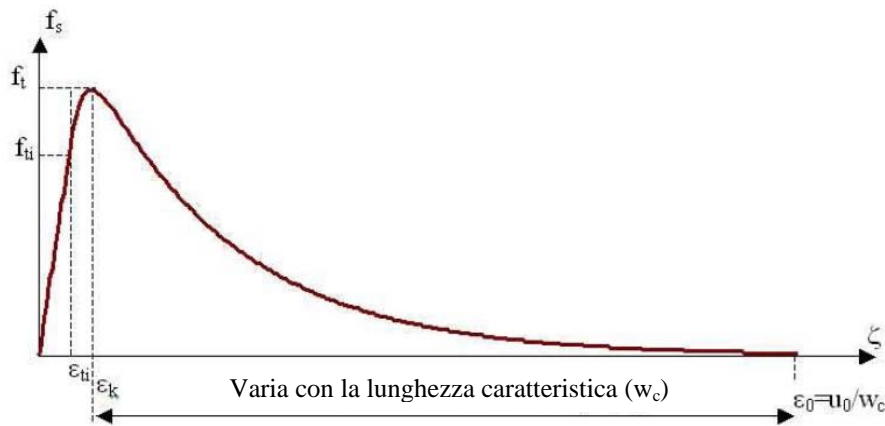


Fig. 6.3. Funzione di evoluzione del danneggiamento.

E' possibile scegliere tra due diversi tipi di modelli: quali fessurazione localizzata o distribuita. Se il valore ϵ_0 , deformazione finale della curva di *softening*, è posto uguale a zero questo verrà così calcolato:

$$\epsilon_0 \approx \frac{5G_f}{w_c f_t} \quad (6.27)$$

Se viene fissato il valore di ϵ_0 allora l'energia di frattura G_f verrà ignorata.

Un POD si forma in direzione normale agli assi principali quando le tensioni principali raggiungono la tensione di fessurazione (f_t).

Si assume che il danneggiamento nel piano avviene sia per deformazione normali che tangenziali. La Figura 6.4 mostra la superficie di danneggiamento (*damage surface*).

La superficie di danneggiamento è data da

$$\phi(\mathbf{e}, \zeta) = \frac{e_r}{2} \left[1 + \left(\frac{\mu_\epsilon}{r_\zeta} \right)^2 \right] + \frac{1}{2r_\zeta^2} \sqrt{(r_\zeta^2 - \mu_\epsilon^2) e_r^2 + 4r_\zeta^2 (e_s^2 + e_t^2)} - \zeta \quad (6.28)$$

Le costanti dei materiali r_ζ e μ_ϵ sono le deformazioni equivalenti delle relative

intercette della tensione tagliante $r_\sigma=c/f_t$ e del fattore di attrito asintotico μ , e c è l'intercetta della tensione tagliante. Queste, si assumono rispettivamente pari a 0,8 e 0,5.

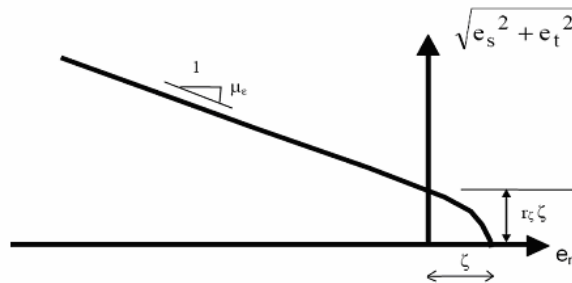


Fig. 6.4. Superficie di danno locale.

Comportamento triassiale

Prove sperimentali a compressione sul calcestruzzo hanno mostrato diversi aspetti salienti quali:

- Significativa non-linearità fino al picco di tensione seguito da un tratto di *softening* post-picco.
- Aumento delle tensioni deviatoriche con il confinamento triassiale.
- Comportamento lineare allo scarico-ricarico fino nel range del post-picco eccetto per alte pressioni di confinamento.

E' inclusa in questo modello una componente plastica. Il modello include *hardening* e *softening* per prendere in considerazione il comportamento non-lineare pre e post-picco e usa il lavoro di *hardening*. Il modello include inoltre un parametro di dilatazione. L'accuratezza del modello si riduce per gli stati di tensione con alto confinamento triassiale, poiché il modello non simula la non linearità per stati di compressione idrostatica e la funzione di snervamento ha raggiunto il culmine.

Funzioni di rottura e snervamento

La funzione di snervamento adotta lo stesso meridiano nello spazio delle tensioni ottaedrico, per evitare di avere discontinuità nel *pi-plane*, come nella superficie di Lubliner è impiegata la funzione omogenea di William e Warnken (1975). Questa funzione omogenea si semplifica se il parametro di eccentricità (ρ) si assume pari ad un valore costante di $1/\sqrt{2}$. La funzione risultante è:

$$F(\underline{\sigma}, Z(\kappa)) = \sqrt{J_2} \cdot A_r(\theta) + \left(\alpha + \frac{\gamma}{3} \right) I_1 Z - f_c Z (1 - \alpha) \quad (6.29)$$

dove

$$A_r(\theta) = \rho_c \left(\frac{2 \cos(\theta)^2 + b^2}{\cos(\theta) + b \sqrt{2 \cos(\theta)^2 + c}} \right) \quad (6.30)$$

E I_1 è il primo invariante delle tensioni, J_2 è il secondo invariante deviatorico, θ è l'angolo Lode (con un *range* tra 0° e 60°) e Z è un fattore di attrito di *hardening*, che è una funzione del parametro del lavoro di *hardening* κ . Z varia da un valore di 0, al quale la superficie di snervamento degenera in una linea sull'asse idrostatico, fino ad 1 alla posizione di picco della superficie. La posizione iniziale della superficie di snervamento è governata dal valore iniziale di $Z=Z_0$. Per la maggior parte delle situazioni nelle quali il grado di confinamento triassiale è relativamente basso, si può considerare appropriato per Z_0 un valore tra 0,5 e 0,6 tuttavia, per confinamenti più alti si preferisce un valore più basso pari a 0,25. I parametri dei materiali richiesti per definire le costanti sono la resistenza a compressione uniassiale f_c e la stima tra la resistenza biassiale ed uniassiale b_r , la quale varia nel *range* tra 1,05 e 1,3. Le costanti nell'Equazione 6.29 possono così essere ottenute:

$$\alpha = \frac{b_r - 1}{2b_r - 1} \quad (6.31)$$

$$b = \sqrt{2} - 1 \quad (6.32)$$

$$c = \frac{5}{2} - 2\sqrt{2} \quad (6.33)$$

$$\rho = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (6.34)$$

$$\gamma = \frac{3(1-\rho)}{2\rho-1} \quad (6.35)$$

$$\rho_c = \sqrt{3} + \frac{\gamma}{\sqrt{3}} \quad (6.36)$$

Potenziale plastico e legge di flusso

La funzione di potenziale plastico mostrata di seguito (Eq. 6.37) si ottiene direttamente dall'equazione 6.29, ma un altro parametro (ψ) è utilizzato per controllare il grado di dilatazione. Il flusso associato è raggiunto se $\psi=1$, generalmente si può assumere per ψ

un valore tra -0,1 e -0,3 per rappresentare i dati sperimentali. Generalmente si assume $\psi=-0,1$ ma per alti gradi di confinamento triassiale si assume $\psi=-0,3$.

$$G(\underline{\sigma}, Z(\kappa)) = \sqrt{J_2} A_r(\theta) + \left(\alpha + \frac{\gamma}{3} \right) I_1 Z \psi - f_c Z \psi (1 - \alpha) \quad (6.37)$$

La legge di flusso si deriva dal potenziale plastico.

$$\dot{\underline{\varepsilon}}_p = \frac{\partial G}{\partial \underline{\sigma}} \dot{\lambda} \quad (6.38)$$

Dove λ è un moltiplicatore plastico, tale che $\dot{\lambda} \geq 0$. La restrizione su ψ può essere espressa così:

$$\underline{\sigma}^T \frac{\partial G}{\partial \underline{\sigma}} \geq 0 \quad (6.39)$$

Ed è soddisfatta se $\psi > 1$.

Relazioni di hardening/softening

Una ipotesi di lavoro *hardening* è fornita da questo modello e si assume che la quantità di lavoro per raggiungere la tensione di picco aumenta con la tensione media, secondo il parametro X. Questo parametro svolge essenzialmente lo stesso ruolo del parametro di duttilità. Il parametro di lavoro *hardening* è dato da:

$$\dot{\kappa} = X(\underline{\sigma}) \underline{\sigma}^T \dot{\underline{\varepsilon}}_p \quad (6.40)$$

E' stata adottata una funzione di attrito hardening/softening per Z, la quale dà una transizione omogenea tra il comportamento pre e post picco.

$$Z = Z_0 + \frac{(1 - Z_0)}{a_c} e^{-c_{c1}\eta} (1 - e^{-c_{c2}\eta}) \quad (6.41)$$

Dove $\eta = \kappa / \kappa_p$, κ_p valore di κ di picco della superficie di snervamento. Per garantire che il picco sia raggiunto quando $Z=1$, le costanti dell'equazione 6.41 devono soddisfare le

seguenti relazioni $c_{c1} = \frac{c_{c2} e^{-c_{c2}}}{1 - e^{-c_{c2}}}$ e $a_c = e^{-c_{c1}} (1 - e^{-c_{c2}})$. I valori usati sono $c_{c2}=5$,

$c_{c1}=0,0339182745$ e $a_c=0,9601372615$. La seguente espressione è usata per κ_p :

$$\kappa_p = f_c \left(0,72 \varepsilon_c - \frac{f_c}{2E} \right) \quad (6.42)$$

Nella quale ε_c è la deformazione uniassiale a compressione corrispondente al picco della tensione uniassiale a compressione (f_c). L'espressione usata per il fattore di

accrescimento è la seguente:

$$X = e^{\chi} + e^{\chi-1} + X_I \quad (6.43)$$

dove

$$\chi = \frac{I_1}{0,9f_c} + 0,55 \quad (6.44)$$

$$X_I = 0,0022 \quad (6.45)$$

6.3 Discretizzazione e tipo di elemento finito

In questo studio, si è assunto che la variazione di tensione normale e tangenziale dirette nel piano normale al piano definito dall'elemento continuo bidimensionale siano trascurabili ($\sigma_z = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0$).

Per la definizione del modello si sono utilizzati elementi continui bidimensionali. Questi tipi di elementi sono disponibili in forma triangolare, a 3 e a 6 nodi, e in forma quadrilatera, a 4 e a 8 nodi. I gradi di libertà per ogni nodo sono: u , v . L'elemento è definito attraverso le sole coordinate x , y di ciascun nodo.

L'elemento continuo 2-D può essere efficacemente utilizzato per schematizzare sistemi in cui il materiale ha un comportamento non lineare e supporta il legame *multi crack concrete model*, che modella il comportamento non lineare del calcestruzzo. Nel caso specifico, trattandosi di un problema in cui predomina il comportamento non lineare del materiale, si è scelto, fra gli elementi continui disponibili, l'elemento triangolare a 6-nodi chiamato TPM6 (Fig. 6.5).

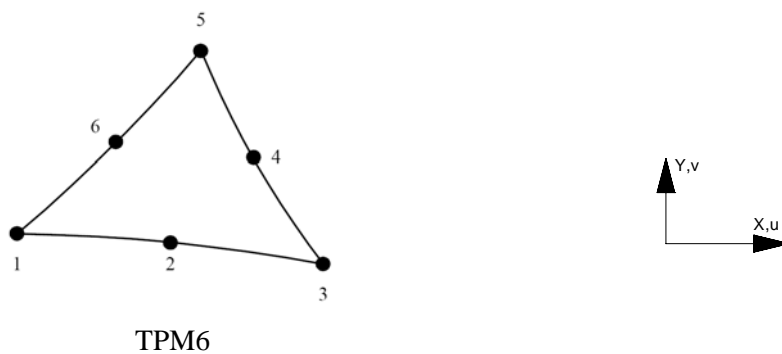


Fig. 6.5. Elemento continuo 2-D a 6 nodi.

Lo schema statico di riferimento è quello di trave su due appoggi caricata con due forze (P) disposte simmetricamente rispetto alla sezione di mezzeria ad una mutua distanza di 150 mm. La lunghezza totale dei provini è di 600 mm, mentre la luce di appoggio è di 450 mm. Nella mezzeria del provino è presente un intaglio di profondità di 45 mm e larghezza tra 3 mm e 5 mm. Nell'analisi numerica si è fatto riferimento ad un valore medio di 4 mm per la larghezza dell'intaglio.

Vista la simmetria del sistema, geometrica e di carico, l'analisi numerica è stata eseguita su uno schema statico tale da sfruttare queste proprietà. È stato, quindi, modellato mezzo provino con l'ipotesi di vincolo di appoggio ad un'estremità e doppio pendolo ad asse orizzontale nella sezione di mezzeria.

La lunghezza del prisma modellato è di 300 mm. La distanza tra la sezione di estremità del prisma e quella d'appoggio è di 75 mm e la distanza tra la sezione di mezzeria e quella di carico è di 75 mm.

Con questa assunzione, la risposta numerica ottenuta, in termini di carico massimo, rappresenta la metà di quello sopportato dall'intero provino, mentre lo spostamento ottenuto corrisponde a quello reale.

La Figura 6.6, mostra la *mesh* ad elementi finiti generata sullo schema statico descritto.

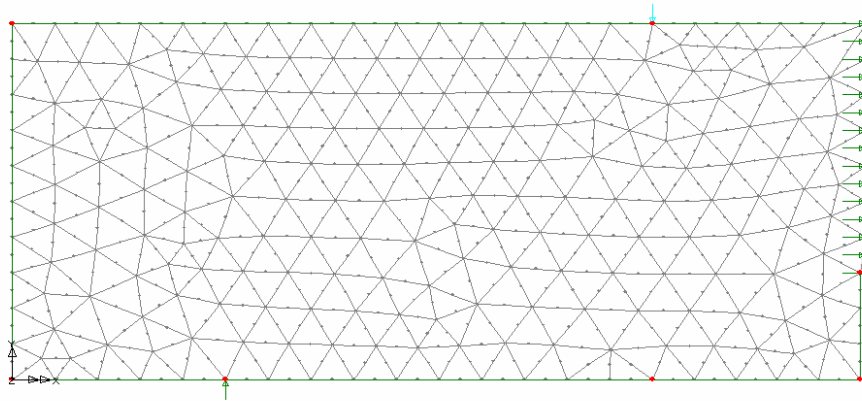


Fig. 6.6. Discretizzazione ad elementi finiti e *mesh*.

6.4 Parametri di input

6.4.1 Calcestruzzo fibrorinforzato: proprietà elastiche lineari

I valori delle resistenze a trazione (f_t) e a compressione (f_c) utilizzati negli sviluppi numerici sono stati determinati da prove sperimentali eseguite a 28 giorni di stagionatura sui provini cubici, cilindrici e prismatici di dimensioni opportune, secondo quanto indicato dalla normativa vigente di riferimento. In particolare, per la determinazione della resistenza a compressione assiale si sono eseguite prove a schiacciamento su provini cilindrici. La resistenza a trazione uniassiale è stata determinata dalla resistenza a trazione indiretta. Si sono eseguite prove di flessione su quattro punti su provini prismatici intagliati. Il modulo elastico (E_c) è quello che ha fornito la migliore approssimazione della fase iniziale della curva sperimentale verificando sempre che:

$$E_c > 1,2 \frac{f_c}{\varepsilon_c} \quad (6.46)$$

Si è assunto per il coefficiente di Poisson il valore di $\nu = 0,15$.

6.4.2 Calcestruzzo fibrorinforzato: comportamento non lineare

Per modellare il comportamento post-picco di tipo *softening* si è scelto il modello, a fessurazione localizzata, suggerito dal programma per calcestruzzi non rinforzati con armatura tradizionale. La curva base di *softening* è controllata dall'energia di frattura che dipende dalle dimensioni dell'elemento. È stato settato a zero il valore della deformazione alla fine effettiva della curva di *softening*, mentre è stato fornito un valore positivo dell'energia di frattura. Il valore da assegnare a G_f in fase di input è fortemente influenzato dal tipo di comportamento che ci si aspetta ed in parte dalla dimensione della *mesh*.

Gli altri parametri utili per l'analisi agli elementi finiti sono stati così calibrati:

Rapporto tra tensione biassiale e uniassiale (*Biaxial to uniaxial stress ratio*) = 1,15;

Posizione iniziale relativa alla posizione della superficie di snervamento (*Initial relative position of yield surface*) = 0,6;

Fattore di dilatazione (*Dilatancy factor*) = - 0,1;

Costante nella funzione di ingranamento (*Constant in interlock state function*) = 0,425;

Moltiplicatore di contatto su ε_0 (*Contact multiplier on ε_0*) = 0,5;

Moltiplicatore di contatto finale su ε_0 (*Final contact multiplier on ε_0*) = 5;

Intercetta della resistenza a trazione (*Shear intercept to tensile strength*) = 1,25;

Pendenza dell'asintoto per danneggiamento (*Slope of friction asymptote for damage*) = 1;

Angolo limite tra due piani di fessura (*Angular limit between crack planes*) = 1.

6.5 Procedura d'analisi

6.5.1 Equazione di base degli elementi finiti

Si consideri l'equilibrio di un corpo generico tridimensionale soggetto alle seguenti forze:

\underline{t} : forze di superficie;

\underline{f} : forze gravitazionali;

\underline{F} : forze concentrate.

Il corpo, sotto l'azione di queste forze generiche, subirà, rispetto alla sua configurazione iniziale, uno spostamento \underline{u} , che darà origine a deformazioni $\underline{\varepsilon}$ e corrispondenti tensioni $\underline{\sigma}$.

Applicando il principio dei lavori virtuali si possono determinare le equazioni che governano l'equilibrio. Questo principio asserisce che in un sistema deformabile in equilibrio, il lavoro virtuale interno deve essere uguale al lavoro virtuale esterno per qualsiasi insieme di spostamenti virtuali $\underline{\delta u}$ finiti e compatibili con la continuità interna del corpo.

$$\int_V \delta \underline{\varepsilon}^T \underline{\sigma} \, dV = \int_V \delta \underline{u}^T \underline{f} \, dV + \int_S \delta \underline{u}^T \underline{t} \, dS + \sum \delta \underline{u}^T \underline{F} \quad (6.47)$$

dove $\delta \underline{\varepsilon}$ sono le deformazioni virtuali corrispondenti allo spostamento virtuale $\delta \underline{u}$.

Nell'ambito di un'analisi agli elementi finiti, il corpo continuo è suddiviso in un

numero n di elementi discreti interconnessi ai punti nodali. Gli spostamenti all'interno di ciascun elemento discreto sono interpolati dagli spostamenti nodali corrispondenti all'elemento in esame. Per un elemento e :

$$\underline{\mathbf{u}}^{(e)} = \underline{\mathbf{N}}^{(e)} \underline{\mathbf{a}}^{(e)} \quad (6.48)$$

dove $\underline{\mathbf{N}}^{(e)}$ è la matrice di funzione di forma o di interpolazione dello spostamento ed $\underline{\mathbf{a}}^{(e)}$ è il vettore degli spostamenti nodali.

Le deformazioni $\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(e)}$ di ciascun elemento e e gli spostamenti $\underline{\mathbf{a}}^{(e)}$ sono legati dalla relazione:

$$\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(e)} = \underline{\mathbf{B}}^{(e)} \underline{\mathbf{a}}^{(e)} \quad (6.49)$$

in cui $\underline{\mathbf{B}}$ è la matrice che lega spostamenti-deformazioni.

Nel caso di legame elastico lineare, le tensioni interne $\underline{\boldsymbol{\sigma}}$ dell'elemento finito sono legate alle deformazioni attraverso la seguente relazione costitutiva:

$$\underline{\boldsymbol{\sigma}}^{(e)} = \underline{\mathbf{D}}^{(e)} (\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(e)} - \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_0^{(e)}) + \underline{\boldsymbol{\sigma}}_0^{(e)} \quad (6.50)$$

In cui $\underline{\mathbf{D}}^{(e)}$ è la matrice delle costanti elastiche e $\underline{\boldsymbol{\sigma}}_0^{(e)}$ ed $\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_0^{(e)}$ sono, rispettivamente, le tensioni e le deformazioni iniziali.

Quindi, attraverso le relazioni (6.48), (6.49) e (6.50) l'equazione dei lavori virtuali (6.47) può essere discretizzata, ottenendo:

$$\begin{aligned} & \sum_{e=1}^n \delta \underline{\mathbf{a}}^T \int_V \underline{\mathbf{B}}^{(e)T} \underline{\mathbf{D}}^{(e)} \underline{\mathbf{B}}^{(e)} dV \delta \underline{\mathbf{a}} = \\ & = \delta \underline{\mathbf{a}}^T \left[\sum_{e=1}^n \int_V \underline{\mathbf{N}}^{(e)T} \underline{\mathbf{f}}^{(e)} dV + \sum_{e=1}^n \int_S \underline{\mathbf{N}}^{(e)T} \underline{\mathbf{t}}^{(e)} dS - \sum_{e=1}^n \int_V \underline{\mathbf{B}}^{(e)T} (\underline{\boldsymbol{\sigma}}_0^{(e)} - \underline{\mathbf{D}}^{(e)} \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_0^{(e)}) dV + \mathbf{F} \right] \quad (6.51) \end{aligned}$$

Applicando il teorema degli spostamenti virtuali, le equazioni di equilibrio degli elementi assemblati diventano:

$$\underline{\mathbf{K}} \underline{\mathbf{a}} = \underline{\mathbf{R}} \quad (6.52)$$

dove $\underline{\mathbf{K}}$ è la matrice di rigidezza della struttura definita come:

$$\underline{\mathbf{K}} = \sum_{e=1}^n \int_V \underline{\mathbf{B}}^{(e)T} \underline{\mathbf{D}}^{(e)} \underline{\mathbf{B}}^{(e)} dV \quad (6.53)$$

ed $\underline{\mathbf{R}}$ è il vettore dei carichi nodali:

$$\underline{\mathbf{R}} = \underline{\mathbf{R}}_b + \underline{\mathbf{R}}_s - \underline{\mathbf{R}}_0 + \underline{\mathbf{R}}_c \quad (6.54)$$

in cui:

$$\underline{\mathbf{R}}_b = \sum_{e=1}^n \int_V \underline{\mathbf{N}}^{(e)T} \underline{\mathbf{f}}^{(e)} dV \quad \text{carichi gravitazionali} \quad (6.55)$$

$$\underline{\mathbf{R}}_s = \sum_{e=1}^n \underline{\mathbf{N}}_s^{(e)T} \underline{\mathbf{t}}^{(e)} dS \quad \text{carichi di superficie} \quad (6.56)$$

$$\underline{\mathbf{R}}_0 = \sum_{e=1}^n \int_V \underline{\mathbf{B}}^{(e)T} \left(\underline{\boldsymbol{\sigma}}_0^{(e)} - \underline{\mathbf{D}}^{(e)} \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_0^{(e)} \right) dV \quad \text{tensioni e deformazioni iniziali} \quad (6.57)$$

$$\underline{\mathbf{R}}_c = \underline{\mathbf{F}} \quad \text{carichi concentrati} \quad (6.58)$$

6.5.2 Analisi statica non lineare

Questa analisi è utilizzata nel caso di non linearità geometrica o dei materiali o nel caso di grandi spostamenti o grandi deformazioni. Nel caso di legame tensione-deformazione non lineare, per ottenere la risposta completa del materiale, è necessaria un'analisi di tipo incrementale, in cui il carico deve essere discretizzato ed applicato a passi successivi (*step-by-step analysis*). Il calcestruzzo possiede una legge di legame non lineare, soprattutto nel campo delle trazioni, per effetto di una resistenza a trazione, piuttosto bassa e della fessurazione.

