

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA

DOTTORATO DI RICERCA IN MECCANICA COMPUTAZIONALE

XIX CICLO

(ICAR 09)

TESI DI DOTTORATO

MODELLAZIONE E ANALISI NON LINEARE
DI TRAVI COMPOSTE
ACCIAIO-CALCESTRUZZO

Francesco Antonio Mercurio

Coordinatore

Prof. Maurizio Aristodemo

Tutore

Prof. Alfonso Vulcano

Cosenza, Novembre 2007

Ai miei cari

INDICE

INDICE.....	3
1. INTRODUZIONE.....	6
2. STRUTTURE COMPOSTE ACCIAIO-CALCESTRUZZO	10
2.1. GENERALITA'	10
2.2. TRAVI COMPOSTE.....	14
2.2.1. Travi composte semplicemente appoggiate	14
2.2.1.1. Definizione della larghezza collaborante.....	15
2.2.1.2. Analisi elastica della sezione	17
2.2.1.3. Analisi plastica della sezione.....	19
2.2.1.4. Analisi dello stato di esercizio.....	20
2.2.2. Travi composte continue.....	23
2.2.2.1. Definizione della larghezza collaborante.....	25
2.2.2.2. Analisi elastica della sezione	26
2.2.2.3. Analisi plastica della sezione.....	27
2.2.2.4. Analisi dello stato di esercizio.....	28
2.3. PROBLEMATICHE LEGATE ALLE TRAVI COMPOSTE	31
2.3.1. Un esempio: il terremoto di Northridge 1994	31
2.3.2. Influenza delle proprietà dei materiali.....	34
2.3.3. Influenza della geometria e delle assunzioni di progetto	35

3.	CARATTERISTICHE E COMPORTAMENTO DEI SISTEMI DI CONNESSIONE	37
3.1	SISTEMI DI CONNESSIONE NELLE TRAVI COMPOSTE ACCIAIO-CALCESTRUZZO ..	37
3.2	MECCANISMI RESISTENTI	38
3.3	PROGETTO E DISTRIBUZIONE DEI CONNETTORI	40
3.4	IL RUOLO DELLA CONNESSIONE NELLE TRAVI COMPOSTE	45
3.4.1	Premessa	45
3.4.2	Considerazioni inerenti l'equilibrio.	45
3.4.3	Considerazioni inerenti la congruenza.	48
3.5	RISPOSTA MONOTONA E CICLICA	49
3.5.1	Risposta monotona	50
3.5.2	Risposta ciclica	54
4.	MODELLAZIONE.....	56
4.1.	PREMESSA	56
4.2.	MODELLAZIONE DELLE TRAVI MISTE ACCIAIO-CALCESTRUZZO	57
4.2.1.	Formulazione analitica del problema: panoramica sulla sviluppo storico.....	57
4.2.2.	Un modello analitico per il problema flessionale di travi composte a parziale interazione: Newmark.....	59
4.2.3.	Soluzioni analitiche.....	63
4.2.4.	Modelli ad elementi finiti.....	64
4.2.5.	Modelli a fibre o filamenti: principi di modellazione	66
4.2.6.	Modellazione dei connettori nella letteratura scientifica.....	71
4.3.	DALLE TRAVI ALLE STRUTTURE INTELAIATE	72
4.3.1.	Introduzione	72
4.3.2.	Il comportamento dei giunti trave-colonna	73
4.3.3.	Principali contributi di letteratura all'analisi globale dei telai composti	76
4.3.4.	Modellazione del pannello di nodo	80
5.	ANALISI NON LINEARE.....	87
5.1.	PREMESSA	87
5.2.	DISCRETIZZAZIONE DELLA STRUTTURA CONTINUA.....	88
5.2.1	Discretizzazione a livello di elemento.....	88
5.2.2	Discretizzazione a livello di sezione	90
5.2.3	Connettività trave-colonna	90
5.3.	MODELLI A FIBRE PROPOSTI.....	91
5.3.1	Modello con connessione rigida trave-soletta (6 G.d.L)	92
5.3.2	Modello con connessione deformabile trave-soletta (8 G.d.L)	100
5.4.	LEGAMI COSTITUTIVI.....	103
5.4.1	Legami costitutivi dell'acciaio	103
5.4.2	Legami costitutivi del calcestruzzo	107
5.4.3	Legame di interazione trave-soletta	112

5.5. PROCEDURA DI ANALISI AL PASSO	116
6. ANALISI DEI RISULTATI NUMERICI.....	123
6.1 PREMESSA	123
6.2 STRUTTURA TEST (TRAVE): PROVA SPERIMENTALE MONOTONA.....	123
6.3 CONFRONTO NUMERICO-SPERIMENTALE (TRAVE).....	125
6.3.1 Influenza della suddivisione in elementi.....	125
6.3.2 Influenza della suddivisione in fibre della sezione.....	128
6.3.3 Scorrimento all'interfaccia acciaio-calcestruzzo.....	130
6.4 INDAGINI PARAMETRICHE.....	132
6.4.1 Influenza del grado di connessione	132
6.4.2 Analisi del comportamento dell'asse neutro	138
6.4.3 Influenza delle proprietà dei materiali.....	149
6.5 STRUTTURA TEST (ASSEMBLAGGIO): PROVA SPERIMENTALE CICLICA	158
6.6 CONFRONTO NUMERICO-SPERIMENTALE (ASSEMBLAGGIO).....	160
6.7 INFLUENZA DELLA SOLETTA IN C.A. SULLE DEFORMAZIONI.....	163
7. CONCLUSIONI.....	166
BIBLIOGRAFIA	170
APPENDICE.....	182

1. INTRODUZIONE

Nel lavoro di tesi è stata messa a punto una procedura per l'analisi monotona e ciclica non lineare di strutture composte acciaio-calcestruzzo, attraverso la formulazione di un modello a più componenti in parallelo del tipo a fibre, in grado di tenere conto anche della deformabilità a taglio dei connettori.

Diversi autori (Liu *et al.*, 2000; Wada *et al.*, 2002) hanno messo in evidenza l'importanza di considerare il contributo della soletta in c.a. durante l'analisi e la progettazione degli edifici a struttura intelaiata in acciaio. Tale contributo viene spesso trascurato e la progettazione è condotta con riferimento alla sola ossatura in acciaio; così facendo, si trascura il fenomeno della migrazione dell'asse neutro verso la soletta compressa, in presenza di momenti flettenti positivi, ed il conseguente incremento delle deformazioni di trazione al lembo inferiore della trave composta (incremento solitamente non previsto nei modelli di calcolo).

Tale fenomeno è stato osservato, per esempio, durante il terremoto di Northridge del 1994, notando una ricorrente tipologia di danneggiamento subita dagli edifici a struttura portante in acciaio in cui le travi, sebbene ordinariamente sormontate da una soletta in calcestruzzo armato vincolata a mezzo di connettori saldati, non sempre erano state considerate come composte in fase progettuale.

Il danneggiamento tipicamente riscontrato consisteva nella rottura del collegamento saldato in corrispondenza della flangia inferiore della trave in acciaio; tale rottura presentava caratteristiche fragili, in quanto non erano presenti segni di snervamento e di plasticizzazione nelle vicinanze della parte danneggiata (Bertero *et al.*, 1994).

I numerosi test sperimentali effettuati in seguito all'evento sismico, relativi al comportamento dei nodi trave-pilastro, sia in presenza che in assenza della soletta in calcestruzzo, segnarono la necessità di ricercare le possibili cause del cattivo comportamento delle giunzioni sia nella migrazione dell'asse neutro che con riferimento alla riduzione della duttilità disponibile dei materiali (FEMA-267, 1995; Frank, 1997).

Un'adeguata modellazione del comportamento non lineare di travi composte acciaio-calcestruzzo richiede l'utilizzo di modelli numerici in grado di simulare adeguatamente e con un accettabile impegno computazionale la deformabilità a taglio della connessione tra il profilato metallico e la soletta in c.a., nonché i fenomeni di degradazione delle caratteristiche meccaniche dell'acciaio e del calcestruzzo.

L'obiettivo del presente lavoro è quello di sviluppare un modello numerico in grado di tenere conto di tali fenomeni. A tal proposito, dopo aver formulato un modello a più componenti in parallelo del tipo a fibre, in grado di tenere conto della deformabilità a taglio dei connettori, è stato sviluppato un apposito codice di calcolo in linguaggio Matlab per l'analisi monotona e ciclica non lineare di strutture composte acciaio-calcestruzzo.

Il modello formulato è del tipo a più componenti in parallelo (modello a fibre) ed è in grado di tenere conto della deformabilità a taglio dei connettori.

Più precisamente, la trave composta si considera costituita da tre tipi di elementi: il profilo metallico, la soletta piena in c.a. ed i connettori a taglio, di collegamento tra profilato e soletta.

La risposta flessionale del singolo concio viene ottenuta discretizzando in fibre la sezione trasversale composta ed assumendo, in presenza di momenti flettenti positivi, un maggior numero di fibre in prossimità del lembo superiore compreso per tener conto della migrazione dell'asse neutro.

Per mettere in conto la diffusione delle deformazioni plastiche, la trave viene discretizzata, a sua volta, in direzione longitudinale in un numero opportuno di conci, adottando una discretizzazione più fitta nelle prevedibili regioni critiche.

L'effettivo collegamento a taglio tra profilato metallico e soletta è simulato mediante connettori equivalenti, disposti alle estremità di ciascun concio di trave.

Viene simulata, mediante il modello proposto, la risposta non lineare di un modello in scala reale di una trave composta semplicemente appoggiata e di un nodo saldato colonna-trave composta, per i quali sono disponibili in letteratura i risultati sperimentali.

Il confronto tra risultati numerici e sperimentali dimostra le potenzialità del modello proposto; le analisi parametriche svolte, inoltre, evidenziano l'importanza di tener conto della deformabilità della connessione, della migrazione dell'asse neutro e delle effettive proprietà meccaniche dei materiali.

Con riferimento alle proprietà meccaniche dei materiali, nel presente lavoro si considera, anche la riduzione della duttilità disponibile conseguente ad un valore del rapporto tensione di snervamento/tensione ultima maggiore di quello dichiarato per il tipo di acciaio impiegato: in tal caso le regioni plastiche di ciascun elemento risultano meno estese di quanto previsto in base ai valori nominali di tali tensioni e ciò comporta una conseguente riduzione delle capacità deformative.

La struttura del lavoro prevede, nel Capitolo 2, la descrizione delle principali caratteristiche costruttive e progettuali delle strutture composte acciaio-calcestruzzo, con particolare attenzione nei riguardi delle travi composte, sia con schema di semplice appoggio che con schema continuo; per esse viene focalizzata l'attenzione sui metodi di calcolo elastico e plastico della sezione. Nella parte terminale del capitolo sono poi illustrate le problematiche legate alle travi composte con riferimento all'influenza delle proprietà dei materiali e delle assunzioni di progetto.

Nel Capitolo 3, sono illustrate le caratteristiche ed il comportamento dei sistemi di connessione, con particolare riferimento ai meccanismi di trasmissione degli sforzi, introducendo, tramite considerazioni inerenti l'equilibrio e la congruenza, il ruolo della connessione nelle travi composte.

Nel capitolo successivo (Capitolo 4), partendo da una panoramica sullo sviluppo storico della modellazione delle travi composte, si passano in rassegna alcuni tra i principali contributi di letteratura, evidenziandone in particolare le ipotesi assunte, i limiti e le potenzialità. L'ultimo paragrafo del capitolo è dedicato a presentare le problematiche inerenti il passaggio dall'analisi di singole travi composte all'analisi delle strutture intelaiate in cui sono presenti elementi composti. In particolare, si focalizza l'attenzione sulla deformabilità della zona di pannello nodale; anche in questo caso sono passati in rassegna i principali contributi di letteratura all'analisi globale dei telai composti con particolare riferimento alla modellazione del pannello di nodo dei giunti trave-colonna.

Nel Capitolo 5 è presentata la strategia di analisi non lineare utilizzata, descrivendo il modello proposto con riferimento alle varie formulazioni sviluppate ed i metodi di discretizzazione della struttura, sia a livello di elemento che di sezione.

Il capitolo si chiude con la descrizione dei legami costitutivi adottati e la descrizione dell'algoritmo di calcolo implementato.

L'ultima parte del lavoro (Capitolo 6) contiene l'esposizione dei risultati numerici, sia con riferimento al confronto numerico-sperimentale per la validazione del modello numerico, sia con riferimento alle analisi parametriche svolte per valutare l'influenza del grado di connessione e delle proprietà dei materiali. Le analisi parametriche sono state svolte sia con riferimento al comportamento globale della struttura, in termini di forze e spostamenti nodali, sia con riferimento ad effetti locali con riferimento alla tensione ed alla deformazione delle singole fibre.

2. STRUTTURE COMPOSTE ACCIAIO-CALCESTRUZZO

2.1. GENERALITA'

La storia della progettazione può esser interpretata in chiave di progresso continuo verso l'ideazione e la realizzazione di sistemi costruttivi ottimali per valori estetici, efficienza ingegneristica e rapporto costi/prestazioni. Al pari dell'utilizzo di materiali nuovi ed innovativi, l'uso sinergico di materiali "vecchi" consente, sovente, di ottenere miglioramenti significativi nelle prestazioni del sistema, con limitati cambi alle tecnologie di produzione e costruttive. In quest'ottica, le strutture composte acciaio-calcestruzzo sono sempre state oggetto di fervido interesse di studiosi e progettisti ed il loro potenziale non è stato ancora completamente sfruttato ad oltre un secolo dalla loro comparsa.

Le prime realizzazioni di cui si ha notizia e che tengono conto dell'interazione dei due materiali risalgono al 1894 e riguardano, negli Stati Uniti, sia il settore dei ponti che degli edifici: il ponte *Rock Rapids* a Rock Rapids nello stato dello Iowa ha travi curve ad I immerse nel calcestruzzo; nel *Methodist Building* a Pittsburgh le travi dell'impalcato sono immerse nel calcestruzzo.

In questi primi casi ci si affidava all'aderenza sviluppata all'interfaccia tra acciaio e calcestruzzo per garantire che la risposta dell'elemento strutturale fosse quella dell'elemento composto.

Successivamente, considerata la poca efficienza ed affidabilità del meccanismo di aderenza, si sono cominciati a proporre sistemi di collegamento acciaio-calcestruzzo di maggiore efficacia.

Le tecniche di collegamento, la cui tematica venne affrontata sin dai primi anni del secolo, come mostrato dal brevetto ottenuto nel 1903 da Julius Kahn, sviluppate sia in Europa (con l'introduzione dei connettori a spirale), che negli Stati Uniti (con l'uso di connettori rigidi), hanno avuto un'evoluzione relativamente lenta fino all'introduzione, nel 1956, dei connettori a piolo saldato (Figura 2.1), che costituirono un notevole salto in avanti nella qualità della connessione, al punto da diventare la tipologia di connettore ancora oggi più impiegata nelle costruzioni composte sia dei ponti che degli edifici (Johnson, 1994).

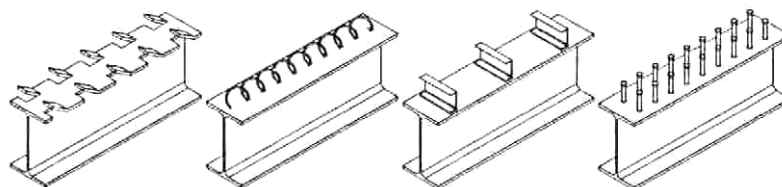


Figura 2.1. Alcuni esempi delle tipologie di connettori.

L'intensa attività di ricerca degli ultimi cinquanta anni ha, inoltre, permesso di affinare le conoscenze dei complessi fenomeni associati all'interazione acciaio-calcestruzzo (Bursi, 2000).

Di pari passo si è avuto lo sviluppo della tecnologia costruttiva associata al sistema composto e di metodologie di progetto efficienti ed accurate.

Tutti questi progressi sono una conseguenza dell'interesse crescente verso le costruzioni composte, mosso dalla presa di coscienza di una serie di vantaggi nei confronti delle più classiche costruzioni metalliche o in calcestruzzo armato; tra di essi possiamo sommariamente esplicitare:

- elevata rigidezza e resistenza di travi, colonne e collegamenti travi-colonna;
- intrinseca duttilità e buone caratteristiche di resistenza all'impatto e di smorzamento degli effetti dinamici (colonne immerse in calcestruzzo e collegamenti trave-colonna);
- elevate prestazioni al fuoco sia per i singoli elementi strutturali che per il sistema nella globalità;

- facilità di costruzione (sistemi solaio).

La competitività della soluzione composta è stata, in una prima fase, ottenuta migliorando l'efficienza del sistema di collegamento attraverso l'innovazione tecnologica: l'uso di lamiera grecata collaboranti e la saldatura dei connettori attraverso la lamiera sono alla base del successo del sistema composto, ad esempio per la realizzazione di solai a partire dagli anni sessanta. In una seconda fase, il principale fattore di progresso è stato l'innovazione nelle soluzioni strutturali: la filosofia di progetto degli edifici tende a considerare sempre più il sistema strutturale nel suo insieme.

Il sistema costruttivo in oggetto riguarda tutti gli elementi che compongono la struttura. Con riferimento alle colonne composte, è intuibile l'effetto benefico che si ottiene rispetto ai fenomeni di instabilità e come protezione rispetto al fuoco.

Gli effetti legati alla stabilità ed alla resistenza al fuoco sono stati i primi a suggerire l'uso di colonne composte, mentre gli incrementi di resistenza che ne derivano sono stati considerati solo molto dopo. Tra i più comuni elementi composti in acciaio-calcestruzzo si trovano le solette di calcestruzzo gettate su lamiera grecata, orizzontamenti tipici delle strutture in acciaio (Figura 2.2). Per esse sono state messe a punto procedure di calcolo e metodologie di realizzazione che permettono di effettuare il collegamento tramite appositi dispositivi meccanici e di quantificare l'effetto della collaborazione tra i materiali (Eurocodice 4).

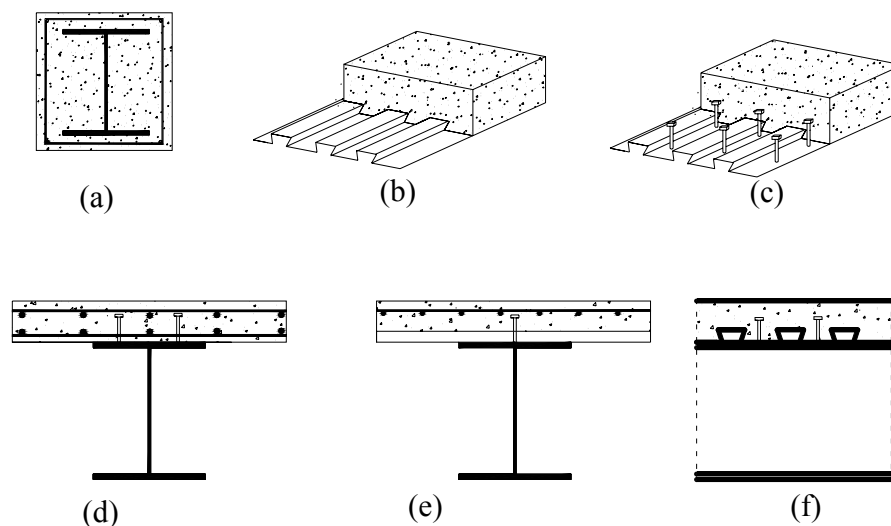


Figura 2.2. Elementi strutturali composti acciaio-calcestruzzo.

Con riferimento alle travi composte (Figura 2.2.d) è necessario evidenziare sin d'ora che negli aspetti relativi alla progettazione rientra, oltre che il calcolo della soletta in calcestruzzo e della trave metallica, anche il dimensionamento della connessione.

Al fine di sfruttare positivamente i vantaggi elencati è necessario avere coscienza di tutte le problematiche inerenti il comportamento meccanico dell'elemento composto, sia considerato isolatamente sia inserito nel contesto della struttura e sia, infine, considerato unitamente alla sollecitazione cui è chiamato a resistere.

La complessità della risposta locale e globale dei sistemi composti acciaio-calcestruzzo ha spinto all'adozione di sistemi di calcolo di natura essenzialmente empirica, basati su modelli definiti e calibrati con riferimento a dati sperimentali.

Anche i metodi di progetto adottati dalle normative hanno un campo di applicazione limitato a quello coperto dagli studi sperimentali considerati nel processo di validazione.

Altra tipologia di elemento strutturale composto è la "colonna-composta", attualmente poco utilizzata in Italia; essa presenta notevoli vantaggi tecnologici e strutturali che provengono, utilizzando al meglio l'azione composta, dallo sfruttamento degli aspetti positivi di entrambi i materiali, calcestruzzo ed acciaio, con una conseguente riduzione delle problematiche relative al loro utilizzo disgiunto.

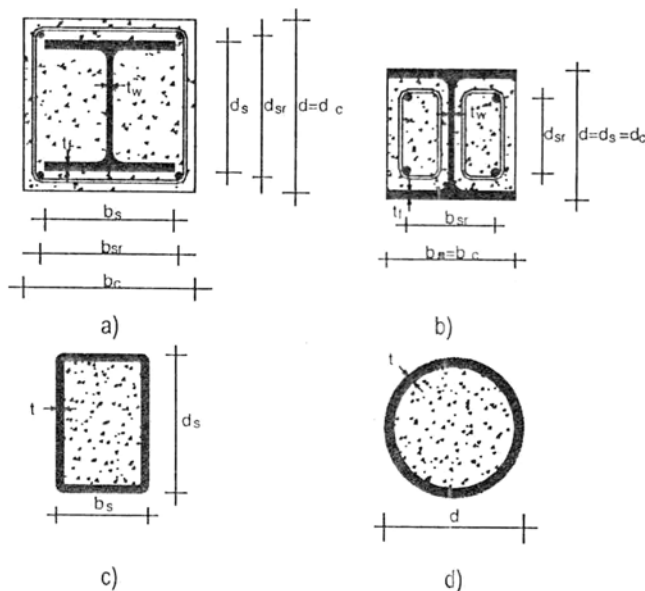


Figura 2.3 Varie tipologie di colonne composte.

Le più comuni sezioni trasversali di colonne composte acciaio-calcestruzzo sono rappresentate in Figura 2.3. Si tratta di sezioni che in genere hanno due assi di simmetria e possono classificarsi in:

- colonne in acciaio completamente rivestite da calcestruzzo (“*fully encased*”);

- colonne in acciaio parzialmente rivestite da calcestruzzo (“*partially encased*”);
- colonne in acciaio tubolare in acciaio riempite di calcestruzzo (“*concrete filled*”).

Nel primo caso (Figura 2.3-a) l'elemento è costituito da un profilo, in genere a doppio T, completamente conglobato nel calcestruzzo.

Nel secondo caso (Figura 2.3-b) il profilo è rivestito solo parzialmente, in quanto la parte esterna delle ali è direttamente esposta all'esterno.

Il terzo tipo è completamente diverso, in quanto il calcestruzzo viene a riempire completamente un elemento tubolare in acciaio: in questo caso il comportamento può essere diverso a seconda che la sezione in acciaio sia rettangolare (Figura 2.3-c) oppure circolare (Figura 2.3-d).

Il trasferimento degli sforzi può ottenersi mediante la semplice aderenza fra acciaio e calcestruzzo nel caso di tensioni tangenziali limitate (Sheikh, e Uzumeri, 1982). In particolare, sono ammissibili valori dell'ordine di:

- 0.60 N/mm^2 nel caso di sezioni del tipo “*encased*”;
- 0.41 N/mm^2 nel caso di sezioni del tipo “*filled*”.

2.2. TRAVI COMPOSTE

2.2.1. Travi composte semplicemente appoggiate

Il primo sistema composto introdotto nell'ingegneria strutturale è inserito in uno schema semplicemente appoggiato.

Fin dalle prime applicazioni è stato evidente come l'azione composta presentasse notevoli vantaggi sia rispetto alla trave in cemento armato sia rispetto alla trave in carpenteria metallica. In particolare:

- rispetto alla trave in carpenteria metallica, l'elemento composto presenta tutta la parte in acciaio, o gran parte di essa, in trazione, eliminando i problemi di instabilità locale ed attenuando i problemi di deformabilità;
- rispetto alla trave in cemento armato, l'elemento composto non presenta affatto, o presenta in minima parte, calcestruzzo teso, che fornisce peso alla struttura senza aumentarne la resistenza; inoltre, viene meno la conseguente fessurazione, eliminando o quantomeno riducendo i rilevanti problemi di corrosione delle armature.

Nello schema semplicemente appoggiato si ottiene, dunque, un sistema nel quale i due materiali lavorano in condizioni ideali e solo raramente il progetto viene condizionato da problemi di instabilità, di deformabilità o fessurazione.

Prima di passare all'esposizione dei criteri base di progettazione delle travi composte con schema di semplice appoggio è utile una valutazione delle possibili modalità di crisi della struttura in questa configurazione; con riferimento alla Figura 2.4 può aversi crisi per flessione nella sezione di mezzeria (I), oppure per taglio (II e III) o collasso nei connettori, in genere con innesco nelle zone di appoggio (II e III).

La corretta progettazione dei dettagli costruttivi deve poi eliminare le crisi di tipo locale, quali la crisi della soletta per azioni trasversali (IV) oppure della connessione fra gli elementi senza interessare i connettori (V).

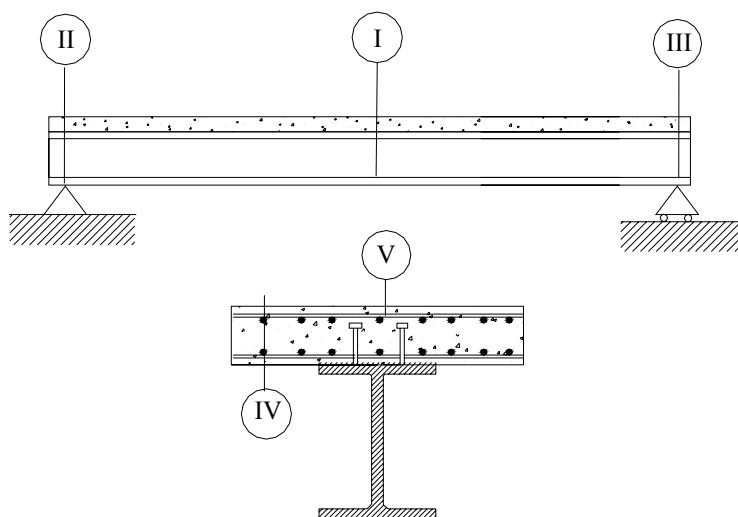


Figura 2.4 Posizione relativa ai possibili meccanismi di crisi globali e locali di una trave composta.

2.2.1.1. Definizione della larghezza collaborante

Il primo problema che si presenta nello studio delle travi composte semplicemente appoggiate è quello della definizione della “larghezza collaborante” o “larghezza efficace” della soletta.

La geometria degli elementi composti si presenta in genere più prossima a strutture bidimensionali che monodimensionali, data l'estensione della soletta in calcestruzzo armato; vi è pertanto una significativa presenza di tensioni tangenziali, e delle conseguenti distorsioni nel piano orizzontale che aumentano la deformabilità del sistema.

Per riportarsi ad un usuale sistema monodimensionale, e dunque trattare il problema con la usuale teoria della trave, è necessario considerare solo un'aliquota della larghezza della soletta detta, appunto, "larghezza collaborante" o "larghezza equivalente".

In pratica, convenzionalmente, l'equivalenza si stabilisce determinando per quale valore di larghezza della soletta, ipotizzando comportamento monodimensionale, si ottiene lo stesso valore della grandezza meccanica oggetto di interesse (momento resistente, momento ultimo, freccia in mezzzeria) della struttura effettiva, con le sue dimensioni. Da questa definizione scaturisce che vi è un diverso valore della larghezza collaborante a seconda del problema che si discute (resistenza elastica, resistenza ultima) ed anche della forma del carico agente; alcuni codici normativi distinguono, nella determinazione della larghezza collaborante, tali casi, comportando, peraltro indubbe difficoltà operative.

La definizione di formulazioni approssimate per la scelta della larghezza collaborante sono state ottenute, per diverse casistiche, da studi parametrici basati su estese analisi numeriche e sperimentali (Carbone, Nascè, 1985).

Dal punto di vista progettuale si ritiene in genere sufficiente, date le incertezze in gioco, considerare un unico valore della larghezza efficace b_{eff} valutato, con formule cautelative, in funzione dei soli parametri principali del problema.

In particolare, l'Eurocodice 4, nel caso delle travi appoggiate, propone semplicemente di assumere, da ciascuna parte dell'asse dell'anima della trave in acciaio, il valore:

$$b_e = \frac{l_0}{8} \quad (2.1)$$

e, comunque, un valore non maggiore di metà dell'interasse tra i profilati (Figura 2.5).

La larghezza efficace b_{eff} assume, quindi, il valore di:

$$b_{\text{eff}} = 2 \cdot \frac{l_0}{8} \quad (2.2)$$

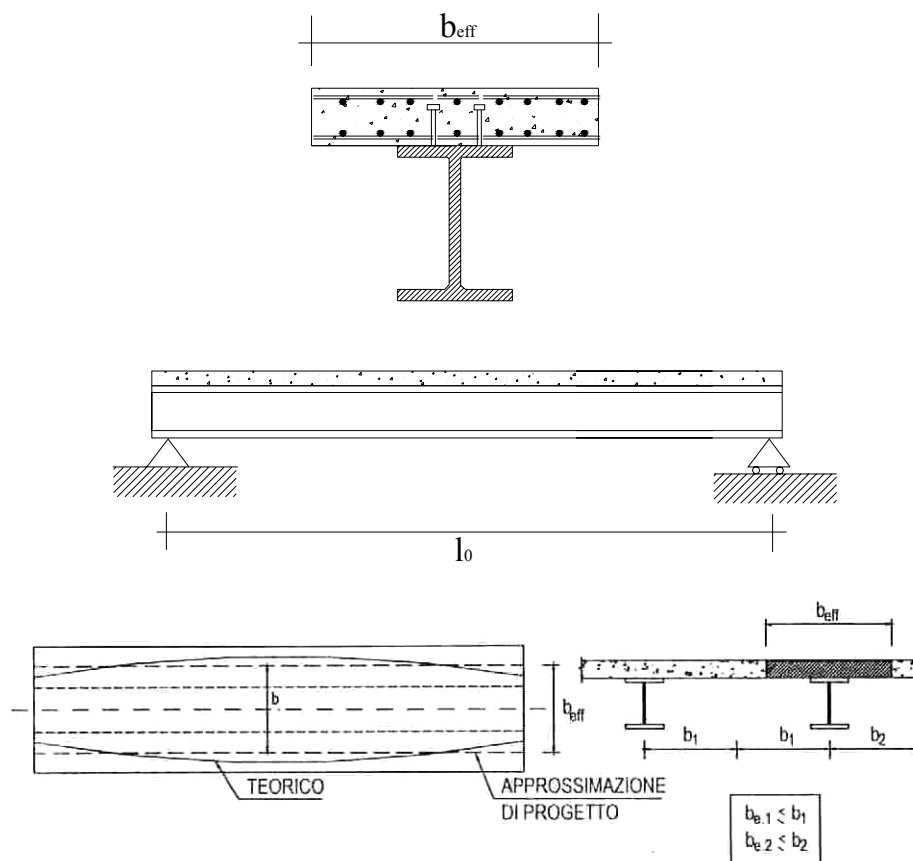


Figura 2.5 Valutazione semplificata della larghezza collaborante (EC4).

2.2.1.2. Analisi elastica della sezione

L'analisi elastica della sezione composta si sviluppa nell'ipotesi che l'interazione tra la soletta in calcestruzzo, di spessore h_c , ed il profilo metallico, di altezza h_s , sia perfetta.

In tale ipotesi il comportamento della sezione in fase elastica è perfettamente analogo a quello delle travi in calcestruzzo armato.

In particolare, ipotizzando la linearità del diagramma delle deformazioni, e cioè la validità dell'ipotesi di conservazione delle sezioni piane, ne consegue che anche il diagramma delle tensioni è lineare, a condizione di leggere, in corrispondenza del calcestruzzo, il valore della tensione moltiplicata per il coefficiente di omogeneizzazione n dato dal rapporto tra i moduli di elasticità dell'acciaio e del calcestruzzo (Figura 2.6).

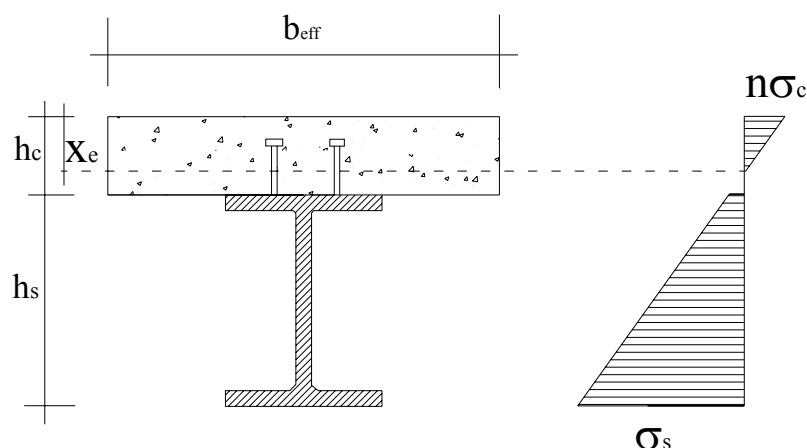


Figura 2.6 Stato tensionale elastico.

Dall'equilibrio alla traslazione della sezione si trae immediatamente che l'asse baricentrico coincide con l'asse neutro elastico (X_e) e, quindi, può determinarsi annullando il momento statico della sezione.

Si ottiene la nota equazione di secondo grado nell'incognita X_e (profondità dell'asse neutro in campo elastico).

Determinato il valore di X_e si valuta il momento di inerzia della sezione ideale, omogeneizzata rispetto all'acciaio. Nota la profondità dell'asse neutro ed il momento di inerzia della sezione ideale, le tensioni massime nel calcestruzzo e nell'acciaio si valutano con le classiche formule relative alla flessione semplice. La verifica in campo elastico sarà soddisfatta se entrambe le tensioni risultano inferiori ai valori limite.

La verifica elastica implica la valutazione e l'utilizzo del coefficiente di omogeneizzazione n ; per quanto riguarda la verifica a breve termine, il calcolo è da effettuare sulla base dei valori istantanei dei moduli elastici.

Nella valutazione dei carichi permanenti si deve invece considerare l'effetto della viscosità nel calcestruzzo.

Un semplice metodo è quello noto come EM ("effective modulus") che suggerisce di considerare, in maniera semplificata, un modulo elastico per il calcestruzzo ridotto con la seguente formula:

$$E_{Ceff} = \frac{E_c}{1 + \varphi} \quad (2.3)$$

in cui φ dipende dall'umidità relativa, dal tempo di maturazione e dalla superficie esposta della struttura.

L'Eurocodice 4 suggerisce di considerare nel calcolo il valore del modulo di elasticità a tempo infinito pari a $E_c/3$.

L'uso di diversi moduli di elasticità e quindi di valori del coefficiente di omogeneizzazione diversi implica una variazione nel tempo dello stato tensionale. In particolare, il calcestruzzo riduce la propria rigidità e, di conseguenza, la propria tensione; viceversa, aumenta nel tempo la tensione nell'acciaio (Cosenza e Mazzolani, 1993).

2.2.1.3. Analisi plastica della sezione

L'analisi plastica della sezione composta si effettua mediante un calcolo completamente plastico, ipotizzando cioè che i materiali (calcestruzzo compresso, acciaio del profilo ed acciaio dell'armatura) possano arrivare in condizioni ultime alla completa plasticizzazione, quindi con un diagramma tensionale costante e pari alla tensione di progetto (Figura 2.7). Tale modo di procedere presuppone la piena duttilità di tutti i componenti.

In tali ipotesi è possibile non fare riferimento ai legami costitutivi dei materiali ed effettuare il calcolo indipendentemente dalle deformazioni. La posizione dell'asse neutro, inteso come asse a deformazione nulla, non entra in gioco nel processo.

La valutazione del momento plastico della sezione si effettua calcolando le due grandezze seguenti:

$$F_{c,max} = b_{eff} \cdot h_c \cdot f_{cd} \quad (2.4)$$

$$F_{s,max} = A_s \cdot f_{sd} \quad (2.5)$$

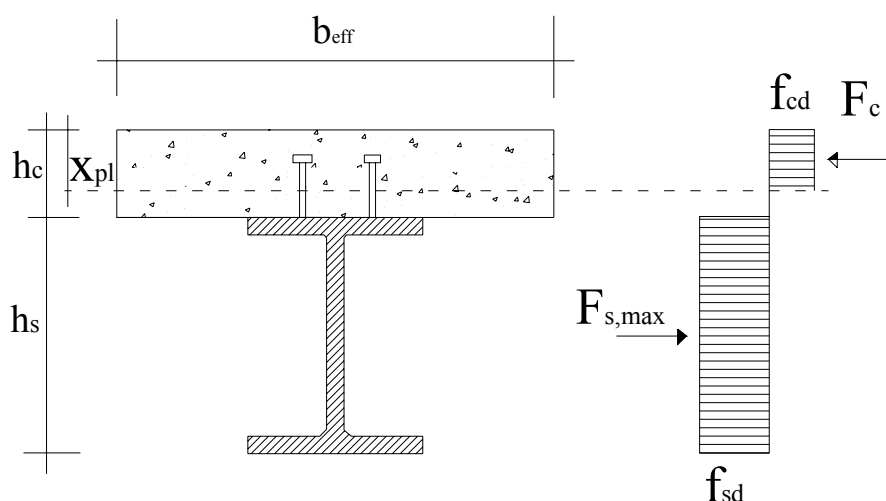


Figura 2.7 Stato tensionale in campo plastico, per momento positivo.

Le due forze mostrate in Figura 2.7 rappresentano, rispettivamente, il massimo sforzo di compressione che può sopportare la soletta ed il massimo sforzo di trazione che può sopportare la sezione in acciaio.

Nel caso in cui $F_{c,max}$ sia maggiore di $F_{s,max}$ l'asse neutro (X_{pl}) interseca la soletta, lo sforzo che si scambiano soletta e sezione metallica è pari a $F_{s,max}$ e la profondità dell'asse neutro plastico si determina con la semplice equazione di primo grado che impone l'equilibrio alla traslazione orizzontale:

$$b_{eff} \cdot X_{pl} \cdot f_{cd} = A_s \cdot f_{sd} \quad (2.6)$$

$$X_{pl} = \frac{A_s \cdot f_{sd}}{b_{eff} \cdot f_{cd}} \quad (2.7)$$

Il braccio della coppia interna si valuta con semplici considerazioni geometriche (Figura 2.7) dalla seguente formula:

$$h^* = \frac{h_s}{2} + h_c - \frac{X_{pl}}{2} \quad (2.8)$$

e pertanto il momento di piena plasticizzazione risulta:

$$M_{pl} = A_s \cdot f_{sd} \cdot h^* \quad (2.9)$$

Il taglio negli elementi composti è prevalentemente sopportato dall'anima della trave metallica; la resistenza, a taglio, di progetto si calcola con la seguente formula:

$$V_{pl} = A_v \cdot f_{sd,v} \quad (2.10)$$

dove A_v è l'area della sezione in acciaio, coincidente con l'area dell'anima, e $f_{sd,v}$ rappresenta la resistenza a taglio dell'acciaio.

2.2.1.4. Analisi dello stato di esercizio.

Con riferimento agli stati limite di servizio della struttura è necessario verificare l'efficienza della struttura sotto i carichi di esercizio. Al riguardo si precisa che la

deformabilità delle strutture composte è positivamente influenzata dalla maggiore rigidità flessionale rispetto alle sezioni in acciaio di pari altezza a causa del notevole contributo in rigidità offerto dalla soletta (Faella *et al.*, 1995).

L'effetto della viscosità e del ritiro possono comunque causare notevoli aumenti delle frecce nel tempo, rendendo la verifica a tempo infinito decisamente più gravosa di quella iniziale.

Nell'ipotesi che i connettori forniscano il completo ripristino della rigidità e che il comportamento dei materiali sia lineare (per i carichi di esercizio) il calcolo delle frecce si effettua secondo le usuali formule. A titolo di esempio, per carico uniformemente distribuito su trave appoggiata si ha una freccia pari a:

$$\delta = \frac{5}{384} \frac{p \cdot l^4}{E_s \cdot I} \quad (2.11)$$

Il valore del momento di inerzia I presente nella formula risente del coefficiente di omogeneizzazione n ; anche in questo caso, come per la verifica tensionale, è necessario considerare la viscosità almeno con il semplice metodo EM precedentemente citato. Se gli scorrimenti tra acciaio e calcestruzzo non sono trascurabili, le frecce aumentano sensibilmente, ed è necessario considerare l'influenza del grado di connessione, come successivamente descritto nella trattazione dei metodi di connessione.

Sempre con riferimento alle sollecitazioni in esercizio, deve rilevarsi l'influenza delle modalità costruttive ed in particolare delle modalità di getto della soletta; infatti nel caso di calcestruzzo della soletta gettato in assenza di puntelli, il peso proprio di calcestruzzo ed acciaio agiscono sulla sola trave in acciaio e, quindi, si deve utilizzare un'appropriata somma di effetti.

Per quanto riguarda l'effetto della deformazione da ritiro ε_{sh} , che agisce sulla sola soletta in calcestruzzo, può essere valutato considerando che la congruenza del sistema richiede una forza di trazione nella soletta stessa pari a :

$$N_{sh} = \varepsilon_{sh} \cdot E_{c,eff} \cdot b_{eff} \cdot h_c \quad (2.12)$$

Tale forza è applicata nel baricentro della soletta e quindi, per equilibrio, le sezioni sopportano una coppia flettente M_{sh} pari a:

$$M_{sh} = N_{sh} \cdot d_s \quad (2.13)$$

dove d_s è la distanza fra il baricentro della soletta ed il baricentro della sezione composta. Tale coppia produce un diagramma del momento costante sulla trave e quindi si sviluppa una freccia addizionale, dovuta al ritiro, pari a:

$$\delta_{sh} = \frac{M_{sh} \cdot l^2}{8 \cdot E_s \cdot I} = 0.125 \cdot \epsilon_{sh} \cdot \frac{b \cdot h_c \cdot d_s}{n_{ef} \cdot I} \cdot l^2 \quad (2.14)$$

In genere si ritiene che l'influenza del ritiro sulla freccia sia importante solo se la snellezza della trave (rapporto luce/altezza) è superiore a 20 e se la trave è immersa in atmosfera secca (Faella *et al.*, 1997).

Infine, per quanto concerne il controllo delle vibrazioni, un calcolo semplificato della frequenza f può effettuarsi in base alla sola conoscenza della freccia dovuta al peso proprio; è infatti possibile mostrare che si ha:

$$f = \frac{18}{\sqrt{\delta}} \quad (2.15)$$

dove δ è la freccia istantanea (in mm) dovuta al peso proprio. Un valore di f non superiore a 4 Hertz è, in genere, considerato soddisfacente per il comfort degli utilizzatori dell'edificio.

Come si è già sottolineato in precedenza, le modalità costruttive hanno una notevole influenza sulle condizioni di sollecitazione in esercizio.

In Figura 2.8 è evidenziato un tipico diagramma carico-spostamento nel caso di trave costruita con totale puntellamento durante il getto del calcestruzzo ed in assenza di puntellamento. Nel primo caso la rigidità del sistema è quella complessiva, con l'azione composta che si manifesta anche per il peso proprio della soletta. Nel secondo caso inizialmente il sistema è più deformabile, in quanto il peso proprio del calcestruzzo agisce sulla sola sezione in acciaio; dopo la maturazione il sovraccarico agisce sulla struttura composta, con la stessa rigidità del caso precedente.

Si può osservare che lo stato deformativo e tensionale in esercizio si presenta profondamente diverso nei due casi. Se però i materiali sono duttili, allora si perviene allo stesso carico ultimo, in quanto il collasso del sistema viene governato da sole considerazioni di equilibrio, con stati tensionali plastici completamente sviluppati.

Le modalità costruttive, per le strutture duttili, hanno in definitiva una grande influenza solo in esercizio. In questo caso, come si è già sottolineato in precedenza, un notevole ruolo è giocato dalla viscosità e dal ritiro.

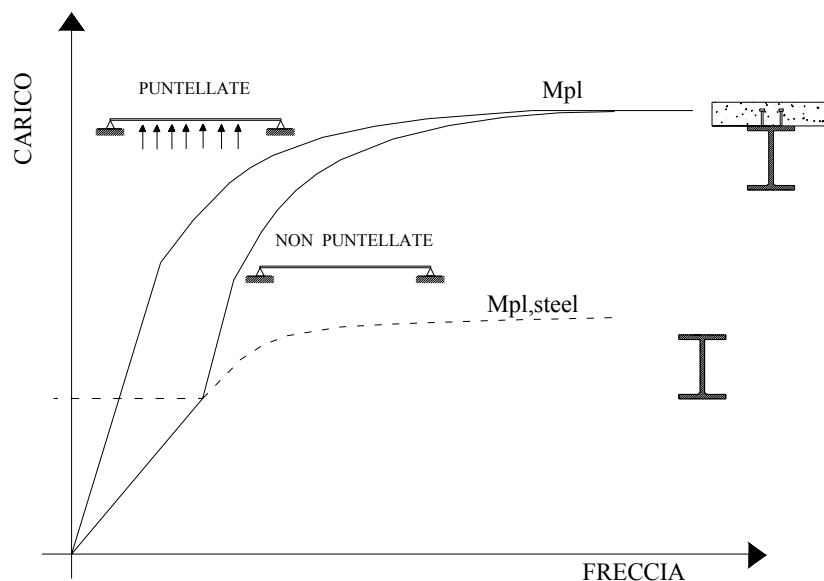


Figura 2.8 Influenza delle modalità costruttive sulla risposta delle travi con schema di semplice appoggio.

2.2.2. Travi composte continue

Lo schema statico di trave continua rappresenta spesso una soluzione interessante per incrementare sia la rigidità che la capacità portante di una struttura.

Nelle strutture intelaiate per edificio è possibile raggiungere diversi tipi di continuità in funzione delle tipologie dei nodi trave-colonna.

I vantaggi che conseguono dall'utilizzo di uno schema continuo possono classificarsi come seguono:

- in condizioni di esercizio diminuisce la deformabilità dello schema, con i relativi vantaggi su frecce e vibrazioni;
- in condizioni ultime, utilizzando la redistribuzione delle sollecitazioni, può sfruttarsi in maniera ottimale la capacità portante delle sezioni.

La presenza di momento negativo, però, comporta nuovi problemi rispetto allo schema di appoggio semplice. Si ha, infatti, nelle sezioni soggette a momento negativo la soletta in trazione e la sezione d'acciaio compressa; si perdono, quindi, i vantaggi principali del sistema con entrambi i materiali che non lavorano in modo ottimale. Pertanto, risulta indispensabile disporre un'adeguata armatura nella soletta, che perde la sua funzione statica.

Inoltre, emergono i seguenti problemi:

- in esercizio si ha la fessurazione del calcestruzzo teso, con i conseguenti problemi di controllo dell'ampiezza delle fessure; inoltre, l'aumento di deformabilità tende a ridurre l'effetto benefico offerto dallo schema;
- allo stato ultimo la compressione nella parte dell'acciaio può far nascere problemi di instabilità sia locale (nella flangia inferiore) sia globale (instabilità flessione-torsionale).

Vi sono poi altri problemi che possono insorgere: ad esempio, mentre è raro che in una trave semplicemente appoggiata vi siano problemi di interazione taglio-momento, negli appoggi intermedi delle travi continue invece possono aversi valori rilevanti tanto del momento quanto del taglio (Seracino, 2002; Seracino *et al.*, 2002).

Nel seguito si analizzeranno tutte le problematiche appena citate. Nelle discussioni che seguono si ipotizza che il sistema di connessione sia "completo", garantendo la piena collaborazione fra acciaio e calcestruzzo ai fini della resistenza e l'assenza di scorrimenti relativi.

L'analisi dei fenomeni di instabilità locale va premessa al calcolo delle sezioni soggette a momento negativo, in quanto la possibilità di arrivare al comportamento plastico o addirittura di sviluppare le rotazioni plastiche richieste per ridistribuire le sollecitazioni e arrivare fino alla formazione del meccanismo, può essere limitata dall'insorgere dell'instabilità locale della flangia compressa o dell'anima.

Pertanto, le sezioni vanno classificate in base alle snellezze dell'anima e della flangia, in funzione delle prestazioni che possono da esse ottenersi. In particolare, in modo analogo a come si opera per le strutture in acciaio, in termini di prestazioni si definiscono 4 diversi comportamenti:

- sezioni plastiche, in grado di sviluppare elevate rotazioni plastiche (classe I);
- sezioni compatte, che pervengono alla piena plasticizzazione sviluppando però capacità rotazionali limitate (classe II);
- sezioni semi-compatte, che pervengono allo snervamento, senza però raggiungere la completa plasticizzazione (classe III);
- sezioni snelle, in cui i fenomeni di instabilità locale avvengono in campo elastico, rendendo impossibile il raggiungimento dello snervamento (classe IV).

Il problema di associare a ciascuna tipologia di sezione dei ben definiti limiti di snellezza di flange e anima, al variare dello stato tensionale nella sezione e delle caratteristiche meccaniche dei materiali, è evidentemente un problema molto complesso, sia dal punto di vista sperimentalmente che teorico.

Trattandosi di un problema di instabilità è, comunque, evidente che debba entrare in gioco la snellezza di flangia e/o anima, accoppiata al parametro meccanico dato dal rapporto ha tensione di snervamento e modulo di elasticità dell'acciaio f_y/E_s (ovvero f_y essendo E_s all'incirca costante). Il primo parametro è collegato alla snellezza geometrica, mentre il secondo è in relazione con il livello di stato tensionale che può agire. In particolare le indicazioni normative al momento più complete sono quelle dell'Eurocodice 4.

Da esse e dal documento ECCS (1993) si desume che:

- le sezioni tipo IPE, HEB, HEM hanno flange di classe I;
- le sezioni di tipo HEA hanno flange di tipo I, II o III in funzione dell'altezza e della classe di acciaio;
- tutte le sezioni di tipo IPE ed HE, con asse neutro a metà anima o al di sopra hanno anima classe I;
- le sezioni IPE ed HE, con anima tutta compressa, possono essere di classe I, II, III o IV in funzione dell'altezza e della classe dell'acciaio.

2.2.2.1. Definizione della larghezza collaborante

Anche per le travi composte è necessario definire la larghezza collaborante (b_{eff}). La definizione della sezione collaborante si effettua in maniera del tutto analoga a quanto già visto nel caso della trave appoggiata.

In particolare, esistono varie indicazioni molto articolate, mentre le indicazioni dell'Eurocodice 4 sono piuttosto semplificate. È comunque necessario fare riferimento a valori diversi per momento positivo e negativo; la larghezza collaborante viene poi a dipendere dalla posizione dell'elemento nella trave continua (mensola, campata di estremità, campata interna).

I valori da assumersi sono indicati nella Figura 2.9.

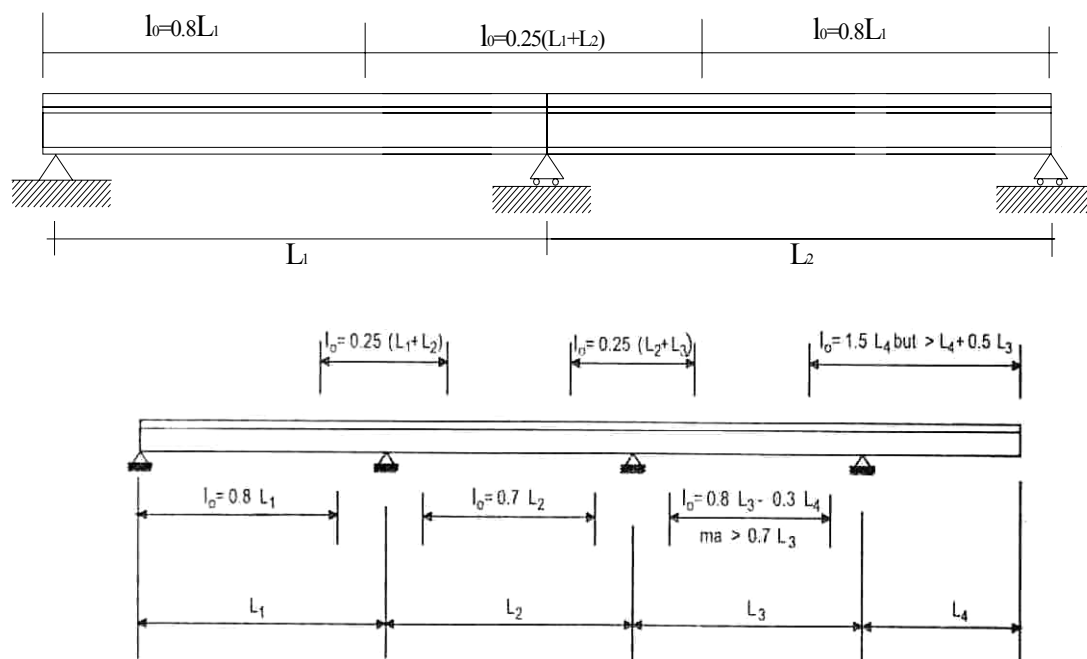


Figura 2.9 Larghezza collaborante nello schema di trave continua.

E' utile osservare che:

- la larghezza collaborante a momento negativo consente di valutare quali armature collaborano con la sezione;
- nell'analisi delle travi continue si avrebbero sezioni di dimensioni variabili lungo l'asse, con notevoli complicazioni operative; è prassi comune considerare la larghezza collaborante ricavata secondo le indicazioni date unicamente per i calcoli di resistenza, mentre ai fini della rigidezza, e quindi delle analisi strutturali si considera una sezione costante pari a quella di campata. In caso di strutture di notevole importanza, può invece essere opportuno considerare la variabilità delle sezioni.

2.2.2.2. Analisi elastica della sezione

L'analisi elastica della sezione composta è identica a quella vista per lo schema appoggiato nelle zone a momento positivo; per le zone a momento negativo, invece, è necessario distinguere le due condizioni di momento flettente minore o maggiore del momento di prima fessurazione. Nel primo caso si parla di "stato 1 non fessurato" ed il calcolo dell'inerzia I_1 non fessurata si effettua come per il momento positivo, nel secondo caso si

parla di “stato 2 fessurato” caratterizzato dall’inerzia I_2 . L’asse neutro elastico taglia, in genere, la sezione d’acciaio ed il calcestruzzo non fornisce alcun contributo alla resistenza. L’area e l’inerzia della sezione derivano quindi dal solo acciaio, note tali quantità si passa alla verifica tensionale come visto per lo schema appoggiato.

2.2.2.3. Analisi plastica della sezione

Il calcolo plastico della sezione soggetta a momento positivo è uguale a quanto già visto per lo schema semplicemente appoggiato; per quanto riguarda le zone a momento negativo, il calcestruzzo teso non fornisce contributo alla resistenza. Fornisce invece contributo l’armatura della soletta A_{sr} ; il calcolo del momento plastico si effettua determinando la posizione dell’asse neutro plastico X_{pl} (indicato in Figura 2.10 come a.n.p.) dall’equilibrio a traslazione (Figura 2.10):

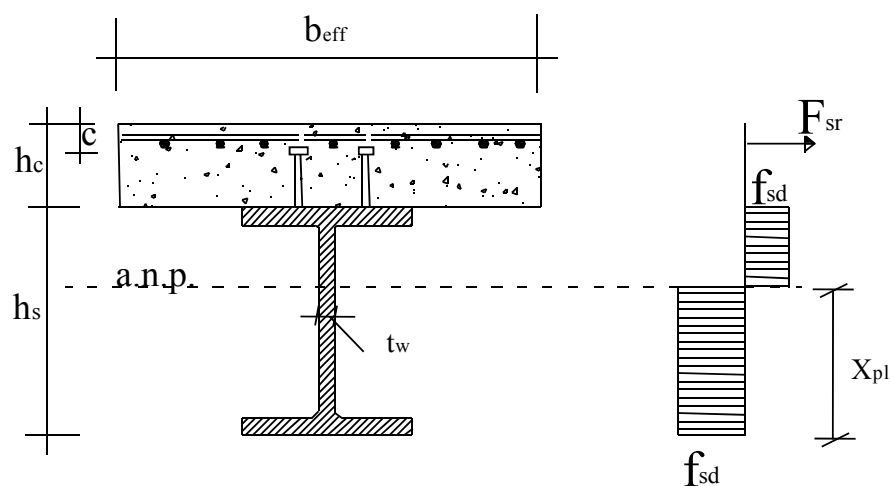


Figura 2.10 Stato tensionale plastico per momento negativo.

$$X_{pl} = \frac{h_s}{2} + h_c - \frac{F_{sr}}{2 \cdot t_w \cdot f_{sd}} \quad (2.16)$$

dove F_{sr} è lo sforzo nell’armatura

$$F_{sr} = A_r \cdot f_{srd} \quad (2.17)$$

e determinando il momento plastico a momento negativo della sezione composta dall’equilibrio a rotazione:

$$M_{pl}^{-} = M_{s,pl} + F_{sr} \cdot \left(\frac{h_s}{2} + h_c - c \right) - \frac{F_{sr}^2}{4t_w f_{sd}} \quad (2.18)$$

relazione in cui $M_{s,pl}$ rappresenta il momento plastico del profilo in acciaio.

