

Capitolo 2

Escavazione localizzata a valle di un fondo fisso e di una soglia di fondo

Premessa

L'escavazione all'interno di un corso d'acqua può dar luogo a diversi fenomeni erosivi di tipo localizzato o generalizzato. Il primo solitamente si sviluppa per interazione della corrente con le strutture, mentre il secondo è dovuto a un incremento del trasporto solido. Un caso particolare di escavazione generalizzata è causata dal passaggio da fondo fisso a fondo mobile. Uno degli aspetti fondamentali del problema consiste nel poter valutare il profilo longitudinale della fossa di scavo nel tempo e, di conseguenza, le massime profondità di scavo. Indicando con y l'asse trasversale alla direzione della corrente e con x quello longitudinale, si può osservare e studiare il profilo eroso nella direzione parallela e trasversale al moto, $d_s(x,y)$, ottenendo la massima profondità di scavo al variare del tempo, $d_{smax}(t)$, e le coordinate (x_{max}, y_{max}) del punto in cui essa si manifesta.

È noto che la profondità di scavo aumenta nel tempo, fino a raggiungere una configurazione asintotica di equilibrio, praticamente a un certo istante t_{eq} , che si manifesta quando la profondità di scavo, con una certa tolleranza, non cresce più. Tale condizione di equilibrio può essere dinamica o statica. Si definisce equilibrio statico quello in cui la corrente non è in grado di erodere ulteriormente il fondo; si definisce equilibrio dinamico, invece, quello in cui il fondo subisce oscillazioni intorno una configurazione di equilibrio medio, che non cambia nel tempo.

In letteratura sono presenti numerosi studi riguardanti i processi di escavazione in letti di sedimenti non coesivi, ma non è ben noto il caso dell'escavazione localizzata, a valle di un letto fisso e della soglia di fondo, nel caso di sedimenti coesivi o di miscele (o misture o miscugli) di sedimenti coesivi e non coesivi.

2.1 Stato dell'arte sull'escavazione localizzata a valle di un fondo fisso

La profondità di scavo nei sedimenti disuniformi (con elevati valori di D_u) è spesso minore di quella che si avrebbe negli ammassi di composizione granulometrica uniforme, a causa del “corazzamento superficiale” (*armouring*). Per evitare ciò, gli studi affrontati sono stati svolti con sedimenti (sabbie) uniformi.

Ghetti e Zanovello (1954), Li (1955), Breuser (1966) e Dietz (1969) dimostrarono come la forma del profilo longitudinale di scavo sia indipendente dalla velocità della corrente idrica e dalla composizione granulometrica del fondo erodibile.

La corrente che genera lo scavo ha sempre le caratteristiche del moto puramente turbolento e ha componenti di velocità negative sul fondo, che si estinguono in prossimità della massima profondità di scavo. Nella zona di monte dello scavo l'erosione causata dalla formazione di vortici turbolenti è di tipo intermittente, mentre a valle del punto più depresso del letto la corrente idrica accelera e la turbolenza si riduce (Breusers, 1966; Raudkivi, 1963, 1967). Nel caso tridimensionale, la capacità erosiva è accentuata dai vortici ad asse verticale. In questa condizione, la capacità erosiva si incrementa all'aumentare del gradiente orizzontale delle velocità locali. In Figura (2.1) si riportano i profili di velocità media e delle rispettive componenti di agitazione turbolenta in prossimità di uno scavo in depositi incoerenti.

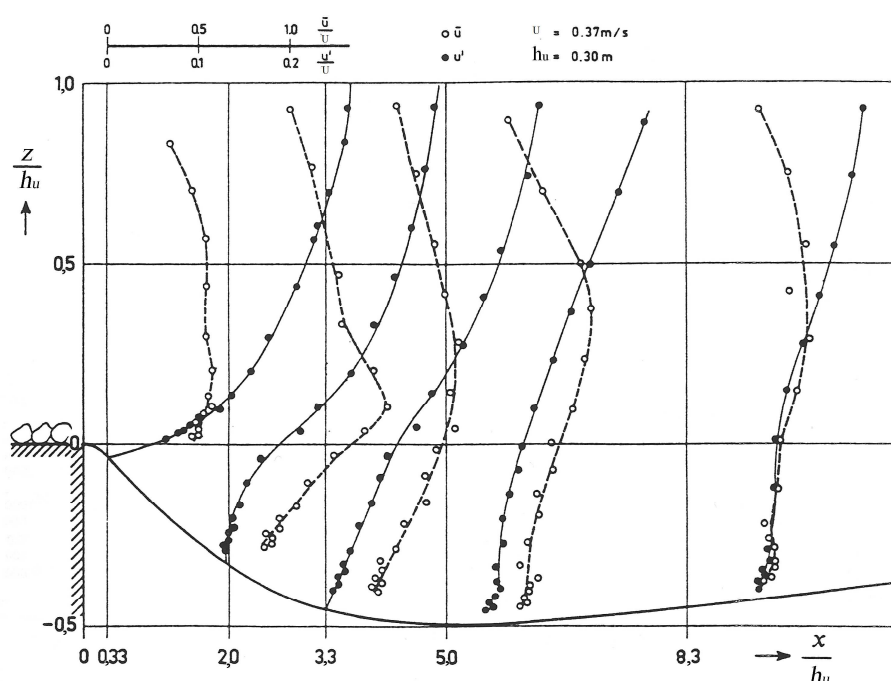


Figura 2.1. Profili verticali di velocità medie e delle rispettive componenti di agitazione turbolenta in prossimità di uno scavo in depositi incoerenti (Breusers, 1966; Breusers e Raudkivi, 1991).

Dove h_u indica l'altezza di moto uniforme, z la quota del fondo, x l'ascissa longitudinale, U la velocità media, u' la componente di agitazione turbolenta e \bar{u} la componente media della velocità assiale.

Breusers studiò gli scavi nei depositi incoerenti a valle di un fondo fisso, al variare dei sedimenti e della velocità della corrente; ricavando l'andamento della profondità di scavo nel tempo (fig.2.2):

$$\frac{d_s(x,t)}{h_u} = f\left(\frac{t}{t_1}\right) \quad (2.1)$$

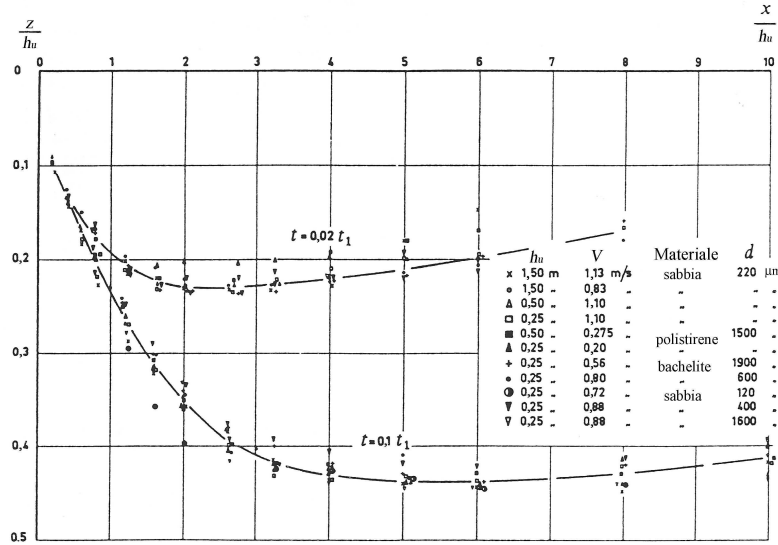


Figura 2.2. Andamento due profili di scavo ricavati sperimentalmente. Breusers (1966); Breusers e Raudkivi (1991).

essendo $d_s(x,t)$ la profondità di scavo in prossimità dell'ascissa longitudinale x all'istante di tempo t , h_u l'altezza di moto uniforme e t_1 l'istante di tempo in cui si ha $d_{smax}=h_u$, dove d_{smax} è la massima profondità di scavo. L'autore, per descrivere l'evoluzione temporale di d_{smax} , propose la seguente formula:

$$\frac{d_{smax}}{h_u} = \left(\frac{t}{t_1}\right)^{\gamma_1} \quad (2.2)$$

con $\gamma_1=0,38$ e il tempo caratteristico t_1 determinato empiricamente come segue, dopo aver effettuato duecentocinquanta prove di laboratorio:

$$t_1 = 330 \cdot \Delta^{1,37} \cdot h_u^2 (\psi \cdot U - U_c)^{-4,3} \quad (2.3)$$

essendo Δ il peso specifico relativo alleggerito, U la velocità media della corrente indisturbata, U_c quella relativa alla condizione critica di moto incipiente dei sedimenti e ψ un coefficiente che dipende dalle caratteristiche della corrente.

Mosonyi e Schoppman (1968) e Dietz (1969) precisarono l'intervallo di variabilità di γ_1

(0,25÷0,40), osservando che, nel caso tridimensionale, detto esponente è fortemente dipendente dal disturbo creato dai vortici ad asse verticale, che si generano lungo il profilo di scavo.

Il valore di ψ , invece, è dipendente dall'intensità di turbolenza media relativa, $\frac{u'_m}{U}$, valutata nella sezione iniziale del letto mobile:

$$\psi = 1 + 3 \cdot \frac{u'_m}{U} \quad (2.4)$$

in cui u'_m è la componente di agitazione turbolenta lungo l'asse verticale. La relazione (2.4) risultò valida anche per una soglia di altezza h_{sill} sistemata a monte del fondo fisso; qualora essa fosse realizzata con materiale poco scabro, si introdurrebbe il fattore di correzione ψ_u :

$$\psi = \psi_u \left(1 + 3 \cdot \frac{u'_m}{U} \right) \quad (2.5)$$

In tabella (2.1) vengono riportati alcuni valori di ψ in funzione del rapporto tra h_{sill} e h_u e tra L_s e h_u :

Tabella 2.1. Valori indicativi del parametro ψ (Breusers e Raudkivi, 1991).

h_{sill}/h_u	L_s/h_u	ψ	
		fondo liscio	fondo scabro
0	10	2	1,5
0	1 ÷ 15	2,5	2
0,6	3	3,2	3
0,6	10	2,9	2,5

Questa relazione è stata determinata senza raggiungere una condizione di equilibrio, come dimostrano i dati riportati in Fig. 2.3, in cui si nota che la profondità di scavo aumenta nel tempo, t :

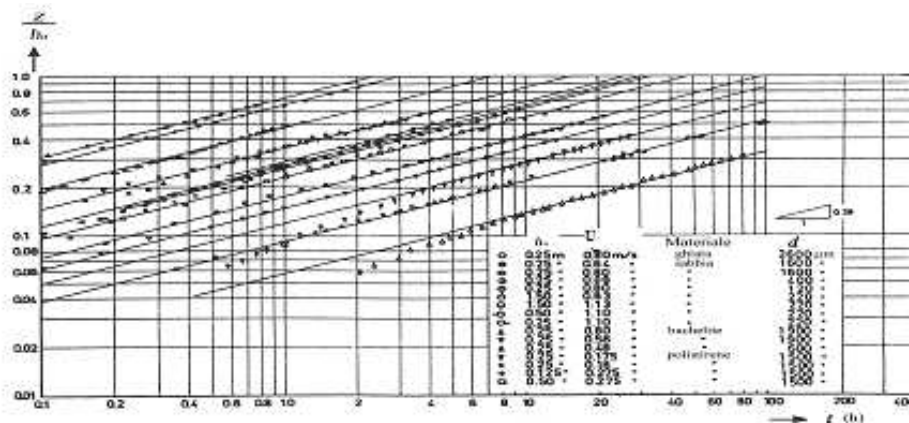


Figura 2.3. Variazione della massima profondità di scavo nel tempo a valle di un fondo fisso. (Breusers e Raudkivi, 1991).

Altri dati sperimentali mostrarono invece, che la profondità di scavo aumenta all'aumentare dell'altezza della soglia e diminuisce al crescere della scabrezza del fondo fisso, producendo un'elevata turbolenza (Fig. 2.4):

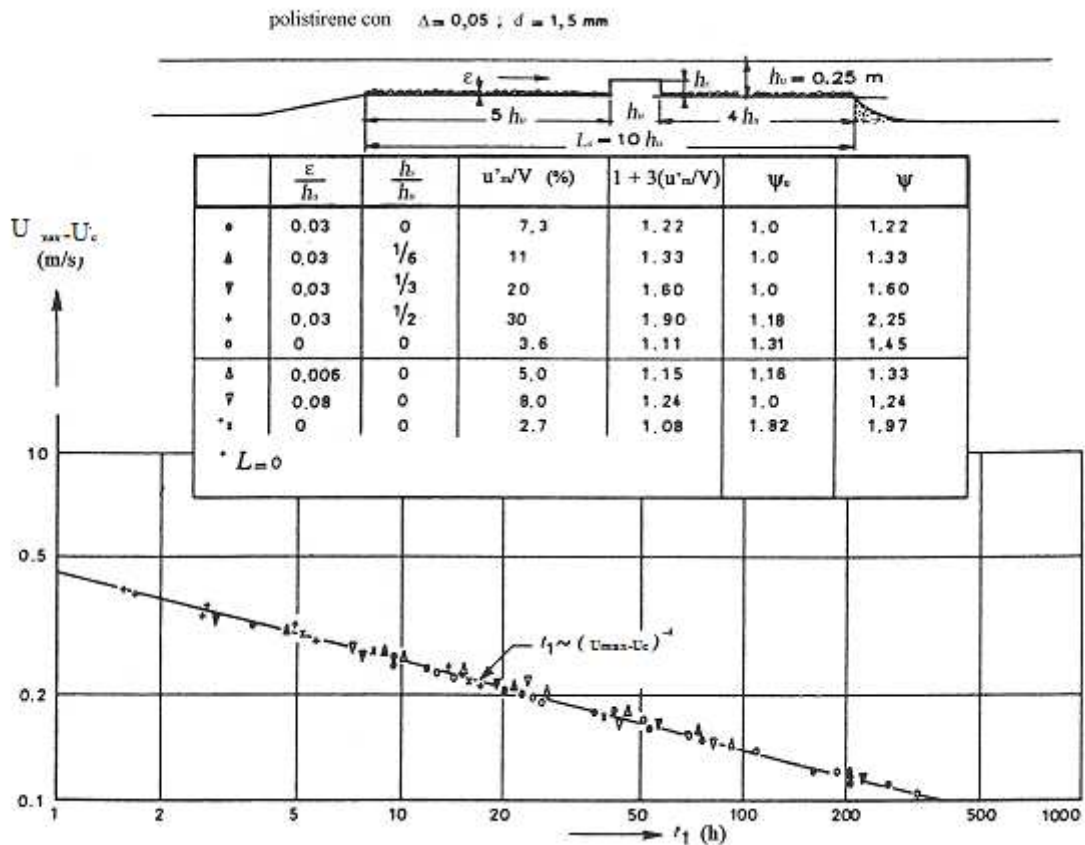


Figura 2.4. Influenza delle caratteristiche della corrente sul tempo caratteristico t_1 . (Breusers e Raudkivi, 1991).

dove Δ è il peso specifico relativo alleggerito, U_{max} la massima velocità della corrente, U_c quella relativa alla condizione critica di moto incipiente, L_s la lunghezza della soglia, ϵ la scabrezza equivalente.

Raudkivi (1967) misurò la distribuzione della velocità locale e della tensione tangenziale in prossimità del profilo di scavo, dimostrando come il fenomeno di escavazione sia fortemente influenzato dalla turbolenza (Fig. 2.5):

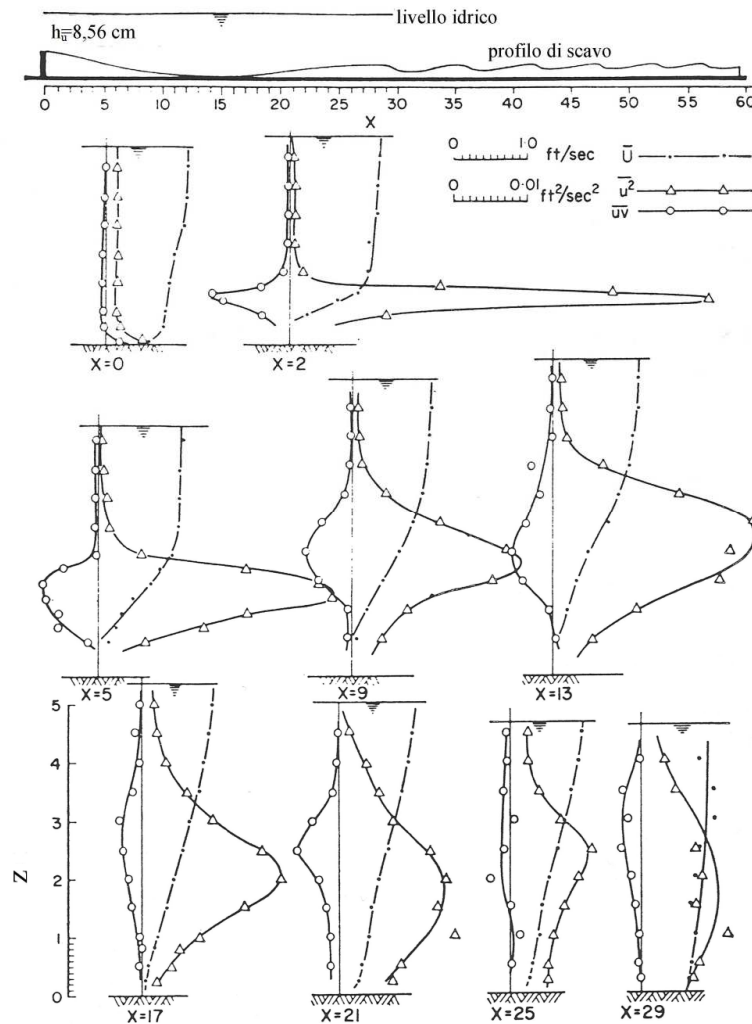


Figura 2.5. Profilo verticale delle componenti di velocità locali medie, di agitazione turbolenta e delle tensioni tangenziali turbolente in varie sezioni di uno scavo (Raudkivi, 1967)

In cui z indica la quota lungo la verticale e x l'ascissa longitudinale delle varie sezioni dove sono state effettuate le misure.