La matrice di rigidità tangente

È necessaria una procedura di carico al passo per tracciare la risposta di problemi in cui il materiale ha un comportamento non lineare. Se durante un passo di carico avviene un significativo grado di non linearità la risultante delle tensioni, integrate nel volume della struttura, non soddisfa l'equilibrio con le forze esterne. Di conseguenza ci sarà un vettore di forza residua definito dalla relazione:

$$\underline{\boldsymbol{\Psi}}(\underline{\mathbf{a}}) = {}^{t+\Delta t} \underline{\mathbf{P}} - {}^{t+\Delta t} \underline{\mathbf{R}} \quad (6.59)$$

Dove ${}^{t+\Delta t} \underline{\mathbf{P}} = \int_V \underline{\mathbf{B}}^T {}^{t+\Delta t} \underline{\boldsymbol{\sigma}} dV$ rappresenta la risultante delle tensioni e ${}^{t+\Delta t} \underline{\mathbf{R}}$ il vettore forze esterne.

Si richiede, quindi, una procedura correttiva per ripristinare l'equilibrio. Il correttore più semplice può essere derivato utilizzando uno sviluppo in serie di Taylor per

ottenere una soluzione approssimata, se per l'iterazione $i-1$ abbiamo valutato \underline{a}^{i-1} allora:

$$\psi[\underline{a}^{i-1} + \delta \underline{a}^i] = \psi[\underline{a}^{i-1}] + \frac{\partial \psi}{\partial \underline{a}^{i-1}} \Delta \underline{a}^i + \dots \quad (6.60)$$

dove $\Delta \underline{a}^i$ è la variazione di spostamento per la i^{e} iterazione ed i termini di ordine superiore sono trascurati. Poiché richiediamo un residuo zero per l'iterazione i la relazione precedente diventa:

$$\Delta \underline{a}^i = - \left[\frac{\partial \psi}{\partial \underline{a}^{i-1}} \right]^{-1} \psi(\underline{a}^{i-1}) \quad (6.61)$$

o

$$\underline{a}^i = - \underline{K}_T^{-1} \psi(\underline{a}^{i-1}) \quad \text{line search equation} \quad (6.62)$$

dove \underline{K}_T è nota come la matrice di rigidità tangente. Lo spostamento successivo, approssimato, è ottenuto dalla:

$$\underline{a}^i = \underline{a}^{i-1} + \Delta \underline{a}^i \quad (6.63)$$

Questa procedura di iterazione è nota come iterazione alla Newton-Raphson. La Figura 6.7 evidenzia il significato fisico del modulo tangente che è la tangente alla relazione tensione-deformazione nella configurazione corrente. Questo implica anche che, per deformazioni nulle, il modulo tangente corrisponde al modulo elastico.

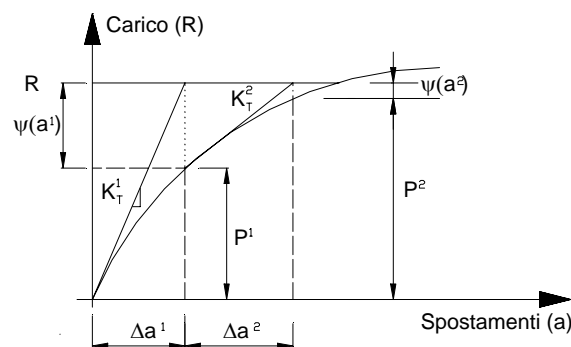


Fig. 6.7. Iterazione alla Newton-Raphson per risposte ad un grado di libertà.

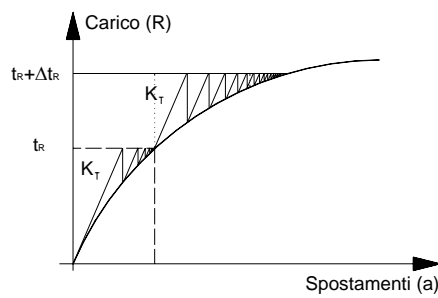
Procedure iterative

L'iterazione alla Newton-Raphson è stabile e converge quadraticamente, a condizione che la stima iniziale sia abbastanza vicina alla soluzione. Presenta l'inconveniente che

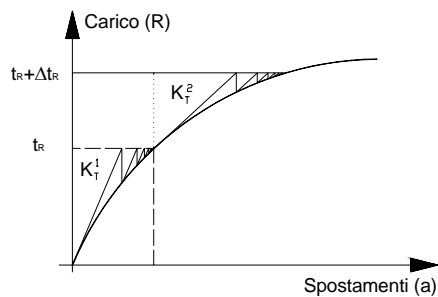
la matrice di rigidezza tangente deve essere invertita durante ogni iterazione. Inoltre, può non raggiungere la convergenza quando sono presenti bruschi punti di non linearità nei materiali. In questi casi sono più efficaci iterazioni alla Newton-Raphson modificate. Con queste procedure d'iterazione la matrice di rigidezza tangente corrente viene sostituita dalla matrice di rigidezza formata precedentemente all'inizio dell'incremento. Questo riduce notevolmente il costo computazionale dell'iterazione poiché la fattorizzazione della matrice di rigidezza tangente non è richiesta ad ogni iterazione ma ad ogni incremento.

Vi sono tre forme comuni di *modified Newton-Raphson iteration* (Fig. 6.8):

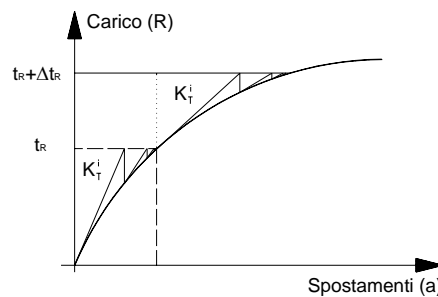
- Metodo della rigidezza iniziale (*initial stiffness method*).
- Metodo KT1.
- Metodo KT2.



Metodo della rigidezza iniziale



Metodo KT1



Metodo KT2

Fig. 6.8. Forme comuni di iterazioni alla Newton-Raphson modificate.

La velocità di convergenza, delle iterazioni Newton-Raphson modificate, non è quadratica e le procedure spesso divergono. Tuttavia, accoppiate con le procedure *line search* formano un algoritmo d'iterazione che è particolarmente adatto per elementi che mostrano brusche non linearità nei materiali.

Line searches

La tecnica delle *line searches* è usata per migliorare la velocità di convergenza. La procedura modifica lo spostamento per l'iterazione i che si ottiene come:

$$\underline{a}^i = \underline{a}^{i-1} + \eta^i \delta \underline{a} \quad (6.64)$$

dove η^i è la lunghezza del passo (*step length*) ed è selezionato per minimizzare l'energia potenziale (η^i corrisponde al parametro *ETA output* nel *nonlinear logfile*).

Il valore stazionario deve essere ottenuto come:

$$\frac{\partial \underline{\psi}^i(\eta^i)}{\partial \eta^{i-1}} = \frac{\partial \underline{\psi}^i(\eta^i)}{\partial \underline{a}^i} \frac{\partial \underline{a}^i}{\partial \eta^i} = 0 \quad (6.65)$$

Il primo termine è il gradiente dell'energia potenziale e differenziando la (6.64), rispetto ad η consente di scrivere la relazione precedente come:

$$\underline{\psi}^i(\underline{a}^i)^T \delta \underline{a} = 0 \quad (6.66)$$

Questa è un'equazione il cui completo soddisfacimento è numericamente dispendioso.

Per tale motivo è rimpiazzata dalla:

$$\left| \underline{\psi}^i(\underline{a}^i)^T \delta \underline{a} \right| < \text{toline} \quad \left| \underline{\psi}^{i-1}(\underline{a}^{i-1})^T \delta \underline{a} \right| \quad (6.67)$$

Dove *EPSLN* (il parametro *logfile* non lineare) è stimato per $\underline{a}^i / \underline{a}^{i-1}$ ed il fattore di tolleranza (corrispondente al parametro *toline* nel capitolo dei dati di controllo nonlineare) è normalmente fissato tra 0,4 e 0,8.

Quando questa equazione, con la lunghezza unitaria di passo iniziale, non è soddisfatta si calcola, con una semplice interpolazione lineare, una nuova lunghezza di passo. Per la *line search* al passo $j+1$ la lunghezza del passo η è valutato usando:

$$\eta_{j+1}^i = \eta_j^i \left[\frac{-\delta \underline{a}^T \underline{\psi}^{i-1}}{\delta \underline{a}^T (\underline{\psi}^i \eta_j^i - \underline{\psi}^{i-1})} \right] \quad (6.68)$$

Il processo è ripetuto finché il criterio di convergenza (6.67) è soddisfatto o finché un

prefissato numero massimo (corrispondente a *nalps*) di *line search* per iterazione non viene superato. La procedura *line search* non è eseguita se la lunghezza calcolata è prossima all'unità o a zero.

Convergenza

Per gli algoritmi di soluzione di tipo incrementale/iterativo è necessario definire una misura della convergenza della soluzione per stabilire quando l'equilibrio è stato raggiunto. La selezione di appropriati criteri di convergenza è di massima importanza. Una tolleranza eccessivamente rigorosa può condurre ad iterazioni non necessarie con conseguente dispendio d'energia computazionale, di contro una tolleranza debole, poco severa può condurre a risposte incorrette. Vi sono molti modi per controllare la convergenza e in LUSAS sono disponibili sei criteri:

- I. La norma Euclidea dei residui;
- II. La norma Euclidea degli spostamenti;
- III. La norma Euclidea degli spostamenti incrementali;
- IV. La norma del lavoro;
- V. La radice quadrata media dei residui;
- VI. Il residuo massimo assoluto.

I. La norma Euclidea dei residui (rdnrm)

È definita come rapporto percentuale fra la norma dei residui $\underline{\Psi}$ e il vettore forze esterne $\underline{\mathbf{R}}$, contenente i carichi e le reazioni:

$$\gamma_{\Psi} = \frac{\|\underline{\Psi}\|^2}{\|\underline{\mathbf{R}}\|^2} \cdot 100 \quad (6.69)$$

Per problemi di non linearità geometrica una tolleranza possibile è:

$$\gamma_{\Psi} = 0,1 \quad (6.70)$$

Nei problemi dove predomina il comportamento non lineare dei materiali è preferibile una tolleranza più flessibile:

$$1,0 < \gamma_{\Psi} < 5,0 \quad (6.71)$$

II. *Norma Euclidea degli spostamenti (dpnorm)*

E' definita come rapporto percentuale fra la norma degli spostamenti iterativi $\underline{\delta a}$ e quelli totali \underline{a} , ovvero:

$$\gamma_d = \frac{\|\underline{\delta a}\|^2}{\|\underline{a}\|^2} \cdot 100 \quad (6.72)$$

Il criterio rappresenta una misura fisica e quantifica lo spostamento della struttura durante l'iterazione corrente. Se la tolleranza è lenta, il criterio conduce a false convergenze. Valori tipici di tolleranza sono:

$$0,1 < \gamma_d < 1,0 \quad \text{ragionevole} \quad (6.73)$$

$$0,001 < \gamma_d < 0,1 \quad \text{rigoroso} \quad (6.74)$$

III. *La norma Euclidea degli spostamenti incrementali (dtnrm).*

E' definita come percentuale fra la norma degli spostamenti iterativi $\underline{\delta a}$ e quello dell'incremento corrente $\underline{\Delta a}$:

$$\gamma_{dt} = \frac{\|\underline{\delta a}\|^2}{\|\underline{\Delta a}\|^2} \cdot 100 \quad (6.75)$$

Il criterio rappresenta una misura fisica e quantifica lo spostamento della struttura durante l'iterazione corrente rispetto allo spostamento incrementale. Valori di tolleranza tipici sono:

$$0,1 < \gamma_{dt} < 1,0 \quad \text{ragionevole} \quad (6.76)$$

$$0,001 < \gamma_{dt} < 0,1 \quad \text{rigoroso} \quad (6.77)$$

IV *La norma del lavoro (wdnrm)*

È definita come rapporto percentuale tra il lavoro eseguito dalle forze residue sull'iterazione e il lavoro fatto dalle forze esterne sull'iterazione zero, ovvero in quella relativa all'inizio del processo iterativo; quindi per l'iterazione i ,

$$\gamma_w = \frac{(\underline{\psi}^i)^T \underline{\delta a}^i}{\underline{\mathbf{R}}^T \underline{\delta a}^1} 100 \quad (6.78)$$

dove $\underline{\psi}^i$ è il vettore forze residue correnti, $\underline{\mathbf{R}}$ è il vettore forze esterne per l'incremento corrente, $\underline{\delta a}^1$ è lo spostamento iterativo per la prima iterazione, e $\underline{\delta a}^i$ è

lo spostamento iterativo per l'incremento corrente.

I valori tipici di tolleranza sono i seguenti:

$$0,001 < \gamma_w < 0,1 \quad \text{poco severo} \quad (6.79)$$

$$0,000001 < \gamma_w < 0,001 \quad \text{ragionevole} \quad (6.80)$$

$$0,000000001 < \gamma_w < 0,000001 \quad \text{rigoroso} \quad (6.81)$$

V. *Radice quadrata media dei residui (RMS)*

Questo criterio calcola il valore della radice quadrata media di tutti i residui.

$$\gamma_{\psi_1} = \sqrt{\|\underline{\psi}\|^2} \quad (6.82)$$

Il criterio dipende fortemente dalle unità di misura adottate.

VI. *Residuo assoluto massimo (max)*

Questo criterio pone un limite massimo al residuo assoluto del problema.

$$\gamma_{\psi_2} = \max\left[\|\underline{\psi}\right] \quad (6.83)$$

Il criterio dipende dalle unità di misura adottate nell'analisi. Esso è un criterio estremamente rigido quindi può essere utile nelle vicinanze dei punti di biforcazione di problemi sensibili alla non linearità geometrica dove grandi residui possono sporcare la soluzione.

6.5.3 Procedure incrementali

Per tracciare il percorso non lineare è richiesta una procedura combinata incrementale/iterativa. In LUSAS sono disponibili due metodi:

- incremento costante del livello di carico;
- incrementazione ad arc-length modificato (*Crisfield's - Rheinboldt's method*).

Incrementi di carico costante

Con questa procedura (Fig. 6.9) il carico è applicato ad incrementi specifici prefissati e successivamente iterato, mediante una procedura, per ottenere la convergenza della soluzione. Il tutto si ripete ad ogni incremento costante di carico.

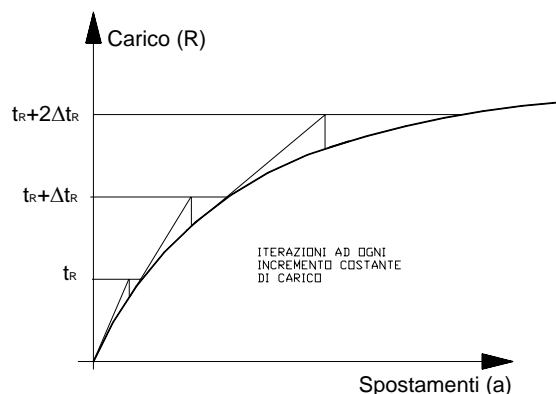


Fig. 6.9. Procedura incrementale/iterativa per passi di carico costanti.

L'entità dell'incremento (il passo) può essere definito manualmente come una serie di casi di carico o automaticamente attraverso il comando *incrementation*.

Con l'incremento manuale, se non si raggiunge la convergenza, l'analisi si arresta. La fine automatica dell'analisi può essere ignorata e proseguire con il successivo incremento di carico che viene ad essere però applicato ad una configurazione che non ha raggiunto la convergenza. Con l'incremento automatico se la soluzione non converge il passo dell'incremento viene ridotto e la convergenza nuovamente ricercata. Il metodo incrementale/iterativo a passi di carico costante fallisce quando la soluzione raggiunge un punto limite (Fig. 6.10).

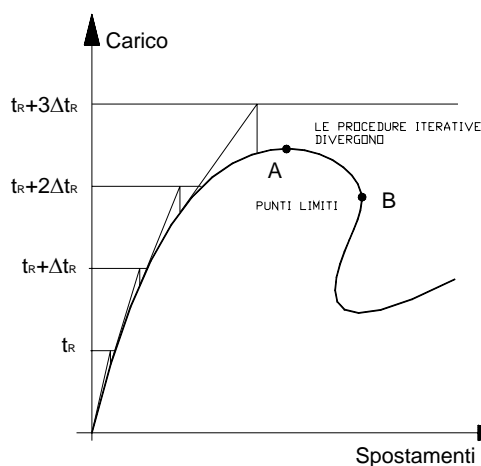


Fig. 6.10. Particolari punti limiti per risposte ad un grado di libertà

Questi sono punti dove lo spostamento o il carico si inverte (*snap-back*) e la matrice di rigidezza risulta singolare o prossima alla singolarità. Nel punto A, ad un piccolo

incremento di carico, corrisponde un grande spostamento e la soluzione, se esiste, molto spesso non converge.

I punti limiti più comuni, come A, possono essere superati attraverso il controllo degli spostamenti. Con questo approccio, si incrementa lo spostamento lungo un percorso noto ed il carico corrispondente è ottenuto come reazione. Tuttavia, se il percorso dello spostamento non è noto, questo metodo non può essere utilizzato. In generale, se nella risposta strutturale vi sono punti limiti, la procedura incrementale più idonea è la *modified arc length*.

Modified arc length control (Crisfield's method)

La caratteristica saliente dell'*arc length method* è che il livello di carico non rimane costante durante ogni incremento di carico. Infatti, durante la procedura di iterazione il livello del carico è modificato in modo che la convergenza nei pressi dei punti limiti sia comunque raggiunta (Fig. 6.11).

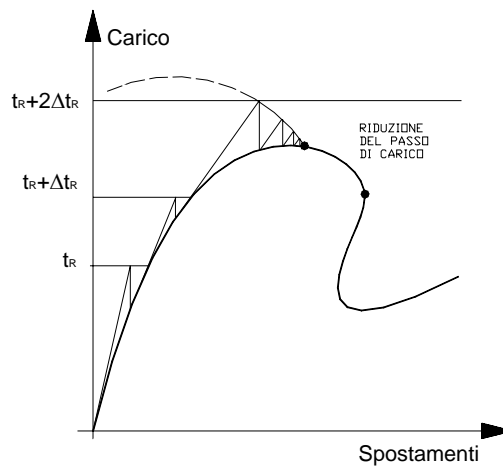


Fig. 6.11. Procedura incrementale, *arc length modified*, per risposte ad un grado di libertà.

La procedura *arc-length* rende stabile il processo iterativo e questo è molto importante quando si utilizzano procedure di convergenza alla Newton-Raphson modificata. Il metodo dell'*arc-length* può quindi migliorare l'efficienza della soluzione anche quando non sono coinvolti punti limiti.

Teoria

Il vettore forza residuo al livello di carico λ è definito come:

$$\underline{\Psi}(\underline{a}, \lambda) = \underline{P} - \lambda \underline{R} = 0 \quad (6.84)$$

dove \underline{P} è il vettore delle forze interne, \underline{R} è il vettore dei carichi applicati. Per una piccola variazione nel livello di carico la relazione precedente diventa:

$$\underline{\Psi}(\underline{a}, \lambda + \Delta\lambda) = \underline{P} - (\lambda + \Delta\lambda)\underline{R} \quad (6.85)$$

Sostituendo nella (6.85) il valore di \underline{P} ricavato dalla (6.84) si ottiene:

$$\underline{\Psi}(\underline{a}, \lambda + \Delta\lambda) = \underline{\Psi}(\lambda) - \Delta\lambda \underline{R} \quad (6.86)$$

Sostituendo l'equazione (6.62) nella (6.86) e premoltiplicando per $-\underline{K}_T^{-1}$ l'equazione diventa:

$$\delta \underline{a} = \delta \underline{a}^- + \delta\lambda \delta \underline{a}_T \quad (6.87)$$

dove $\delta \underline{a}^-$ è il vettore spostamento iterativo corrente dovuto al residuo e $\delta\lambda \delta \underline{a}_T$ è il vettore spostamento iterativo dovuto alla variazione del livello di carico $\delta\lambda$. Il vettore spostamento incrementale per l'iterazione i è aggiornato come:

$$\Delta \underline{a}^i = \Delta \underline{a}^{i-1} + \eta^i \delta \underline{a} \quad (6.88)$$

dove η^i è la lunghezza di passo, normalmente pari all'unità. Per determinare di quanto deve variare il livello di carico $\delta\lambda$, si utilizza un'equazione *arc length* forzata. Utilizzando un arco circolare l'equazione forzata è dedotta applicando il teorema di Pitagora come:

$$\alpha (\Delta \underline{a}^i)^T \Delta \underline{a}^i + \beta^2 (\Delta \lambda^{i-1})^2 \underline{q}^T \underline{q} - \Delta l^2 = 0 \quad (6.89)$$

Esiste una difficoltà nel selezionare i valori di α e β .