A meno di introdurre quantitativi elevati di armatura nella soletta, il momento plastico raggiungibile a momento negativo è minore di quello a momento positivo (Tagawa, 1989).

2.2.2.4. *Analisi dello stato di esercizio*

La valutazione delle sollecitazioni in esercizio è la fase preliminare alle verifiche in esercizio che, come detto in precedenza, sono particolarmente delicate. Tale valutazione è particolarmente importante per la presenza di momento negativo, con la conseguente fessurazione della soletta (Zhou *et al.*, 2004). Il problema è sostanzialmente diverso dal caso del cemento armato in quanto, poiché vi è una significativa diminuzione di rigidità unicamente a momento negativo, la redistribuzione delle sollecitazioni non è trascurabile; al contrario, nelle travi continue in cemento armato la fessurazione si ha in genere anche per momento positivo per cui complessivamente, tranne casi particolari, la redistribuzione è poco significativa.

Per determinare lo stato tensionale è possibile procedere in modi diversi, a complessità decrescente:

1. Effettuare un'analisi non lineare per considerare l'effetto del “*tension stiffening*”, ossia l'effetto irrigidente del calcestruzzo teso tra due successive fessure con trasferimento degli sforzi mediante aderenza, e valutare l'influenza dello scorrimento all'interfaccia tra acciaio e calcestruzzo.
2. Effettuare un'analisi semplificata, considerando completamente fessurato il tratto soggetto a momento negativo dove il momento supera il valore di prima fessurazione. Si definisce per tale tratto una rigidità fessurata EI . Per semplicità di calcolo è possibile riferirsi ad una lunghezza fessurata definita a priori. Secondo l'Eurocodice 4 l'estensione da assumere è del 15% della luce per lo schema mostrato in Figura 2.11-a.
3. Considerare uno schema non fessurato, Figura 2.11-b, ed effettuare una valutazione forfettaria della diminuzione di momento causata dalla fessurazione; il fenomeno può causare diminuzioni di momento anche del 30%; le norme accettano riduzioni del 10-15%.

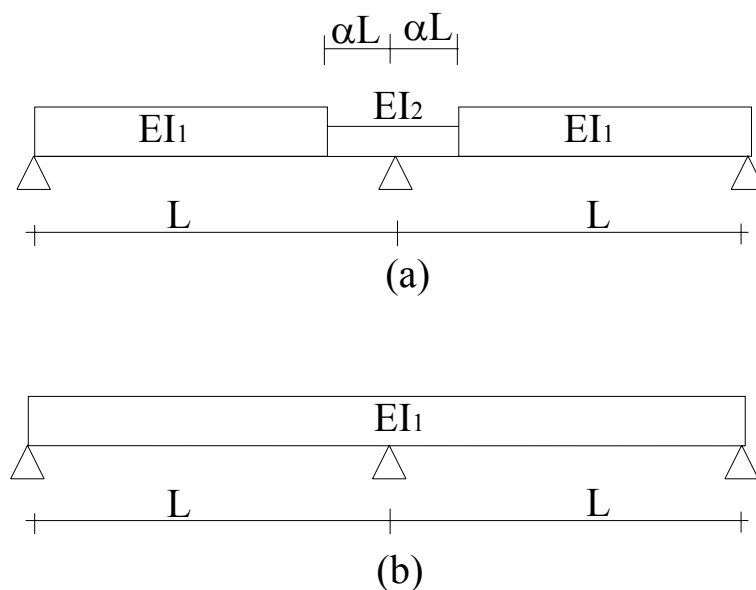


Figura 2.11 Valutazione delle rigidezze nel modello fessurato (a) e non fessurato (b).

Si osservi che la scelta del modello è concettualmente difficoltosa; infatti può affermarsi che la scelta di un modello più deformabile della realtà porta a sopravvalutare le frecce, e ciò è conservativo ai fini della verifica di deformabilità, ma anche a sopravvalutare la redistribuzione dei momenti, e in genere ciò non è conservativo ai fini della verifica di resistenza.

Per quanto concerne la modalità di calcolo 1, essa non è di semplice applicazione come mostrato, in letteratura, in numerosi lavori (Cosenza e Pecce, 1991; Fabbrocino, 1998).

Per quanto riguarda il metodo 2, il calcolo è possibile senza grandi difficoltà anche mediante programmi di calcolo con modeste capacità, semplicemente introducendo un nodo intermedio in prossimità del passaggio fra la parte di trave non fessurata (inerzia I_1) e parte di trave fessurata (inerzia I_2). In alternativa è possibile introdurre un elemento "trave parzialmente fessurata", che immagazzina nella matrice di rigidezza l'effetto della fessurazione.

Utilizzando la procedura 2 è possibile pervenire a formule semplificate.

Ad esempio, avendo definito con i il rapporto I_2/I_1 , l'Eurocodice 4 suggerisce la seguente espressione:

$$\frac{M_r}{M_e} = i^{-0.35} \quad (2.19)$$

Fra le verifiche in esercizio, il controllo delle frecce assume una particolare importanza nelle travi continue composte in quanto è proprio la loro limitazione una delle principali motivazioni per cui si sceglie tale schema statico.

Il calcolo è influenzato dalla redistribuzione delle sollecitazioni provocate dalla fessurazione, pertanto anche in questo caso sono possibili le stesse tre modalità di analisi precedentemente illustrate. In particolare l'analisi fessurata, si presta a calcoli molto semplici; nel caso di trave di due campate caricate dallo stesso carico, si può dimostrare che, indicando $\delta_{i=1}$ la freccia calcolata ipotizzando inerzia costante I_1 sull'intera trave e con δ la freccia effettiva, si ha la relazione:

$$\frac{\delta}{\delta_{i=1}} \cong i^{0.29} \quad (2.20)$$

Dalla relazione precedente si deduce che la fessurazione amplifica in modo significativo la freccia; rimane comunque significativo il vantaggio che si ottiene rispetto al caso di trave semplicemente appoggiata.

Il controllo della situazione deformativa delle strutture composte continue può ottenersi mediante opportuni stati di presollecitazione.

Infatti, l'applicazione di particolari presollecitazioni iniziali, determinate considerando anche la loro riduzione ad opera della viscosità, quali:

- precompressione della soletta con cavi esterni o interni,
- spostamenti impressi agli appoggi,

può fornire vantaggi in esercizio, quali riduzione delle frecce e della fessurazione. I vantaggi residui al collasso sono molto modesti, fino a scomparire per le strutture estremamente duttili.

2.3. PROBLEMATICHE LEGATE ALLE TRAVI COMPOSTE

Sono stati finora esposti i metodi di progettazione ed i benefici offerti dai sistemi composti acciaio-calcestruzzo sul comportamento delle strutture. Se nella fase di progettazione si valuta adeguatamente il comportamento composto delle sezioni, è possibile determinare e considerare i contributi alla resistenza ed alla rigidezza del sistema forniti da tali elementi composti. D'altro canto, spesso, la pratica costruttiva dei manufatti in acciaio, porta ad avere nella realtà sistemi composti non pensati come tali nella fase di progettazione (Li *et al.*, 1996; Popov e Blackman, 1995).

Le travi degli edifici a struttura portante in acciaio, nonostante la presenza di una soletta superiore vincolata da connettori, soprattutto nel caso di collegamenti incernierati, sono raramente considerate come sistemi composti. Ciò porta ad una risposta alle sollecitazioni non sempre in accordo con quanto previsto in fase progettuale. Ciò vale in modo particolare con riferimento alle sollecitazioni dinamiche indotte dai terremoti. Un esempio che racchiude tutti gli aspetti del problema è fornito dal terremoto di Northridge del 1994 e dalle sue conseguenze sulle costruzioni a struttura portante in acciaio-calcestruzzo (Yang e Popov, 1995).

2.3.1. Un esempio: il terremoto di Northridge, 1994

Il 17 gennaio 1994, alle 4:30 a.m. un terremoto di media energia colpì la periferia nord ovest di Los Angeles. L'intensità da esso raggiunta fu di 6.8 gradi Richter, moderata per la sismicità della California.

L'evento fu di breve durata, scaricando gran parte della sua energia in circa 7 secondi. Le costruzioni furono soggette, invece che ad uno scuotimento progressivo, ad un severo ed istantaneo shock, con accelerazioni orizzontali rilevate spesso superiori ad 1.5g ed accelerazioni verticali di 1.2g.

Le strutture danneggiate furono numerose, includendo edifici di civile abitazione, edifici industriali, viadotti autostradali ed infrastrutture varie.

La categoria strutturale maggiormente colpita risultò, in accordo con il tipo di sisma, quella degli edifici di bassa altezza, con in media tre livelli fuori terra.

Furono rilevati numerosi danni e alcuni casi di collasso strutturale in edifici di cemento armato e di cemento armato precompresso.

Un'apparente eccezione nello scenario di danneggiamento conseguente al sisma fu costituita dagli edifici con struttura portante in acciaio. Associate a tale tipologia costruttiva non vi furono perdite di vite umane, non vi furono casi di integrale collasso strutturale e perfino il danneggiamento delle parti non strutturali delle costruzioni si rilevò di minore entità.

I problemi nelle costruzioni in acciaio furono dapprima osservati in alcuni edifici in costruzione, in cui le strutture portanti erano in vista.

L'attenta osservazione dei nodi trave-colonna portò alla scoperta di una particolare e ricorrente tipologia di danneggiamento: la rottura del collegamento in corrispondenza della saldatura della flangia inferiore della trave in acciaio (Figura 2.12).

Tale rottura presentava caratteristiche fragili non mostrando segni di snervamento e plasticizzazione nelle vicinanze della zona danneggiata.

Successivamente, una campagna di ispezione dei nodi delle strutture in acciaio portò alla scoperta di una serie di danneggiamenti locali delle giunzioni (Yang Popov, 1995).



Figura 2.12 Esempi di danneggiamento del nodo trave-colonna per travi composte.

Il sistema costruttivo principalmente adottato nelle strutture in acciaio a Northridge era rappresentato dalla “*special moment resisting frame*” (SMRF), cioè da una struttura a telaio senza diagonali di controvento in cui la resistenza alle sollecitazioni orizzontali era affidata alle travi di piano ed alle loro connessioni con gli elementi verticali.

La resistenza poteva essere affidata a poche connessioni rigide per piano o distribuita in più connessioni in tutta la struttura.

L'approccio costruttivo era fondato sul prevedere sempre, nei collegamenti, la trave quale elemento più debole “*weak*”, al fine di avere in essa le eventuali plasticizzazioni con la conseguente formazione delle cerniere plastiche (“*strong column-weak beam*”). La formazione delle cerniere plastiche nelle travi e la duttilità del materiale avrebbe garantito alla struttura la possibilità di dissipare l'energia fornita dall'esterno.

La tipologia delle connessioni trave-colonna che nella zona di Northridge ha riportato il maggior numero di casi di danneggiamento è quella definita nel linguaggio anglosassone “*full welded*”, volendo intendere con tale definizione che la trasmissione del momento nel nodo tra trave e pilastro compete alle flange della trave saldate al pilastro. Le travi erano, ordinariamente, sormontate da una soletta in calcestruzzo armato vincolata a mezzo di connettori a piolo saldati con testa.

Non sempre la trave era stata considerata come composta in fase progettuale.

La sistematicità dei danneggiamenti fece sorgere negli studiosi di tutto il mondo un fervido interesse per la tipologia di connessione implicata. Furono eseguiti numerosi test sperimentali che riguardarono il comportamento dei nodi trave-pilastro sia in presenza che in assenza della soletta di calcestruzzo. La Figura 2.13 mostra una tipica configurazione utilizzata per i test (Li *et al.*, 1996).

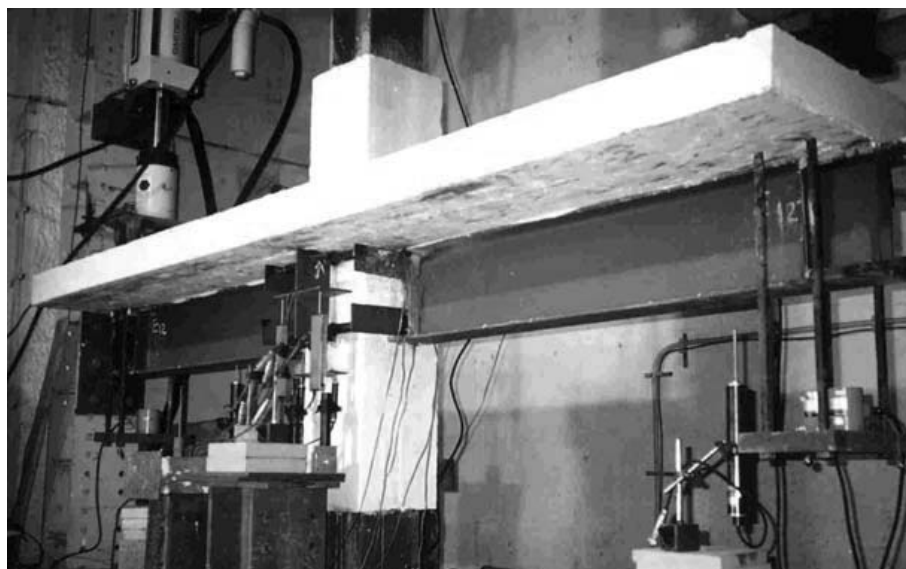


Figura 2.13 Apparecchiatura sperimentale utilizzata per il test di un nodo trave-pilastro.

Le campagne sperimentali condotte hanno messo in luce alcune lacune nel comportamento della connessione saldata tra pilastro e trave composta.

I problemi possono essere divisi in due categorie: la prima categoria riguarda le caratteristiche dei materiali e le procedure di costruzione; la seconda categoria di problemi

riguarda la geometria della connessione, le assunzioni di progetto e la concezione strutturale della costruzione (SAC, 1998).

2.3.2. Influenza delle proprietà dei materiali

Le sperimentazioni hanno permesso l'identificazione di una serie di fenomeni che hanno riflessi sul comportamento degli assemblaggi pilastro-trave, con riferimento sia alle travi metalliche che alle travi composte.

La moderna produzione industriale degli acciai tende verso materiali con tensione di snervamento (f_y) sempre più alta e rapporti f_y/f_u , con f_u tensione a rottura, sempre crescenti e spesso superiori a 0.8. La duttilità di tali acciai ne risente negativamente. Ciò pur incrementando l'economia delle costruzioni progettate con riferimento alla resistenza lascia dubbi sulle effettive capacità deformative attingibili dagli elementi. I risultati sperimentali mostrano, ad esempio, come al crescere del rapporto f_y/f_u per il materiale, si riduca progressivamente la lunghezza del tratto plasticizzato negli elementi soggetti a formazione di cerniere plastiche (Yang e Popov, 1995).

Per mantenere un comportamento di trave debole-colonna forte i progettisti, in genere, prevedono per le travi materiali con resistenza specifica minore di quella dei pilastri. In pratica, comunque, l'effettiva tensione di snervamento del materiale è sensibilmente maggiore di quella nominale, a cui si fa riferimento nella progettazione.

Non è raro, infatti, verificare, che la effettiva tensione di snervamento del materiale appartenente ad una determinata classe sia prossima, se non addirittura maggiore, di quella caratteristica della classe superiore. Ciò allontana l'effettivo comportamento deformativo e tensionale della giunzione da quello teorizzato in fase di progetto (Frank, 1997).

Inoltre, la curva caratteristica di questi acciai presenta dopo lo snervamento una fase di "plateau" relativamente ridotta e subito dopo un elevato grado di incrudimento, ciò comporta un incremento delle tensioni che, nelle giunzioni, le saldature sono obbligate a trasmettere tra trave e colonna.

Il materiale utilizzato nelle saldature non sempre riesce a sopportare le elevate deformazioni richieste per raggiungere il comportamento deformativo richiesto (Bertero *et al.*, 1994).

2.3.3. Influenza della geometria e delle assunzioni di progetto

Tra le varie cause investigate per risolvere gli interrogativi sorti sul comportamento duttile delle giunzioni metalliche trave-pilastro, alcune riguardano le assunzioni di progetto. Alcune delle assunzioni e semplificazioni effettuate nella prassi progettuale, ritenute, ottimisticamente, a favore di sicurezza, si sono rivelate eccessive (Liu, 2000).

Non sempre, ad esempio, la presenza di una soletta in calcestruzzo, anche se armata e vincolata alla trave metallica, è tenuta in considerazione nei calcoli di resistenza. Ignorando il comportamento composto delle sezioni si ignora sia la maggior rigidità che la maggior resistenza della trave composta rispetto al semplice profilo metallico. In particolare, così facendo, si trascurano le maggiori deformazioni nella flangia inferiore della trave, conseguenza dello spostamento dell'asse neutro della sezione composta. Proprio queste maggiori deformazioni e tensioni si ritiene siano una delle prime cause dei danneggiamenti a carico delle strutture a scheletro portante metallico, conseguenti il terremoto di Northridge (Popov e Blackman, 1995; Popov *et al.*, 1996).

I risultati delle prove su modello e delle prove numeriche hanno mostrato, inoltre, come una serie di dettagli costruttivi locali della giunzione abbiano un'influenza sul comportamento globale dell'intera struttura spesso non facilmente intuibile.

Tra di essi si ricordano i fori di accesso per le saldature, la dimensione delle piastre di continuità nei nodi, le piastre di taglio, gli spessori delle flange e dell'anima di travi e pilastri. Numerose analisi parametriche hanno svelato le relazioni tra le geometrie locali ed il comportamento globale della connessione (SAC Joint Venture, 1998).

Un'ulteriore serie di proposizioni fornisce, poi, alcune considerazioni sulle motivazioni del comportamento fragile mostrato dal tipo di assemblaggio in oggetto.

Le procedure di saldatura, fattore critico per il comportamento della giunzione, non sempre sono state oggetto della dovuta considerazione.

La geometria tipica della giunzione saldata comporta la concentrazione di stati tensionali elevati in piccole aree; a ciò può accompagnarsi comportamento fragile per il materiale.

Le teorie d'analisi prevedono l'assunzione che le sezioni rimangano piane anche nella regione del nodo, ignorando eventuali incrementi di tensione nella zona.

E' trascurata l'aliquota di sforzo tagliante trasmesso dalla trave al pilastro attraverso le flange; tale aliquota, per particolari geometrie può essere rilevante ai fini dell'analisi.

La pratica progettuale, prevede di concentrare la resistenza laterale della struttura in poche connessioni. Le elevate rigidità dei componenti comportano l'assorbimento e la

trasmissione di elevati sforzi nella giunzione, sforzi che esaltano i problemi di concentrazione di tensione e di deformazione in prossimità delle saldature (FEMA-267, 1995).

3. CARATTERISTICHE E COMPORTAMENTO DEI SISTEMI DI CONNESSIONE

3.1 SISTEMI DI CONNESSIONE NELLE TRAVI COMPOSTE ACCIAIO-CALCESTRUZZO

Lo sviluppo di sistemi composti efficienti è legato alla definizione di adeguati sistemi di collegamento tra le due parti componenti la sezione.

I sistemi di collegamento devono essere in grado di scambiare adeguatamente le forze all'interfaccia acciaio-calcestruzzo: si parla di "collegamenti a taglio".

Le più comuni tipologie di connettori sono mostrate nella Figura 3.1.

Il tipo più utilizzato è il connettore a piolo saldato con testa. Notevolmente utilizzati sono anche i connettori "sparati" a caldo, che non richiedono alcun procedimento di saldatura. Gli altri tipi di connettori indicati nella Figura 3.1 sono di tipo rigido, ed una adeguata resistenza al sollevamento è assicurata da staffe appositamente collegate. Infine, i collegamenti ad attrito sono tipici delle solette prefabbricate.

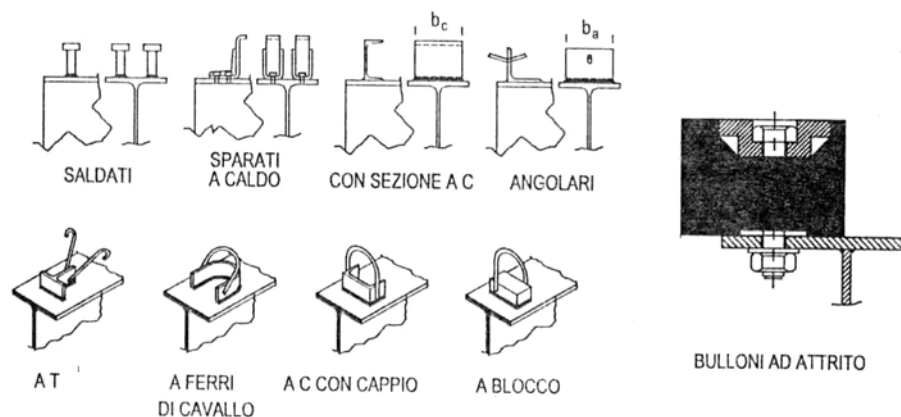


Figura 3.1 Tipologie di connessione.

Come meglio esplicitato nel seguito, la prova che consente di caratterizzare la resistenza e la rigidezza dei connettori è la “standard push out test” (Mimone *et al.*, 2005; Ellobody e Young, 2006)

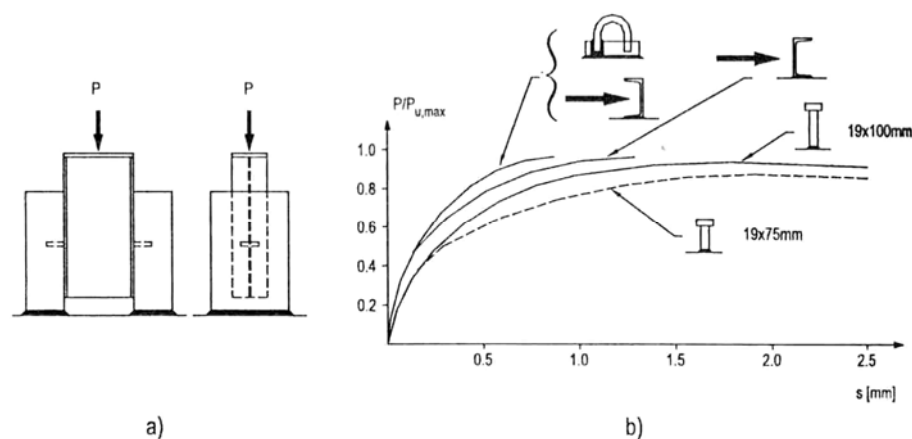


Figura 3.2 Prova push-out test e tipici comportamenti.

3.2 MECCANISMI RESISTENTI

I meccanismi resistenti che consentono il trasferimento degli sforzi sono piuttosto complessi e implicano una forte interazione tra connettori e calcestruzzo. Una rappresentazione schematica del meccanismo è riportata in Figura 3.3.

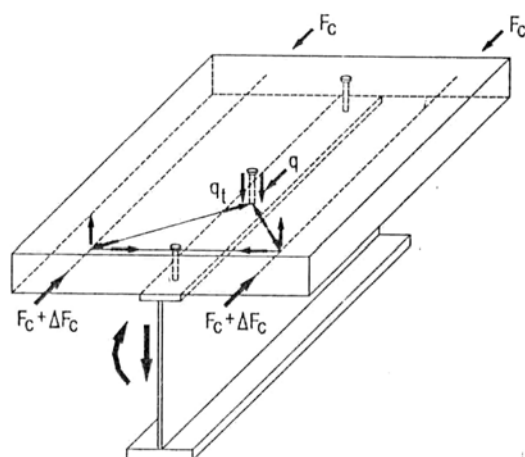


Figura 3.3 Meccanismo di trasmissione degli sforzi.

Sono da evidenziare tanto i meccanismi globali, che implicano la formazione di puntoni inclinati e che, specie nelle zone di estremità delle solette, necessitano di apposita armatura trasversale per avere poligoni di equilibrio chiusi, quanto i meccanismi locali con cui viene trasferito, con grossi sforzi localizzati, la forza da connettore a calcestruzzo.

Per quanto riguarda i connettori a piolo con testa, sicuramente più utilizzati, si deve rilevare che è sperimentalmente dimostrata la loro duttilità se l'altezza h non è inferiore a 4 volte il diametro d e se il diametro appartiene all'intervallo 6 mm-22 mm. (Sullo e Di Marco, 2004; Lam e El-Lobody, 2005).

Inoltre, la presenza di una testa "standard", e cioè di spessore non inferiore a $0,4d$ e diametro non inferiore a $1,5d$, garantisce una resistenza al sollevamento superiore ad 1/10 della resistenza a taglio; tale requisito è necessario, secondo i codici normativi, per non dover considerare il sollevamento nelle analisi (Johnson *et al.*, 1969).

La resistenza del connettore a piolo con testa è stata valutata mediante numerose prove sperimentali (Oehlers e Johnson, 1987), e la formula che meglio interpreta i risultati è la seguente:

$$P = k \cdot f_u \cdot \left(\frac{\pi d^2}{4} \right) \cdot \left(\frac{E_{cm}}{E_a} \right)^{0.4} \cdot \left(\frac{f_{ck}}{f_u} \right)^{0.35} \quad (3.1)$$

essendo k un coefficiente numerico, f_u la resistenza ultima dell'acciaio del connettore, d il diametro del connettore, f_{ck} la resistenza cilindrica caratteristica del calcestruzzo, E_{cm} il modulo di elasticità secante medio del calcestruzzo ed E_a il modulo di elasticità dell'acciaio del connettore.

Nella formula vengono esplicitamente evidenziate le interazioni tra deformabilità e resistenza dei materiali.

Le normative attuali (EC4) tendono a rendere più semplice il problema, distinguendo tra la rottura dell'acciaio del connettore e quella per rifollamento del calcestruzzo e quindi sviluppando due diverse formule per la resistenza:

$$P_{Rd} = 0.8 \cdot f_u \cdot \left(\frac{\pi d^2}{4} \right) \quad (3.2)$$

$$P_{Rd} = 0.29 \cdot \alpha^2 d \cdot \sqrt{f_{ck} \cdot E_{cm}} \quad (3.3)$$

considerando:

$$\alpha = 0.2 \left(\frac{h}{d} + 1 \right) \quad 3 < h/d < 4 \quad (3.4)$$

$$\alpha = 1 \quad h/d > 4 \quad (3.5)$$

e suggerendo di applicare poi un coefficiente riduttivo $\gamma_v=1.25$ al risultato delle formule (3.2) e (3.3). La resistenza di calcolo è poi assunta come il minimo tra i due valori ottenuti. Nella formula (3.3) compare il modulo di Young del calcestruzzo; ciò penalizza i calcestruzzi leggeri ed i calcestruzzi ad alta resistenza caratterizzati da un rapporto tra resistenza e modulo di elasticità ridotto rispetto ai calcestruzzi ordinari (Ollgard *et al.*, 1971).

3.3 PROGETTO E DISTRIBUZIONE DEI CONNETTORI

La distribuzione dei connettori dovrebbe seguire l'andamento locale delle forze scambiate fra i componenti. In particolare, nel caso di connettori rigidi l'andamento delle forze scambiate è evidentemente affine al diagramma del taglio e quindi, nel comune caso di carico uniformemente distribuito, di tipo lineare.

Peraltro la distribuzione dei connettori più semplice è, evidentemente, quella a passo costante; spesso tale disposizione nasce da necessità di tipo costruttivo, come ad esempio nel caso di lamiera grecata con nervatura ortogonale all'asse della trave.

Analisi numeriche e sperimentali del problema (Cosenza e Mazzolani, 1993, Fabbrocino, 1998) indicano che se si tiene conto della deformabilità della connessione allora l'andamento delle forze scambiate si allontana rapidamente dall'essere lineare, per tendere ad essere uniforme. Al caso uniforme si tende qualora i connettori siano duttili. Se, al limite, si considerano infinitamente duttili allora è evidentemente possibile sfruttare la resistenza di tutti i connettori e quindi è del tutto legittimo imporre una distribuzione con passo costante.

In pratica l'Eurocodice 4 consente l'utilizzo di passo costante, senza valutazioni aggiuntive, se i connettori sono duttili ed inoltre sono verificate alcune limitazioni sul numero minimo di connettori, se tutte le sezioni sono di classe 1 o 2 (secondo la classificazione vista in precedenza) e se il momento plastico della sezione composta non è maggiore di 2,5 volte il momento plastico della sola sezione metallica.

Nel caso opposto, di connettori rigidi e non duttili, va ovviamente seguita la distribuzione affine al taglio, seguendo formule alla "Jourawski".

Quindi, nel caso di totale ripristino di resistenza e di connettori duttili, non è necessario determinare la sollecitazione localmente bensì è possibile calcolare, in condizioni di carico ultimo, la sollecitazione totale tra due sezioni 'critiche'. Sono definite critiche (Figura 3.4) le sezioni di appoggio, una sezione di estremità di una mensola, una sezione di massimo momento flettente, una sezione sede di forza concentrata ed una sezione in cui vi è un brusco cambiamento di sezione trasversale.

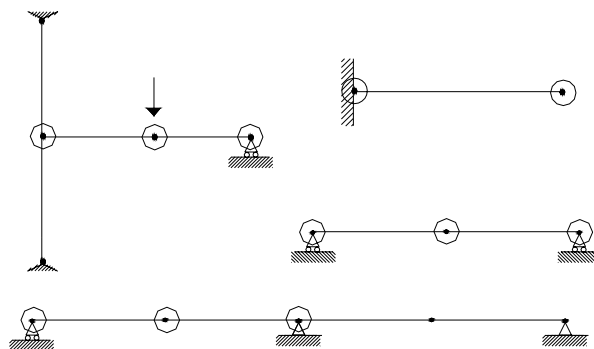


Figura 3.4 Identificazione delle "sezioni critiche".

Per una trave appoggiata, il calcolo della sollecitazione orizzontale V scambiata tra la sezione di appoggio e la mezzera è immediato, considerando che la forza scambiata in condizioni ultime F_{cf} è la minima tra quella del calcestruzzo e del profilo si ha:

$$V=F_{cf} \quad (3.6)$$

analogamente, per una trave continua, la sollecitazione scambiata, in condizioni ultime, tra una sezione di massimo momento ed un appoggio di continuità è pari a:

$$V=F_{cf}+A_{sr}f_{srd} \quad (3.7)$$

con A_{sr} armatura della soletta sull'appoggio. Il numero di connettori da utilizzare è, evidentemente, fornito dal rapporto tra sollecitazione globale e resistenza del singolo connettore:

$$N=V/P_{rd} \quad (3.8)$$

Il calcolo effettuato garantisce il completo ripristino di resistenza.

Se i connettori sono duttili e sono verificate le condizioni prima esposte è possibile ripartirli uniformemente. In alcuni casi, è consentito il calcolo a “parziale ripristino di resistenza”, utilizzando un numero di connettori N minore di N_f .

Le normative stabiliscono, in genere, un valore minimo di N/N_f al di sotto del quale non è possibile scendere; secondo l'Eurocodice 4 tale valore è 0.4, mentre secondo le AISC è 0,25.

Nel caso di parziale ripristino, il calcolo della resistenza flessionale della sezione può essere svolto considerando l'equilibrio della sezione con il trasferimento di sforzo pari a:

$$F_c=(N/N_f) \cdot F_{cf} \quad (3.9)$$

Nell'ipotesi di materiali duttili il calcolo della resistenza flessionale dell'elemento in presenza di parziale ripristino può facilmente essere svolto considerando l'equilibrio della sezione con trasferimento di sforzo pari a:

$$F_c=(N/N_f) \cdot F_{cf} \quad (3.10)$$

Si ottiene, al variare di N o di F_c , l'andamento della resistenza flessionale M rappresentato in Figura 3.5.

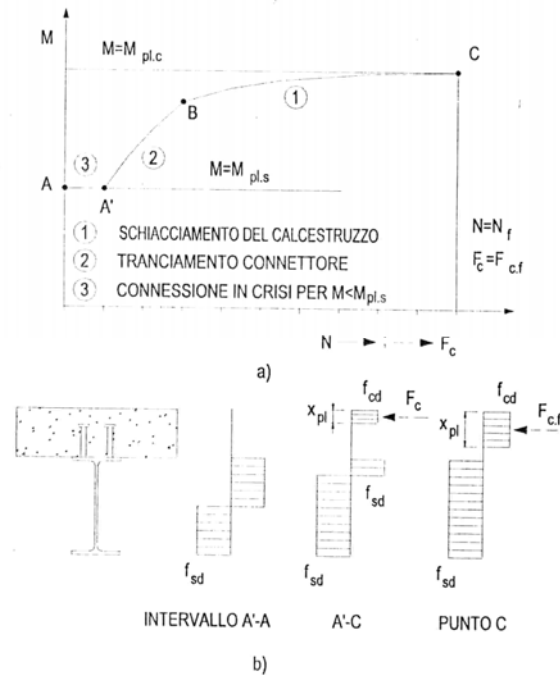


Figura 3.5 Stati tensionali a rottura nel parziale e totale ripristino.

Nella parte di grafico A-A' vi è la resistenza della sola sezione in acciaio; nel punto C è garantito il completo ripristino di resistenza; nel tratto A'-C il calcolo può essere effettuato utilizzando lo "stress block", con semplici considerazioni di equilibrio, come schematicamente riportato in Figura 3.5.

Una rappresentazione analoga, in termini adimensionali, è riportata in Figura 3.6.

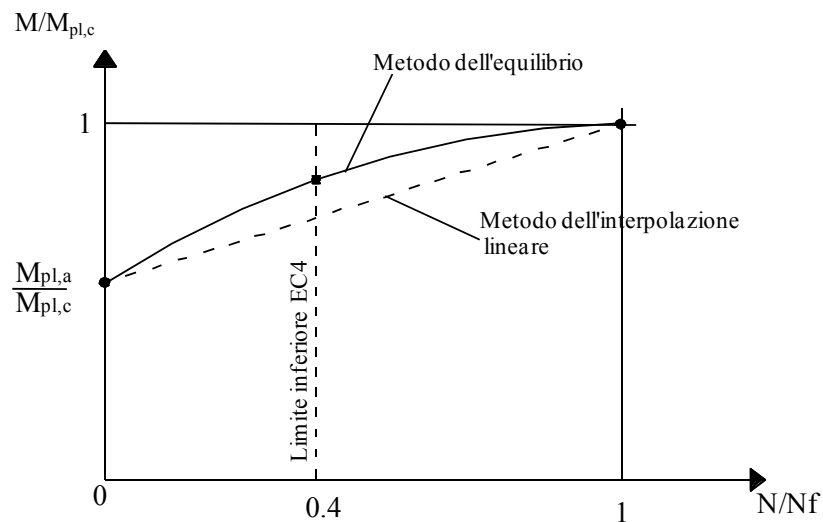


Figura 3.6 Metodo dell'equilibrio ed interpolazione.

La Figura 3.6 presenta in ascisse il grado di connessione N/N_f , ed in ordinata il rapporto tra il momento ultimo della struttura con N connettori (M) ed il momento ultimo della sezione

composta (a completo ripristino di resistenza) $M_{pl,c}$. La variazione del momento ultimo della sezione segue l'andamento riportato nella figura e varia dalla resistenza del solo profilo metallico, per $N/N_f=0$, al valore di resistenza della sezione composta per $N/N_f=1$.

La curva ottenuta puntualmente con le considerazioni di equilibrio, si presenta convessa; ciò permette di utilizzare, a vantaggio di sicurezza, il metodo "dell'interpolazione lineare" che lavora utilizzando il segmento di retta che unisce i due valori prima discussi.

Alla verifica dei collegamenti va comunque associata la verifica allo scorrimento lungo sezioni, non necessariamente piane e che non tagliano i connettori, che possono essere di potenziale crisi (Figura 3.7).

La verifica si effettua calcolando la resistenza per unità di superficie e verificando che sia maggiore della forza di scorrimento lungo la sezione effettuata, sempre per unità di superficie (C.N.R. 10016, 1982).

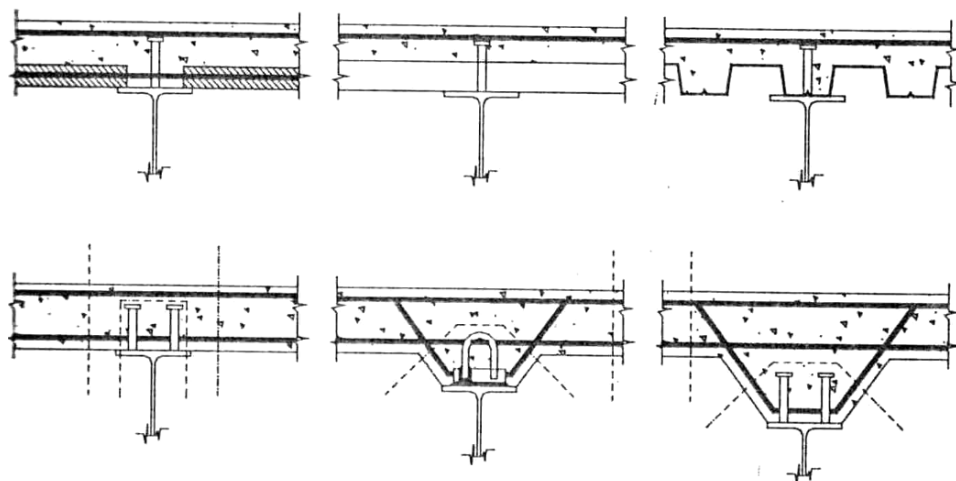


Figura 3.7 Sezioni di potenziale crisi della connessione.

3.4 IL RUOLO DELLA CONNESSIONE NELLE TRAVI COMPOSTE

3.4.1 Premessa

Dal punto di vista meccanico le connessioni sono caratterizzate da rigidezza, resistenza e duttilità.

In particolare:

- si parla di totale ripristino di rigidezza se la rigidezza dei connettori è tale da permettere scorrimenti di entità tecnicamente trascurabile. La rigidezza della connessione porta al totale ripristino della rigidezza del sistema composto solo se estremamente elevata; in pratica, data la rigidezza finita del connettore, si hanno sempre degli scorrimenti all'interfaccia;
- la resistenza della connessione porta al totale ripristino di resistenza del sistema composto se i collegamenti, nel loro complesso, portano ad una resistenza tale da far avvenire la crisi flessionale dell'elemento prima di quella della connessione, quindi se la forza scambiata consente il pieno sviluppo del momento di plasticizzazione della sezione composta;
- la duttilità della connessione consente la redistribuzione delle forze di interazione tra i connettori. La connessione si dice duttile se la capacità di scorrimento è tale da permettere lo sfruttamento completo della resistenza di tutti i connettori.

L'analisi della sezione composta effettuata nel paragrafo precedente ha alla base l'ipotesi di connessione a completo ripristino di resistenza e di rigidezza. La rimozione di tale ipotesi implica la necessità di considerare il ruolo della connessione sul comportamento della sezione composta.

Si può analizzare la situazione secondo i due punti di vista usuali nella meccanica strutturale: l'equilibrio tra le risultanti di tensione sulla sezione composta e la congruenza tra le deformazioni delle due parti che compongono la sezione (Martinelli, 2002).

3.4.2 Considerazioni inerenti l'equilibrio

Consideriamo una trave composta con uno schema statico di appoggio semplice, nella sezione di appoggio le risultanti di tensione normale sono nulle; nella sezione di mezzeria

lo sviluppo del momento M induce la presenza di tensioni normali sulle due parti della sezione composta.

Definiamo le resistenze assiali della soletta di calcestruzzo $F_{c,max}$, del profilo metallico $F_{s,max}$ e dell'insieme dei connettori nel tratto tra le sezioni considerate $P_{sc}=N \cdot P_R$ dove P_R è la resistenza del singolo connettore ed N il numero di connettori nel tratto.

I casi che possono verificarsi sono essenzialmente tre e sono illustrati Figura 3.8.

Nel primo caso la resistenza assiale del profilo metallico è minore di quella della soletta ($F_{s,max} < F_{c,max}$); in tale ipotesi, nella condizione di completa plasticizzazione della sezione, l'asse neutro taglia la soletta e la sezione di acciaio risulta completamente in trazione. Questa condizione è raggiungibile soltanto se la connessione tra i due componenti è in grado di trasmettere l'intera forza $F_{s,max}$ dal profilo alla soletta, deve aversi cioè $P_{sc} > F_{s,max}$. In tale condizione la sezione composta è in grado di sviluppare completamente la sua resistenza. La connessione tra i due materiali componenti è perciò definita "a completo ripristino di resistenza" ("*full shear connection*").

Il massimo momento attingibile dalla sezione si può facilmente calcolare:

$$M_{R,full} = F_{s,max} \cdot h_1^* \quad (3.11)$$

Nel caso si abbia invece $F_{s,max} > F_{c,max}$, cioè la resistenza del profilo metallico sia superiore a quella sviluppabile dalla soletta, l'asse neutro si colloca nel profilo ed il calcestruzzo della soletta è interamente compresso. Affinché la connessione sia a completo ripristino di resistenza deve aversi $P_{sc} > F_{c,max}$. In tal caso il massimo momento attingibile dalla sezione è:

$$M_{R,full} = M_a + F_{c,max} \cdot h_3^* \quad (3.12)$$

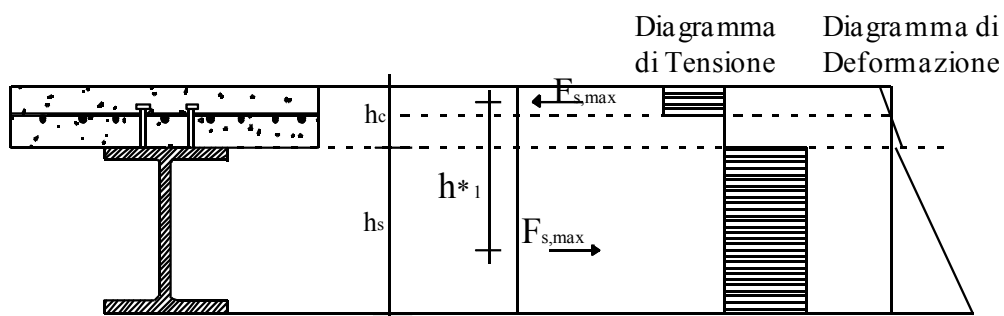
in cui M_a rappresenta il momento della sola sezione metallica.

Una situazione diversa si ottiene se la connessione non è sufficientemente resistente da trasmettere completamente la forza minima tra $F_{c,max}$ ed $F_{s,max}$, in tal caso la sezione non è in grado di sviluppare completamente la sua potenziale resistenza flessionale. Si parla in tal caso di connessione "a parziale ripristino di resistenza" ("*partial shear connection*").

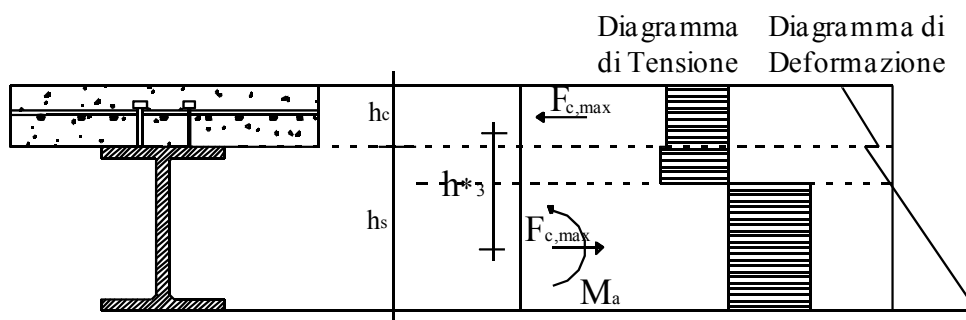
Il massimo momento raggiungibile in tali condizioni si può calcolare con riferimento alla distribuzione di tensioni della Figura 3.8.

Si definisce “grado di connessione” il rapporto N/N_f dove N è il numero di connettori effettivamente posti nel tratto considerato, compreso tra due sezioni critiche, ed N_f è il numero di connettori necessario ad assicurare il completo ripristino di resistenza:

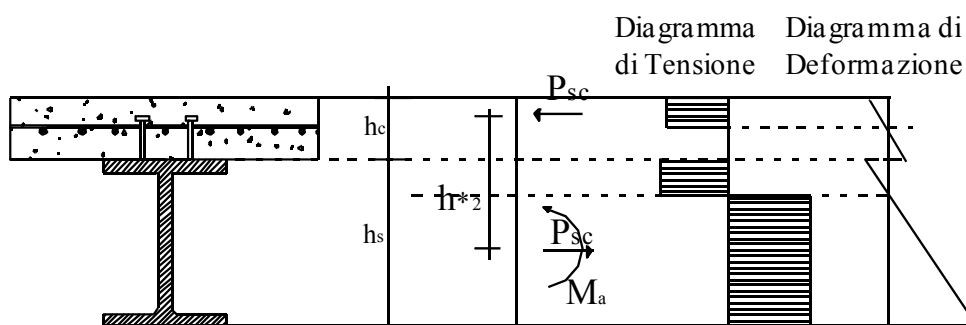
$$N_f = \frac{\min(F_{s,max} ; F_{c,max})}{P_R} \quad (3.13)$$



Caso 1: $F_{s,max} < F_{c,max}$ $P_{sc} > F_{s,max}$ → Completo ripristino di resistenza



Caso 2: $F_{c,max} < F_{s,max}$ $P_{sc} > F_{c,max}$ → Completo ripristino di resistenza



Caso 3: $P_{sc} < F_{c,max}$ $P_{sc} > F_{s,max}$ → Parziale ripristino di resistenza

Figura 3.8. Possibili distribuzioni delle tensioni sulla sezione composta.

3.4.3 Considerazioni inerenti la congruenza

La congruenza tra le deformazioni che si hanno nella soletta e nel profilo metallico è influenzata dalle caratteristiche della connessione all'interfaccia tra i due elementi.

In particolare si può introdurre lo scorrimento s come spostamento relativo tra due punti dell'interfaccia che nella configurazione indeformata sono coincidenti (Figura 3.9).

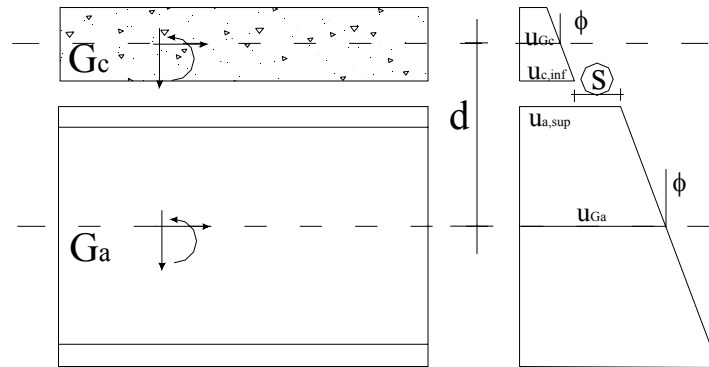


Figura 3.9 Definizione dello scorrimento s tra soletta e profilo.

Definiti $u_{a,sup}$ ed $u_{c,inf}$ gli spostamenti orizzontali assoluti che si registrano in un punto dell'interfaccia della sezione all'ascissa z , lo scorrimento è definito come:

$$s = u_{a,sup} - u_{c,inf} \quad (3.14)$$

Ammettendo che valga l'ipotesi di Bernoulli di conservazione della sezione piana sia per la soletta che per il profilo metallico ed assumendo, inoltre, che la rotazione della sezione sia la medesima nei due elementi, è possibile calcolare lo scorrimento con riferimento agli spostamenti assiali dei baricentri ed alla rotazione nella sezione:

$$s = u_{Ga} - u_{Gc} - \phi \cdot d \quad (3.15)$$

dove ϕ è la rotazione della sezione e d la distanza tra i baricentri di soletta e profilo, come indicato nella Figura 3.9.

In termini differenziali è possibile riferire la variazione di scorrimento alle deformazioni assiali ed alla curvatura:

$$\frac{ds}{dz} = \varepsilon_a - \varepsilon_c - \chi \cdot d \quad (3.16)$$

Se lo scorrimento e la sua variazione (derivata prima) sono nulli, non vi è discontinuità tra le deformazioni assiali dei due elementi. In tal caso la connessione si dice “*a completo ripristino di rigidità*” (“*full shear interaction*”). Il comportamento della sezione può essere analizzato con l’usuale teoria di Bernoulli in quanto la conservazione delle sezioni piane si ha oltre che sulle due parti singolarmente anche sull’intera sezione composta.

Nel caso invece non vi sia trasmissione di tensioni all’interfaccia si ha il caso di “*interazione assente*”.

Nei casi intermedi tra quelli esposti si parla di “*parziale ripristino di rigidità*” (Martinelli, 2002).

3.5 RISPOSTA MONOTONA E CICLICA

Come detto in precedenza, il trasferimento delle forze tra acciaio e calcestruzzo è alla base del comportamento delle strutture composte. Possono essere identificati vari meccanismi di trasferimento degli sforzi di scorrimento (Oehler e Bradford, 1995). Essi possono essere schematicamente classificati come segue:

- adesione chimica;
- attrito;
- adesione meccanica;
- connessione meccanica.

Il trasferimento di forza dovuto all’adesione chimica è strettamente legato all’assenza di scorrimento all’interfaccia, infatti la resistenza a taglio massima di tale tipo di legame, pari a circa 0.1 N/mm^2 si riduce rapidamente all’insorgere degli scorrimenti.

L’attrito all’interfaccia è spesso associato al legame chimico; è attivato dallo sforzo normale relativo al piano di interfaccia ed è legato al coefficiente μ di attrito che è pari a circa 0.6; nelle membrature soggette a flessione, la tendenza dell’acciaio e del calcestruzzo a separarsi deteriora rapidamente tale contributo alla resistenza. L’adesione meccanica si ottiene, invece, rendendo scabra la superficie della trave di acciaio al fine di far insorgere delle tensioni che si oppongono allo scorrimento relativo. Per trasferire elevate forze di

taglio, è invece, necessario affidarsi a connettori meccanici. La forza di scorrimento è trasferita dalla deformazione del connettore metallico e dalla nascita nel calcestruzzo di elevate reazioni concentrate.

La caratteristica fondamentale di un connettore, quindi, è la relazione che lega la forza trasmessa agli scorrimenti all'interfaccia tra soletta e profilo metallico; tale relazione dipende dalle complesse interazioni che si verificano tra il connettore ed il calcestruzzo in cui è inserito. La determinazione di tale legame è fondamentale sperimentale anche se sono state individuate espressioni tipiche per alcune categorie di connettori.

3.5.1 Risposta monotona

La prova più diffusa per la determinazione della relazione che lega lo sviluppo della forza allo scorrimento all'interfaccia è lo “*standard push-out test*”. La procedura attuativa di tale test è rigidamente dettata dall'Eurocodice 4.

La configurazione della macchina di prova è rappresentata in Figura 3.10; generalmente, la strumentazione del campione permette la registrazione continua dello scorrimento e della forza di taglio trasmessa.

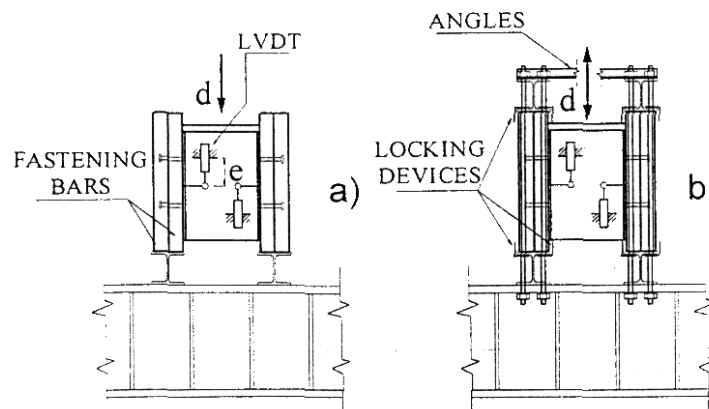


Figura 3.10 Configurazione della macchina di prova: a) push-out test b) push-pull test.

La prova sottopone l'elemento strutturale a sforzo normale e non a flessione, come avviene in esercizio, al fine di separare il comportamento della connessione dalla resistenza flessionale della trave stessa.

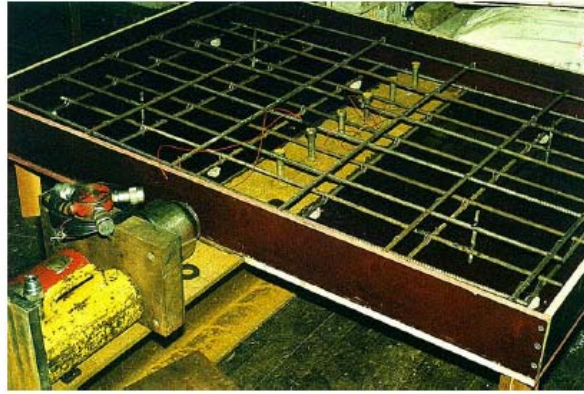


Figura 3.11 Configurazione della macchina di prova prima del getto della soletta (Lam, 2006).

Nell' Eurocodice 4 vengono anche espone le modalità di trattamento dei dati sperimentali al fine di ottenere un valore della resistenza P_R della connessione che abbia il significato statistico di valore caratteristico P_{Rk} . In particolare, se vengono effettuate tre prove su elementi nominalmente identici e lo scarto di ogni risultato rispetto al valore medio è contenuto nel 10 % di questo, si può assumere come resistenza caratteristica P_{Rk} il minimo carico di rottura applicato ai tre provini diviso per il numero di connettori e ridotto del 10% (entrambi i valori percentuali citati sono "boxed values" cioè il loro valore è stabilito a livello nazionale).

Dalle prove di "push-out" si possono ottenere curve come quelle riportate nella Figura 3.13 sulla base delle quali è possibile risalire a modellazioni analitiche del comportamento dei connettori.



Figura 3.12 Aspetto dei connettori a piolo dopo la prova (Lam, 2006).

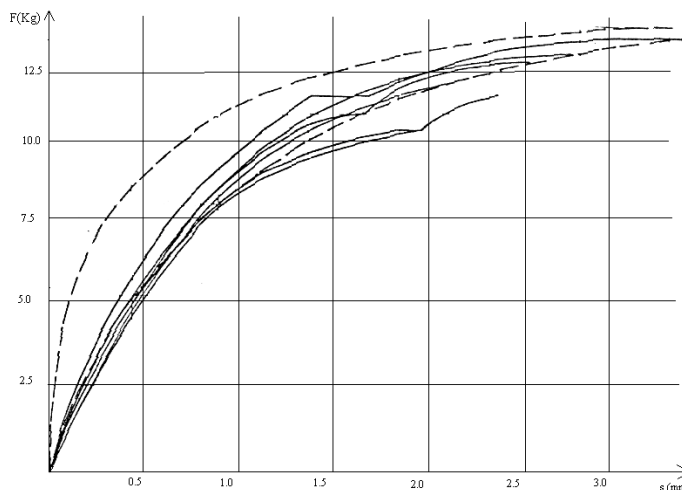


Figura 3.13 Tipiche curve di risposta per connettori a piolo (Ollgard *et al.*, 1971).

Una formula generale per la modellazione dei risultati di prove sperimentali come quelle descritte sopra, è stata proposta da Ollgaard *et al.* (1971), con particolare riferimento a connettori a piolo saldati e muniti di testa (“*welded headed stud*”).

$$P = P_{Max} \left(1 - e^{-\beta_c \cdot s}\right)^{\alpha_c} \quad (3.17)$$

in cui P_{Max} è il massimo carico attribuibile al singolo connettore mentre gli esponenti α_c e β_c sono parametri sperimentali caratteristici del tipo di connettore.

Sulla base della formula citata, numerosi autori hanno determinato i coefficienti α_c e β_c per molteplici tipi di connettori; a titolo di esempio, per connettori classificati genericamente come Tipo A e Tipo B (Johnson e Molenstra, 1991) i coefficienti della formula (3.17) assumono i seguenti valori:

Tipo A	$\alpha_c=0.558$	$\beta_c= 1 \text{ mm}^{-1}$	(3.18)
Tipo B	$\alpha_c=0.989$	$\beta_c= 1.535 \text{ mm}^{-1}$	

Nella Figura 3.14 è diagrammata la relazione (3.17) per i valori dei parametri forniti nella tabella (3.18).