Dietz (1969), effettuando una ricerca sugli scavi a valle di un fondo fisso e a valle di soglie basse in letti di sabbia, lignite e polistirolo, definì il tempo caratteristico mediante la relazione:

$$t_1 = 48 \cdot \Delta^{1.5} \cdot h_u^{1.75} (U - U_c)^{-4} \quad (2.6)$$

In accordo con quanto proposto da Breseurs, pose $U_{\max} = \psi \cdot U$

Il processo di scavo risultava di maggiore entità all'aumentare della scabrezza del fondo fisso, e di conseguenza all'aumentare della formazione dei vortici turbolenti.

Al raggiungimento della condizione di equilibrio, ottenne:

$$\frac{d_{s\max eq}}{h_u} = \frac{U_{\max} - U_c}{U_c} \quad (2.7)$$

in cui d_{smaxeq} è la massima profondità di scavo che si raggiunge all'equilibrio.

Inoltre, valutò l'inclinazione del primo tratto del profilo longitudinale di scavo, β_s , funzione del rapporto $\frac{(U - U_c) \cdot D_*}{\omega_s}$, dove ω_s indica la velocità di caduta dei sedimenti in acqua e

$D_* = d(\Delta g / \nu^2)^{1/3}$ in cui: g è l'accelerazione di gravità, d il diametro dei sedimenti, ν la viscosità cinematica dell'acqua e Δ il peso specifico relativo alleggerito.

Le inclinazioni risultarono maggiori nel caso tridimensionale che nel caso bidimensionale.

Una campagna sperimentale di 110 prove su deposito erodibile non coesivo e in condizioni di scavo tridimensionale fu eseguita interponendo a monte del fondo erodibile un restringimento di sezione. Dallo studio si dedusse che la forma dello scavo è indipendente dalle caratteristiche granulometriche del fondo e dalla velocità della corrente idrica (*Delft Hydraulics Laboratory*, 1972; van der Meulen e Vinje, 1975). Quindi, il tempo caratteristico può essere determinato mediante la relazione 2.6, usando valori del coefficiente ψ più elevati rispetto al caso bidimensionale.

La 2.7 si confermava valida per bassi valori di scavo, mentre per alti valori risultava più appropriato un legame logaritmico tra d_{smax}/h_u e t/t_1 . In Fig. (2.6) e (2.7) viene riportato l'andamento temporale dello scavo:

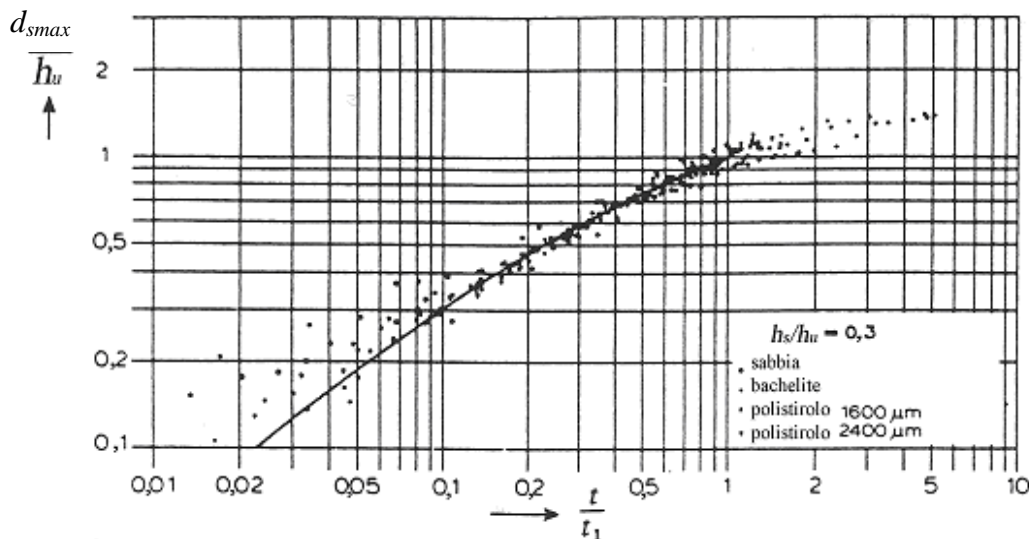


Figura 2.6. Andamento temporale del massimo scavo (van der Meulen e Vinje, 1975)

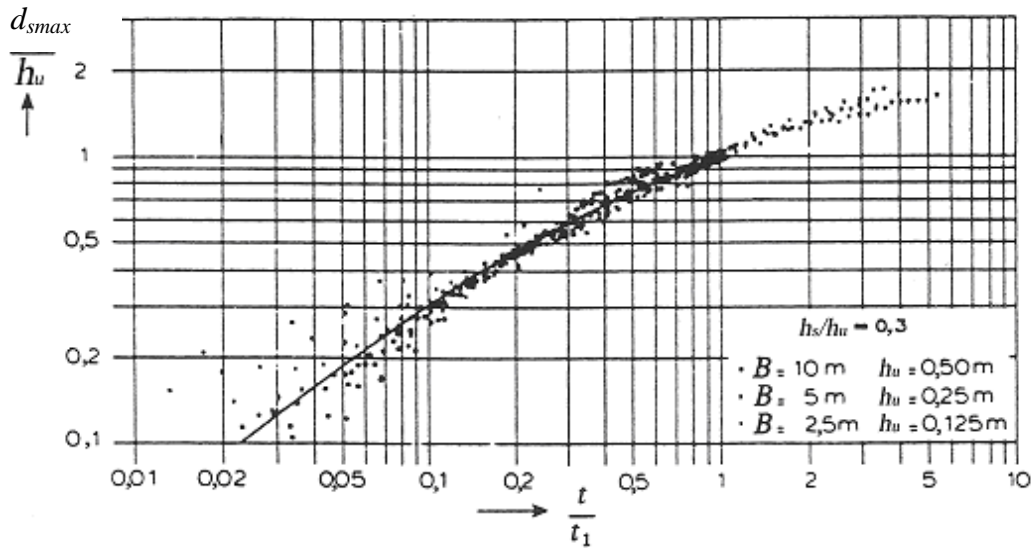


Figura 2.7. Andamento temporale del massimo scavo (van der Meulen e Vinje, 1975)

Studi sul valore di ψ hanno dimostrato che lo scavo aumenta all'aumentare dell'altezza della soglia e all'instaurarsi della formazione di correnti decelerate a valle di essa. Per scavi tridimensionali, ψ varia da 2,5 a 4.

Nel lavoro sperimentale di De Graauw (1983), in condizioni di acque prive di trasporto solido (*clear-water scour*), l'espressione dell'inclinazione del profilo longitudinale dello scavo, β_s , è stata ricavata come segue:

$$\cot \beta_s = \left(2,3 + (\psi - 1,3)^{-1} \right) \text{ per } \psi > 1,5 \quad (2.8)$$

dove ψ viene valutato mediante la 2.9, dove (De Graauw e Pilarczyk, 1981):

$$\psi \cdot \frac{L_s}{h_u} = 1,5 + (1,75 \cdot \psi - 2,35) \cdot \exp \left(-0,045 \cdot \frac{L_s}{h_u} \right) \quad (2.9)$$

In condizioni di apporto di sedimenti da monte, invece, si verificherebbe una riduzione della profondità di scavo e, di conseguenza, dell'angolo β_s .

Adduce e Sciortino (2006) svolsero studi sia sperimentali sia numerici nel caso di uno scavo localizzato generato da un getto orizzontale a valle di un fondo fisso (scivolo). L'installazione sperimentale era costituita da un canale rettangolare lungo 17 m, largo 0,8 m e con sponde alte 1 m; a 7 m dalla sezione d'imbocco era presente un letto erodibile lungo 3 m, largo 0,8 m e profondo 0,3 m. I sedimenti utilizzati avevano $d_{50}=0,72$ mm, $d_{90}=0,96$ mm, densità $\rho_s=2650$ kg/m³, porosità $p=0,44$ e deviazione standard $\sigma_s = \sqrt{d_{84}/d_{16}} = 1,21$. In fig. 2.8 si riporta lo schema dell'installazione sperimentale:

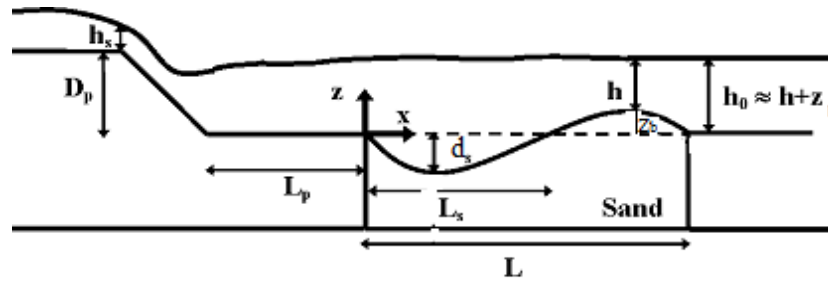


Figura 2.8. Schema dell'installazione sperimentale utilizzata da Adduce e Sciortino (2006)

dove L_p è la lunghezza del fondo fisso a valle dello scivolo, D_p è l'altezza dello scivolo di monte rispetto al fondo fisso, $h_0 = h + z_b$ è l'altezza idrica a valle del fondo mobile, z_b è la quota del fondo mobile e h è l'altezza idrica.

Sono stati condotti nove test sperimentali con distinti valori di portata Q e altezza idrica h_s sullo scivolo di fondo. I test avevano inizio con l'apertura di una paratoia posta a monte dello scivolo e terminavano quando il massimo scavo misurato rimaneva sensibilmente costante nel tempo. Il getto idrico generato con l'apertura della paratoia produceva uno scavo localizzato sul fondo mobile. Il modello matematico utilizzato per descrivere questo fenomeno erosivo è basato sull'equazione di continuità dei sedimenti e sulla conoscenza delle proprietà fisico-meccaniche della sabbia uniforme e dei campi di velocità misurati sperimentalmente.

Il modello matematico è stato descritto supponendo che la tensione tangenziale sia variabile durante il processo di scavo; per questo motivo, viene introdotta la funzione gaussiana $G(x, z)$ (Hogg *et al.*, 1997).

Secondo il modello di Adduce e Sciortino (2006) la condizione di trasporto solido, per un fondo orizzontale, si instaura quando la tensione tangenziale idrodinamica risulta della tensione tangenziale critica sul fondo: $\tau_{idr} > \bar{\tau}_{cr} = W_g \phi$, dove:

- τ_{idr} indica la tensione tangenziale idrodinamica,
- $\bar{\tau}_{cr} = \text{cost} \cdot (\gamma_s - \gamma) \cdot d_{50}$ indica la tensione tangenziale critica sul fondo orizzontale (Shields, 1936);
- W_g indica il peso alleggerito di una particella sommersa diviso per l'area caratteristica di una particella, proporzionale a D^2 , essendo D il diametro dei sedimenti;
- ϕ indica l'angolo di attrito interno. Il valore della costante nella formula di Shields è stato assunto pari a 0,047.

Gli autori considerarono la particella solida sottoposta all'azione di W_g , τ_{cr} , τ_g , e τ_{idr} (Fig. 2.9):

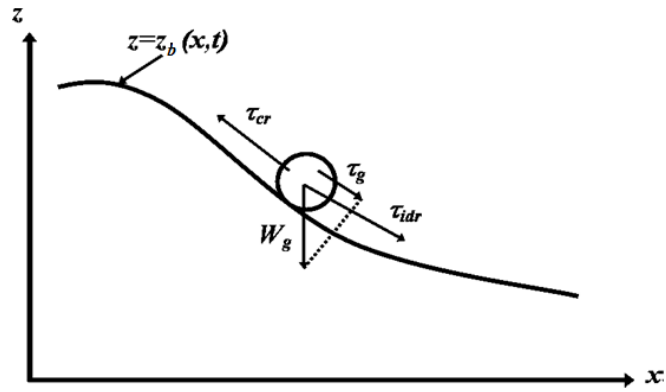


Figura 2.9. Azioni cui è sottoposta una particella solida (Adduce e Sciortino, 2006).

Gli autori decisero di inserire nel modello numerico l'ipotesi di un fondo inclinato, descritto dall'equazione $z = z_b(x, t)$, per tener conto dell'effetto della pendenza nella formula del trasporto solido. Posti:

- n_f e τ_f i vettori unitari rispettivamente ortogonale e tangente al fondo,
- k il versore diretto verso l'alto e parallelo all'asse z , con $n_f k < 0$,
- i il versore parallelo all'asse x .

Il versore τ_f ha la stessa direzione del moto medio nelle vicinanze del fondo, come indicato in Fig. 2.10:

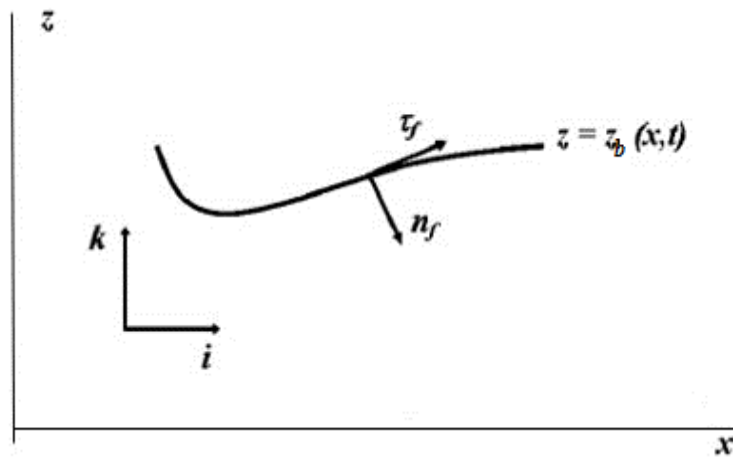


Figura 2.10. Vettori unitari n_f , τ_f , k , i . Adduce e Sciortino (2006).

Si osservi ora la Fig. 2.11:

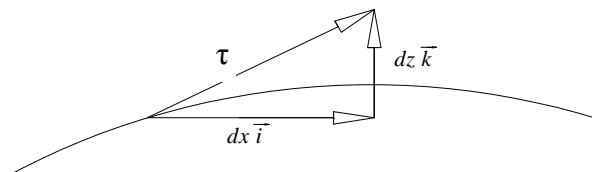


Figura 2.11. Composizione dei vettori

Risulta:

$$\vec{t} = dx \left(\vec{i} + \frac{dz}{dx} \vec{k} \right) \quad (2.10)$$

per cui:

$$\vec{t} = \frac{\vec{t}}{|\vec{t}|} = \frac{dx \left(\vec{i} + \frac{dz}{dx} \vec{k} \right)}{dx \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx} \right)^2}} \quad (2.11)$$

Considerando, inoltre, i vettori unitari τ_f e n_f , rispettivamente tangenti e ortogonali al fondo (Fig. 2.12)

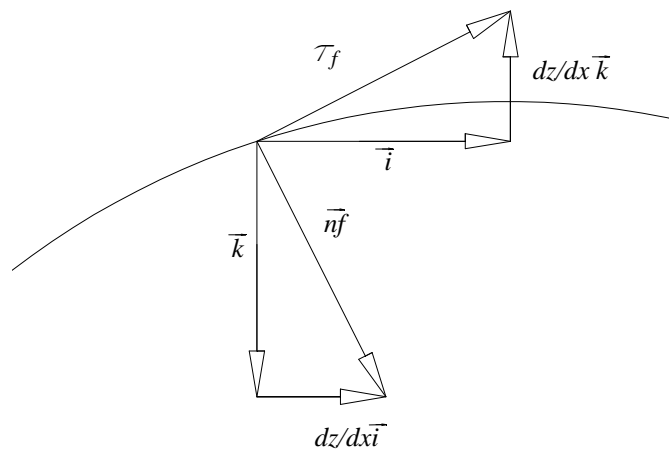


Figura 2.12. Composizione dei vettori unitari tangenti e ortogonali al fondo.

e, indicando con $z_{b,x}$ la derivata spaziale di $z_b(x,t)$, si può scrivere:

$$\tau_f = \frac{z_{b,x} \vec{k} + \vec{i}}{\sqrt{1 + z_{b,x}^2}} \quad (2.12)$$

$$n_f = \frac{z_{b,x} \vec{i} - \vec{k}}{\sqrt{1 + z_{b,x}^2}} \quad (2.13)$$

Ricordando la formula per il prodotto scalare tra due generici vettori \vec{a} e \vec{b} , si ha:

$$\vec{a}(x_a, y_a) \cdot \vec{b}(x_b, y_b) = x_a x_b + y_a y_b \quad (2.14)$$

dove: x_a, y_a, x_b e y_b sono le coordinate dei vettori.