Poiché lo scopo dell'equazione forzata è quello di evitare che gli spostamenti siano troppo grandi Crisfield (1981) propose i valori di, $\alpha = 1$ e $\beta = 0$. L'equazione (6.89) diventa:

$$(\Delta \underline{a}^i)^T (\Delta \underline{a}^i) - \Delta l^2 = 0 \quad (6.90)$$

Sostituendo le equazioni (6.88) e (6.89) nella (6.90) si ottiene una equazione di secondo grado in $\delta\lambda$ nella forma:

$$k_1 \delta\lambda^2 + k_2 \delta\lambda + k_3 = 0 \quad \text{arc length equation} \quad (6.91)$$

dove:

$$k_1 = (\eta^i)^2 \delta \underline{a}_T^T \delta \underline{a}_T \quad (6.92)$$

$$k_2 = 2\eta^i \delta \underline{a}_T^T \Delta \underline{a}^{i-1} + 2(\eta^i)^2 \delta \underline{a}_T^T \delta \underline{a}^- \quad (6.93)$$

$$k_3 = \left[(\Delta \underline{a}^{i-1})^T \Delta \underline{a}^{i-1} \right] + (\eta^i)^2 \delta \underline{a}^-^T \delta \underline{a}^- + 2\eta^i \delta \underline{a}^-^T \Delta \underline{a}^{i-1} - [\Delta l^2] \quad (6.94)$$

L'equazione (6.91) può essere risolta per $\delta\lambda$, ed il livello totale del carico, per l'iterazione i , è aggiornato dalla:

$$\lambda^i = \lambda^{i-1} + \delta\lambda \quad (6.95)$$

mentre il gradiente dell'energia potenziale diventa:

$$\underline{\psi}^i = \underline{f}(\underline{a}^i) - \underline{q} - \lambda^i \underline{q}_T \quad (6.96)$$

Arc-length control (Rheinboldt's method)

Il metodo *arc length* può essere pensato come una forma generalizzata di controllo di spostamento, anche se, fisicamente, il problema non coinvolge direttamente gli spostamenti. Questo è stato efficacemente risolto da Crisfield con l'*arc length method* dove la norma Euclidea dello spostamento incrementale è stata forzata ad un valore fissato. Anziché, fare questo, è possibile legare l'incremento di spostamento ad una variabile particolare k per un valore specifico, cosicché la (6.90) è sostituita con la:

$$\Delta \underline{a}_k^i = \Delta \underline{a}_k^{i-1} = D \quad (6.97)$$

dove D è la grandezza del valore fissato per lo spostamento incrementale a variabile k ; il contatore delle iterazioni è dato come i . Utilizzando le equazioni (6.87) e (6.88) per la particolare variabile k , $\delta\lambda$ può essere ottenuto dalla:

$$\delta\lambda = \frac{D - \Delta \underline{a}_k^{i-1} - \eta^i \delta \underline{a}_k^-}{\delta \underline{a}_{T,k}} \quad \text{arc length equation} \quad (6.98)$$

Line searches con arc length methods

Una implementazione matematicamente rigorosa del metodo *line-search* con il metodo *arc length* modificato è molto complessa.

In LUSAS è utilizzato un metodo approssimato che itera tra l'equazione della *line search* (6.62) e uno delle due equazioni dell'*arc length* (6.91) o (6.98) per cercare il valore di $\delta\lambda$ ed η che soddisfano entrambe le equazioni.

Calibrazione automatica del carico

La procedura incrementale *arc length* (δl) calibra ogni incremento, cosicché grandi

incrementi di carico saranno utilizzati per livelli di carico con piccole nonlinearità, e piccoli incrementi di carico saranno usati per livelli di carico dove la risposta è fortemente non lineare. Questo si ottiene provando a mantenere costante il numero di iterazioni durante ogni passo di carico. Normalmente, per l'incremento t l'*arc length*, ${}^{t+\Delta t}\Delta l$, è valutato considerando il numero di iterazioni eseguite per raggiungere la convergenza sul precedente incremento tN ed un prefissato numero N_d (itd), nella forma:

$${}^{t+\Delta t}\Delta l = {}^t\Delta l \left[\frac{N_d}{{}^tN} \right]^{1/2} \quad (6.99)$$

E' disponibile anche un criterio per limitare la variazione dell'*arc length*. Se il livello di carico al tempo t è ${}^t\lambda$, il livello di carico al tempo $t + \Delta t$ deve essere all'interno dei limiti:

$$\frac{|{}^t\lambda|}{\Delta\lambda_{\max}} < |{}^{t+\Delta t}\lambda| < \Delta\lambda_{\max} |{}^t\lambda| \quad (6.100)$$

Questo criterio è automaticamente convertito da un livello di carico limite per un *arc length* limite utilizzando la (6.91) e ottenendo:

$${}^{t+\Delta t}\Delta l < \delta\mathbf{a}_T^T \delta\mathbf{a}_T (\Delta\lambda_{\max})^2 + 2\delta\mathbf{a}_T^T \Delta\mathbf{a} \Delta\lambda_{\max} + 2\Delta\mathbf{a}^T \Delta\mathbf{a} \quad (6.101)$$

dove $\Delta\mathbf{a}$ è il vettore dello spostamento incrementale per i precedenti incrementi e $\delta\mathbf{a}_T$ sono gli spostamenti tangenziali valutati utilizzando la matrice di rigidezza tangente corrente.

$$\delta\mathbf{a}_T = (\mathbf{K}_T)^{-1} \mathbf{R}_T \quad (6.102)$$

Nell'eventualità che la convergenza non è raggiunta dopo un numero massimo di iterazioni, l'incremento inizia di nuovo con un ridotto *incremental arc length*.

6.5.4 Tecnica di soluzione

La relazione non-lineare tra il carico e lo spostamento richiede una procedura di soluzione di tipo incrementale/iterativa in cui il carico è incrementato gradualmente (in *steps*) e l'equilibrio viene ricercato iterativamente ad ogni incremento. Le iterazioni sono ripetute finché la condizione di equilibrio interna è sufficientemente soddisfatta e

la convergenza è ottenuta.

Nel lavoro si è utilizzato la procedura di iterazione alla Newton-Raphson in cui la matrice di rigidezza tangente è assemblata prima di ogni iterazione.

Il carico è incrementato automaticamente a partire da un valore di *starting* di 1000N attraverso un fattore di incremento di carico che inizialmente è fissato a 3000 e può essere al massimo raddoppiato. Il numero massimo di iterazioni è stato fissato a 25 il fattore di carico totale massimo è stato posto uguale a zero in modo che il carico possa aumentare senza nessun limite mentre è stata posta una limitazione sullo spostamento verticale massimo in un nodo dell'elemento (-10).

Se, ad un incremento di carico, la convergenza non è raggiunta il passo di carico viene ridotto attraverso un fattore di riduzione del carico (*Load reduction factor*) fissato al valore di 0,5 e può essere ridotto per un numero massimo di 8 volte consecutive. Se entro un numero di iterazioni inferiore o al massimo uguale a 8 si raggiunge la convergenza si passa all'ulteriore incremento del carico altrimenti l'analisi si arresta.

Per migliorare ed accelerare la velocità di convergenza delle iterazioni alla Newton-Raphson si è fatto uso della tecnica delle *line searches*. Il numero massimo di volte che la procedura può essere ripetuta, ad ogni passo di carico, è pari a 3. Il fattore di tolleranza (toline), per il soddisfacimento dell'equazione delle *line searches*, è fissato al valore di 0,75. Il fattore di amplificazione *line search* massimo è fissato a 5 con una lunghezza, rispettivamente, massima e minima del passo delle *line search* di 25 e 0.

Per gli algoritmi di soluzione di tipo incrementale/iterativo è stato necessario definire una misura della convergenza della soluzione per stabilire, quando l'equilibrio è raggiunto. Si riportano i valori assegnati ad alcuni criteri:

Norma delle forze residue (*Residual force norm*) = 2;

Norma degli spostamenti (*Displacement norm*) = 1;

Norma del lavoro residuo (*Residual work norm*) = 100000000;

Norma degli spostamenti incrementali (*Incremental displacement norm*) = 1000000000;

Residuo massimo assoluto (*Maximum absolute residual*) = 100000000;

Radice quadrata media dei residui (*Residual RMS*) = 100000000.

In prossimità dei punti limiti, la procedura incrementale pura fallisce, poiché ad un passo di carico aggiuntivo non si trova un corrispondente punto di intersezione con il diagramma carico-spostamento e di conseguenza non si raggiunge la convergenza. Per

trovare una soluzione occorre effettuare una modifica al carico di controllo, di conseguenza è stata adottata una procedura incrementale ad *arch-length control*.

Il passaggio a questa procedura è controllato dal parametro *stiffness ratio to switch to arc-length* fissato a 0,4.

6.6 Confronto numerico-sperimentale

La capacità del modello numerico di descrivere il reale comportamento pre e post picco di provini intagliati in calcestruzzo fibrorinforzato soggetti a flessione su quattro punti, è stata valutata attraverso il confronto con i risultati di alcune prove sperimentali eseguite. In particolare si è fatto riferimento alla seconda serie di prove sperimentali. Queste ultime sono state condotte su provini realizzati con calcestruzzi avente resistenza cubica media a compressione di 70 MPa rinforzati con medi e alti tenori di fibre metalliche uncinata ($V_f = 1-1,6-3-5\%$) con rapporto d'aspetto pari a 40 e lunghezza pari a 22 mm. Per ogni confronto effettuato si riassumono i parametri meccanici d'input del modello per ciascuna serie (Tab. 6.1, 6.4, 6.7). Il confronto tra i risultati ottenuti dal modello numerico e quelli registrati durante le prove è stato eseguito, per ogni tipo di provino (S1%, S1.6% e S3%), in termini di curve carico-spostamento valutate in corrispondenza del punto di carico dei provini testati (Fig. 6.12, 6.13, 6.14). Al fine di verificare l'affidabilità dell'analisi numerica sono stati confrontati: il carico massimo, lo spostamento corrispondente al carico massimo, il carico corrispondente a valori prestabiliti di spostamento (3 mm e dieci volte lo spostamento corrispondente al carico massimo) (Tab. 6.2, 6.5, 6.8). È stata confrontata l'energia di frattura valutata fino ad un valore limite di freccia pari a dieci volte il valore di spostamento corrispondente al carico di picco (G_F I criterio) e fino ad un valore di 3 mm (G_F III criterio) (Tab. 6.3, 6.6, 6.9).

Serie S1%

Tab. 6.1. Parametri meccanici serie S1%.

V_f	E_c	f_c	f_t
%	MPa	MPa	MPa
1	34800	69,6	3,4

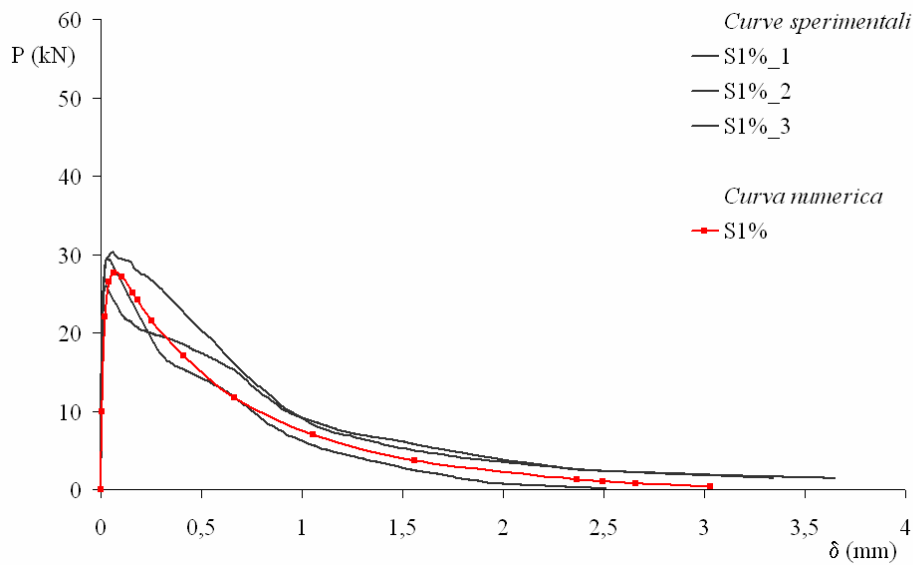


Fig. 6.12. Curve carico-spostamento della serie S1%.

Tab. 6.2. Confronti serie S1%.

		P_{max}	$\delta_{P=P_{max}}$	$P_{\delta=10\delta(P_{max})}$	$P_{\delta=3mm}$
		kN	mm	kN	kN
Sperimentale	S1%_1	30,4	0,05	19,7	1,8
	S1%_2	26,0	0,02	20,3	1,9
	S1%_3	29,4	0,04	15,4	0,1
Numerico	S1%	27,7	0,07	11,7	0,4

Tab. 6.3. Energia di frattura: confronti serie S1%.

		G_F (I criterio)	G_F (III criterio)
		N/mm	N/mm
Sperimentale	S1%_1	3,1	7,6
	S1%_2	1,2	6,9
	S1%_3	2,4	5,0
Numerico	S1%	3,6	5,7

Il confronto, tra le curve carico-spostamento sperimentali e quella ottenuta dall'analisi numerica, illustrato in Figura 6.12 ed i risultati riportati in Tabella 6.2 mostrano che la risposta numerica è in buon accordo con quelle sperimentali. La curva numerica coglie bene il comportamento fino al picco, anche se le curve sperimentali sono un po' più rigide di quella numerica. E' sottostimato di poco sia il carico massimo sia il comportamento nella regione in prossimità del carico massimo. Il ramo discendente post-picco rappresenta con buona approssimazione quello sperimentale, sottostimando il carico residuo valutato ad uno spostamento di 3 mm. L'uso di una *mesh* più fitta,

specialmente in corrispondenza della mezzeria e dell'intaglio, può fornire una migliore interpolazione della curva nella regione in prossimità del carico massimo dove si è osservato sperimentalmente una micro-fesurazione. Nonostante tale approssimazione la curva ottenuta fornisce utili indicazioni sul comportamento dei provini.

La curva numerica sovrastima di circa il 64% l'energia di frattura valutata fino ad uno spostamento pari a dieci volte lo spostamento corrispondente a quello di picco, questo è dovuto al fatto che la curva numerica ha un comportamento pre-picco meno rigido rispetto a quello osservato sperimentalmente e questo conduce ad uno spostamento di picco maggiore e ad uno spostamento di riferimento notevolmente maggiore. Con riferimento all'energia di frattura valutata fino ad un prestabilito valore di spostamento di 3 mm la curva numerica la sottostima (Tab. 6.3).

Serie S1.6%

Tab. 6.4. Parametri meccanici serie S1.6%.

V_f	E_c	f_c	f_t
%	MPa	MPa	MPa
1,6	29050	58,1	3,5

Tab. 6.5. Confronti serie S1.6%.

		P_{max}	$\delta_{P=P_{max}}$	$P_{\delta=10\delta(P_{max})}$	$P_{\delta=3mm}$
		kN	mm	kN	kN
Sperimentale	S1.6%_1	31,0	0,28	3,2	2,9
	S1.6%_2	30,9	0,14	8,4	2,4
	S1.6%_3	29,4	0,11	11,2	0,9
Numerico	S1.6%	29,4	0,13	8,8	1,3

Tab. 6.6. Energia di frattura: confronti serie S1.6%.

		G_F (I criterio)	G_F (III criterio)
		N/mm	N/mm
Sperimentale	S1.6%_1	10,6	10,7
	S1.6%_2	7,6	9,5
	S1.6%_3	6,5	8,7
Numerico	S1.6%	6,2	8,4

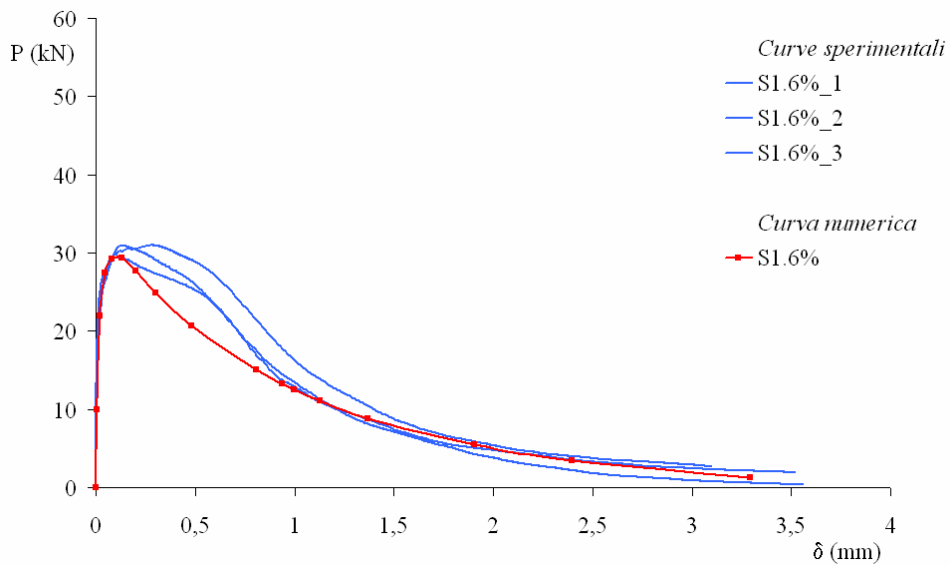


Fig. 6.13. Curve carico-spostamento della serie S1.6%.

Il confronto, tra le curve sperimentali e la curva numerica (Fig. 6.13) e i risultati riportati in Tabella 6.4 mostrano che la curva numerica coglie bene il comportamento fino al picco sia in termini di andamento che di carico massimo. Il comportamento post-picco fino ad uno spostamento di 1 mm è sottostimato. Anche, il valore di carico residuo valutato in corrispondenza di uno spostamento di 3 mm è sottostimato. L'uso di una *mesh* più fitta può fornire una migliore rappresentazione del comportamento post-picco.

L'energia di frattura valutata fino ad un valore prefissato di spostamento di 3 mm viene sottostimata di circa il 14%. Ulteriormente sottostimata di circa il 32% è l'energia di frattura valutata con il primo criterio (Tab. 6.6).

Serie S3%

Tab. 6.7. Parametri meccanici serie S3%.

V_f	E_c	f_c	f_t
%	MPa	MPa	MPa
3	30000	58,5	5,0

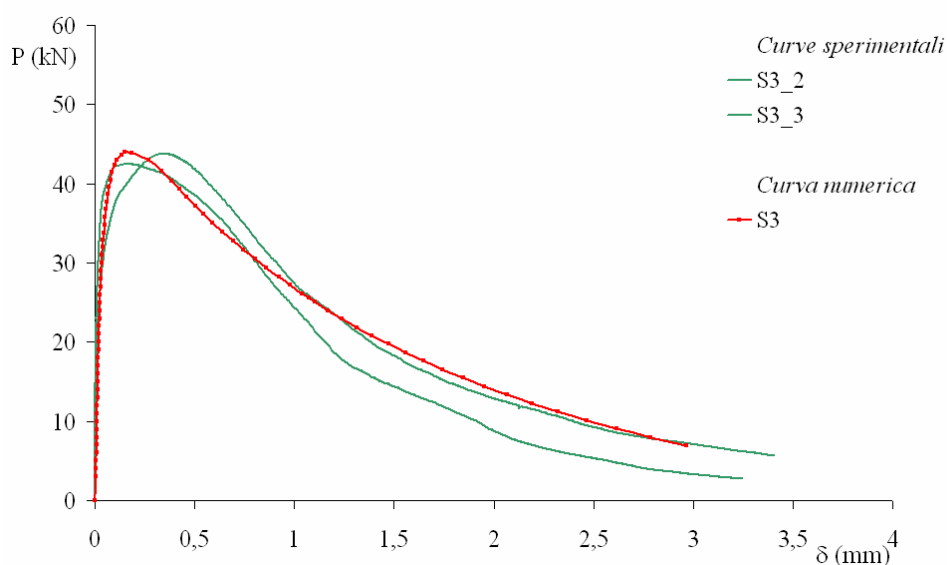


Fig. 6.14. Curve carico-spostamento della serie S3%.

Tab. 6.8. Confronti serie S3%.

		P_{max}	$\delta_{P=P_{max}}$	$P_{\delta=10\delta(P_{max})}$	$P_{\delta=3mm}$
		kN	mm	kN	kN
Sperimentale	S3_2	42,5	0,15	14,4	3,3
	S3_3	43,8	0,34	5,6	7,1
Numerico	S3%	43,9	0,15	19,7	6,9

Tab. 6.9. Energia di frattura: confronti serie S3%.

		G_F (I criterio)	G_F (III criterio)
		N/mm	N/mm
Sperimentale	S3%_2	12,2	15,2
	S3%_3	18,5	17,8
Numerico	S3%	12,8	17,8

Il confronto, tra le curve illustrato in Figura 6.14, e i risultati riportati in Tabella 6.8 mostrano che la curva numerica rappresenta bene il tratto ascendente.

In prossimità del carico di picco la risposta numerica è un po' più rigida di quella osservata sperimentalmente. La regione post-picco è leggermente sottostimata, mentre il tratto discendente è sovrastimato di poco.

I valori di energia di frattura valutata con il terzo criterio sono simili (Tab. 6.9).

6.7 Conclusioni

Il lavoro sviluppato evidenzia che l'analisi numerica eseguita è in grado di cogliere qualitativamente bene il comportamento esibito dai calcestruzzi rinforzati con fibre metalliche.

Il confronto tra risultati numerici e quelli sperimentali, in termini di curve carico-freccia e di energia di frattura ha permesso di verificare l'affidabilità della modellazione eseguita.

Ulteriori confronti con altri dati sperimentali disponibili anche in letteratura permetteranno di confermare la validità della procedura numerica utilizzata.

Il modello così definito e validato consentirà di eseguire simulazioni numeriche al variare di alcuni parametri e, quindi, di prevedere il comportamento post-picco di provini simili ma con differenti caratteristiche meccaniche.

CAPITOLO 7

DOMINI DI RESISTENZA DI SEZIONI IN FRC

7.1 Introduzione

Studi recenti hanno evidenziato che la resistenza e la duttilità d'elementi in calcestruzzo armato possono essere migliorate utilizzando, al posto del calcestruzzo ordinario, calcestruzzi fibrorinforzati. Le fibre, distribuite in maniera *random* all'interno della matrice cementizia, forniscono un'uguale resistenza alle tensioni in tutte le direzioni. Questo influisce positivamente sul comportamento di strutture progettate per resistere a forze taglianti dovute a sismi. Si nota, in questo materiale innovativo, un incremento della tenacità a trazione che si traduce in una maggiore capacità di controllo e limitazione della fessurazione e pertanto in un miglioramento della durabilità ed in un incremento della rigidità. Inoltre, il comportamento non-lineare post-fessurativo conferisce una maggiore capacità ad assorbire grandi quantità d'energia prima della rottura e del collasso. Diverse analisi sperimentali, su elementi strutturali realizzati in calcestruzzo fibrorinforzato ed armatura tradizionale, mostrano che le fibre agiscono in sinergismo con l'armatura convenzionale. Un effetto di questa interazione è che le fibre sono più efficaci a resistere alle deformazioni in tutti gli stadi di carico, dalla prima fessurazione a rottura. Anche l'andamento del quadro fessurativo risulta beneficiato, con una distribuzione uniforme delle fessure, un maggiore controllo della penetrazione delle fessure da taglio e una multifessurazione come approccio alla rottura. È proprio questa trasformazione da un'instabile ed incontrollabile fessurazione

verso un lento e controllabile sviluppo della fessurazione che è responsabile di una maggiore rigidità flessionale, di una migliore *performance* strutturale e di un incremento della duttilità globale dell'elemento strutturale. I calcestruzzi fibrorinforzati sono particolarmente consigliati per la realizzazione di elementi strutturali monodimensionali (travi, pilastri), bidimensionali (lastre, piastre) e nelle regioni diffusive (nodi, mensole tozze). L'uso di fibre con adeguati dosaggi, caratteristiche meccaniche e geometriche consente di contenere o in taluni casi di sostituire l'armatura trasversale (staffe) o quella secondaria (reti, ripartizione).