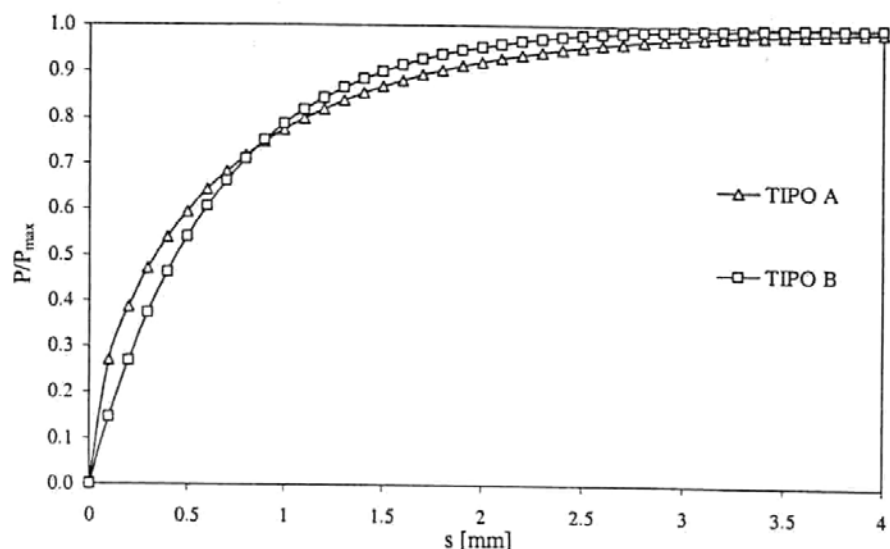


Figura 3.14 Relazione P-s per connettori Tipo A e Tipo B (Johnson e Molenstra, 1991)

Nello stesso lavoro è proposta una formula per la stima del valor medio dello scorrimento ultimo s_u legato alla duttilità della connessione:

$$s_u = (0.389 - 0.0023 \cdot f_{cu}) \cdot d \quad (3.19)$$

nella quale f_{cu} è la resistenza cubica caratteristica del calcestruzzo, espressa in N/mm^2 , e d rappresenta il diametro del piolo in mm (la relazione deve ritenersi valida per $20 N/mm^2 < f_{cu} < 70 N/mm^2$).

Infine, una proprietà legata alla duttilità del connettore è la capacità di scorrimento s_c , definita come lo scorrimento in corrispondenza del quale la forza del connettore scende al 95% di P_{max} dopo aver raggiunto il picco: talvolta, infatti, si osserva un ramo discendente nelle prove di “push-out” eseguite in controllo di spostamento o seguendo procedure alternative che consentano di seguire l'eventuale ramo discendente della relazione forza scorrimento (Al Bitar, 1990). Il valore medio di s_c si può esprimere in funzione del diametro con la seguente relazione lineare:

$$s_c = (0.453 - 0.0018 \cdot f_{cu}) \cdot d \quad (3.20)$$

nella quale i simboli hanno lo stesso significato assunto nella (3.19).

3.5.2 Risposta ciclica

Un aspetto assai importante riguarda il comportamento e la risposta dei connettori rispetto ai fenomeni di fatica, sia con riferimento alla fatica oligociclica, indotta dal sisma sugli elementi strutturali di edifici o ponti, sia con riferimento alla fatica per grande numero di cicli, tipica delle sollecitazioni cui sono soggetti i ponti (Taplin e Grundy, 2000).

Il comportamento dei connettori rispetto al fenomeno della fatica oligociclica viene esaminato nel lavoro di Alsamsam (1991); in particolare, vengono presentate sia prove di “push-out” standard che prove cicliche, del tipo “push-pull” test con completa inversione della forza.

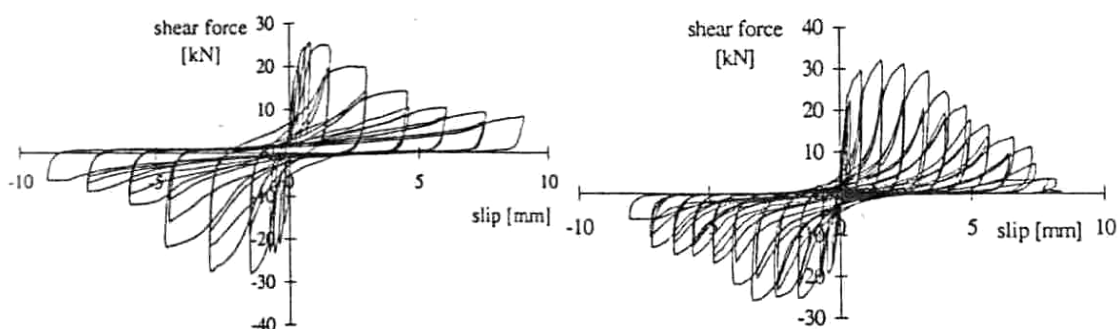


Figura 3.15 Prove cicliche su connettori a piolo: a) soletta piena; b) soletta composta (Alsamsam, 1991).

La Figura 3.15 mostra tipici diagrammi forza-scorrimento ottenuti dalle prove cicliche: la differenza tra il comportamento in compressione (valori negativi della forza) e quello in trazione è più marcato nel caso della soletta piena che in quello della soletta composta. Anche la stabilità del ciclo di isteresi è notevolmente maggiore nel caso di soletta composta dal momento che già dopo i primi cicli il danneggiamento che si registra nel provino con soletta piena è notevole (Gattesco e Giuriani, 1996).

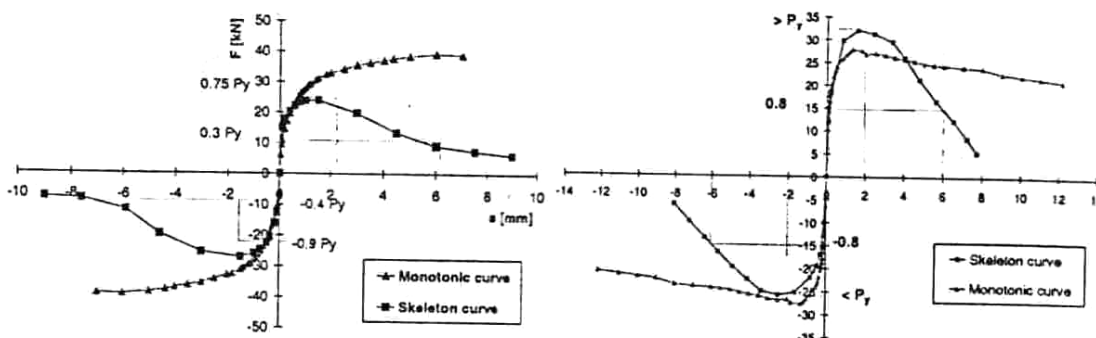


Figura 3.16 Curve di involuppo delle prove dinamiche rispetto alle corrispondenti prove monotone (Alsamsam, 1991).

Le curve di involuppo dei massimi raggiunti nella prova ciclica (“*skeleton curve*”) mostrano in maniera ancora più evidente questa differenza di comportamento sul piano della evoluzione del danneggiamento: la Figura 3.16 mostra tali curve di involuppo confrontandole con curve ottenute da prove monotone su provini semplici (Aribert e Lachal, 1999).

Dal confronto di tali curve risultano evidenti sia le differenze tra il caso statico e quello ciclico che quelle tra soletta piena e soletta composta.

Gli aspetti salienti della normativa, inerenti lo studio condotto nella tesi, saranno oggetto di frequenti richiami, ma su un aspetto chiave si può già fare qualche riflessione. Si tratta della duttilità dei connettori: affinché, la connessione sia considerata duttile si richiede che lo scorrimento ultimo sia non minore di 6 mm. Le prove illustrate in Figura 3.16 dimostrano che connettori duttili in condizioni statiche possono non esserlo sotto carichi ciclici. Per questo motivo può essere necessario incrementare il grado di connessione quando si tratta di elementi soggetti ad azioni cicliche (Seracino *et al.*, 2003).

4. MODELLAZIONE

4.1. PREMESSA

Nella presente sezione si propone una veloce panoramica sul tema della modellazione del comportamento delle sezioni miste acciaio calcestruzzo, evidenziando quale approccio al problema ha caratterizzato le diverse proposte di letteratura disponibili, a partire dalle prime formulazioni del problema con approccio numerico alle differenze finite fino ai più recenti metodi di modellazione ad elementi finiti, passando per la classe di modelli a fibre. In particolare, si focalizzerà l'attenzione sulle assunzioni e sulle ipotesi semplificative, assunte alla base delle diverse formulazioni. Sarà poi affrontato il problema del passaggio dallo studio delle travi alle strutture composte, in particolare ponendo l'attenzione sul comportamento dei giunti trave-colonna e sulla necessità della modellazione del pannello di nodo.

4.2. MODELLAZIONE DELLE TRAVI MISTE ACCIAIO-CALCESTRUZZO

Per le strutture composte in oggetto, scontata la progressiva inadeguatezza del calcolo elastico, la modellazione della risposta strutturale presuppone la scelta di un adeguato livello di discretizzazione e di opportuni modelli analitici, per il generico elemento e per l'intera struttura. In relazione al crescente grado di complessità è possibile distinguere tre approcci:

- “Approccio macroscopico”: macroelementi vengono utilizzati per descrivere il comportamento isteretico di ciascun elemento strutturale (trave o pilastro); informazioni di maggior dettaglio derivano da una discretizzazione più fitta delle presumibili regioni critiche. Esso costituisce, soprattutto nell'analisi di strutture complesse, un buon compromesso tra semplicità di calcolo ed accuratezza; difatti con un modesto impegno computazionale si riproducono gli aspetti salienti del comportamento strutturale, rinunciando ad un'analisi di dettaglio a livello locale.
- “Approccio mediante modelli a fibre o filamenti”: il generico elemento è discretizzato longitudinalmente in un certo numero di conci, delimitati da sezioni trasversali. Queste ultime sono, a loro volta, discretizzate in aree elementari (filamenti) o per sollecitazioni di flessione e pressoflessione retta, in strisce (fibre) ortogonali all'eventuale asse di simmetria della sezione. All'interno di questo approccio sarà, nel seguito, collocata la proposta formulata in questo lavoro di tesi.
- “Approccio microscopico”: la struttura è discretizzata in elementi finiti in grado di modellare il comportamento del calcestruzzo, dell'acciaio, dei legami di aderenza, ecc.. Esso consente un'accurata descrizione del comportamento a livello locale, ma richiede un elevato onere computazionale; si manifestano, inoltre, difficoltà nel modellare i numerosi fenomeni coinvolti, al variare dello stato di sollecitazione. Ciò limita il suo impiego all'analisi di singoli elementi o di porzioni di struttura.

4.2.1. Formulazione analitica del problema: panoramica sullo sviluppo storico

Le prime proposte reperibili in letteratura, in una panoramica sullo sviluppo storico dei modelli per l'analisi del comportamento di travi composte acciaio-calcestruzzo, tenendo conto degli effetti della parziale interazione, sono quelle formulate dai seguenti gruppi di ricerca:

- Stussi (Svizzera, 1947): si formula un modello che utilizza un'equazione alle differenze finite per ogni connettore e può essere scritta per travi composte da tre elementi dello stesso materiale o due di materiale differente;
- Granholm (Svezia, 1949): si ottiene un'equazione differenziale per travi composte da due o tre elementi dello stesso materiale considerando la connessione continua;
- Newmark (USA, 1951): deduce un'equazione differenziale per il problema di flessione di travi composte da due elementi di diverso materiale con connessione continua lungo l'interfaccia.

La formulazione analitica del problema in oggetto si fonda sull'assunzione di una serie di ipotesi ricorrenti.

In primo luogo si assume che sia valida l'ipotesi bernoulliana di conservazione delle sezioni piane, sia per la soletta che la per trave metallica. Questa ipotesi caratterizza tutti gli studi volti alla formulazione di modelli monodimensionali di cui si è a conoscenza.

Modelli più sofisticati e meno sintetici, basati essenzialmente sull'utilizzo di elementi finiti bidimensionali e tridimensionali per la modellazione delle varie parti della trave composta rimuovono automaticamente questa ipotesi (Sebastian e Mc Connel, 2000).

La seconda ipotesi fondamentale che si assume per la formulazione del modello di trave composta consiste nel trascurare l'effetto di distacco (“*uplift*”) che può verificarsi tra soletta e profilo metallico. Modelli che rimuovono questa ipotesi, che può apparire restrittiva, sono stati proposti già alla fine degli anni '60 (Adecola, 1968) ma numerose successive ricerche hanno dimostrato che tale effetto può essere trascurato senza una sostanziale perdita di accuratezza nella simulazione del comportamento strutturale; per questo motivo si fa riferimento, nella totalità dei recenti modelli proposti in letteratura, ad un'unica componente di spostamento trasversale v rispetto all'asse della trave.

Infine, si assume in maniera del tutto generale che il flusso delle tensioni tangenziali di interfaccia sia funzione dello scorrimento e quindi funzione delle componenti di spostamento assolute di soletta e trave metallica.

Sulla base delle ipotesi suddette è possibile derivare un modello generale che descriva in maniera sintetica il comportamento di una trave composta acciaio-calcestruzzo, rimanendo nell'ambito di un approccio monodimensionale.

Nel seguito si riportano, sinteticamente, le equazioni che rappresentano il problema differenziale per la flessione di travi composte da due materiali diversi, con connessione continua lungo l'interfaccia, sviluppato, in tal senso, da Newmark (Newmark *et al.*, 1951).

4.2.2. Un modello analitico per il problema flessionale di travi composte a parziale interazione: Newmark

La possibilità di ottenere una formulazione analitica semplificata delle equazioni del problema è connessa al fatto di considerare il solo problema flessionale della trave composta a parziale ripristino di rigidezza.

In primo luogo si introduce l'ipotesi semplificativa che, come si è detto, è caratteristica del problema di flessione; si impone, cioè, che la risultante delle tensioni normali sulla generica sezione sia nulla,

$$F_a + F_c = 0 \rightarrow F_a = -F_c = F \quad (4.1)$$

Con F_a ed F_c sforzi normali agenti, rispettivamente, sulle sezioni in acciaio ed in calcestruzzo.

Nel seguito, dunque, non si farà più riferimento agli sforzi normali nelle due parti della trave composta, ma alla forza F che rappresenta la risultante delle tensioni di interfaccia trasmesse dalla connessione tra soletta e profilo.

Si introduce poi il flusso delle tensioni di interfaccia, funzione delle componenti di spostamento assolute di soletta e trave metallica:

$$t = t(s) \quad (4.2)$$

con s scorrimento all'interfaccia, legato agli spostamenti assoluti dei baricentri della soletta (w_a) e del profilo (w_c), nella sezione posta ad ascissa z , dalla relazione:

$$s = w_a - w_c - \phi \cdot d \quad (4.3)$$

in cui ϕ rappresenta la rotazione della stessa sezione e d la distanza tra i baricentri anzidetti.

L'equilibrio dell'elemento di lunghezza infinitesima comporta la possibilità di instaurare la seguente corrispondenza tra le grandezze introdotte sopra:

$$F'(z) = \frac{dF}{dz} = t(z) \quad (4.4)$$

Inoltre, partendo dalla definizione dello scorrimento (s), considerando l'unica componente di spostamento trasversale rispetto all'asse della trave, v , poiché avendo trascurato il distacco tra profilo metallico e soletta in c.a. si ha $v_a = v_c = v$, si ottiene la relazione

$$s = w_a - w_c - \frac{dv}{dz} \cdot d \quad (4.5)$$

e da essa la relazione tra lo scorrimento (s) e la curvatura (χ):

$$\frac{ds}{dz} = \frac{dw_a}{dz} - \frac{dw_c}{dz} - \frac{d\phi_a}{dz} \cdot d = \varepsilon_a - \varepsilon_c - \chi \cdot d \quad (4.6)$$

Per l'equilibrio, con riferimento alla Figura 4.1 ed assumendo la relazione (4.1), devono valere le seguenti uguaglianze:

$$M = M_a + M_c + F_a \cdot d_{aG} - F_c \cdot d_{cG} \quad (4.7)$$

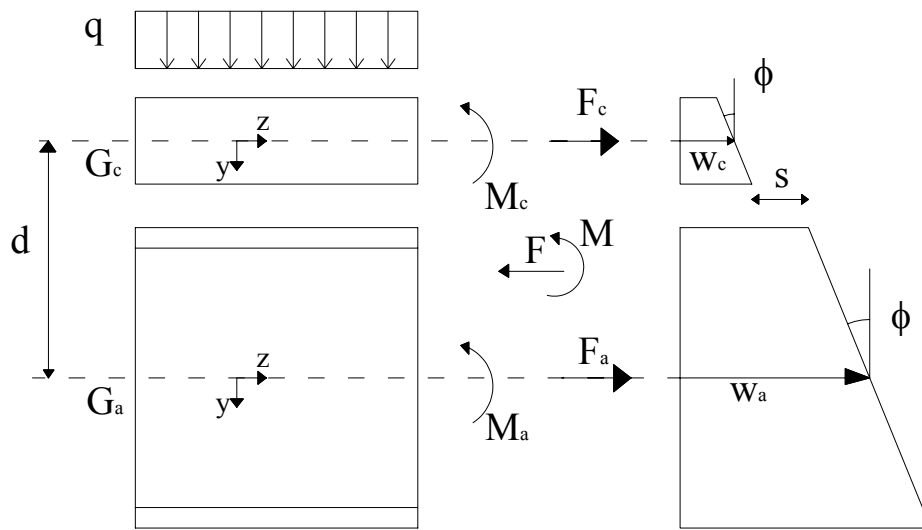


Figura 4. 1 Caratteristiche della sollecitazione e della deformazione da considerare nella formulazione del problema di flessione.

Le grandezze che compaiono nella relazione precedente possono essere calcolate con riferimento alle loro definizioni ottenendo in tal modo:

$$F_c = \int_{A_c} \sigma_c \cdot dA_c = E_c \int_{A_c} (\varepsilon_c + \chi \cdot y) \cdot dA_c = \varepsilon_c E_c A_c \quad (4.8)$$

$$M_c = \int_{A_c} \sigma_c \cdot y \cdot dA_c = E_c \int_{A_c} (\varepsilon_c + \chi \cdot y) \cdot y \cdot dA_c = \varepsilon_c E_c I_c \quad (4.9)$$

con ovvio significato dei simboli, e similmente:

$$F_a = \varepsilon_a E_a A_a \quad (4.10)$$

$$M_a = \chi_a E_a I_a \quad (4.11)$$

Sostituendo le (4.8) e (4.9) nella (4.7) si ottiene la relazione:

$$M = \chi \cdot [E_c I_c + E_a I_a] + F \cdot d = \chi \cdot E \cdot I_{abs} + F \cdot d \quad (4.12)$$

nella quale si è introdotto il parametro EI_{abs} , che rappresenta la somma dei fattori di rigidezza $E_a I_a$ e $E_c I_c$ relativi alle due parti della sezione trasversale (inerzia della sezione della trave in assenza della connessione).

Dalla relazione (4.12) si ottengono le tre seguenti relazioni:

$$\chi = \frac{M - F \cdot d}{EI_{abs}} \quad (4.13)$$

$$\varepsilon_a = \frac{N_a}{E_a A_a} = \frac{F}{E_a A_a} \quad (4.14)$$

$$\varepsilon_c = \frac{N_c}{E_c A_c} = \frac{F}{E_c A_c} \quad (4.15)$$

da cui sostituendo nella (4.6) si ottiene una prima versione dell'equazione della trave composta:

$$\frac{ds}{dz} = F \left[\frac{1}{E_a A_a} + \frac{1}{E_c A_c} \right] - \frac{M - F \cdot d}{EI_{abs}} \cdot d = F \left[\frac{1}{E_a A_a} + \frac{1}{E_c A_c} + \frac{d^2}{EI_{abs}} \right] - \frac{M \cdot d}{EI_{abs}}, \quad (4.16)$$

si può facilmente dimostrare che l'inerzia della sezione della trave EI_{Full} , in ipotesi di completo ripristino di rigidezza ("*full interaction*") è legata alle altre caratteristiche geometriche della trave tramite la seguente relazione:

$$EI_{Full} = EI_{abs} + EA^* \cdot d^2 \quad (4.17)$$

avendo posto:

$$EA^* = \frac{E_c A_c \cdot E_a A_a}{E_c A_c + E_a A_a} \quad (4.18)$$

Considerando la (4.17) e derivando ulteriormente, la relazione (4.16) si pone nella forma seguente:

$$\frac{d^2s}{dz^2} - \alpha^2 s = -\frac{T \cdot d}{EI_{abs}} \quad (4.19)$$

avendo introdotto l'importante parametro α definito come segue:

$$\alpha^2 = \frac{k \cdot EI_{Full}}{EA \cdot EI_{abs}} \quad (4.20)$$

Considerando il legame tra forza F e lo scorrimento s ricavabile dalla relazione (4.4)

$$F'(z) = \frac{dF}{dz} = k \cdot s(z) \quad (4.21)$$

si può giungere alla relazione espressa in termini di forza:

$$F'' - \alpha^2 F = -\frac{M \cdot d \cdot k}{EI_{abs}} \quad (4.22)$$

L'equazione differenziale di Newmark, in termini di curvatura, si ottiene a partire dalla (4.22) e considerando il legame momento curvatura espresso dalla (4.13)

$$\chi'' - \alpha^2 \chi = -\alpha^2 \frac{M}{EI_{Full}} - \frac{q}{EI_{abs}} \quad (4.23)$$

Dall'equazione di Newmark possono facilmente ritrovarsi i legami momento curvatura che valgono nei casi estremi di completo ripristino di rigidezza ($\alpha \rightarrow \infty$) e interazione assente ($\alpha \rightarrow 0$); risulta, infatti:

$$\alpha^2 \rightarrow \infty \Rightarrow \chi = \frac{M}{EI_{Full}} \quad (4.24)$$

$$\alpha^2 \rightarrow 0 \Rightarrow \chi = \frac{M}{EI_{abs}} \quad (4.25)$$

La formulazione sopra esposta consente la soluzione del problema flessionale nel caso statico per i casi più semplici, nei quali possono essere espresse le condizioni al contorno di tipo statico in termini di momento e forza. Ciò è, in genere, possibile soltanto per gli

schemi isostatici nei quali le caratteristiche della sollecitazione dipendono solo dalle azioni esterne e non anche dalle caratteristiche meccaniche dei vari elementi della struttura.

Per questo motivo, la relazione (4.23), pur se utile a descrivere il comportamento di travi composte su schemi semplici o a porre in evidenza i parametri da cui dipende il comportamento globale dell'elemento composto, non può essere considerata uno strumento generale di analisi per le strutture composte.

In letteratura sono disponibili le soluzioni in forma chiusa dell'equazione di Newmark, per diversi casi di trave isostatica: ad esempio, nel lavoro di Girhammar (1993), in cui la teoria esposta precedentemente viene ampliata per comprendere la possibilità di modellazione di colonne composte acciaio-calcestruzzo al fine di portare in conto l'effetto della parziale interazione.

4.2.3. Soluzioni analitiche

Le formulazioni sopra esposte, pur non essendo soluzioni generali utilizzabili per l'analisi di situazioni generali o schemi variabili, hanno costituito la base per lo sviluppo di proposte sempre più versatili. Sempre in ambito della modellazione monodimensionale, e basato sulla risoluzione delle equazioni di Newmark, si inserisce il contributo di Yam e Chapman (1972), i quali si interessarono dello studio delle travi isostatiche: l'approccio adottato consiste nella risoluzione alle differenze finite delle equazioni del problema. Gli autori assunsero ipotesi di non linearità sia per il legame forza-scorrimento relativo alla connessione che per i materiali strutturali, in particolare per l'acciaio si assume un comportamento elastico perfettamente plastico e per il calcestruzzo si assume un legame parabola rettangolo con resistenza nulla a trazione. Il metodo delle differenze finite rappresenta una strategia di soluzione piuttosto immediata per problemi di natura differenziale, all'interno della quale è relativamente semplice, almeno sul piano concettuale, inserire legami non lineari nella risoluzione del problema.

Tale metodo, comunque, non permette la messa a punto di procedure di risoluzione sufficientemente versatili, ad esempio con riferimento alla variazione dello schema statico della struttura, motivo, questo, per cui gli autori hanno indirizzato gli studi specifici al problema delle travi continue, i cui schemi risolutivi sono indubbiamente più complessi di quelli adottati per le travi semplicemente appoggiate.

Si rileva, inoltre, che l'analisi delle strutture iperstatiche è più complessa anche perché non si conoscono a priori le caratteristiche della sollecitazione corrispondenti ad un certo

livello di carico; pertanto non è possibile determinare in maniera semplice i valori secanti delle rigidezze delle membrature soggette a tali sollecitazioni oltre il campo lineare.

Per questo motivo bisogna ricorrere a metodi iterativi per la definizione del valore secante delle rigidezze: nel metodo citato questa fase si ottiene tramite una procedura “*predictor-corrector*”, che consiste nell’ipotizzare dei valori di tentativo per le grandezze in corrispondenza dei nodi della trave continua, e correggerli all’iterazione seguente sulla base dei risultati ottenuti a partire da essi. Tale metodica iterativa di approccio al problema caratterizzerà tutte le metodologie di analisi proposte sul tema.

La formulazione vista considera la continuità della connessione trave-soletta, coerentemente con le ipotesi alla base della teoria di Newmark; tuttavia è possibile affrontare il problema dell’analisi delle travi composte ipotizzando che la connessione abbia natura puntuale al fine di localizzare le azioni mutue in corrispondenza dei connettori.

Questa ipotesi di connessione discreta lungo l’interfaccia è stata considerata come punto di partenza da diversi autori nella formulazione delle loro proposte

A seconda delle ipotesi chiamate in causa, tra cui ad esempio il considerare o meno il sollevamento della soletta, vengono scritte equazioni di equilibrio e congruenza in corrispondenza dei connettori stessi.

Modelli di tal tipo hanno il pregio di rimuovere l’ipotesi di connessione continua all’interfaccia, ma conservano i limiti legati alla risoluzione del problema.

4.2.4. Modelli ad elementi finiti

Il superamento dei limiti legati ad una insufficiente versatilità di utilizzo dei modelli citati precedentemente si può ottenere facendo ricorso al metodo degli elementi finiti.

Le prime applicazioni in tal senso hanno riguardato l’impiego di elementi bidimensionali per la schematizzazione delle varie parti di cui è costituita una trave composta.

Una recente applicazione di questo approccio è quella proposta da Sebastian e McConnel (2000), che porta a modellazioni piuttosto dettagliate dei vari elementi, consentendo di analizzare anche l’effetto della lamiera grecata e dei connettori situati in corrispondenza delle nervature.

Un’analisi basata su questo approccio può portare a risultati interessanti per lo studio dei fenomeni locali, ma risulterebbe molto onerosa e dispersiva per strutture nel loro complesso, portando oltretutto a risultati di non immediata interpretazione e controllo.

Un miglioramento in questo senso si può ottenere formulando elementi finiti di tipo monodimensionale che consentono di simulare il comportamento della trave composta tenendo conto dello scorrimento tra profilo e soletta; diverse sono state le proposte in tal senso. Una proposta, in tal senso, è stata formulata da Gattesco (2000); essa si inserisce all'interno di un nutrito gruppo di modelli proposti da diversi autori e che differiscono, sostanzialmente, per il numero di gradi di libertà considerati e per la scelta delle funzioni di forma assunte per l'elemento oltre che per i legami costitutivi adottati per il comportamento dei materiali.

Il modello proposto da Amadio e Fragiaco (1993) è orientato all'analisi a lungo termine delle travi composte considerando anche l'effetto della fessurazione del calcestruzzo.

Il modello presentato nel lavoro di Reza *et al.* (1998) si inquadra nell'ambito di un approccio alle forze ("*force based element*"); nello stesso lavoro è analizzata la differenza di prestazione dei due tipi di elementi finiti (elementi con approccio agli spostamenti ed elementi con approccio alle forze). Se ne desume che, specialmente in campo non lineare, gli elementi ottenuti con formulazione alle forze sono contraddistinti da una maggiore precisione e non sono affetti da problemi di discontinuità nei valori nodali delle forze che si osservano, invece, nelle analisi condotte utilizzando elementi finiti nella classica formulazione agli spostamenti.

Anche Ayoub e Filippou (2000) hanno messo in evidenza la non del tutto soddisfacente accuratezza di tali modelli, i quali richiedono una discretizzazione molto fitta e, comunque, introducono discontinuità nel diagramma del momento in corrispondenza dei nodi: il problema è evidenziato, in particolare con riferimento al comportamento ultimo di una trave appoggiata, ma è caratteristico anche di un'analisi effettuata con carichi di servizio, considerando la sola non linearità del legame forza scorrimento della connessione a taglio.

Per risolvere il problema, gli stessi autori propongono un approccio agli elementi finiti che adotta una formulazione mista, assumendo funzioni di forma polinomiali sia per il campo di spostamento che per quello delle forze generalizzate: il modello in oggetto è molto raffinato e consente di eliminare le discontinuità di cui sopra e di limitare il numero di elementi necessari in un'analisi accurata.

Il problema delle discontinuità che sorgono tra i valori nodali delle caratteristiche di sollecitazione in modelli basati sulla formulazione agli spostamenti è superato anche nel modello proposto da Faella *et al.* (1997) e sviluppato poi da Martinelli (2002), basato su un elemento finito "esatto" secondo la teoria di Newmark, il cui attributo "esatto" deriva dall'aver assunto quale campo di spostamenti le varie soluzioni dell'equazione di

Newmark per schemi elementari e non funzioni di forma assunte a priori. La procedura di analisi non lineare proposta dagli autori porta ad una formulazione sintetica del problema e, quindi, adatta all'analisi delle strutture nel loro complesso.

4.2.5. Modelli a fibre o filamenti: principi di modellazione

Una tipologia di approccio intermedia, a livello di impegno computazionale, è quella dei modelli a fibre o filamenti.

I numerosi modelli disponibili in letteratura si distinguono a seconda della discretizzazione delle sezioni di controllo in modelli a fibre e modelli a filamento per flessione e pressoflessione retta e deviata, rispettivamente.

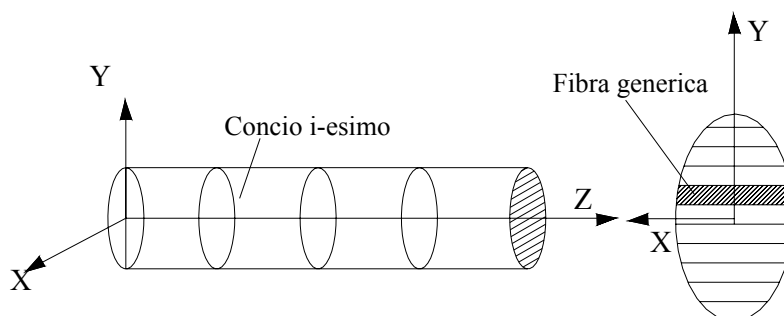


Figura 4.2 Discretizzazione dell'elemento nei modelli a fibre.

Ciascuna fibra o filamento, rappresentativa di una corrispondente porzione elementare di calcestruzzo o acciaio, consente, mediante integrazione del legame $\sigma-\varepsilon$, di ricostruire il legame $M-\chi$ delle sezioni di controllo e quindi, a partire da questo, di ricostruire la risposta complessiva dell'intero elemento.

L'ipotesi di conservazione delle sezioni piane ed ortogonali all'asse geometrico deformato, comune a tutti i modelli di letteratura, permette di definire agevolmente la deformazione assiale della generica fibra in funzione della curvatura e della deformazione assiale baricentrica della sezione.

Rivolgendo l'attenzione ai modelli a fibre, un'ulteriore classificazione scaturisce dall'approccio scelto per determinare la risposta dell'elemento in funzione di un assegnato vettore di spostamenti nodali. È possibile distinguere modelli a fibre *compatibili*, *equilibrati* e *misti*.

I modelli a fibre *compatibili* prevedono la definizione di opportune funzioni di interpolazione degli spostamenti ($a(x)$) lungo l'elemento (ad es., i polinomi cubici di Hermite per lo spostamento trasversale $v(x)$ e delle funzioni lineari per lo spostamento assiale $u(x)$), con le quali ricostruire, in funzione degli spostamenti nodali, la risposta della generica sezione trasversale.

Un modello che segue tale impostazione è quello proposto da Aktan *et al.* (1974). In esso, assegnato un vettore di spostamenti nodali \underline{q} , il corrispondente vettore di deformazione \underline{d} , nella generica sezione, risulta essere:

$$\underline{d}(x) = \begin{bmatrix} \varepsilon(x) \\ \chi(x) \end{bmatrix} = \underline{a}'(x) \cdot \underline{q} \quad (4.26)$$

Con $\underline{a}'(x)$ matrice delle derivate, rispetto all'ascissa x , delle funzioni di interpolazione.

È così possibile, ricorrendo alle ipotesi di conservazione delle sezioni piane, valutare la deformazione assiale delle n fibre in cui è discretizzata la generica sezione di controllo:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1(x) \\ \dots \\ \varepsilon_i(x) \\ \dots \\ \varepsilon_n(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -y_1 \\ \dots & \dots \\ 1 & -y_i(x) \\ \dots & \dots \\ 1 & -y_n(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon(x) \\ \chi(x) \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

e da queste, sulla base delle condizioni di equilibrio e dei legami costitutivi, le corrispondenti sollecitazioni $\underline{D}_R(x)$ e la matrice di rigidità della sezione ($\underline{k}(x)$):

$$\underline{D}_R(x) = \begin{bmatrix} N_R(x) \\ M_R(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_1^{n_{\text{fibre}}} \sigma_{\text{fibra}, i} \cdot A_{\text{fibra}, i} \\ \sum_1^{n_{\text{fibre}}} \sigma_{\text{fibra}, i} \cdot A_{\text{fibra}, i} \cdot y_{\text{fibra}, i} \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

$$\underline{k}(x) = \begin{bmatrix} \sum_1^{n_{\text{fibre}}} E_{\text{fibra}, i} \cdot A_{\text{fibra}, i} & - \sum_1^{n_{\text{fibre}}} E_{\text{fibra}, i} \cdot A_{\text{fibra}, i} \cdot y_{\text{fibra}, i} \\ \sum_1^{n_{\text{fibre}}} E_{\text{fibra}, i} \cdot A_{\text{fibra}, i} \cdot y_{\text{fibra}, i} & \sum_1^{n_{\text{fibre}}} E_{\text{fibra}, i} \cdot A_{\text{fibra}, i} \cdot y_{\text{fibra}, i}^2 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

L'applicazione del principio dei lavori virtuali consente infine di ricavare le forze nodali (\underline{Q}_R) e la matrice di rigidezza dell'intero elemento (\underline{K}):

$$\underline{Q}_R = \int_0^l \underline{a}'^T(x) \cdot \underline{D}_R(x) dx ; \quad (4.30)$$

$$\underline{K} = \int_0^l \underline{a}'^T(x) \cdot \underline{k}(x) dx ; \quad (4.31)$$

Il principale limite all'accuratezza della formulazione compatibile risiede nella scelta delle funzioni interpolanti.

In alternativa all'approccio compatibile si può ricorrere ad una formulazione *equilibrata*, basata sull'impiego di opportune funzioni d'interpolazione delle sollecitazioni ($b(x)$) lungo l'elemento (ad esempio funzioni lineari per il momento flettente e costanti per lo sforzo normale). Essa comporta la determinazione, in ciascuna delle sezioni di controllo e successivamente per l'intero elemento, dei vettori delle sollecitazioni ($\underline{D}_R(x)$ e \underline{Q}_R) e delle matrici di flessibilità ($\underline{f}(x)$ ed \underline{F}). Un modello a fibre equilibrato è quello proposto da Kaba e Mahin (1984) che riprende l'impostazione di Aktan introducendo, però, delle funzioni di interpolazione degli spostamenti aggiornate in ogni passo dell'analisi in funzione della matrice di deformabilità corrente. In particolare è possibile verificare facilmente che la matrice delle suddette funzione di interpolazione degli spostamenti sia esprimibile come:

$$\underline{a}(x) = \underline{f}(x) \cdot \underline{b}(x) \cdot \underline{F}^{-1} \quad (4.32)$$

dove $\underline{b}(x)$ raccoglie le funzioni di interpolazioni delle funzioni, mentre $\underline{f}(x)$ ed \underline{F} sono del tipo:

$$\underline{f}(x) = \underline{k}^{-1}(x) \quad (4.33)$$

$$\underline{F} = \int_0^l \underline{b}^T(x) \cdot \underline{f}(x) \cdot \underline{b}(x) dx \quad (4.34)$$

Questo modo di procedere dà luogo a sollecitazioni residue, non equilibrate, a causa della differenza fra la matrice di deformabilità corrente e quella (solitamente la matrice valutata alla fine del passo precedente) impiegata nella costruzione di $\underline{a}(x)$.

Mentre per le sezioni di estremità dell'elemento queste sollecitazioni possono essere convertite in carichi nodali e successivamente equilibrate con ulteriori iterazioni, per le sezioni intermedie possono sorgere problemi di instabilità numerica. Tale modello presenta, inoltre, una formulazione teorica non del tutto consistente con l'approccio equilibrato, in quanto il modo di calcolare le sollecitazioni resistenti non garantisce il rispetto dell'equilibrio in senso stretto (viene violato l'andamento richiesto da $b(x)$).

Per superare tali limitazioni Zeris (1986) e Mahin (1988) proposero di mantenere la formulazione precedente per ricostruire la risposta \underline{Q}_R dalle sezioni di estremità dell'elemento. Successivamente, il rispetto dell'equilibrio in senso stretto consente di valutare le sollecitazioni $\underline{D}(x)$, agenti in ciascuna sezione di controllo:

$$\underline{D}(x) = \underline{b}(x)\underline{Q} \quad (4.35)$$

Utilizzando una procedura iterativa a spostamento controllato viene, quindi, ricavato il corrispondente vettore di deformazione $d(x)$ e, da questo, il vettore delle sollecitazioni resistenti $\underline{D}_R(x)$ da confrontare con $\underline{D}(x)$; il processo si arresta quando i due vettori, a meno di un assegnata tolleranza, coincidono.

Aggiornate la matrice di deformabilità e le funzioni di interpolazione, si determinano le sollecitazioni residue non equilibrate nelle sezioni di estremità dell'elemento, da convertire in carichi nodali.

Esse derivano dalla differenza fra i valori iniziali delle sollecitazioni e quelli ottenuti, ricalcolati con le espressioni aggiornate delle matrici di deformabilità e rigidità dell'elemento. Questo modo di procedere garantisce il rispetto dell'equilibrio in senso stretto, sezione per sezione, mentre viola la compatibilità in senso stretto, nelle sezioni intermedie.

Una formulazione più generale, in grado di garantire il rispetto dell'equilibrio e della congruenza in senso stretto lungo l'intero elemento è quella proposta da Taucer *et al.* (1991). In essa l'applicazione del principio dei lavori virtuali e del legame sollecitazioni-deformazioni nella generica sezione consente di ottenere, con semplici passaggi, l'equazione costitutiva e quella di equilibrio:

$$\underline{T}\underline{\Delta}q = \underline{F}\underline{\Delta}Q \quad (4.36)$$

$$\underline{\underline{T}}^T \underline{\underline{\Delta Q}} = \underline{\underline{P}} - \underline{\underline{T}}^T \underline{\underline{Q}} \quad (4.37)$$

Dove $\underline{\underline{P}}$ rappresenta il vettore dei carichi nodali. Dal sistema di equazioni (4.36) e (4.37) si perviene, ponendo

$$\underline{\underline{K}} = \underline{\underline{T}}^T \underline{\underline{F}}^{-1} \underline{\underline{T}} \quad \text{e} \quad \underline{\underline{\Delta P}} = \underline{\underline{P}} - \underline{\underline{T}}^T \underline{\underline{Q}} \quad (4.38a,b)$$

alla classica equazione di equilibrio:

$$\underline{\underline{K}} \underline{\underline{\Delta q}} = \underline{\underline{\Delta P}} \quad (4.39)$$

con $\underline{\underline{K}}$ funzione degli operatori di interpolazione.

È immediato osservare che, assumendo per la matrice $\underline{\underline{a}}(x)$ l'espressione (4.32), la matrice $\underline{\underline{T}}$ degenera nella matrice identità e, di conseguenza, l'approccio misto venga a coincidere con quello equilibrato.

L'utilizzo della (4.39) consente la valutazione, attraverso l'uso della matrice di rigidezza della precedente iterazione ($\underline{\underline{K}}^{j-1}$), del vettore delle forze nodali corrispondenti all'incremento degli spostamenti nodali $\underline{\underline{\Delta q}}^j$ dell'intera struttura (1^a iterazione) ovvero agli spostamenti nodali residui dell'elemento (j^a iterazione, j>1):

$$\underline{\underline{Q}}^j = \underline{\underline{Q}}^{j-1} + \underline{\underline{\Delta Q}}^j \quad (4.40)$$

Determinato, tramite la (4.35), l'incremento di sollecitazione $\underline{\underline{\Delta D}}(x)$ nella generica sezione, si risale al corrispondente incremento di deformazione ($\underline{\underline{\Delta d}}^j(x)$):

$$\underline{\underline{\Delta d}}^j(x) = \underline{\underline{r}}^{j-1}(x) + \underline{\underline{f}}^{j-1}(x) \underline{\underline{\Delta D}}^j(x) \quad (4.41)$$

dove $\underline{\underline{r}}^{j-1}(x)$ rappresenta le deformazioni residue, presenti nella precedente iterazione.

Le condizioni di equilibrio ed i legami costitutivi consentono, quindi, di ottenere le sollecitazioni resistenti $\underline{\underline{\Delta D}}_R^j(x)$ e la matrice di rigidezza $\underline{\underline{k}}^j(x)$.

La determinazione delle forze nodali resistenti $\underline{\underline{Q}}_R$, per evitare, con l'uso della (4.26) la violazione dell'equilibrio, viene ottenuta tramite un approccio iterativo. In particolare, note le sollecitazioni residue nella generica sezione, è possibile risalire alle corrispondenti deformazioni residue :

$$\underline{\underline{r}}^j(x) = \underline{\underline{f}}^j(x) [\underline{\underline{D}}^j(x) - \underline{\underline{D}}_R^j(x)] \quad (4.42)$$

e, da queste, ai corrispondenti spostamenti nodali residui:

$$\underline{\underline{s}}^j = \int_0^l \underline{\underline{b}}^T(x) \cdot \underline{\underline{r}}^j(x) dx \quad (4.43)$$

Se in qualche sezione, lungo l'elemento, le sollecitazioni residue non sono trascurabili, la procedura iterativa prosegue. Ovviamente, gli spostamenti nodali residui s^j violano la compatibilità agli estremi dell'elemento, tra quest'ultimo e gli altri concorrenti nel nodo, richiedendo, qualora assumano valore significativo, il ripristino della compatibilità a livello della struttura.

È inoltre da osservare come l'utilizzo della (4.43) non consenta il rispetto della compatibilità in senso stretto per le deformazioni residue:

$$\underline{r}^j(x) = \underline{a}^{j-1}(x)s^j \quad (4.44)$$

4.2.6. Modellazione dei connettori nella letteratura scientifica

Vista la particolarità del problema trattato dal presente lavoro, si ritiene utile presentare una veloce panoramica sugli approcci, disponibili nella letteratura scientifica, relativi alla modellazione della risposta costitutiva dei connettori o dei sistemi di connessione nelle strutture composte acciaio-calcestruzzo.

In letteratura sono stati proposti numerosi modelli numerici e formulazioni agli elementi finiti, sviluppati per simulare la risposta dei dispositivi di connessione utilizzati nelle strutture composte. La peculiarità di tali formulazioni è l'inscindibile legame con i dispositivi impiegati durante la fase di taratura dei relativi parametri.

Se l'obiettivo dell'indagine è lo stato limite di esercizio, il legame carico-scorrimento del sistema di connessione è usualmente rappresentato mediante una rigidità elastica costante; allontanandosi dalle condizioni di esercizio e al fine di spingere l'analisi verso le condizioni ultime è necessario ricorrere a strumenti di analisi sempre più avanzati.

Con riferimento a carichi statici, numerosi autori adottano modelli matematici o curve di interpolazione al fine di riprodurre il comportamento dei vari dispositivi.

Come già visto, una delle relazioni più popolari è la (3.17), proposta da Olgaard *et al.* (1971), che lega la forza trasmessa dal connettore (a piolo con testa, nello specifico) allo scorrimento, attraverso due costanti definite in funzione del tipo di connettore utilizzato. La relazione è stata oggetto di studio ed approfondimento anche nei recenti lavori di Rex e Easterling (2000) e di Manfredi (1999), i quali hanno modellato travi composte con l'introduzione di connettori discreti a cui è associata la relazione costitutiva in oggetto.

Le formulazioni introdotte, hanno la grande capacità di modellare con grande accuratezza la risposta in termini di forza-scorrimento ma, altresì, rimangono legate al tipo di

connettore usato per la calibrazione e non sono in grado di mostrare il contributo di ogni singolo fenomeno fisico che interviene nel processo di trasmissione degli sforzi.

Lo sviluppo delle tecniche agli elementi finiti e di micromodellazione ha portato ad ulteriori contributi in tal senso. Matus e Jullien (1996) hanno condotto, ad esempio, una serie di analisi parametriche impiegando modelli solidi e piani con opportune mesh.

4.3. DALLE TRAVI ALLE STRUTTURE INTELAIATE

4.3.1. Introduzione

Nei modelli di analisi globale delle strutture citati si è fatto riferimento esclusivamente alla tipologia strutturale delle travi.

Tale tipologia di strutture trova applicazione soltanto nelle strutture da ponte a travata, a schema appoggiato o continuo.

Negli edifici, invece, lo schema di trave può rappresentare solo un modello di riferimento cui ricondursi per analisi approssimate e nei casi in cui le condizioni vincolari non determinano un'interazione significativa tra travi e colonne.

Pertanto, lo schema di trave, pur rappresentando un'ampia casistica di situazioni strutturali, non è sufficiente a descrivere il complesso comportamento delle strutture intelaiate, nelle quali la risposta strutturale globale dipende dalle caratteristiche delle giunzioni tra travi e pilastri.

L'analisi delle strutture deve necessariamente tenere conto del comportamento a telaio, specialmente quando si fa riferimento a strutture poste in zona sismica alle quali sono richieste prestazioni che dipendono in maniera significativa dai rapporti di rigidità e resistenza e nelle quali la duttilità degli elementi strutturali riveste un ruolo predominante.

L'analisi delle strutture è argomento ben consolidato con riferimento al comportamento delle strutture in acciaio o calcestruzzo armato.

Nel campo delle ricerche relative allo sviluppo di modelli per la simulazione del comportamento delle travi composte acciaio-calcestruzzo si sono avuti notevoli progressi anche nell'ambito dell'analisi di telai composti. Allo stato attuale non sono disponibili strumenti di analisi che tengano conto, contemporaneamente, di tutti gli effetti che influenzano in maniera sensibile il comportamento delle strutture; in particolare, non si

rilevano in letteratura modelli in grado di considerare, contemporaneamente, i tre seguenti aspetti cruciali del comportamento delle strutture in oggetto:

- la parziale interazione tra soletta e profilo metallico, indotta dalla deformabilità dei connettori;
- la flessibilità dei giunti trave-colonna;
- l'effetto della fessurazione della soletta nelle zone di momento negativo.

Della parziale interazione tra profilo e soletta si è già ampiamente discusso in precedenza, nel prosieguo si accennerà agli altri due fenomeni citati e si presenterà una panoramica dei contributi di letteratura al problema.

4.3.2. Il comportamento dei giunti trave-colonna

Il comportamento dei giunti trave-colonna è stato oggetto di studio da parte di molti ricercatori nell'ultimo ventennio, (Castro, 2005; Faella *et al.* (2000); Mulas (2003); Liew *et al.*, 2000).

Le due tipologie di giunto trave-colonna che possono trovarsi in una struttura metallica intelaiata sono: il giunto asimmetrico (esterno) ed il giunto simmetrico (interno).

Il comportamento del giunto e, quindi, la modellazione del suo comportamento in termini di rigidezza, resistenza e duttilità dipende dalle caratteristiche meccaniche delle varie parti che lo compongono; infatti, la caratterizzazione della rigidezza del giunto trave-colonna può essere condotta nell'ambito del "Metodo delle Componenti", secondo il quale il collegamento viene scomposto in un insieme di componenti fondamentali collocati nelle tre zone di compressione, trazione e taglio (Figura 4.3):

- Zona soggetta a taglio
 - pannello d'anima della colonna a taglio
- Zona soggetta a compressione
 - anima della colonna compressa
- Zona in trazione
 - anima della colonna in trazione
 - ala della colonna a flessione
 - flangia d'estremità a flessione
 - bulloni tesi

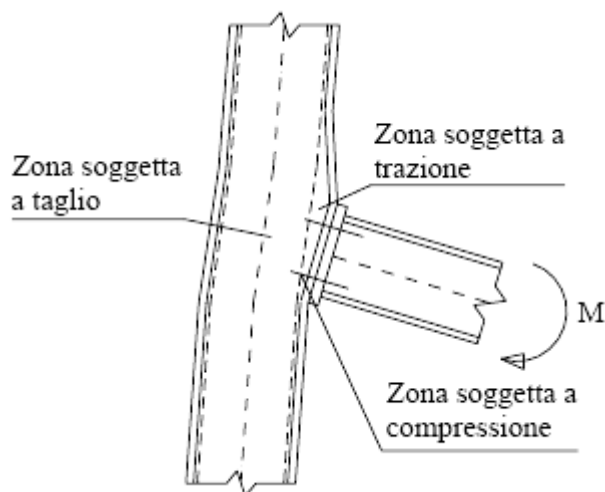


Figura 4.3 Suddivisione del pannello di nodo in tre zone.

Dopo l'identificazione dei singoli componenti si passa alla valutazione delle caratteristiche di rigidezza e resistenza di ognuno dei componenti e, infine, al loro assemblaggio, per la valutazione delle caratteristiche dell'intero collegamento. Il metodo è presentato nella sua versione più generale con riferimento alle strutture in acciaio. Tale proposta è stata recepita dall'Eurocodice 3 per la progettazione della suddetta tipologia strutturale.

Con riferimento alle strutture composte, l'Eurocodice 4 rimanda sostanzialmente all'Eurocodice 3, fornendo soltanto le relazioni che riguardano la quantificazione del contributo della soletta in termini di rigidezza e di resistenza.

Valutando la risposta ed il comportamento di un giunto trave-colonna, può essere interessante rilevare, osservando delle tipiche curve ottenute sperimentalmente su tali assemblaggi, come, nelle diverse prove sperimentali, si individuino una rigidezza iniziale non molto diversa, mentre si ottengano delle resistenze flessionali e delle rotazioni massime abbastanza variabili.

Si osserva, poi, che tra curve relative ad un giunto in acciaio e curve relative a giunti composti caratterizzati da una parte metallica identica a quella del solo giunto in acciaio, con caratteristiche lievemente differenti di soletta e connessione, si ha un rilevante incremento sia di rigidezza che di resistenza per effetto dell'interazione tra soletta e trave metallica. Sotto questo aspetto si mette in luce una caratteristica generale dei giunti composti rispetto a quelli in acciaio.

In alcuni casi si ha anche un aumento di duttilità, che dipende dalle caratteristiche della soletta, dell'armatura in essa disposta e della connessione a taglio.

Inoltre, la misura delle deformazioni assiali nelle barre di armatura ha dimostrato che le tensioni non subiscono variazioni apprezzabili lungo la larghezza della sezione e dipendono direttamente dal grado di connessione.

In letteratura sono disponibili varie proposte per la modellazione del comportamento dei giunti trave-colonna. Tutti questi modelli sono caratterizzati dall'assunzione di una componente deformabile per ogni parte del nodo caratterizzato da un comportamento non rigido.

La normativa europea sulle strutture composte rimanda interamente all'Eurocodice 3 per la classificazione dei giunti trave-colonna, che può essere condotta sia in termini di resistenza che di rigidezza iniziale.

Rispetto alla resistenza, i giunti trave-colonna possono distinguersi in giunti a completo o parziale ripristino di resistenza, a seconda che i nodi consentano di trasferire una sollecitazione flessionale rispettivamente uguale o inferiore a quella ammissibile per la membratura strutturale che esso collega.

La classificazione in termini di rigidezza è senza dubbio quella più importante per il comportamento dei giunti e per le sue influenze sulla risposta strutturale globale.

Tale classificazione si fonda sulla valutazione della rigidezza flessionale iniziale che, nella simbologia degli Eurocodici viene indicata con il simbolo $S_{j,ini}$. Tale grandezza può essere stimata sulla base delle rigidezze che possono essere associate alle varie componenti deformabili del nodo trave-colonna, tra di esse ricordiamo la deformabilità a taglio del pannello d'anima della colonna, la deformabilità a compressione del pannello d'anima della colonna, la deformabilità a trazione del pannello d'anima della colonna, l'inflessione della flangia della colonna e la deformabilità assiale dei bulloni.

Per le strutture composte si deve considerare, inoltre, una componente legata alla deformabilità assiale della soletta o delle sole barre di armatura, a seconda che si abbia momento positivo o negativo sul giunto.

Alla i -esima componente è associata la grandezza k_i , proporzionale alla sua rigidezza.

In conclusione, si vuole evidenziare una ulteriore sostanziale differenza che esiste tra giunti in strutture in acciaio e giunti che interessano travi a sezione composta.

Finora, infatti, le due tipologie strutturali sono state trattate in modo analogo introducendo soltanto, per le seconde, il contributo relativo alla rigidezza dell'armatura nella soletta. E' necessario, tuttavia, considerare l'influenza della parziale interazione tra profilo metallico e soletta in calcestruzzo sulla rigidezza rotazionale del giunto.

Rimanendo nella classica formulazione del metodo delle componenti, in letteratura viene proposta l'introduzione di una ulteriore componente k_v , legata alla deformabilità della connessione a taglio tra soletta e profilo metallico.

La valutazione di tale componente aggiuntiva è effettuata, generalmente, tramite una relazione del tipo:

$$k_v = \frac{\alpha \cdot F_v}{\Delta u} \quad (4.45)$$

in cui:

α è un fattore di riduzione legato al carico considerato;

F_v è la forza di scorrimento totale scambiata sulla lunghezza della trave composta soggetta a momento negativo;

Δu è lo scorrimento associato al livello di forza αF_v secondo l'assegnata curva forza-scorrimento scelta per i connettori.

4.3.3. Principali contributi di letteratura all'analisi globale dei telai composti

Completando la trattazione delle varie proposte disponibili in letteratura per l'analisi globale di travi composte sotto l'ipotesi di parziale interazione tra soletta e profilo metallico, si citano e commentano brevemente, in quest'ambito, alcune proposte relative all'analisi globale di telai composti acciaio-calcestruzzo; si tratta generalmente di contributi molto recenti, data la complessità dei fenomeni che richiedono di essere considerati e delle reciproche interazioni tra questi.

I vari modelli presentati per l'analisi numerica di travi composte acciaio-calcestruzzo richiedono, generalmente, una discretizzazione degli elementi strutturali piuttosto fitta, anche in ipotesi di linearità del comportamento della connessione a taglio, dei giunti trave-colonna e dei materiali strutturali.

In particolare, poi, tutti i modelli implementati secondo il metodo di risoluzione alle differenze finite, non sono dotati della sufficiente generalità richiesta per affrontare l'analisi di strutture intelaiate caratterizzate da schemi strutturali assai variabili.

Anche i modelli basati su una implementazione agli elementi finiti presentano lo stesso problema, per la particolare forma delle equazioni di Newmark che rappresentano il problema flessionale delle travi composte a parziale ripristino di rigidità: la natura esponenziale della soluzione, in termini di curvatura o di frecce, che ne deriva, non può

essere approssimata con accuratezza dalle usuali funzioni di forma di tipo polinomiale che si utilizzano nella formulazione degli elementi finiti di cui si è detto.

Nell'analisi di strutture intelaiate, generalmente caratterizzate da un numero significativo di aste, è opportuno limitare il numero di elementi necessari, sia al fine di contenere i tempi di calcolo che, soprattutto, per ottenere una maggiore sintesi nei risultati che, in tal modo, possono essere più facilmente controllabili.

Sulla base di tutte queste considerazioni, Fang *et al.* (2000) hanno proposto un modello caratterizzato proprio dalla possibilità di assumere un solo elemento per asta.

La parziale interazione trave-soletta viene considerata in maniera approssimata tramite l'adozione di funzioni di forma di tipo non polinomiale, in particolare, se ne assumono alcune di tipo misto polinomiale-trigonometrico, senza tenere conto della presenza di nodi trave-colonna semi-rigidi.

L'analisi viene condotta considerando sia la non linearità meccanica, tramite un modello a fibre, con l'assunzione di legami semplificati per acciaio e calcestruzzo, che quella geometrica, facendo riferimento ad un approccio di tipo lagrangiano.

Le simulazioni vengono condotte sempre nell'ipotesi di connessione a comportamento lineare, mentre la fessurazione viene portata in conto trascurando completamente la resistenza a trazione del calcestruzzo.