Lo sforzo tangenziale critico risulta:

$$\tau_{cr} = W_g \cdot n_f \phi = (-W_g k) \cdot n_f \phi = \frac{W_g \phi}{\sqrt{1 + z_{b,x}^2}} \quad (2.15)$$

e, poiché $\bar{\tau}_{crf} = W_g \phi$, si ha:

$$\tau_{cr} = \frac{\bar{\tau}_{cr}}{\sqrt{1 + z_{b,x}^2}} \quad (2.16)$$

dove $\bar{\tau}_{cr}$ è lo sforzo tangenziale critico per letto piano.

Lo sforzo che agisce su un grano si ottiene sommando lo sforzo idrodinamico, τ_{idr} , e lo sforzo tangenziale dovuto alla gravità, τ_g :

$$\tau = \tau_{idr} + \tau_g > \tau_{cr} \quad (2.17)$$

in cui:

$$\begin{aligned} - \quad \tau_g &= (-W_g K) \cdot \tau_f \\ - \quad \tau_{idr} &= \frac{\rho \beta q^2}{N_i^{1/4} \left(\frac{\chi}{\sqrt{g}} \right)^{1/4} (x + L_p)(h_0 - z_b)} G(x, z) \end{aligned}$$

dove ρ indica la densità dell'acqua, β è un coefficiente, q è la portata per unità di misura, $N_i = 11,5$ è il numero di Nikuradse, χ è il coefficiente di Chézy, h_0 è l'altezza idrica a valle del fondo mobile, L_p è la lunghezza del fondo fisso a valle dello scivolo di fondo e z_b la quota del fondo mobile.

La portata solida Q_s , definita mediante la formula di Meyer-Peter e Müller (1948), è espressa in relazione del parametro di mobilità, ψ , come $Q_s = Q_s(\psi)$, in cui: $\psi \equiv \tau_{idr} - \frac{\bar{\tau}_{cr}(\phi + z_{b,x})}{\phi \sqrt{1 + z_{b,x}^2}}$, $z_{b,x}$ è la derivata spaziale di $z_b(x, t)$, che indica la quota del fondo mobile. Il modello matematico, basato sull'integrazione numerica dell'equazione differenziale (2.18), è stato implementato mediante lo schema di MacCormack:

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} + \left(\frac{1}{1-p} \right) \left[\frac{Q_s}{\sqrt{1 + z_{b,x}^2}} \left(\frac{\partial \tau_{idr}}{\partial x} - \frac{\bar{\tau}_{cr}(1 - \phi z_{b,x})}{\phi(1 + z_{b,x}^2)^{3/2}} \frac{\partial^2 z_b}{\partial x^2} \right) - \frac{Q_s}{(1 + z_{b,x}^2)^{3/2}} \frac{\partial z_b}{\partial x} \frac{\partial^2 z_b}{\partial x^2} \right] = 0 \quad (2.18)$$

in cui p è la porosità dei sedimenti, Q_s è la portata solida, τ_{idr} è lo sforzo idrodinamico, z_b è la quota del fondo mobile, $\bar{\tau}_{cr}$ è lo sforzo tangenziale critico per letto piano, ϕ è l'angolo di attrito interno, t è il generico istante temporale e x è la coordinata spaziale longitudinale al canale.

La sua integrazione fornisce la quota del fondo z_b ai diversi istanti di tempo t .

In questo studio, gli autori riuscirono a simulare attraverso il modello numerico 1D lo scavo

generato da un getto d'acqua orizzontale. Inoltre, in condizioni di portate piccole, si osservò che il profilo del fondo eroso, elaborato dal modello numerico, non risultava coincidente con quello misurato, poiché la duna risultava più lunga rispetto a quella generata nel canale. Questo fenomeno si ritenne causato dalla geometria del profilo del fondo eroso, che risultava bidimensionale quando le prove erano effettuate con portate minori di circa 24 l/s.

In Fig. 2.13 si riportano i risultati relativi al confronto tra i profili misurati e quelli calcolati ai diversi istanti temporali:

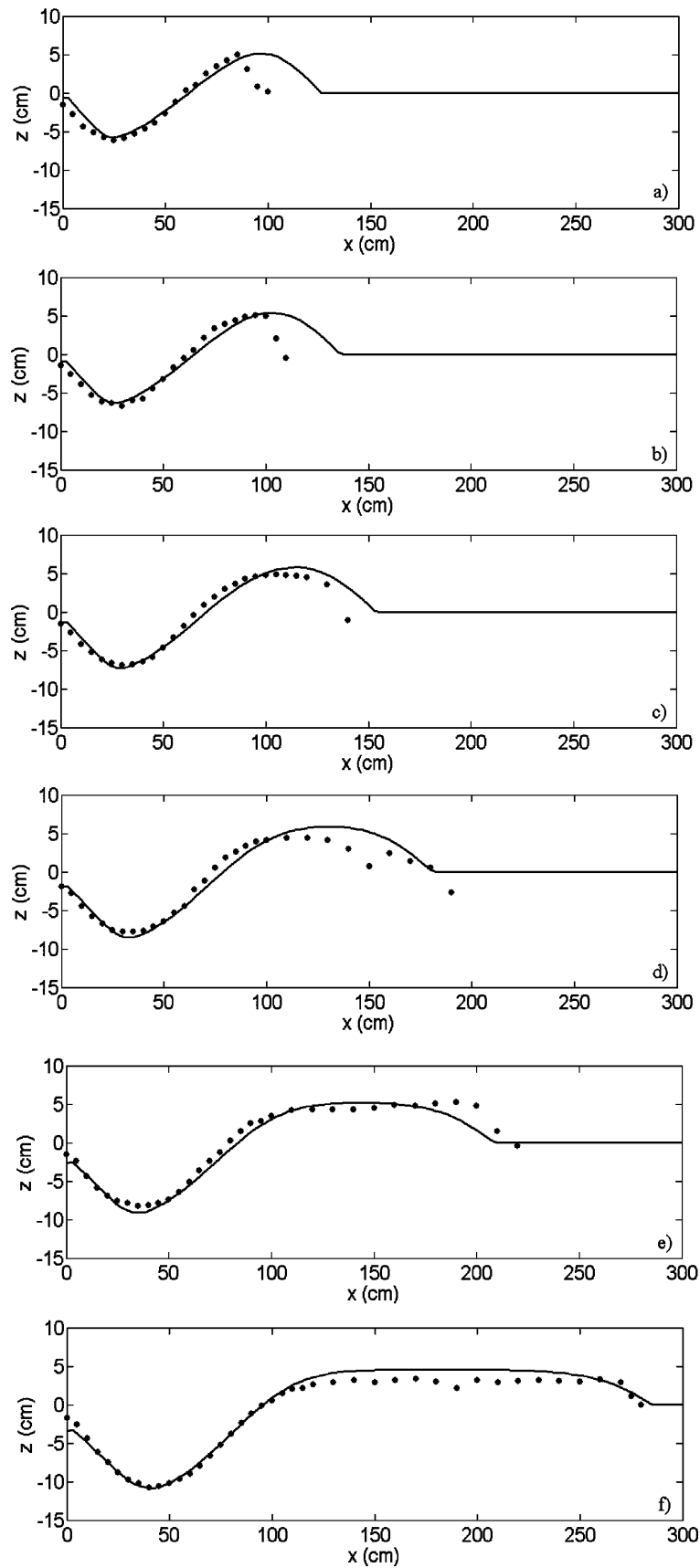


Figura 2.13. Confronto tra i profili calcolati (—) e misurati (·) (Adduce e Sciortino, 2006)

Sulla stessa installazione sperimentale si sono svolti studi sugli scavi localizzati causati da un

getto idrico a valle di una soglia trapezoidale (La Rocca e Adduce, 2006). In questo lavoro gli autori hanno analizzato gli effetti di tre differenti getti: sommerso, superficiale e oscillante (definito come una transizione tra i primi due getti) su un letto mobile. Le prove avevano una durata di circa 10 ore e, al termine di ciascuna di esse, si misurava il fondo eroso con un'asta idrometrica con punta ad ago e nonio decimale (accuratezza di $\pm 0,1$ mm). Durante la campagna sperimentale si sono misurati i profili di velocità con un misuratore ultrasonico Doppler (UDV). Esso, costituito da una sonda piezoelettrica, funge sia da emettitore che da ricevitore di un segnale ultrasonico che viaggia attraverso il fluido. La posizione delle particelle, colpite dal segnale, viene determinata attraverso la misura del tempo intercorso tra l'emissione dell'impulso e la ricezione del segnale riflesso, che è sfasato in frequenza a causa dell'effetto Doppler. Quanto appena detto permette di valutare la componente di velocità lungo l'asse della sonda. Nella ricerca condotta da Adduce e Scortino, la frequenza di ripetizione degli impulsi (*Pulse Repetition Frequency*, PRF) è stata di 200 Hz. L'UDV permette una misura quasi istantanea della velocità in diversi volumi di controllo, posti lungo l'asse della sonda.

Le misure effettuate evidenziarono una sostanziale diversità tra i campi di velocità generati da un getto sommerso e quelli generati da un getto superficiale. Nel primo caso, sul fondo mobile si formava uno scavo localizzato con una duna a valle, mentre nel secondo caso l'onda superficiale generava un'inversione di flusso, provocando sul fondo uno scavo con una duna a monte e una a valle. Lo scavo dovuto al flusso oscillante, invece, risultava come sovrapposizione dei fondi erosi dai getti appena descritti.

Sul fenomeno osservato, gli autori, attraverso la realizzazione di un modello numerico, effettuarono anche le simulazioni matematiche, partendo dall'equazione di moto:

$$\begin{aligned} V \frac{\partial V}{\partial x} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - g \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_b}{\partial x} \\ \frac{V^2}{R} &= -g \frac{\partial}{\partial z} \left(z + \frac{p}{\gamma} \right) \end{aligned} \quad (2.19)$$

dove V è il vettore velocità, p la pressione, R il raggio di curvatura istantaneo delle linee di flusso, x e z sono le coordinate del vettore velocità e τ_b è lo sforzo tangenziale al fondo.

Esso si basava sull'ipotesi di considerare dipendente dal tempo solo la direzione e non anche il modulo del vettore della velocità media.

Dalla 2.19 si ottengono le equazioni per la determinazione delle componenti orizzontali e verticali dei vettori velocità, assieme ai valori di pressione:

$$\begin{aligned}
u &= V \sin \theta = \left(\sum_{i=0}^N \alpha_i \eta^i \right) \cdot \left[(1-\eta)^k \frac{z_{b,x}}{\sqrt{1+(z_{b,x})^2}} + \eta^k \frac{H_{,x}}{\sqrt{1+(H_{,x})^2}} \right] \\
u &= V \cos \theta = \left(\sum_{i=0}^N \alpha_i \eta^i \right) \cdot \sqrt{1 - \left((1-\eta)^k \frac{z_{b,x}}{\sqrt{1+(z_{b,x})^2}} + \eta^k \frac{H_{,x}}{\sqrt{1+(H_{,x})^2}} \right)^2} \\
p &= \rho g h (1-\eta) - h \int_{\eta}^1 \rho \left[(1-\xi)^k \frac{z_{b,xx}}{(1+(z_{b,x})^2)} + \xi^k \frac{H_{,xx}}{1+(H_{,x})^2} \right] V^2 d\xi
\end{aligned} \tag{2.20}$$

dove la variabile adimensionale η indica il rapporto d_{50}/h tra il diametro medio e l'altezza idrica istantanea, k è una costante positiva, $H_{,x} = \frac{\partial H}{\partial x}$ indica la derivata prima di H rispetto a x (con $H = z_b + h$), $H_{,xx} = \frac{\partial^2 H}{\partial x^2}$ è la derivata seconda e α_i sono coefficienti numerici.

Presso l'Università della Basilicata, Oliveto *et al.* (2008) condussero degli esperimenti all'interno di una canaletta di forma rettangolare larga 1 m e lunga 20 m, al fine di studiare l'evoluzione temporale e spaziale dello scavo a valle di uno stramazzo laterale a basso carico.

Il modello proposto rappresentava la sezione del fiume Sauro in scala 1:15. La diga riprodotta era alta 20 cm e lunga 0,93 m, mentre la soglia era alta 0,092 m. Furono usati due differenti tipi di sedimenti con diametro medio $d_{50} = 1,7$ mm e 2,5 mm. Tutti gli esperimenti furono condotti in condizioni di moto permanente.

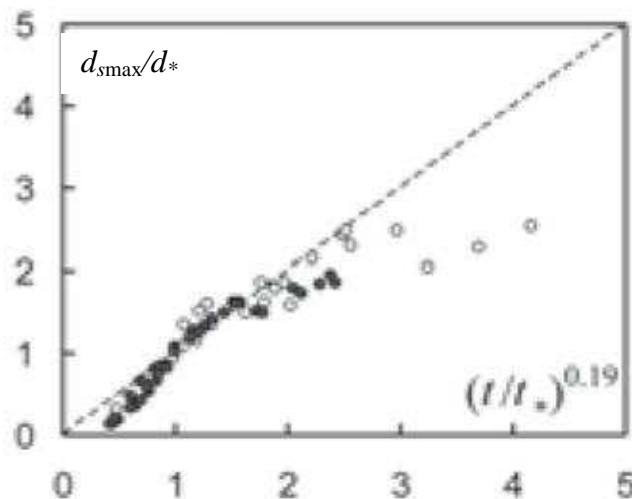
La profondità di scavo era misurata dopo 2, 24, 48 e 72 ore. Furono inoltre misurate la portata Q , l'altezza idrica a valle $h_{u,d}$, il numero di Froude densimetrico Fr_d , il numero di Froude densimetrico iniziale Fr_{di} , la profondità di scavo nelle condizioni di equilibrio $d_{smax,eq}$, la durata del test t_d e il tempo caratteristico t^* al quale corrisponde $d_{smax,eq} = d_*$, in cui d_* indica la lunghezza caratteristica uguale a $\frac{1}{2}h_{st}$, mentre h_{st} indica l'altezza dello stramazzo laterale.

Disponendo i punti $\frac{d_{smax}}{d_*} = f\left(\frac{t}{t_*}\right)$ su un abaco, si è dimostrata la validità dell'eq. (2.21),

suggerita da Farhoudi e Smith (1985):

$$\frac{d_{smax}}{d_*} = \left(\frac{t}{t_*} \right)^{0,19} \tag{2.21}$$

dove t^* è stato stimato per interpolazione (Fig. 2.14).


 Fig. 2.14. Evoluzione temporale della massima profondità di scavo (Oliveto *et al.*, 2008)

Riportando su un grafico gli andamenti longitudinali delle fosse di scavo, si è potuta verificare la validità della similitudine dei profili longitudinali delle fosse di scavo, ossia quella condizione per cui i profili hanno una forma universale e risultano sovrapponibili se opportunamente riscalati lungo le coordinate longitudinali e verticali. Inoltre, si è anche mostrato come la massima profondità di scavo si possa esprimere in funzione del numero di Froude densimetrico, $Fr_d = \frac{V}{\sqrt{g' \cdot d_{50}}}$ (V è la

velocità della corrente in arrivo, $g' = g \cdot \Delta$, $\Delta = \frac{\rho_s'}{\rho}$ è la densità alleggerita relativa dei sedimenti,

$\rho_s' = \rho_s - \rho$ la densità alleggerita dei sedimenti, ρ_s la densità dei granelli e ρ quella dell'acqua

(Fig. 2.15, con $\bar{W} = \frac{d_s}{d_{smax}}$).