Recentemente sono state redatte in alcuni paesi, tra cui l'Italia, linee guida e istruzioni di calcolo per le strutture realizzate con calcestruzzo fibrorinforzato e anche il prossimo *Fib model code* includerà alcune specifiche regole progettuali per i calcestruzzi fibrorinforzati.

Tuttavia, mentre per alcuni casi, come elementi bidimensionali e travi soggette a sollecitazioni di tipo flessionale e tagliente, sono state svolte numerose indagini, sperimentali, teoriche e numeriche, che hanno condotto a ben definite indicazioni progettuali, per altri casi, come ad esempio elementi pressoinflessi, le problematiche circa il comportamento strutturale sono ancora aperte ad ulteriori analisi, questo è dovuto alla disponibilità di un minor numero di ricerche sperimentali e teoriche di supporto.

Nell'ambito della ricerca sull'impiego dei calcestruzzi fibrorinforzati come materiali strutturali sono stati esaminati alcuni aspetti concernenti il comportamento di sezioni rettangolari di calcestruzzo fibrorinforzato ed armatura tradizionale con particolare riferimento ai problemi d'interazione Sforzo normale (N) - Momento flettente (M) con la finalità di evidenziare il ruolo dei parametri fondamentali legati alla resistenza della sezione. Nella letteratura di settore sono disponibili alcuni risultati di prove di compressione eccentrica (Foster e Attard 2001; Campione ed altri 2006; Campione ed altri 2007). Con riferimento alla sezione dei prototipi testati ed alle caratteristiche meccaniche dei materiali utilizzati sono stati costruiti i domini d'interazione. Un'opportuna scelta dei legami costitutivi dei materiali e un'adeguata calibrazione del modello di calcolo ha consentito di cogliere con sufficiente precisione i fenomeni rilevati sperimentalmente. Si è fatto riferimento alle relazioni proposte dalle linee guida del CNR-DT 204 (2006) ed ad altre presenti in letteratura, i risultati analitici ottenuti sono stati confrontati con i risultati sperimentali di riferimento. Questo ha

permesso di verificare l'affidabilità dei modelli impiegati con particolare attenzione a quelli proposti dalle linee guide italiane. Successivamente, sono stati costruiti domini d'interazione predittivi che sono stati restituiti anche in forma adimensionale al variare di alcuni parametri. Lo scopo è stato quello di definire domini di resistenza utili per agevolare le operazioni di progetto/verifica di elementi in calcestruzzo fibrorinforzato ed armatura tradizionale.

7.2 Legami costitutivi dei materiali

La costruzione dei diagrammi d'interazione teorici ha richiesto la preliminare definizione della relazione tensione-deformazione completa, a trazione e a compressione, dei singoli materiali, ed in particolare del calcestruzzo fibrorinforzato, per correlarne il comportamento alla risposta strutturale.

7.2.1 Calcestruzzo fibrorinforzato

In questo lavoro si sono confrontati i risultati, in termini di curve d'interazione N-M, ottenuti utilizzando due diverse relazioni tensione-deformazione di seguito definite.

Il modello [CNR-DT 204 (2006)]

Per la definizione di questa relazione costitutiva si è fatto riferimento alle indicazioni contenute nel documento CNR-DT 204 (2006).

Si è utilizzato a compressione il diagramma parabola-rettangolo (Fig. 7.1). Si è assunto il valore di 0,002 per la deformazione (ε_{pf}) corrispondente alla tensione di picco e quello di 0,0035 per la deformazione ultima (ε_{cu}). Nel calcolo delle resistenze delle sezioni di elementi monodimensionali, nei confronti di sollecitazioni di sforzo normale e flessione, si adotta per la resistenza di calcolo il valore αf_{cf} con $\alpha = 0,85$. Con f_{cf} si indica la resistenza cilindrica a compressione.

Per quanto riguarda la relazione tensione-deformazione a trazione, la linea guida suggerisce l'adozione di legami semplificati di tipo lineare o rigido-plastico. Per la semplicità di applicazione e l'affidabilità del risultato, si è adottato questo ultimo tipo

di relazione costitutiva (Fig. 7.1) che si basa sulla valutazione di un unico valore di resistenza f_{Ftu} . Tale valore limite può essere determinato, come descritto nell'Appendice A del documento, dai risultati ottenuti da prove di flessione su quattro punti, su provini intagliati e non intagliati, o da prove di trazione diretta.

Foster ed Attard (2001) forniscono i risultati delle prove di flessione su quattro punti eseguite su provini non intagliati in termini di valore di resistenza di prima fessurazione (f_{cr}) e di curve carico-freccia ma non le curve carico-apertura della fessura utili per determinare la resistenza residua a trazione, conformemente alle indicazioni del documento. In questo caso, il parametro meccanico utilizzato nello sviluppo dei calcoli è stato così considerato: $f_{Ftu}=f_{cr}/3$.

Il documento non fornisce indicazioni su come valutare la resistenza residua a trazione nel caso in cui vengono eseguite prove di trazione indiretta di tipo *split test*. In questo lavoro, per la costruzione dei domini d'interazione teorici delle sezioni di riferimento agli esperimenti condotti da Campione ed altri (2006) la resistenza residua, ricavate dai risultati di prove di *split test*, è stata così calcolata: $f_{Ftu}=f_{tfsp}/3$.

I domini d'interazione predittivi sono stati calcolati facendo riferimento ai risultati di prove di flessione su quattro punti su provini intagliati eseguite in accordo alla UNI 11039 (2003). Quindi, in questo caso il valore di resistenza è stato determinato dalla seguente relazione suggerito dal CNR-DT 204 (2006):

$$f_{Ftu} = \frac{f_{eq2}}{3} \quad (7.1)$$

Dove il valore di resistenza equivalente (f_{eq2}) è valutato nell'intervallo di apertura della fessura all'apice dell'intaglio compreso tra 0,6 mm e 3 mm come indicato dalla *standard* di riferimento UNI 11039 (2003).

La massima deformazione di trazione (ϵ_{fu}) è assunta pari a 0,02.

II modello [Barros e Figueiras (1999) – Lim ed altri (1987)]

Si è fatto riferimento alla relazione tensione-deformazione a compressione proposta da Barros e Figueiras (1999) (Fig. 7.2). L'equazione 7.2 permette di determinare sia il tratto ascendente che il tratto discendente della curva ed è funzione di tre parametri: la resistenza cilindrica a compressione (f_{cf}), la deformazione corrispondente alla tensione di picco del calcestruzzo di base (ϵ_{co}) e della percentuale in peso di fibre (W_f) aggiunte nella matrice cementizia.

$$\sigma = f_{cf} \frac{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{pf}}}{(1-p-q) + q \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{pf}} \right) + p \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{pf}} \right)^{(1-q)/p}} \quad (7.2)$$

Con

$$q = 1 - p - \frac{E_{pf}}{E_c}, \quad p + q \in]0, 1[, \quad \frac{1-q}{p} > 0 \quad (7.3)$$

e

$$E_{pf} = \frac{f_{cf}}{\varepsilon_{pf}} \quad (\text{MPa}) \quad (7.4)$$

$$E_c = 21500 \sqrt[3]{\frac{f_{cf}}{10}} \quad (\text{MPa}) \quad (7.5)$$

Dove f_{cf} è la resistenza cilindrica media a compressione, ε_{pf} è la deformazione corrispondente al picco di tensione (f_{cf}), E_{pf} è modulo di elasticità secante ed E_c quello tangente. Barros e Figueiras (1999) forniscono espressioni diverse, a secondo delle dimensioni geometriche delle fibre usate, per definire la deformazione corrispondente alla tensione di picco (ε_{pf}) e p . In questo lavoro si è fatto riferimento alle seguenti espressioni:

$$\varepsilon_{pf} = \varepsilon_{co} + 0,0002W_f \quad (7.6)$$

$$p = 1 - 0,919e^{-0,394W_f} \quad (7.7)$$

In cui, ε_{co} è la deformazione corrispondente alla tensione di picco del calcestruzzo senza fibre. In mancanza di dati sperimentali si è assunto $\varepsilon_{co}=0,0022$. Barros e Figueiras (1999) non indicano una deformazione limite a compressione, si è assunto, quindi, il valore di 0,0035 come indicato nei recenti documenti tecnici. I valori di resistenza a compressione e la percentuale in peso di fibre sono stati determinati con riferimento ai dati sperimentali forniti da Foster ed Attard (2001) e di Campione ed altri (2006) per la costruzione dei rispettivi domini di interazione teorici.

Per quanto riguarda la relazione tensione-deformazione a trazione si è assunto un legame rigido-plastico (Fig. 7.2) definito dalla resistenza residua a trazione f_{tf} valutata in base alle indicazioni fornite da Lim ed altri (1987). Secondo questo modello la tensione residua a trazione si calcola dalla seguente relazione:

$$f_{tf} = 2\eta_l \eta_o \tau V_f (L_f / D_f) \quad (7.8)$$

La tensione d'aderenza limite all'interfaccia fibra-matrice (τ) in assenza di dati sperimentali si è valutata con riferimento ad alcuni risultati forniti da Lim ed altri (1987). Nello specifico si è assunto il valore di 6,72 MPa. Diversi valori sono stati proposti per il fattore di orientamento (η_o) il valore utilizzato nell'analisi è quello proposto da Romualdi e Mandel (1964) pari a 0,41. Il fattore di correzione della lunghezza (η_l) è funzione della lunghezza critica delle fibre ed è correlato anche al valore della tensione di aderenza.

$$\eta_l = \begin{cases} 0,5 & \text{per } L_f < L_{crf} \\ 1 - (L_{crf}/L_f) & \text{per } L_f > L_{crf} \end{cases} \quad (7.9)$$

In questo lavoro si è assunto il valore di 0,5. Alcuni autori (Swamy ed altri 1974) hanno introdotto un ulteriore fattore correttivo: η_b , *bond efficiency factor*, che tiene conto della forma delle fibre e della superficie (liscia o ondulata). I dati riguardo questo fattore correttivo non sono molto precisi, Swamy e Al Ta'an (1981) indicano che si può assumere il valore 1,2 per fibre d'acciaio ondulate ed uncinete. Altri autori (Spadea e Bencardino 1997) indicano che l'effetto combinato delle fibre con le staffe incrementa la resistenza residua e di questo se ne può tenere conto utilizzando un fattore ξ che come indicato dagli autori è stato assunto pari a 1,2. L'equazione 7.8 diventa:

$$f_{tf} = 2\eta_l\eta_o\eta_b\xi\tau V_f(L_f/D_f) \quad (7.10)$$

La massima deformazione di trazione (ϵ_{fu}) è assunta pari a 0,02.

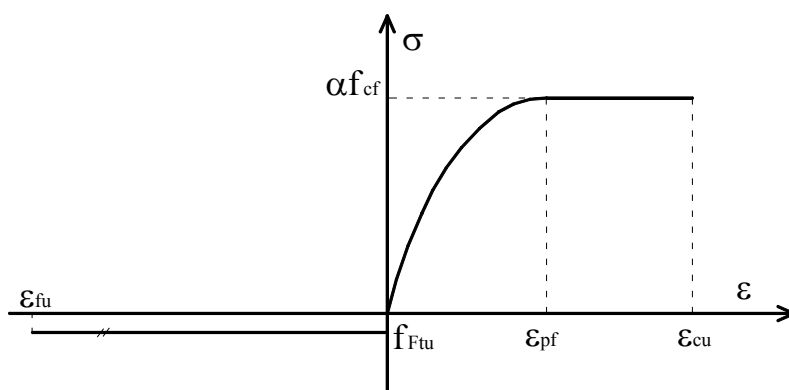


Fig. 7.1. I modello: legame costitutivo assunto.

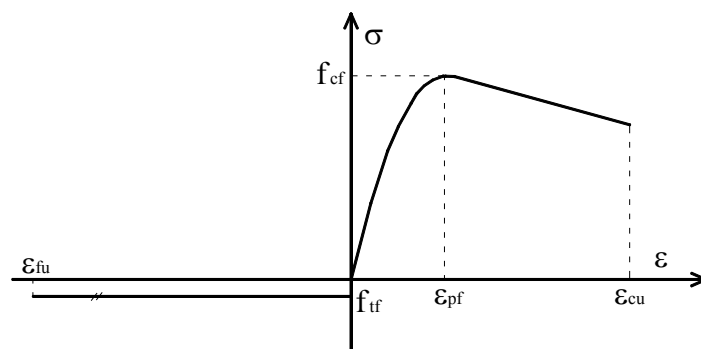


Fig. 7.2. Il modello: legame costitutivo assunto.

7.2.2 Acciaio

Il calcolo della resistenza delle sezioni è stato effettuato, in accordo alle attuali normative, con riferimento per le barre d'armatura ad un diagramma convenzionale tensione-deformazione con comportamento elastico-perfettamente plastico a deformazione limitata sia a trazione che a compressione. Questo tipo di legame è univocamente definito dal modulo elastico dell'acciaio (E_s), che in mancanza di dati sperimentali si può assumere pari a 200000 MPa e dalla tensione di snervamento (f_y).

7.3 Diagrammi d'interazione: modellazione teorica

Le ipotesi assunte per calcolare i diagrammi d'interazione sono quelle classiche del calcestruzzo armato con l'aggiunta dell'ipotesi di perfetta aderenza tra fibre e matrice. È valida l'ipotesi di conservazione delle sezioni piane fino a rottura, che implica un diagramma delle deformazioni normali lineare.

Una prima valutazione delle curve d'interazione per il confronto con le coppie (N , M) sperimentali ottenute da alcune prove di compressione eccentrica su prototipi in media scala disponibili in letteratura è stata effettuata con riferimento ai valori medi delle resistenze, anche esse ottenute da prove su provini di dimensione opportuna secondo le indicazioni della normativa di riferimento adottata dagli autori, e si sono trascurati i coefficienti parziali dei materiali. Successivamente, si è eseguito il calcolo per la costruzione dei domini predittivi, utili per il progetto e la verifica di sezioni in calcestruzzo fibrorinforzato ed armatura tradizionale, con riferimento ai legami

costitutivi proposti dal documento CNR-DT 204 (2006), secondo le normative vigenti, adottando, quindi, i valori caratteristici delle resistenze ed utilizzando i coefficienti parziali dei materiali (γ_m) come indicato dalle attuali Norme tecniche per le costruzioni (2005) e dal documento CNR-DT 204 (2006) e riportati in Tabella 7.1. Nel calcolo, per la definizione del comportamento del calcestruzzo fibrorinforzato a trazione, si è fatto riferimento ad applicazioni con controllo di qualità ordinario.

Tab. 7.1. Valori di progetto delle resistenze.

	Valori di progetto
Calcestruzzo fibrorinforzato compressione	$f_{cd} = \frac{R_{ck}}{1,9}$ $f_{cd} = \frac{(f_{ck}/0,83)}{1,9}$
Calcestruzzo fibrorinforzato trazione	$f_{Ftud} = f_{Ftuk}/1,5$ * $f_{Ftud} = f_{Ftuk}/1,3$ **
Acciaio	$f_{yd} = f_{yk}/1,15$

* per applicazioni con controllo di qualità del materiale ordinario (applicazioni di tipo A).

** per applicazioni con controllo di qualità del materiale elevato (applicazioni di tipo B).

La definizione del legame d'interazione ha richiesto l'esplicitazione delle equazioni d'equilibrio tra sforzi interni e caratteristiche esterne. Per un'assegnata sezione è stato possibile determinare, in corrispondenza di uno stato deformativo, la risultante ed il momento risultante delle tensioni normali interne valutati rispetto al baricentro geometrico della sezione. Un punto caratteristico della curva d'interazione è quello corrispondente alla rottura bilanciata (N_b , M_b). La rottura bilanciata avviene, quando contemporaneamente la deformazione nell'acciaio teso raggiunge il valore di snervamento, mentre la deformazione nell'estrema fibra compressa di calcestruzzo fibrorinforzato raggiunge la deformazione ultima. Per valori di $N < N_b$ ci troviamo nel campo dominato dalle trazioni. Il punto limite del campo delle trazioni è rappresentato dalla trazione centrata. Per valori di $N > N_b$ ci troviamo nel campo dominato dalle compressioni. Il punto limite del campo delle trazioni è rappresentato dalla compressione centrata. Con riferimento alle indicazioni per il calcestruzzo ordinario rinforzato con armatura tradizionale viene definita una frontiera rappresentata da una retta passante per il punto con ordinata nulla ($M = 0$) ed ascissa corrispondente allo sforzo normale di compressione ridotto ($N = N_{rid}$), dove la resistenza a compressione viene ridotta da un coefficiente pari a 0,8.

7.4 Analisi sperimentali di riferimento

La capacità dei modelli teorici di descrivere il reale comportamento di elementi in calcestruzzo fibrorinforzato ed armatura tradizionale pressoinflessi è stata valutata attraverso il confronto con i risultati di alcune prove sperimentali disponibili in letteratura. In particolare, si sono effettuati i confronti con i risultati del programma di prove eseguite da Foster ed Attard (2001) e da Campione ed altri (2006, 2007).

L'indagine sperimentale sviluppata da Foster ed Attard (2001) ha indagato il comportamento di elementi realizzati in calcestruzzo fibrorinforzato ad alta resistenza al variare della percentuale di armatura longitudinale e del passo delle staffe. Sono state testate al variare dell'eccentricità ventuno colonne con forma a doppio T, appartenenti a tre diverse tipologie. Le caratteristiche geometriche e i dettagli costruttivi delle tre tipologie di prototipi testati sono mostrati in Figura 7.3.

I dettagli delle fibre metalliche utilizzate dagli autori sono riportati in Tabella 7.2. Gli autori hanno eseguito prove per la determinazione della resistenza a compressione del calcestruzzo fibrorinforzato, su provini cilindrici e prove di flessione su quattro punti, su provini prismatici non intagliati. I valori medi sono riportati in Tabella 7.3. Prove di trazione uniassiale su spezzoni di barre hanno permesso di determinare la tensione di snervamento (f_y) delle barre d'armatura ed il modulo elastico (E_s) (Tab. 7.4).

Tab. 7.2. Proprietà delle fibre metalliche (Foster ed Attard 2001).

Tipo di fibre	Forma	L_f (mm)	D_f (mm)	L_f/D_f	W_f (%)
Metalliche	uncinate	36	0,43	84	2

Tab. 7.3. Caratterizzazione meccanica del calcestruzzo fibrorinforzato (Foster ed Attard 2001).

Serie	f_{cf} (MPa)	f_{cr} (MPa)
A	88,0	-
G	67,0	8,3
S	73,0	9,0

Tab. 7.4. Proprietà meccaniche delle barre d'armatura (Foster ed Attard 2001).

Designazione barra	Diametro barra (mm)	f_y (MPa)	E_s (MPa)
Y12	12,2	450	200000
W4	4,0	600	200000
W6	6,1	470	220000

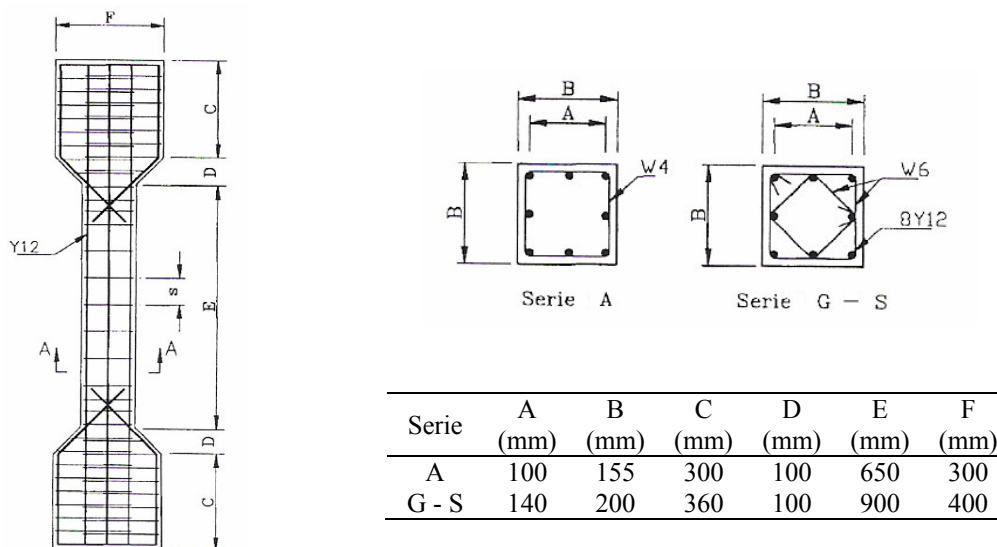
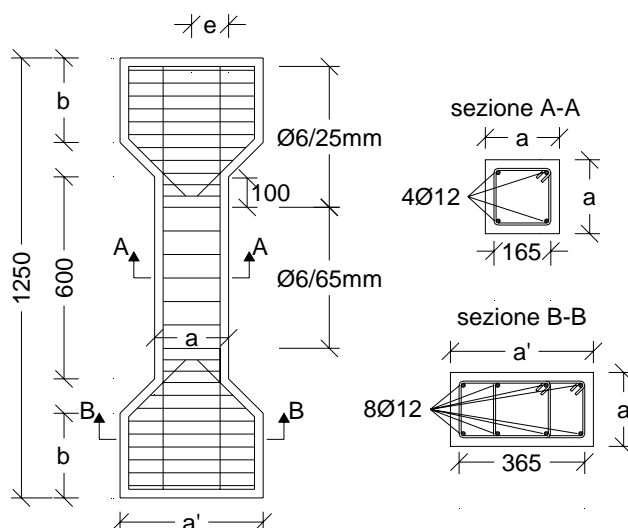


Fig. 7.3. Caratteristiche geometriche dei prototipi (Foster e Attard 2001).

L'analisi sperimentale svolta da Campione ed altri (2006, 2007) ha avuto come obiettivo la valutazione dell'influenza delle fibre e dello spessore del copriferro sulla risposta meccanica di elementi compressi e prossonflessi. Sono state confezionate quattro tipologie di colonne in funzione della percentuale in volume di fibre presenti nel calcestruzzo ($V_f=0\%$ e $V_f=1\%$) e del diverso spessore di copriferro ($d=10$ mm e $d=25$ mm). Nello specifico, sono state confezionate sedici colonne con forma a doppio T in scala 1:2 aventi caratteristiche geometriche e dettagli costruttivi mostrati in Figura 7.4. Le colonne sono state sottoposte a compressione centrata ed eccentrica.

Le caratteristiche delle fibre metalliche additivate nella matrice cementizia dagli autori sono indicate in Tabella 7.5. Per caratterizzare il comportamento meccanico del calcestruzzo fibrorinforzato sono state eseguite prove di compressione, per la determinazione del modulo elastico e di trazione indiretta (*split test*) su provini cilindrici in calcestruzzo ordinario e fibrorinforzato. I risultati relativi al calcestruzzo fibrorinforzato sono forniti in Tabella 7.6. Le caratteristiche meccaniche dell'acciaio sono state valutate per mezzo di prove di trazione eseguite su spezzoni di barre. Il valore medio, rilevato sperimentalmente, della tensione di snervamento (f_y) delle barre d'armatura è di 461,74 MPa.