Un modello così formulato viene anche impiegato in alcune applicazioni su travi e telai. Da un lato, il confronto con schemi semplici di travi, per i quali si possono ottenere soluzioni in forma chiusa, mette in luce il miglioramento che si ottiene in termini di precisione grazie alla assunzione delle suddette funzioni di forma. D'altro canto, le applicazioni sui telai si limitano al solo caso lineare meccanico: si analizza la risposta in termini di effetto $P-\Delta$ per un semplice portale monopiano, mentre la simulazione del comportamento di un telaio multipiano si limita alla valutazione della rigidezza globale elastica della struttura.

Questo fatto mette in luce la crescente difficoltà nella conduzione di analisi globali su strutture intelaiate, per le quali si vogliono considerare in maniera accurata tutte le problematiche che caratterizzano il comportamento delle strutture composte.

Per questo motivo, la formulazione di un elemento per l'analisi di telai spaziali con travi composte è stata condotta da Liew (2000), assumendo un modello a plasticità concentrata nei nodi di estremità della trave.

In tale modello, l'influenza della parziale interazione viene considerata assumendo delle leggi momento-curvatura per la sezione composta che tengano conto in maniera approssimata della presenza di scorrimento.

In linea di principio, allora, è facile comprendere che un tale elemento non è molto differente da quelli che si impiegano per l'analisi di strutture in acciaio o cemento armato e che la modellazione degli effetti della parziale interazione non può che essere di tipo approssimato.

Anche per questo motivo, lo studio si rivolge soprattutto alle condizioni ultime con l'obiettivo di valutare l'incremento di capacità portante che si registra in una struttura composta per la quale si consideri il contributo della soletta, rispetto ad una analisi della sola struttura metallica che la strascuri del tutto. I risultati di tale confronto con riferimento ad un telaio multipiano mostrano che si ottiene un incremento di resistenza del 30% dovuto alla presenza della soletta.

Incrementi dello stesso ordine si ottengono in termini di rigidezza, mentre la duttilità risulta soltanto il 10% maggiore del caso di struttura in acciaio.

Un contributo più vicino alla progettazione secondo un'analisi elastica, viene proposto dallo stesso autore (Liew, 2001). In esso, un elemento a sezione non costante viene proposto per tenere conto dell'effetto della fessurazione nei tratti di momento negativo. Inoltre, la presenza di due molle di estremità, poste in corrispondenza dei due nodi, viene considerata per simulare l'effetto della cosiddetta semicontinuità delle rotazioni sulle travi continue e sui telai.

Inizialmente, infatti, la possibile instabilità della parte metallica, che è prevalentemente compressa in prossimità degli appoggi interni, può tradursi in rotazioni localizzate della trave in contrasto con la continuità dello schema. In tale modello, comunque, alcune molle di estremità sono volte alla simulazione dell'azione di vincolo elasticamente cedevole che può essere esercitata dalla soletta in una trave la cui connessione trave-colonna sia del tipo "a squadretta" e, quindi, incapace di trasmettere momenti e imporre rotazioni.

Il modello proposto, comunque, trascura del tutto la parziale interazione trave-soletta nelle valutazioni relative alla ridistribuzione delle tensioni, alla deformabilità ed al periodo proprio di vibrazione.

Per inciso, con riferimento a quest'ultimo aspetto, le analisi hanno evidenziato un aumento della frequenza fondamentale pari a circa il 10% per effetto della semicontinuità e della fessurazione della soletta in prossimità delle estremità.

Da EI-Tawil e Deierlein (2001) viene, invece, formulato un modello assai raffinato per la simulazione del comportamento di colonne composte.

Si tratta un modello per l'analisi spaziale di strutture intelaiate per il quale viene essenzialmente assunta l'ipotesi di plasticità distribuita lungo l'asse, tramite domini di interazione tra sforzo normale e momento flettente la cui forma consente di tenere conto anche del degrado delle caratteristiche meccaniche dovuto ad azioni cicliche applicate sulla colonna.

I confronti teorico-sperimentali e le applicazioni condotte mettono in luce la grande accuratezza che si può raggiungere adottando il modello citato (EI-Tawil e Deierlein, 2001).

Una prima evoluzione dell'elemento finito "esatto", per l'impiego di tale elemento nell'analisi dei telai composti considerando la parziale interazione tra trave e soletta, è presentato da Martinelli (2002).

Si parla di una evoluzione rispetto alla formulazione originaria, poiché sono completati alcuni aspetti che riguardano l'analisi dei telai e che sono stati trascurati per semplicità nell'analisi delle travi.

In primo luogo, gli elementi che rappresentano le travi composte sono dotate di una opportuna rigidità assiale (il modello di Newmark si riferisce al solo problema di flessione e taglio).

Successivamente, ma per motivi di natura simile, sono stati risolti i problemi di connettività tra gli elementi trave composta e quelli che rappresentano le colonne; infatti, pur rimanendo nell'ambito di colonne esclusivamente metalliche (ovvero assumendo per le colonne composte delle ipotesi di completa interazione tra la parte metallica e quella di calcestruzzo) è necessario correlare lo scorrimento d'estremità delle travi composte alle altre componenti di spostamento nodale delle colonne.

Altro aspetto sviluppato dall'autore è quello della modellazione dei giunti semi-rigidi trave-colonna, non utilizzando la metodologia di analisi per componenti, giudicata eccessivamente onerosa, ma attraverso l'ottenimento di relazioni semplificate tra il momento e la rotazione relativa fra la trave e la colonna concorrenti nel giunto in oggetto.

Nel modello proposto dall'autore per l'analisi globale di telai composti si tiene conto contemporaneamente della semi-rigidità, della parziale interazione trave-soletta e della fessurazione del calcestruzzo nelle zone di momento negativo.

Poiché limitato al comportamento lineare dei materiali e della connessione a taglio, il modello che viene esposto nel lavoro citato è soprattutto uno strumento di analisi elastica lineare orientato al progetto.

In conclusione di questo paragrafo dedicato ai contributi più significativi in merito all'analisi globale di strutture intelaiate realizzate con travi-composte acciaio calcestruzzo e colonne in acciaio o composte a loro volta, si menziona un lavoro dedicato al loro comportamento sotto sisma.

In particolare, ci si riferisce alla valutazione della duttilità disponibile e richiesta sotto sollecitazione sismica effettuata da Elnashai e Broderick (1996).

Si esaminano le condizioni limite per la risposta sismica delle strutture composte, con riferimento alle richieste di duttilità delle sezioni critiche degli elementi strutturali. Non si tiene conto, nelle analisi effettuate, né della semi-rigidità dei giunti trave-colonna, né della parziale interazione trave-soletta.

Gli accelerogrammi considerati sono caratterizzati valori del rapporto a/v tra i valori di picco di accelerazione e velocità, parametro assunto come rappresentativo del tipo di eccitazione sismica, assai variabili. I risultati delle analisi presentate sono utilizzati per la valutazione di un fattore di struttura q , da considerare per la scalatura dello spettro di risposta elastico al fine di ottenere le azioni da considerare nelle verifiche sotto sisma. La conclusione principale alla quale gli autori giungono è che i valori del fattore q , valutati con riferimento alla duttilità disponibile, per le strutture composte sono "significativamente maggiori di quelli raccomandati dall'EC8. Ciò a significare che le prestazioni delle strutture composte sotto sisma sono ancora valutate in maniera assai cautelativa e ulteriori studi sono necessari per una migliore caratterizzazione delle prestazioni di questa tipologia strutturale.

4.3.4. Modellazione del pannello di nodo

Come accennato in precedenza, sotto carichi laterali, i nodi trave-colonna sono soggetti a forti sollecitazioni. Il loro comportamento, in risposta a tali sollecitazioni, ha un ruolo determinante nella risposta complessiva dell'assemblaggio.

In particolare, con riferimento a nodi interni di assemblaggi saldati (Figura 4.3), non è trascurabile il contributo alla risposta globale derivante dalla capacità di dissipazione della zona di pannello; è ampiamente dimostrato che un comportamento duttile di tale regione riduce le richieste deformative imposte alla trave (Lee e Lu, 1989).

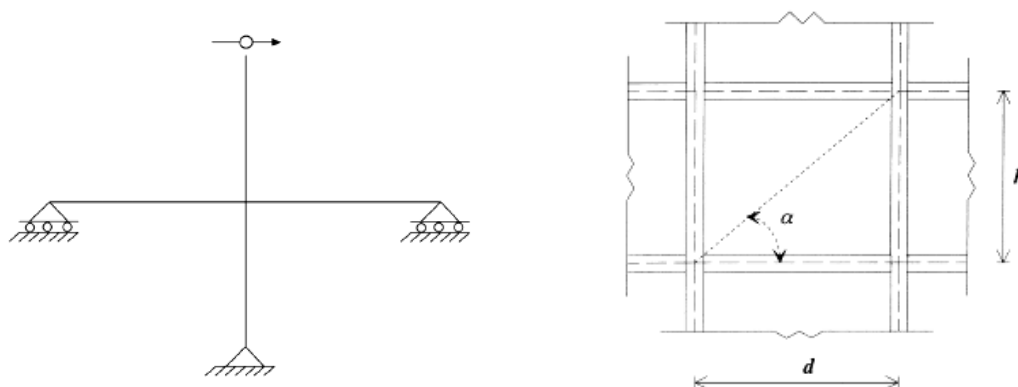


Figura 4. 4 Assemblaggio trave-pilastro e zona di pannello.

I più recenti codici normativi permettono che lo snervamento della zona d'anima preceda il completo sviluppo della capacità di momento della trave.

Necessariamente, il contributo del pannello di nodo deve essere inserito all'interno dei modelli finalizzati allo studio dei telai in acciaio e, quindi, generalizzando, anche dei telai con colonne in acciaio e travi composte acciaio-calcestruzzo.

In letteratura sono state proposte numerose tecniche per l'introduzione del contributo della zona di pannello all'interno dei modelli numerici per l'analisi dei telai (Foutch e Yun, 2002; Castro, *et al.*, 2005; Kim e Engelhardt, 2002).

Gran parte di esse derivano dallo studio dei telai in acciaio, per i quali il momento che si trasferisce tra trave e pilastro è convertito in una coppia di forze che sottopone il pannello a deformazione di taglio puro. Questo approccio, nonostante sia adatto per assemblaggi in acciaio, non sembra essere conveniente nel caso di assemblaggi composti, caratterizzati da condizioni di tensione decisamente più irregolari, dovute alla presenza della soletta in calcestruzzo ed alla posizione dell'asse neutro nella trave composta connessa al nodo.

In un nodo soggetto ad un momento non equilibrato, quale può essere un nodo asimmetrico, insorge un complesso stato tensionale nella regione di pannello. Esso consiste in tensioni normali, originate principalmente dalla colonna, e tensioni di taglio, determinate dal momento trasmesso dalle ali della trave. Studi sperimentali hanno mostrato che il comportamento in campo elastico del pannello di nodo è governato, in maniera preponderante, dalle deformazioni a taglio. Dopo lo snervamento, la resistenza a taglio si riduce sensibilmente. Su base sperimentale si assume che il completo snervamento abbia luogo ad un livello di distorsione pari a quattro volte quello di snervamento (Krawinkler, Bertero e Popov, 1971).

Il pannello è, generalmente, in grado di subire elevate deformazioni plastiche, al crescere delle quali è, comunque, elevata la probabilità di rottura delle saldature d'ala della trave.

In condizioni cicliche si ha, generalmente, un comportamento isteretico stabile, con notevole incrudimento.

Come accennato, numerosi sono i contributi e gli approcci proposti per l'introduzione delle deformazioni del pannello di nodo nella modellazione analitica dei telai.

Essi possono essere ricondotti a due principali tipologie. La prima di esse si basa sul cosiddetto “*scissor model*”, mostrato nella Figura 4.5.

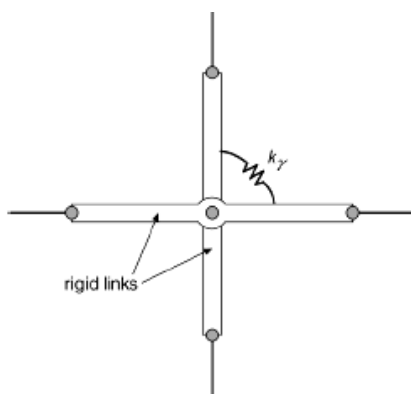


Figura 4.5 Il modello *scissor* per la zona di pannello proposto da Kanaan e Powell (1973) .

In esso, è introdotta una molla rotazionale tra trave e pilastro, a rappresentare la rotazione relativa tra i due elementi. In prossimità del nodo sono, usualmente, introdotti due tratti rigidi (*rigid links*, nella figura).

La seconda tipologia di modello per la zona di pannello è quella definita “*frame model*”, mostrata nella Figura 4.6.

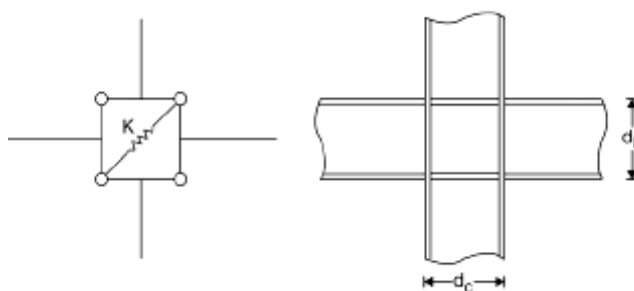


Figura 4.6 Il modello *frame* per la zona di pannello.

Questo approccio adotta un set di elementi rigidi ed include una molla traslazionale diagonale, o in alternativa, molle rotazionali poste all'intersezione tra gli elementi rigidi costituenti il quadrilatero snodato.

Nei modelli sopra descritti è necessario assegnare specifiche relazioni costitutive alle molle; tali relazioni, sono proposte da diversi autori e variano essenzialmente per il comportamento in fase post elastica (Kim e Engelhardt, 2002).

Tutte le relative espressioni sono dedotte sulla base di assunzioni comuni sul meccanismo di trasferimento degli sforzi tra trave e pilastro; in particolare, il pannello è assunto essere rigidamente vincolato ed essere soggetto a taglio puro. Questa assunzione permette di trasformare il momento in forze orizzontali, conducendo ad una rappresentazione, mediante semplici espressioni analitiche del comportamento di queste molle ideali.

Per il caso di comportamento elastico è comunemente adottata la seguente espressione:

$$M_v = \frac{G \cdot A_v \cdot d_b}{1 - \rho} \gamma \quad (4.46)$$

in cui:

G= modulo di taglio del materiale;

A_v = area di taglio;

d_b =altezza della trave metallica;

$\rho = V_{col} \cdot d_b / M$, parametro che riporta nel modello il benefico apporto del taglio nella colonna (V_{col});

La principale differenza tra le diverse proposte di letteratura è nel calcolo dell'area di taglio (A_v).

Per il comportamento post-elastico, invece, le proposte di letteratura si discostano anche sensibilmente le une dalle altre; si parte da relazioni bilineari (Fielding e Huang, 2002) fino alle più recenti proposte caratterizzate da relazioni quadrilineari che includono sia taglio che momento e considerano anche condizioni cicliche.

I modelli descritti in precedenza sono stati proposti per lo studio delle strutture ad ossatura metallica e la loro applicabilità alle strutture composte, pur se oggetto di studio, non è ancora adeguatamente validata (Kim e Engelhardt, 2002).

La Figura 4.7 mostra una proposta di modifica del modello a quadrilatero per l'applicazione agli assemblaggi con travi composte.

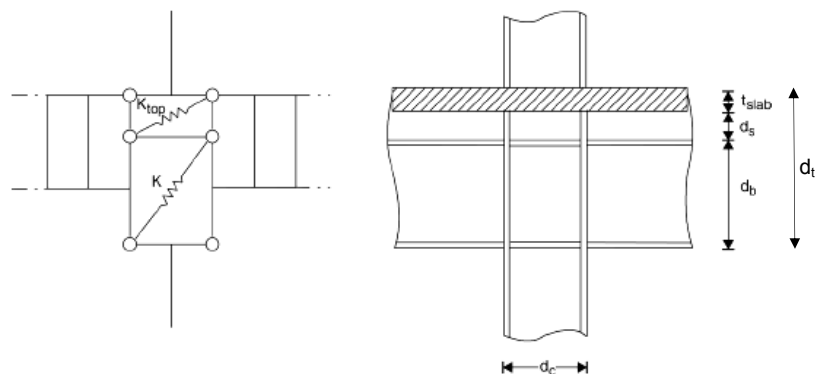


Figura 4.7 Il modello “frame” modificato per l’applicazione alle strutture composte.

In esso è proposto un incremento dell’altezza del pannello ($d_t=d_b+d_s$), al fine di considerare la presenza della soletta in calcestruzzo. Questo approccio necessita, comunque, di ulteriori valutazioni (Castro *et al.*, 2005).

Un’interessante proposta, che si discosta dalle tipologie presentate in precedenza, è il modello presentato da Mulas (2004). Il modello descrive la deformazione della zona di pannello considerando la dimensione finita del nodo, a differenza del modello “scissor” prima descritto, ed è in grado di incorporare i più recenti modelli costitutivi.

Il modello proposto, basato su una semplice rappresentazione strutturale del nodo, non modifica lo schema di collegamento tra la linea d’asse degli elementi ed i gradi di libertà nodali usualmente utilizzati nell’analisi dei telai piani.

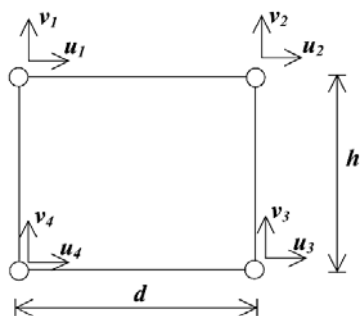


Figura 4.8 Il modello di nodo proposto da Mulas (2004).

Il modello di Mulas introduce fino a cinque nuovi gradi di libertà (Figura 4.8) per nodo che descrivono i modi deformativi della zona di pannello (deformazioni estensionale, flessionale e a taglio).

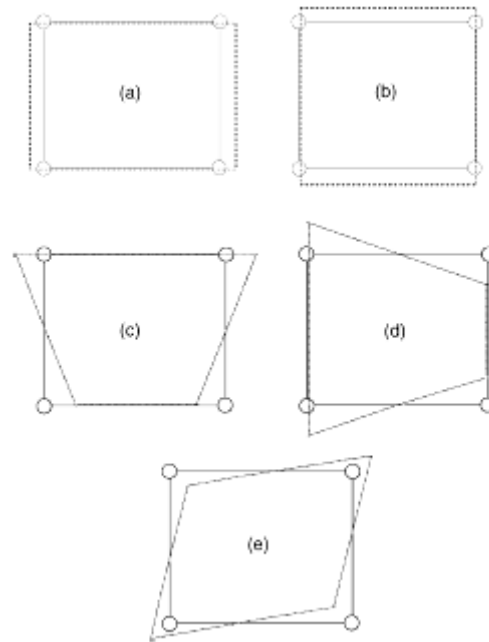


Figura 4.9 Modi deformativi per il nodo: estensionale (a, b); flessionale (c, d); distorsione (e).

In particolare le equazioni corrispondenti ai cinque modi deformativi sono:

- deformazione di estensione orizzontale (Figura 4.9-a)

$$\varepsilon_h = \frac{1}{2} \left(\frac{u_2 - u_1}{2} + \frac{u_3 - u_4}{2} \right) \quad (4.47)$$

- deformazione di estensione verticale (Figura 4.9-b)

$$\varepsilon_v = \frac{1}{2} \left(\frac{v_2 - v_1}{2} + \frac{v_3 - v_4}{2} \right) \quad (4.48)$$

- deformazione flessionale orizzontale (Figura 4.9-c)

$$\varphi_h = \frac{1}{2} \left(\frac{u_2 - u_1}{2} - \frac{u_3 - u_4}{2} \right) \quad (4.49)$$

- deformazione flessionale verticale (Figura 4.9-d)

$$\varphi_v = \frac{1}{2} \left(\frac{v_1 - v_4}{2} - \frac{v_2 - v_3}{2} \right) \quad (4.50)$$

- deformazione di taglio (Figura 4.9-e)

$$\gamma = \frac{1}{2} \left(\frac{u_1 + u_2 - u_3 - u_4}{h} + \frac{-v_1 + v_2 + v_3 - v_4}{d} \right) \quad (4.51)$$

che assieme alle relazioni seguenti:

- traslazione orizzontale media

$$u = \frac{1}{4} (u_1 + u_2 + u_3 + u_4), \quad (4.52)$$

- traslazione verticale media

$$v = \frac{1}{4} (v_1 + v_2 + v_3 + v_4), \quad (4.53)$$

- rotazione media rispetto al centro del nodo, media della rotazione dei quattro lati

$$\vartheta = \frac{1}{4} \left(\frac{-u_1 + u_4}{h} + \frac{-u_2 + u_3}{h} + \frac{-v_1 + v_2}{d} + \frac{v_3 - v_4}{d} \right). \quad (4.54)$$

descrivono completamente la cinematica del giunto.

L'associazione di una relazione costitutiva non lineare (Ballio,1993) per descrivere il comportamento tagliante del pannello ha permesso un'ottima rappresentazione della risposta globale della struttura analizzata.

5. ANALISI NON LINEARE

5.1. PREMESSA

L'approccio continuo al problema strutturale in oggetto produce equazioni difficili da risolvere nel caso generale, pur permettendo una formulazione matematicamente coerente e meccanicamente ben posta del problema. Anche nell'ambito di validità dell'ipotesi di piccoli spostamenti, soluzioni di problemi concreti sono disponibili solo per un limitato numero di casi, per lo più riferiti a comportamento elastico-lineare del materiale.

L'analisi delle struttura in campo non lineare è solitamente condotta per via numerica. L'analisi è svolta, quindi, con un processo di tipo incrementale (*step by step*), riducendo la soluzione del sistema di equazioni differenziali non lineari ad una successione di operazioni iterative operate su sistemi lineari. Le fasi dell'analisi agli elementi finiti, con approccio agli spostamenti, sono, in generale, le seguenti (Corradi Dell'Acqua, 1993) :

- Discretizzazione della struttura continua. In generale, la struttura continua non si presenta naturalmente come assemblaggio di costituenti elementari. Occorre,

quindi, una suddivisione in elementi finiti, tra loro connessi in alcuni punti: nodi. Questa suddivisione fornisce lo schema oggetto del calcolo.

- Definizione delle proprietà dell'elemento. Il comportamento del modello è espresso in funzione dei valori assunti dagli spostamenti locali nei nodi. A tali valori di spostamento nodale \underline{u} corrispondono, tramite un'equivalenza dettata dal principio dei lavori virtuali, le forze nodali \underline{p} . Il comportamento dell'elemento è descritto da un legame tra queste quantità, fornito dalle leggi costitutive dei materiali.
- Descrizione dei legami costitutivi dei materiali.
- Assemblaggio. L'operazione ricostruisce la continuità della struttura. I vari elementi vengono tra loro collegati imponendo che gli spostamenti che i nodi hanno in comune assumano lo stesso valore. L'assemblaggio comprende l'eliminazione degli spostamenti impediti dai vincoli.
- Soluzione del problema. Una volta assemblate le strutture matriciali e vettoriali del problema la soluzione del problema, iterativa in campo non lineare, comporta la scelta e l'ottimizzazione del processo iterativo nel passo.

5.2. DISCRETIZZAZIONE DELLA STRUTTURA CONTINUA

Le equazioni di equilibrio, formulate al continuo come equazioni differenziali, devono essere riscritte al discreto in modo da pervenire ad un sistema di equazioni algebriche.

5.2.1 Discretizzazione a livello di elemento

Per ottenere tale semplificazione si effettua la discretizzazione della struttura continua in elementi finiti. Il modello qui proposto per l'analisi prevede due livelli di discretizzazione per la struttura.

La struttura è inizialmente suddivisa in elementi discreti, secondo lo spirito classico degli elementi finiti, considerando l'asse longitudinale delle membrature e collocando i nodi a delimitare i singoli elementi (Figura 5.1).

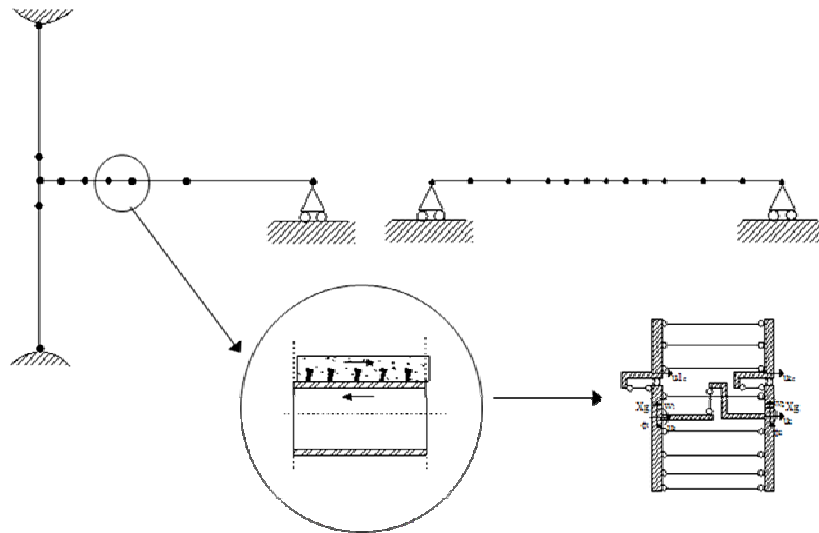


Figura 5.1 Esempi di discretizzazione in elementi finiti.

Come meglio evidenziato nel prosieguo, per fare in modo che il modello proposto possa simulare i fenomeni di plasticizzazione locale nelle sezioni e la formazione di cerniere plastiche diffuse, soddisfacendo l'esigenza di ridurre, per quanto possibile, l'onere computazionale, è opportuno infittire la *mesh* solo in prossimità dei nodi e nei punti dove si attendono fenomeni di plasticizzazione dovuti al comportamento flessionale o fenomeni di crisi della connessione con marcate non linearità nella risposta dei connettori (Figura 5.2).

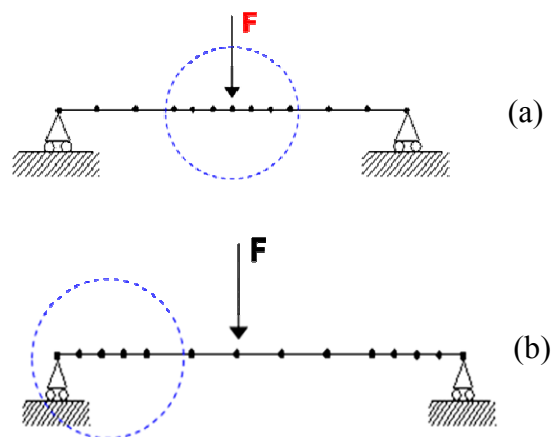


Figura 5.2 Regione critica per comportamento flessionale (a); regione critica per la connessione (b).

5.2.2 Discretizzazione a livello di sezione

Oltre la discretizzazione longitudinale appena esaminata, il processo di analisi prevede una ulteriore discretizzazione operata sulla sezione retta dell'elemento. Ciò consente di introdurre nel processo di analisi il contributo delle singole fibre.

Il numero di fibre in cui si suddivide la sezione è variabile e dipende dall'accuratezza che si intende ottenere nell'analisi.

Il modello presentato (basato sul concetto di fibra) è suscettibile di affinamenti e modifiche riguardanti la discretizzazione in fibre della sezione retta.

5.2.3 Connettività trave-colonna

Con riferimento a quanto riportato nel paragrafo 4.3, per estendere l'applicazione del modello proposto allo studio degli assemblaggi colonna in acciaio-trave composta acciaio-calcestruzzo, sarà essenziale introdurre all'interno del modello utilizzato la capacità di valutare e tenere in debito conto il contributo alla risposta globale offerto dalla zona di pannello. Rimandando la trattazione a successivi paragrafi, in questa sede ci si limita ad esplicitare la scelta operata per la connettività trave-colonna, in relazione alla continuità nei nodi composti.

Con riferimento alla Figura 5.3 ed alla Figura 5.4, nelle analisi si sono fatte le seguenti assunzioni per i nodi di estremità:

$$(u_n = u_1; w_n = w_1; \phi_n = \phi_1) \text{ ed } u_{1c} = 0$$

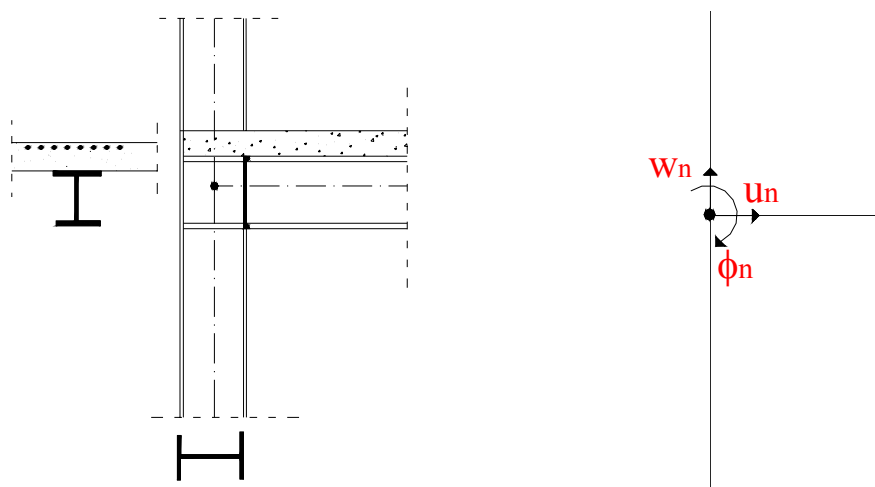


Figura 5.3 Continuità assunta per i nodi di estremità di un'assemblaggio composto.

in cui u_n, w_n, ϕ_n , rappresentano i gradi di libertà del nodo di estremità (Figura 5.3).

Nella Figura 5.4, oltre ai canonici 6 gradi di libertà ($u_1, w_1, \phi_1, u_2, w_2, \phi_2$), sono mostrati i due ulteriori gradi di libertà introdotti, come meglio specificato nel seguito, durante la formulazione del modello di trave composta con connessione deformabile.

La scelta operata equivale a connettere trave composta e colonna metallica a livello di baricentro delle rispettive sezioni metalliche, bloccando la variabile relativa allo spostamento orizzontale della soletta in c.a. (u_{1c}) al valore nullo.

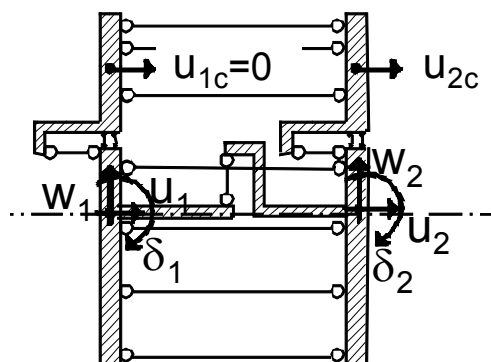


Figura 5.4 Variabili nodali del modello proposto: vincoli imposti.

Tali assunzioni sono, comunque, strettamente legate al tipo di vincolo effettivamente presente nell'elemento da modellare e la loro adozione richiede ulteriori e più approfondite valutazioni.

In particolare, l'interazione tra soletta in c.a. ed ala metallica della colonna è spesso ben rappresentata da una relazione caratterizzata da risposta nulla per la fase di scarico (in cui il calcestruzzo tende a "staccarsi" dalla colonna) e da una idonea rigidità in fase di carico della soletta (dovuta al contatto tra soletta e profilo metallico).

5.3. MODELLI A FIBRE PROPOSTI

Si sviluppa un modello meccanico basato sul concetto di fibra, idoneo allo studio del comportamento deformativo e tensionale del concio di trave in campo non-lineare. Il modello meccanico è indirizzato allo studio delle sezioni composte acciaio-calcestruzzo e per questo opportunamente affinato con l'introduzione dei parametri necessari alla corretta modellazione dei sistemi composti e con la possibilità di modellare adeguatamente il fenomeno della parziale interazione e degli scorrimenti relativi tra i due materiali della sezione.

Il modello è sviluppato, in una prima fase, con l'assunzione di connessione rigida tra trave e soletta e, successivamente, con l'ipotesi di assenza di scorrimenti relativi. Ciò porta a ritenere valido il principio di conservazione delle sezioni piane, oltre che sulle due parti della sezione separatamente, anche sull'intera sezione composta.

L'ipotesi bernoulliana di conservazione delle sezioni piane è alla base di tutti gli studi volti alla formulazione di modelli monodimensionali per lo studio del problema (Martinelli, 2002). Modelli più sofisticati basati su elementi finiti bidimensionali e tridimensionali che rimuovono questa ipotesi e confronti sperimentali mostrano come essa non pregiudichi l'accuratezza dei modelli che la assumono (Sebastian e McConnel, 2000).

Nella definizione del modello si assume, inoltre, l'ipotesi che il centro di rotazione relativo sia posizionato ad $x/2$ con x lunghezza del concio.

Si considera la sezione retta dell'elemento divisa in un assegnato numero di fibre; il numero e la posizione delle fibre sono legati all'accuratezza ricercata nei risultati ed alla opportunità di seguire l'evoluzione degli stati tensionali e deformativi nelle zone di maggior interesse.

Alla divisione della sezione in fibre corrisponde la creazione di un modello pseudo-bidimensionale per il concio.

5.3.1 Modello con connessione rigida trave-soletta (6 G.d.L)

Il primo modello sviluppato è basato sull'assunzione di connessione rigida fra trave e soletta. Ciò porta a ritenere valido il principio di conservazione delle sezioni piane, oltre che sulle due parti della sezione separatamente, anche sull'intera sezione composta.

Nella definizione del modello si ipotizza, inoltre, che il centro di rotazione relativo sia posizionato ad $x/2$ con x lunghezza del concio: ciò comporta un diagramma di curvatura costante sulla lunghezza x .

La discretizzazione del concio (Figura 5.5) prevede di considerare rigide le due sezioni terminali poste a distanza x (lunghezza del concio); tra le sezioni estreme sono collocati dei pendolini, ognuno dei quali ha il compito di riportare nel modello, attraverso la sua rigidità assiale, il contributo delle rispettive fibre in cui è discretizzata la sezione retta della trave composta.

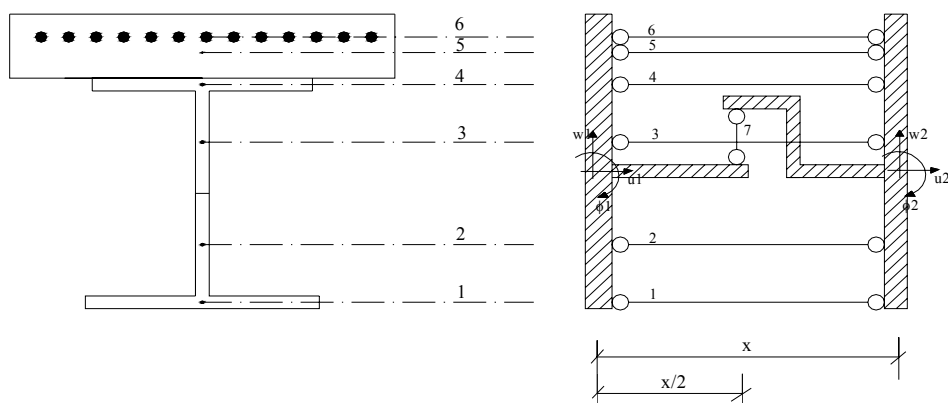


Figura 5.5 . Modello a sei gradi di libertà nodali con relativa discretizzazione della sezione retta.

Il comportamento assiale e flessionale del concio è modellato dai pendolini longitudinali, un apposito pendolo disposto trasversalmente serve ad introdurre la rigidità a taglio. Uno dei pendoli sarà, in particolare, dedicato alla modellazione dell'armatura longitudinale della soletta.

Con riferimento all'asse geometrico della sezione composta è possibile identificare i nodi i e j dell'elemento. Per le ipotesi prima introdotte, la configurazione esterna dell'elemento è esprimibile in funzione dei sei gradi di libertà che possiede, avendo ogni nodo tre spostamenti possibili: traslazione lungo l'asse, traslazione ortogonale all'asse e rotazione.

Il vettore degli spostamenti nodali dell'elemento, rappresentati in Figura 5.5, è quindi:

$$\underline{u}_e^T = \{u_1, w_1, \varphi_1, u_2, w_2, \varphi_2\} \quad (5.1)$$

Per procedere nella discretizzazione è innanzitutto necessario determinare il legame, in termini di *compatibilità*, tra gli spostamenti nodali dell'elemento e la variazione di lunghezza dei singoli pendoli.

Si definisce “*vettore di compatibilità*” (\underline{c}_{pi}) l'operatore che lega la variazione di lunghezza del pendolo i -esimo (dp_i) agli spostamenti nodali dell'elemento (\underline{u}_e)

$$dp_i = \underline{c}_{pi}^T \cdot \underline{u}_e \quad (5.2)$$

dove:

dp_i = variazione di lunghezza del pendolo i -esimo, scalare;

\underline{c}_{pi} = vettore di compatibilità del pendolo i -esimo;

\underline{u}_e = vettore degli spostamenti nodali.

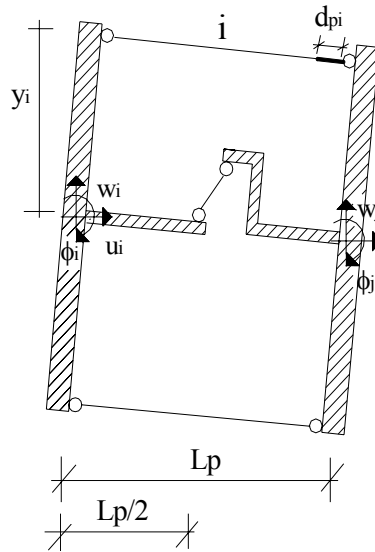


Figura 5.6 Determinazione di d_{pi} in funzione degli spostamenti nodali.

Ripetendo la procedura per tutti i pendoli, è possibile esprimere la relazione in forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} dp_1 \\ dp_2 \\ \dots \\ dp_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cp_{11} & \dots & \dots & \dots & \dots & cp_{16} \\ cp_{12} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & cp_{ij} & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ cp_{n1} & \dots & \dots & \dots & \dots & cp_{n6} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ w_1 \\ \phi_1 \\ u_2 \\ w_2 \\ \phi_2 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

$$\underline{dp} = \underline{Cp} \cdot \underline{u}_e \quad (5.4)$$

La costruzione della matrice di compatibilità (\underline{Cp}) è effettuata per colonne, imponendo singolarmente e di valore unitario uno degli spostamenti nodali, supponendo bloccati tutti gli altri spostamenti. La colonna della matrice riporterà il contributo alla variazione di lunghezza dei vari pendoli fornito dallo spostamento considerato.

Si ritiene valida l'ipotesi di piccoli spostamenti.

Per convenzione le variazioni di lunghezza dei pendoli sono assunte positive se corrispondono ad un allungamento, negative se corrispondono ad un accorciamento.

Imponendo $u_1=1$, otteniamo una deformata cinematica che provoca nei pendoli longitudinali variazioni di lunghezza pari allo spostamento assegnato (unitario), negative secondo la convenzione assunta. Ad essa corrisponde la colonna riportata nella matrice di

compatibilità. L'imposizione di uno spostamento $w_1=1$, invece, non attiva i pendoli longitudinali ma solo il pendolo trasversale; quindi, le componenti della colonna corrispondente sono nulle, a parte quella legata a quest'ultimo. La rotazione $\phi_1=1$ attiva, invece, variazioni di lunghezza in tutti i pendolini. Analogo discorso per i tre gradi di libertà del nodo sinistro, per i quali cambiano i segni delle variazioni di lunghezza per la convenzione assunta.

Nella costruzione della matrice interviene come parametro geometrico relativo alla discretizzazione esterna la lunghezza del concio, mentre, riguardo alla discretizzazione della sezione retta intervengono le quote dei pendolini rispetto al baricentro geometrico assunto come origine.

La matrice di compatibilità ha un numero di righe pari al numero dei pendoli del modello ed un numero di colonne pari al numero di gradi di libertà dell'elemento. Essa ha, per il modello con nove pendoli e nell'ipotesi di piccoli spostamenti, la seguente espressione:

$$\underline{\underline{C}}_p = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -y_1 & 1 & 0 & y_1 \\ -1 & 0 & -y_2 & 1 & 0 & y_2 \\ -1 & 0 & -y_3 & 1 & 0 & y_3 \\ -1 & 0 & -y_4 & 1 & 0 & y_4 \\ -1 & 0 & -y_5 & 1 & 0 & y_5 \\ -1 & 0 & -y_6 & 1 & 0 & y_6 \\ -1 & 0 & -y_7 & 1 & 0 & y_7 \\ 0 & -1 & \frac{x}{2} & 0 & 1 & \frac{x}{2} \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Determinata la matrice di compatibilità, si procede alla costruzione della matrice di rigidezza dell'elemento riferita ai gradi di libertà nodali.

Si introduce la matrice di rigidezza interna dell'elemento $\underline{\underline{K}}_p$, definita assumendo il *legame costitutivo*, come:

$$\underline{\underline{K}}_p = \begin{bmatrix} k p_1^{(N)} & . & . & . \\ . & \dots & . & . \\ . & . & k p_n^{(N)} & . \\ . & . & . & k p^{(T)} \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

dove $k p_i^{(N)}$ è la rigidezza associata all'iesimo pendolo assiale e $k p^{(T)}$ quella associata al pendolo trasversale che simula il comportamento a taglio.

Considerando il legame elastico tra sforzo (Np) e deformazione dell'iesimo pendolo assiale:

$$Np_i = \frac{(EA)_{pi}}{x} \cdot dp_i^{(N)} \quad (5.7)$$

si definisce la rigidezza dei pendoli assiali come:

$$kp_i^{(N)} = \frac{E_i A_i}{x} \quad (5.8)$$

in cui E_i è il modulo elastico iniziale del materiale compreso nella striscia di sezione associata al pendolo i-esimo ed A_i è l'area della striscia i-esima, mentre x è la lunghezza del pendolo, pari alla lunghezza del concio.

La rigidezza del pendolo a taglio è invece espressa come:

$$Tp = \frac{GA}{\chi \cdot x} \cdot dp^{(T)} \quad (5.9)$$

quindi, la rigidezza da associare al pendolo è:

$$kp^{(T)} = \frac{GA}{\chi \cdot x} \quad (5.10)$$

La matrice di rigidezza interna dell'elemento è quindi, esplicitamente:

$$\underline{\underline{Kp}} = \begin{bmatrix} kp_1^{(N)} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & kp_n^{(N)} & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & kp^{(T)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(EA)_{p1}}{x} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \frac{(EA)_{pn}}{x} & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \frac{(GA)}{\chi \cdot x} \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

Si introduce, inoltre, il vettore di reazione dei pendoli: $\underline{\underline{Rp}}$, che colleziona, in colonna, gli sforzi che nascono nei singoli pendoli in seguito alle loro variazioni di lunghezza, contenute nel vettore riga

$$\underline{dp} = \{dp_1^{(N)}, \dots, dp_n^{(N)}, dp^{(T)}\} \quad (5.12)$$

ed è esprimibile come:

$$\underline{Rp} = \underline{Kp} \cdot \underline{dp} \quad (5.13)$$

Infine, si definisce il vettore di risposta strutturale \underline{s} associato agli spostamenti nodali \underline{u}_e come il vettore che raccoglie gli sforzi ai nodi:

$$\underline{s} = \{N_i, T_i, M_i, N_j, T_j, M_j\}^T \quad (5.14)$$

Applicando il Principio dei Lavori Virtuali, è possibile scrivere:

$$\underline{Rp}^T \cdot \delta \underline{dp} = \underline{s}^T \cdot \delta \underline{u} \quad (5.15)$$

con δdp e δu variazioni virtuali; introducendo la (5.4) per definire δdp , otteniamo:

$$\underline{Rp}^T \cdot \underline{Cp}^T \cdot \delta \underline{u} = \underline{s}^T \cdot \delta \underline{u} \quad (5.16)$$

Dovendo l'uguaglianza valere per ogni variazione virtuale, se ne trae la relazione tra vettore di reazione interna e vettore di reazione esterna (risposta strutturale):

$$\underline{s} = \underline{Cp}^T \cdot \underline{Rp} \quad (5.17)$$

L'espressione (5.17) è ottenuta come relazione di equilibrio tra gli sforzi nodali N, M, T e le componenti di \underline{Rp} . Tenendo conto della (5.13), è possibile pervenire alla relazione che definisce la matrice di rigidezza:

$$\underline{s} = \underbrace{\underline{Cp}^T \cdot \underline{Rp}}_{\text{Equilibrio}} = \underbrace{\underline{Cp}^T \cdot \underline{Kp} \cdot \underline{dp}}_{\text{Legame costitutivo}} = \underbrace{\underline{Cp}^T \cdot \underline{Kp} \cdot \underline{Cp}}_{\text{Congruenza}} \cdot \underline{u} \quad (5.18)$$

Confrontando l'espressione (5.18) con la definizione di matrice di rigidezza:

$$\underline{\underline{K}} \cdot \underline{u} = \underline{s} \quad (5.19)$$

si trae l'espressione finale:

$$\underline{\underline{K}} = \underline{\underline{C}}_p^T \cdot \underline{\underline{R}}_p \cdot \underline{\underline{C}}_p \quad (5.20)$$

Una volta definita la matrice di rigidità del modello, si è in grado di assemblare il contributo dei singoli elementi per l'analisi globale in termini di spostamenti nodali.

Una ulteriore puntualizzazione è necessaria riguardo alla determinazione del vettore di risposta strutturale, considerando i legami costitutivi dei diversi materiali associati ad ogni fibra.

Per ottenere il vettore \underline{s} di risposta strutturale, si applica la (5.17), nella quale è necessario conoscere l'espressione della matrice di compatibilità ($\underline{\underline{C}}_p$) e del vettore delle reazioni interne dei pendoli ($\underline{\underline{R}}_p$) associate ad una assegnata configurazione di spostamenti nodali \underline{u}_e . La costruzione della matrice $\underline{\underline{C}}_p$ si effettua a partire dai dati geometrici del concio, come prima visto; per la definizione di $\underline{\underline{R}}_p$ è necessario introdurre le leggi costitutive dei materiali. Partendo da una assegnata configurazione di spostamenti nodali locali dell'elemento \underline{u}_e , la sequenza di operazioni prevede:

- Calcolo della variazione di lunghezza dei singoli pendoli conseguente agli spostamenti nodali assegnati tramite la (5.2).
- Calcolo della deformazione dei singoli pendoli, dividendo la variazione di lunghezza per la lunghezza iniziale, pari ad x , lunghezza del concio.
- Utilizzo dei legami costitutivi assegnati ai materiali per determinare lo stato tensionale, σ , dei pendoli in funzione della deformazione attuale.
- Costruzione del vettore $\underline{\underline{R}}_p$ attraverso il calcolo della reazione dei singoli pendoli come prodotto della tensione σ per l'area di influenza associata a ciascun pendolo.

Noti $\underline{\underline{R}}_p$ e $\underline{\underline{C}}_p$, si determina \underline{s} attraverso la relazione di equilibrio (5.18) prima trovata.

Lo schema in Figura 5.7 riassume la sequenza di operazioni.

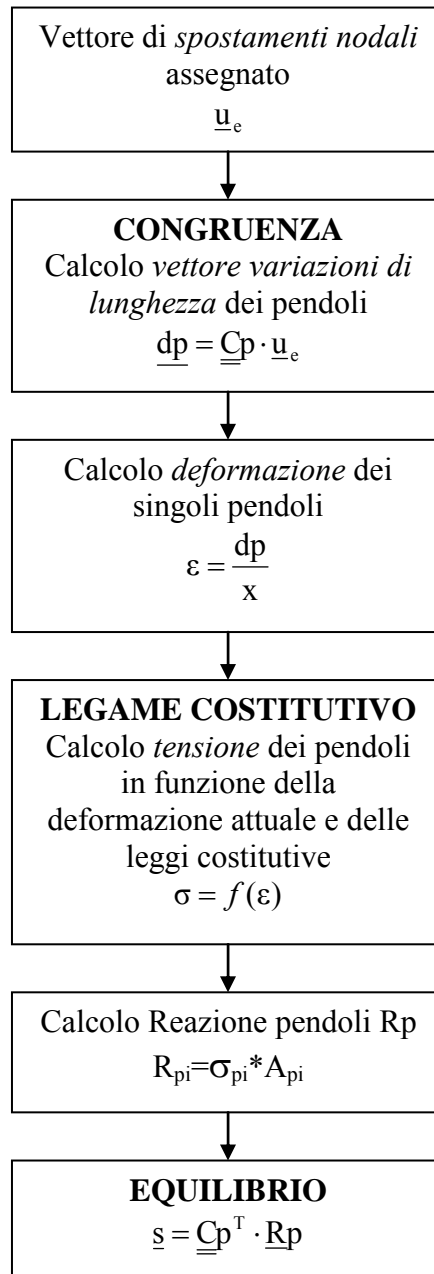


Figura 5.7 Procedura di calcolo del vettore di risposta strutturale degli spostamenti nodali.

5.3.2 Modello con connessione deformabile trave-soletta (8 G.d.L)

L'accuratezza del modello con connessione rigida tra trave e soletta raggiunge il suo limite nel caso in cui gli scorrimenti relativi tra i due materiali componenti la sezione non siano più trascurabili. Il comportamento globale della struttura composta risente molto dei fenomeni di scorrimento che si verificano tra acciaio e calcestruzzo, come è facilmente osservabile da test sperimentali eseguiti su strutture con diverso grado di connessione (Li *et al.*, 1996).

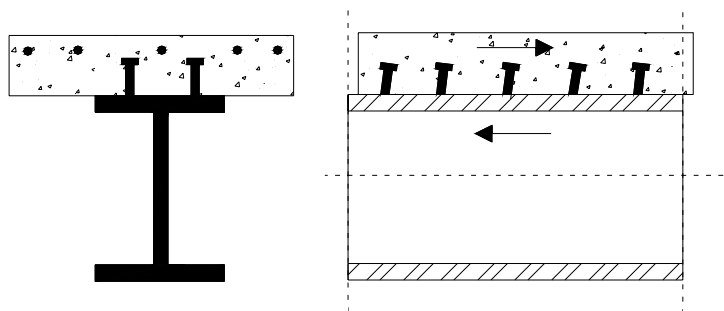


Figura 5.8 Rimozione dell'ipotesi di connessione rigida.

La rimozione dell'ipotesi di connessione rigida (Figura 5.8) permette di avere indubbi miglioramenti nelle potenzialità di applicazione ed utilizzo del modello:

- estende l'applicabilità del modello anche ai casi in cui gli scorrimenti non siano trascurabili (interazione parziale);
- permette la valutazione di fenomeni di scorrimento incrementale tra i due materiali, con la possibilità di considerarne gli effetti sulla deformabilità;
- permette la previsione di una eventuale riduzione o perdita dell'azione composta, dovuta a fenomeni di degradazione della connessione a taglio per carichi ciclici.

Il modello con connessione deformabile è una evoluzione del precedente modello a sei gradi di libertà. E' mantenuta valida l'ipotesi prima formulata di conservazione delle sezioni piane che vale ora separatamente sulle due parti componenti la struttura (Figura 5.9) per la presenza dello scorrimento relativo s . A tale ipotesi consegue l'unicità del valore della rotazione per l'intera sezione retta, descritta quindi dall'unico parametro ϕ .

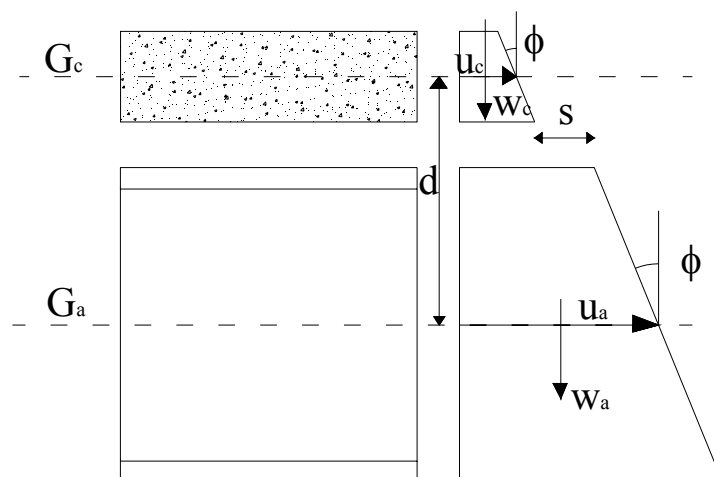


Figura 5.9 Validità dell'ipotesi di conservazione delle sezioni piane sulle due parti componenti la struttura composta.

E' inoltre esplicitamente formulata l'ipotesi di assenza di distacco tra profilato e soletta, intendendo con essa di assicurare la possibilità di scorrimenti relativi in senso longitudinale impedendo, però, la separazione tra i due materiali. Ne consegue la possibilità di utilizzare un unico parametro ($w=w_a=w_c$) per descrivere gli spostamenti in senso trasversale del nodo. Come mostrato nella Figura 5.10, per considerare gli scorrimenti relativi è stato introdotto un ulteriore grado di libertà per ogni nodo, rappresentante lo spostamento longitudinale del calcestruzzo all'interfaccia. Gli altri parametri di spostamento nodali sono quelli identificati per il modello precedente: traslazione lungo l'asse, traslazione ortogonale all'asse e rotazione, riferiti al baricentro geometrico dell'intera sezione composta (X_g). Il riferimento alla sezione geometrica è usuale nei codici di calcolo agli elementi finiti ed è indispensabile nella fase di generalizzazione del problema alle strutture a telaio (Bursi, Zandonini, 2000; Fabbrocino *et al*, 2000).

Per descrivere il comportamento meccanico della connessione ed introdurlo nel modello si dispongono due ulteriori pendoli, posizionati all'interfaccia tra acciaio e calcestruzzo in modo da trasmettere le forze tra i due materiali.

Il modello ha l'aspetto mostrato in Figura 5.10.

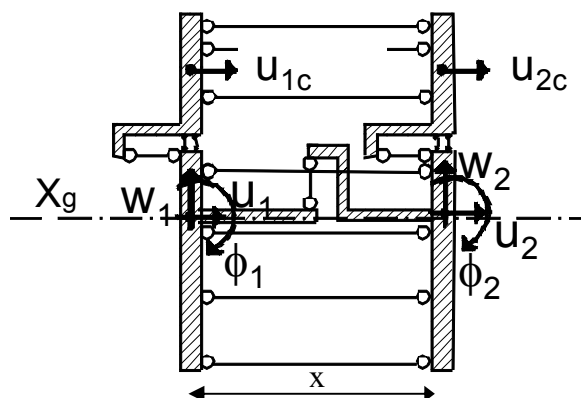


Figura 5.10 Modello con connessione deformabile trave-soletta (8 g.d.l.).

In definitiva, i due pendolini introdotti riproducono nel modello le caratteristiche della connessione tra profilo metallico e soletta in calcestruzzo.

In un generico tratto di trave, gli n connettori presenti lavorano in parallelo tra loro; il loro contributo complessivo alla rigidità della connessione ed alla trasmissione degli sforzi si ottiene, quindi, dalla somma dei singoli apporti. Nella discretizzazione del concio ad ognuno dei due pendolini è associata la metà dei connettori meccanici presenti nel tratto di trave modellato dal concio (Figura 5.11).

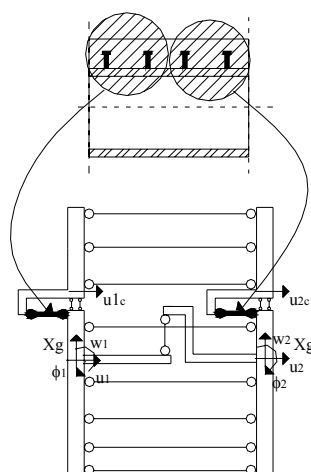


Figura 5.11 Pendoli modellanti ognuno gli $n/2$ connettori nel concio.

La rigidità elastica di ognuno dei due pendolini è poi assunta pari alla rigidità iniziale complessiva dei singoli $n/2$ connettori che uno stesso pendolino rappresenta, in accordo

con i risultati ed i suggerimenti presentati da numerosi autori in letteratura (Oehlers, Coughlan, 1986).

Assegnando un adeguato legame costitutivo a tali pendoli è possibile introdurre nel modello le caratteristiche riguardanti la connessione, quali:

- il danneggiamento e, quindi, la degradazione di rigidità al crescere dello scorrimento (Oehlers, Johnson, 1987);
- la degradazione del massimo sforzo trasmissibile in funzione del numero di cicli di carico effettuati e della loro ampiezza (Lee *et al.*, 2005).