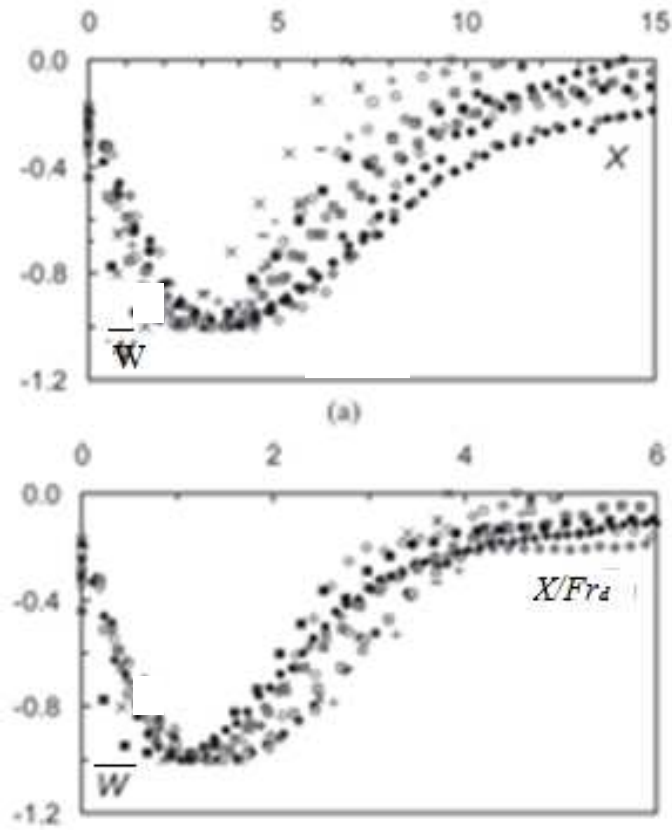


Fig. 2.15. Similitudine dei profili di scavo (\bar{W}, x) e $(\bar{W}, x/Fr_d)$ (Oliveto *et al.*, 2008)

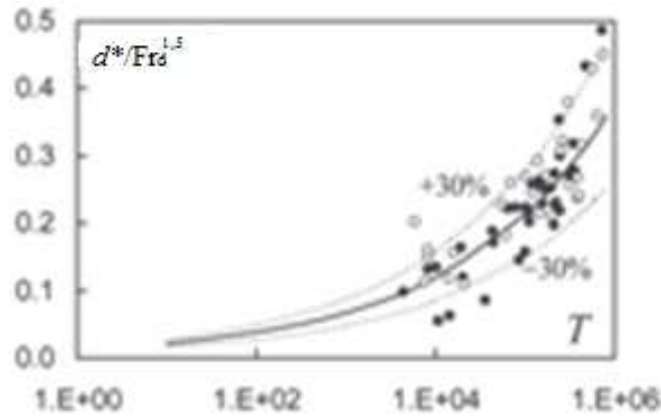
L'analisi dimensionale portò a scegliere come fattori di scala la lunghezza di riferimento L_R , ipotizzata pari all'altezza idrica di valle $h_{u,d}$, per adimensionalizzare la massima profondità di scavo,

e il tempo di riferimento t_R , pari al rapporto $\frac{h_{u,d}}{\sqrt{g'd_{50}}}$, per adimensionalizzare il tempo:

$$d^* = \frac{d_{smax}(t)}{L_R} \quad (2.22)$$

$$T^* = \frac{t}{t_R} \quad (2.23)$$

Gli autori determinarono la relazione predittiva dell'evoluzione temporale dello scavo in funzione del numero di Froude densimetrico, come dedotto da Oliveto *et al.* (2008):

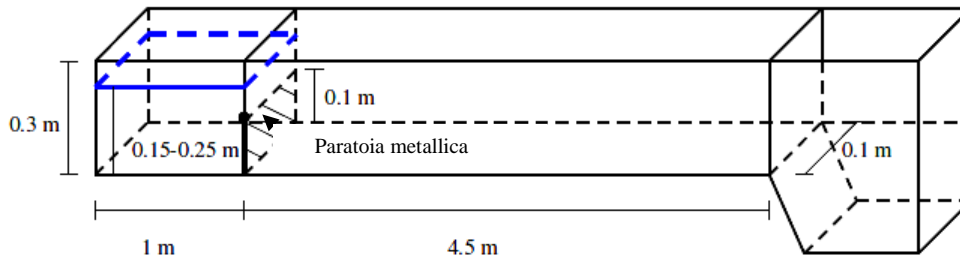

 Fig. 2.16. Validazione dell'eq. (2.13) (Oliveto *et al.*, 2008)

$$d^* = 0,012 \cdot F_d^{0,3} \cdot T^{*0,23} \quad (2.24)$$

I dati presentano una banda di errore del $\pm 30\%$, per aver trascurato il numero di Froude densimetrico di moto incipiente ridotto, Fr_{di}' .

Successivamente, Oliveto e Comuniello (2009) trovarono, attraverso l'analisi dimensionale del fenomeno erosivo, una relazione per la stima della massima profondità di scavo al generico tempo t : $d_{s,max}/s_s = 3,4(h_{u,d}/s_s)^{3/4}(d_{50}/s_s)(Fr_d - 1)^{6/5}T^*$, in cui s_s è l'altezza della soglia di valle, $h_{u,d}$ l'altezza idrica di valle, $T^* = (\Delta g d_{50})^{0,5}t/s_s$ il tempo adimensionalizzato. Inoltre, gli autori osservarono che la massima profondità di scavo aumenta con $Fr_d - 1$, mentre la sua posizione rispetto alla gradino di valle aumenta con incremento di $(Fr_d - 1)^{4/3}$.

Presso il Dipartimento di Idraulica dell'Università di Pavia, Todeschini *et al.* (2008 e 2010) studiarono l'erosione causata da un'onda di scarico (*flushing wave*). L'installazione sperimentale consisteva in un canale lungo 5,5 m e alto 0,3 m. All'interno di esso era posizionata una paratoia metallica, necessaria per creare un accumulo d'acqua (paratoia chiusa), al fine di generare poi le onde (paratoia aperta; Fig. 2.17):


 Fig. 2.17. Modello sperimentale (Todeschini *et al.*, 2008, 2010).

Oltre a svolgere l'attività sperimentale, gli autori realizzarono anche un modello numerico. Quest'ultimo era basato su un sistema di equazioni: quella di de Saint Venant in moto vario per un canale a superficie libera, quella di continuità per la conservazione della massa dei sedimenti,

l'equazione della portata solida e quella di Parchure e Mehta (1985) relativa all'erosione dei sedimenti, utilizzata per ottenere l'evoluzione del fondo:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q^2}{h} + \frac{gh^2}{2} \right) + gh \frac{\partial d}{\partial x} + ghS_f = 0 \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[(1-p)d + \frac{q_s h}{q} \right] + \frac{\partial q_s}{\partial x} = 0 \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} = \frac{\varepsilon_r}{\rho_s} \text{ con } \varepsilon_r = \varepsilon_m \left(\frac{\tau_b - \tau_{cr}}{\tau_{cr}} \right)^\alpha \quad (2.28)$$

essendo h l'altezza idrica istantanea, q la portata per unità di larghezza, d la quota del letto mobile, q_s la portata solida per unità di larghezza, S_f la pendenza critica, x l'ascissa indicativa della lunghezza del canale, ε_r il tasso di erosione, ρ_s la densità dei sedimenti, ε_m e α due parametri, τ_b e τ_{cr} lo sforzo tangenziale al fondo e quello critico, rispettivamente.

Furono effettuate due serie di prove:

- la prima condotta in assenza di sedimenti, con differenti pendenze del canale, pari a 0,5%, 1%, 1,5% e 2 % e con un'altezza d'acqua invasata a monte pari a 0,15 m e 0,25 m;
- la seconda caratterizzata da cinque differenti prove. La pendenza del canale era pari al 2%, mentre l'altezza d'acqua invasa a monte era di 0,25 m. Nella prima prova si sono utilizzati sedimenti non coesivi (sabbia), mentre nelle rimanenti quattro prove sono state preparate delle miscele di sabbia e materiale fine (argilla; Tab. 2.2).

Tab. 2.2. Caratteristiche del materiale erodibile.

Sabbia tipo I ($d_{50}=0,25$ mm)
Sabbia tipo II ($d_{50}=0,48$ mm)
Sabbia tipo III ($d_{50}=0,90$ mm)
Sabbia tipo I – argilla 7,5%
Sabbia tipo II - argilla 7,5%
Sabbia tipo III - argilla 7,5%
Sabbia tipo I - argilla 15%
Sabbia tipo II - argilla 15%
Sabbia tipo III - argilla 15%
Sabbia tipo I – argilla 20%

Sabbia tipo II - argilla 20%
Sabbia tipo III - argilla 20%
Sabbia tipo I – argilla 25%
Sabbia tipo II - argilla 25%
Sabbia tipo III - argilla 25%

Il codice numerico è stato implementato con lo schema di MacCormack abbinato alla teoria della “diminuzione della variazione totale” (*Total Variation Diminishing*, TVD). Gli autori trattarono due casi: *flushing wave* A, generata con un'altezza idrica di 15 cm; *flushing wave* B, generata con un'altezza idrica di 25 cm. In figura (2.18) si riportano, in nero, i valori di altezza idrica misurati sperimentalmente e, in rosso, quelli calcolati mediante il codice numerico:

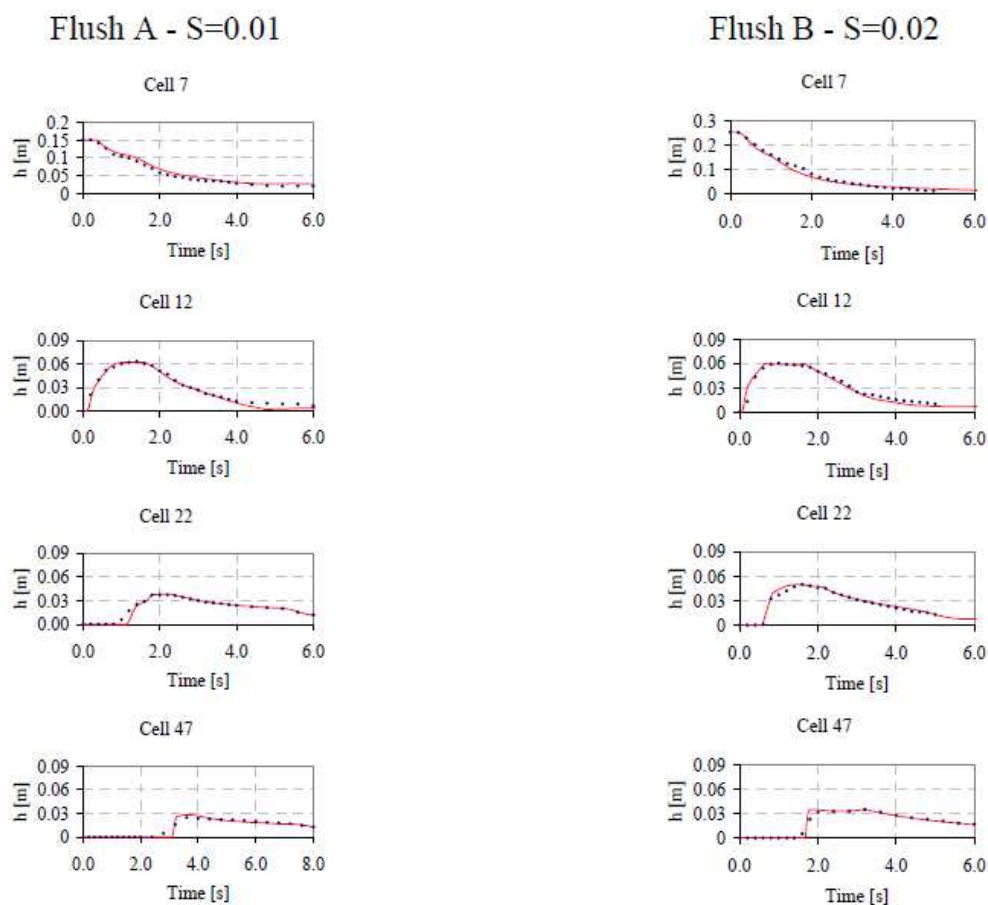


Figura 2.18. Valori di altezza idrica misurati sperimentalmente e ricavati per via numerica (Todeschini *et al.*, 2008, 2010).

Il confronto tra i risultati numerici e quelli sperimentali ha permesso di calibrare i parametri che descrivono il processo d'erosione generata da un'onda di scarico. Gli autori hanno anche mostrato

che il valore della tensione tangenziale necessaria per attivare l'erosione dei sedimenti aumenta con l'incremento della percentuale di materiale coesivo presente nella miscela.

Sulla scorta di ciò, si sperimentò che un contenuto di argilla variabile tra il 7,5%÷15% in peso possa essere considerato un limite oltre il quale la miscela si possa ritenere coesiva.

Recenti studi sull'influenza del materiale coesivo nelle condizioni di moto incipiente sono state condotte da Kothyari e Jain (2008) presso l'Istituto di Tecnologia di Roorkee (India). Gli autori utilizzarono due differenti tipi di miscele coesive, la prima composta da sabbia e argilla, la seconda da ghiaia con sabbia e argilla. I materiali impiegati avevano un d_{50} pari a 0,0039 mm per l'argilla, 0,23 mm per la sabbia e 3,1 mm per la ghiaia. Gli autori, variando gradatamente sia l'apporto di portata che l'inclinazione della paratoia di valle, individuarono tre condizioni di moto incipiente:

- la prima, caratterizzata da piccole fosse, era tipica per letti coesivi con percentuali di argilla minori del 30%. Le fosse avevano dimensioni di 4÷5 cm per pochi cm di profondità (Fig. 2.19);

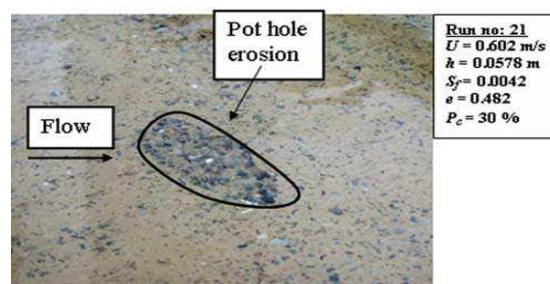


Figura 2.19. Prima tipologia di erosione (Kothyari e Jain, 2008).

- la seconda era caratterizzata da un'erosione lineare con lunghezza di 30÷40 cm, 2÷3 cm di profondità e sviluppo parallelo alla direzione della corrente idrica (Fig. 2.20);

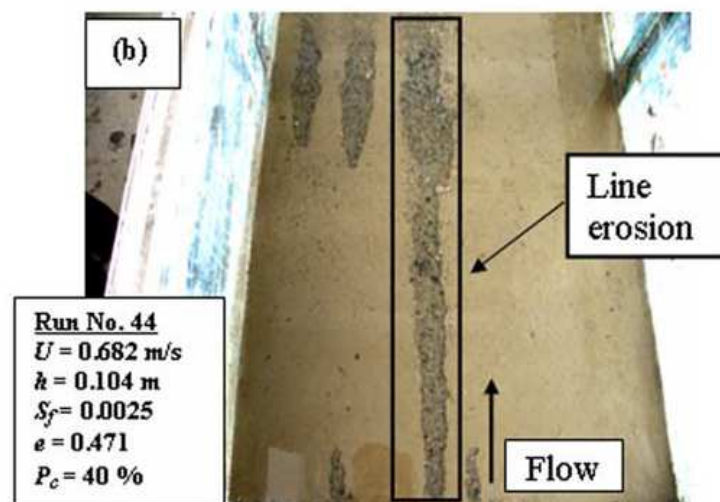


Figura 2.20. Seconda tipologia di erosione (Kothyari e Jain, 2008).

- la terza, caratterizzata da un'erosione di massa, provocava l'asportazione di ammassi di particelle di dimensioni maggiori rispetto ai due casi precedenti. Essa si verificava in presenza di miscele costituite da sabbia, ghiaia e argilla e in presenza di forti pendenze della linea dei carichi totali (Fig. 2.21).

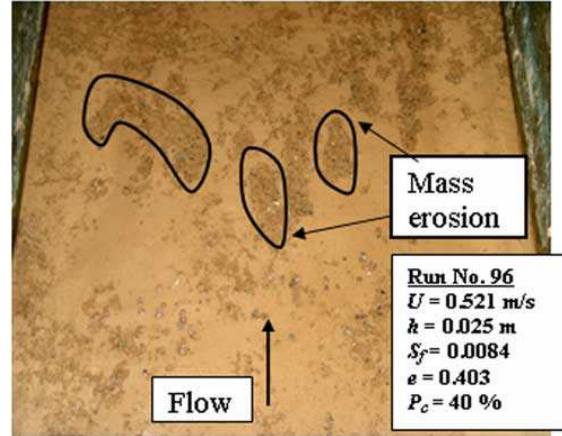


Figura 2.21. Terza tipologia di erosione (Kothyari e Jain, 2008).

Kothyari e Jain (2008) basarono la ricerca sullo studio adimensionale del fenomeno, individuando un insieme di variabili legate alle tensione tangenziale critica della miscela coesiva, τ_{cc} :

$$\tau_{cc} = f(P_c, e, d_{50}, \Delta\gamma_s, UCS, \tau_c) \quad (2.29)$$

dove: P_c è la percentuale di argilla, e l'indice dei vuoti, $\Delta\gamma_s$ il peso specifico relativo alleggerito, UCS la resistenza a compressione non confinata, d_{50} il diametro medio della miscela e τ_c la tensione tangenziale critica di Shields.

Riscrivendo la 2.29 in forma adimensionale, si ottenne:

$$\frac{\tau_{cc}}{\tau_c} = f(P_c, e, UCS^*) \quad (2.30)$$

dove: $UCS^* = \frac{UCS}{\Delta\gamma_s d_{50}}$.