Serie	d (mm)	a (mm)	a' (mm)	b (mm)
A	10	185	385	225
B	25	215	415	246

Fig. 7.4. Caratteristiche geometriche dei prototipi (Campione ed altri 2006).

Tab. 7.5. Proprietà delle fibre metalliche (Campione ed altri 2006).

Tipo di fibre	Forma	L_f (mm)	D_f (mm)	L_f/D_f	f_t (MPa)
Metalliche	uncinate	30	0,55	54	1100

Tab. 7.6. Caratterizzazione meccanica del calcestruzzo fibrorinforzato (Campione ed altri 2006).

V_f (%)	f_{cfm} (MPa)	E_c (MPa)	f_{tfs} (MPa)
1	32,19	19464	3,52

7.5 Confronto tra risultati sperimentali e curve d'interazione teoriche

È stato sviluppato un confronto tra coppie di punti (N, M) sperimentali e curve d'interazione teoriche, ottenute utilizzando i modelli descritti con riferimento alla sezione di mezzera dei prototipi in esame e dei valori medi delle resistenze (Fig. 7.5 e 7.6).

Questi confronti hanno evidenziato che i modelli proposti dal documento CNR-DT 204 (2006) interpolano mediamente i punti a sinistra del punto di rottura bilanciata

ovvero descrivono sufficientemente bene il comportamento esibito nel campo dominato dalle trazioni (Fig. 7.6) così come i punti sperimentali rilevati da prove di compressione centrata sono prossimi al valore teorico di sforzo normale di compressione ridotta (Fig. 7.5 e 7.6). I modelli della linea guida italiana sottostimano il comportamento dominato dalle compressioni a destra del punto di rottura bilanciata nel caso di calcestruzzi fibrorinforzati ad alta resistenza (Fig. 7.5).

I domini d'interazione costruiti con riferimento ad alcuni legami costitutivi disponibili in letteratura (Lim ed altri 1987; Barros e Figueiras 1999) prima definiti sovrastimano di poco il comportamento dominato dalle trazioni, sovrastimano notevolmente la resistenza a compressione degli elementi strutturali, mentre riescono ad interpolare mediamente il comportamento a destra del punto di rottura bilanciata nel caso della sperimentazione condotta da Foster ed Attard (2001) su calcestruzzi fibrorinforzati ad alta resistenza. Questo è dovuto al fatto che il modello di Barros e Figueiras (1999) non riduce la resistenza a compressione ($\alpha = 1$) così come indicato nella recente normativa ($\alpha = 0,85$), anche perché le prove eseguite sono di breve durata e non è rilevabile l'effetto del carico a lungo termine. Nella serie G ed S dei prototipi testati dagli autori (Foster ed Attard 2001) la presenza di una più alta percentuale di staffe insieme alla presenza di una percentuale in peso di fibre del 2% ha conferito una maggiore azione di confinamento al prototipo.

Un ulteriore confronto è stato proposto tra i domini di resistenza calcolati, con riferimento ai legami costitutivi proposti nel documento tecnico, assumendo i valori medi delle resistenze con quelli computati assumendo i valori caratteristici e di progetto delle resistenze (Fig. 7.7). I valori delle resistenze caratteristiche e di progetto utilizzati sono riportati in Tab. 7.7.

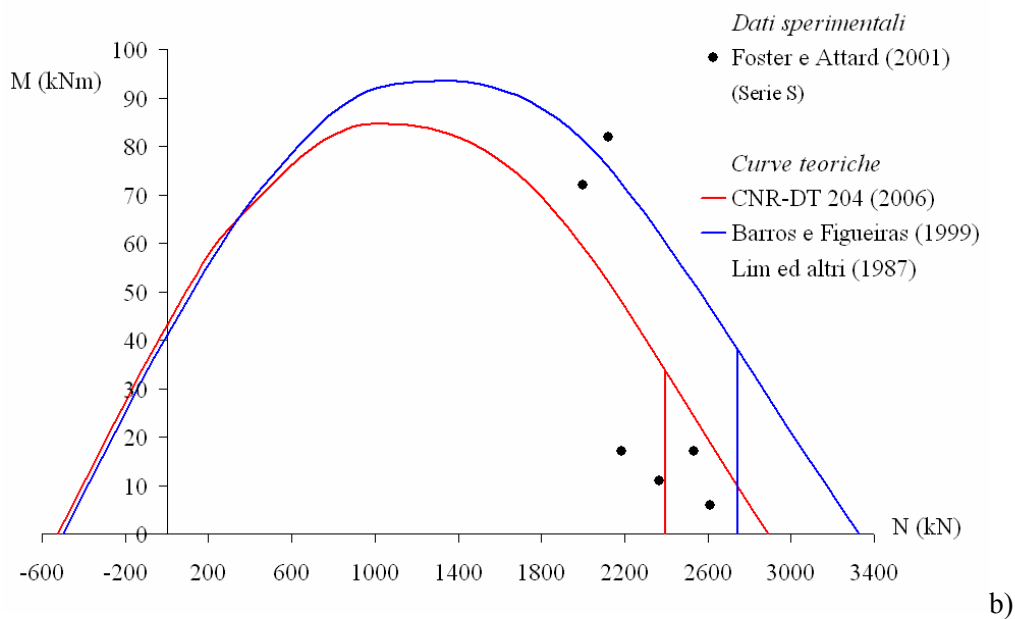
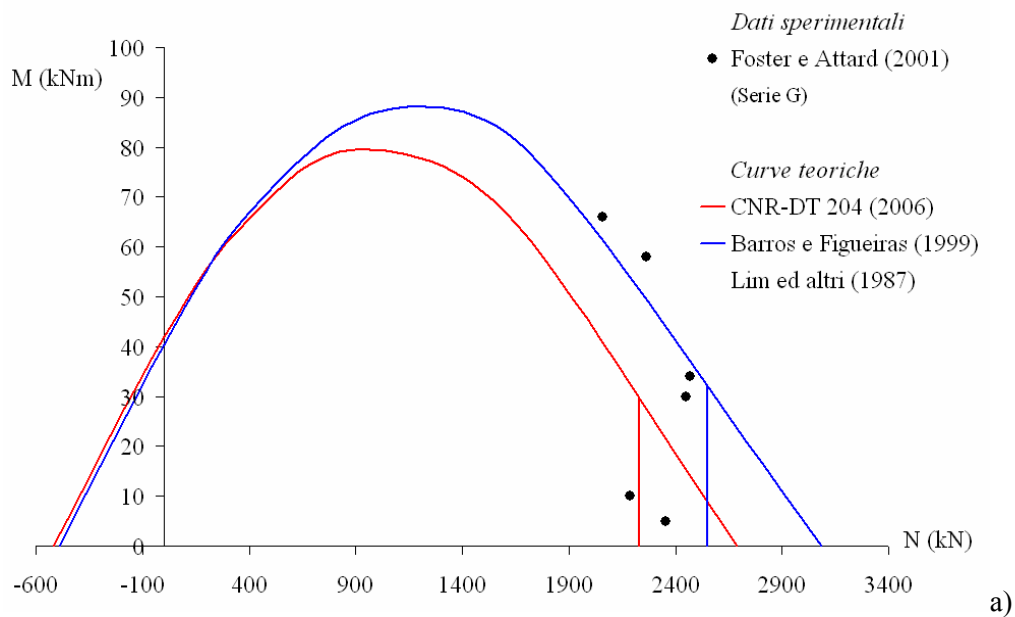


Fig. 7.5. Confronti tra modelli teorici e dati sperimentali di Foster ed Attard (2001) relativi alla serie: a) G; b) S.

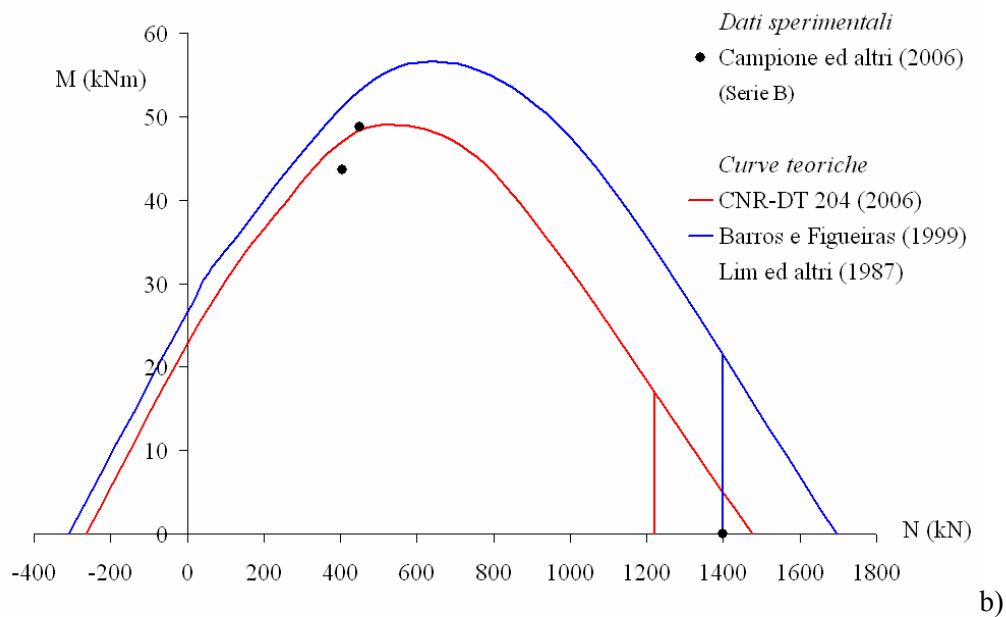
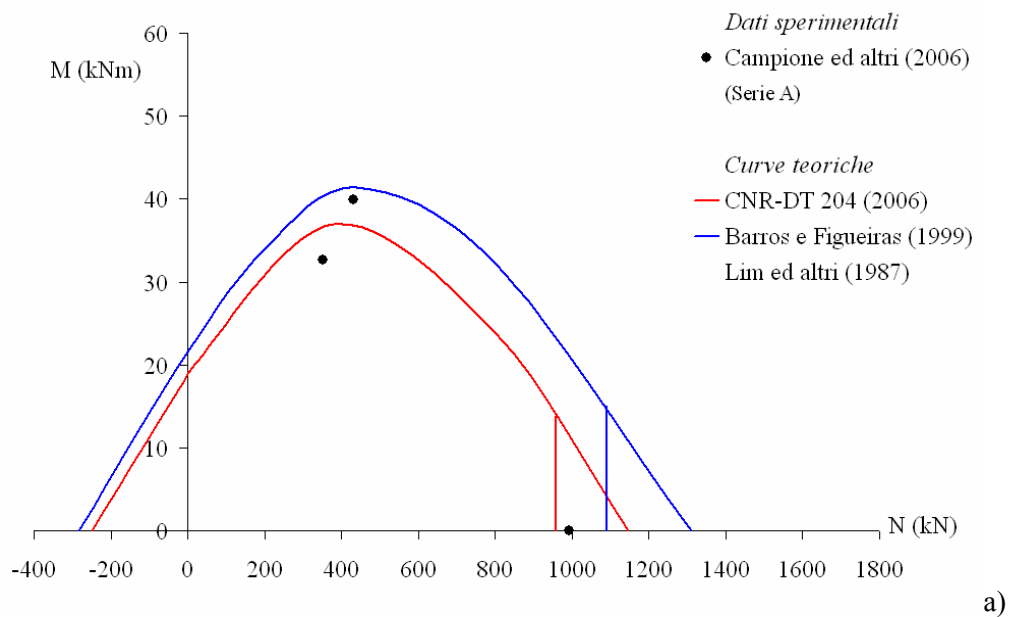


Fig. 7.6. Confronti tra modelli teorici e dati sperimentali di Campione ed altri (2006) relativi alla serie: a) A; b) B.

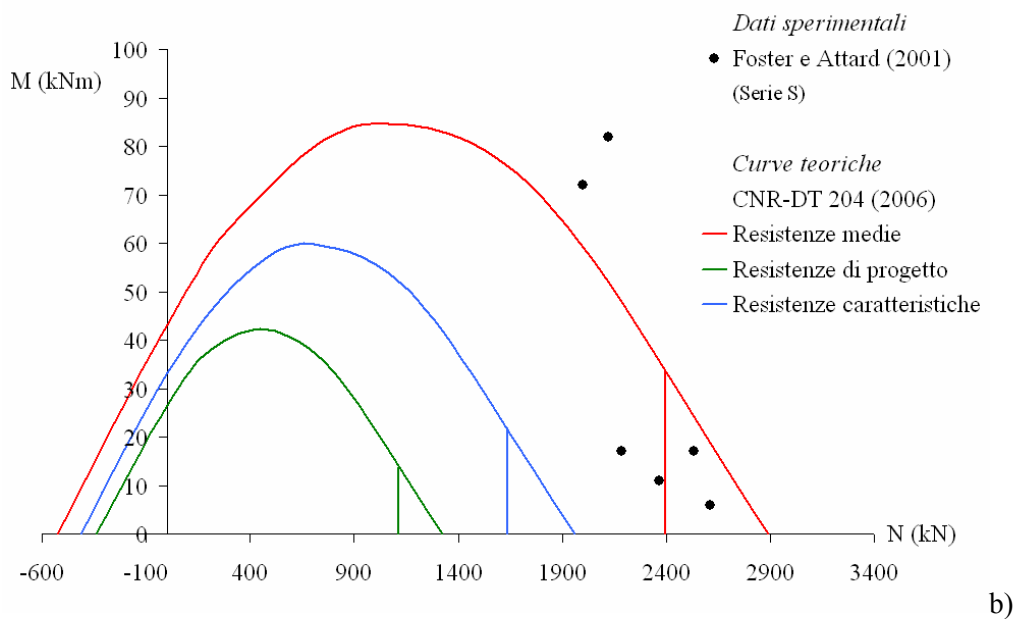
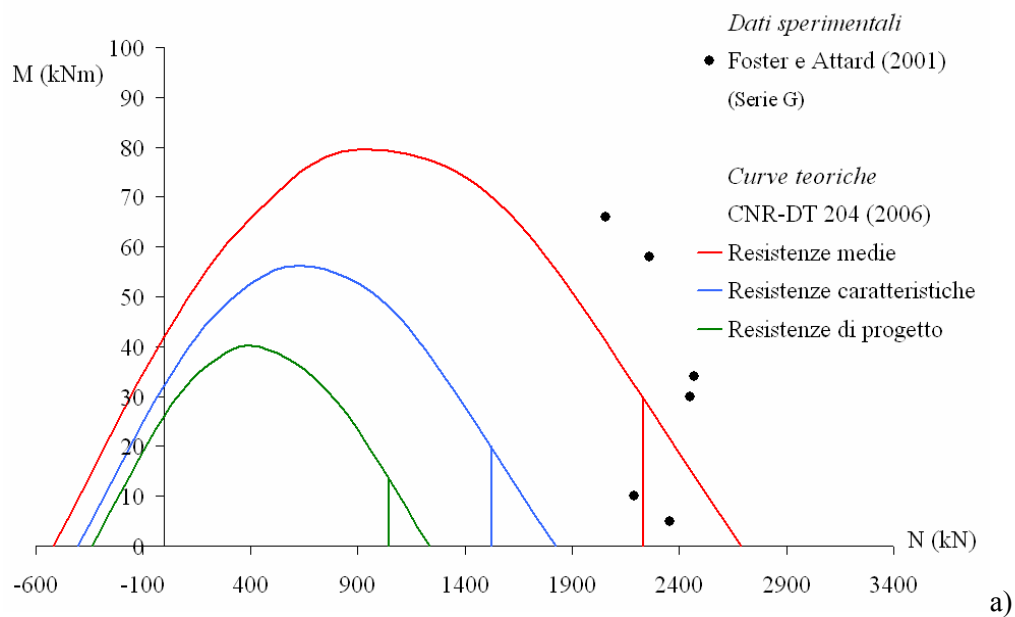


Fig. 7.7. Confronti tra modelli teorici e dati sperimentali di Foster ed Attard (2001) relativi alla serie: a) G; b) S.

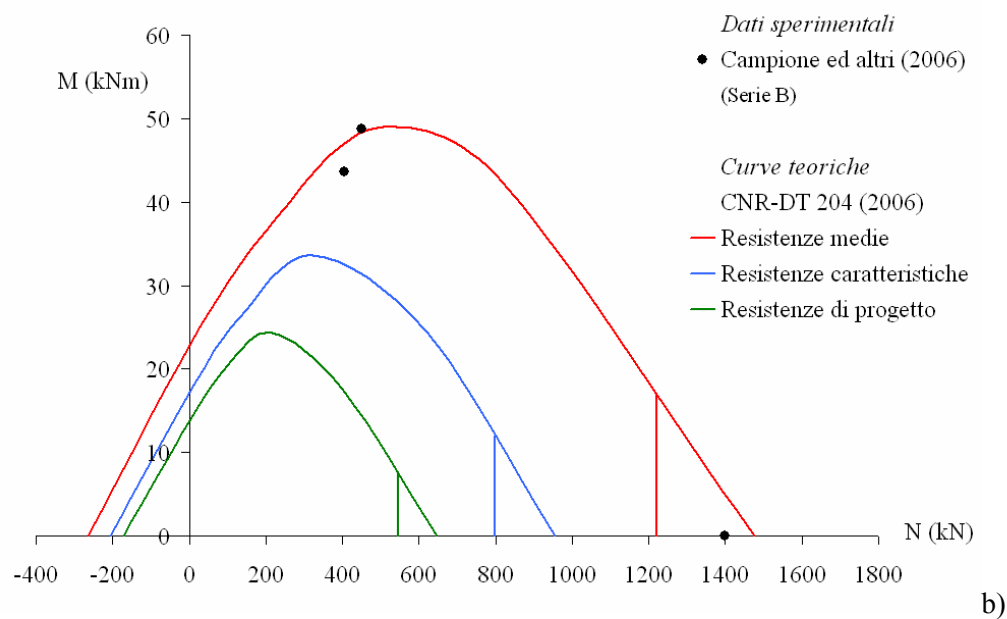
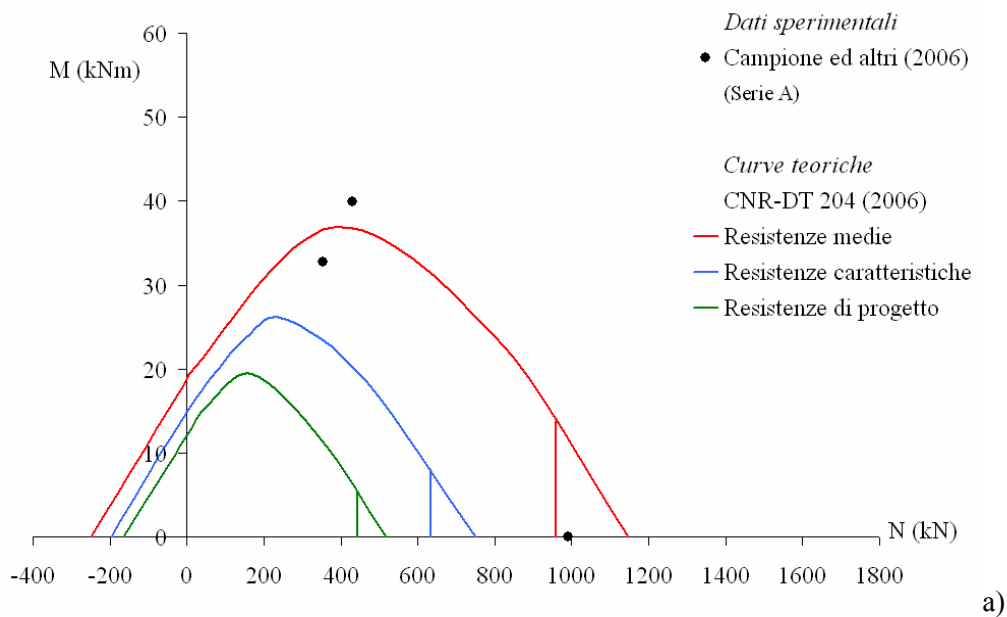


Fig. 7.8. Confronti tra modelli teorici e dati sperimentali di Campione ed altri (2006) relativi alla serie: a) A; b) B.

Tab. 7.7. Valori caratteristici e di progetto delle resistenze.

		Valore caratteristico	Valore di progetto	
Foster e Attard (2001)	Serie G	FRC Compressione	$R_{ck} = 53 \text{ MPa}$	$f_{cd} = 27,9 \text{ MPa}$
		FRC Trazione	$f_{crk} = 0,7 \times f_{cr} = 5,8 \text{ MPa}$	$f_{crd} = 3,9 \text{ MPa}$
		Acciaio (Y12)	$f_{yk} = 365 \text{ MPa}$	$f_{yd} = 317,4 \text{ MPa}$
	Serie S	FRC Compressione	$R_{ck} = 58 \text{ MPa}$	$f_{cd} = 31 \text{ MPa}$
		FRC Trazione	$f_{crk} = 0,7 \times f_{cr} = 6,3 \text{ MPa}$	$f_{crd} = 4,2 \text{ MPa}$
		Acciaio (Y12)	$f_{yk} = 365 \text{ MPa}$	$f_{yd} = 317,4 \text{ MPa}$
Campione ed altri (2006)	Serie A-B	FRC Compressione	$R_{ck} = 24 \text{ MPa}$	$f_{cd} = 12,6 \text{ MPa}$
		FRC Trazione	$f_{tfspk} = 0,7 \times f_{tfs} = 2,5 \text{ MPa}$	$f_{crd} = 1,7 \text{ MPa}$
		Acciaio	$f_{yk} = 375 \text{ MPa}$	$f_{yd} = 326 \text{ MPa}$

Il confronto permette di evidenziare la diversa capacità di resistenza della sezione passando dalle curve ottenute con riferimento ai valori medi, caratteristici e di progetto. Questo confronto permette di dare un giudizio sul grado di sicurezza nel caso di progettazione condotta con riferimento al CNR-DT 204 (2006).

7.6 Domini predittivi

In questo paragrafo vengono esposti degli esempi di domini di resistenza per progettare/verificare un usuale pilastro realizzato con calcestruzzo rinforzato con fibre metalliche ed armatura convenzionale. I domini sono stati costruiti facendo variare la percentuale in volume di fibre. Le curve ottenute sono state confrontate con quella calcolata nel caso di calcestruzzo ordinario. È stata presa in considerazione una sezione quadrata di dimensioni 300 mm x 300 mm, con copriferro di 30 mm, armata simmetricamente con un $\phi 18$ ad ogni spigolo.

I legami costitutivi assunti nel calcolo sono quelli forniti dal CNR-DT 204 (2006).