5.4. LEGAMI COSTITUTIVI

Qualsiasi sia l'approccio scelto per affrontare la modellazione dell'elemento, l'utilizzo del metodo necessita di un'adeguata descrizione dei legami costitutivi dei materiali componenti la sezione. Il discorso può essere particolarizzato allo studio delle strutture composte acciaio-calcestruzzo.

Alla base del comportamento della struttura composta di acciaio-calcestruzzo, c'è, infatti, il comportamento dei singoli materiali e dei connettori; ovviamente, è necessaria un'accurata modellazione dei loro legami costitutivi per ottenere un'accurata modellazione dell'insieme.

5.4.1 Legami costitutivi dell'acciaio

Sulla base dei risultati presentati in alcuni studi (Capecchi *et al.*, 1980; Ciampi *et al.*, 1982; Filippou *et al.*, 1983) si può ritenere che tra i vari legami σ - ε proposti per l'acciaio, quello formulato originariamente da Giuffrè e Pinto (1970) e successivamente usato da Menegotto e Pinto (1973) sia un buon compromesso tra accuratezza ed efficienza numerica.

Tale legame, rappresentato in Figura 5.12, è espresso mediante la legge:

$$\bar{\sigma} = b\bar{\varepsilon} + \frac{(1-b)\bar{\varepsilon}}{(1+|\bar{\varepsilon}|^R)^{\frac{1}{R}}} \quad (5.21)$$

in cui, con ovvio significato dei simboli:

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{\sigma_y} \qquad \bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_y} \qquad (5.22)$$

per la curva di primo carico, e

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma - \sigma_i}{\sigma_y - \sigma_i} \qquad \bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon - \varepsilon_i}{\varepsilon_y - \varepsilon_i} \qquad (5.23)$$

per le curve di carico susseguenti la prima inversione.

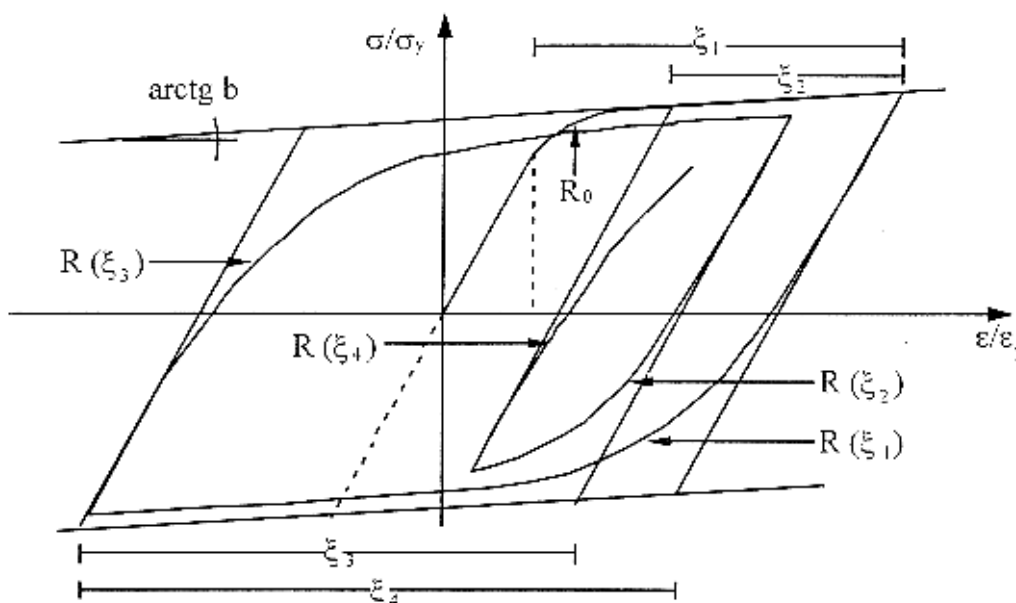


Figura 5.12 Legame costitutivo dell'acciaio (Giuffrè e Pinto, 1970).

La (5.21) rappresenta la curva di transizione tra due asintoti le cui direzioni sono individuate dalla schematizzazione bilineare della curva di primo carico.

Nelle precedenti relazioni i vari simboli hanno il seguente significato:

- σ_y, ε_y sono, rispettivamente, la tensione e la deformazione che corrispondono al punto in cui si incontrano i due asintoti relativi alla curva di primo carico, punto che può essere assimilato in prima approssimazione a quello di snervamento;
- σ_i, ε_i sono le coordinate del più recente punto di inversione del carico;
- b è il rapporto di incrudimento;
- R è un parametro che, in funzione della precedente escursione in campo plastico, determina la forma della curva di transizione tra i due asintoti consentendo una buona rappresentazione dell'effetto Bauschinger.

In particolare, R è valutato tramite l'espressione:

$$R = R_0 - \frac{a_1 \cdot \xi}{a_2 + \xi} \quad (5.24)$$

in cui R_0 è il valore del parametro R relativo alla curva di primo carico, da definire sperimentalmente insieme agli altri due parametri a_1 ed a_2 .

I valori proposti da Menegotto e Pinto (1973) sono i seguenti:

$$R_0 = 20; \quad a_1 = 18.5; \quad a_2 = 0.15 \quad (5.25)$$

Il parametro ξ che compare nella formula viene aggiornato per ciascun ramo di carico, calcolandolo come valore normalizzato della differenza fra le deformazioni plastiche residue in corrispondenza del punto corrente di inversione e del punto di massima o minima deformazione, a seconda che la tensione relativa al punto di inversione immediatamente precedente quello corrente sia, rispettivamente, positiva o negativa.

Le espressioni (5.21-5.23) risultano da sole sufficienti per descrivere cicli di carico piuttosto regolari (ad esempio, cicli di ampiezza crescente).

Al contrario, nel caso di storie irregolari, per ottenere una descrizione realistica del comportamento del materiale, occorre introdurre una serie di regole aggiuntive.

Come noto, per tener conto della precedente storia di carico, occorrerebbe memorizzare tutte le curve di ricarico rimaste incomplete, ovvero appartenenti a cicli non percorsi completamente.

Una tale rappresentazione non è però, sempre, praticabile.

Una rappresentazione semplificata che, comunque, non comporta una sensibile riduzione del grado di accuratezza è quella adottata da Capecchi *et al.* (1980), basata sulla memorizzazione dei parametri che definiscono le sole seguenti curve (Figura 5.13):

- “*skeleton curve*” o curva di sviluppo monotono;
- “*upper curve*”, ossia la curva ascendente originata dal punto di inversione corrispondente al minimo valore di ε ;
- “*lower curve*”, ossia la curva discendente originata dal punto di inversione corrispondente al massimo valore di ε ;
- “*current curve*”, originata dal più recente punto di inversione del carico.

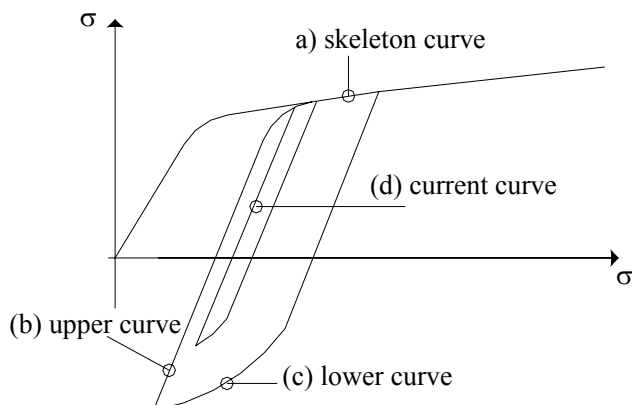


Figura 5.13 Curva caratteristica del legame costitutivo proposto da Capecchi *et al.*, 1980.

Nella generica fase di ricarica, la curva corrente (d) è seguita fino al punto in cui essa interseca la curva (b); quindi, si segue la curva (b) fino al punto di incontro con la curva (a) e successivamente viene percorsa quest'ultima.

Analogamente, nella generica fase di scarico, il percorso lungo la curva corrente (d) è limitato inferiormente dalle curve (c) ed (a).

Tale insieme di regole semplificate, a meno di casi particolari, riproduce con sufficiente accuratezza le curve "esatte" ottenibili mediante l'adozione di regole più numerose e complesse.

Il legame costitutivo appena illustrato, descrive accuratamente i principali fenomeni osservati sperimentalmente (ossia, incrudimento ed effetto Bauschinger), ma richiede la memorizzazione di un cospicuo numero di informazioni per ogni elemento cui è riferito.

L'adozione di legami semplificati del tipo elasto-plastico incrudente (Figura 5.14), pur fornendo una descrizione meno accurata, può consentire una celerizzazione della procedura di calcolo, riducendo notevolmente l'onere computazionale.

Adottando un legame del tipo elasto-plastico incrudente per schematizzare un elemento di acciaio sotto l'azione di carichi ciclici, si sovrastima la capacità di dissipazione isteretica del materiale.

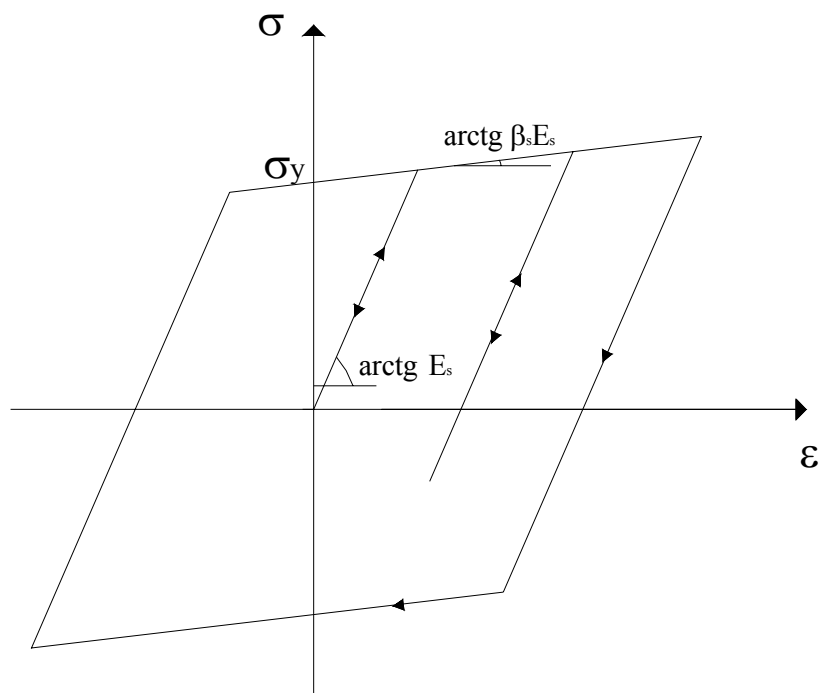


Figura 5.14 Legame elasto-plastico incrudente.

L'adozione di tale legame, almeno in prima istanza, è motivata dall'esigenza di non aumentare eccessivamente l'onere computazionale e dalla buona accuratezza dei risultati ottenuta nel calcolo.

Con l'uso di questo legame, è sufficiente memorizzare un limitato numero di parametri per ogni passo di analisi.

Le escursioni in campo plastico, associate alla ciclicità della storia di carico, impongono, comunque, la memorizzazione dei parametri necessari a definire il percorso di carico seguito, essendo la storia tensionale plastica funzione del percorso.

Successivamente, all'interno del codice di calcolo si implementa il legame formulato da Menegotto e Pinto al fine di migliorare l'accuratezza delle curve numeriche.

5.4.2 Legami costitutivi del calcestruzzo

La modellazione fedele del comportamento del calcestruzzo soggetto a storie di carico generiche presenta numerose difficoltà, soprattutto in presenza di stati tensionali pluriassiali.

La formulazione di un modello analitico in grado di contemplare le varie situazioni possibili implicherebbe l'introduzione di un gran numero di parametri, la cui esatta taratura, data la notevole dispersione statistica delle proprietà del calcestruzzo, risulterebbe

molto difficile; inoltre, la presenza di armature principali o di confinamento può modificare sostanzialmente le proprietà stesse del calcestruzzo.

Il modello ideale di cui è opportuno disporre deve essere in grado di descrivere con sufficiente accuratezza i fenomeni legati al comportamento del materiale: degradazione delle caratteristiche meccaniche, dissipazione di energia per isteresi, apertura di fessure e loro eventuale chiusura con insorgenza delle tensioni di contatto.

Varie espressioni analitiche sono state proposte per simulare le curve sperimentali ottenute per provini di forma cubica sottoposti a carichi monoassiali di tipo monotono o ciclico, tenendo conto in alcuni casi dell'effetto del confinamento (Bolong *et al.*, 1981; Scott *et al.*, 1982; Sheikh *et al.*, 1982).

Il modello proposto da Bolong *et al.* (1981), sulla base di prove sperimentali effettuate su travi in c.a., si distingue da molti altri disponibili in letteratura, oltre che per le differenti espressioni analitiche, soprattutto per la possibilità di tenere conto dell'insorgenza delle tensioni da contatto dovute alla progressiva chiusura delle fessure. Va osservato, però, che detto modello è stato formulato riferendosi a cicli deformativi alternati di ampiezza non decrescente. Pertanto l'estensione a storie di carico generiche non è da considerarsi immediata, richiedendo indagini sperimentali più estese.

Si riportano di seguito le equazioni delle curve che descrivono i vari rami di carico:

- curve inviluppo di primo carico:

$$\sigma = \frac{2\sigma_0\varepsilon}{\varepsilon + \varepsilon_0} \quad \varepsilon \leq \varepsilon_0 \quad (5.26)$$

$$\sigma = \sigma_0 \left\{ 1 - [200(\varepsilon - \varepsilon_0)]^2 \right\} \quad \varepsilon_0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_1 \quad (5.27)$$

$$\sigma = 0.3\sigma_0 \quad \varepsilon_1 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_u \quad (5.28)$$

- curve relative alla fase di scarico:

$$\sigma = \sigma_i \frac{\varepsilon - 0.2\varepsilon_1}{1.8\varepsilon_i - \varepsilon} \quad \text{per } \varepsilon_i \leq \varepsilon_0 \quad (5.29)$$

$$\sigma = \sigma_i \frac{2\varepsilon - \varepsilon_1}{3\varepsilon_i - 2\varepsilon} \quad \text{per } \varepsilon_i > \varepsilon_0 \quad (5.30)$$

- curve relative alla fase di ricarica:

$$\sigma = \sigma_n \left(1 - \frac{2\varepsilon}{\varepsilon + \varepsilon_r} \right) \quad \text{per } \varepsilon_r \leq \varepsilon \leq 0 \quad (5.31)$$

$$\sigma = \sigma_n \left(1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right) + \sigma_0 \frac{2\varepsilon}{\varepsilon + \varepsilon_0} \quad \text{per } \varepsilon_r \leq \varepsilon \text{ e } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_0 \quad (5.32)$$

$$\sigma = \sigma_n \left(1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right) + \sigma_i \frac{2\varepsilon}{\varepsilon + \varepsilon_i} \frac{2\varepsilon_0}{\varepsilon_0 + \varepsilon_1} \quad \text{per } \varepsilon_i \leq \varepsilon_0 \text{ e } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_0 \quad (5.33)$$

Il significato dei simboli che compaiono nelle formule (5.26)-(5.33) è deducibile dalla Figura 5.15.

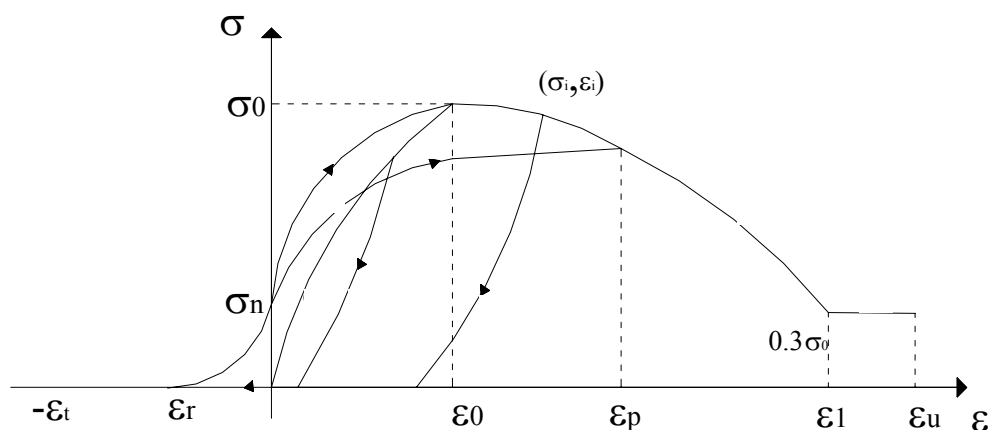


Figura 5.15 Legame costitutivo per il calcestruzzo; Bolong *et al.* (1981).

In particolare, con riferimento alle (5.26)-(5.33), la deformazione ε_r in corrispondenza della quale iniziano a manifestarsi gli effetti di contatto, e la tensione di contatto σ_n corrispondente ad $\varepsilon=0$ sono valutate, rispettivamente, con le seguenti equazioni:

$$\varepsilon_r = -|\varepsilon_t|_{\max} \left(0.1 - \frac{0.9\varepsilon_0}{\varepsilon_0 + |\varepsilon_t|_{\max}} \right) \quad (5.34)$$

$$\sigma_n = 0.3\sigma_0 \left[2 + \frac{\frac{|\varepsilon_r| - 4}{\varepsilon_0}}{\frac{|\varepsilon_r| + 4}{\varepsilon_0}} \right] \quad (5.35)$$

avendo indicato con $|\varepsilon_t|_{\max}$ il massimo allungamento percentuale.

Si osservi che, in accordo con quanto rilevato sperimentalmente anche da altri autori (Morita *et al.*, 1979), i valori di ε_r e σ_n risultano crescenti con l'aumentare di $|\varepsilon_t|_{\max}$, anche se in misura sempre meno accentuata. Le tensioni e le deformazioni che compaiono nelle equazioni sono da intendersi come valori medi nell'elemento di calcestruzzo considerato.

Come si evince dalla Figura 5.15, la curva di involuppo di primo carico, analogamente ad altri modelli citati, è costituita dall'usuale rappresentazione in tre tratti (equazioni 5.26, 5.27, 5.28).

Nella fase di scarico il percorso segue la (5.29) o la (5.30), a seconda che la deformazione ε_i corrispondente al punto di inversione del carico risulti, rispettivamente, minore o maggiore della deformazione ε_0 corrispondente alla tensione massima σ_0 .

Nella fase di ricarico, dopo aver attinto il massimo allungamento percentuale $|\varepsilon_t|_{\max}$, gli effetti del contatto locale dovuti alla progressiva chiusura delle fessure vengono messi in conto a partire dal valore ε_r della deformazione (5.34). Viene seguito, secondo l'equazione (5.31), un primo ramo di carico fino a raggiungere, per $\varepsilon=0$, il valore della tensione σ_n fornito dalla (5.35). Proseguendo nella fase di ricarico, viene percorso uno dei due rami descritti dalle (5.32) e (5.33), a seconda che il valore ε_i relativo alla precedente fase di scarico sia, rispettivamente, non maggiore o non minore di ε_0 ; tali rami si intendono limitati dalla curva di involuppo di primo carico, alla quale ci si deve riferire per ulteriori incrementi di deformazione.

Un legame costitutivo descritto da leggi più semplici è il cosiddetto “modello Kent e Park modificato” (Kent e Park, 1971; Scott *et al.*, 1982). La curva di involuppo monotono (Figura 5.16), rappresentativa del comportamento del calcestruzzo compresso, è descritta dalle relazioni:

$$\sigma_c = k \cdot f_c \cdot \left[2 \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^2 \right] \quad \text{per} \quad \varepsilon_c < \varepsilon_0 \quad (5.36)$$

$$\sigma_c = k \cdot f_c [1 - z(\varepsilon_c - \varepsilon_0)] \geq 0.2k \cdot f_c \quad \text{per} \quad \varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_u \quad (5.37)$$

dove $\varepsilon_0=0.002 \cdot k$ è la deformazione del calcestruzzo corrispondente alla tensione massima $k \cdot f_c$, essendo f_c la resistenza cilindrica del calcestruzzo compresso e k un fattore che tiene conto dell'incremento di resistenza dovuto al confinamento dato dall'armatura trasversale ed esprimibile come:

$$k = 1 + \frac{\rho_s f_{yh}}{f_c} \quad (5.38)$$

in cui ρ_s è il rapporto tra il volume di armatura di confinamento ed il volume del calcestruzzo confinato nel perimetro esterno della staffa; f_{yh} è la tensione di snervamento delle staffe.

La pendenza del ramo degradante della curva di involucro è definita dall'espressione:

$$z = 0.5 \left(\frac{3 + 0.29f_c}{145f_c - 1000} + 0.75\rho_s \sqrt{\frac{p}{\Delta s}} - 0.002k \right)^{-1} \quad (5.39)$$

in cui la tensione f_c è espressa in Mpa, p indica la larghezza del nucleo di calcestruzzo confinato, misurata all'esterno della staffa, e Δs è il passo longitudinale delle staffe. La pendenza del ramo di scarico è definita dal valore della deformazione ε_{cp} in corrispondenza dell'asse $\sigma_c=0$. I valori assunti per ε_{cp} sono:

$$\varepsilon_{cp} = 0.145 \frac{\varepsilon_{ci}^2}{\varepsilon_{c0}} + 0.13 \varepsilon_{ci} \quad \text{per} \quad \varepsilon_{ci} < 2\varepsilon_{c0} \quad (5.40)$$

$$\varepsilon_{cp} = 0.707(\varepsilon_{ci} - 2\varepsilon_{c0}) + 0.84\varepsilon_{c0} \quad \text{per} \quad \varepsilon_{ci} \geq 2\varepsilon_{c0} \quad (5.41)$$

dove ε_{ci} è il valore della deformazione nel punto di inversione precedente.

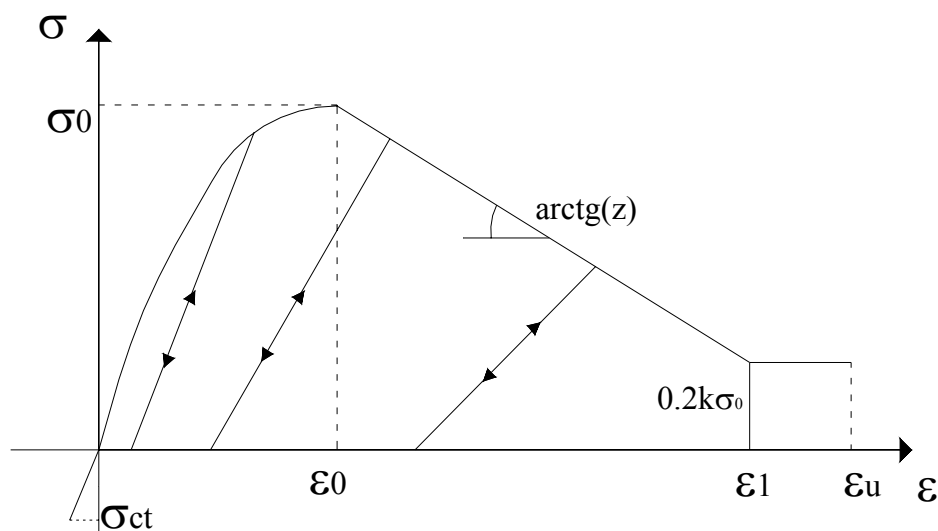


Figura 5.16 Legame costitutivo per il calcestruzzo; (Kent e Park, 1971; Scott, 1982).

Per il calcestruzzo, nelle analisi monotone, si è adottato il “modello Kent e Park modificato” (Kent e Park, 1971; Scott *et al.*, 1982), che ha la caratteristica di richiedere la memorizzazione di pochi dati e fornire ugualmente una risposta accurata del legame. Nell’implementazione utilizzata il legame non fornisce resistenza a trazione.

5.4.3 Legame di interazione trave-soletta

Le relazioni analitiche, disponibili in letteratura, per la modellazione del legame di interazione tra profilo metallico e soletta in calcestruzzo sono, quale diretta conseguenza dei complessi fenomeni descritti al precedente capitolo 3, numerose e diversificate.

Ogni relazione è specificatamente sviluppata per il tipo di caratteristiche meccaniche del connettore cui è affidato il compito della trasmissione delle forze all’interfaccia.

Nel prosieguo si farà generalmente riferimento alla tipologia di connettore a piolo saldato con testa.

La formula generale, utilizzata per la modellazione del legame costitutivo relativo al caso di caricamento monotono dei connettori a piolo saldato e munito di testa (“*welded headed stud*”) è, quella proposta da Ollgaard *et al.* (1971):

$$P = P_{\text{Max}} \left(1 - e^{-\beta_c \cdot s}\right)^{\alpha_c} \quad (5.42)$$

in cui P_{Max} è il massimo carico attribuibile al singolo connettore, determinato sperimentalmente, mentre gli esponenti α_c e β_c sono parametri sperimentali caratteristici del tipo di connettore, s è lo scorrimento all'interfaccia.

Sulla base della formula citata, numerosi autori hanno determinato i coefficienti α_c e β_c per molteplici geometrie di connettore a piolo (Johnson e Molenstra, 1991).

La Figura 5.17 mostra il legame costitutivo, tra lo scorrimento (*slip*) e la forza trasmessa (Q), per il connettore a piolo con testa ottenuto dalla relazione (5.42) per valori di $\alpha_c=0.45$ e $\beta_c=0.8$.

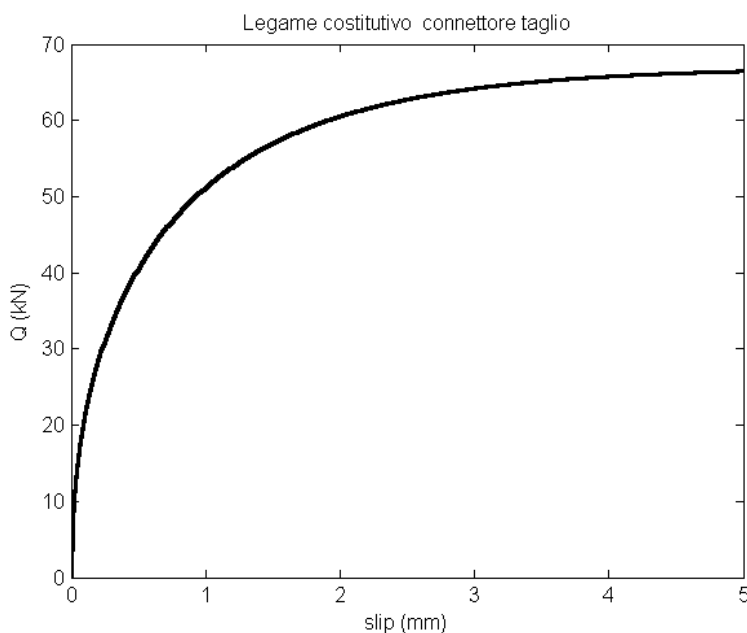


Figura 5.17 Legame costitutivo per il connettore a taglio (Ollgaard *et al.*, 1971).

Per simulare il comportamento del connettore soggetto a carico ciclico è necessario definire una storia di carico standard a cui sottoporre il provino, poiché, come evidenziato precedentemente, soprattutto nei test che considerano un basso numero di cicli, la scelta della sequenza di carico assume un ruolo determinante nella risposta.

Le relazioni determinate nelle prove di fatica a basso numero di cicli sono valide, a rigore, solo per cicli di carico di ampiezza costante o crescenti in modo regolare.

Alcune sperimentazioni (Hwang e Scribner, 1984), comunque, mostrano come la degradazione di resistenza e di rigidità sia legata alle ampiezze massime di ciascun ciclo ma sia pressoché indipendente dalla sequenza con cui gli spostamenti piccoli e grandi sono applicati.

Indipendentemente dalla storia di spostamento imposta, il comportamento del connettore presenta alcuni caratteri invarianti, che, quindi, devono essere riprodotti dal legame

numerico; tra essi, la riduzione di resistenza e di rigidezza della connessione al procedere dell'analisi, dovuta allo snervamento ed alla fatica del piolo ed alla nascita e propagazione di microfratture nel calcestruzzo.

Un modello numerico accurato deve essere, quindi, in grado di descrivere la degradazione di rigidezza e di resistenza al procedere dei cicli di carico senza risultare, però, computazionalmente troppo oneroso. La letteratura scientifica propone numerosi esempi; il modello numerico sviluppato da Deng *et al.* (2000), ad esempio, simula con grande accuratezza, ma al costo di un elevato impegno computazionale, il comportamento sperimentale.

Un modello di interesse è quello proposto da Geoff Taplin & Paul Grundy (2000), la cui rappresentazione nel piano forza-scorrimento (indicate nel grafico come *load-slip*) è riportata in Figura 5.18 (linea continua) assieme alla curva sperimentale (punteggiata) per un connettore a piolo con testa.

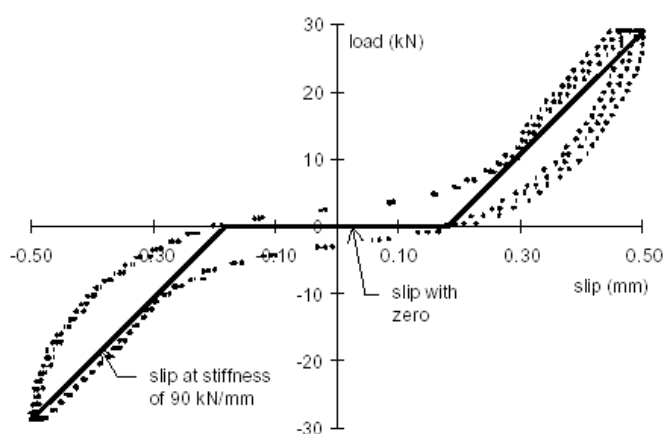


Figura 5.18 Relazione costitutiva proposta da Geoff e Taplin (2000) (linea continua) e risultati sperimentali.

La rappresentazione di Figura 5.19 mostra la nascita ed il propagarsi delle microfratture nell'intorno del piolo.

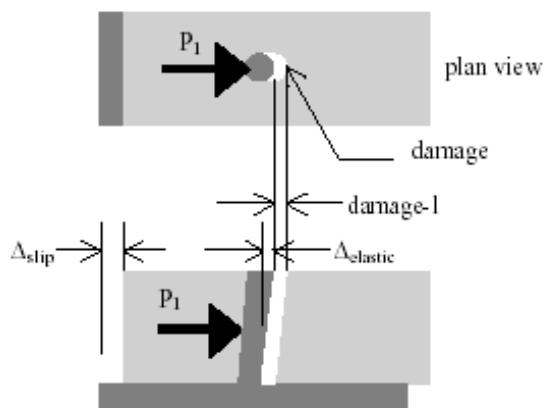


Figura 5.19 Nascita e propagazione di microfratture (Geoff Taplin & Paul Grundy, 2000).

Un altro modello, più semplice, in grado di modellare le caratteristiche fondamentali del legame, è quello disponibile nella libreria di funzioni del codice di calcolo DRAIN-3DX (Campbell *et al.*, 1994), riportato in Figura 5.20.

Tale modello è stato utilizzato per le analisi numeriche relative alle prove di carico cicliche.

Il modello è del tipo elasto-plastico bilineare, con rigidità iniziale K ; presenta rigidità nulla nelle prime fasi di ricarico, fino a raggiungere il valore di scorrimento residuo (S_{res}), al fine di considerare il danneggiamento meccanico della connessione all'interfaccia tra connettore e soletta in cls e l'insorgenza di microfratture.

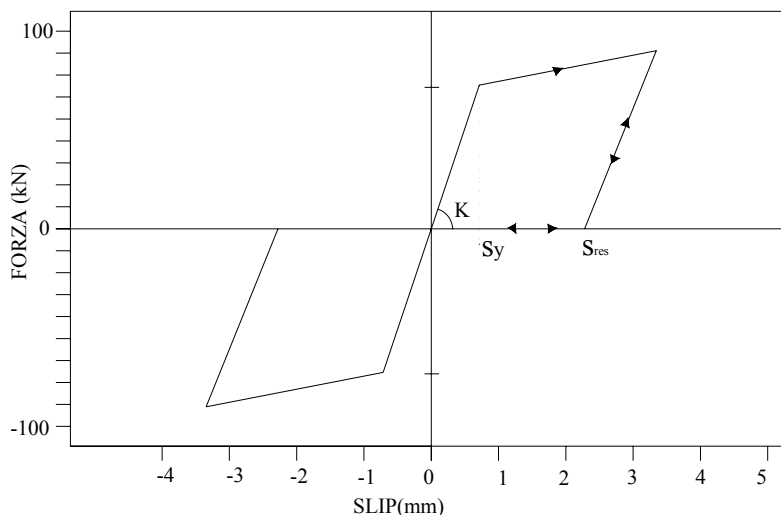


Figura 5.20 Legame costitutivo per il connettore a taglio (Campbell *et al.*, 1994).

L'onere computazionale richiesto è basso, data la necessità di memorizzare pochi parametri relativi al ciclo di carico.

La sua taratura in funzione del tipo meccanico di connettore è legata a pochi parametri. Al vantaggio della semplicità e del basso onere computazionale si associa, in negativo, il problema della mancanza, al suo interno, dei fenomeni di degradazione della risposta al procedere dei cicli di carico e scarico.

Con l'obiettivo di inserire nella procedura di analisi anche tale fenomeno, è stata poi implementata una variante al modello appena esposto.

Con l'introduzione di tale variante, il modello comprende, come mostrato nella Figura 5.21, al crescere del numero di cicli e comunque al crescere dello scorrimento di interfaccia oltre un prefissato valore, un ramo discendente per la relazione forza-scorrimento.

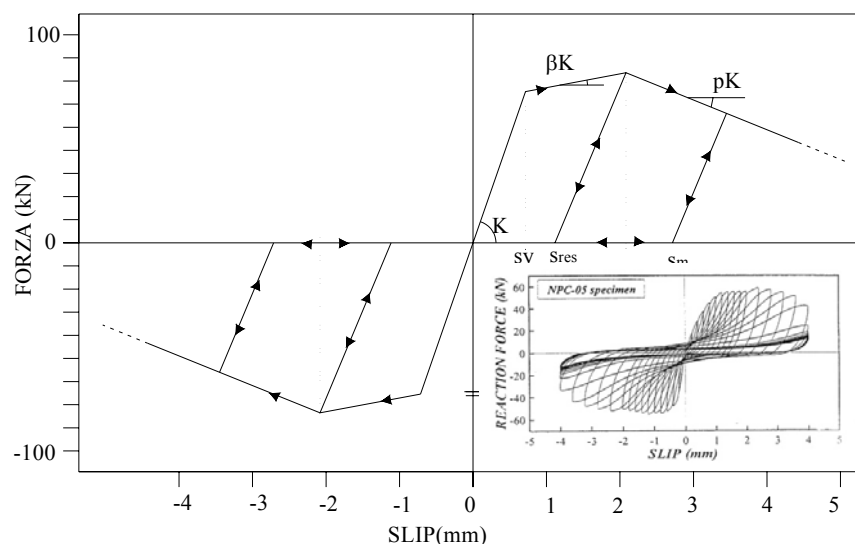


Figura 5.21 Legame costitutivo degradante implementato per il connettore a taglio e curva sperimentale da simulare (Bursi, 2000).

Tale modello, dopo apposita taratura, è in grado di approssimare adeguatamente il comportamento sperimentale del connettore a piolo in base al quale viene tarato sotto cicli di carico e scarico di elevata ampiezza.

5.5. PROCEDURA DI ANALISI AL PASSO

Il modello proposto nel presente lavoro è inserito all'interno di un codice di calcolo per l'analisi ciclica non lineare, sviluppato in linguaggio MATLAB®.

La versatilità del linguaggio di programmazione ha permesso di sviluppare un codice di calcolo flessibile, facilmente adattabile alle varie versioni sviluppate per l'elemento finito. Le fasi attraverso cui si sviluppa l'analisi sono le seguenti:

- inserimento dati di input ed elaborazione preliminare
- definizione delle procedure di assemblaggio
- predisposizione delle strutture dati (matrici e vettori, in cui, successivamente, allocare i dati)
- analisi incrementale iterativa
- estrazione dei risultati.

Dopo aver effettuato le operazioni preliminari, si prosegue predisponendo le strutture dati necessarie all'analisi al passo.

La fase successiva è quella che caratterizza il codice e governa le procedure di analisi ciclica non lineare.

L'analisi ciclica è effettuata determinando una successione di "configurazioni di equilibrio" ($\underline{u}^{(i)}$). L'approccio seguito è di tipo incrementale: nota la generica configurazione di equilibrio $\underline{u}^{(k)}$, si determina quella successiva $\underline{u}^{(k+1)}$. Il percorso di equilibrio è ricostruito poi per interpolazione dei punti trovati.

La strategia adottata ricade nei metodi incrementali-iterativi, in cui si considera, partendo dal punto noto $\underline{u}^{(k)}$, una stima iniziale della soluzione successiva $\underline{u}^{(k+1)}$ (fase *predictor*) e successivamente, definito un residuo all'equilibrio r_j , si opera un procedimento che migliori la stima iniziale della soluzione fino a che una opportuna misura del residuo, r , risulti minore di una tolleranza fissata ε (fase *corrector*).

La fase *corrector* produce una sequenza $\underline{u}_0, \underline{u}_1, \dots, \underline{u}_j$, dove l'indice j identifica il j -esimo passo di iterazione, con la proprietà che:

$$\|r_0\| > \|r_1\| > \dots > \|r_j\| \quad (5.43)$$

In un generico metodo iterativo la soluzione al passo $j+1$ è determinata a partire da quella al passo precedente \underline{u}_j utilizzando una relazione $\underline{u}_{j+1} = f(\underline{u}_j)$ che qualifica il metodo stesso.

Tra i metodi classici si colloca il metodo di Newton-Raphson, esso assume come funzione di iterazione l'espressione ottenuta imponendo l'annullarsi dell'approssimazione al primo ordine del residuo:

$$\underline{r}_{j+1} = \underline{r}_j + \left[\frac{d\underline{r}}{d\underline{u}} \right]_{\underline{u}=\underline{u}_j} (\underline{u}_{j+1} - \underline{u}_j) + O(\|\underline{u}_{j+1} - \underline{u}_j\|^2) = 0 \quad (5.44)$$

Trascurando i termini dal secondo ordine in poi, si ottiene infatti:

$$\underline{u}_{j+1} = f[\underline{u}] = \underline{u}_j - \left[\frac{d\underline{r}}{d\underline{u}} \right]_{\underline{u}=\underline{u}_j}^{-1} \cdot \underline{r}_j = \underline{u}_j - \underline{K}_j^{-1} \underline{r}_j \quad (5.45)$$

Riguardo le proprietà di convergenza, si può dimostrare che, se il valore di inizio iterazione $u_0 = u^{(k)}$ è sufficientemente vicino alla soluzione esatta $\underline{u}^{(k+1)}$, il metodo è localmente convergente in modo almeno quadratico.

Lo schema puro del metodo Newton-Raphson è computazionalmente oneroso, prevedendo l'utilizzo, in ogni *loop*, della matrice \underline{K} aggiornata.

Il metodo di analisi utilizzato nel presente lavoro è il metodo Newton-Raphson modificato che si presenta come variante del metodo puro, proponendo l'utilizzo quale matrice di iterazione la matrice costante $\underline{\tilde{K}}$, modificando quindi la (5.44) nel modo seguente:

$$\underline{u}_{j+1} = f[\underline{u}] = \underline{u}_j - \left[\frac{d\underline{r}}{d\underline{u}} \right]_{\underline{u}=\underline{u}_j}^{-1} \cdot \underline{r}_j = \underline{u}_j - \underline{\tilde{K}}_j^{-1} \underline{r}_j \quad (5.46)$$

La matrice $\underline{\tilde{K}}$ è costante nei loops necessari per passare dalla configurazione di equilibrio iniziale $\underline{u}^{(k)}$ alla configurazione successiva $\underline{u}^{(k+1)}$. Il metodo iterativo così strutturato richiede, a parità di tolleranza sul residuo, un numero di iterazioni maggiore poiché la convergenza diviene lineare.

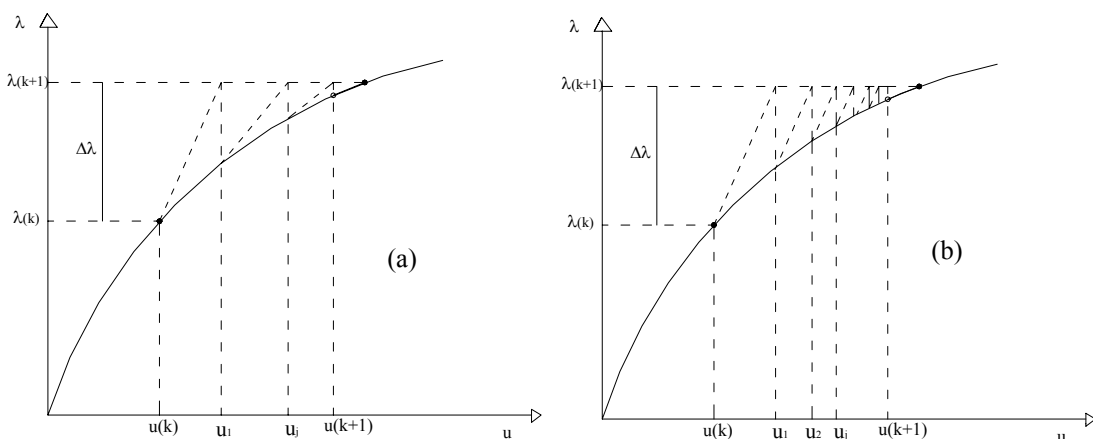


Figura 5.22 Iterazioni nel metodo di Newton-Raphson (a) e in quello di Newton-Raphson modificato (b) nel piano λ (parametro di carico) - u (configurazione di equilibrio).

Numerose sono le strategie miranti a ridurre l'impegno computazionale:

- l'ampiezza del passo di analisi può essere determinata in funzione della nonlinearità del percorso di carico
- l'aggiornamento della matrice di iterazione può essere effettuato quando il numero di iterazioni effettuate per determinare il punto successivo tende ad aumentare eccessivamente
- la soluzione di inizio iterazione può essere determinata per estrapolazione dalle precedenti.

L'implementazione utilizzata nel codice prevede l'aggiornamento della matrice di iterazione (inizialmente assunta come l'inversa della matrice elastica) quando il numero di iterazioni effettuate per determinare il punto di equilibrio successivo supera un valore prestabilito.

La matrice di iterazione è, in tal caso, ricalcolata come:

$$\underline{\underline{H}} = \left\{ (1 - \xi) \underline{\underline{K}}_E + \xi \cdot \underline{\underline{K}}_T \right\}^{-1} \quad (5.47)$$

in cui si assume:

$$0 \leq \xi \leq 0.5 \quad (5.48)$$

con $\underline{\underline{K}}_E$ matrice elastica e $\underline{\underline{K}}_T$ matrice di rigidità tangente della struttura discretizzata.

Il calcolo di $\underline{\underline{K}}_T$ è effettuato approssimandola alla matrice secante :

$$\underline{\underline{K}}_T^{(k)} = \frac{\underline{\underline{S}}^{(k)} - \underline{\underline{S}}^{(k-1)}}{\underline{\underline{u}}^{(k)} - \underline{\underline{u}}^{(k-1)}} \quad (5.49)$$

I metodi descritti sono basati, in generale, sul controllo del processo in termini del parametro di carico λ . Seguendo tale modalità, essi, tuttavia, non sono in grado di seguire efficacemente l'analisi nelle zone "critiche" del percorso di equilibrio. La soluzione più comune da adottare in tal caso è quella di procedere per incrementi di spostamento.

Si assegna l'incremento di una assegnata componente di spostamento e si determina, all'interno di un processo iterativo alla Newton-Raphson, il relativo parametro di carico e le rimanenti componenti di spostamento.

Questa strategia iterativa è stata adottata nel presente lavoro per seguire il comportamento della struttura anche nelle zone in cui il comportamento è marcatamente plastico. In tal caso la curva di equilibrio presenta un'inclinazione che progressivamente si riduce.

È stato possibile, data la geometria degli assemblaggi test, identificare una componente di spostamento nodale per la quale imporre la storia di variazione desiderata ed in funzione della quale ricavare la risposta dell'intera struttura. Alcuni esempi applicativi sono mostrati nella Figura 5.23.

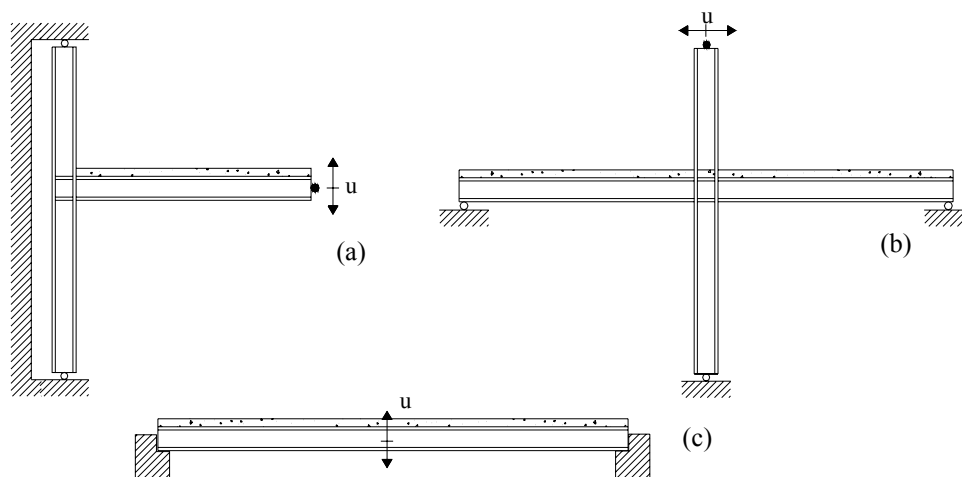


Figura 5.23 Identificazione del possibile spostamento di controllo per varie configurazioni assunte per le prove effettuate.

Per un assegnato incremento di spostamento, l'analisi iterativa segue lo schema descritto nel seguito.

Definiti il vettore di spostamenti nodali globali della struttura (\underline{u}), l'indice che scorre sugli elementi (i), l'indice del passo di carico (k), le operazioni sono le seguenti:

1. definizione della stima attuale del vettore di spostamento globale \underline{u} ;
2. per ogni elemento i della struttura, estrazione del vettore di spostamento nodale locale \underline{u}_i di dimensione $[6 \times 1]$ o $[8 \times 1]$ a seconda del modello;
3. per ogni elemento i , calcolo del vettore \underline{dp}_i di variazione di lunghezza dei pendoli modellanti le fibre del concio;
4. per ogni elemento i , calcolo del vettore di deformazione \underline{eps}_i dei pendolini;
5. per ogni elemento i , calcolo della tensione (risposta unitaria) dei singoli pendoli, introducendo le deformazioni attuali nelle leggi costitutive;
6. per ogni elemento i , calcolo del vettore \underline{Rp}_i di reazione interna dei pendoli, ottenuto considerando la tensione (risposta unitaria) e l'area associata;
7. per ogni elemento i , calcolo del vettore di risposta strutturale \underline{s}_i del concio per gli spostamenti nodali assegnati ed assemblaggio nel vettore di risposta globale \underline{S} ;
8. calcolo del residuo corrente all'equilibrio operando sui vettori globali;

9. aggiornamento del vettore di spostamento globale \underline{u} con l'applicazione della matrice di iterazione sul vettore di residuo;
10. controllo sulla condizione di tolleranza sul residuo per stabilire se reiterare il ciclo o consolidare il vettore \underline{u} attuale quale soluzione del passo di analisi.

Il processo si ripete per l'intera storia di spostamento assegnata, percorsa secondo gli incrementi stabiliti della componente di spostamento. L'intero ciclo è riportato, con riferimento alla simbologia introdotta in precedenza, nella Figura 5.24.

L'ultima fase di elaborazione è quella di estrazione dei risultati numerici dell'analisi.

I dati a disposizione premettono di ricostruire tutte le informazioni relative all'analisi svolta: dalle curve di isteresi carico-spostamento alla storia tensionale e deformativa dei singoli pendoli degli elementi della struttura, alle informazioni relative alla convergenza nei singoli cicli.

La conservazione dei risultati è effettuata in forma vettoriale e matriciale e la loro elaborazione è effettuata con gli strumenti forniti dal linguaggio di programmazione per ottenere le rappresentazioni grafiche di interesse.

Una descrizione dettagliata del codice di calcolo è riportata in Appendice.

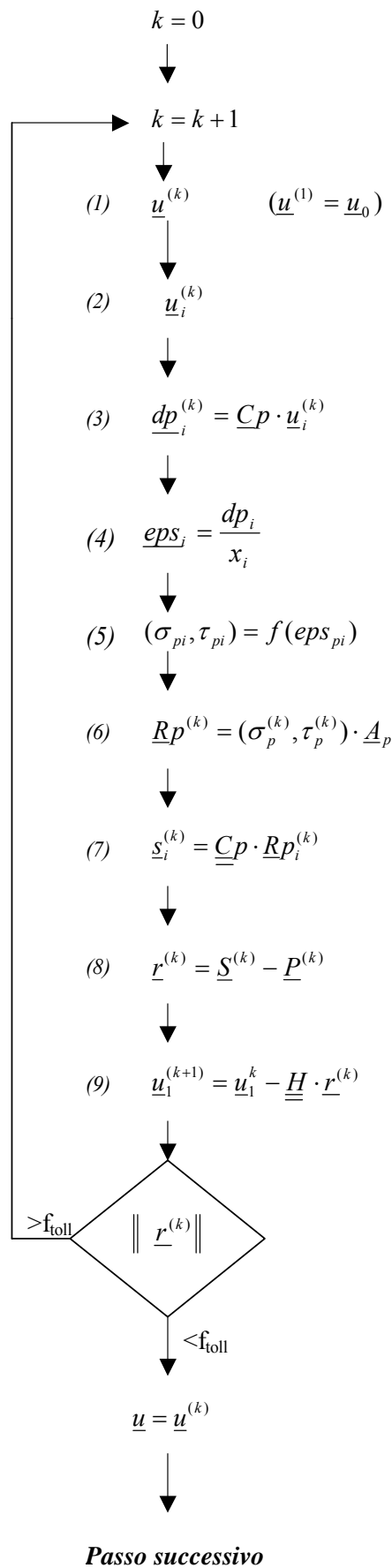


Figura 5.24 Sequenza di operazioni effettuate all'interno del singolo incremento di carico.

6. ANALISI DEI RISULTATI NUMERICI

6.1 PREMESSA

Nel presente capitolo vengono dapprima riportati alcuni confronti tra i risultati ottenibili dalla simulazione numerica con il modello proposto e quelli di prove sperimentali di strutture disponibili nella letteratura scientifica.

I confronti numerico-sperimentali condotti permettono di validare la procedura numerica e valutare la capacità del modello numerico proposto di simulare adeguatamente la risposta sperimentale.

Successivamente, l'attenzione viene rivolta allo studio di alcuni aspetti della risposta strutturale attraverso l'uso del modello proposto in una serie di analisi parametriche.

6.2 STRUTTURA TEST (TRAVE): PROVA SPERIMENTALE MONOTONA

I dati sperimentali utilizzati per convalidare il modello numerico e per definirne l'accuratezza si riferiscono ad una trave semplicemente appoggiata testata da Chapman e Balakrishnan presso l'Imperial College di Londra. (Chapman e Balakrishnan, 1964).

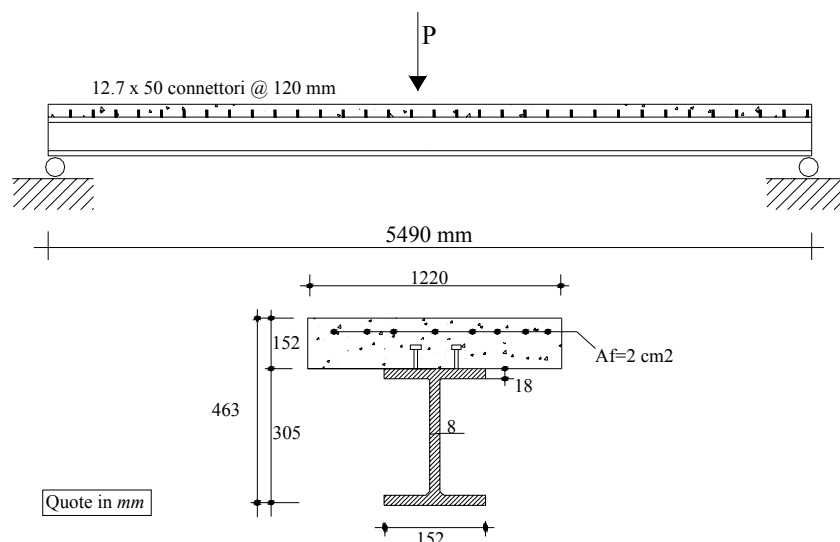


Figura 6.1 Caratteristiche geometriche della struttura test (Chapman e Balakrishnan, [1964]).

La trave ha una campata di 5490 mm, il profilo d'acciaio, a doppia T, ha una altezza di 305 mm ed è sormontato da una soletta in calcestruzzo di 152 mm di spessore.

Le caratteristiche geometriche della struttura sono mostrate nella Figura 6.1 e sono riportate in dettaglio nella Tabella 6.1.

LUNGHEZZA (mm)	5490
SOLETTA IN CLS: SPESSORE (mm)	152,4
SOLETTA IN CLS: LARGHEZZA (mm)	1220
PROFILO METALLICO: TIPO SEZIONE	12"x6"x44 lb/ft
PROFILO METALLICO: AREA (mm ²)	8400
CONNETTORI A TAGLIO: DIMENSIONE	12,7 x 50
CONNETTORI A TAGLIO: DISTRIBUZIONE	UNIFORME A COPPIA
CONNETTORI A TAGLIO: NUMERO	100
ARMATURA LONGITUDINALE SOLETTA: SUPERIORE (mm ²)	200
ARMATURA LONGITUDINALE SOLETTA: INFERIORE (mm ²)	200

Tabella 6.1 Caratteristiche geometriche della struttura test (Chapman e Balakrishnan, 1964).

La trave è soggetta ad un carico concentrato in mezzera.

La connessione, a completo ripristino, tra acciaio e calcestruzzo è assicurata da una serie di connettori a piolo saldato con testa del diametro di 12.7 mm e altezza di 50 mm, disposti a coppia ad interasse di 120 mm.

La Tabella 6.2 raccoglie le informazioni relative alle proprietà dei materiali componenti la struttura test ed i valori dei coefficienti caratterizzanti la relazione costitutiva carico-scorrimento per i connettori a piolo con testa. Tali valori derivano dalle prove sperimentali

che gli stessi autori hanno condotto sulla tipologia di connettori utilizzata nella trave (Chapman e Balakrishnan, 1964).

calcestruzzo	Resistenza a compressione (MPa)		32.7
	Resistenza a trazione (MPa)		3
acciaio	Tens. Snervamento f_y (MPa)	flange	250
		anima	297
	Tens. Ultima f_u	flange	465
		anima	460
	Deform. Ultima ϵ_u	flange	0.0903
		anima	0.0657
	Modulo Elastico E_s (MPa)		206000
	Mod. Elastico ramo inrudente E_{sh} (MPa)		3500
Acciaio armatura cls f_y (MPa)		320	
Connettori	Resistenza singolo connettore Q_u (kN)		66
	Parametri curva connettore	β	0.8
		α	0.45

Tabella 6.2 Proprietà dei materiali della struttura test (Chapman e Balakrishnan, 1964).

6.3 CONFRONTO NUMERICO-SPERIMENTALE (TRAVE)

6.3.1 Influenza della suddivisione in elementi

La prima serie di analisi numeriche è finalizzata allo studio dell'influenza che può avere sull'accuratezza una diversa suddivisione della struttura continua in elementi.

La prova è stata effettuata considerando una suddivisione della sezione retta in dodici fibre, come mostrato dalla Figura 6.2, e variando la discretizzazione della struttura a in elementi.

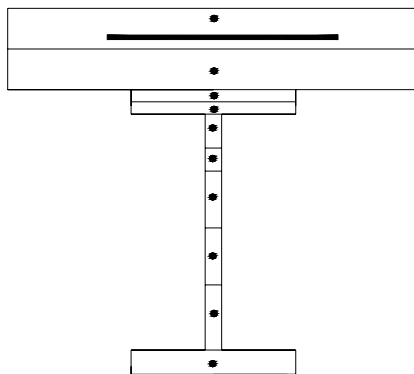


Figura 6.2 Suddivisione della sezione retta in 12 fibre.

L'analisi è eseguita ad incremento di spostamento, imponendo allo spostamento verticale del nodo di mezzeria la serie di valori desiderata.

Lo spostamento massimo raggiunto, in accordo con la prova sperimentale, è di 80 mm, il passo scelto per l'analisi prevede incrementi di 0.2 mm.

La Figura 6.3 mostra in ascisse il passo di analisi ed in ordinata lo spostamento assegnato (w).