Solo dopo aver condotto un numero elevato di prove, gli autori ottennero la relazione valida per definire lo sforzo tangenziale critico:

$$\frac{\tau_{cc}}{\tau_c} = 0,94(1+P_c)^{3/2} e^{-1/6} (1+0,001UCS^*)^{9/20} \quad (2.31)$$

Essa riesce a predire i risultati con un errore massimo del $\pm 20\%$ sul 95% dei dati osservati (Fig. 2.22).

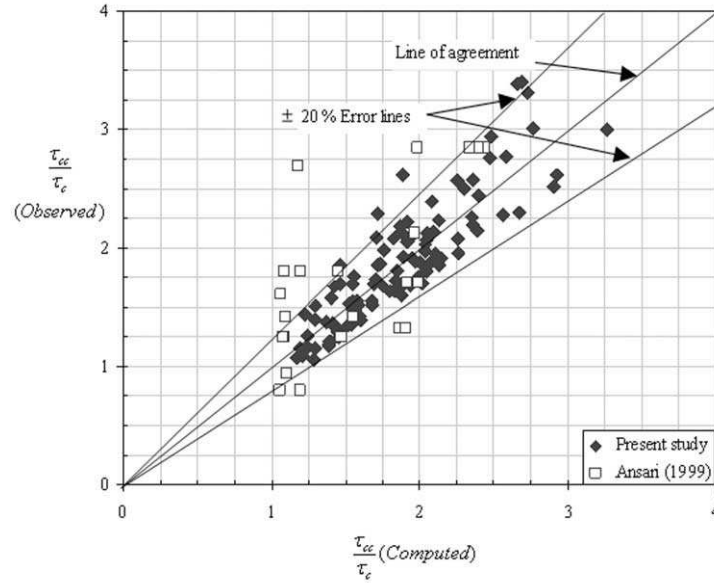


Figura 2.22. Confronto tra i risultati ottenuti dalla 2.20 e i dati osservati (Kothyari e Jain, 2008).

Jain e Kothyari (2009) effettuarono degli studi sull'influenza del materiale coesivo nei processi erosivi, in una campagna sperimentale condotta nel Laboratorio di Ingegneria Idraulica dell'Istituto di Tecnologia di Roorkee (India). L'installazione era costituita da un canale lungo 16 m, largo 0,75 m e profondo 0,5 m. Il fondo mobile era costituito da miscele di sedimenti uniformi e non uniformi (sabbia e ghiaia), mescolate con varie percentuali di argilla (10%, 20%, 30%, 40% e 50%).

Gli studiosi descrissero il processo erosivo non solo in base ai parametri meccanici, come, per esempio, la tensione tangenziale, o alle proprietà fisico-chimiche, ma anche in base al tipo di argilla, alla sua densità, al valore caratteristico delle prove di resistenza a compressione di un provino non confinato, UCS , alle forze interparticellari caratteristiche di questi materiali e alla quantità di materiale fine presente tra gli strati del fondo mobile.

In merito a quest'ultimo aspetto, si notò che, durante l'azione erosiva dell'acqua, la composizione del materiale di fondo, per uno spessore di qualche millimetro, subiva dei cambiamenti. Infatti, si osservò che lo strato superficiale (*bed layer*) partecipava più attivamente al processo erosivo, in quanto perdeva per sospensione il materiale fine. L'analisi del processo erosivo si basò sull'analisi dimensionale, esprimendo la portata solida in funzione delle seguenti variabili:

$$q_{Bc,i} = f(q_{B,i}, P_c, d_{50}, C_{ua}, \phi_c, \phi_{sh}, \gamma_d, \gamma_w, \Delta\gamma_s, UCS') \quad (2.32)$$

dove $q_{B,i}$ è il trasporto solido relativo alla frazione di sedimenti non coesivi, d_{50} è il diametro mediano della miscela coesiva, C_{ua} e ϕ_c sono rispettivamente il contenuto di argilla e l'angolo di attrito della frazione coesiva, ϕ_{sh} è l'angolo di attrito dei sedimenti non coesivi, γ_d il peso specifico della miscela coesiva asciutta, γ_w il peso specifico dell'acqua, $\Delta\gamma_s$ il peso specifico relativo

alleggerito della miscela e $UCS' = UCS \cdot P_c / P_{co}$, essendo P_o e P_{co} rispettivamente la percentuale di argilla attuale e iniziale.

Scrivendo le variabili in gruppi adimensionali si ha:

$$C_* = \frac{P_c C_u}{\Delta \gamma_s d_{50}}; \phi_* = \frac{P_c \tan \phi_c + (1 - P_c) \tan \phi_{sh}}{\tan \phi_{sh}}; UCS^* = \frac{UCS'}{\Delta \gamma_s d_{50}} \quad (2.33)$$

per cui risultò:

$$q_{Bc,i} = f(q_{B,i}, C_*, \phi_*, \gamma_d, \gamma_w, UCS^*) \quad (2.34)$$

da cui si ricava la seguente relazione adimensionale:

$$\frac{q_{Bc,i}}{q_{B,i}} = f\left[\left(1 + \frac{C_*}{\phi_*}\right), (1 + UCS^*)\right] \quad (2.35)$$

Quest'ultima espressione permise agli autori di ottenere una relazione per determinare la portata solida delle due miscele coesive utilizzate. Infatti, riportando i dati sperimentali sul grafico

$$\phi_{B,i} = f\left(\frac{\tau'_0}{\Delta \gamma_s d_i}, \zeta'_{B,i}\right) \text{ (Fig. 2.23)}$$

in cui:

- $\phi_{B,i} = f\left(\frac{\tau'_0}{\Delta \gamma_s d_i}, \zeta'_{B,i}\right)$ (Patel e Ranga Raju, 1996);
- $\zeta'_{B,i}$ è il coefficiente di nascondimento;
- τ'_0 è lo sforzo tangenziale dei grani, definito da Misri *et al.* (1984),

si dedussero tre distinte equazioni per la stima del trasporto solido:

- $\phi_{B,i} = 10^8 (\xi_{B,i} \tau'_{*,i})^{8,345} \cdot \left(1 + \frac{C_*}{\phi_*}\right)^{(-8/25)} \cdot (1 + UCS^*)^{-1/5}$ per $0,02 < \xi_{B,i} \tau'_{*,i} < 0,062$
- $\phi_{B,i} = \left[-2545,5 \cdot (\xi_{B,i} \tau'_{*,i})^5 - 412,23 \cdot (\xi_{B,i} \tau'_{*,i})^4 + 518,81 \cdot (\xi_{B,i} \tau'_{*,i})^3 - 81,01 \cdot (\xi_{B,i} \tau'_{*,i})^2 + 6,19 \cdot (\xi_{B,i} \tau'_{*,i}) - 0,178\right] \cdot \left(1 + \frac{C_*}{\phi_*}\right)^{(-8/25)} \cdot (1 + UCS^*)^{-1/5}$ per $0,062 < \xi_{B,i} \tau'_{*,i} < 0,71562$
- $\phi_{B,i} = \left[13,895 \cdot (\xi_{B,i} \tau'_{*,i})^{1,9356}\right] \cdot \left(1 + \frac{C_*}{\phi_*}\right)^{(-8/25)} \cdot (1 + UCS^*)^{-1/5}$ per $0,175 < \xi_{B,i} \tau'_{*,i} < 1,8362$

dove: $\tau'_{*,i} = \frac{\tau'_0}{\Delta \gamma_s d_i}$.

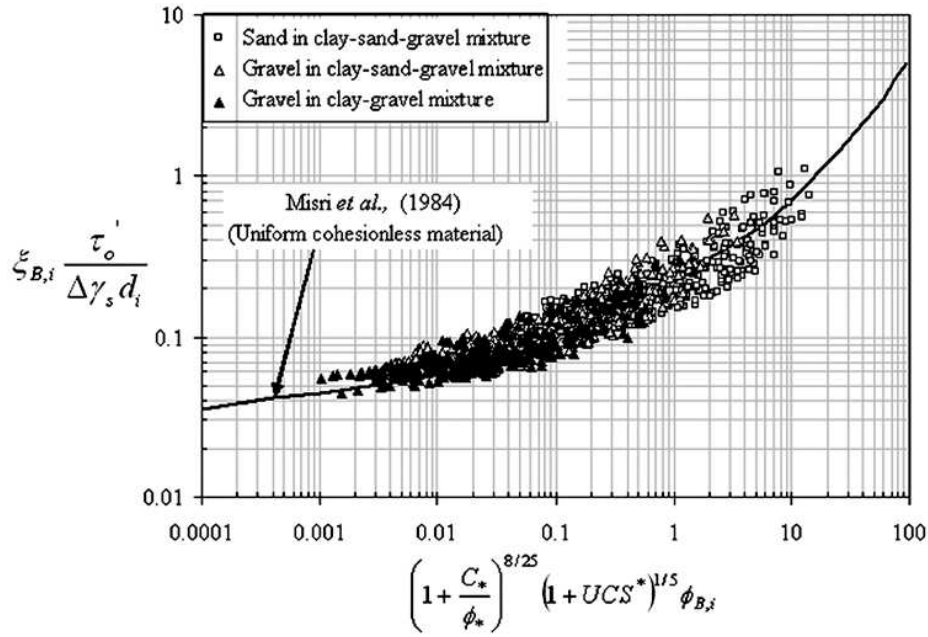


Figura 2.23. Variazione dei parametri del trasporto solido con miscele di argilla/ghiaia e argilla/sabbia/ghiaia.
(Jain e Kothyari, 2009)

Gli autori mostrarono, inoltre, la correzione tra i dati di portata solida misurati sperimentalmente e quelli calcolati mediante la seguente formula:

$$q_{Bc,i} = \phi_{B,i} i_b \gamma_s \sqrt{\frac{\Delta\gamma_s g d_i^3}{\gamma_f}} \quad (2.36)$$

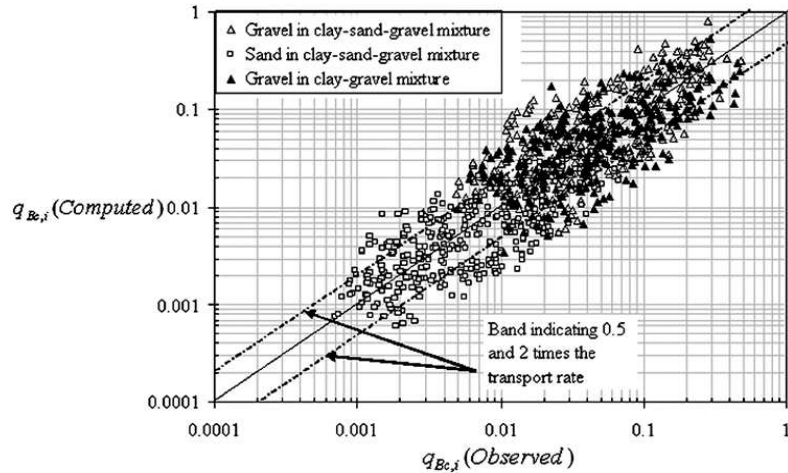


Figura 2.24. Relazione tra i dati di portata solida calcolati e osservati (Jain e Kothyari, 2009).

dove i_b indica la frazione del materiale di dimensione d_i presente nel letto di fondo.

Gaudio *et al.* (2010) effettuarono una campagna di esperimenti nel Laboratorio di Grandi Modelli Idraulici del Dipartimento di Difesa del Suolo “V. Marone”, che permisero di confermare e quantificare l’influenza delle proprietà coesive dei sedimenti sul fenomeno erosivo localizzato a valle di un fondo fisso. Infatti, in analogia a quanto proposto dalla letteratura per sedimenti non

coesivi, la formula di Breusers (1966) tende a sovrastimare le massime profondità di scavo, dimostrando dunque che le proprietà coesive dei materiali non sono trascurabili (Fig. 2.25, dove $d_{*,max}$ è la massima profondità della fossa di scavo e t_* il tempo adimensionalizzato):

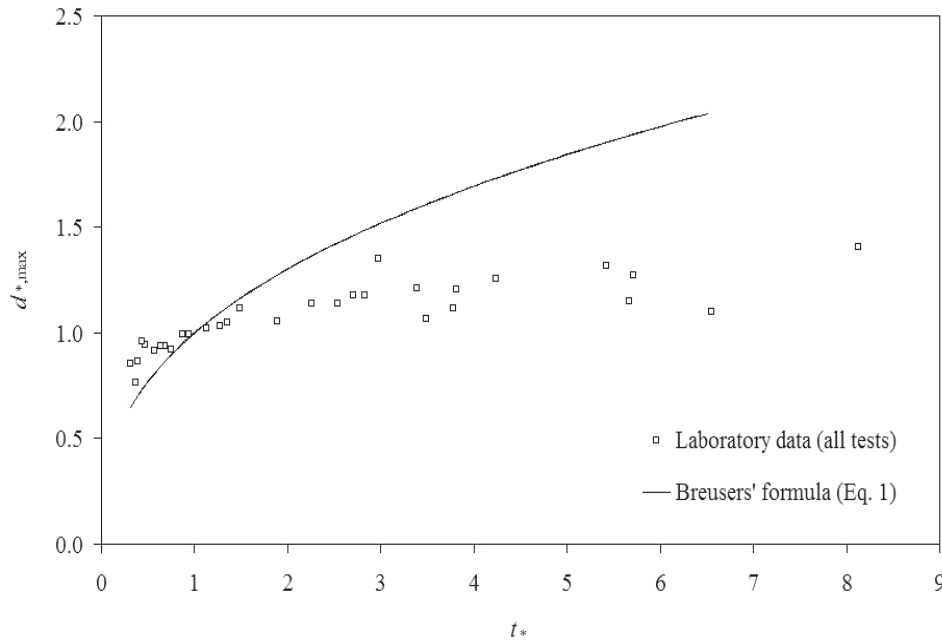


Figura 2.25. Confronto delle misure sperimentali con la formula di Breusers (Gaudio *et al.*, 2010)

Termini (2011) investigò i fattori di scala per adimensionalizzare le variabili spazio-temporali relative agli scavi localizzati a valle di un fondo fisso. Presso il Dipartimento di Idraulica della Facoltà di Ingegneria dell'Università di Palermo, utilizzò un canale rettangolare lungo 7 m e largo 0,4 m. Il fondo mobile del canale era realizzato con sabbie di quarzo avente diametro mediano $d_{50} = 0,65$ mm. L'autrice effettuò due test in moto permanente: il primo con portata idrica $Q = 0,007$ m³/s, altezza idrica $h_0 = 0,038$ m, numero di Reynolds d'attrito $Re^* = 58,43$ e durata della prova pari a 8 ore; il secondo con $Q = 0,013$ m³/s, $h_0 = 0,06$ m, $Re^* = 70,35$ e durata di 7 ore. I risultati le permisero di confermare quanto già osservato da Lenzi *et al.* (2003) sull'utilizzo della lunghezza totale dello scavo come fattore di scala. Inoltre, utilizzando anche i dati di altri studiosi, trovò un'importante relazione per definire il fattore scala della variabile temporale, T^* , in funzione del parametro di Shields, θ (Fig. 2.26):

$$T^* = 4688 \exp(-4,96\theta) \quad (2.37)$$

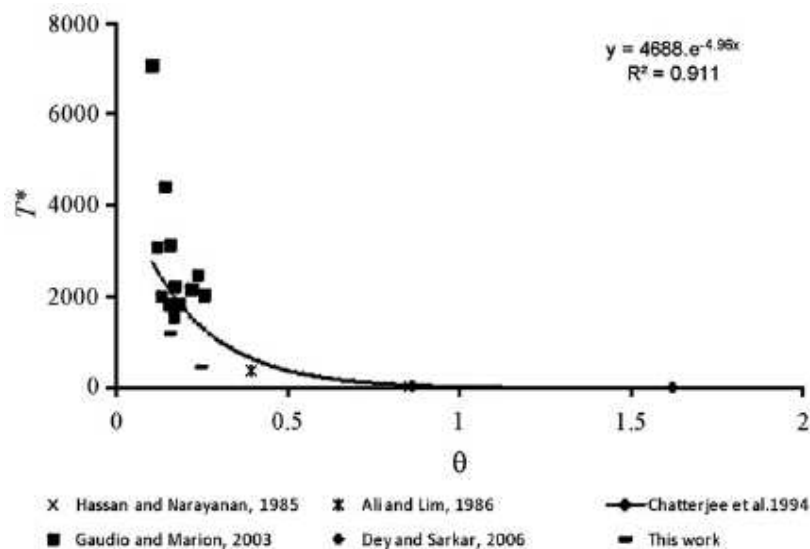


Figura 2.26. Relazione tra T^* e θ (Termini, 2011).

dove: $T^* = T(g\Delta d_{50}^3)^{0.5} / b^2$, in cui g è l'accelerazione di gravità, Δ la densità relativa alleggerita dei sedimenti e b un fattore di scala, assunto pari all'altezza idrica a valle del fondo fisso.