Per quanto riguarda le resistenze dei materiali si è fatto riferimento ai risultati delle prove di caratterizzazione meccanica dei calcestruzzi fibrorinforzati (I serie) investigate nel programma sperimentale descritto nel Capitolo 4. Le fibre impiegate sono metalliche uncinato di lunghezza pari a 40 mm e rapporto d'aspetto pari a 50. La

resistenza a compressione cubica media è circa pari a 45 MPa (44,8 MPa per $V_f=1\%$ e 44,7 MPa per $V_f=2\%$). Come evidenziato anche dalle prove sperimentali disponibili in letteratura la resistenza a compressione, al variare della percentuale in volume e del tipo di fibre, non si discosta molto da quella registrata per un calcestruzzo ordinario in mancanza di dati sperimentali di riferimento si è assunta una resistenza cubica media di 45 MPa anche per il calcestruzzo ordinario. È stata calcolata la resistenza caratteristica, secondo le indicazioni di normativa (Eurocodice 2004).

Come suggerito dal documento CNR-DT 204 (2006) si è seguito l'approccio di tipo prestazionale per identificare il valore di resistenza a trazione attraverso la valutazione dei risultati di prove di flessione su quattro punti eseguite secondo la UNI 11039. Nel calcolo secondo normativa non si tiene conto dell'effetto di localizzazione e si assumono i valori medi delle resistenze equivalenti (f_{eq2}) a trazione che sono: 4,5 MPa ($V_f = 1\%$) e 7,3 MPa ($V_f = 2\%$). Il valore caratteristico di tale grandezza, non discostandosi molto dal valore medio viene assunto coincidente con esso. Nel caso di calcestruzzo ordinario si è trascurata la resistenza a trazione. Per le barre di armatura si è fatto riferimento a ferri B450C. Attraverso opportuni coefficienti parziali dei materiali, si sono determinati i valori di progetto (Tab. 7.1).

Dall'analisi dei domini di resistenza, con riferimento alla sola resistenza, si evince che per tenori di fibre crescenti, a parità degli altri parametri, il comportamento a trazione migliora, mentre quello a compressione rimane inalterato (Fig. 7.9).

Lo sforzo normale di trazione ultimo per calcestruzzi rinforzati con l'1% e il 2% in volume di fibre si incrementa di circa il 22,6% ed il 36,2%, rispettivamente rispetto ad un calcestruzzo senza fibre. Questo incremento rappresenta il contributo delle fibre alla resistenza a trazione. Si nota inoltre un aumento del valore di momento ultimo, rispetto al calcestruzzo di base, per percentuali in volume crescenti dell'ordine del 23,1% per tenori dell'1% e del 36,5% per tenori del 2%. Il punto di rottura bilanciata si sposta leggermente verso sinistra, diminuisce il valore di sforzo normale ed aumenta di poco il valore di momento, nel caso di calcestruzzi fibrorinforzati.

Gli stessi domini sono stati restituiti in forma adimensionale al variare della percentuale in volume di fibre (V_f) e della percentuale meccanica d'armatura (q) (Fig.

7.10). Con $q = \frac{A_s f_{yd}}{b h f_{cd}}$. Dove A_s , area delle armature in zona tesa, b ed h base ed

altezza della sezione rettangolare, rispettivamente.

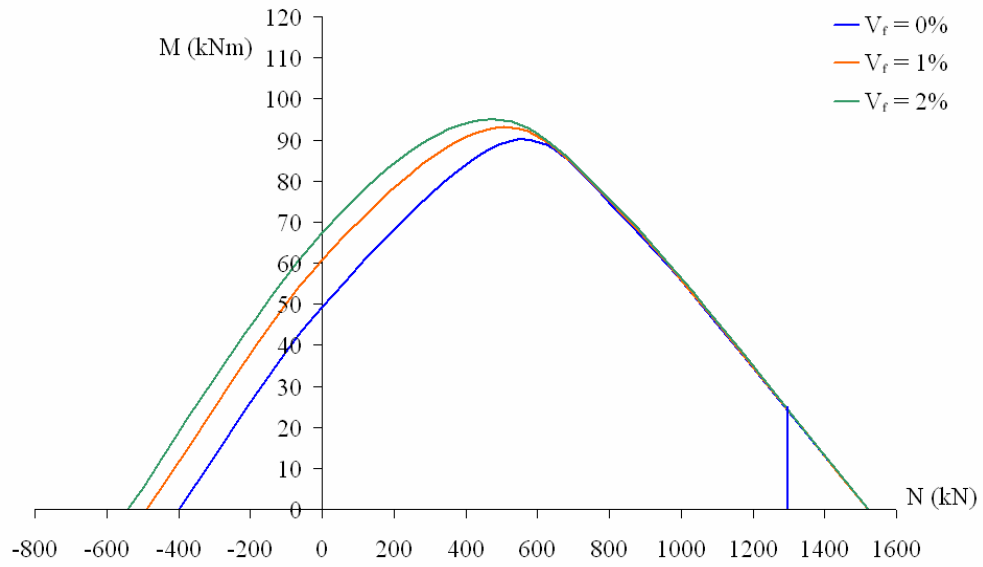


Fig. 7.9. Domini di resistenza dimensionali al variare della percentuale in volume di fibre.

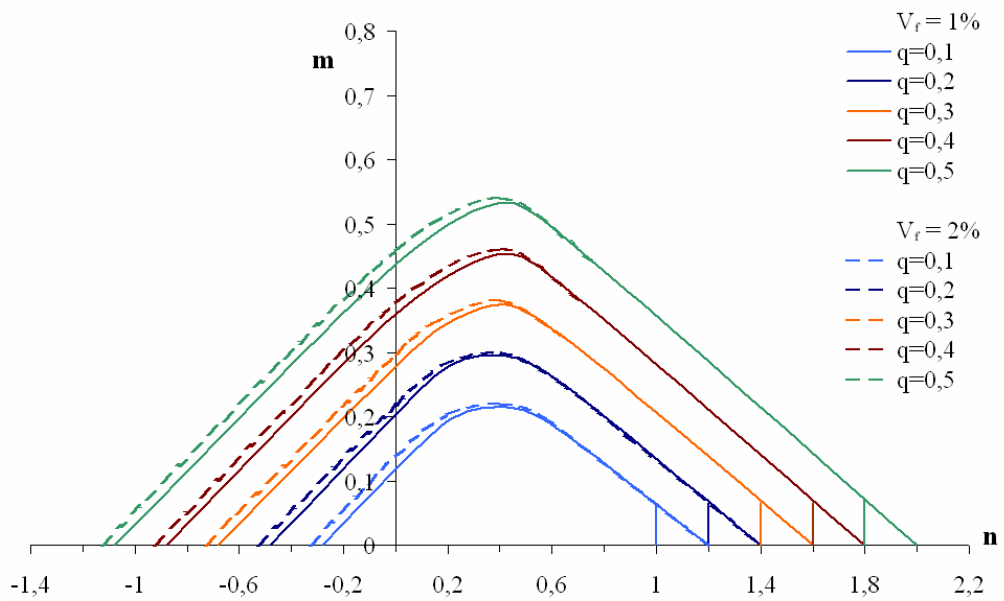


Fig. 7.10. Domini di resistenza adimensionali ($n=N/bhf_{cd}$, $m=M/bh^2f_{cd}$).

7.7 Conclusioni

Dal confronto tra le curve teoriche e i punti sperimentali emerge che le formulazioni proposte nel documento tecnico sono più affidabili rispetto ai modelli analitici investigati.

Il confronto con altre prove sperimentali anche su campioni simili a quelli investigati nella recente letteratura in grande scala al variare di alcuni parametri come rapporto d'aspetto, lunghezza, geometria per tenori medio-alti di fibre permetterà di ottenere ulteriori indicazioni sull'affidabilità dei modelli proposti dal documento CNR-DT 204 (2006).

I diagrammi dimensionali predittivi evidenziano i benefici forniti dalle fibre nel campo dominato dalle trazioni.

La costruzione di abachi delle curve d'interazione per calcestruzzi fibrorinforzati agevola le operazioni di progettazione/verifica di elementi pressoinflessi.

CAPITOLO 8

CONCLUSIONI

In questo lavoro sono stati investigati diversi aspetti dei calcestruzzi fibrorinforzati. Nella prima parte è stato studiato il comportamento del materiale attraverso tre tipi di approcci: sperimentale, teorico e numerico.

I risultati sperimentali ottenuti mostrano che l'aggiunta di fibre migliora il comportamento post-picco sia trazione che a compressione.

A compressione la resistenza rimane pressoché costante, mentre si attingono deformazioni ultime maggiori rispetto ai calcestruzzi ordinari. Nello specifico, per tenori di fibre maggiori dell'1% in volume, l'effetto di confinamento conferito dalle fibre comporta una diminuzione della pendenza del ramo di *softening* con una significativa resistenza residua in corrispondenza di deformazioni dell'ordine di circa cinque-sei volte della deformazione a schiacciamento di un normale calcestruzzo.

Le prove di trazione per flessione hanno evidenziato che, a parità di altri parametri, al crescere del tenore di fibre metalliche additivate nell'impasto aumenta il valore del carico di picco, si riduce la pendenza del ramo discendente così come cresce il valore del carico residuo e di energia di frattura. L'uso poi combinato di fibre lunghe (50 mm), con rapporti d'aspetto più alti (80) e dosaggi medio-alti, in matrici cementizie ad alta resistenza ($R_{cm} = 80$ MPa) migliora sostanzialmente la *performance* del calcestruzzo fibrorinforzato.

Nel caso di calcestruzzi rinforzati con fibre in polipropilene non si hanno incrementi in termini di resistenze bensì in termini di comportamento post-picco e quindi di resistenze residue. La lunghezza delle fibre e il loro dosaggio nella matrice cementizia influenzano poco il comportamento post-fessurativo dei calcestruzzi rinforzati con fibre in polipropilene.

La consistenza delle curve ottenute ed i valori molto bassi di scarto quadratico e di varianza mostrano che, attraverso un corretto *mix design*, possono essere prodotti calcestruzzi fibrorinforzati di qualità consistente. L'uso, però, di alti tenori di fibre ($V_f > 3\%$) deve essere sempre accompagnato da un elevato controllo di qualità per verificare le resistenze ed il comportamento atteso.

I risultati sperimentali, sia a compressione che a trazione, eseguiti con riferimento a ben precise *standards* contribuiscono ad arricchire il database sperimentale disponibile in letteratura.

In particolare, le curve tensione-deformazione a compressione sperimentali sono state utili per un confronto con le curve ottenute utilizzando i diversi modelli presenti in letteratura. Le curve carico-freccia ottenute dalle prove di flessione su quattro punti su provini prismatici intagliati sono state confrontate con le curve ottenute numericamente.

Le relazioni tensione-deformazione a compressione teoriche disponibili in letteratura e qui analizzate sono basate su equazioni simili a quelle utilizzate per i calcestruzzi ordinari ma la resistenza a compressione e la deformazione corrispondente alla tensione massima sono valutate in base ad equazioni empiriche. Queste equazioni empiriche in molti casi sopravvalutano la resistenza e/o il comportamento post-picco a compressione dei calcestruzzi fibrorinforzati. Se applicate per prevedere la resistenza a compressione di calcestruzzi rinforzati con medio-alti tenori di fibre metalliche queste formule forniscono valori di resistenza molto più grandi rispetto al corrispondente calcestruzzo di base. Sperimentalmente si è osservato che l'uso anche di alti tenori di fibre non comporta incrementi in termini di resistenza.

Dal confronto incrociato tra curve sperimentali, disponibili in letteratura e ottenute dalla presente investigazione, con quelle teoriche si evince che ogni modello rappresenta bene i propri dati sperimentali in base ai quali è stato definito. Queste relazioni tensione-deformazione non mostrano lo stesso grado di accuratezza quando applicate ad altri dati sperimentali. In generale, il modello di Barros e Figueiras (1999)

descrive con sufficiente accuratezza il comportamento a compressione dei calcestruzzi fibrorinforzati.

Al fine di validare/invalidare le relazioni tensione-deformazioni a trazioni disponibili in letteratura si suggerisce di sviluppare un confronto teorico-sperimentale.

I risultati sperimentali sono stati utilizzati come parametri di input per la modellazione numerica di provini prismatici intagliati in calcestruzzo fibrorinforzato. Le curve numeriche ottenute hanno mostrato di essere in buon accordo con le curve sperimentali.

Ulteriori confronti con altri dati sperimentali disponibili anche in letteratura permetteranno di confermare la validità della procedura numerica utilizzata.

Il modello così definito e validato consentirà di eseguire simulazioni numeriche al variare di alcuni parametri e quindi, di prevedere il comportamento post-picco di provini simili ma con differenti caratteristiche meccaniche e si potrà giungere ad utili indicazioni progettuali.

Nella seconda parte del lavoro è stato affrontato lo studio del comportamento pressoflessionale di elementi monodimensionali in calcestruzzo fibrorinforzato ed armatura tradizionale.

Il confronto sviluppato tra curve d'interazione sforzo normale (N) – momento flettente (M) teoriche, costruite con riferimento ad alcuni modelli forniti nella letteratura di settore e coppie di punti (N, M), ottenuti da alcune prove sperimentali su colonne caricate eccentricamente disponibili in letteratura, evidenzia che le formulazioni proposte nel documento tecnico sono più affidabili rispetto ai modelli analitici investigati ma sottostimano il comportamento nel campo dominato dalle compressioni nel caso di calcestruzzi ad alta resistenza.

I diagrammi dimensionali predittivi evidenziano i benefici forniti dalle fibre nel campo dominato dalle trazioni.

Gli abachi forniti in forma adimensionale risultano essere un valido strumento per le operazioni di progetto/verifica di sezioni rettangolari in calcestruzzo fibrorinforzato armate simmetricamente.

Ricerche future

Ulteriori indicazioni sul comportamento pressoflessionale di colonne di calcestruzzo fibrorinforzato ed armatura tradizionale si potranno ottenere dallo sviluppo di prove

sperimentali a carico eccentrico su prototipi, in media e/o grande scala in modo da ottenere coppie di punti sperimentali sia a destra che a sinistra della rottura bilanciata. Al fine di ottenere risultati confrontabili tra loro le dimensioni del prototipo dovranno rimanere costanti, mentre si dovrà fare variare il tipo e la percentuale in volume di fibre additivate nella matrice cementizia ed il quantitativo di armatura longitudinale e trasversale. I prototipi dovranno essere adeguatamente strumentati internamente (estensimetri elettrici) ed esternamente (trasduttori di spostamento) in modo da rilevare, al variare del carico, le deformazioni nei materiali, calcestruzzo e armature, le curve carico-spostamento e si potranno dedurre, con riferimento ad alcuni tratti dell'elemento, le relazioni momento-curvatura. I risultati sperimentali permetteranno di analizzare in termini di resistenza e duttilità l'efficacia delle fibre combinate con l'uso di armature tradizionali (ferri longitudinali e staffe) e di valutarne gli incrementi/decrementi al variare di alcuni parametri (tipo di fibre, percentuale in volume di fibre, quantitativi di armatura longitudinale/trasversale, ecc.).

La ricerca sperimentale potrà essere affiancata da un studio numerico. L'obiettivo dovrà essere quello di simulare mediante codici specialistici agli elementi finiti (Lusas, Diana, Abaqus, ecc.) i risultati sperimentali ottenuti, in modo da verificare l'affidabilità della procedura numerica non lineare di riprodurre il comportamento di tali elementi. Una volta confermata la validità del modello, la procedura numerica potrà essere utilizzata anche per analisi di tipo parametrico.

Al fine di definire un legame costitutivo affidabile per il calcestruzzo fibrorinforzato da utilizzare nello studio del comportamento strutturale di elementi pressoinflessi dovranno essere eseguite ben definite prove di caratterizzazione meccaniche secondo quanto richiesto dalla linea guida italiana.

Con riferimento alla sezione dei prototipi testati ed alle caratteristiche meccaniche dei materiali utilizzati si dovranno costruire i domini d'interazione sforzo normale-momento flettente. Il confronto teorico-sperimentale permetterà di validare/invalidare i modelli analitici proposti da diversi autori con particolare attenzione a quelli citati nel documento CNR-DT 204 (2006) o di formulare eventuali proposte di modifica.

BIBLIOGRAFIA

ACI Committee 544.4R. (1988). "Design considerations for steel fiber reinforced concrete." American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan.

AFNOR P 18-409. (1993). "Béton avec Fibres Métalliques-Essai de Flexion." Normalisation Francaise, L'association Francaise de Normalisation.

ASTM C 1399. (2007). "Standard test method for obtaining average residual strength of fiber reinforced concrete."

ASTM C 1550. (2004). "Standard test method for flexural toughness of fiber reinforced concrete (using centrally loaded round panel)."

ASTM C 1609/C 1609 M. (2006). "Standard test method for flexural performance of fiber-reinforced concrete (using beam with third-point loading)."

Banthia, N., Sappakittipakorn, M. (2007). "Toughness enhancement in steel fiber reinforced concrete through fiber hybridization." *Cement and Concrete Research*, 37, 1366-1372.

Banthia, N., Soleimani, S.M. (2005). "Flexural response of hybrid fiber-reinforced cementitious composites." *ACI Materials Journal*, 102(6), 382-389.

- Barragan, B.E. (2002). "Failure and toughness of steel fiber reinforced concrete under tension and shear." Ph.D. thesis, Universitat Politecnica de Catalunya, Barcelona, Spain, 150.
- Barragan, B.E., Gettu, R., Martín, M.A., Zerbino, R.L. (2003). "Uniaxial tension test for steel fibre reinforced concrete – a parametric study." *Cement and Concrete Composites*, 25, 767-777.
- Barros, J.A.O., Figueiras, J.A. (1999). "Flexural behavior of SFRC: testing and modeling." *ASCE Journal of Materials in Civil Engineering*, 11(4), 331-339.
- Barros, J.A.O., Pereira, E., Ribeiro, A., Cunha, V. (2005). "Self-compacting steel fibre reinforced concrete for precasted sandwich panels – experimental and numerical research." *Proceedings of International Workshop on Advanced in Fiber Reinforced Concrete*, Bergamo, Italy, 169-180.
- Bazant, Z.P. (1996). "Analysis of work-of-fracture method for measuring fracture energy of concrete." *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, 122(2), 138-144.
- Bazant, Z.P., Oh, B.H. (1983). "Crack band theory for fracture of concrete." *Materials and Structures*, 93, 155-177.
- Bayasi, M.Z., Soroushian, P. (1992). "Effect of steel fiber reinforcement on fresh mix properties of concrete." *ACI Materials Journal*, 89(49), 369-374.
- Bencardino, F., Rizzuti, L., Spadea, G. (2007). "Experimental tests v/s theoretical modeling for FRC in compression." *Proceedings of 6th International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures – FraMCoS-6*. Catania, Italy, 3, 1473-1480.
- Campione, G., Cucchiara, C., La Mendola, L. (2003). "Role of fibres and stirrups on the behaviour of reinforced concrete beams under flexure and shear." *International Conference on Composites in Construction*, Rende, Italy, 97-102.
- Campione, G., Cucchiara, C., La Mendola, L., Papia, M. (2005). "Steel-concrete bond in lightweight fiber reinforced concrete under monotonic and cyclic actions." *Engineering Structures*, 27(6), 881-890.

- Campione, G., Fossetti, M., Papia, M. (2007). "Comportamento flessionale di colonne in calcestruzzo fibrorinforzato." *Proceedings of the Conference AICAP*, Salerno, Italy, 67-74.
- Campione, G., Fossetti, M., Papia, M., Priolo, S. (2006). "Analisi sperimentale del comportamento flessionale di colonne in calcestruzzo fibrorinforzato." *Proceedings of the Conference CTE*, Parma, Italy, 1, 529-538.
- Campione, G., La Mendola, L. (2004). "Behavior in compression of lightweight fiber reinforced concrete confined with transverse steel reinforcement." *Cement and Concrete Composites*, 26(6), 645-656.
- Carreira, D.J., Chu, K.M. (1985). "Stress-strain relationship for plain concrete in compression." *ACI Journal*, 82(6), 797-804.
- Cava, R., Gallo, D., Porco, G., Spadea, G. (1991). "Modelli analitici e comportamento dei calcestruzzi fibrorinforzati." *20° Convegno nazionale AIAS*, Palermo, Italy, 145-154.
- CEB-FIP Model Code 1990. (1993). Bulletin d'information No. 213/214. Comité Euro-International du Béton, Thomas Telford, London, 460.
- CNR-DT 204. (2006). "Istruzioni per la progettazione, l'esecuzione ed il controllo di strutture di calcestruzzo fibrorinforzato." CNR, Rome, Italy, 59.
- Colombo, M. (2007). "FRC bending behaviour: a damage model for high temperatures." Ph.D. Thesis, Politecnico di Milano, Milano, Italy, 205.
- Cominoli, L. Meda, A., Minelli, F., Plizzari, G.A., Tiberti, G. (2006). "On structural applications of fiber-reinforced concrete." *Studies and Researches*, 26, 127-162.
- Coppola, L. (1997). "Il progetto delle strutture armate in calcestruzzo ad alta resistenza meccanica a compressione." *Industria Italiana del Cemento*, 10, 756-775.
- Crisfield, M.A. (1981). "A fast incremental/iterative solution procedure that handles snap-through." *Computers and Structures*, 13, 55-62.
- Cucchiara, C., La Mendola, L., Papia, M. (2004). "Effectiveness of stirrups and steel

fibres as shear reinforcement.” *Cement and Concrete Composites*, 26, 777-786.

DAfStb (Deutscher Ausschuss für Stahlbeton). (2005). “Richtlinie Stahlfaserbeton.” Ergänzung zu DIN 1045.

di Prisco, M. (2007). “Fibre-reinforced concrete for strong, durable and cost saving structures and infrastructures.” Starrylink, Brescia.

di Prisco, M., Ferrara, L., Colombo, M., Mauri, M. (2004). “On the identification of SFRC constitutive law in uniaxial tension.” *Proceedings of 6th RILEM Symposium on Fibre-Reinforced Concretes BEFIB 2004 – PRO 39*, Varenna, Italy, 827-836.

Eurocodice. (2004). “Criteri generali di progettazione strutturale”.

D.M. Min. delle Infrastrutture e dei Trasporti. (2005). “Norme tecniche per le costruzioni.” G.U. n. 222 del 23 settembre 2005.

Dupont, D. (2003). “Modelling and experimental validation of the constitutive law (σ - ϵ) and cracking behaviour of steel fibre reinforced concrete.” Ph.D. Thesis, Katholieke Universiteit Leuven, Heverlee, Belgium, 215.

Dwarakanath, H.V. and Nagaraj, T.S. (1991). “Comparative study of predictions of flexural strength of steel fiber concrete.” *ACI Structural Journal*, 88(6), 714-720.

Elices, M., Guinea, G.V., Planas, J. (1992). “Measurement of fracture energy using three-point bend tests: part 3 – Influence of the P-d tool.” *Materials and Structures*, 25, 327-334.