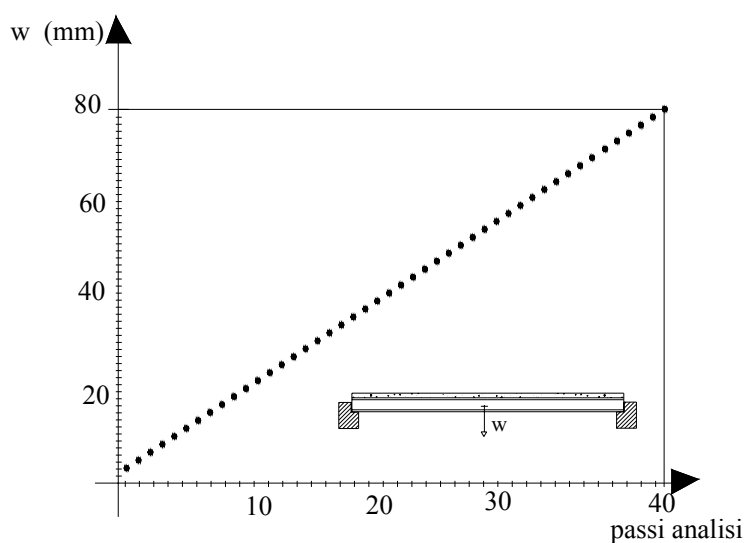


Figura 6.3 Storia di spostamento assegnata alla struttura nell'analisi numerica.

La Figura 6.4 mostra le diverse suddivisioni considerate per la struttura; in particolare, lo schema con sei elementi è ripetuto anche in una configurazione che prevede di infittire la discretizzazione nella zona centrale della trave, soggetta in maggior misura ad escursioni in campo plastico per sollecitazioni flessionali.

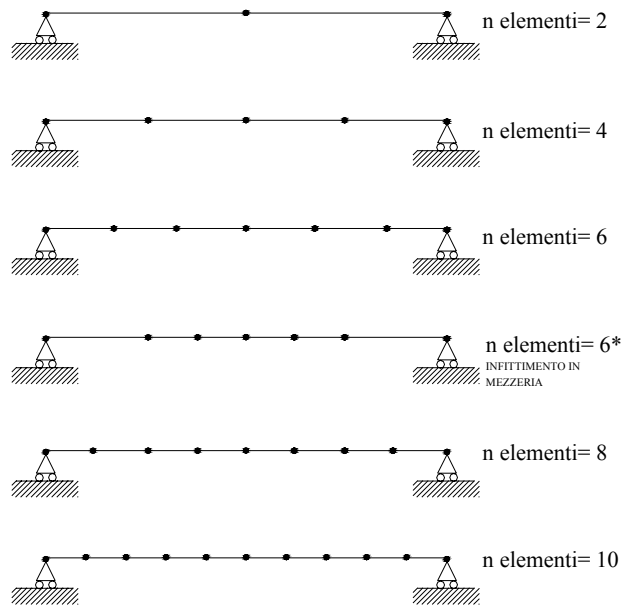


Figura 6.4 Diverse discretizzazione della trave in elementi.

I risultati dell'analisi ed il loro confronto con i dati sperimentali, presentati nella Figura 6.5 in termini di forza in mezzeria della trave (P) e abbassamento (w), mostrano come con l'aumentare del livello di discretizzazione l'accuratezza della soluzione numerica migliori e già per la discretizzazione della struttura in sei elementi, con *mesh* infittita in mezzeria (6*), la soluzione numerica è praticamente coincidente con quella sperimentale. In particolare, la suddivisione 6* produce una curva perfettamente sovrapponibile a quella ottenuta con l'uso di 8 elementi, ed entrambe restituiscono una soluzione numerica in ottimo accordo con la serie di punti sperimentali.

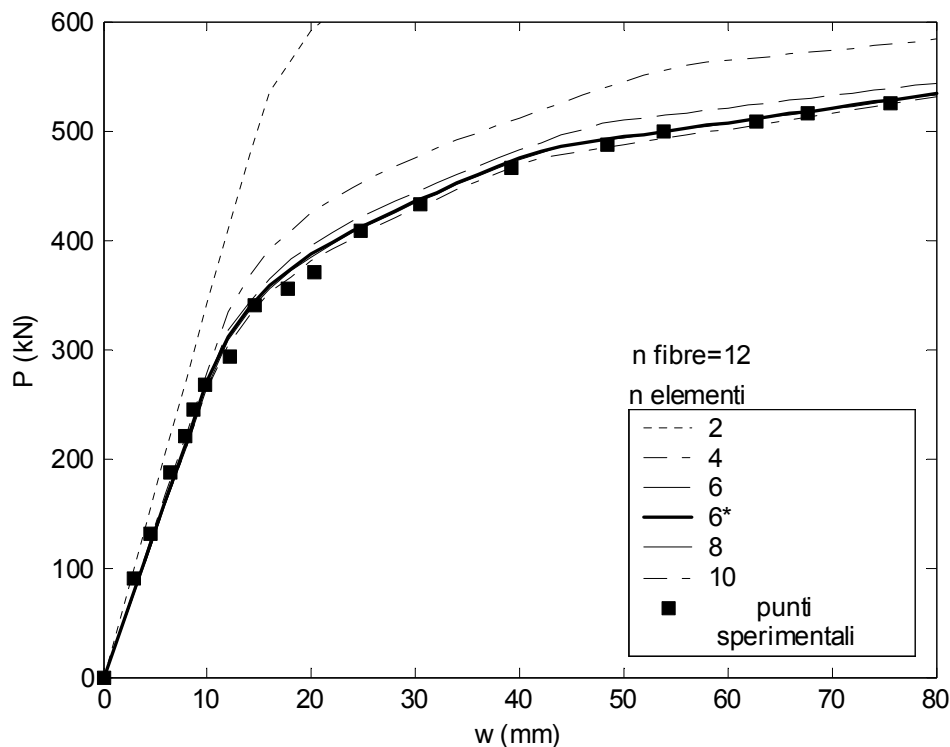


Figura 6.5 Confronto tra risposta numerica e sperimentale, al variare della suddivisione in elementi della struttura (P=forza in mezzeria della trave; w=abbassamento in mezzeria).

Inoltre, è possibile affermare che un ulteriore aumento del livello di discretizzazione non comporti particolari benefici all'accuratezza della soluzione numerica.

Una ulteriore soluzione numerica ottenuta con una discretizzazione molto più fitta, formata da ben 16 elementi è risultata, in sostanza, coincidente con quella relativa a discretizzazioni meno fitte.

6.3.2 Influenza della suddivisione in fibre della sezione

La seconda serie di analisi numeriche è finalizzata allo studio dell'effetto della discretizzazione in fibre, a livello di sezione, sull'accuratezza dei risultati.

A tal fine l'analisi è ripetuta mantenendo costante la discretizzazione della struttura in sei elementi, con passo minore in mezzeria, e variando la suddivisione della sezione in un diverso numero di fibre.

La sezione retta è inizialmente divisa in sei fibre, delle quali quattro rappresentano il profilo di acciaio, una fibra rappresenta la soletta di calcestruzzo ed un'altra l'armatura metallica della soletta.

La seconda discretizzazione, in sette fibre, prevede di suddividere il calcestruzzo della soletta in due parti, mantenendo la restante suddivisione in fibre come per il caso precedente.

L'ultima suddivisione provata prevede di infittire la discretizzazione fino a raggiungere il numero di dodici fibre, suddividendo il profilo di acciaio in ben nove fibre, utilizzando, poi, due fibre per la soletta in calcestruzzo ed una fibra per l'armatura metallica della soletta.

La Figura 6.6 mostra i tre diversi casi di discretizzazione della sezione retta descritti.

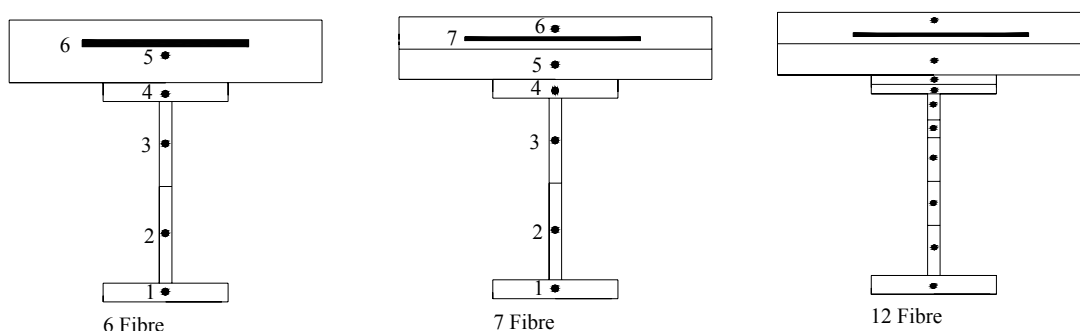


Figura 6.6 Diversa discretizzazione in fibre della sezione composta.

La Figura 6.7 presenta in ascissa il valore dell'abbassamento in mezzeria della trave appoggiata (w), in ordinata il corrispondente valore della forza concentrata (P); le diverse curve si riferiscono alle diverse suddivisioni della sezione retta sopra descritte.

I risultati dei test numerici mostrano come l'uso di una sola fibra per la modellazione della soletta in calcestruzzo sia un limite all'accuratezza della soluzione numerica.

Per esempio, il modello a sette fibre, con due di esse assegnate alla soletta, restituisce una risposta molto prossima a quella sperimentale.

Nel presente schema di prova, l'incremento del numero di fibre assegnate al profilo d'acciaio, pur aumentando l'accuratezza della soluzione numerica, non fornisce significativi miglioramenti alla risposta.

Il modello a sette fibre presenta già un ottimo compromesso tra accuratezza ed impegno computazionale.

Dalla serie di prove effettuate si evince la necessità e la convenienza di suddividere la soletta di calcestruzzo in un numero di fibre tali da consentire di cogliere la sua parzializzazione e poter avere, quindi, alcune fibre (ossia pendoli) in trazione ed altre in compressione.

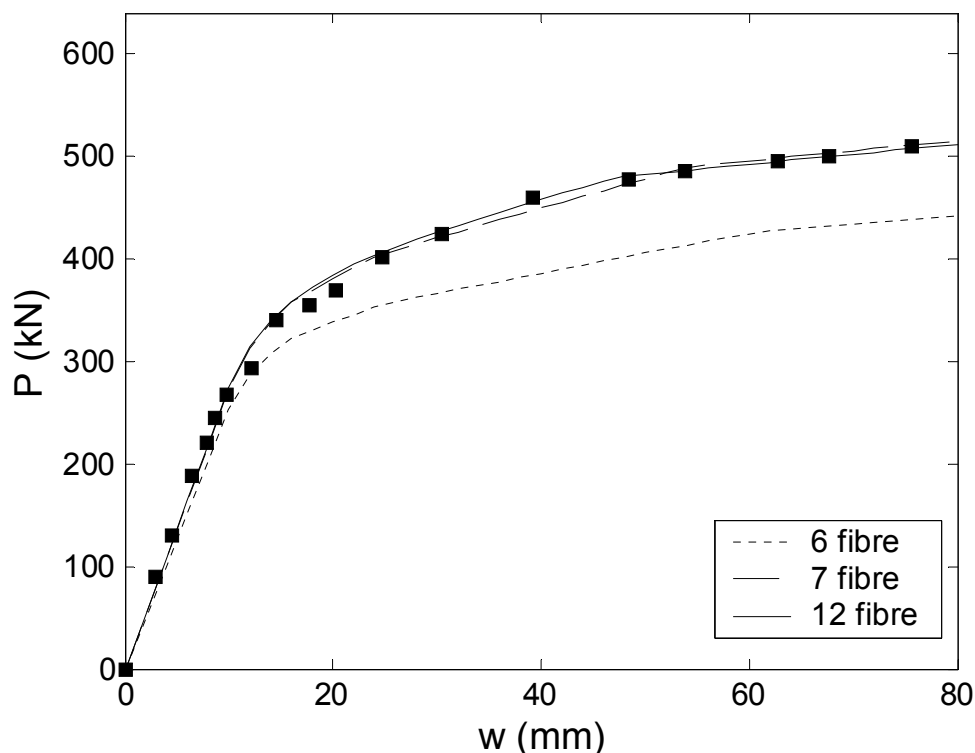


Figura 6.7 Confronto tra risultati numerici e punti sperimentali, al variare della discretizzazione in fibre della sezione composta.

6.3.3 Scorrimento all'interfaccia acciaio-calcestruzzo

Una ulteriore analisi numerica è stata effettuata con l'obiettivo di confrontare con i dati sperimentali disponibili, i risultati numerici riguardanti lo scorrimento all'interfaccia tra acciaio e calcestruzzo in diversi punti della trave e per diversi livelli di carico.

Per l'analisi è stato preparato un modello discreto della trave con una suddivisione longitudinale più fitta delle precedenti, introducendo, in particolare, nuovi nodi nei punti di campionamento desiderati.

L'estrazione dei risultati è effettuata a quattro livelli di carico durante il processo di analisi ed alle diverse ascisse.

Per la simmetria della struttura sono rappresentati solo i dati riguardanti metà della campata.

La Tabella 6.3 mostra la corrispondenza per il grado di connessione $N/N_f=1$, proprio della struttura in esame, tra i livelli di carico a cui è effettuato il campionamento e lo

spostamento verticale del punto di mezzeria a cui, nel codice, è assegnata la storia di spostamento.

P (kN)	299	348	398	448
w (mm)	11.0	15.5	23.5	37.0

Tabella 6.3 Corrispondenza (per $N/N_f=1$) tra i livelli di carico a cui è effettuato il campionamento e lo spostamento verticale del punto di mezzeria.

La simmetria della struttura determina l'annullarsi dello scorrimento nella sezione di mezzeria.

La Figura 6.8 presenta, sull'asse delle ascisse, il valore dell'ascissa adimensionalizzata rispetto alla lunghezza (x/L), sull'asse delle ordinate, il valore dello scorrimento (S); le curve si riferiscono a diversi livelli di carico (P).

Dal grafico si nota anche il diverso impegno dei connettori disposti nelle sezioni prossime alla mezzeria rispetto a quello delle sezioni prossime all'appoggio.

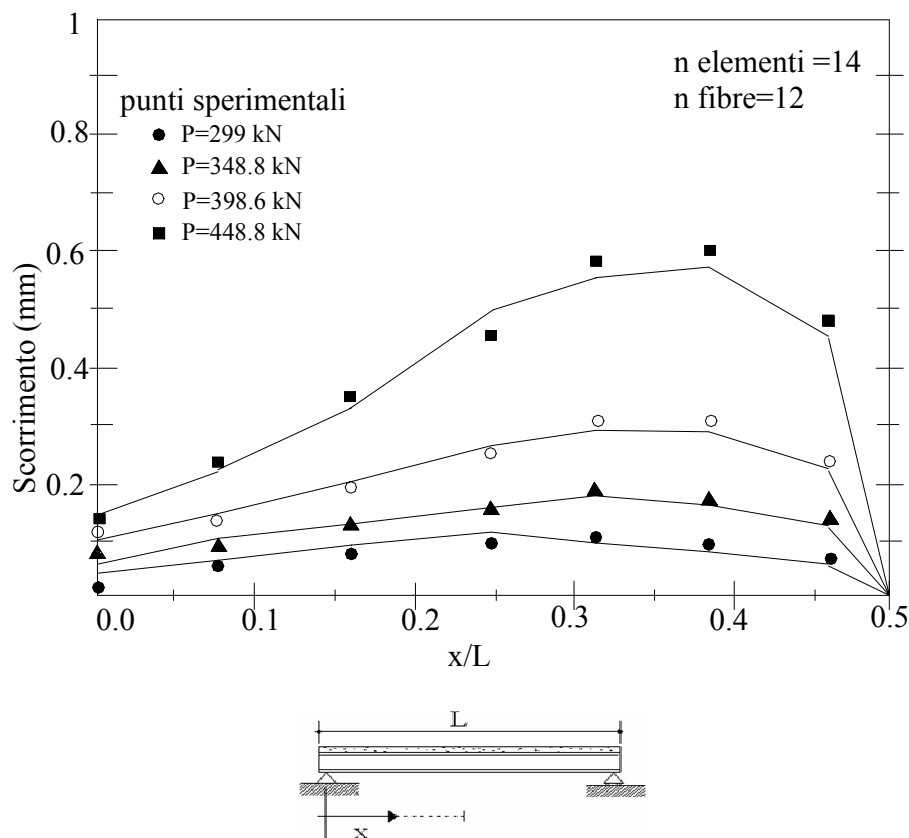


Figura 6.8 Scorrimento all'interfaccia in funzione dell'ascissa e del livello di carico.

6.4 INDAGINI PARAMETRICHE

E' svolto uno studio parametrico dedicato alla valutazione dell'influenza del grado di connessione e delle proprietà dei materiali sulla risposta strutturale.

6.4.1 Influenza del grado di connessione

La prima serie di prove parametriche considera il grado di connessione (N/N_{full}).

La trave oggetto di analisi è stata progettata con l'intento di ottenere un completo ripristino di resistenza; il grado di connessione, espresso come rapporto tra il numero di connettori meccanici presenti (N) ed il numero necessario ad ottenere il completo ripristino (N_{full}), è $N/N_{full}=1$.

Nell'analisi svolta il grado di connessione è stato fatto variare da 1, valore di progetto, al valore di 0.4, limite minimo imposto dalla normativa (Eurocodice 4) per poter considerare l'insieme del profilo metallico e della soletta quale trave composta.

Si premette che la tipologia di connettore a piolo saldato con testa rientra in quelli classificabili come duttili in base a quanto esposto nei capitoli precedenti (Cap.3).

Nella situazione di trave semplicemente appoggiata e con la possibilità di ripartire uniformemente i connettori duttili, il calcolo in relazione ai vari gradi di connessione è immediato; è necessario, come visto, ridurre il numero di connettori totali presenti in proporzione al desiderato grado di connessione, nel rispetto delle limitazioni sulle distanze introdotte dalla normativa.

La Tabella 6.4 mostra il numero totale di connettori disposti uniformemente nella trave al variare del grado di connessione, considerando che nella situazione di completo ripristino sono presenti 100 connettori.

	$N/N_f=0.4$	$N/N_f=0.5$	$N/N_f=0.6$	$N/N_f=0.7$	$N/N_f=0.8$	$N/N_f=0.9$	$N/N_f=1$
n_{tot} connettori	40	50	60	70	80	90	100

Tabella 6.4 Numero di connettori per i vari gradi di connessione considerati.

La Figura 6.9 presenta, in ascisse, l'abbassamento in mezzeria (w) e, sulle ordinate, il relativo carico concentrato in mezzeria (P); le varie curve sono costruite rispetto alla variazione del grado di connessione N/N_f .

In accordo con quanto atteso, il momento plastico della sezione aumenta con il crescere del grado di connessione e così anche la capacità portante della trave.

In particolare, si nota come il reale comportamento dei connettori sia sovrabbondante rispetto a quanto progettato: infatti, già per un grado di connessione di 0.9, la trave esprime la sua massima capacità portante.

La struttura raggiungerebbe, quindi, il comportamento composto a totale ripristino di resistenza già per un numero di connettori pari a 90.

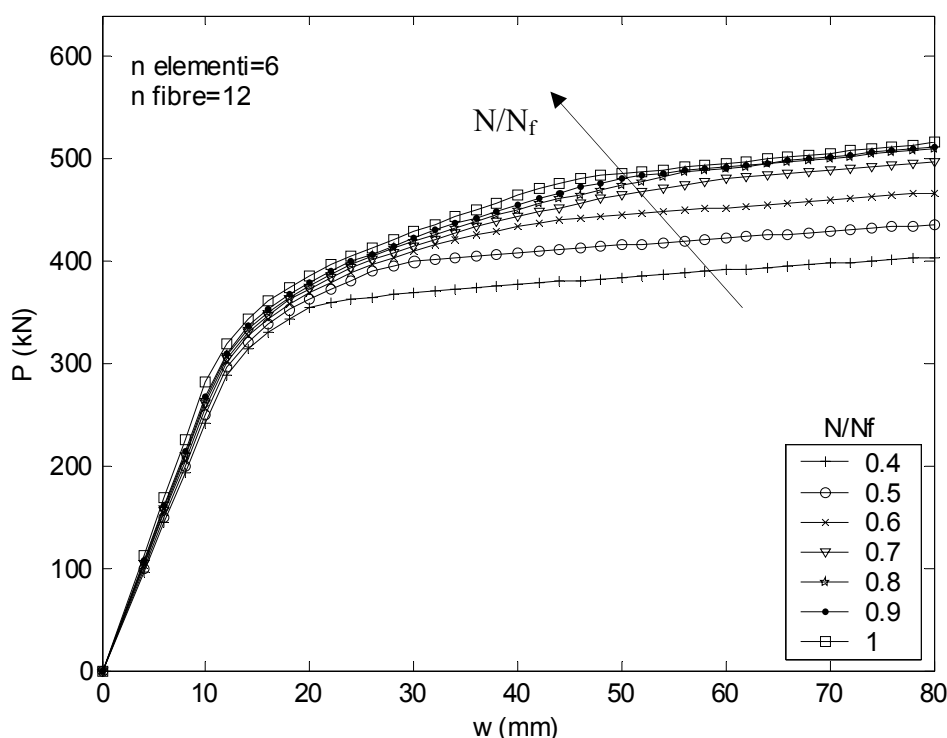


Figura 6.9 Risposta della struttura al variare del grado di connessione.

La Figura 6.10 mostra la relazione esistente, per la trave in esame, tra il rapporto M/M_f ed in grado di connessione, con M_f massimo momento plastico attingibile dalla sezione composta ($N/N_f=1$) ed M momento plastico della sezione con grado di connessione N .

La relazione ottenuta è ben confrontabile con quanto esposto al paragrafo 3.3 e mostrato nella figura 3.6.

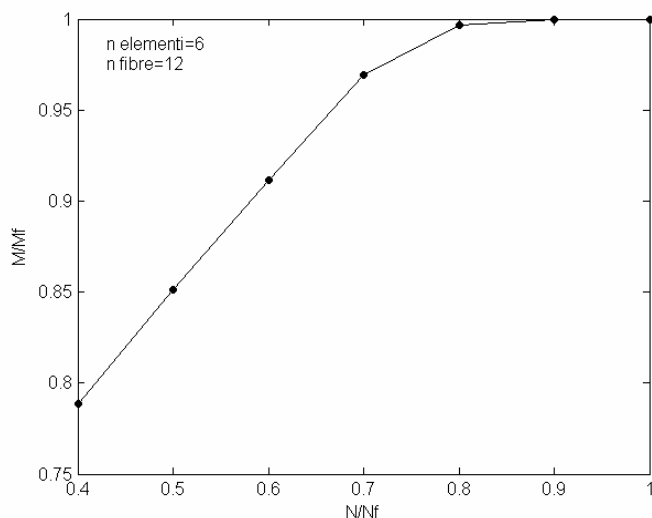


Figura 6.10 Incremento del momento plastico in funzione del grado di connessione per la struttura analizzata.

Con riferimento allo scorrimento all'interfaccia tra acciaio e calcestruzzo, è stata effettuata una prova parametrica per evidenziare la relazione tra scorrimento e grado di connessione. La simulazione è effettuata facendo variare il grado di connessione N/N_f dal valore 0.4 al valore 1.

I risultati sono presentati nella Figura 6.12 con riferimento al livello di carico $P=299$ kN e nella Figura 6.13 per un carico $P=448,5$ kN.

I risultati evidenziano come al decrescere del grado di connessione aumenti sia il valore massimo dello scorrimento raggiunto sia la zona interessata da scorrimenti significativi. È possibile, dall'analisi dei risultati numerici, sottolineare come il grado di connessione N/N_f , definito con riferimento alla capacità di trasmettere gli sforzi all'interfaccia e quindi alla resistenza, abbia rilevanza anche in riferimento alla rigidità della connessione e, di conseguenza, alla rigidità dell'intero sistema composto.

La Figura 6.11 mostra l'origine del riferimento adottato per l'ascissa x .

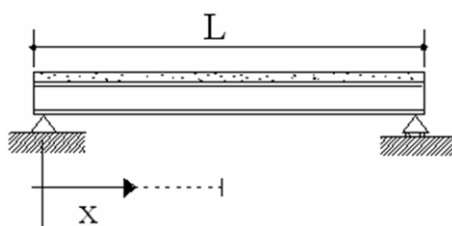


Figura 6.11 Identificazione dell'ascissa x .

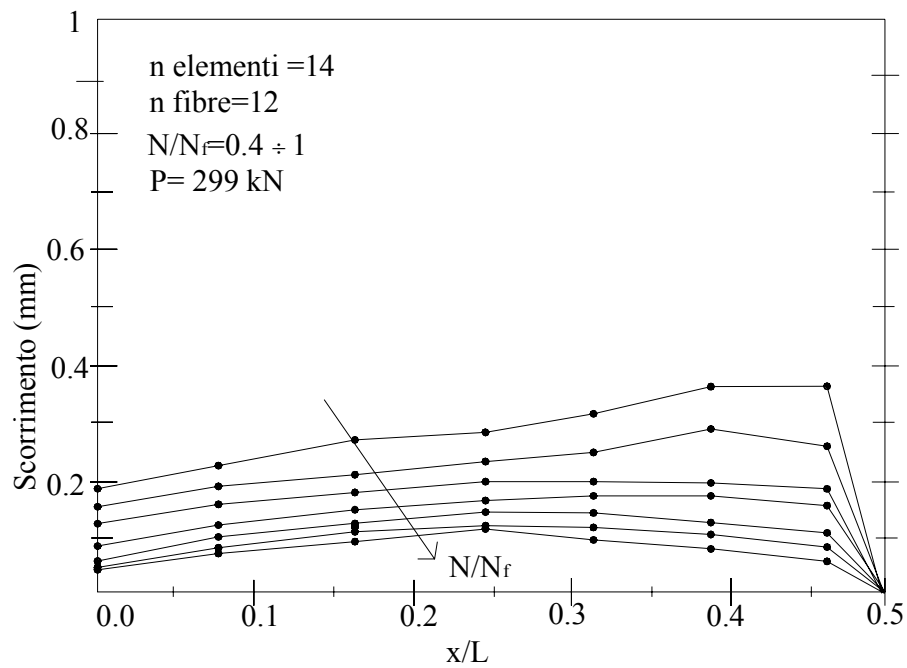


Figura 6.12 Scorrimenti all'interfaccia al variare del grado di connessione per $P=299 \text{ kN}$.

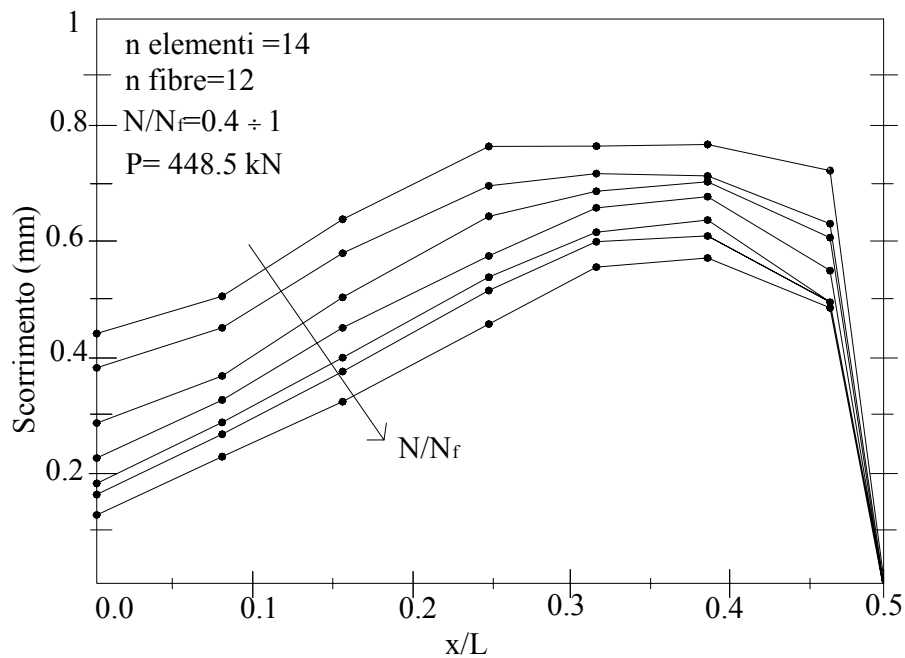


Figura 6.13 Scorrimenti all'interfaccia al variare del grado di connessione per $P=448.5 \text{ kN}$.

Considerato il legame costitutivo adottato per la connessione, che, per completezza si riporta nella Figura 6.14, a parità di incremento di carico si ha rigidezza minore in campata, rispetto alle zone prossime agli appoggi, con scorrimenti maggiori.

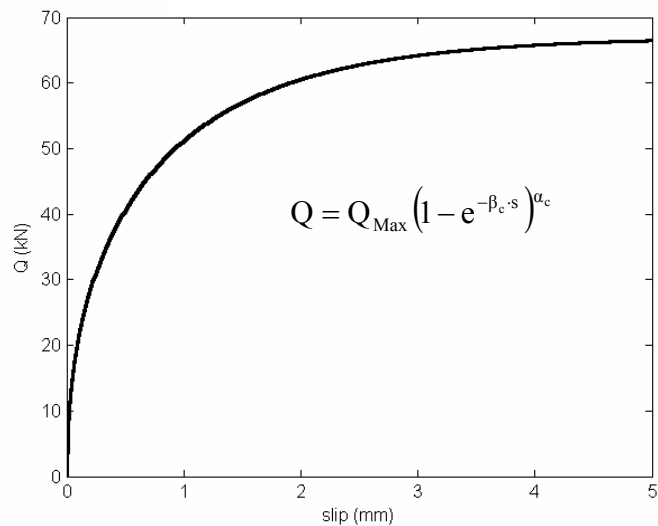


Figura 6.14 Relazione costitutiva utilizzata, nelle analisi, per la connessione a taglio.

Con riferimento allo scorrimento di interfaccia ed ai dati delle figure precedenti, si è tracciato il grafico mostrato in Figura 6.15, riportante il decremento percentuale dello scorrimento, in funzione dell'ascissa e di due livelli di carico, nel passare da un grado di connessione $N/N_f=0.4$ al grado $N/N_f=1$.

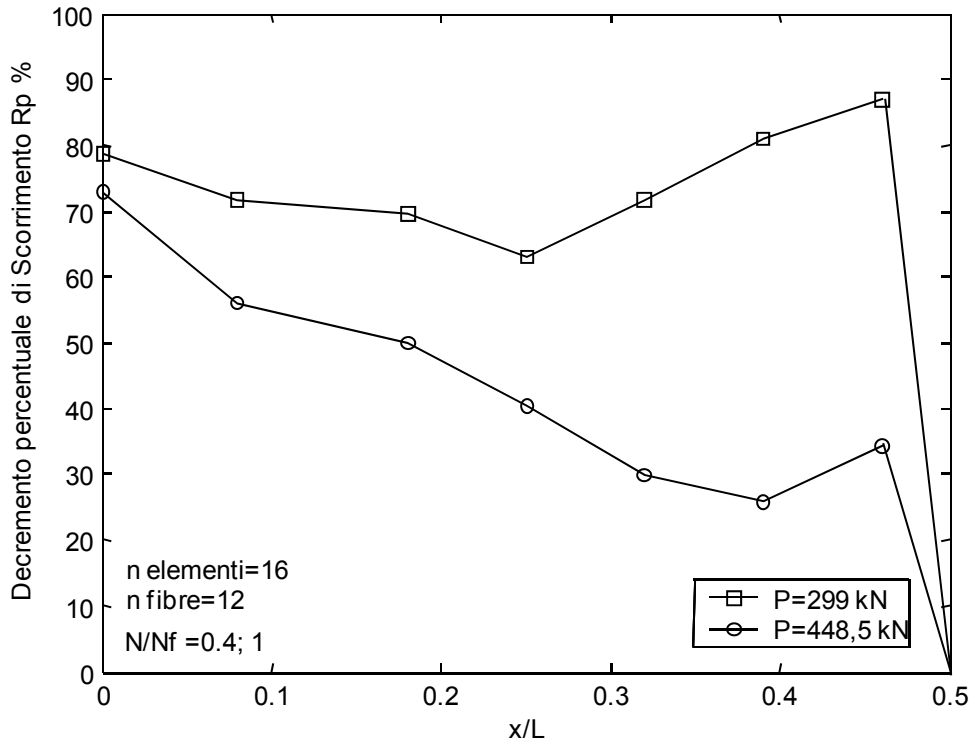


Figura 6.15 Decremento percentuale di scorrimento, in funzione dell'ascissa, al crescere del grado di connessione da 0.4 ad 1, per due livelli di carico.

Tale decremento percentuale è calcolato con l'espressione:

$$Rp\% = \frac{s\left[\frac{N}{N_f} = 0.4\right] - s\left[\frac{N}{N_f} = 1\right]}{s\left[\frac{N}{N_f} = 0.4\right]} \cdot 100 \quad (6.1)$$

con riferimento allo scorrimento (s) prodotto nei due casi limite di grado di connessione.

Come visto in precedenza, al crescere del grado di connessione, gli scorrimenti diminuiscono.

Le diverse percentuali rilevate nella trave possono correlarsi alle diverse condizioni che si verificano nell'interazione tra acciaio e calcestruzzo.

Per il livello di carico P=448,5 kN, il decremento nella zona centrale della trave (tra le ascisse adimensionalizzate x/L=0.3-0.5) è limitato a valori del 30%.

A questo livello di carico, infatti, sia per la situazione di completo ripristino che per il grado di connessione minore, gli scorrimenti nel tratto centrale sono relativamente elevati; il fenomeno è relazionabile anche in tal caso alla forma del legame costitutivo della connessione, con rigidità decrescente all'aumentare del livello di carico.

Al crescere del grado di connessione si ha, inoltre, una forte contrazione degli scorrimenti nella zona degli appoggi. Per la situazione di carico minore, $P=299$ kN, al passare del grado di connessione da 0.4 ad 1, le diminuzioni di scorrimento si hanno in modo uniforme lungo tutta la trave.

6.4.2 Analisi del comportamento dell'asse neutro

Il modello di elemento proposto permette di spingere l'analisi numerica della struttura a livello della singola fibra.

Le potenzialità offerte da un tal dettaglio di analisi sono numerose; tra di esse ha una certa attrattiva, anche in considerazione di quanto esposto nel paragrafo 2.3 sulle problematiche legate alla presenza della soletta in c.a. nelle strutture composte, la possibilità di seguire, durante l'analisi, la migrazione dell'asse neutro di un'assegnata sezione dalla posizione iniziale, relativa al comportamento pressoché elastico lineare del materiale, alle varie posizioni raggiunte durante lo svilupparsi del comportamento plastico della struttura.

La Figura 6.16 mostra, con riferimento alla sezione di mezzeria della trave appoggiata (Figura 6.16a), la migrazione dell'asse neutro durante una fase di carico monotonamente crescente.

Il grafico in Figura 6.16b mostra in ascisse lo spostamento verticale raggiunto dalla mezzeria della trave ed in ordinata il valore adimensionalizzato della posizione dell'asse neutro calcolata rispetto al bordo esterno della flangia inferiore, adimensionalizzata rispetto all'altezza totale della sezione composta; la linea orizzontale posizionata a $X_n/H_{tot}=0.67$ indica l'interfaccia tra l'acciaio ed il calcestruzzo della soletta.

Accanto alla figura è riportato lo schema della sezione composta, con l'indicazione della suddivisione in fibre e dei relativi pendolini associati.

Nella stesa figura sono evidenziati i punti in cui avviene lo snervamento delle fibre in cui è suddivisa la sezione, identificati dalle etichette yp1-yp9.

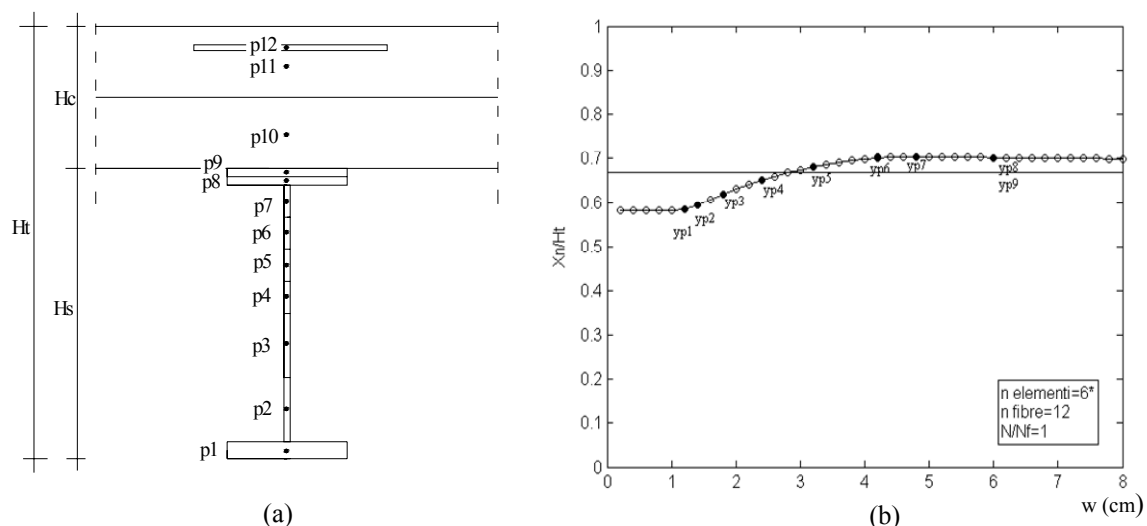


Figura 6.16 Posizione dell'asse neutro, nella sezione di mezzeria, al procedere dell'analisi. Sono evidenziati i punti in cui avviene lo snervamento delle singole fibre della sezione.

Sempre con riferimento alla simbologia introdotta nella Figura 6.16a per illustrare la discretizzazione della sezione in fibre, si riporta nella Figura 6.17 la storia tensionale, al procedere dell'analisi, delle fibre in cui è discretizzata la sezione composta.

La Figura 6.17 mostra, quindi, in ascisse l'abbassamento in mezzeria della struttura, sull'asse delle ordinate è presentata la tensione (σ) relativa a ciascuno dei pendoli (fibre), con riferimento alla sezione di mezzeria. La tensione è di trazione se positiva. Le fibre modellanti la soletta in c.a. sono quelle relative ai pendoli $p10$ e $p11$ per il calcestruzzo e $p12$ per l'armatura della soletta.

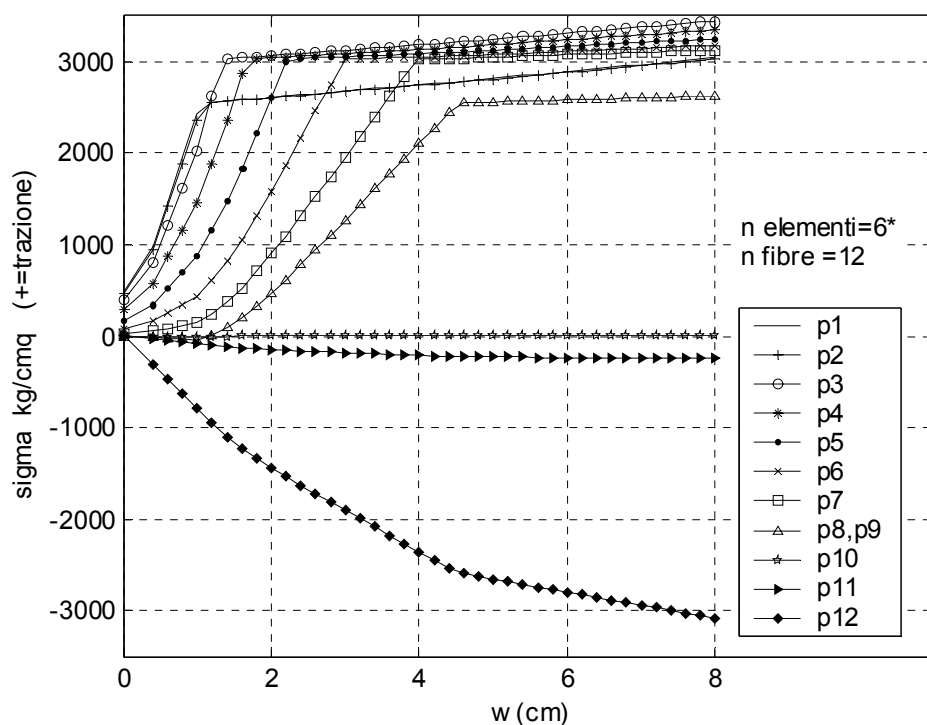


Figura 6.17 Stato tensionale delle fibre modellanti la sezione di mezzeria al procedere dell'analisi, $N/N_f=1$.

Dalla Figura 6.17 è possibile osservare come, in accordo con l'andamento dell'asse neutro presentato nella figura precedente, durante l'evolvere dell'analisi, lo stato tensionale dei pendoli otto e nove (p8 e p9), le cui curve sono pressoché sovrapposte nel grafico, passi da una condizione iniziale di leggera compressione ad uno stato di trazione. Ciò a seguito dell'attraversamento della loro posizione da parte dell'asse neutro durante la sua migrazione.

La Figura 6.18 presenta un dettaglio dell'evoluzione dello stato tensionale per i pendoli p10 e p11 modellanti il calcestruzzo. La scala della figura precedente non permette, infatti, di cogliere appieno il loro comportamento. Si osserva come la fibra p10 passi da un leggero stato di compressione ad una situazione di trazione, a cui nel modello utilizzato è assegnato uno stato di tensione nulla, quando l'analisi giunge ad uno spostamento $w=1.6$ cm: in tale situazione, infatti, l'asse neutro attraversa la posizione della fibra che passa da una situazione di compressione ad una di trazione.

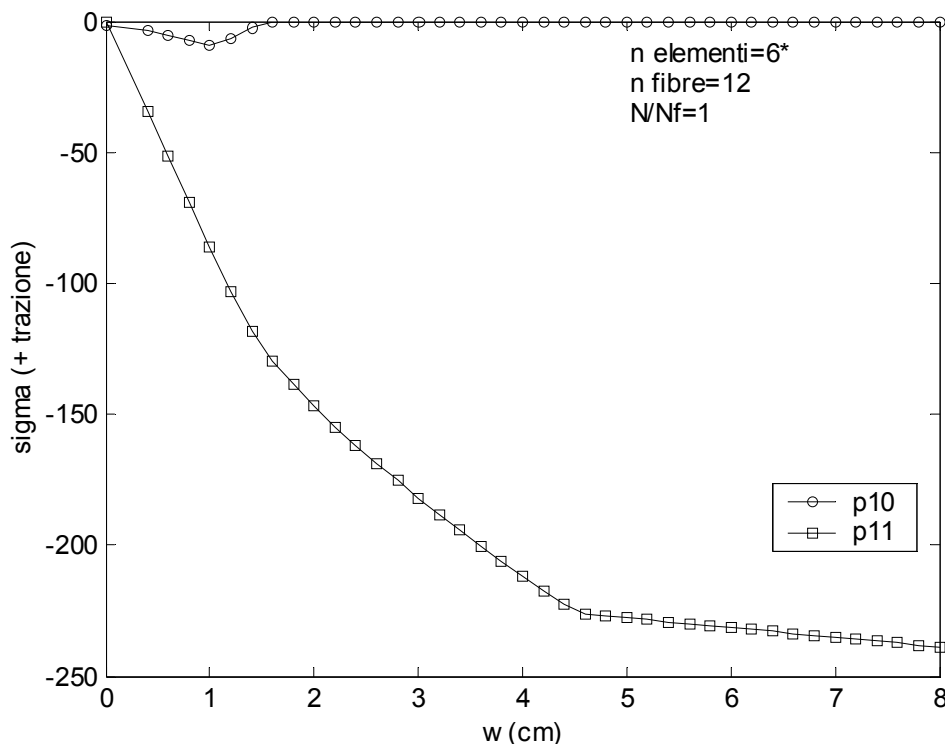


Figura 6.18 Stato tensionale delle due fibre modellanti il calcestruzzo per la sezione di mezzeria al procedere dell'analisi, $N/N_f=1$.

Lo stato deformativo delle fibre della sezione composta è descritto dalla Figura 6.19 che mostra in ascisse gli abbassamenti in mezzeria ed in ordinata la deformazione delle singole fibre, positiva se è una dilatazione, negativa se è una contrazione.

Nel grafico sono rappresentate, con diversi retini, le singole fibre. Si nota il comportamento della fibra p10 associata al calcestruzzo in prossimità dell'ala superiore del profilo, che è di estensione a partire da un certo abbassamento ($w=1.6$ cm).

L'impegno deformativo maggiore è richiesto, come prevedibile, alla fibra relativa alla flangia inferiore del profilo metallico. Il gradiente di crescita della deformazione delle fibre metalliche più lontane dalla soletta è elevato ed aumenta durante la migrazione dell'asse neutro verso l'alto, come è osservabile dalle variazioni di pendenza delle curve nella Figura 6.19.

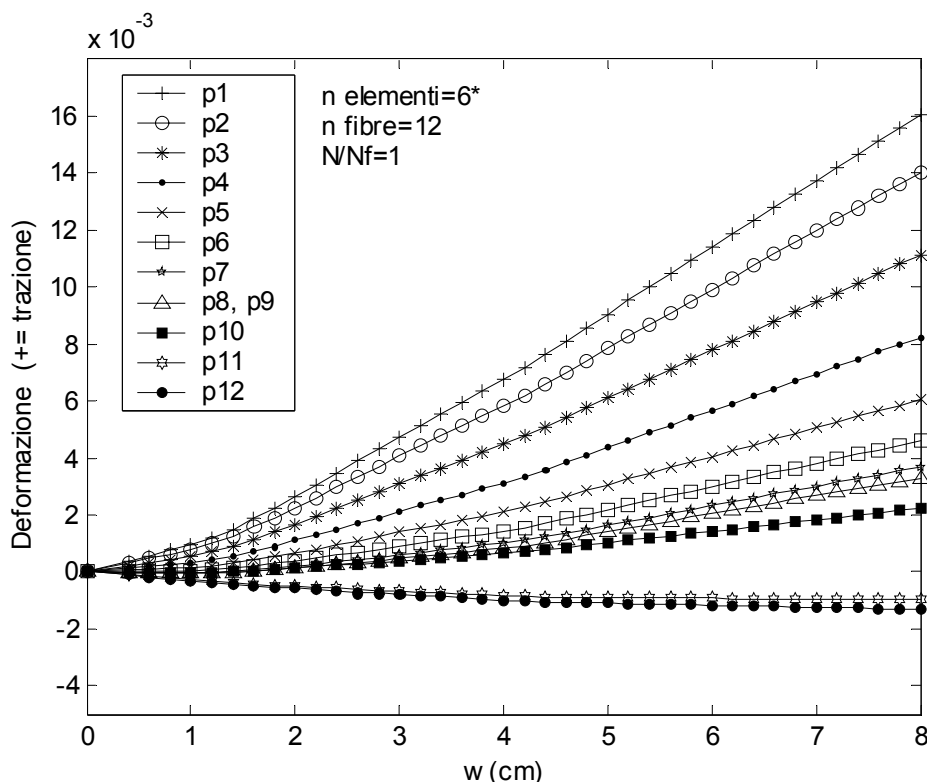


Figura 6.19 Stato deformativo delle fibre modellanti la sezione di mezzeria al procedere dell'analisi, $N/N_f=1$.

La prova sulla posizione dell'asse neutro è stata effettuata anche utilizzando diverse discretizzazioni in fibre della sezione retta.

La Figura 6.20 riporta in ascisse lo spostamento verticale del punto di mezzeria, in ordinata la posizione adimensionalizzata dell'asse neutro; la linea orizzontale posizionata a $X_n/H_{tot}=0.67$ indica l'interfaccia tra acciaio e calcestruzzo della soletta.

La prova, effettuata considerando una suddivisione in sei, sette e dodici fibre, mostra che, in accordo con quanto affermato in precedenza, la modellazione della soletta in calcestruzzo con una sola fibra riduce l'accuratezza del modello numerico.

Nei casi, come quello presente, in cui la soletta in calcestruzzo arriva ad essere parzialmente in trazione, la sua suddivisione in più fibre restituisce un comportamento più vicino al reale. Le differenze rilevate tra il modello a sette fibre e quello a dodici sono anche nel presente caso di modesta entità, risultandone variazioni della posizione dell'asse neutro di pochi mm.

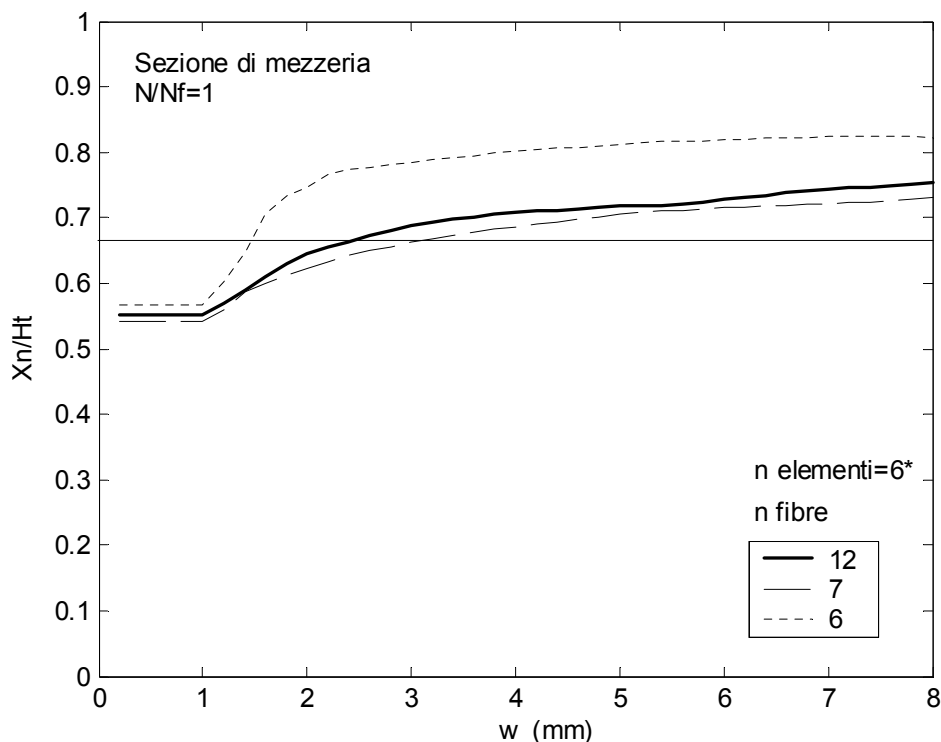


Figura 6.20 Posizione dell'asse neutro, per la sezione di mezzeria, al procedere del processo di carico, al variare della discretizzazione della sezione retta.

Sempre con riferimento alla posizione dell'asse neutro nella sezione di mezzeria, è stato effettuato un test parametrico, dal quale è stata determinata la suddetta posizione per diversi livelli di carico al variare del grado di connessione. Dai dati è stato ricavato il grafico di Figura 6.21. L'ascissa del grafico mostra lo spostamento verticale della mezzeria prodotto da un certo livello di carico, l'ordinata presenta, invece, il rapporto adimensionale tra la posizione dell'asse neutro, determinata con riferimento alla flangia inferiore, e l'altezza totale della sezione composta (X_n/H_{tot}); le diverse curve si riferiscono a diversi gradi di connessione.

Al variare del grado di connessione, la migrazione dell'asse neutro dalla posizione elastica iniziale, avviene con modalità diverse. In particolare, solo per un grado di connessione superiore a 0.7 si ha l'attraversamento dell'interfaccia acciaio-calcestruzzo.

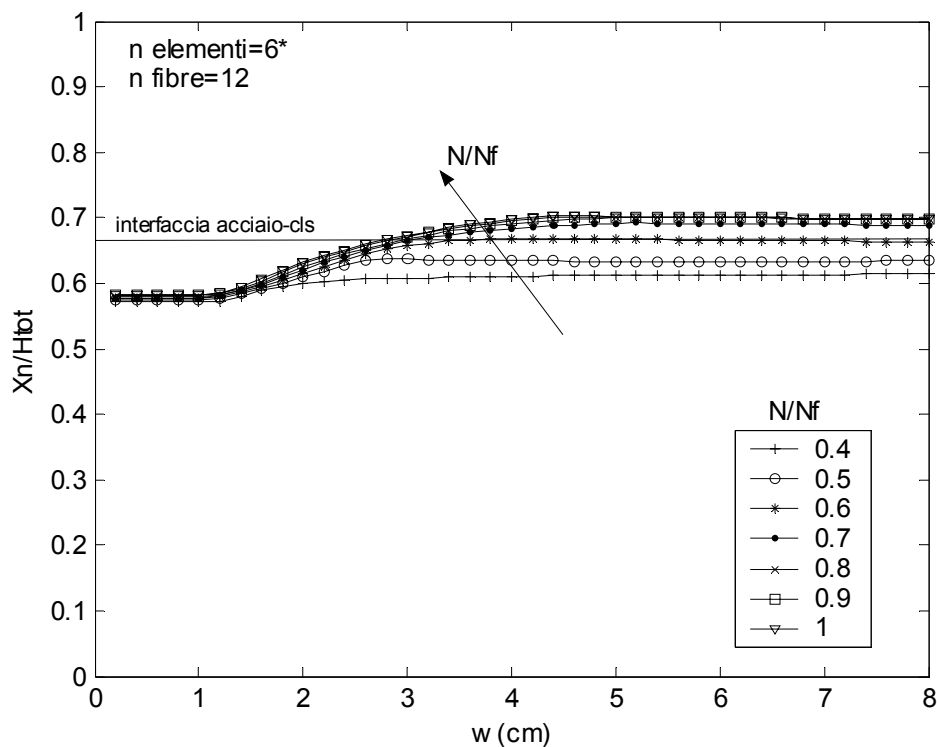


Figura 6.21 Posizione dell'asse neutro della sezione di mezzeria, al progredire dell'analisi, per diversi gradi di connessione.

Come conseguenza, anche lo stato tensionale e deformativo delle fibre evolve in modo differente.

Le Figura 6.23 e la Figura 6.24 mostrano la variazione della deformazione relativa al pendolo p1, modellante la flangia inferiore del profilo metallico e del pendolo p11 relativo alla fibra superiore del calcestruzzo in compressione, la cui posizione è evidenziata nella Figura 6.22.

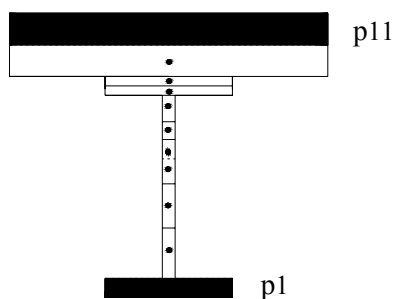


Figura 6.22 Posizione delle fibre p1 e p11 nella sezione composta.

All'incremento del grado di connessione consegue un aumento dell'impegno deformativo richiesto alle fibre terminali della sezione.

La deformazione della fibra metallica aumenta circa del 30% al passare del grado di connessione da 0.4 ad 1.

La Figura 6.23 presenta un brusco incremento della deformazione richiesta alla fibra p1 nel passaggio dal grado di connessione 0.7 al grado 0.8.

Incrementi più rilevanti si hanno nella deformazione del calcestruzzo, in virtù della maggiore aliquota di carico trasmessa dalla connessione. La Figura 6.25 e la Figura 6.26 mostrano le variazioni di stato tensionale nei due pendoli p1 e p11 al crescere del grado di connessione. In ascisse è riportato l'abbassamento in mezzeria quale indicatore del processo di analisi. La Figura 6.25 mostra un incremento di tensione nell'ala del profilo.

Il valore modesto dell'incremento risulta legato al modello elasto-plastico incrudente assunto per il modello dell'acciaio. Gli incrementi di tensione nel calcestruzzo sono, invece, proporzionati agli incrementi di deformazione.