I dati sperimentali furono, poi, confrontati con quelli ricavati da un modello numerico monodimensionale, realizzato dalla stessa autrice, per verificare la validità dell'evoluzione temporale del processo erosivo. Esso si basava sull'equazione di conservazione del trasporto dei sedimenti sul fondo e in sospensione, sulla conservazione della distribuzione granulometrica dei sedimenti e sulla variazione spaziale del trasporto solido.

2.2 Stato dell'arte sull'escavazione localizzata a valle delle soglie di fondo

L'erosione localizzata a valle delle soglie di fondo è uno dei fenomeni idraulici di maggiore importanza per la sicurezza delle opere trasversali di sistemazioni degli alvei. Essa è causata dalla perturbazione del campo di moto per la presenza della struttura stessa; se non valutata correttamente in sede progettuale, può determinare il collasso delle opere, minando le fondazioni. L'uso di tali opere idrauliche oggi è sempre più diffuso, perché, oltre a poter essere utilizzate per la sistemazione di tronchi fluviali, possono essere usate come contromisura per limitare lo scalzamento delle pile dei ponti (Grimaldi *et al.*, 2009a,b).

Sull'analisi della dinamica delle strutture naturali a gradinata, presenti nei torrenti montani, i primi studi risalgono a Whittaker (1987), che dedusse la seguente formula per la previsione della massima profondità di scavo in assenza di trasporto solido da monte:

$$d_s = 0,9121 \frac{(q - q_{cr})^{0,4526} h_u^{0,5877}}{d_{90}^{0,2666}} \quad (2.38)$$

dove q indica la portata specifica, q_{cr} la portata critica, h_u l'altezza di moto uniforme e d_{90} il diametro dei granelli tale che il 90% in peso dei sedimenti è di dimensione inferiore.

Successive ricerche furono affrontate da Gaudio *et al.* (2000) nel Laboratorio d'Idraulica di *HR Wallingford Ltd.* (UK).

Gli autori effettuarono due serie di prove, utilizzando una canaletta inclinabile larga 2,44 m, lunga circa 19 m e con pendenza iniziale S_0 :

- una prima serie, caratterizzata da sedici prove, con una ghiaia media avente diametro mediano $d_{50}=8,5$ mm, coefficiente di uniformità $C_u = \frac{d_{60}}{d_{10}} = 1,5 < 2$ (sedimento uniforme);
- una seconda serie, costituita da otto prove, con una sabbia fina avente diametro mediano $d_{50} = 4,1$ mm, coefficiente di uniformità $C_u = \frac{d_{60}}{d_{10}} = 1,8 < 2$ (sedimento uniforme).

Le soglie sistemate all'interno del fondo mobile avevano uno spessore di 30 mm ed erano larghe quanto il canale.

Gli autori si effettuò l'analisi dimensionale sul fenomeno di escavazione, ipotizzando che la profondità di scavo potesse essere espressa in funzione di nove variabili:

$$d_s = f(g, \nu, \rho_w, \rho'_s, q, q_s, h_u, d_{50}, a_1) \quad (2.39)$$

in cui g è l'accelerazione di gravità, ν la viscosità cinematica dell'acqua, ρ_w la densità dell'acqua, ρ'_s la densità alleggerita dei sedimenti, q la portata per unità di larghezza, q_s la portata solida in volume per unità di larghezza, h_u l'altezza di moto uniforme, d_{50} il diametro mediano dei sedimenti e a_1 il salto morfologico, definito come segue:

$$a_1 = (S_0 - S_{eq})L \quad (2.40)$$

dove S_0 è la pendenza iniziale del fondo, S_{eq} la pendenza finale di equilibrio e L la distanza tra due soglie consecutive.

La portata solida è espressa mediante la formula di Meyer-Peter e Müller (1948):

$$q_s = 8(\theta - \theta_c)^{3/2} \sqrt{g \Delta d_{50}^3} \quad (2.41)$$

e considerando nullo tale valore con il progredire dell'erosione del letto di monte, si ritenne assente il trasporto solido nella fase finale di equilibrio, ricadendo, quindi, nella condizione di moto incipiente di Shields, in cui vale la seguente relazione:

$$\theta_c = \frac{h_u \cdot S_{eq}}{\Delta \cdot d_{50}} \quad (2.42)$$

Ricavando il termine S_{eq} :

$$S_{eq} = \frac{\Delta \cdot \theta_c \cdot d_{50}}{h_u} \quad (2.43)$$

si notò che esso, assieme all'altezza di moto uniforme, h_u , risultava funzione di alcune grandezze già presenti nella lista delle variabili precedentemente definita, (2.39), ragion per cui la lista poteva essere ridotta come segue:

$$d_s = f(g, \nu, \rho_w, \rho_s, q, d_{50}, a_1) \quad (2.44)$$

Con il teorema di Buckingham, scegliendo come variabili fondamentali g , ρ_w e q , gli autori ottennero i seguenti gruppi adimensionali:

$$\frac{d_s}{H_s} = \varphi \left[\frac{q}{\nu}, \Delta, \frac{H_s}{\Delta d_{50}}, \frac{a_1}{H_s} \right] \quad (2.45)$$

dove $H_s = 1,53 \sqrt{\frac{q^2}{g}}$ rappresenta l'energia specifica sulla soglia.

La (2.25) fu ulteriormente semplificata eliminando il rapporto $\frac{q}{\nu}$, poiché proporzionale al numero di Reynolds, che risulta trascurabile in condizioni di turbolenza pienamente sviluppata; fu, inoltre, eliminata la densità relativa alleggerita, Δ , poiché assumeva un valore costante, pari a 1,65.

Quindi, si ottenne la seguente relazione funzionale:

$$\frac{d_s}{H_s} = f \left[\frac{H_s}{\Delta d_{50}}, \frac{a_1}{H_s} \right] \quad (2.46)$$

Durante lo studio del fenomeno si notò che i punti $\frac{d_s}{H_s} = f \left(\frac{a_1}{H_s} \right)$ avevano una forte dispersione, per cui si pensò di effettuare il prodotto tra i gruppi adimensionali $\frac{H_s}{\Delta d_{50}}$ e $\frac{a_1}{H_s}$, al fine di semplificare la relazione funzionale come segue: $\frac{d_s}{H_s} = f \left(\frac{a_1}{\Delta d_{50}} \right)$.

Così procedendo, gli autori osservarono una buona dipendenza lineare dei dati sperimentali (Fig. 2.27):

$$\frac{d_s}{H_s} = 0,189 \frac{a_1}{\Delta d_{50}} + 0,266 \quad (2.47)$$

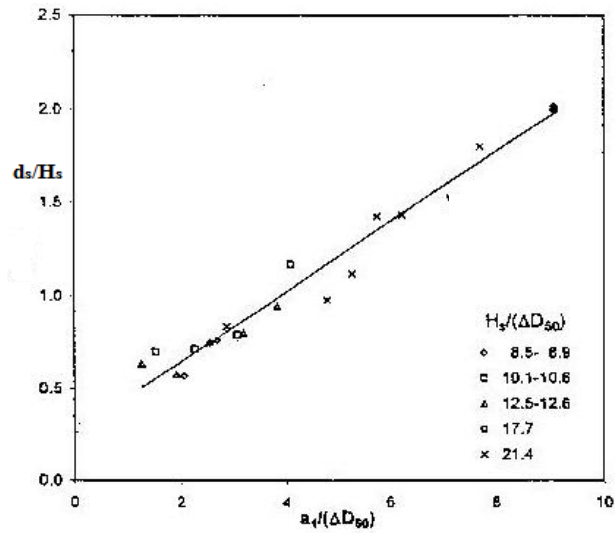


Figura 2.27. Andamento della massima profondità di scavo adimensionalizzata con il parametro $\frac{a_1}{\Delta d_{50}}$

(Gaudio *et al.*, 2000)

Analogamente si fece per valutare la lunghezza di scavo l_s (Fig. 2.28):

$$\frac{l_s}{H_s} = 1,87 \frac{a_1}{\Delta d_{50}} + 4,02 \quad (2.28)$$

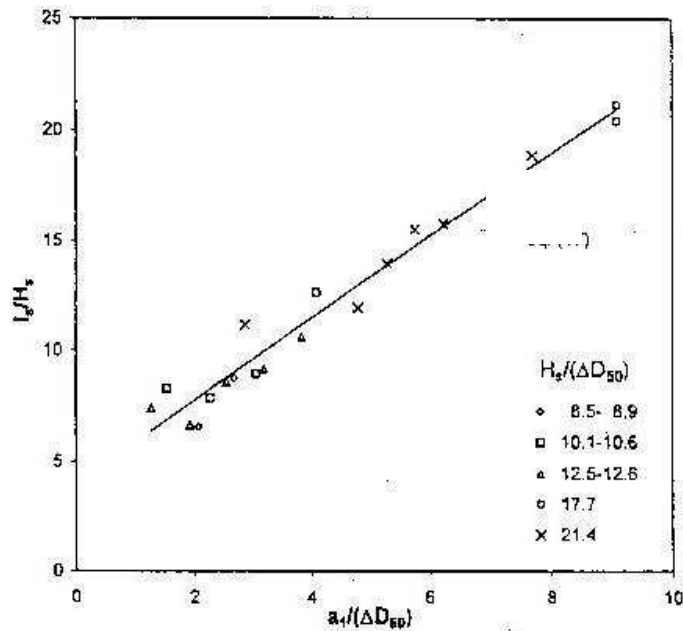


Figura 2.28. Andamento della lunghezza di scavo adimensionalizzata con il parametro $\frac{a_1}{\Delta d_{50}}$

(Gaudio *et al.*, 2000)

È da precisare che le relazioni (2.27) e (2.28) risultarono valide per valori di $\frac{a_1}{\Delta d_{50}}$ compresi tra 1,3 e 9,1. Inoltre, dai profili di scavo si notò che l'ascissa della massima profondità di scavo, misurata a partire dalla faccia di valle della soglia, oscillava tra il 30 e il 40% di l_s .

Lenzi *et al.* (2002) approfondirono gli studi sul fenomeno di escavazione localizzata in letti non coesivi, con pendenze elevate e granulometria disuniforme. In base a quanto definito da Gaudio *et al.* (2000), espressero la massima profondità di scavo in funzione delle seguenti grandezze:

$$d_s = f(g, \nu, \rho_w, \rho_s, q, q_s, h_u, d, a_1) \quad (2.29)$$

Applicando il teorema di Buckingham, gli autori ottennero la seguente relazione funzionale:

$$\frac{d_s}{H_s} = f\left[\frac{H_s}{\Delta d}, \frac{a_1}{H_s}\right] \quad (2.30)$$

L'attività sperimentale si svolse nel Laboratorio d'Irridazione di *HR Wallingford Ltd.* (UK), in una canaletta profonda 0,245 m, con fondo metallico lungo 5,57 m e largo 0,6 m. I sedimenti avevano densità relativa alleggerita $\Delta = 1,63$, con deviazione standard geometrica della distribuzione granulometrica $\sigma_g \sqrt{d_{84} - d_{16}} = 5,38 > 1,35$ (sedimenti disuniformi).

Le prove furono effettuate con pendenze iniziali del fondo pari a 0,0785%, 0,1145% e 0,1480%. Per ogni prova furono misurate le seguenti grandezze: la portata, Q , la portata per unità di larghezza, q , la pendenza iniziale, S_0 , la pendenza di equilibrio, S_{eq} , la distanza tra due soglie consecutive, L , la massima profondità di scavo, d_s , l'altezza delle soglie, h_{sill} e il gradino a monte della soglia di valle, a_2 (Fig. 2.29):

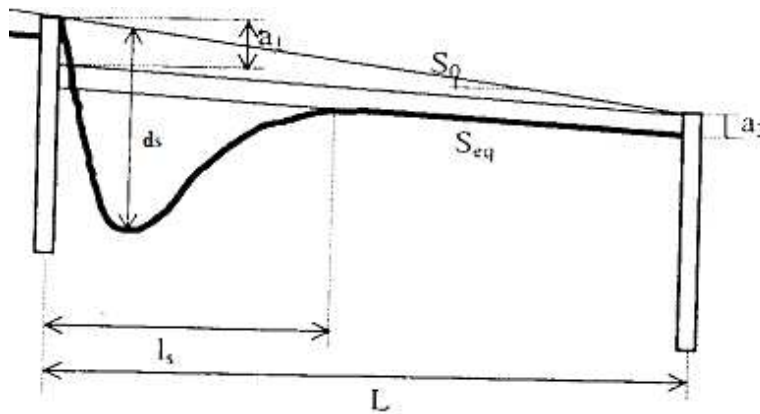


Fig. 2.29. Schema geometrico di un profilo longitudinale. (Gaudio *et al.*, 2000)

Gli autori calcolarono: l'energia specifica sulla soglia, H_s , il salto morfologico, a_1 , e i rapporti adimensionali seguenti:

$$\frac{a_1}{H_s}, \frac{a_1}{\Delta d_{95}}, \frac{d_s}{H_s} \text{ e } \frac{l_s}{H_s}.$$

Un'analisi di regressione multipla, effettuata mediante un *software* statistico, mostrò che i dati sperimentali si potevano interpolare con le seguenti formule, valide rispettivamente per la profondità e per la lunghezza di scavo:

$$\frac{d_s}{H_s} = 0,4359 + 1,4525 \left(\frac{a_1}{H_s} \right)^{0,8626} + 0,0599 \left(\frac{a_1}{\Delta d_{95}} \right)^{1,4908} \quad (2.31)$$

$$\frac{l_s}{H_s} = 4,479 + 0,023 \left(\frac{a_1}{H_s} \right)^{-1,808} + 2,524 \left(\frac{a_1}{\Delta d_{95}} \right)^{1,129} \quad (2.32)$$

Lo studio condotto, ha messo in evidenza che gli scavi localizzati a valle di soglie di fondo e in condizioni di forti pendenze devono godere di una analisi più approfondita, poiché l'entità dello scavo aumenta con il rapporto tra il salto morfologico e l'energia della corrente. Inoltre, si notò che le dimensioni geometriche dello scavo, in particolar modo la lunghezza l_s , risultavano influenzate dalla dimensione dei grani; e, anche, che in condizioni di profili molto acclivi l'affinità geometrica può essere considerata poco influente a causa della variabilità dell'inclinazione del getto d'acqua.

Altri studi effettuati da Gaudio e Marion (2003) nel Laboratorio d'Irradiazione di *HR Wallingford Ltd.* (UK) hanno permesso di descrivere l'evoluzione dello scavo nel tempo, $d_s(t)$. Il canale era lungo 6,75 m ed aveva una larghezza di 60 cm. La prima soglia era posizionata a 2 m dalla sezione di monte, mentre la seconda ad una distanza di 4,5 m e la terza ad una di 5,5 m. Fu usata una sabbia con $d_{50} = 1,8$ mm, densità relativa alleggerita $\Delta = 1,63$ e coefficiente di uniformità $C_u = 1,4 < 2$ (sedimenti uniformi).

Gli autori verificarono inizialmente la validità delle equazioni ricavate nel precedente lavoro di Gaudio *et al.* (2000):

$$\frac{d_s}{H_s} = 0,189 \frac{a_1}{\Delta d_{50}} + 0,266 \quad (2.33)$$

$$\frac{l_s}{H_s} = 1,87 \frac{a_1}{\Delta d_{50}} + 4,02 \quad (2.34)$$

confermando la validità dell'equazione (2.33) $\frac{d_s}{H_s} = f\left(\frac{a_1}{\Delta d_{50}}\right)$:

$$\frac{d_s}{H_s} = 0,180 \frac{a_1}{\Delta d_{50}} + 0,369 \quad (2.36)$$

mentre la relazione (2.34), come mostra la Fig. 2.30, valida per la ghiaia, non ebbe conferma sperimentale per la sabbia, poiché si verificò una sottostima della lunghezza di scavo, causata

probabilmente dalla presenza di sponde laterali in vetro, che causavano una riduzione di scabrezza, e da un fenomeno di oscillazione della vena fluida dovuto a un malfunzionamento della pompa.

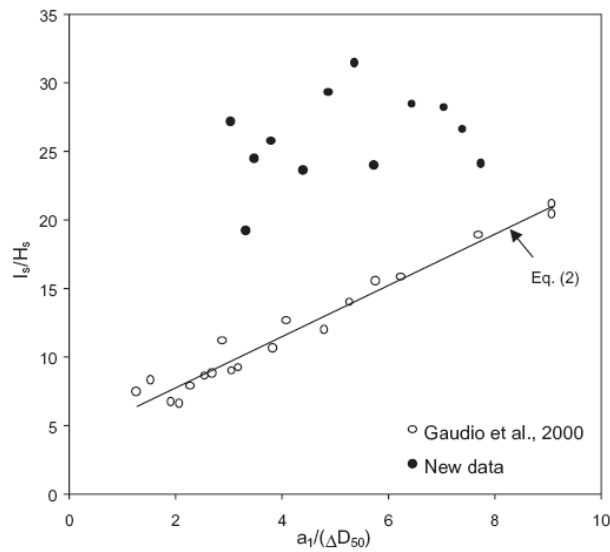


Figura 2.30. Confronto dei dati sperimentali con la formula di Gaudio *et al.* (2000) per la lunghezza di scavo adimensionalizzata (Gaudio e Marion, 2003)

Nella fase iniziale del lavoro si osservò che i punti sperimentali $d_s = f(t)$ presentavano una forte dispersione (Fig 2.31).