Elsaigh, W.A., Robberts, J.M., Kearsley, E.P. (2004). “Modelling non-linear behaviour of steel fibre reinforced concrete.” *Proceedings of 6th RILEM Symposium on Fibre-Reinforced Concretes BEFIB 2004 – PRO 39*, Varenna, Italy, 837-846.

Ezeldin, A.S., Balaguru, P.N. (1992). “Normal and high-strength fiber reinforced concrete under compression.” *ASCE Journal of Materials in Civil Engineering*, 4(4), 415-427.

Failla, C., Signorini, S. (2003). “Il calcestruzzo ad alte prestazioni nella

prefabbricazione.” In di Prisco M. e Plizzari G.A. (eds), *La meccanica della frattura nel calcestruzzo ad alte prestazioni*, 199-214.

Fanella, D.A., Naaman, A.E. (1985). “Stress-strain properties of fiber reinforced mortar in compression.” *ACI Journal*, 82(4), 475-483.

Fantilli, A.P., Mihashi, H., Vallini P. (2007). “Post-Peak Behavior of Cement-Based Materials in Compression.” *ACI Materials Journal*, 104(5), 501-510.

Ferrara, L., di Prisco, M., Plizzari, G.A. (1999). “The wedge-splitting test: crack-propagation modelling and boundary-condition role.” *Studies and Researches*, 20, 97-125.

Ferrara, L., Park, Y.D., Shah, S.P. (2007). “Toughness properties and fiber dispersion in vibrated and self consolidating fiber reinforced concrete.” *Proceedings of 6th International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures – FraMCoS-6*. Catania, Italy, 3, 1341-1349.

Foster, S.J., Attard, M.M. (2001). “Strength and ductility of fiber-reinforced high strength concrete columns.” *ASCE Journal of Structural Engineering*, 127, 28-34.

Galli, G., Grimaldi, A., Rinaldi, Z. (2003). “Optimal design of FRC structural elements.” *Workshop on Optimal Design*, Laboratoire de Mécanique des Solides Ecole Polytechnique Palaiseau France.

Gettu, R., Barragan, B.E. (2003). “Direct tension test and interpretation.” *Proceedings of RILEM TC 162-TDF Workshop – PRO 31*, Bochum, Germany, 15-30.

Guinea, G.V., Planas, J., Elices, M. (1992). “Measurement of the fracture energy using three point bend tests: part 1 – Influence of the experimental procedures.” *Materials and Structures*, 25, 212-218.

Hannant, D.J. (1978). “Fiber Cements and Fiber concrete.” Wiley, New York, 219.

Hillerborg, A. (1985). “The theoretical basis of a method to determine the fracture energy G_f of concrete.” *Materials and Structures*, 106, 291-296.

Hillerborg, A. (1985). “Results of three comparative test series for determining the

fracture energy G_f of concrete.” *Materials and Structures*, 107, 407-413.

Hillerborg, A., Modeer, M., Petersson, P.E. (1976). “Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements.” *Cement and Concrete Research*, 6, 773-782.

Hognestad, E. (1951). “A study of combined bending and axial load in reinforced concrete members.” University of Illinois Engineering Experimental Station Bulletin 399, 128.

JCI SF4. (1984). “Method of Tests for Flexural Strength and Flexural Toughness of Fiber Reinforced Concrete”, JCI Standard SF4, Japan Concrete Institute Standards for test methods of fiber reinforced concrete, 45-51.

Jefferson, A.D. (2002). “A constitutive model for aggregate interlock on formed crack planes.” *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 26, 1-21.

Jo, B.W., Shon, Y.H., Kim, Y.J. (2001). “The evaluation of elastic modulus for steel fiber reinforced concrete.” *Russian Journal of Nondestructive Testing*, 37(2), 152-161.

Kazemi, M.T., Naraghi, M., Shahvari, F.V. (2004). “Fracture energy determination of SFRC from notched beam tests.” *Proceedings of 6th RILEM Symposium on Fibre-Reinforced Concretes BEFIB 2004 – PRO 39*, Varenna, Italy, 359-368.

Lim, T.Y., Paramasivam, P., Lee, S.L. (1987). “Analytical model for tensile behavior of steel-fiber concrete.” *ACI Materials Journal*, 84(4), 286-299.

Lim, T.Y., Paramasivam, P., Lee, S.L. (1987). “Bending behavior of steel-fiber concrete beams.” *ACI Structural Journal*, 84 November-December, 524-537.

Löfgren, I. (2004). “The wedge splitting test – a test method for assessment of fracture parameters of FRC.” *Proceedings of Symposium on Fracture Mechanics of Concrete Structures – Ia-FraMCoS*, 1155-1162.

Löfgren, I., Stang, H., Olesen, J.F. (2004). “Wedge splitting test – a test to determine fracture properties of FRC.” *Proceedings of 6th RILEM Symposium on Fibre-*

Reinforced Concretes BEFIB 2004 – PRO 39, Varenna, Italy, 379-388.

Lok, T.S., Xiao, J.R. (1999). "Flexural strength assessment of steel fiber reinforced concrete." *Journal of Materials in Civil Engineering*, 11(3), 188-196.

LUSAS. (2006). "LUSAS – Theory Manual 1." *LUSAS, Powerful FE technology for specialist applications*. FEA Ltd.

Mander, J.B., Priestley, M.J.N., Park, R. (1988). "Theoretical stress-strain model for confined concrete." *ASCE Journal of Structural Engineering*, 114(8), 1804-1826.

Mander, J.B., Priestley, M.J.N., Park, R. (1988). "Observed stress-strain behavior of confined concrete." *ASCE Journal of Structural Engineering*, 114(8), 1827-1849.

Mansur, M.A., Chin, M.S., Wee, T.H. (1999). "Stress-strain relationship of high-strength fiber concrete in compression." *ASCE Journal of Materials in Civil Engineering*, 11(1), 21-29.

Martinola, G., Meda, A., Plizzari, G.A., Rinaldi, Z. (2007). "An application of high performance fiber reinforced cementitious composites for RC beam strengthening." *Proceedings of 6th International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures – FraMCoS-6*. Catania, Italy, 3, 1541-1548.

Mebarkia, S., Vipulanandan, C. (1992). "Compressive behavior of glass-fiber-reinforced polymer concrete." *ASCE Journal of Materials in Civil Engineering*, 4(1), 91-105.

Nataraja, M.C., Dhang, N., Gupta, A.P. (1999). "Stress strain curve for steel-fiber reinforced concrete under compression." *Cement and Concrete Composites*, 21, 383-390.

NBN B 15-238 (1992). "Essais des Bêtons Renforces de Fibres-Essai de Flexion sur éprouvettes prismatiques." Norme Belge, Institute belge de Normalisation (IBN), 9.

Ozalp, F., Akkaya, Y., Sengul, C., Akcay, B., Tasdemir, M.A., Kocaturk, A.N. (2007). "Curing effect on fracture of high-performance cement based composites with hybrid steel fibers." *Proceedings of 6th International Conference on Fracture Mechanics of*

Concrete and Concrete Structures – FraMCoS-6. Catania, Italy, 3, 1377-1385.

Ozyurt, N., Mason, T.O., Shah, S.P. (2007). “Correlation of fiber dispersion, rheology and mechanical performance of FRCs.” *Cement and Concrete Composites*, 29(2), 70-79.

Planas, J., Elices, M. Guinea, G.V. (1992). “Measurement of the fracture energy using three-point bend tests: Part 2 – influence of the bulk energy dissipation.” *Materials and Structures*, 25, 305-312.

RILEM PRO 31. (2003). “Test and design method for steel fibre reinforced concrete – Background and Experience.” *Proceedings of RILEM TC 162-TDF Workshop*.

RILEM PRO 39. (2004). “Fibre-reinforced concretes.” *Proceedings of 6th RILEM Symposium on Fibre-Reinforced Concretes BEFIB 2004*.

RILEM TC 50-FMC. (1985). “Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bend tests on notched beams.” *Materials and Structures*, 18.

RILEM TC 162-TDF. (2002). “Bending test.” *Materials and Structures*, 35, 579-582.

RILEM TC 162-TDF. (2003). “Test and design method for steel fibre reinforced concrete – σ - ε design method.” *Materials and Structures*, 36, 560-567.

Romualdi, P., Batson, G.B. (1963) “Mechanics of Crack Arrest in Concrete.” *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, 89, 147-168.

Romualdi, J.P., Mandel, J.A. (1964). “Tensile strength of concrete affected by uniformly distributed closely spaced short lengths of wire reinforcements.” *ACI Journal*, 61(6), 657-671.

Rots, J. G., de Borst, R. (1989). “Analysis of concrete fracture in direct tension.” *International Journal of Solids and Structures*, 25(12), 1381-1394.

Sargin, M. (1971). “Stress-strain relationship for concrete and the analysis of structural concrete sections.” Solid Mechanics Division University of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada. Study No.4. University of Waterloo Press, 167.

- Shah, S.P., Kuder, K. (2005). "Hybrid and high-performance fiber-reinforced cementitious composites." *Proceedings of International Workshop on Advanced in Fiber Reinforced Concrete*, Bergamo, Italy, 83-92.
- Sivakumar, A., Santhanam, M. (2007). "Mechanical properties of high strength concrete reinforced with metallic and non-metallic fibres." *Cement and Concrete Composites*, 29, 603-608.
- Sorelli L. G., Meda A., Plizzari G. A. (2005). "Bending and uniaxial tensile tests on concrete reinforced with hybrid steel fibers." *ASCE Journal of Materials in Civil Engineering*, 17(5), 519-527.
- Soroushian, P., Lee, C.D. (1989). "Constitutive modeling of steel fiber reinforced concrete under direct tension and compression." In R.N. Swamy and B. Barr (eds) *Fibre Reinforced Cements and Concretes, Recent Developments*, 363-375.
- Soroushian, P., Lee, C.D. (1990). "Deformation and ultimate strength in flexure of reinforced concrete beams made with steel fiber concrete." *ACI Structural Journal*, 78(5), 363-375.
- Spadea, G., Bencardino, F. (1997). "Behavior of fiber-reinforced concrete beams under cyclic loading." *Journal of Structural Engineering*, 123(5), 660-668.
- Stang, H., Li, V.C. (2004). "Classification of fibre reinforced cementitious materials for structural applications." *Proceedings of 6th RILEM Symposium on Fibre-Reinforced Concretes BEFIB 2004 – PRO 39*, Varenna, Italy, 197-218.
- Swamy, R.N., Al-Ta'an, A. (1981). "Deformation and ultimate strength in flexure of reinforced concrete beams made with steel fiber concrete." *ACI Journal*, Sept.–Oct., 395-405.
- Swamy, R.N., Mangat, P.S., Rao, C.V.S.K. (1974). "The mechanics of fiber reinforcement of cement matrices." SP44, American Concrete Institute, Detroit, 1-28.
- Taerwe, L.R. (1992). "Influence of steel fiber on strain-softening of high-strength concrete." *ACI Materials Journal*, 88(6), 54-60.

UNE 83510-89. (2004). "Concrete with fibers. Determination of the index of tenacity and strength with the first crack." Norma Española, AENOR, Asociación Española de Normalización y Certificación.

UNI 11039-1. (2003). "Calcestruzzo rinforzato con fibre di acciaio – Definizioni, classificazione e designazione."

UNI 11039-2. (2003). "Calcestruzzo rinforzato con fibre di acciaio – Metodo di prova per la determinazione della resistenza di prima fessurazione e degli indici di duttilità."

UNI EN 12390-3. (2003). "Prova sul calcestruzzo indurito - Resistenza alla compressione dei provini."

Vandewalle, L. (2007). "Postcracking behaviour of hybrid steel fiber reinforced concrete." *Proceedings of 6th International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures – FraMCoS-6*. Catania, Italy, 3, 1367-1375.

Wafa, F.F., Ashour, S.A. (1992). "Mechanical properties of high-strength fiber reinforced concrete." *ACI Materials Journal*, 89(5), 449-455.

Willam, K., Warnke, E. (1975). "Constitutive models for triaxial behavior of concrete." *Proceedings of International Association of Bridge Structural Engineering*, Report 19, Zurich, Switzerland, 1-30.

Yurtseven, A.E., Tokyay, M., Yaman, I.O. (2006). "Mechanical properties of hybrid fiber reinforced concrete." *Proceedings of 2nd International fib Congress*, Naples, Italy.

APPENDICE

Prima serie: prove di flessione su quattro punti

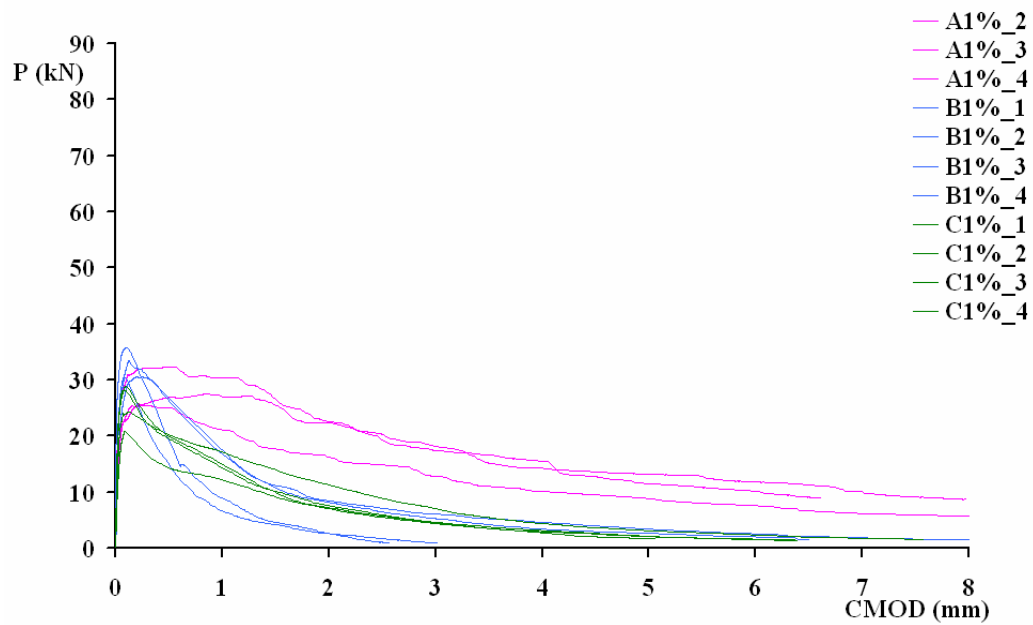


Fig. A1. Curve sperimentali ($V_f=1\%$): carico-CMOD.

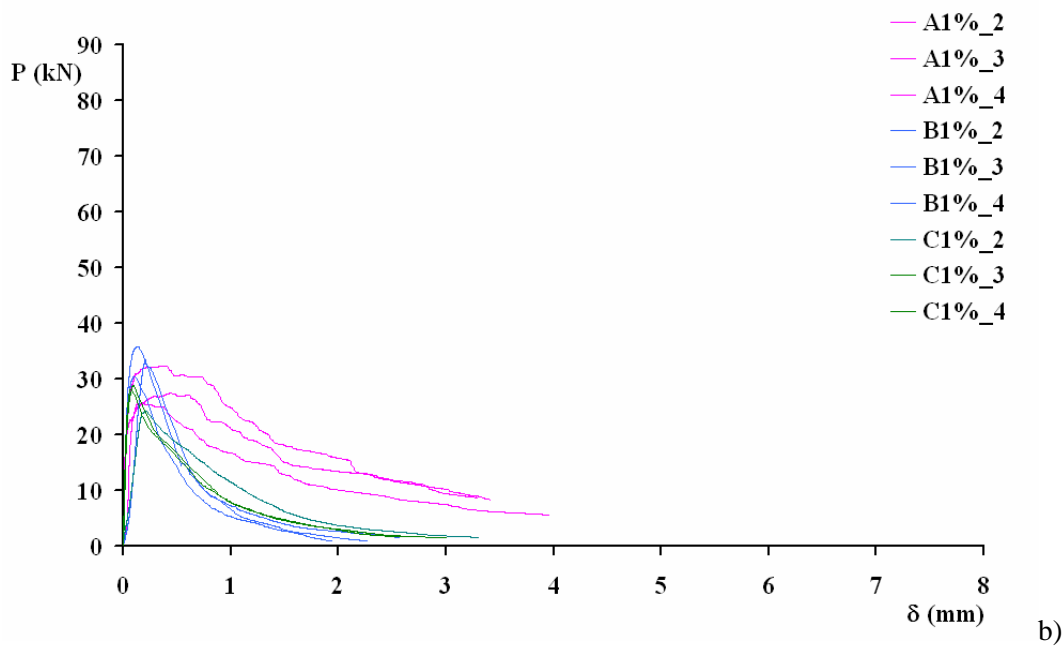
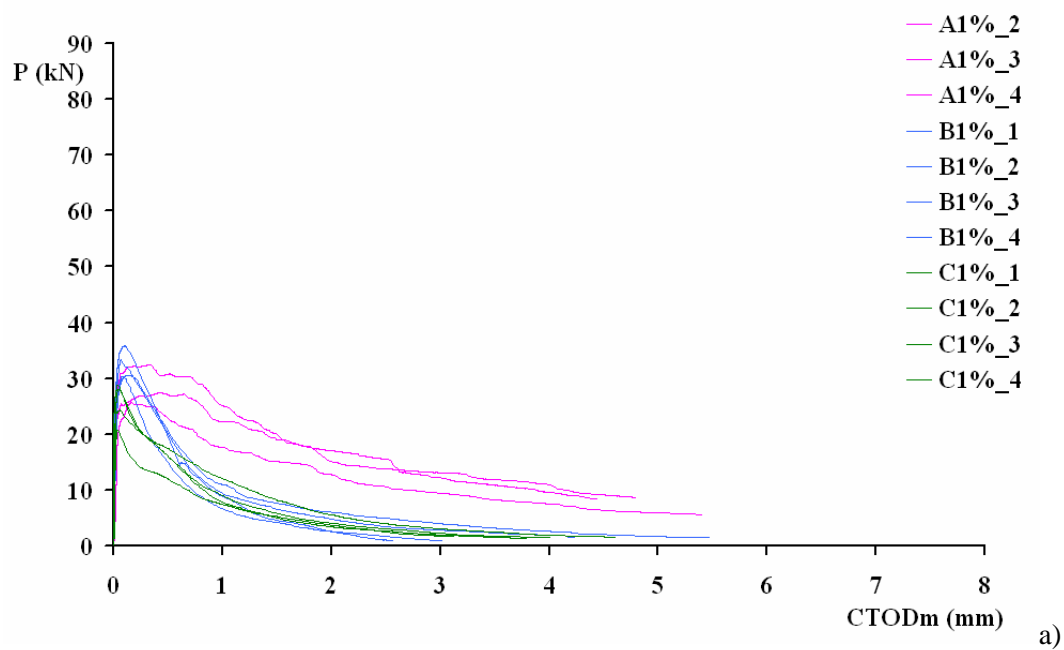


Fig. A2. Curve sperimentali ($V_f=1\%$): a) carico-CTODm; b) carico-freccia.

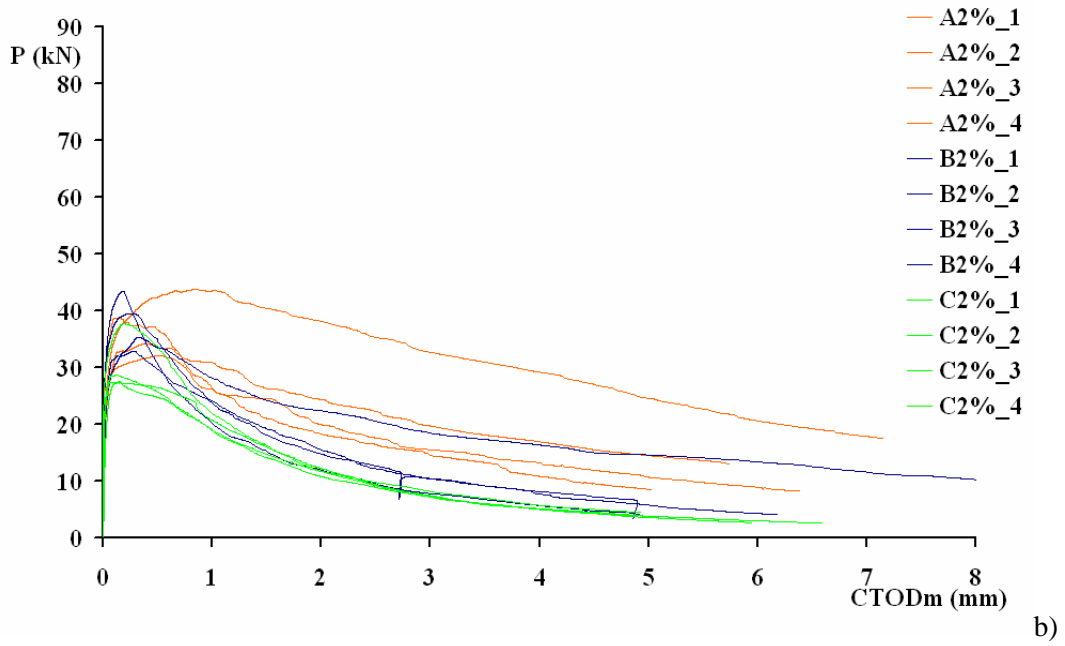
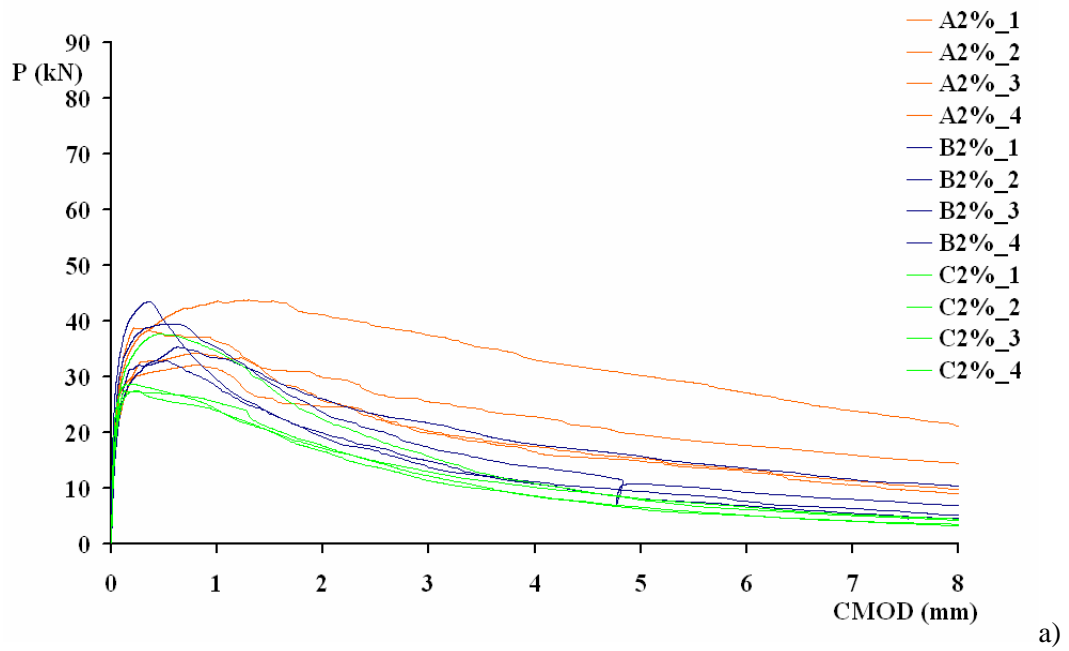


Fig. A3. Curve sperimentali ($V_f=2\%$): a) carico-CMOD; b) carico-CTODm.