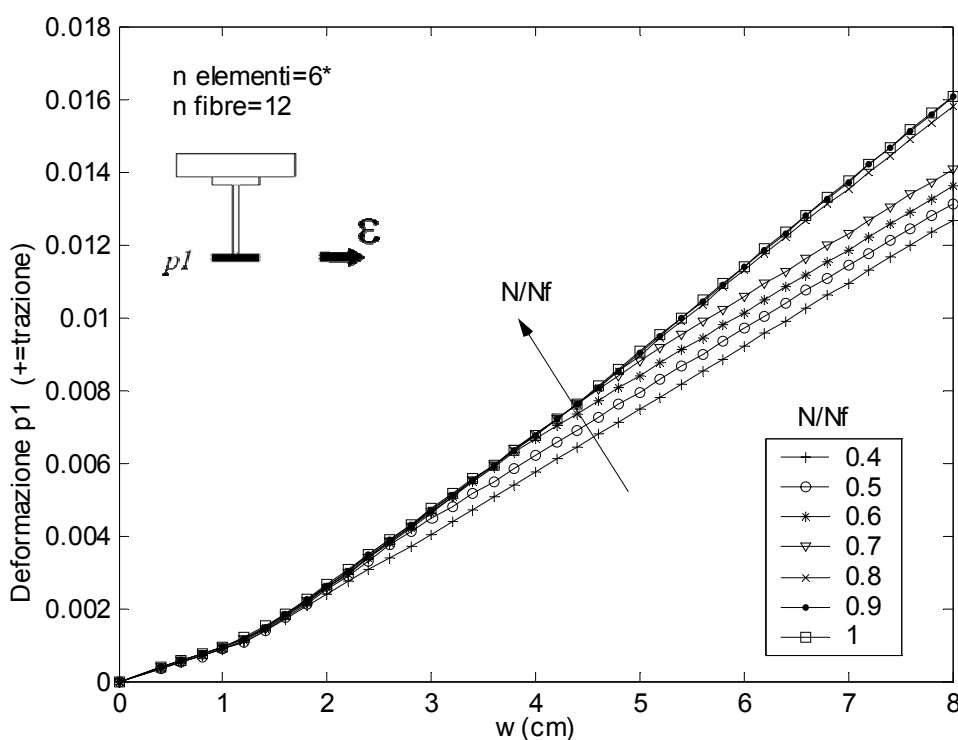


Figura 6.23 Deformazione della fibra p1 (flangia inferiore del profilo metallico) al crescere del grado di connessione tra soletta e profilo.

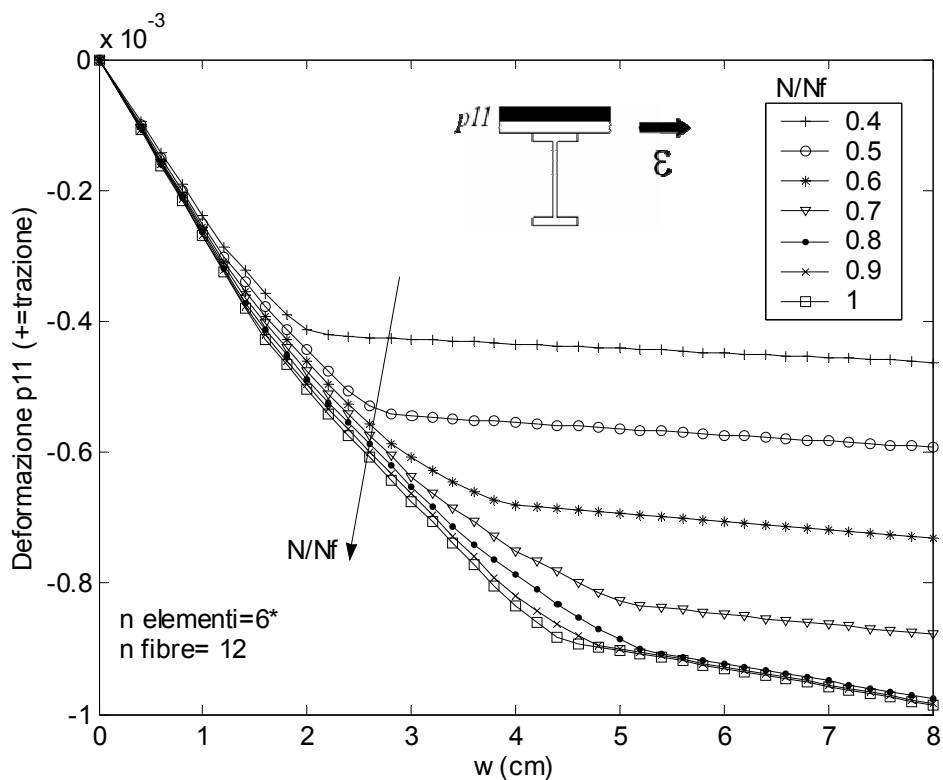


Figura 6.24 Deformazione della fibra p11 (calcestruzzo) al crescere del grado di connessione tra soletta e profilo.

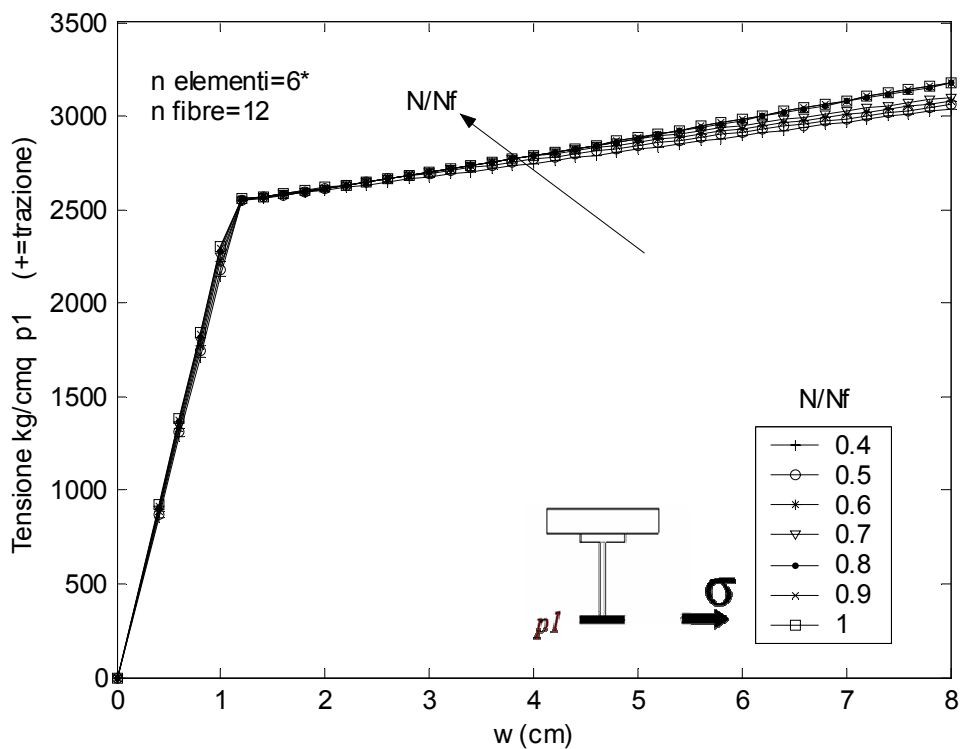


Figura 6.25 Tensione nel pendolo p1 (ala inferiore profilo) al variare del grado di connessione.

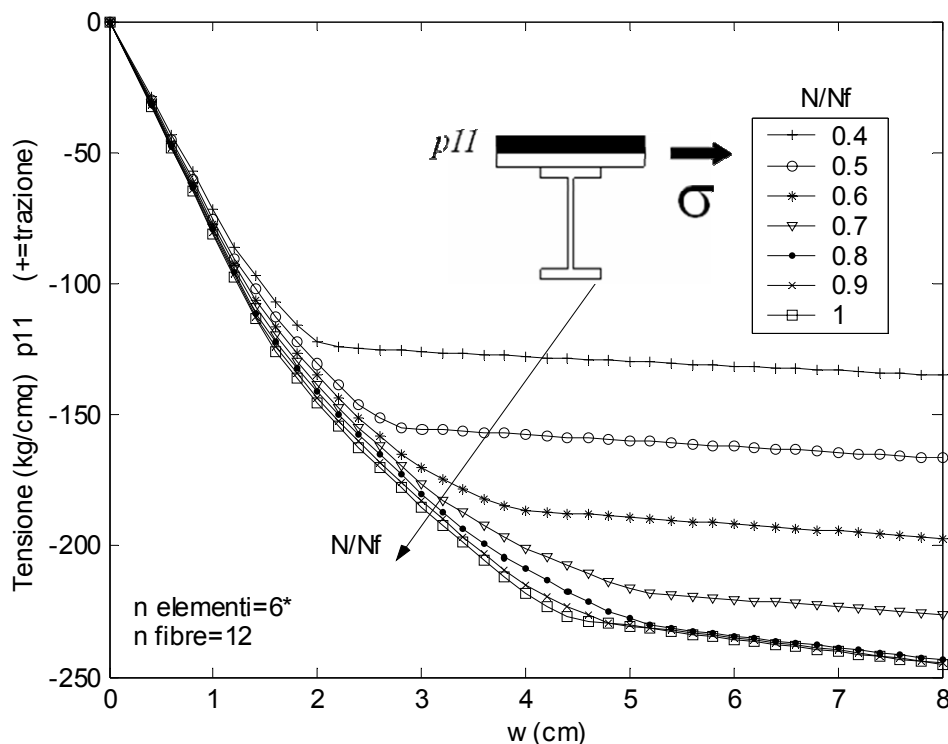


Figura 6.26 Tensione della fibra p11 (calcestruzzo) al crescere del grado di connessione tra soletta e profilo.

Al fine di verificare l'oggettività del comportamento rilevato è stata ripetuta l'analisi utilizzando una discretizzazione più accurata della sezione retta, con la suddivisione della soletta di calcestruzzo in cinque fibre.

I risultati delle analisi, che non si riportano per brevità, mostrano un andamento delle deformazioni e delle tensioni perfettamente analogo a quello determinato con la suddivisione attuale, confermandone l'andamento della risposta.

L'origine del comportamento rilevato può ricondursi alla situazione tensionale all'interno del profilo metallico. Il brusco incremento di deformazione richiesto alla fibra p1 nel passaggio dal grado di connessione 0.7 al grado 0.8 (Figura 6.23) è comprensibile considerando i grafici in Figura 6.27 e Figura 6.28.

Esse mostrano, in ascissa lo spostamento in mezzzeria, come indicatore del processo di analisi, in ordinata la tensione delle fibre del profilo metallico al procedere dell'analisi per $N/N_f=0.7$ ed $N/N_f=0.8$. Per il grado di connessione maggiore, anche le fibre p8 e p9 modellanti la flangia superiore del profilo metallico raggiungono la tensione di snervamento a trazione; lo snervamento dell'ala superiore non avviene, invece, per il grado di connessione 0.7.

Alla brusca riduzione di rigidezza conseguente allo snervamento dell'ultima fibra metallica, per $N/N_f \geq 0.8$, consegue l'aumento della deformazione specifica richiesta per seguire gli incrementi di carico successivi.

Il brusco cambio di pendenza nella curva della deformazione del pendolo p1, in Figura 6.23, si ha, infatti, in corrispondenza dello spostamento $w=5.2$ cm, spostamento per cui avviene lo snervamento della fibra p9 rappresentativa dell'ultima fibra del profilo metallico (Figura 6.28). La risposta della struttura per i restanti gradi di connessione è riconducibile ad uno dei due gradi precedentemente analizzati: infatti, per $N/N_f < 0.8$ non si ha, per la storia di carico studiata, lo snervamento dell'ala superiore, mentre per $N/N_f > 0.8$ la perdita di rigidezza del profilo determina un incremento delle deformazioni necessarie a mantenere l'equilibrio nei vari incrementi di spostamento assegnati.

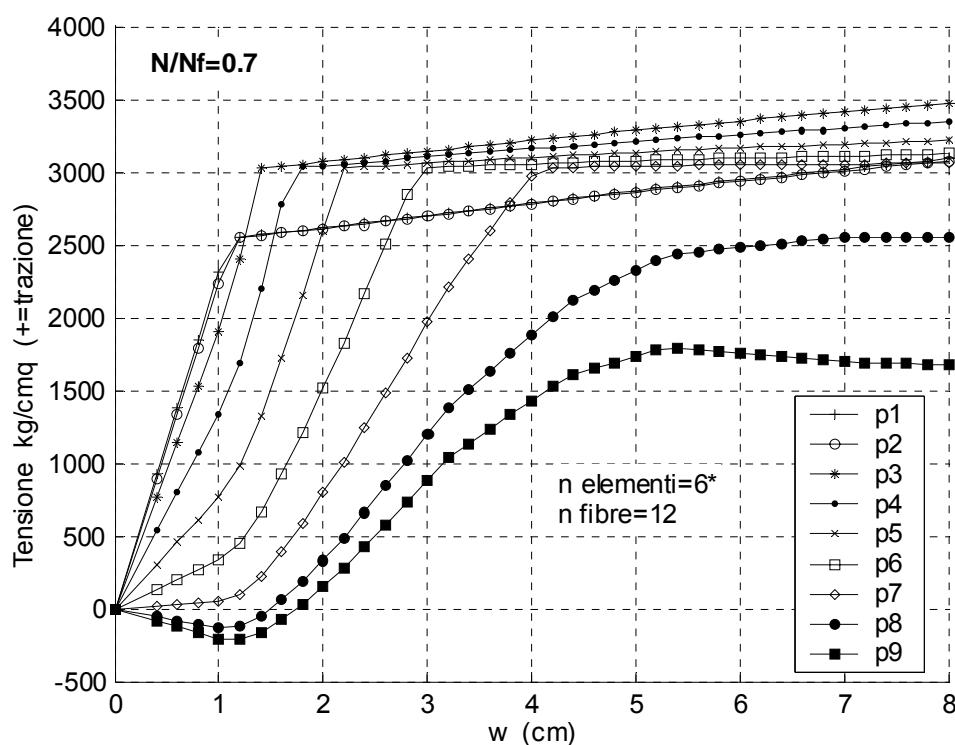


Figura 6.27 Tensione nelle fibre del profilo metallico al procedere dell'analisi, per grado di connessione $N/N_f=0.7$.

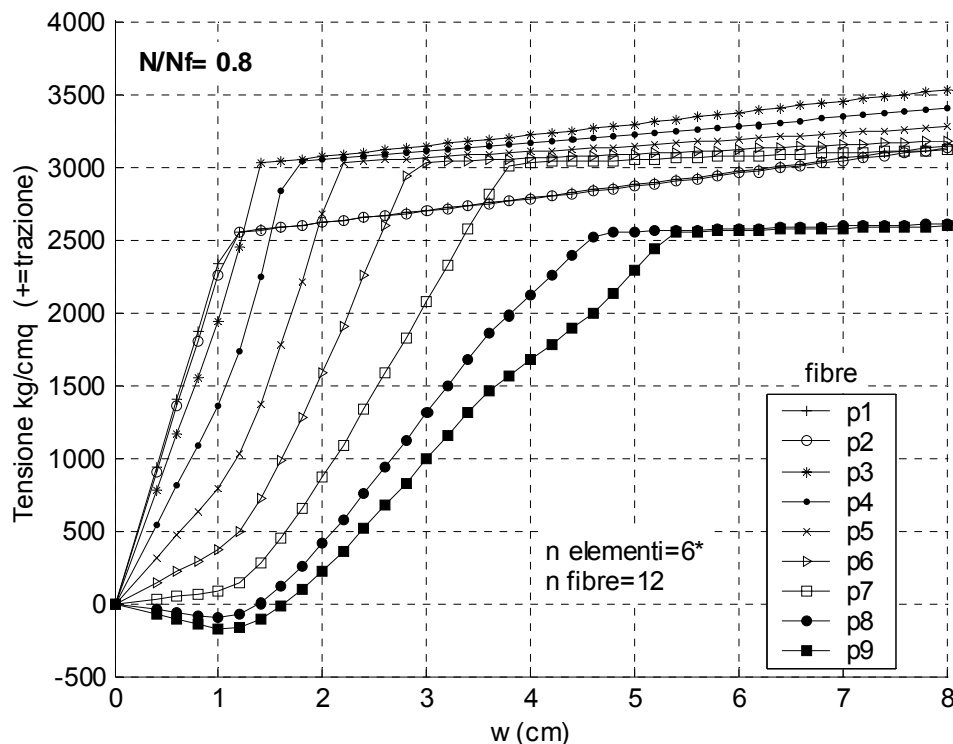


Figura 6.28 Tensione nelle fibre del profilo metallico al procedere dell'analisi, per grado di connessione $N/N_f=0.8$.

6.4.3 Influenza delle proprietà dei materiali

Una ulteriore analisi parametrica svolta è finalizzata a riprodurre un fenomeno che spesso si verifica nella pratica costruttiva moderna. La simulazione numerica considera, infatti, come parametro il rapporto (f_y/f_u) . A parità di condizioni a rottura (ϵ_u, f_u) , si studia l'effetto dell'incremento percentuale del rapporto (f_y/f_u) .

In altri termini si tiene conto del fatto che la moderna produzione industriale degli acciai tende verso la produzione di materiali con sempre più elevata tensione di snervamento, ben più elevata dei minimi previsti per l'appartenenza alle varie classi. Le conseguenze che tale incremento della tensione di snervamento determina nel comportamento della struttura sono indagate con riferimento a tre valori dell'incremento di detto rapporto.

Partendo dal valore nominale del rapporto (f_y/f_u) , lo si incrementa del 10%, 20% e 30%.

La determinazione delle proprietà dei materiali è effettuata mantenendo fisso il punto di rottura ed il modulo elastico. I nuovi valori da determinare sono: la tensione di snervamento incrementata ed il coefficiente di incrudimento.

La Figura 6.29 mostra le modifiche del legame costitutivo derivanti dall'incremento dei valori nominali.

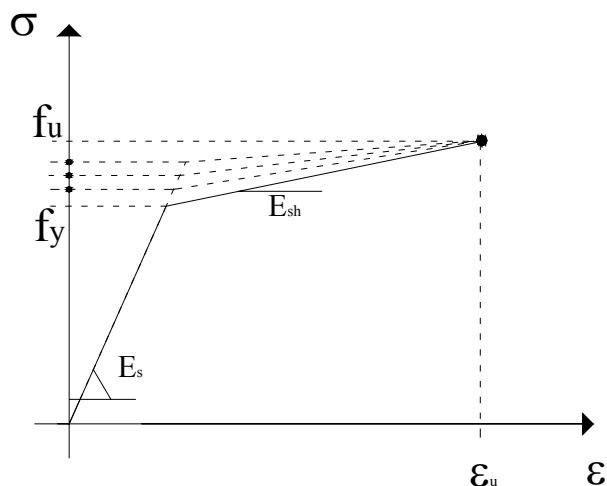


Figura 6.29 Incremento della tensione di snervamento f_y e modifiche del legame costitutivo dell'acciaio.

La Tabella 6.5 raccoglie i valori nominali delle resistenze dei materiali e quelli conseguenti agli incrementi percentuali imposti.

	Valori Nominali	$f_{yE}=1.1f_{yn}$	$f_{yE}=1.2f_{yn}$	$f_{yE}=1.3f_{yn}$
Tensione snervamento flange (Mpa)	250	275	300	325
Tensione snervamento anima (Mpa)	297	326	356	386
Coefficiente di incrudimento β_s	0.0169	0.0151	0.013	0.0111

Tabella 6.5 Proprietà meccaniche del materiale, conseguenti all'incremento della tensione di snervamento

Quale risultato dell'analisi si riporta la Figura 6.30, che presenta, in ascisse, il valore dell'abbassamento del punto di mezzeria della struttura ed, in ordinata, il valore di carico corrispondente.

Le diverse curve sono costruite in relazione agli incrementi del rapporto tra la tensione di snervamento e la tensione ultima, mantenendo fisso il valore f_u ed assumendo una tensione di snervamento effettiva (f_{yE}) incrementata rispetto a quella nominale (f_{yn}).

La Figura 6.30 è determinata con riferimento al grado di connessione unitario ($N/N_f=1$).

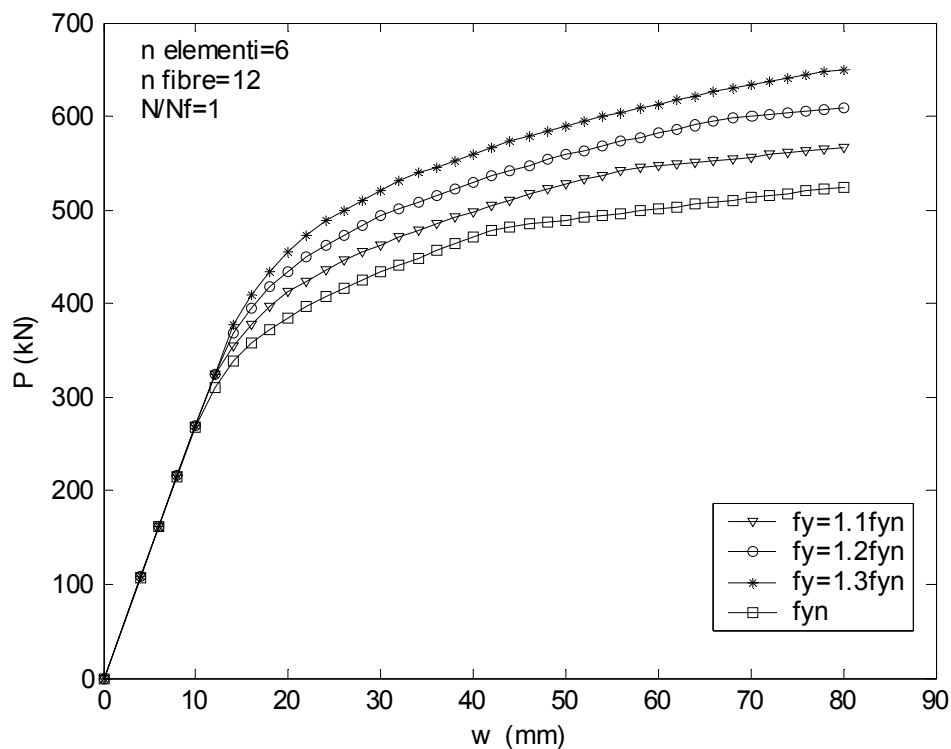


Figura 6.30 Effetto della variazione della tensione di snervamento sul comportamento della struttura, $N/N_f=1$.

La stessa analisi è ripetuta per il grado di connessione minimo consentito per il tipo di struttura ($N/N_f=0.4$). Il risultato è mostrato in Figura 6.31.

L'incremento della effettiva tensione di snervamento del profilo metallico comporta un incremento della capacità portante della struttura.

L'incremento di portanza è accompagnato da una riduzione dell'estensione della zona di plasticizzazione della struttura.

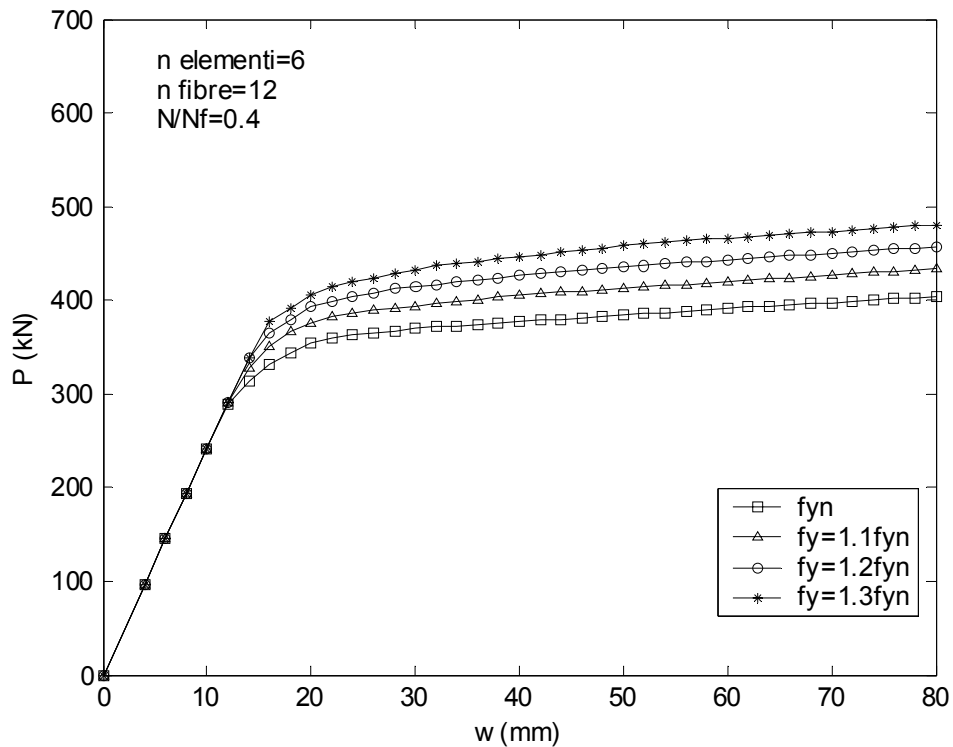


Figura 6.31 Effetto della variazione della tensione di snervamento sul comportamento della struttura, $N/N_f=0.4$.

Nella Figura 6.32 è riportata, sull'asse delle ordinate, l'estensione della zona plastica, come percentuale della lunghezza globale della trave (L_p/L); in ascissa è riportato sempre l'abbassamento in mezzeria.

Le varie curve si riferiscono ai diversi incrementi della tensione effettiva.

La Figura 6.32 è relativa al caso $N/N_f=1$, mentre la Figura 6.33, analoga alla precedente, si riferisce al caso di $N/N_f=0.4$.

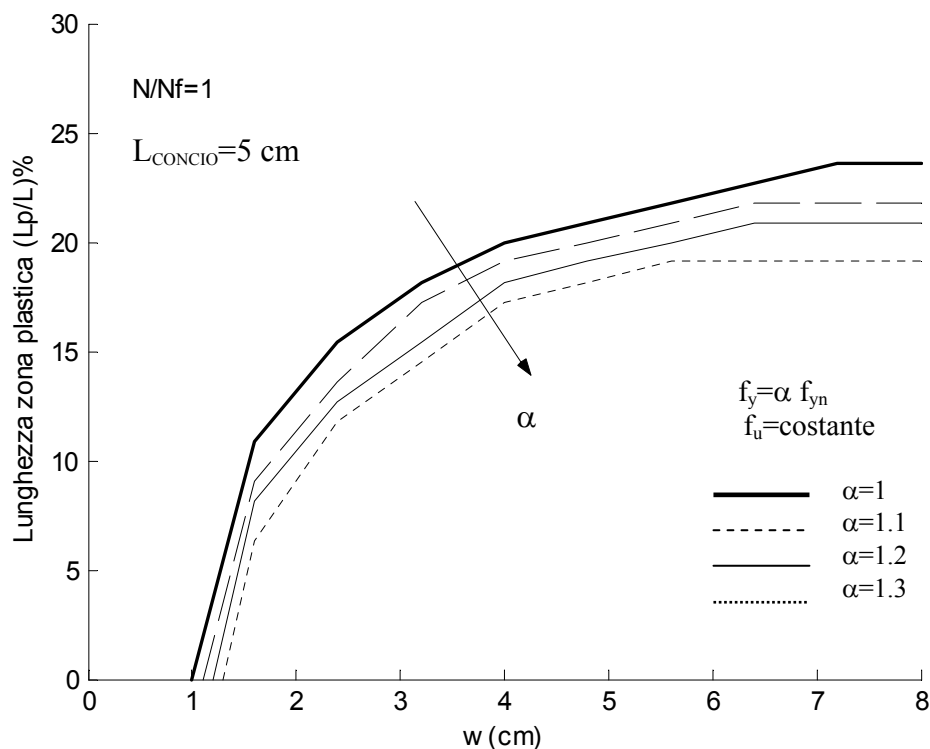


Figura 6.32 Estensione della zona plasticizzata, in percentuale della lunghezza complessiva, al procedere dell'analisi e per diversi valori della tensione di snervamento effettiva del profilo metallico. $N/N_f=1$.

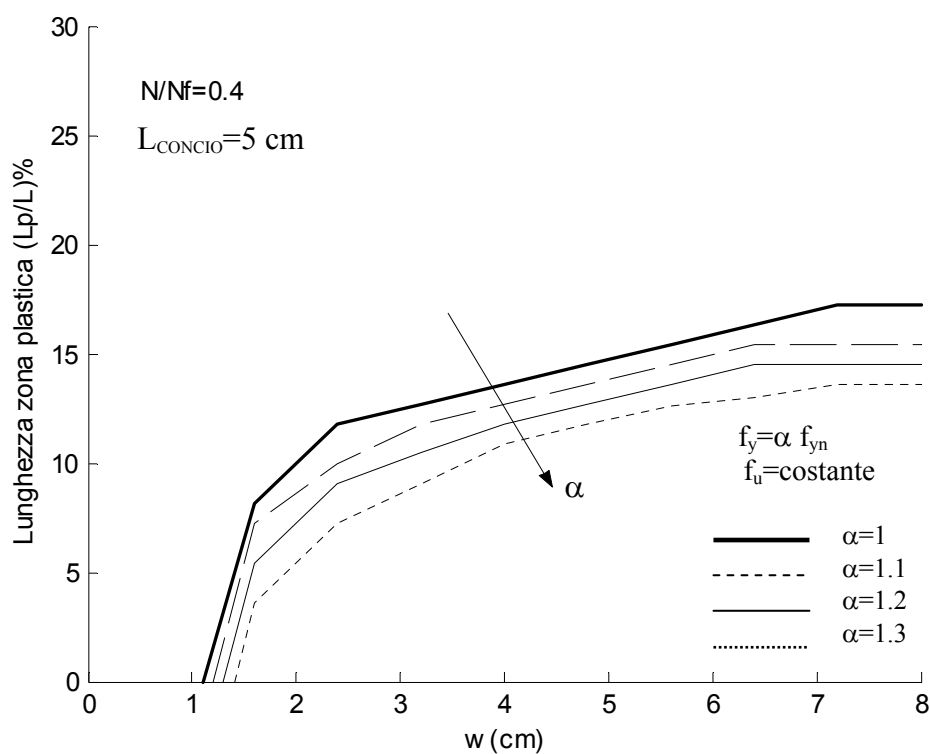


Figura 6.33 Estensione della zona plasticizzata, in percentuale della lunghezza complessiva, al procedere dell'analisi e per diversi valori della tensione di snervamento effettiva del profilo metallico. $N/N_f=0.4$.

La Figura 6.34 mostra, in scala, l'estensione della zona plasticizzata nei diversi casi considerati per $N/N_f=1$.

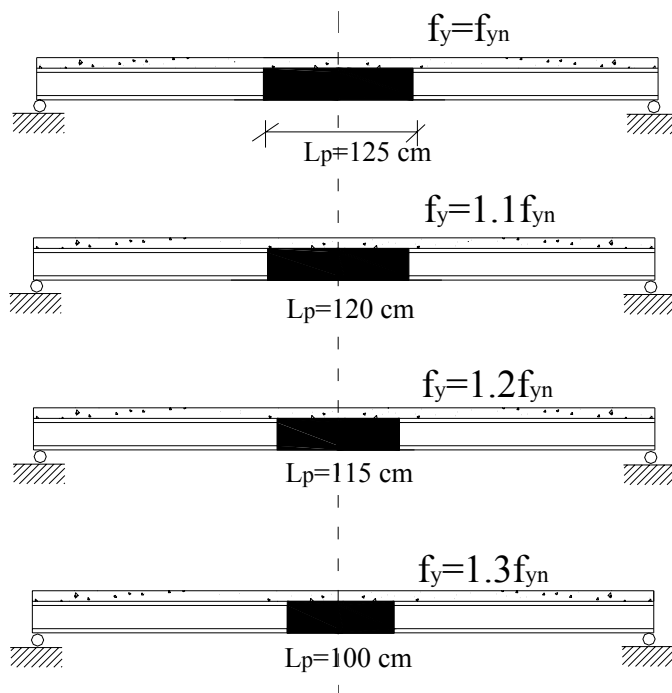


Figura 6.34 Rappresentazione della riduzione del tratto plasticizzato nell'istante di massimo carico, all'aumentare della tensione effettiva di snervamento ($N/N_f=1$).

Nelle figure precedenti, per zona plasticizzata s'intende, convenzionalmente, una sezione in cui almeno una delle fibre metalliche abbia superato la tensione di snervamento. In particolare, nel presente caso, si considera lo snervamento della fibra inferiore del profilo metallico.

Per ottenere una curva dall'andamento regolare, sono stati utilizzati elementi di lunghezza di 5 cm per discretizzare la struttura.

Si osserva, nei grafici precedenti, come al crescere della tensione di snervamento la plasticizzazione della struttura inizi ad un livello di spostamento sempre maggiore.

Una ulteriore serie di prove è stata effettuata considerando un fattore amplificativo α , oltre che della tensione di snervamento dell'acciaio, anche della tensione ultima.

Gli incrementi apportati ai valori di snervamento ed ai valori ultimi possono essere riassunti nella Figura 6.35, in cui è evidente come il coefficiente di incrudimento delle diverse curve si mantenga costante e pari al valore nominale.

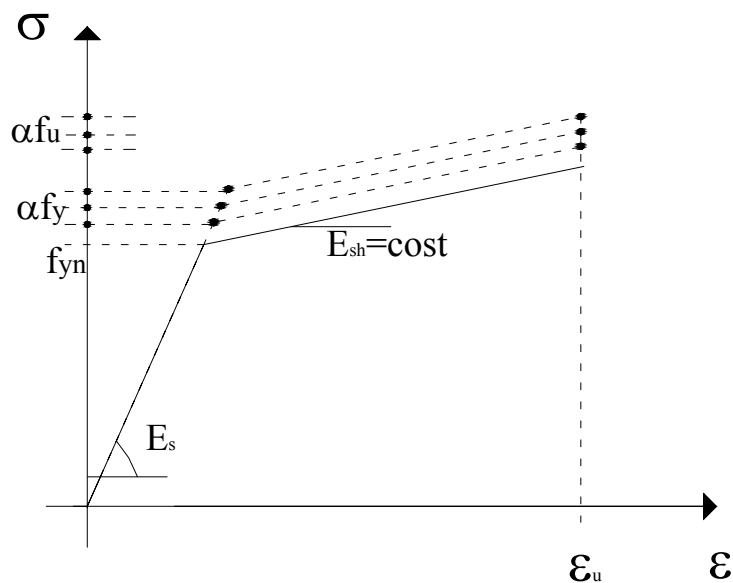


Figura 6.35 Incremento della tensione di snervamento f_y e della tensione ultima f_u , e modifiche del legame costitutivo dell'acciaio.

A causa del basso grado di incrudimento del materiale, le differenze rispetto alle curve di Figura 6.32 e Figura 6.33, sono minime; si osserva, quindi, anche nelle Figura 6.36 e Figura 6.37, come al crescere della tensione di snervamento la plasticizzazione della struttura insorga ad un livello di spostamento sempre maggiore ed interessi dei tratti la cui estensione si riduce al crescere del fattore di amplificazione.

Si precisa, inoltre, che il passo d'analisi utilizzato conferisce alle curve un aspetto lineare a tratti, che è solo una approssimazione, seppur buona, del comportamento prettamente non lineare della struttura, anche nei riguardi dell'evolversi della plasticizzazione.

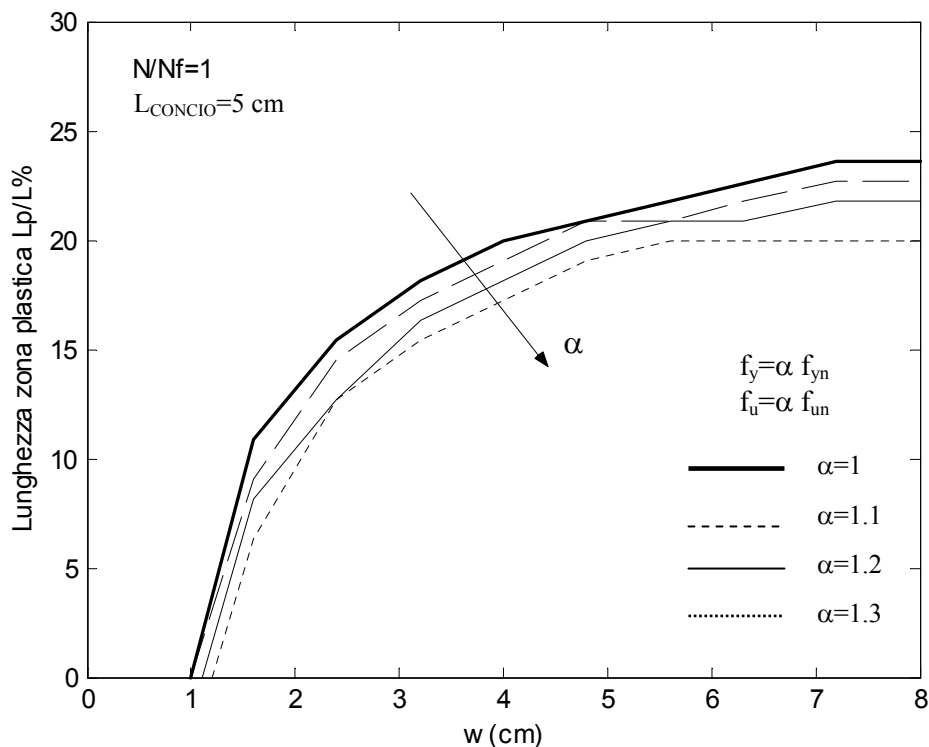


Figura 6.36 Estensione della zona plasticizzata, in percentuale della lunghezza complessiva, al procedere dell'analisi. $N/N_f=1$.

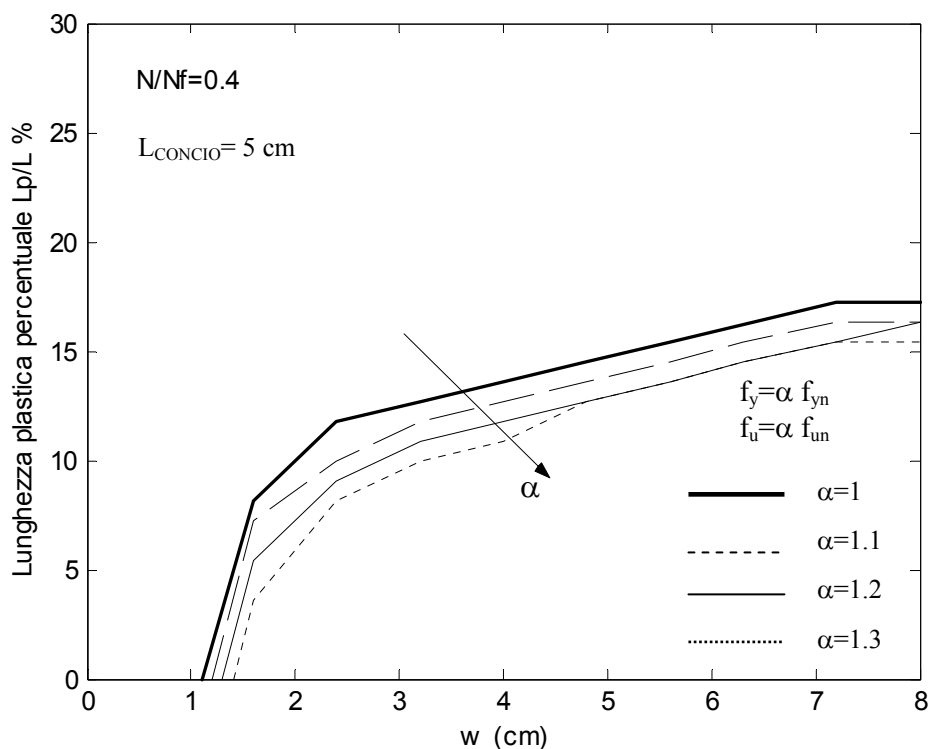


Figura 6.37 Estensione della zona plasticizzata, in percentuale della lunghezza complessiva, al procedere dell'analisi. $N/N_f=0.4$.

Una interessante analisi parametrica svolta è quella finalizzata a mostrare l'evoluzione del tratto plasticizzato in relazione al grado di connessione, considerando per i materiali i valori nominali delle tensioni di snervamento ed ultima.

Il risultato dell'analisi è mostrato nella Figura 6.38, che presenta, in ascisse, l'abbassamento in mezzzeria della trave ed, in ordinate, la percentuale di trave plasticizzata espressa come rapporto del tratto plastico (secondo la convenzione assunta) sull'intera lunghezza.

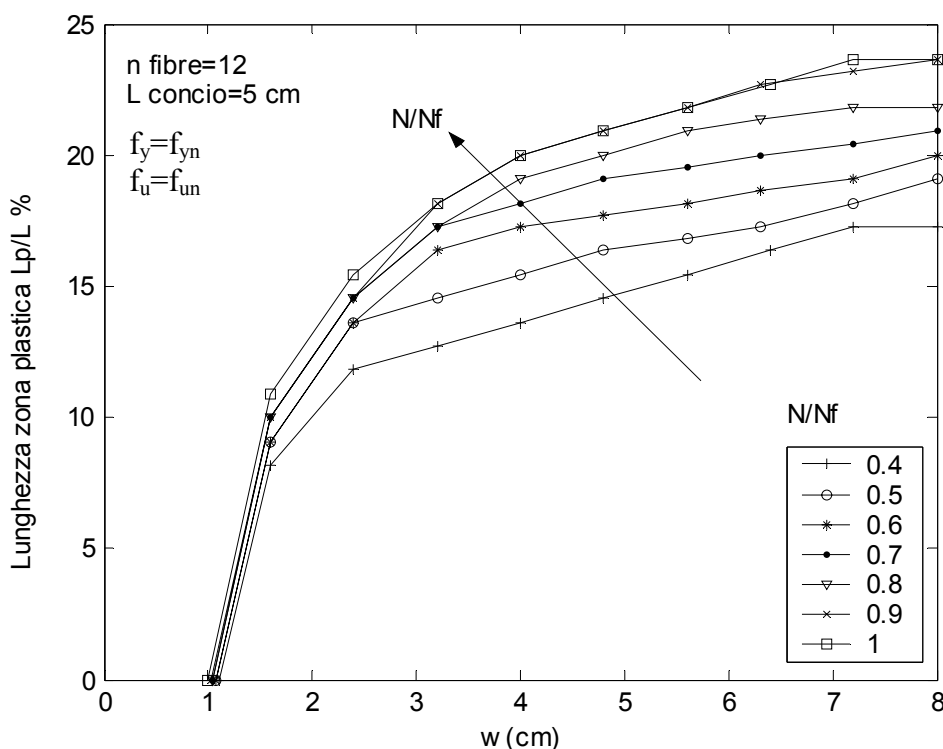


Figura 6.38 Estensione della plasticizzazione durante l'analisi al variare del grado di connessione.

6.5 STRUTTURA TEST (ASSEMBLAGGIO): PROVA SPERIMENTALE CICLICA

I campioni ed i risultati sperimentali considerati per l'analisi ciclica si riferiscono ad un giunto trave-colonna in acciaio, sottoposto a prova di fatica oligociclica alternata mediante l'imposizione di cicli di spostamento (Calado *et al.*, 1999).

È stato analizzato numericamente e confrontato con i dati sperimentali il comportamento di due prototipi, uno realizzato in solo acciaio e l'altro dotato di soletta in calcestruzzo su lamiera grecata.

I campioni oggetto della prova si riferiscono ad un tipo di soluzione comune per la creazione dei giunti trave-colonna.

La connessione della trave al pilastro è garantita da un collegamento saldato.

Sia le flange che l'anima della trave sono saldate all'ala della colonna tramite un doppio cordone di saldatura a completa penetrazione.

La Figura 6.39 mostra la configurazione di prova per il campione con soletta in calcestruzzo, mentre nella Figura 6.40 è mostrato l'assemblaggio metallico.

Lo schema di prova, prevede, sia per il modello costituito da solo acciaio sia per quello dotato di soletta in calcestruzzo armato una trave IPE 160 di acciaio qualificato come Fe430 collegata ad un pilastro HEB 180 di acciaio del tipo Fe510.

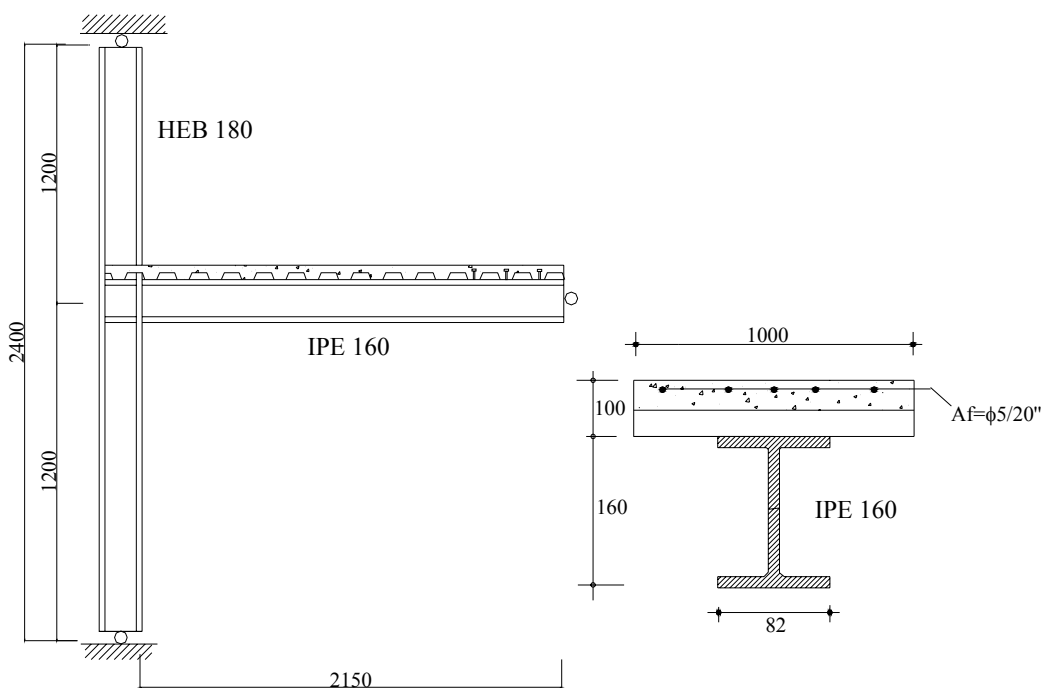


Figura 6.39 Geometria e dimensioni dello schema di prova del giunto con soletta in calcestruzzo armato su lamiera grecata.

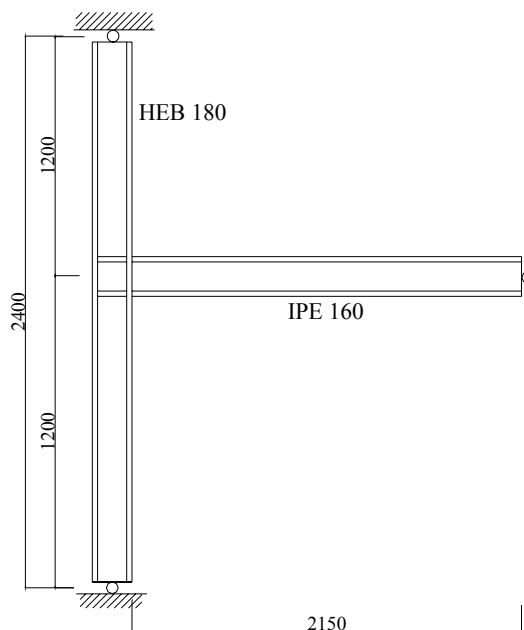


Figura 6.40 Geometria e dimensioni dello schema di prova dell'assemblaggio metallico.

Le sezioni terminali dei pilastri si considerano vincolate tramite cerniere ai supporti esterni durante lo svolgimento della prova; all'estremità della trave è applicato lo spostamento imposto.

La Tabella 6. 6 riassume le proprietà fisiche e meccaniche della struttura.

ACCIAIO	TENSIONE DI SNERVAMENTO ACCIAIO (Mpa)	304
	MODULO ELASTICO ACCIAIO (Mpa)	206000
SOLETTA CLS	RESISTENZA A COMPRESSIONE DEL CALCESTRUZZO (MPa)	29,4
	ARMATURA SOLETTA	$\phi 5/20''$
	TENSIONE DI SNERVAMENTO ARMATURA (Mpa)	430

Tabella 6. 6 Caratteristiche strutturali dei campioni

La soletta, costituita da una lamiera grecata di spessore 6/10 ed altezza 55 mm, di altezza complessiva di 100 mm, è vincolata alla trave metallica per mezzo di tre connettori a piolo con testa saldati in prossimità della zona di applicazione del carico.

L'armatura della soletta consiste in una rete di $\phi 5$ a maglia 200x200.

I campioni sono stati sottoposti a cicli di spostamento di ampiezza costante fino al raggiungimento del collasso. In particolare, l'ampiezza massima degli spostamenti raggiunti è stata di 100 mm.

La prova sperimentale ha evidenziato come entrambi i campioni sono giunti a collasso senza evidenti segni premonitori della crisi, cioè in modo “fragile”.

Nel caso del provino senza soletta, l’innesco delle cricche e la conseguente lesione hanno interessato entrambe le ali della trave.

Nel caso del provino dotato di soletta, invece, le lesioni nel profilo metallico hanno sempre interessato l’ala inferiore della trave, in quanto, come si evince anche dall’analisi numerica, nelle fasi caratterizzate dalla soletta in compressione si ha un innalzamento dell’asse neutro verso la soletta e l’ala inferiore è sottoposta a deformazioni molto più elevate di quelle dell’ala superiore.

6.6 CONFRONTO NUMERICO-SPERIMENTALE (ASSEMBLAGGIO)

L’analisi numerica è effettuata per entrambi i campioni sperimentali. La discretizzazione della struttura è presentata in Figura 6.41; sono utilizzati dodici nodi ed undici elementi per descrivere il modello.

La discretizzazione delle colonne è assunta meno fitta rispetto alla discretizzazione dell’elemento trave, poiché, data la elevata resistenza meccanica del materiale e la sezione strutturale assegnata ai pilastri, non si ha la loro plasticizzazione, come risulta dai dati della prova sperimentale; il loro comportamento si mantiene in campo elastico, così come il comportamento del pannello di nodo.

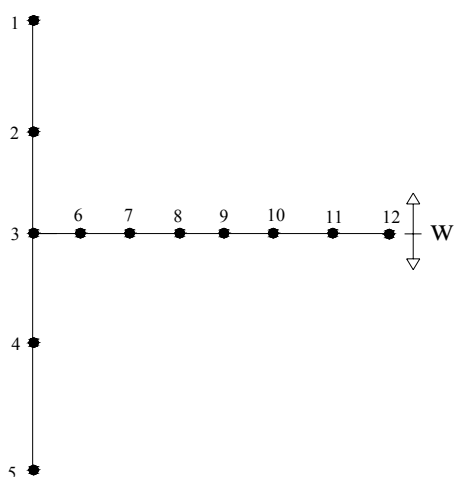


Figura 6.41 Discretizzazione in elementi della struttura oggetto di analisi ed identificazione dello spostamento assegnato (w).

La discretizzazione è, invece, infittita nella trave per coglierne accuratamente le escursioni in campo plastico. La suddivisione della trave utilizza elementi di 25 cm di lunghezza.

La discretizzazione della sezione retta dell'elemento di trave composta prevede la suddivisione in dodici fibre, come rappresentato nella Figura 6.42.

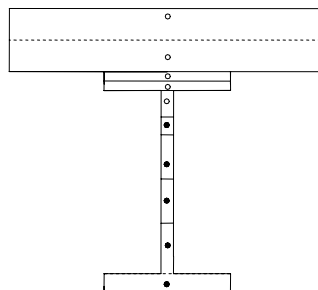


Figura 6.42 Discretizzazione in fibre per l'elemento di trave composta.

La storia di spostamento imposta al modello è mostrata in Figura 6.43. Nel codice essa è imposta allo spostamento verticale dell'estremo libero della trave. Lo spostamento massimo raggiunto è di 100 mm, l'incremento di passo scelto per l'analisi numerica è di 2.5 mm.

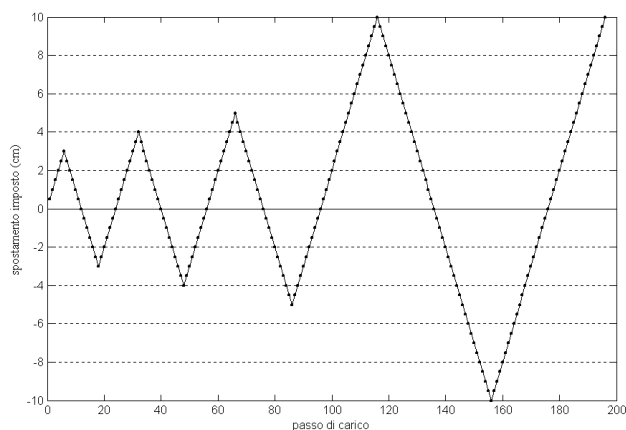


Figura 6.43 Storia degli spostamenti imposti all'estremo della trave.

Il primo confronto numerico-sperimentale riguarda il campione di solo acciaio (Figura 6.40).

I risultati sono mostrati in Figura 6.44, riportando, in ascisse, lo spostamento del nodo di estremità dell'assemblaggio (w) ed, in ordinata, il valore della corrispondente forza (F).

Le differenze che si riscontrano sono imputabili alla schematicità del modello bilineare adottato per il legame costitutivo dell'acciaio.

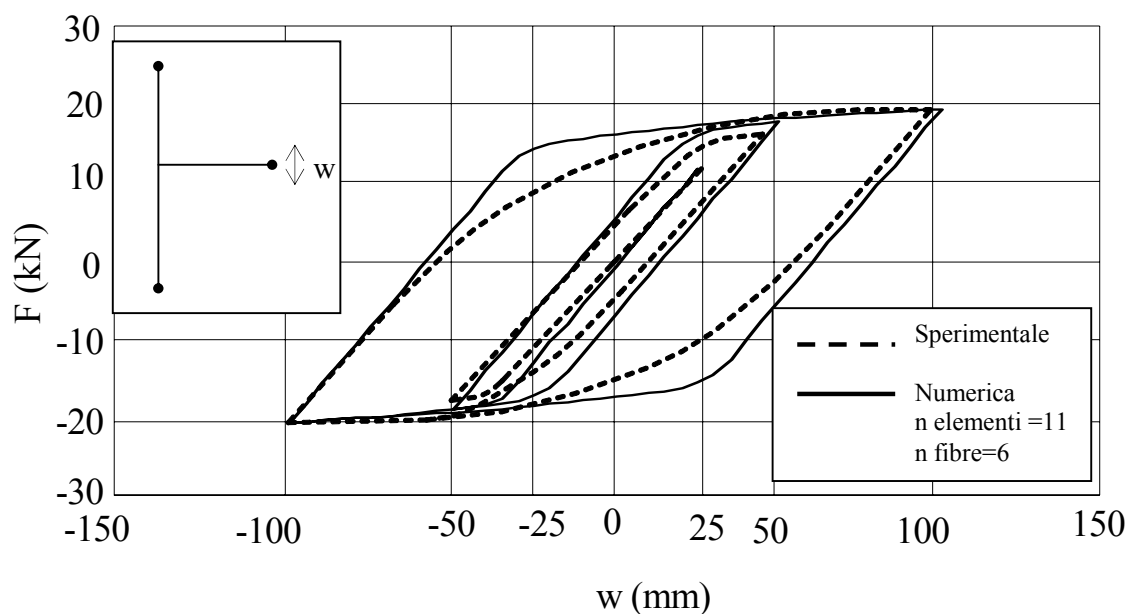


Figura 6.44 Confronto numerico-sperimentale per l'assemblaggio colonna-trave senza soletta.

Il secondo confronto numerico-sperimentale effettuato, con i dati a disposizione, riguarda l'assemblaggio colonna-trave composta precedentemente mostrato in Figura 6.39. Anche in tal caso, come mostrato in Figura 6.45, la curva numerica, a meno dei cicli di massima ampiezza, approssima abbastanza bene la curva sperimentale.

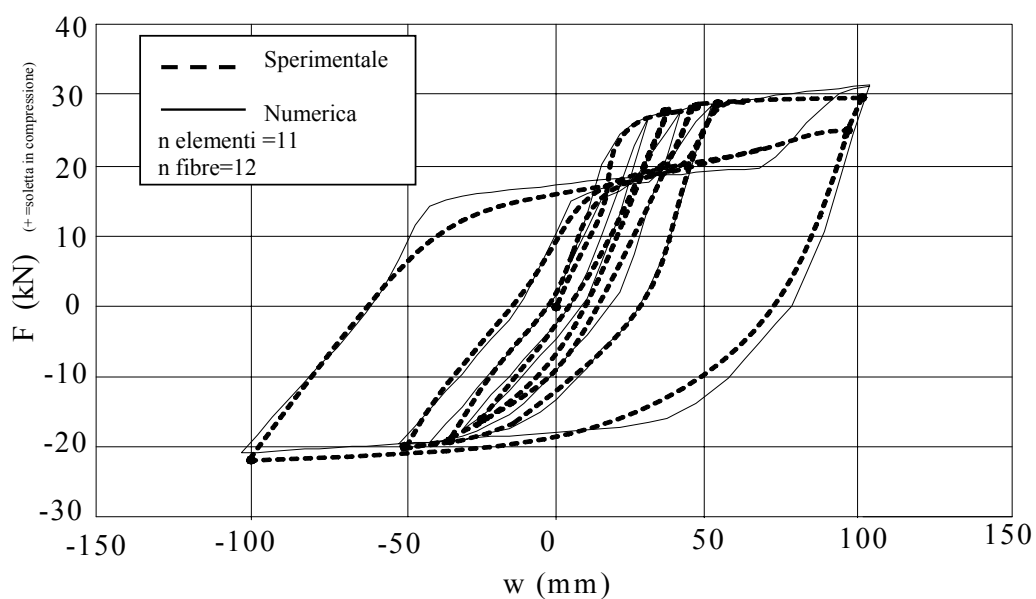


Figura 6.45 Confronto numerico-sperimentale per l'assemblaggio colonna-trave con soletta.