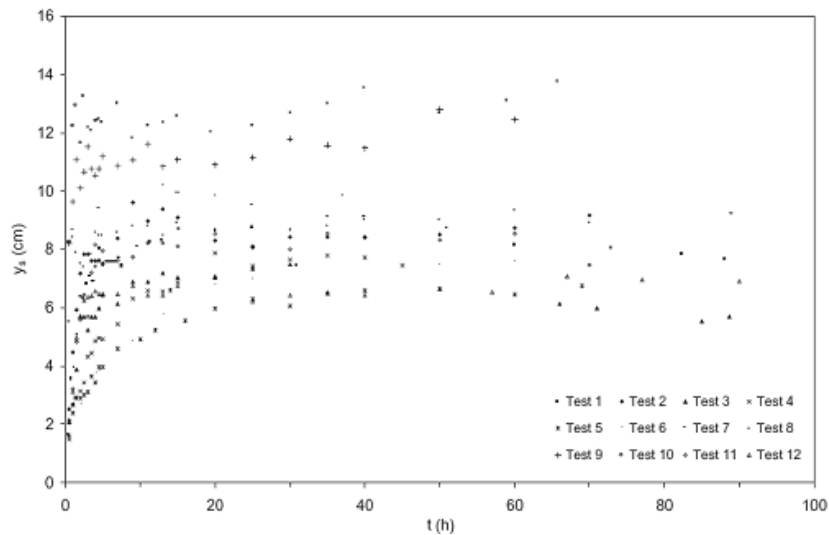


Figura 2.31. Andamento temporale della profondità di scavo d_s (Gaudio e Marion, 2003).

Pertanto, si pensò di adimensionalizzare la profondità di scavo con quella di media equilibrio,

ossia dopo le 20 ore: $\frac{d_s(t)}{d_s(t \geq 20h)}$ (Fig. 2.32):

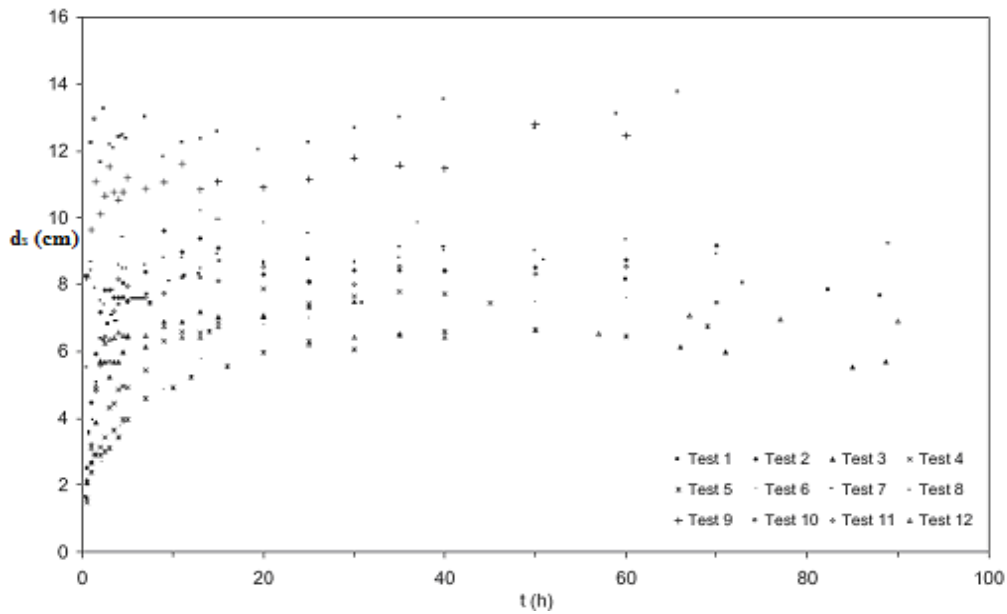


Figura 2.32. Evoluzione temporale della massima profondità di scavo (Gaudio e Marion, 2003).

Osservando un netto miglioramento, gli autori riscalarono il tempo con quello morfologico, t_s , ottenendo un'ottima interpolazione dei punti $d_s^* = f(t^*)$ (Fig. 2.33).

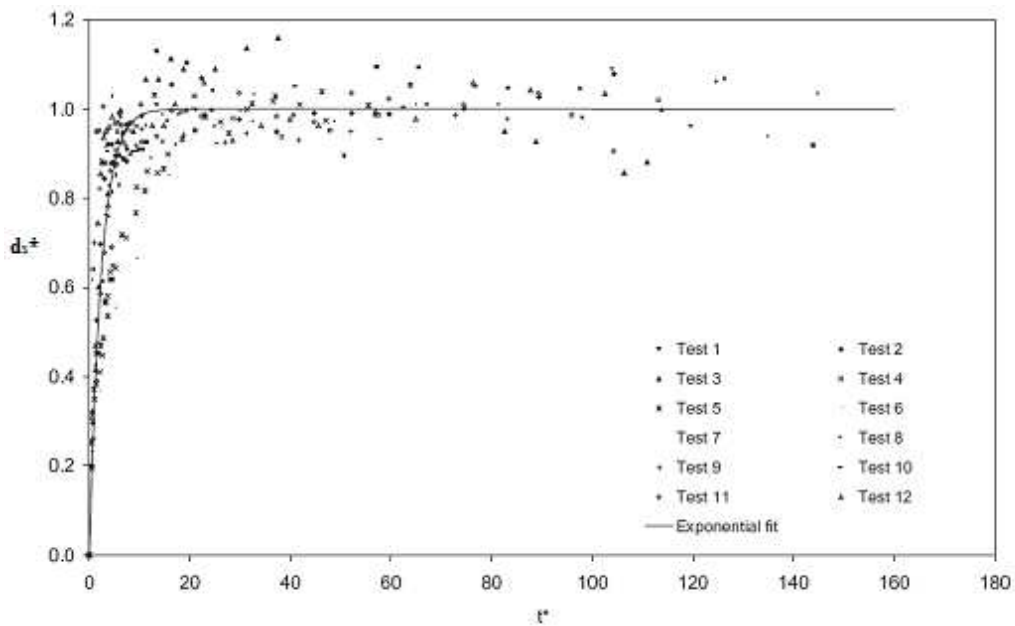


Figura 2.33. Evoluzione temporale della massima profondità di scavo adimensionalizzata (Gaudio e Marion, 2003)

Il tempo t^* adimensionalizzato fu calcolato come segue:

$$t^* = \frac{t}{t_s} \quad (2.37)$$

in cui

$$t_s = \frac{A_s}{q_s} \quad (2.38)$$

definendo l'area di scavo A_s come:

$$A_s = L_u \left(\frac{a_1 \cdot L_u}{2 \cdot L} + a_2 \right) + L \cdot \left(\frac{a_1}{2} + a_2 \right) \quad (2.39)$$

con L_u la lunghezza del tratto eroso a monte (*upstream*) e L la distanza tra due soglie consecutive.

La portata dei sedimenti per unità di larghezza, q_s , fu calcolata utilizzando la formula di Meyer-Peter e Müller (1948), assumendo θ_c (parametro critico di mobilità dei sedimenti di Shields) pari a 0,040:

$$q_s = \phi \sqrt{g \Delta d_{50}^3} \quad (2.40)$$

dove:

$$\phi = 8 \left(\frac{h \cdot S_0}{\Delta \cdot d_{50}} - \theta_c \right)^{3/2} \quad (2.41)$$

In conclusione, si adottò una legge esponenziale negativa per descrivere l'evoluzione temporale delle profondità di scavo (Fig. 2.34):

$$d^* = 1 - e^{-0,418t^*} \quad (2.42)$$

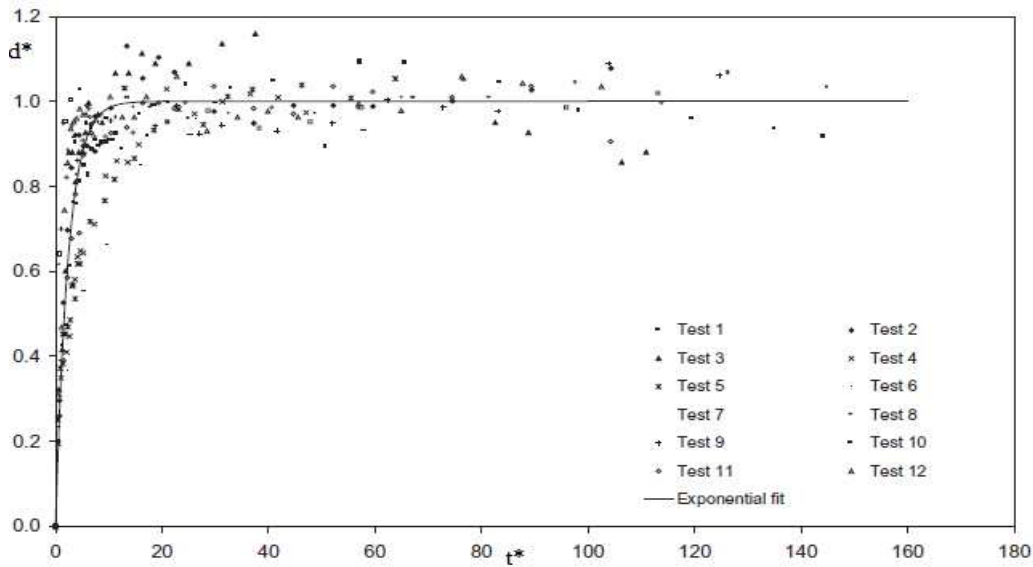


Figura 2.34. Evoluzione temporale adimensionalizzata delle massime profondità di scavo (Gaudio e Marion, 2003).

Dal grafico emersero due differenti andamenti del processo di escavazione: il primo a breve termine (*short-term*), per t minore di 20 ore, e il secondo a lungo termine (*long-term*), per t maggiore di 20 ore (Fig. 2.34). Inoltre, si dedusse che le massime profondità di scavo si localizzavano a un'ascissa $x_l = (0,3 \div 0,4)l_s$.

Lenzi *et al.* (2003a), lavorando *in situ* su sei fiumi alpini del Nord Italia (Tab. 2.2), verificarono l'applicabilità delle formule empiriche ricavate da Lenzi *et al.* (2002).

Tab.2.2. Caratteristiche dei fiumi (Lenzi *et al.*, 2003); *D* indica le dolomiti, *L* i limi, *S* le rocce sedimentarie, *I* le rocce ignee, *Gr* i graniti e *Me* le rocce metamorfiche.

Corso d'acqua	Pendenza	Portata (m ³ /s)	Caratteristiche geologiche	Numero di scavi
Maè	0,02	30	<i>D, L, S</i>	10
Biois	0,05	11	<i>D, L, S, I</i>	3
Plima	0,04-0,09	20	<i>Gr, Me</i>	22
Pramper	0,14	10	<i>D, L</i>	4
Visdende	0,10-0,15	30	<i>Me, S, L</i>	5
Maso	0,12-0,16	52	<i>Gr, Me</i>	29

La pendenza di equilibrio a valle delle due soglie nei sei fiumi risultò compresa tra lo 0,01 e lo 0,05, mentre le altezze delle soglie erano comprese tra 0,15 m e 5 m. Essendo l'altezza critica:

$$h_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{B^2 g}} \quad (2.43)$$

e assumendo $a_1 = z$, gli autori trovarono due relazione empiriche, per calcolare la profondità di scavo:

$$\frac{d_s}{h_c} = 1,21 \frac{z}{h_c} + 0,96 \quad (2.44)$$

$$\frac{d_s}{z} = 0,80 \frac{h_c}{z} + 1,34 \quad (2.45)$$

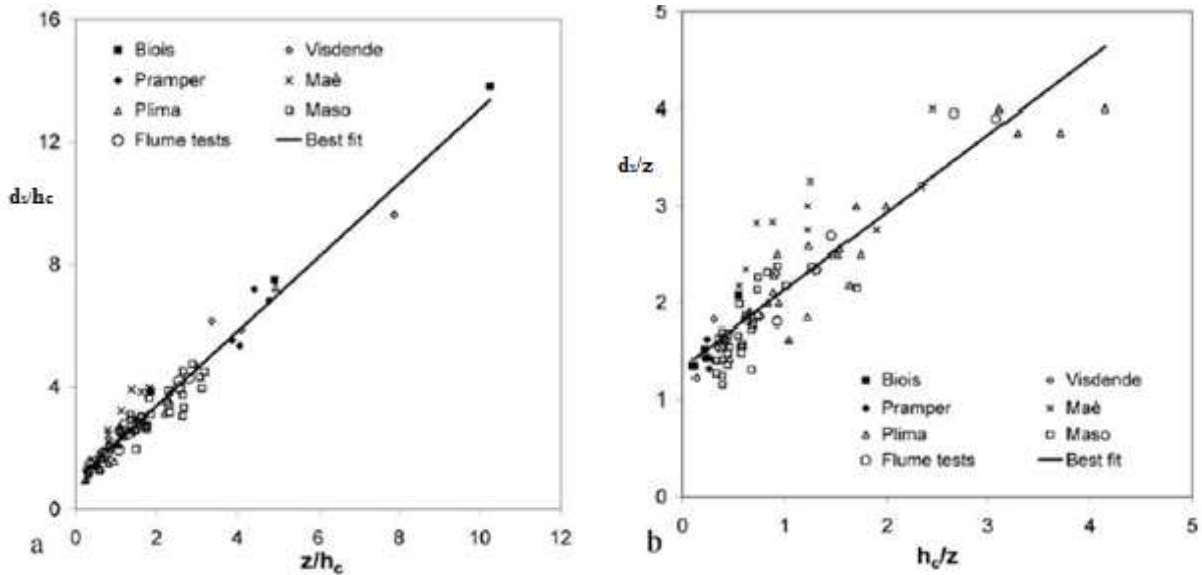


Figura 2.35a,b. Massime profondità di scavo (Lenzi *et al.*, 2003a).

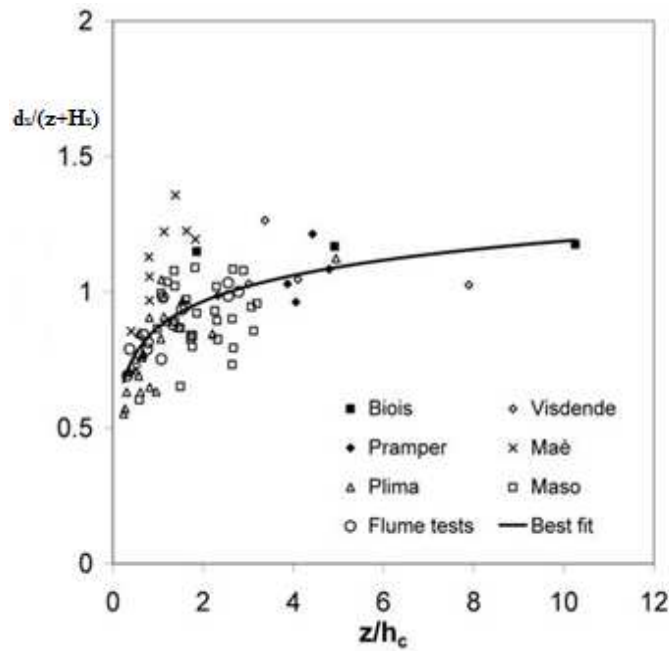
con coefficienti di correlazione, R^2 , rispettivamente pari a 0,95 e 0,81.

Solo considerando le massime profondità di scavo si riuscì a ottenere una interpolazione lineare dei dati; infatti, le profondità di scavo residue, così definite: $s = d_s - z$, erano caratterizzate da scarti maggiori. Tornando alla (2.44), si è potuto constatare che, quando il salto z è nullo, la massima profondità di scavo è approssimativamente uguale all'altezza critica, h_c . Il secondo grafico, invece, mostra un andamento non propriamente lineare.

Considerando la Fig. 2.35b, gli autori hanno dedotto che, per valori di h_c/z prossimi a zero, il rapporto d_s/z risulta prossimo all'unità (assenza di scavo); mentre, all'aumentare dell'altezza critica, i dati sperimentali si dispongono sotto la retta interpolatrice; ciò implica una riduzione del processo di scavo.

Successivamente, adimensionalizzando la massima profondità di scavo con la somma dell'altezza del salto z e l'energia specifica H_s , si è potuto constatare che i punti sperimentali

$\frac{d_s}{z + H_s} = f\left(\frac{z}{h_c}\right)$, per alti valori del rapporto $\frac{z}{h_c}$, presentano un asintoto prossimo all'unità (Fig. 2.36).