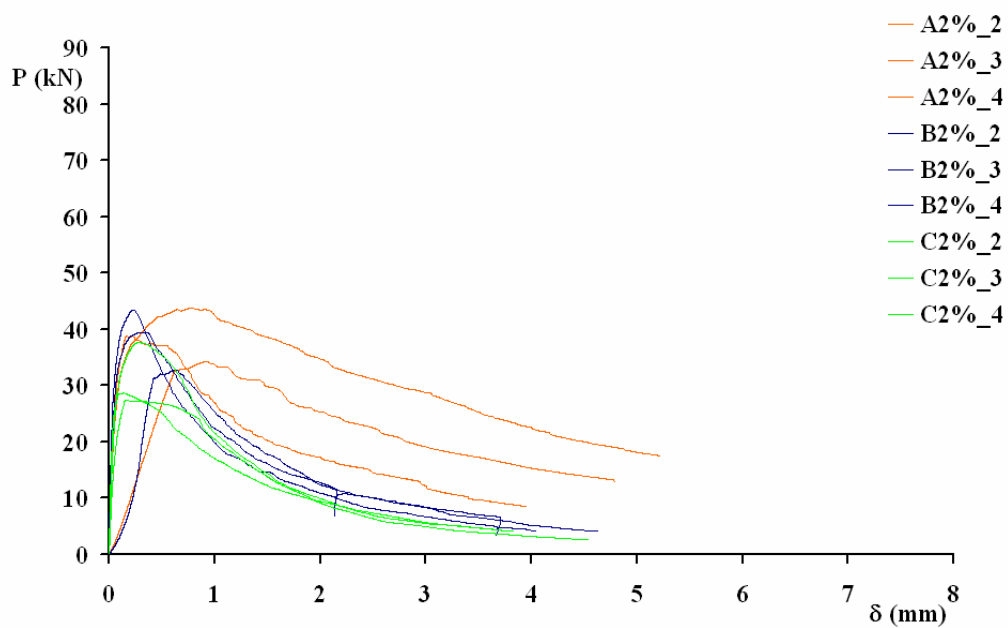


Fig. A4. Curve sperimentali ($V_f=2\%$): carico-freccia.

Seconda serie: prove di flessione su quattro punti

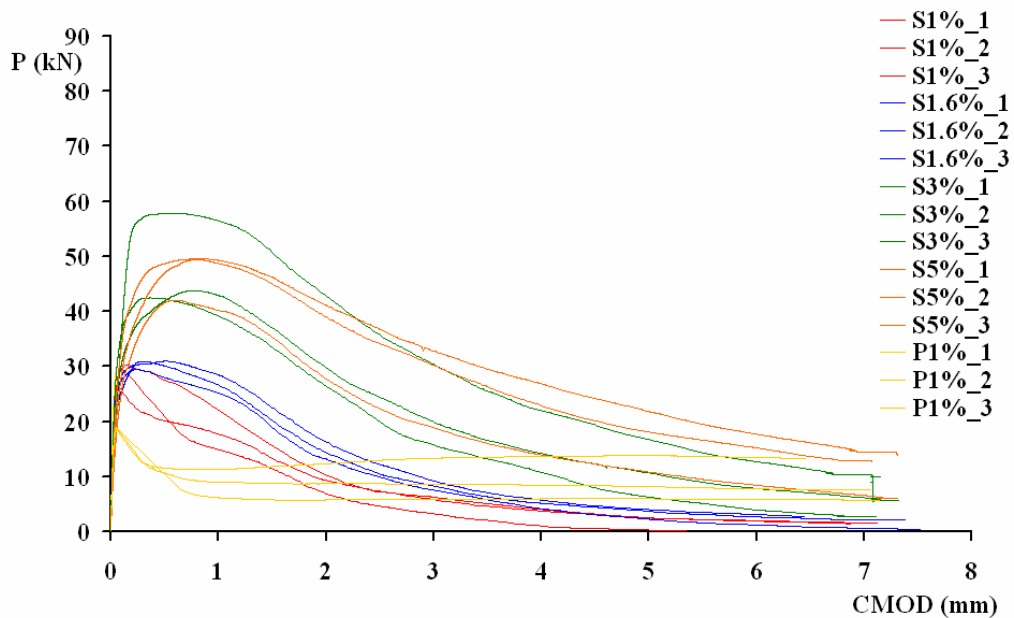


Fig. A5. Curve sperimentali: carico-CMOD.

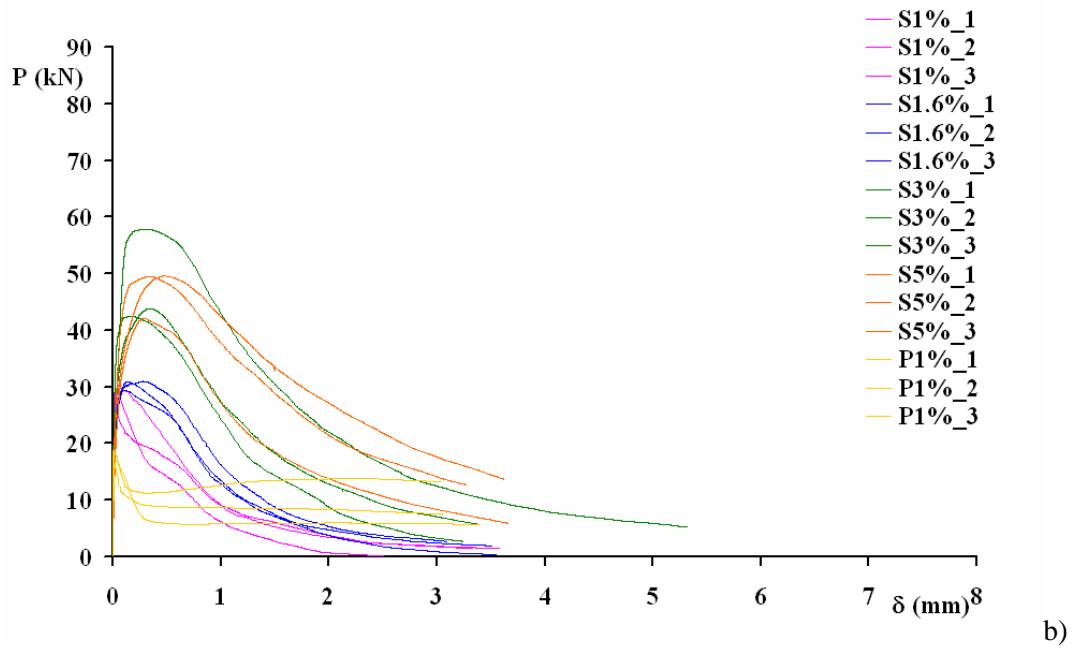
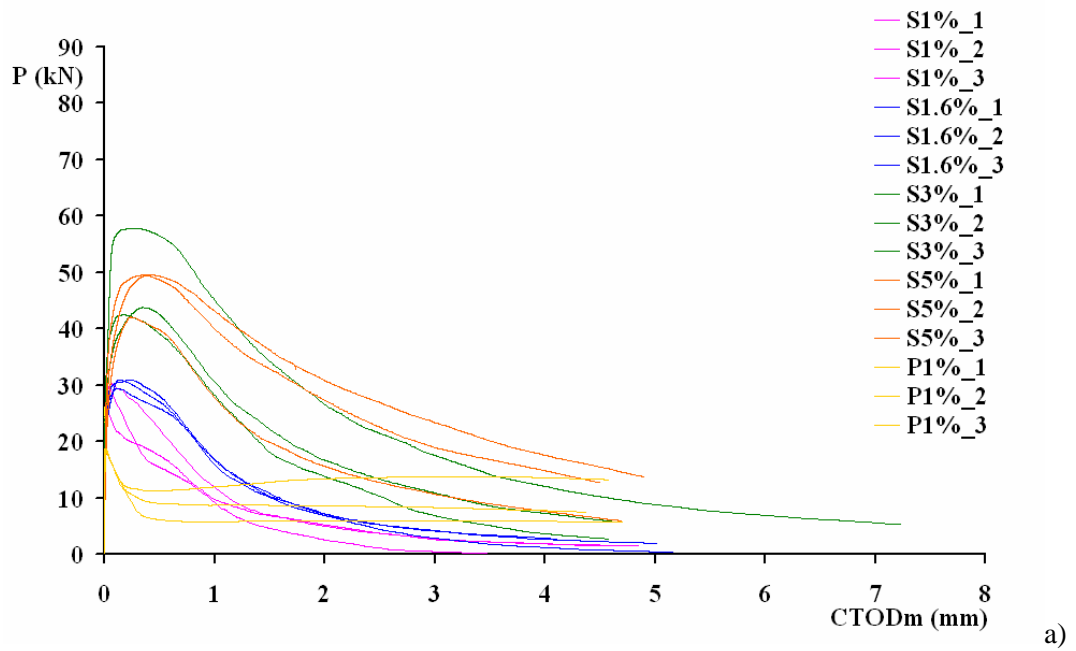


Fig. A6. Curve sperimentali: a) carico-CTODm; b) carico-freccia.

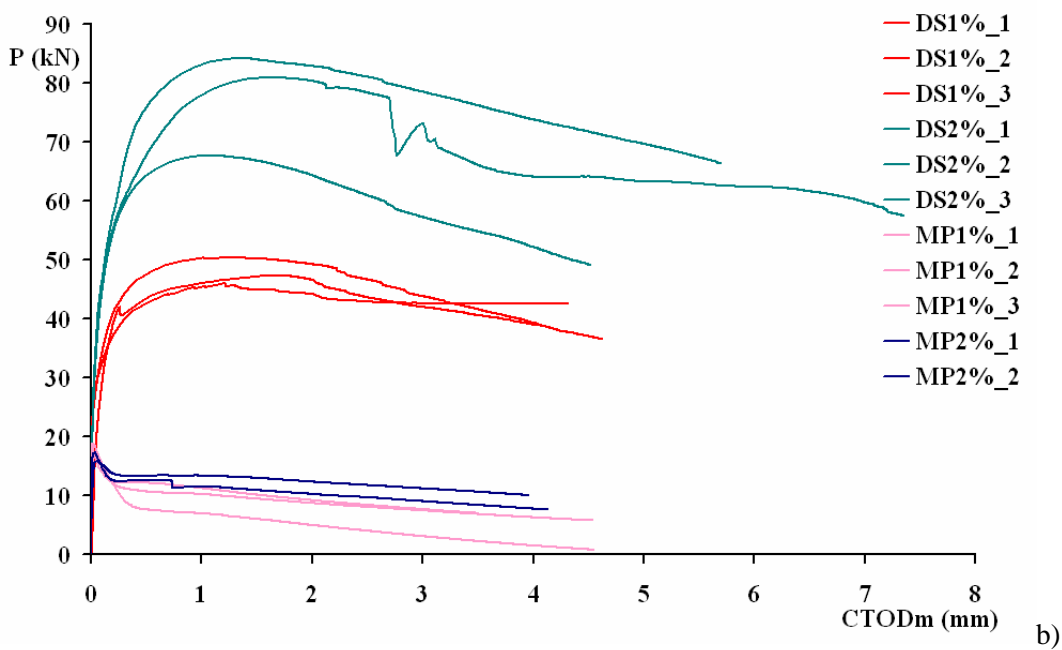
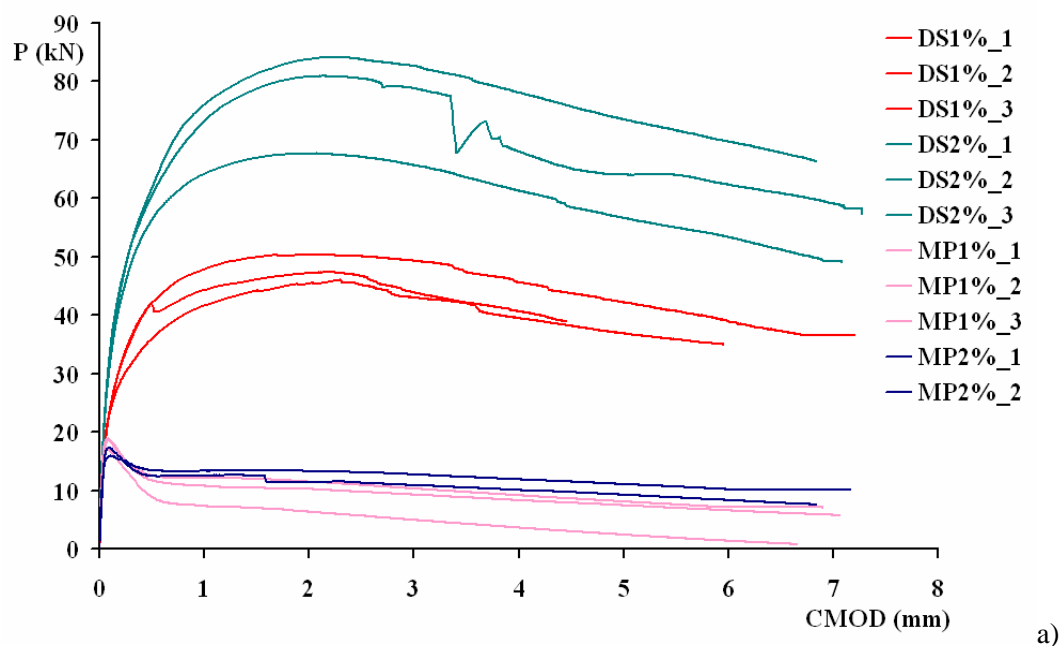
Terza serie: prove di flessione su quattro punti

Fig. A7. Curve sperimentali: a) carico-CMOD; b) carico-CTODm.

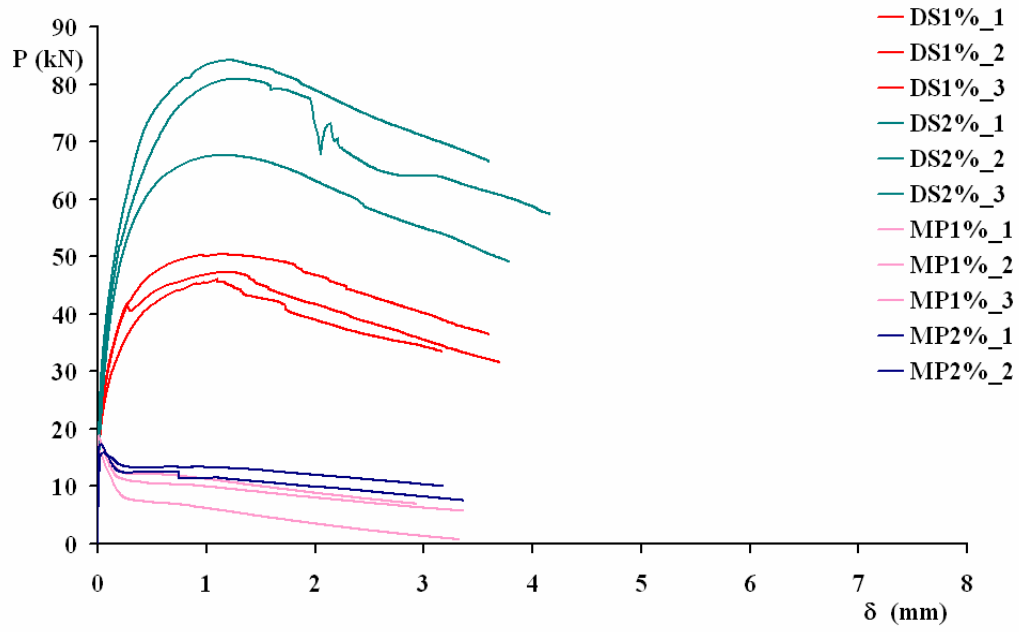


Fig. A8. Curves sperimentali: carico-freccia.

Terza serie: prove di flessione su tre punti

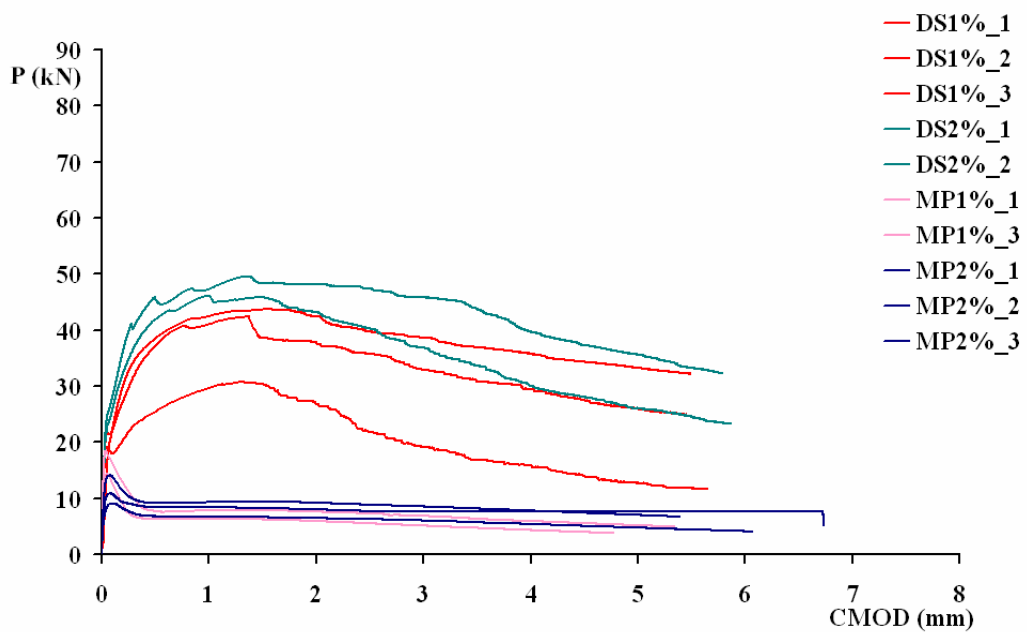


Fig. A9. Curves sperimentali: carico-CMOD.

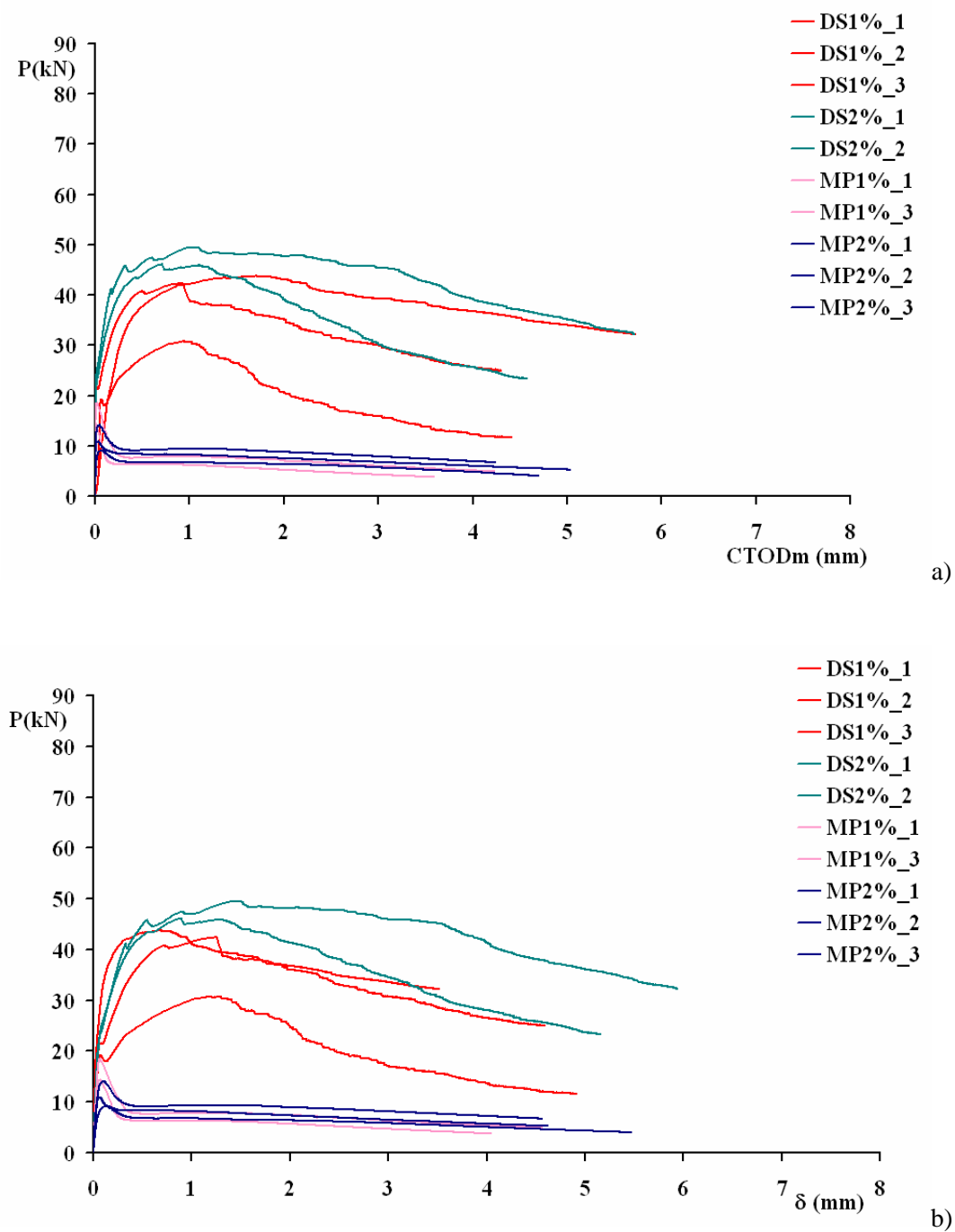


Fig. A10. Curve sperimentali: a) carico-CTODm; b) carico-freccia.

Desidero rivolgere un doveroso e sentito ringraziamento al prof. Giuseppe Spadea per la sua meticolosa e costante guida. Le sue preziose ed utili indicazioni sono state sostanziali per lo sviluppo di questa tesi di dottorato.

Ringrazio, inoltre, l'ing. Francesco Bencardino che mi ha seguito con estrema attenzione durante il percorso formativo. Essenziale è stato il suo apporto scientifico alla ricerca.

Un particolare ringraziamento è rivolto al prof. Ramnath Narayan Swamy. I suoi insegnamenti, suggerimenti e commenti critici sono stati fondamentali per la mia formazione scientifica.