6.7 INFLUENZA DELLA SOLETTA IN C.A. SULLE DEFORMAZIONI

Con l'intento di mostrare le potenzialità offerte dal modello proposto nell'ambito dell'analisi degli assemblaggi, vengono presentati risultati, ottenuti soprattutto allo scopo di evidenziare l'elevato incremento di richieste deformative che la presenza di una soletta in calcestruzzo armato comporta per l'ala inferiore della trave.

A tal scopo vengono messi a confronto i risultati per gli assemblaggi colonna-trave con soletta (Figura 6.39) o senza soletta (Figura 6.40), facendo riferimento alla sezione ed alla fibra p1 indicate, a titolo di esempio Figura 6.46 per il solo assemblaggio con soletta.

I risultati così ottenuti siono mostrati nella Figura 6.47, riportando, in ascisse, il passo di carico corrente, riferito alla storia di spostamento assegnata (Figura 6.43) ed, in ordinata, la deformazione della fibra p1 della sezione di attacco tra trave e colonna.

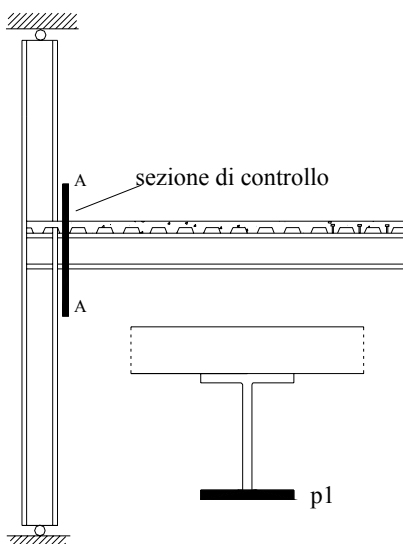


Figura 6.46 Sezione e fibra (p1) alle quali si riferiscono i risultati in Figura 6.47.

Il campo delle deformazioni positive (di dilatazione) si riferisce alle condizioni in cui la sezione di trave è sollecitata da momento flettente positivo (che tende le fibre inferiori della trave).

Dal confronto tra le curve ottenute per i due assemblaggi emerge che la presenza della soletta di calcestruzzo produce limitati incrementi di deformazione nelle fasi di sollecitazione per momento negativo, in cui il calcestruzzo teso, a seguito della fessurazione, fornisce un contributo trascurabile alla resistenza.

Fra l'altro, il fenomeno di *tension stiffening* non è stato considerato nell'attuale formulazione del modello di simulazione numerica.

Invece, nelle fasi di carico in cui il momento è positivo, la presenza della soletta in calcestruzzo si traduce in un evidente incremento della deformazione attinta dalla fibra p1 dell'ala inferiore. A parità di spostamento assegnato (ossia per un certo passo di analisi), la deformazione nel caso di presenza di soletta è decisamente maggiore, con valori di incremento dell'ordine del 90% rispetto alla situazione senza soletta in c.a..

Ciò si deve alla migrazione dell'asse neutro verso la soletta in c.a. nelle fasi che vedono il calcestruzzo in compressione.

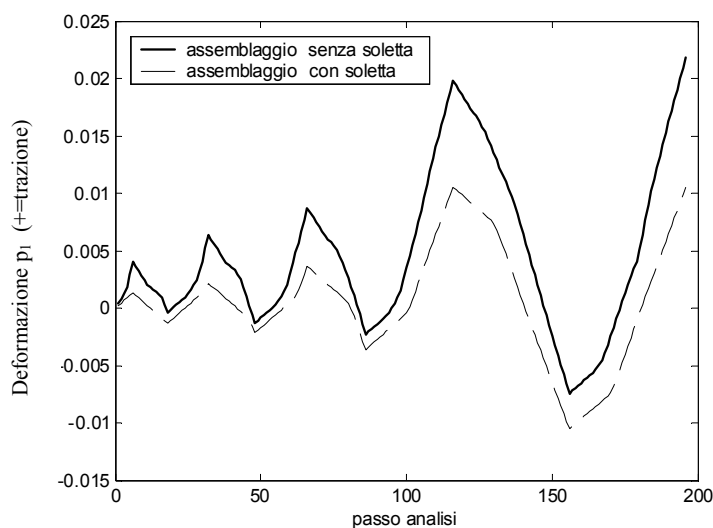


Figura 6.47 Confronto tra la risposta della fibra p1 (ala inferiore profilo metallico) per l'assemblaggio con soletta e l'assemblaggio senza soletta in c.a..

I risultati ottenuti dall'analisi ciclica non lineare confermano quanto rilevato sperimentalmente osservando il comportamento delle strutture composte acciaio-calcestruzzo.

Inoltre, è verificata, seppure in maniera non esaustiva, la possibilità di utilizzare con successo il modello sviluppato per l'analisi ciclica.

A tal proposito, è opportuno notare che, all'ottenimento dei buoni risultati ottenuti dal modello in oggetto nell'ambito dell'analisi ciclica degli assemblaggi precedentemente presentati, ha contribuito anche la scarsa influenza che le caratteristiche del giunto nodale hanno avuto sulla risposta globale degli assemblaggi.

In effetti, come evidenziato dalle prove sperimentali, non si sono verificati snervamenti nella colonna metallica e la zona del pannello di nodo, adeguatamente irrigidita, è rimasta, durante i cicli di carico, sostanzialmente in fase elastica, con limitate escursioni in campo plastico.

In base a tali considerazioni ed alle esperienze maturate nel corso del presente lavoro di tesi, si può ritenere il modello proposto suscettibile di miglioramenti per tenere conto anche della deformabilità del pannello.

7. CONCLUSIONI

È stato sviluppato un modello numerico per l'analisi non lineare di travi composte acciaio-calcestruzzo. Tale modello è stato implementato in un codice di calcolo in linguaggio Matlab, utilizzato per effettuare dei test numerici con riferimento a modelli di trave composta ed assemblaggi colonna-trave per i quali sono disponibili in letteratura i risultati sperimentali di prove monotone e cicliche. Ciò anche allo scopo di validare il modello numerico, che ha fornito risultati in buon accordo con quelli sperimentali, richiedendo un ragionevole impegno di calcolo.

La prima serie di prove numeriche effettuate, con riferimento ad uno schema di trave appoggiata e con procedura di carico monotona, è stata finalizzata alla determinazione dell'effetto delle diverse discretizzazioni longitudinali sull'accuratezza del risultato numerico. I confronti tra curve numeriche e sperimentali mostrano come sia possibile ottenere una risposta del modello abbastanza accurata utilizzando una discretizzazione della struttura non così fitta da risultare penalizzante in termini di impegno computazionale richiesto.

Anche la serie di analisi effettuate con riferimento alla discretizzazione a livello di sezione, porta alla conclusione che un aumento del numero di fibre in cui è suddivisa la sezione, oltre un dato numero, non incrementa ulteriormente la buona qualità della risposta. In particolare, è stata evidenziata la necessità di suddividere in più fibre la soletta in calcestruzzo, al fine di coglierne l'eventuale parzializzazione in seguito alla migrazione dell'asse neutro.

La buona corrispondenza dei risultati numerici e sperimentali si ha anche con riferimento ai valori di scorrimento tra acciaio e calcestruzzo che si verificano a seguito della deformabilità dei connettori. Il modello di concio proposto, pur assegnando le proprietà meccaniche della connessione continua lungo il concio a dei connettori equivalenti disposti agli estremi del singolo concio, riesce a restituire valori di scorrimento puntuali comparabili a quelli determinati sperimentalmente.

Dopo aver verificato l'affidabilità dei risultati numerici ottenibili con il codice, sono state effettuate una serie di prove parametriche per evidenziare l'effetto di alcuni parametri sul comportamento globale (in termini di forza e di spostamento) e sul comportamento locale (in termini di tensione e deformazione) della struttura.

La prima serie di prove numeriche ha riguardato:

- l'effetto del grado di connessione (N/N_f) sulla risposta globale della struttura, con riferimento alle curve carico-spostamento ($P-w$);
- l'effetto del grado di connessione (N/N_f) sulla risposta locale della struttura, con riferimento agli scorrimenti di interfaccia lungo la struttura.

Nell'analisi il grado di connessione è fatto variare fra il valore minimo previsto dalle attuali normative $N/N_f=0.4$ ed il valore $N/N_f=1$ (completo ripristino); in accordo con quanto atteso, al crescere del grado di connessione, il momento plastico della trave aumenta e così anche la capacità portante della struttura.

Con riferimento allo scorrimento di interfaccia, la prova è stata effettuata a due livelli di carico; i risultati evidenziano come, al decrescere del grado di connessione, aumenti sia il valore massimo degli scorrimenti raggiunti sia l'estensione della zona interessata da scorrimenti significativi; in particolare, visto il legame costitutivo della connessione, a parità di incremento di carico, si ha una rigidità minore in campata, rispetto alle zone prossime agli appoggi. Al crescere del grado di connessione, si ha una forte concentrazione degli scorrimenti nella zona degli appoggi.

Si evidenzia, inoltre, come il grado di connessione, definito con riferimento alla capacità della connessione di trasmettere gli sforzi all'interfaccia, sia rilevante anche con riferimento alla rigidità della connessione e, quindi, dell'intera struttura.

La seconda serie di prove parametriche ha avuto come obiettivo l'analisi dell'evoluzione dell'asse neutro durante il processo di carico e lo studio delle diverse risposte a livello locale e globale, in particolare:

- l'identificazione della posizione dell'asse neutro durante la prova e l'influenza del grado di connessione sulla migrazione dello stesso asse;
- la situazione tensionale e deformativa delle fibre della sezione di mezzeria per il grado di connessione unitario ($N/N_f = 1$);
- l'effetto del grado di connessione sullo stato tensionale e deformativo delle fibre più sollecitate dell'acciaio (ala inferiore del profilo) e del calcestruzzo;

Le prove hanno evidenziato come, durante il processo di carico monotono, la posizione dell'asse neutro migri da quella elastica iniziale portandosi verso la soletta compressa, provocandone, nell'ipotesi adottata di calcestruzzo non reagente a trazione, la parzializzazione. A ciò consegue un aumento della capacità deformativa richiesta alla flangia inferiore della sezione metallica; è, inoltre, identificabile un aumento del gradiente di crescita delle deformazioni durante la migrazione verso l'alto dell'asse neutro. La ripetizione delle prove numeriche per diversi valori del grado di connessione ha mostrato come lo spostamento dell'asse neutro verso la soletta compressa avvenga con modalità diverse. In particolare, è stato rilevato, quale effetto locale, come per elevati valori del rapporto N/N_f , la fibra che simula la risposta della flangia inferiore del profilato metallico sia soggetta ad un brusco incremento sia del gradiente di deformazione (a parità di incremento di spostamento) che del valore massimo attinto. Nonostante si verifichi che all'incremento di deformazione non consegua, per via del legame costitutivo poco incrudente dell'acciaio, un incremento di tensione di pari entità, è possibile, estendendo il discorso, attribuire a questi incrementi di deformazione non preventivati un rilevante peso nello sviluppo di rotture fragili, localizzate, ad esempio, nelle giunzioni colonna-trave composta.

L'ulteriore serie di prove svolte ha avuto come obiettivo la determinazione dell'influenza delle proprietà dei materiali, in particolare dell'acciaio. La simulazione si riferisce al parametro f_y/f_u ; le prove sono svolte considerando l'incremento di tale rapporto del 10%, 20% e 30% e determinando:

- l'effetto, a livello globale, dell'incremento sulla risposta in termini di forza e spostamento della struttura;
- l'effetto della variazione del rapporto f_y/f_u sull'estensione e sull'evoluzione delle zone plastiche all'interno della struttura.

L'incremento dell'effettiva tensione di snervamento rispetto ai valori nominali comporta un incremento della capacità portante della struttura, rilevato in termini globali dall'andamento della curva carico-spostamento. Nel contempo, però, all'incremento di capacità portante si associa una riduzione dell'estensione delle regioni plastiche della struttura, con la conseguente riduzione delle capacità deformative disponibili.

La determinazione delle zone plasticizzate della struttura, secondo un'opportuna convenzione scelta, è stata effettuata, inoltre, per la tensione di snervamento nominale, facendo variare il grado di connessione; il risultato della prova evidenzia un'estensione delle zone plasticizzate al crescere del grado di connessione.

Sono stati presentati, poi, i risultati relativi ad una prima estensione del modello proposto all'analisi degli assemblaggi colonna in acciaio-trave composta acciaio-calcestruzzo sotto carichi ciclici. Anche per tale prova, la fase di validazione del modello numerico, tramite il confronto con i dati sperimentali, ha fornito una buona rispondenza con i dati sperimentali, peraltro indubbiamente legata al comportamento elastico mostrato dalla zona di pannello.

L'accuratezza del modello proposto, nelle sue applicazioni orientate all'analisi delle travi composte può essere ancora migliorata introducendo in esso la possibilità di considerare alcuni fenomeni sin'ora trascurati, quali la degradazione del legame di aderenza tra l'armatura ed il calcestruzzo della soletta, i fenomeni di distacco tra quest'ultima ed il profilato, nonché l'effetto di *tension stiffening* nel caso in cui il calcestruzzo della soletta risulti teso.

Inoltre, mediante le espressioni empiriche proposte da Soroushian e Choi (1987) si potrà tener conto della variabilità di f_y ed f_u , rispettivamente tensione di snervamento e tensione di rottura, per l'acciaio degli elementi metallici, in relazione alla velocità di applicazione del carico.

Il modello proposto si presta ad essere utilizzato anche nell'analisi di telai con travi composte. Comunque, per assicurarne l'affidabilità in tutti i casi, è necessario mettere in conto la deformabilità a taglio del pannello d'anima della colonna.

BIBLIOGRAFIA

Adecola, A. O. [1968], “*Partial Interaction between elasticity connected elements of a composite beam*”, International Journal of Solids and Structures, n° 4, 1968, pp.1125-1135.

Amadio, C., Fragiaco, M. [1993], “*Un modello agli elementi finiti per lo studio degli effetti del ritiro e del fluage nelle travi composte dotate di connessioni deformabili*”, Costruzioni metalliche, n°4,1993, pp.213-228.

Anderheggen, E., Fontana, M., Tesar, C. [2005], “*Numerical modeling of composite floor slabs in fires*”, Proceedings of the 2005 ASCE International Conference on Computing in Civil Engineering, pp. 1297-1306.

Aribert, J.M. [1995], “*Influence of slip of the shear connection on composite joint behavior*”, Third International Workshop on Connections in Steel Structures. Session 1, Trento (Italy), 28-31 May 1995 (Proceedings published in Elsevier Science ltd).

Aribert, J.M. [1997], “*Analyse et formulation pratique de l'influence de l'ader du profilé sur le degré minimum de connexion partielle d'une poutre mixte*”, Construction Métallique, n° 3, 1997, pp. 39-55.

Ayoub, A., Filippou F. [2000], “*Mixed Formulation of NonLinear Steel-Concrete Composite Beam Element*”, Journal of structural Engineering ASCE, vol.126, n°3, March 2000, pp.371-380.

Ayoub, A. [2005], “*A force-based model for composite steel -concrete beams with partial interaction*”, Journal of Constructional Steel Research, n°61 (3), pp. 387-414.

Ballio, G., Youquan, C. [1993], “*An experimental research on beam-to-columns joints: interior connections.*” Proceedings of CTA, Giornate Italiane della Costruzione in Acciaio, Ottobre 1993, pp. 121–132.

Bartschi, R., Fontana, M. [2006], “*Composite beams with nonlinear material and connector behaviour for low degrees of partial shear connection*”, Proceedings of the 5th International Conference on Composite Construction in Steel and Concrete, pp. 573-582.

Bertero, V., Anderson, J.C., Krawinkler, H. [1994], “*Performance of steel buildings structures during the Northridge earthquake*”, Report UCB/EERC-94/08.

Bolong, Z., Mingshum, W., Kunlian, Z. [1981], “*A study of hysteretic curve of reinforced concrete members under cyclic loading*”, Procs. of 7th World Conference on Earthquake Engineering, Istanbul.

Bursi, O. [2000], “*Shear connection in steel-concrete members: testing, modelling, standards and seismic damage*”, Costruzioni Metalliche, n°4, Anno LII, Luglio-Agosto 2000, pp. 51-66.

Bursi, O., Zandonini, R. [2000], “*Non-linear analysis of full and partial shear connection composite substructures*”, Proceedings of the Conference: Composite Construction in Steel and Concrete IV, pp. 249-261.

Calado, L., Castiglioni C., Bernuzzi, C., [1999], “*Seismic behaviour of welded beam-to-column joints*”, Proc. XVII C.T.A., Napoli, Ottobre 1999.

Calado, L., Bernuzzi, C. e Castiglioni, C. A., [1998], “*Structural Steel Components under Low-Cycle Fatigue: Design Assisted by Testing*”, Structural Engineers World Congress, SEWC, San Francisco.

C.N.R. 10016. [1982], “*Travi composte di acciaio e calcestruzzo: istruzioni per l'impiego nelle costruzioni*”, Febbraio 1982.

Capecchi, D., Ciampi, V., Vestrani, F. [1980], “*Un modello per elementi di trave in cemento armato soggetti a carichi ripetuti*”, Pubblicazione n°32, Istituto di Scienza delle Costruzioni.

Castro, J.M., Elghazouli, B., Izzuddin, B. A. [2005], “*Modelling of the panel zone in steel and composite moment frames*”, Engineering Structures n° 27, 2005.

Chapman, J.C., Balakrishnan, S. [1964], “*Experiments on composite beams*”, The Structural Engineer, Vol. 42, n° 2, November, 1964, pp. 369-383.

Chapman, J.C. [1964], “*Composite construction in steel & concrete - the behaviour of composite beams*”, Structural Engineer, Vol 42, n°4, April 1964 pp. 115-125.

Ciampi, V., Elgehausen, R., Bertero, V., Popov, E. V. [1982], “*Analytical model for concrete anchorages of reinforcing bars under generalized excitations*”, Report UCB/EERC 82/23, University of California, Berkeley.

Corradi Dell'Acqua L. [1993], “*Meccanica delle strutture: le teorie strutturali ed il metodo degli elementi finiti*”, vol°2, McGraw-Hill.

Cosenza, E., Mazzolani, S. [1993], “*Analisi in campo lineare di travi composte con connessioni deformabili: formule esatte e risoluzione alle differenze*”, I Workshop italiano sulle strutture composte, 17-18 giugno 1993, pp. 1-20.

Cosenza, E., Mazzolani, S. [1995], "*Travi composte acciaio-calcestruzzo con connettori a parziale ripristino di resistenza: modellazione del comportamento, confronti sperimentali e disposizione ottimale dei connettori*", II Workshop italiano sulle strutture composte, Napoli 22-23 Giugno 1995, pp. 133-148.

Cosenza, E., Mazzolani, S. [1993], "*La valutazione delle frecce a breve termine nelle travi composte acciaio calcestruzzo: l'influenza del comportamento non lineare dei connettori*", I Workshop italiano sulle strutture composte, 17-18 giugno 1993, pp. 21-38.

Cosenza, E., Mazzolani, S. [1994], "*Modellazione del comportamento in campo non lineare di travi composte acciaio-calcestruzzo con connettori a parziale ripristino di resistenza*", XXIII Convegno Nazionale AIAS 94, 21-24 settembre 1994, pp. 909-916.

Cosenza, E., Pecce, M. [1997], "*Analisi Matriciale di travi continue composte con connessione deformabile a comportamento lineare*", CTA Giornate italiane della costruzione in acciaio, Ancona: 2-3-4-5 ottobre 1997.

Dezi, L., Tarantino, A.M. [1993], "*Viscoelastic analysis of composite beams*", I Workshop Italiano sulle strutture composte, 17-18 giugno 1993, pp. 153-172.

Dezi, L. [1994], "*Shrinkage effects in composite continuous beams with flexible connection*", Journal of Constructional Steel Research, n°28, 1994, pp.295-320.

EI-Tawil, S., Deierlein, G. [2001], "*Nonlinear Analysis of Mixed Steel. Concrete Frames I: Implementation and Verification*", ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 127, n°6, June 2001, pp. 656-665.

Ellobody, E., Young, B. [2006], "*Performance of shear connection in composite beams with profiled steel sheeting*", Journal of Constructional Steel Research, Vol. 62 (7).

Elnashai, A. S., Broderick, B. M. [1996], "*Seismic response of composite frames: calculation of behaviour factors*", Engineering Structures, Vol. 18, N°9, pp. 707-723.

Eurocode 4, "*Design of Composite Steel and Concrete Structures: General Rules and Rules for Buildings*", Pr-EN, 01/2005.

Eurocodice 4, “*Progettazione delle strutture composte acciaiocalcestruzzo: Parte 1-1: regole generali e regole per gli edifici (Norma italiana)*”, ENV 1994-1-1, Nov. 1994.

Fabbrocino, G., Manfredi, E., Cosenza, E. [2002], “*Modeling of continuous steel concrete composite beams: computational aspects*”, Computer and Structures n°80 p. 2241.

Fabbrocino, G., Manfredi, G., Cosenza E. [1999], “*Non-linear analysis of composite beams under positive bending*”, Computer and Structures; n°9, pp.70-77.

Fabbrocino, G., Manfredi, G., Cosenza, E. [2000], “*Analysis of continuous composite beams including partial interaction and bond*”, ASCE J. Struct Eng 2000; vol.126 [11], pp.1288-1294.

Fabbrocino, G., Manfredi, G., Cosenza, E., Pecce M. [1999], “*Non linear behaviour of composite beams under negative bending: an experimental-theoretical comparison*”, Eurasteel '99, Praga.

Fabbrocino, G., Manfredi, G., Cosenza, E. [2001], “*Ductility of composite beams under negative bending: an equivalence index for reinforcing steel classification*”, J. Construct. Steel Res. 2001; 57:185, n°02.

Fabbrocino, G., Manfredi, G., Cosenza, E. [1999], “*Non-linear analysis of composite beams under positive bending*”, Computers and Structures, 70 (1), pp. 77-89.

Faella, C., Consalvo, V., Nigro, E. [1995], “*Sul controllo delle tensioni in esercizio in travi composte acciaio calcestruzzo*”, II Workshop italiano sulle strutture composte, Napoli 22-23 giugno 1995, pp. 195-210.

Faella, C., Consalvo, V., Nigro, E. [1997], “*Calibrazione di metodi semplificati per la valutazione degli effetti della viscosità e del ritiro nelle travi composte acciaio-calcestruzzo*”, C.T.A. Giornate Italiane della Costruzione in Acciaio, Ancona, 2-5 ottobre 1997.

Faella, C., Consalvo, V., Nigro, E. [1997], *”Travi composte acciaio-calcestruzzo iperstatiche a connessione deformabile: un modello "esatto" agli elementi finiti”*, C.T.A. Giornate Italiane della Costruzione in Acciaio, Ancona, 2-5 ottobre 1997.

Faella, C., Martinelli, E., Nigro, E. [2003], *“Non-Linearity of Shear Connection and Deflections of Steel-Concrete Composite Beams: a Simplified Method”*, ASCE Journal of Structural Engineering, Gennaio 2003.

Faella, C., Martinelli, E., Nigro, E. [2002], *“Steel and Concrete Composite Beams with Flexible Shear Connection: "exact" analytical expression of the stiffness matrix and application”*, Computer & Structures, Vol. 80/11, pp. 1001-1109, Maggio, 2002.

Faella, C., Piluso, V., Rizzano, G. [2000], *“Structural Steel Semirigid Connections: Theory, Design and Software”*, CRC Press, 2000.

Fang, L.X., Chan, S.L., Wong, Y.L. [2000], *“Numerical analysis of composite frames with partial shear-stud interaction by one element per member”*, Eng. Struct., 22, 2000, 1285-1300.

FEMA-267, [1995], *“Interim Guideline: Evaluation, Repair, Modification and Design of Welded Steel Moment Frame Structures”* Report n° SAC-95-02, SAC Joint Venture.

Foutch, D.A., Yun, S.Y. [2002], *“Modelling of steel moment frames for seismic loads.”* Journal of Constructional Steel Research 2002; 58(5–8), pp.529–64.

FranK, K. [1997], *“The physical and Metallurgical Properties of structural steels”*, Background Reports, SAC 95-09.

Gattesco, N., [2000], *“Analytical modeling of nonlinear behavior of composite beams with deformable connection”*, J. Constr. Steel Research, 52, 1999,195-218.

Gattesco, N., Giuriani, E. [1996], *“Experimental study on stud shear connectors subjected to cyclic loading”*, Journal of Constructional Steel Research, 38,1,1996,1-21.

Gattesco, N., [1999], “*Analytical modeling of nonlinear behaviour of composite beams with deformable connection*”, J. Constr. Steel Research, 52.

Girhammar, D.A., Gopu, V.K.A. [1993], “*Composite Beam-Column with Interlayer Slip - Exact Analysis*”, A.S.C.E. J. Struct. Eng., 119 (4), 1993,1265-1282.

Johnson, R. P. [1994], “*Composite Structures of Steel and Concrete - Volume 1: Beams, Slabs, Columns and Frames for Building*”, Second Edition, Blackwell Scientific Publications, Oxford (UK), 1994.

Johnson, R.P. [2000], “*Resistance of stud shear connectors*”, Journal of Constructional Steel Research, 56, 200, 101-116.

Johnson, R.P., Greenwood, R.D., van Dalen, K., [1969], “*Stud shear-connectors in hogging moment regions of composite beams*”, The Structural Engineer, Sept. 1969, n.9, vol.47, pp.345-350.

Krawinkler, H, Bertero, V., Popov E. [1971], “*Inelastic behaviour of steel beam-to-column subassemblages.*” Report No. EERC 71-07, University of California Berkeley, Berkeley, California, 1971.

Kent, D. C., Park, R. [1971], “*Flexural members with confined concrete*”, Journal of the Structural Division, ASCE, vol 97, n°7.

Kim, K.D., Engelhardt, M.D. [2002], “*Monotonic and cyclic loading models for panel zones in steel moment frames.*”, Journal of Constructional Steel Research 2002;58(5–8), pp. 605–35.

Lam, D., EI-Lobody, E. [2005], “*Behavior of headed stud shear connectors in composite beam*”, Journal of Structural Engineering, 131 (1), pp. 96-107.

Lee, S.J., Lu, L.W. [1989], “*Cyclic tests of full-scale composite joint subassemblages*”. Journal of Structural Engineering, 1989, ASCE 115 (8):1977–98.

Lee, P.-G., Shim, C.-S., Chang, S.-P. [2005], "*Static and fatigue behavior of large stud shear connectors for steel-concrete composite bridges*", Journal of Constructional Steel Research, 61 (9), pp. 1270-1285.

Leon, R.T, Viest, I.M. [1996], "*Theories of incomplete interaction in composite beams*", Composite Constructions in steel and concrete III: Proceedings of an Engineering Foundation Conference, ASCE, Irsee (Germany), 7-14 June 1996.

Li, T.Q., Moore , D.B., Nethercot, D.A., Choo B.S. [1996], "*The Experimental Behaviour of a Full-scale, Semi-rigidly Connected Composite Frame: Detailed Appraisal*", J. Construct. Steel Res., Vol. 39, n°3, pp. 192-210, 1996.

Li, T.Q., Moore, D.B., Nethercot, D.A., Choo B.S. [1996], "*The Experimental Behaviour of a Full-scale, Semi-rigidly Connected Composite Frame: Overall Considerations*", J. Construct. Steel Res., Vol. 39, n°3, pp. 167-191, 1996.

Li, T., Moore, D.B., Nethercot, D.A., Choo, B. [1996], "*The experimental behaviour of a full scale, semi-rigidly connected composite frame: detailed appraisal*", J. Constr. Steel Research, vol.39, n°3, pp.192-210.

Liu, J., Astaneh, A. [2000], "*Cyclic testing of simple connections including effects of slab*" JSE Vol126, N°1 01/2000.

Martinelli, E. [2002], "*Analisi lineare e non lineare di strutture composte acciaio-calcestruzzo a parziale interazione*". Tesi di dottorato in ingegneria delle strutture, Università degli studi di Salerno.

Menegotto, M., Pinto, P. E. [1973], "*Method of analysis for cyclically loaded reinforced concrete plane frames including changes in geometry and nonelastic behaviour of elements under combined normal forced and bending*", Procs. IABSE Symp. On Resistance and Ultimate Deformability of Structures Acted by well-defined repeated loads, Lisbona.

Mimoune, F.Z., Mimoune, M., Tebbakh, B., Tahi A. [2005], "*Slip measurement at the steel-concrete interface in push-out tests*", Proceedings of the International Conference on Application of Codes, Design and Regulations, pp. 119-125.

Morita, S., Kaku, T., Sudo, E. [1979], "*Force strain relationship of reinforcing bars embedded in concrete under reversal loading.*" Procs. of 8th World conference on Earthquake Engineering, San Francisco [U.S.A.], vol.6.

Newmark, N. M., Siess, C.P., Viest, I.M. [1951], "*Tests and analysis of composite beams with incomplete interaction*", Stress Analysis, 9, 1951, 75-92.

Oehler, D., [1989], "*Splitting induced by shear connectors in composite beams*", Journal of Structural Engineering ASCE, Vol. 115, n° 2, Feb 1989, pp. 341-362.

Oehlers, D. J., Bradford, M. A. [1995], "*Composite Steel and Concrete Structural Members - Fundamental Behaviour*", Pergamon Press, Elsevier Science, Oxford (UK), 1995.

Oehlers, D. & Johnson, R.P. [1987], "*The strength of stud shear connections in composite beams*", Structural Engineer Vol.65B, n° 2, June 1987, pp 44-48.

Oehlers, D.J. & Coughlan, C.G. [1986], "*The shear stiffness of stud shear connections in composite beams*", Journal of Constructional Steel Research, vol. 6, pp.273-284.

Oehlers, D.J., Nguyen, N.T., Ahmed, M. & Bradford, M.A. [1997], "*Partial interaction in composite steel and concrete beams with full shear connection*", Journal of Constructional Steel Research, vol. 41, pp. 235-248.

Popov et al. [1996], "*SAC Document*" 96/01.

Popov, E., Blackman, B. [1995], "*Studies in steel moment resisting beam to column connections for seismic resistant design*", UCB/EERC-95/11.

Qiu, W., Zhang, Z., Jiang M. [2003], "*Nonlinear finite element analysis of steel-concrete composite beams*", Journal of Computational Mechanics, 20 (5), pp. 627-630.

Qiu, W.-L., Jiang, M. [2005], “*Nonlinear finite element analysis of steel-concrete composite beams*” Journal of Harbin Institute of Technology (New Series), 12 (5), pp. 581-586.

Reza, Salari, M., Spacone, E., Shing, P.B., Frangopol, D.M. [1998], “*Non-linear analysis of composite beams with deformable shear connectors*”. ASCE Journal of Structural Engineering n°10.

SAC Joint Venture [1998], “*Background document: “Strength and ductility of FR Welded-Bolted Connections*” Report n° SAC/BD-98/01.

Salari, R. et al. [1998], “*Nonlinear analysis of composite beams with deformable shear connectors*”, ASCE Journal of Structural Engineering, vol. 124 n° 10 pp 1148-1158.

Sapountzakis, E.J., Katsikadelis, J.T. [2003], “*A new model for the analysis of composite steel-concrete slab and beam structures with deformable connection*”, Computational Mechanics, 31 (3-4), pp. 340-349.

Scott, B.D., Park, R., Priestley, M. J. N. [1982], “*Stress strain behaviour of concrete confined by overlapping hoops at low and high strain rates*”, ACI Journal, Jan-Feb 1982.

Sebastian, W. e Mc Connel [2000], “*Non linear FE analysis of concrete composite structures*”, ASCE Journal of Structural Engineering vol.126 n°6.

Seracino, R. [2006], “*Partial-interaction fatigue assessment of continuous composite steel-concrete bridge beams*”, Proceedings of the 5th International Conference on Composite Construction in Steel and Concrete V, pp. 93-104.

Seracino, R., Oehlers, D.J., Yeo, M.F. [2002], “*Partial-interaction fatigue assessment of stud shear connectors in composite bridge beams*”, Structural Engineering and Mechanics, 13 (4), pp. 455-464.

Seracino, R., Oehlers, D.J., Yeo, M.F. [2003], “*Behaviour of stud shear connectors subjected to bidirectional cyclic loading*”, Advances in Structural Engineering, 6 (1), pp. 65-75.

Shakir-Khalil, H. [1992], "*Full-scale tests on composite connections*", Composite Construction in Steel and Concrete II, pp. 539-554.

Sheikh, S.A., Uzumeri, S.M. [1982], "*Analytical model for concrete confinement in tied columns*" Journal of the Structural Division, ASCE, vol 110, n°9.

Sullo, S., Di Marco, R. [2004], "*A simplified method for assessing the ductile behaviour of stud connectors in composite beams with high strength concrete slab*" Journal of Constructional Steel Research, 60 (9), pp. 1387-1408.

Tagawa, Y., Kato, B. & Aoki, H. [1989], "*Behaviour of composite beams in steel frame under hysteretic loading*", Journal of Structural Engineering ASCE, vol.115, no. 8, August, pp. 2029-2045.

Takanashi, K. & Udugawa, K. [1989], "*Behaviours of steel and composite beams at various displacement rates*", Journal of Structural Engineering ASCE, vol.115, no. 8, August, pp. 2067-2081.

Taplin, G., Grundy, P. [2000], "*Steel-concrete composite beams under repeated load*", Proceedings of the Conference: Composite Construction in Steel and Concrete IV, pp. 37-50.

Veljkovic, M., Johansson, B. [2006], "*Residual static resistance of welded stud shear connectors*", Proceedings of the 5th International Conference on Composite Construction in Steel and Concrete V, pp. 524-533.

Wada et al. [1996], "*Cyclic behaviours of high strength steels with weld connections used in the damage tolerant structures*" ICASS 1.

Wang, Y.C. [1998], "*Deflection of Steel-Concrete Composite Beams with Partial Shear Interaction*", Journal of Structural Engineering, 124 (10), pp. 1159-1165.

Wright, H.D. [1990], "*The deformation of composite beams with discrete flexible connection*", Journal of constructional steel research, 15, 1990, pp.49-64.

Xu, W., Wang, K., Xu, F., Wang, L.-G. [2005], "Arrangement of shear connector for steel-high strength concrete continuous composite beams", *Journal of Northeastern University*, 26 (9), pp. 901-903.

Yam, L.C.P., Chapman, J.C. [1972], "*The inelastic behaviour of continuous composite beams of steel and concrete*" *Proc. Of Institutions Civil Engineers*, 1972, vol 53, pp. 487-501.

Yang, T., Popov, E. [1995], "*Behaviour of pre Northridge Moment Resisting Steel Constructions*" UCB/EERC-95/08.

Zandonini, R., Bursi O. [2000], "*Cyclic behavior of headed stud shear connectors*", *Proceedings of the Conference: Composite Construction in Steel and Concrete IV*, pp. 470-482.

Zhou, L., Yu Z., Jiang L. [2004], "*Coupled analysis of slip and deflection for continuous composite beams of steel and concrete*" *Advances in Structural Engineering*, 7 (3), pp. 257-269.

Zienckiewicz, O. C., Taylor R. L. [1989], "*The Finite Element Method, Fourth Edition, Volume 2: Non Linear Analysis*", McGraw Hill, London, 1989.

APPENDICE

DESCRIZIONE DEL CODICE DI CALCOLO

Il codice è composto da una serie di file, ognuno dei quali implementa una determinata serie di operazioni. Il linguaggio di programmazione adottato distingue i singoli files componenti il codice in “*script*”: files contenenti un insieme di istruzioni che il codice esegue sequenzialmente e “funzioni” (una serie di istruzioni eseguite secondo specifiche regole e procedure).

L’esecuzione del codice si avvia digitando sulla riga di comando il nome del file che contiene le istruzioni per l’esecuzione.

L’organizzazione dell’algoritmo è mostrata nella Figura A.1, che presenta l’ordine di attivazione delle funzioni (*in corsivo*) richiamate dal *main* del codice e descritte nel seguito.

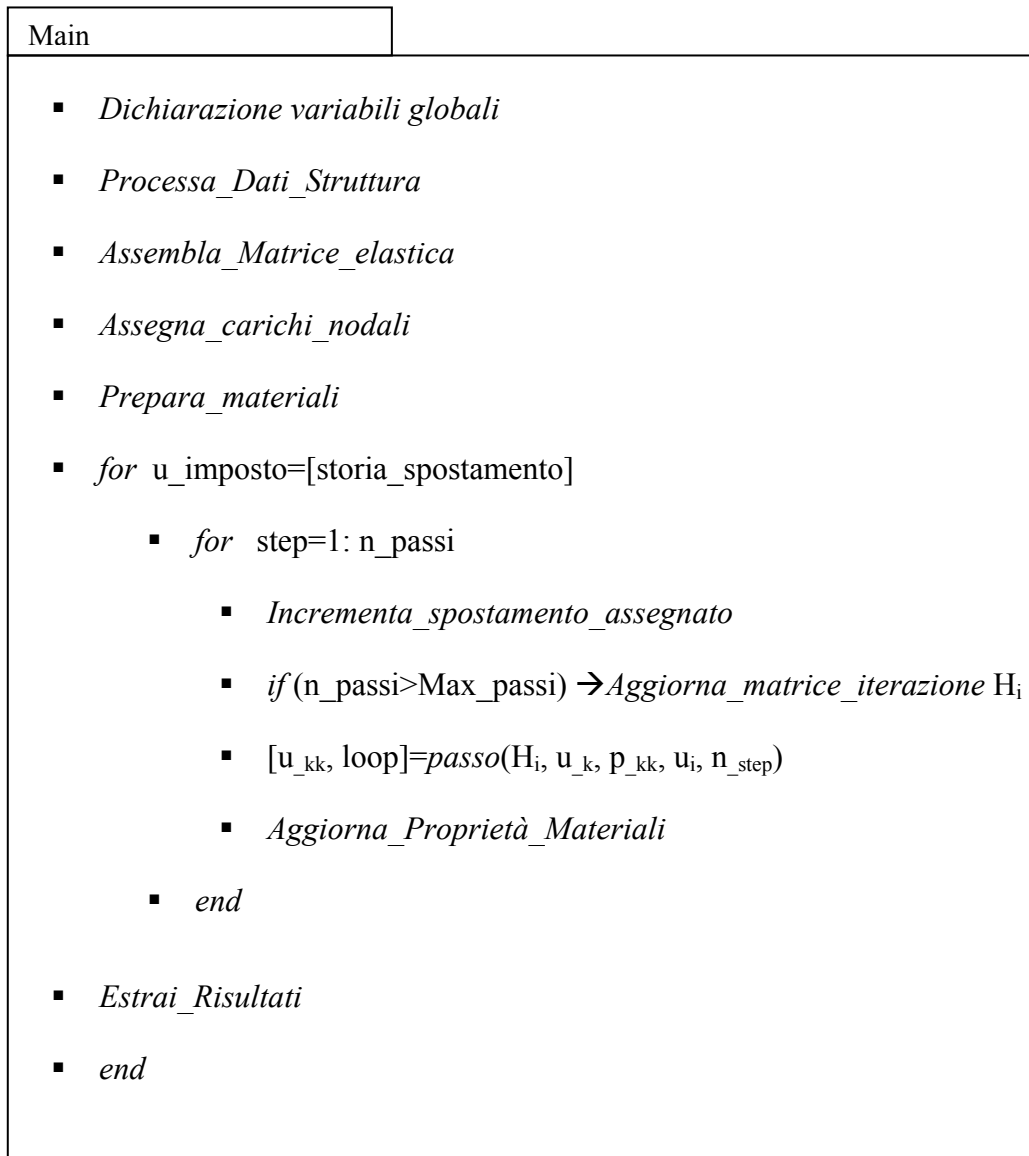


Figura A.1 Algoritmo di calcolo del codice sviluppato in linguaggio Matlab.

Si riporta nel seguito una breve descrizione delle principali funzioni e delle principali strutture dati del codice di calcolo.

“ProcessaDatiStruttura”

La funzione *ProcessaDatiStruttura* effettua la lettura da file delle caratteristiche geometriche della struttura e ne esegue l’elaborazione preliminare.

I dati sono contenuti nel file “*input_struttura.m*” e sono strutturati in modo tale da essere interpretati, direttamente in fase di lettura, come entità matriciali e vettoriali. Ciò al fine di semplificare e rendere più rapida la fase di input.

La fase di lettura produce le seguenti strutture:

- n_nodi: scalare indicante il numero di nodi della struttura;

- `n_aste`: scalare indicante il numero di aste della struttura;
- `NODI`: matrice contenente le coordinate ed i vincoli esterni ai gradi di libertà di ogni nodo della struttura;
- `ASTE`: matrice contenente, per ogni asta, gli indici dei nodi che la delimitano, un codice identificativo del tipo di sezione, un codice identificativo del tipo di modello adottato per l'asta;
- `nodo_s`: scalare identificativo del nodo soggetto allo spostamento incrementale imposto;
- `variabile_s`: scalare identificativo del grado di libertà (traslazionale o rotazionale) oggetto dello spostamento imposto;
- `storia_s`: vettore contenente la sequenza degli spostamenti imposti;
- `n_nodi_caricati`: scalare indicante il numero dei nodi oggetto di carichi concentrati;
- `CarichiNod`: matrice contenente, per righe, gli indici dei nodi caricati e le componenti del carico nella direzione degli spostamenti nodali;
- La funzione corrente effettua l'ordinamento dei gradi di libertà nodali della struttura, secondo la convenzione, classica nell'analisi delle strutture, di porre in testa i g.d.l. liberi (attivi) ed in coda quelli vincolati. La memorizzazione di tali informazioni è effettuata nella stessa struttura `NODI`, nei campi che precedentemente contenevano le informazioni sui vincoli.

L'elaborazione dei dati prevede, inoltre, la creazione di una struttura denominata *elemento*, contenente, per ogni asta, i dati continuamente necessari durante l'analisi (modello asta, tipo sezione, lunghezza, inclinazione, vettore delle variabili spostamento collegate dall'asta).

“AssemblaMatriceElastica”

La funzione *AssemblaMatriceElastica* opera sulle variabili definite globali nel codice; effettua un ciclo su tutti gli elementi della struttura, controlla il tipo di modello associato all'elemento corrente ed effettua la chiamata alla funzione che restituisce la matrice di rigidezza locale dell'elemento; opera la rotazione della matrice locale nel riferimento globale e somma alla matrice di rigidezza globale i contributi dell'elemento corrente.

In fase di input dei dati è possibile, per ogni elemento, assegnare il modello secondo il quale si desidera configurarlo. I modelli possibili sono:

- modello trave standard
- modello a fibre proposto

Se l'elemento corrente è modellato come trave standard, il codice attiva la funzione *MatRig* che restituisce la matrice di rigidezza locale dell'elemento, determinata con riferimento alla teoria di Timoshenko. Se all'elemento è, invece, associato un modello a fibre, si invoca la funzione *MatRigPend* che restituisce la matrice di rigidezza locale ($\underline{\underline{K}}_e$) determinata secondo le procedure viste nei capitoli precedenti. Alla fine del ciclo sulle aste, la funzione corrente restituisce la matrice elastica globale della struttura.

“MatRigPend”

La funzione *MatRigPend* è utilizzata durante l'assemblaggio della matrice elastica globale, riceve l'indice dell'elemento corrente e restituisce la matrice di rigidezza dell'elemento nel riferimento globale. Opera sul modello a fibre; le operazioni che esegue sono le seguenti:

- Estrazione dalla struttura *elemento* della lunghezza (x) del concio corrente e del tipo di sezione
- Lettura da file delle caratteristiche geometriche della sezione di trave o pilastro
- Calcolo delle caratteristiche geometriche necessarie alla discretizzazione
- Discretizzazione della sezione, con la creazione dei vettori \underline{y} ed \underline{A} contenenti rispettivamente le distanze (con il segno) dei pendoli costituenti il modello meccanico dal baricentro geometrico e l'area associata a ciascuno di essi; è in questa fase che si introduce la scelta della discretizzazione a livello di sezione (numero di fibre)
- Costruzione, con le informazioni calcolate, della matrice di compatibilità $\underline{\underline{C}}_p$
- Costruzione della matrice di rigidezza interna dell'elemento $\underline{\underline{K}}_p$, secondo la procedura vista nei paragrafi precedenti
- Calcolo della matrice di rigidezza relativa agli spostamenti nodali.

La funzione restituisce la matrice di rigidezza dell'elemento corrente.

“MatRig”

La funzione riceve l'indice dell'elemento attuale e ne determina la matrice di rigidezza elastica locale.

Il calcolo della matrice di rigidezza è effettuato in base ai parametri meccanici e geometrici della sezione. Nella costruzione della matrice è considerata, con gli opportuni coefficienti, anche l'influenza della deformabilità a taglio.

“PreparaMateriali”

Gli script *Materiali* e *PreparaMateriali* effettuano la lettura da file delle caratteristiche meccaniche dei materiali componenti la struttura.

Tali caratteristiche sono necessarie alla descrizione dei legami costitutivi. Sono inoltre preparate le strutture dati contenenti i valori che, variando durante l’analisi, modificano le risposte delle singole fibre dei conci della struttura.

Tali valori sono memorizzati nella seguente configurazione, per il modello di calcestruzzo adottato:

- EPSP: matrice contenente, per ogni fibra modellante il calcestruzzo e per ogni asta, il valore della deformazione plastica residua
- ECLS: matrice contenente, per ogni fibra modellante il calcestruzzo, il valore attuale del modulo elastico, eventualmente degradato

e per il modello adottato per l’acciaio:

- EPS0: matrice contenente, per ogni pendolo, il valore della deformazione al passo precedente
- S20: matrice contenente, per ogni pendolo, la tensione al passo precedente.

Durante l’analisi necessitano di due categorie di dati: una consolidata nell’ultimo punto di equilibrio trovato, l’altra rappresentata dai valori incerti ottenuti alla fine della singola iterazione dell’analisi, prima di aver verificato l’accettabilità del punto come soluzione. E’ necessario, quindi, sdoppiare le strutture dati. I valori di un set variano solo quando si determina un punto di equilibrio, gli altri variano ad ogni iterazione.

“Incrementa_spostamento_assegnato”

Definiti i punti della storia ciclica di spostamento da imporre nell’analisi, l’incremento dello spostamento da assegnare, per raggiungere tali punti, è effettuato in base al valore di incremento definito *ampiezza_passo*, indicante dimensionalmente, in coerenza con le unità adottate per le lunghezze, l’ampiezza dei passi.

Le istruzioni definiscono, in funzione dell’ampiezza dell’incremento desiderata e della distanza da coprire “delta”, il numero di passi necessari “n_passi” e l’incremento “lam” da applicare alla componente di spostamento.

“AggiornaMatriceIterazione”

Il gruppo di istruzioni identificato con *AggiornaMatriceIterazione* effettua il controllo sul numero di iterazioni effettuate per raggiungere il punto di equilibrio attuale. Se tale numero

è stato superiore al valore definito nella variabile “Max_loop”, viene eseguito l’aggiornamento della matrice di iterazione, determinando la matrice secante $\underline{\underline{K}}_s$ in funzione dei vettori di risposta strutturale al passo precedente \underline{S}_0 ed attuale \underline{S}_1 e dei vettori di spostamento globale \underline{u}_0 ed \underline{u}_1 , ed ottenendo la nuova matrice come combinazione della matrice elastica iniziale e della matrice secante attuale.

“Passo”

La funzione passo è la parte centrale del codice di calcolo. Essa gestisce le operazioni necessarie a passare dal punto di equilibrio attuale \underline{u}_k al punto successivo \underline{u}_{k+1} .

Al suo interno sono contenuti i cicli iterativi dell’analisi. Lo schema secondo il quale si sviluppa è mostrato nella Figura A.2.

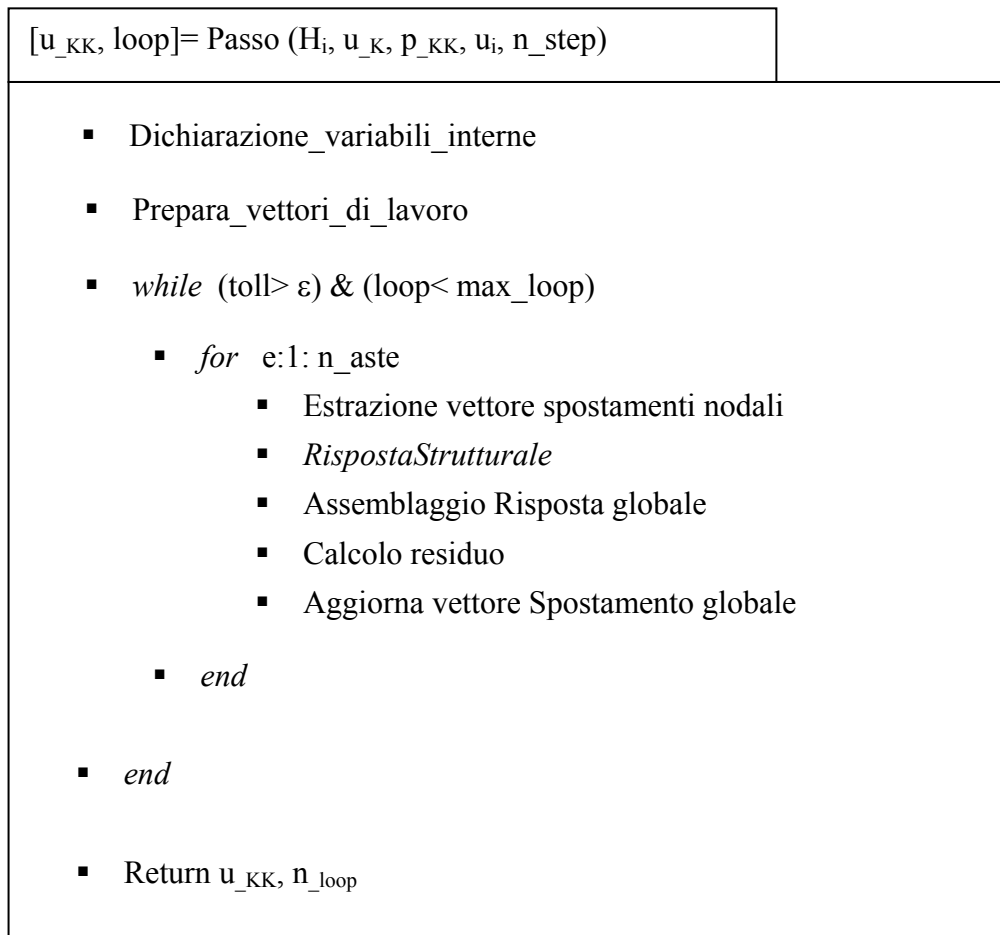


Figura A.2 Algoritmo di calcolo della funzione “Passo”.

La funzione è chiamata dal main del codice e riceve una serie di variabili:

- $\underline{\underline{H}}_i$: matrice di iterazione per il processo Newton-Raphson modificato;
- \underline{u}_k : vettore di spostamento attuale;
- \underline{p}_{kk} : vettore dei carichi nodali al punto di equilibrio successivo;

- u_i : scalare, valore attuale della componente di spostamento imposta;
- n_{STEP} : scalare, indice dell'incremento di spostamento attuale

Al termine della sua esecuzione restituisce alla funzione chiamante:

- \underline{U} : vettore di spostamento corrispondente al punto di equilibrio determinato;
- $loop$: indicazione del numero di loops effettuati per determinare, nei limiti della tolleranza fissata, il punto di equilibrio.

La prima parte comprende la dichiarazione delle variabili globali con le quali opera la funzione. Segue la preparazione dei vettori di lavoro e l'azzeramento dei vettori del residuo \underline{r} e di risposta strutturale \underline{S} . Il corpo della funzione effettua l'analisi iterativa, fino al raggiungimento della prefissata tolleranza sul residuo, secondo la sequenza seguente, per ogni asta:

- estrazione del vettore \underline{w}_e contenente gli indici delle variabili nodali collegate;
- estrazione dal vettore di spostamento globale del vettore \underline{u}_e contenente gli spostamenti nodali dell'asta;
- istanza della funzione *RispostaStrutturale* che riceve gli spostamenti nodali dell'asta corrente ed un indice dell'asta corrente e restituisce il vettore di risposta strutturale, \underline{s}_e , nel riferimento globale;
- assemblaggio del vettore di risposta dell'asta nel vettore di risposta globale dell'intera struttura \underline{S} ;
- calcolo del residuo all'equilibrio \underline{r} ;
- aggiornamento del vettore di spostamento globale con l'applicazione della matrice di iterazione al vettore dei residui.

Determinato il punto di equilibrio, la funzione termina, restituendo all'esterno il nuovo vettore di spostamento ed un indicatore del numero di *loops* effettuati per determinarlo.

In base alle informazioni che si desidera trarre dall'analisi è possibile inserire all'interno del corpo della funzione, le istruzioni idonee a memorizzare i dati di interesse.

“RispostaStrutturale”

La funzione *RispostaStrutturale* ha il compito di restituire il comportamento, in termini di reazioni e sforzi, degli elementi in risposta alle variazioni degli spostamenti nodali.

Essa è la funzione che introduce nel codice di calcolo le proprietà dell'elemento sviluppato nel presente lavoro.

Le operazioni che implementa derivano, infatti, direttamente dalla teoria alla base del modello di concio. Riceve dal chiamante il vettore di spostamenti nodali dell'elemento u_e ,

riferiti al sistema di riferimento globale, ed un indice e dell'asta corrente. Restituisce, al termine dell'elaborazione, il vettore di risposta, orientato nel riferimento globale \underline{se} . Utilizza all'interno del corpo funzione la variabile globale $elemento$ che contiene le informazioni sulle aste. Ad ogni asta è stato associato, in fase di input, il tipo di modello (trave standard o modello a fibre). Di conseguenza, la funzione corrente, effettua il controllo sul tipo di modello dell'asta attuale ed in base ad esso opera in modo diversificato:

- se il modello è quello di trave, la risposta strutturale si intende determinata come risposta elastica, cioè, determinata la matrice elastica dell'elemento \underline{Ke} , la risposta strutturale è ottenuta come: $\underline{se} = \underline{Ke} \cdot \underline{ue}$. Tale modellazione è consigliabile, per ridurre l'onere di calcolo, per quegli elementi che si prevede mantengano un comportamento elastico durante l'analisi ciclica.
- Se il modello è a fibre, la risposta dipende dal comportamento delle fibre della sezione e la procedura da eseguire è più articolata.

Concentrando l'attenzione sul secondo caso, l'implementazione della funzione prevede la serie di operazioni seguenti:

- Estrazione dalla struttura $elemento$ della lunghezza (x) del concio corrente e del tipo di sezione
- Lettura da file delle caratteristiche geometriche della sezione di trave o pilastro
- Calcolo delle caratteristiche geometriche necessarie alla discretizzazione
- Discretizzazione della sezione, con la creazione dei vettori \underline{y} ed \underline{A} contenenti rispettivamente le distanze (con il segno) dei pendoli costituenti il modello meccanico dal baricentro geometrico e l'area associata a ciascuno di essi; è in questa fase che si introduce la scelta della discretizzazione a livello di sezione (numero di fibre)
- Costruzione, con le informazioni calcolate, della matrice di compatibilità \underline{Cp}
- Costruzione della matrice di rotazione \underline{R} per l'elemento considerato, determinata utilizzando l'informazione sull'inclinazione contenuta nel campo della struttura $elemento$
- Rotazione del vettore degli spostamenti nodali nel riferimento locale dell'elemento;
- Calcolo del vettore delle variazioni di lunghezza dei singoli pendoli \underline{dp}
- Calcolo del vettore di deformazione dei singoli pendoli \underline{eps}

- Costruzione del vettore di tensione dei pendoli, effettuando la chiamata alle funzioni dei legami costitutivi dei materiali: *RispostaAcc* per l'acciaio, *RispostaCls* per il calcestruzzo, *RispostaConnettori* per i connettori a taglio nelle travi composte. A tali funzioni è passata la variabile deformazione attuale. Esse restituiscono la tensione corrispondente.
- Calcolo del vettore di reazione interna dell'elemento \underline{R}_p , prodotto della tensione per l'area dei singoli pendoli
- Calcolo del vettore di risposta strutturale $\underline{s}_e = \underline{C}_p \cdot \underline{R}_p$
- Rotazione del vettore \underline{s}_e nel riferimento globale.

La funzione restituisce, in uscita, il vettore di risposta strutturale \underline{s}_e , che, assemblato nel vettore globale, fornisce la risposta dell'intera struttura nella configurazione assegnata.