 Figura 2.36. Distribuzione dei punti $d_s/(z+H_s)$ in funzione di z/h_c (Lenzi *et al.*, 2003a)

Continuando con la descrizione della fossa di scavo, gli studiosi trovarono per le lunghezze di scavo le seguenti relazioni (Fig. 2.37):

$$\frac{l_s}{z} = 1,05 \left(\frac{h_c}{z} \right)^2 + 1,54 \frac{h_c}{z} + 1,89 \quad (2.46)$$

$$\frac{l_b}{z} = 6,38 \frac{h_c}{z} + 1,35 \quad (2.47)$$

in cui l_s è la lunghezza della fossa di scavo localizzato e l_b la distanza tra la soglia e la berma, la cui presenza è segnalata da sedimenti grossolani.

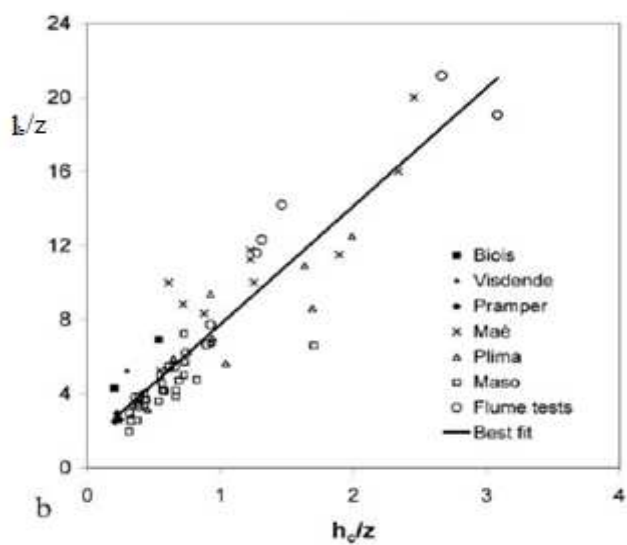
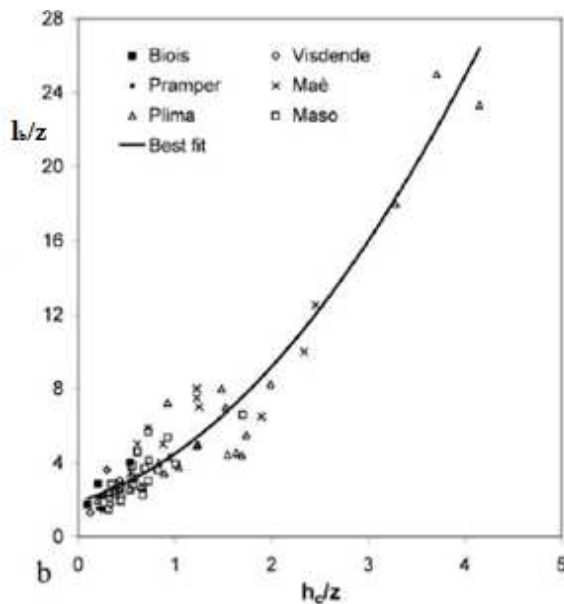


Figura 2.37. Andamento dei punti relativi alle lunghezze di scavo adimensionalizzate (Lenzi *et al.*, 2003a)

Gli autori valutarono, infine, la possibilità di esprimere il rapporto l_b/d_s in funzione di z/h_c (Fig. 2.38). Dal grafico emerse che, per valori di z/h_c inferiori a 2, era presente una forte correlazione negativa, che successivamente si perdeva per valori di z/h_c prossimi a 4; tuttavia, la mancanza di un campione adeguato di dati non permise di definire una relazione analitica.

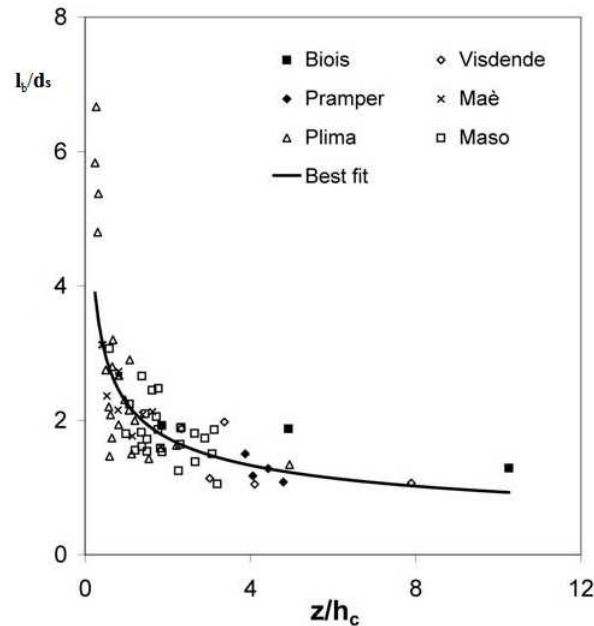


Figura 2.38. Dati sperimentali $l_b/d_s = f(z/h_c)$ (Lenzi *et al.*, 2003a)

Lenzi *et al.* (2003b) studiarono la condizione critica di interferenza geometrica, ossia quella condizione di vicinanza tra le opere, tale da non permettere il completo sviluppo longitudinale della fossa di scavo. Le prove sperimentali si svolsero nel Laboratorio d'Irradiazione di *HR Wallingford Ltd.* (UK), in assenza di portata solida proveniente da monte, in un canale lungo 5,57 m e largo 0,6 m.

La miscela dei sedimenti, avente densità relativa alleggerita $\Delta = 1,63$, rappresentava quella presente nel fiume Maso di Spinelle. I risultati dei test consentirono di valutare come valore critico per l'interferenza geometrica quel valore limite compreso tra il 6 e l'8% del rapporto tra l'altezza critica h_c e la distanza tra le soglie L .

Studi successivi a quelli di Lenzi *et al.* (2002, 2003a) mostrarono che per una pendenza iniziale del letto mobile, compresa tra lo 0,078 e lo 0,148, si verificava un significativo aumento dello scavo. In virtù di questa ricerca (Lenzi *et al.*, 2002, 2003a), gli autori constatarono che:

- per valori di $S_0 < 0,02$, lo sviluppo dello scavo risultava completamente descritto secondo quanto dedotto da Gaudio *et al.* (2000) e Gaudio e Marion (2003);
- per valori compresi tra $0,02 < S_0 < 0,04$, invece, l'evoluzione dello scavo risentiva

dell'interferenza morfodinamica, ovvero di quel fenomeno che genera la formazione di forme di fondo stabili in presenza di soglie di fondo;

- per $S_0 > 0,04$, infine, la predizione della profondità di scavo richiedeva una formulazione più approfondita per la distanza tra le soglie di fondo.

Marion *et al.* (2004), seguendo l'approccio di Gaudio *et al.* (2000), estesero le ricerche sui sedimenti disuniformi. La profondità di scavo fu espressa in funzione della seguenti variabili:

$$d_s = f(g, \nu, \rho_w, \rho_s, H_s, q_s, h_u, d, a_1) \quad (2.48)$$

dove g è l'accelerazione di gravità, ν la viscosità cinematica, ρ_w la densità dell'acqua, ρ_s la densità alleggerita dei sedimenti, H_s l'energia specifica, q_s la portata solida volumetrica per unità di larghezza, h_u l'altezza di moto uniforme, d la dimensione dei sedimenti e $a_1 = (S_0 - S_{eq})L$ il salto morfologico, in cui S_0 è la pendenza iniziale del fondo e S_{eq} è quella di equilibrio. Applicando il teorema di Buckingham alla (2.48), si ottennero i seguenti gruppi adimensionali:

$$\frac{d_s}{H_s} = \phi_1 \left[\frac{a_1}{\Delta d}, \frac{a_1}{H_s} \right] \quad (2.49)$$

Successivamente, si introdussero la distanza L tra due soglie e l'indice di assortimento SI :

$$\frac{d_s}{H_s} = \phi_2 \left[\frac{a_1}{\Delta d}, \frac{a_1}{H_s}, \frac{L}{H_s}, SI \right] \quad (2.50)$$

con:

$$SI = \frac{\frac{d_{84}}{d_{50}} + \frac{d_{50}}{d_{16}}}{2} \quad (2.51)$$

La (2.49) risultò, quindi:

$$\frac{d_s}{H_s} = \phi_1 \left[\frac{a_1}{\Delta d}, \frac{a_1}{H_s} \right] \phi_3 [SI] \phi_4 \left[\frac{L}{H_s} \right] \quad (2.52)$$

con:

$$\bullet \quad \phi_3 [SI] = 1 \text{ se } SI = 1 \quad (\text{sedimenti uniformi}) \quad (2.53)$$

$$\bullet \quad \phi_4 \left[\frac{L}{H_s} \right] = \begin{cases} 1 & \text{se } \frac{L}{H_s} \rightarrow \infty \\ 0 & \text{se } \frac{L}{H_s} \rightarrow 0 \end{cases} \quad (2.54)$$

dove ϕ_1 , ϕ_2 , ϕ_3 e ϕ_4 sono funzioni.

Il lavoro sperimentale si svolse nel Laboratorio di Idraulica dell'Università di Padova. Furono

effettuate ventitré prove utilizzando una canaletta lunga 10 m, larga 0,5 m, e profonda 0,5 m. I sedimenti usati avevano un grado di assortimento $SI = 1,48$ e un $d_{50} = 8,7$ mm. Per ogni test furono valutati: la pendenza iniziale S_0 , la pendenza di equilibrio S_{eq} , il salto morfologico a_1 , la profondità d_s , la lunghezza di scavo l_s e la portata idrica Q .

Escludendo di trovarsi in situazione di interferenza geometrica tra le soglie, ossia quella condizione di vicinanza tra le opere tale da non permettere il completo sviluppo longitudinale della fossa di scavo, gli autori espressero la profondità di scavo in funzione del solo gruppo adimensionale $\frac{a_1}{H_s}$, ottenendo le seguenti relazioni empiriche:

$$\phi_1 = \left[\frac{a_1}{\Delta d}, \frac{a_1}{H_s} \right] = 2,68 \left(\frac{a_1}{H_s} \right)^{0,43} \quad (2.55)$$

$$\phi_3 = [SI] = (SI)^{-0,19} \quad (2.56)$$

applicabili negli intervalli $0,188 < \frac{a_1}{H_s} < 1,872$ e $1,48 < SI < 5,95$.

Dai dati si osservò che il rapporto $\frac{a_1}{\Delta d}$ non contribuisce a un miglioramento dell'accuratezza della formula, poiché la dimensione del sedimento, essendo già inclusa nella formula, ha un ruolo secondario e quindi di minore importanza.

Considerando l'interferenza geometrica si dedusse che:

$$\phi_4 \left[\frac{L}{H_s} \right] = 1 - e^{-\beta \frac{L}{H_s}} \quad (2.57)$$

dove β è un coefficiente di calibrazione per la formula esponenziale.

Per la determinazione della profondità di scavo, nel caso di interferenza geometrica e per sedimenti disuniformi, si ottenne la seguente formula empirica adimensionale:

$$\frac{d_s}{H_s} = 2,68 \left(\frac{a_1}{H_s} \right)^{0,43} SI^{-0,19} \left(1 - e^{-0,14 \frac{L}{H_s}} \right) \quad (2.58)$$

Assumendo costante la densità relativa alleggerita dei sedimenti e trascurando gli effetti della viscosità, Marion *et al.* (2006) condussero una campagna sperimentale sull'evoluzione della fossa di scavo localizzato a valle di soglie di fondo, in presenza di trasporto solido proveniente da monte. Gli autori proposero la seguente formula empirica per la previsione della massima profondità di scavo, valida per pendenze sia forti che deboli e per sedimenti non coesivi sia uniformi che disuniformi:

$$\frac{d_s}{H_s} = 3,0 \left(\frac{a_1}{H_s} \right)^{0,6} SI^{-0,19} \left(1 - e^{-0,25 \frac{L}{H_s}} \right) \quad (2.59)$$

dove d_s e l_s indicano rispettivamente la profondità e la lunghezza di scavo, H_s l'energia specifica, $a_1 = (S_0 - S_{eq}) \cdot L$ il salto morfologico, S_0 ed S_{eq} le pendenze rispettivamente iniziale e finale e L la distanza tra le soglie.

Per valori di $a_1/H_s > 0,6$ la formula di Marion *et al.* (2004) interpolava bene i dati sperimentali, mentre per valori minori di 0,6 la relazione di Lenzi *et al.* (2002) dava risultati migliori. Il rapporto $a_1/H_s = 0,6$, dunque, è stato considerato come una condizione critica che distingue due differenti meccanismi fisici del processo erosivo; ciò implica che per valutare le profondità di scavo è necessaria una scelta adeguata tra le formule di Marion *et al.* (2004) o di Lenzi *et al.* (2002). Si ritiene che la causa di questo comportamento risieda nell'inclinazione del getto liquido. Tutto ciò implicherebbe che il rapporto a_1/H_s rappresenti un fattore dominante nei processi erosivi.

Martín-Vide e Andreatta (2006) effettuarono una serie di prove, in presenza di trasporto solido, al fine di valutare la pendenza di equilibrio nei tratti fluviali. In presenza di soglie di fondo i profili longitudinali del fondo mostrarono una pendenza finale più contenuta rispetto a quella che si manifestava in assenza di esse. Queste strutture, infatti, rappresentano una contromisura efficiente all'erosione generalizzata del letto dei corsi d'acqua.

I sedimenti utilizzati nella campagna sperimentale presentavano le seguenti caratteristiche: $d_{16} = 0,58$ mm, $d_{50} = 0,86$ mm e $d_{84} = 1,04$ mm. In assenza di soglie di fondo, la pendenza del letto oscillava tra l'1,24 e il 2,91%, con un'altezza d'acqua compresa tra 1,99 e 4,14 cm e velocità media compresa tra 0,69 e 1,01 m/s.

Le soglie in serie, in numero variabile da tre a cinque, con una distanza costante e tale da non creare interferenza geometrica.

Nelle prove senza soglie di fondo il profilo finale del fondo presentava un andamento per lo più rettilineo, anche se si notava una leggera convessità nel tratto finale, mentre in presenza delle soglie esso assumeva un andamento concavo.

Lo studio dimostrò che l'utilizzo delle soglie riduceva l'erosione degli alvei, poiché la loro presenza modificava il profilo longitudinale, inizialmente rettilineo, in uno finale a gradini.

Uno dei motivi per cui la pendenza erosiva si riduceva fu la dissipazione dell'energia a valle delle soglie (Fig. 2.39):

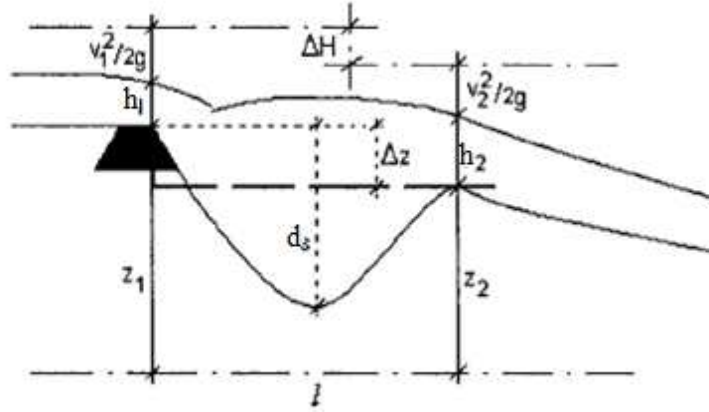


Fig.2.39. Generico profilo di scavo a valle di una soglia di fondo (Martìn-Vide e Andreatta, 2006).

Si osservò anche che minore è lo spazio tra le soglie, maggiore è la riduzione della pendenza. Ciò implica, però, che esse possono perdere efficienza se messe l'una vicino all'altra; d'altra parte, se la distanza tra le soglie fosse eccessiva, si otterrebbero gli stessi effetti che si verificherebbero in loro assenza, risultando quindi prive di funzionalità.

Tregnaghi *et al.* (2007) effettuarono, nel laboratorio di Idraulica dell'Università di Padova, studi sperimentali per la valutazione delle forme e dei volumi di scavo a valle delle soglie di fondo, nel caso di sedimenti uniformi e disuniformi in letti a forte pendenza. I risultati confermarono l'affinità geometrica dei profili di scavo, precedentemente osservata dagli altri autori; mentre la similitudine geometrica si verificava solo per valori del rapporto $\frac{a_1}{H_s} > 0,6$. Questo suggerì di esprimere il

rapporto adimensionale dell'area di scavo localizzato, $\frac{A_s'}{H_s^2}$, in funzione di $\frac{a_1}{H_s}$.

Considerando la profondità di scavo d_s funzione dell'ascissa longitudinale x , misurata a monte della soglia; la funzione $d_s = f(x)$ adimensionalizzata fu espressa come segue:

$$d^* = f(x^*) \quad (2.60)$$

con $d^* = \frac{d}{\tilde{d}}$, $x^* = \frac{x}{\tilde{x}}$, in cui \tilde{d} e \tilde{x} rappresentano i fattori di scala.

Mettendo in relazione l'area di scavo A_s con il volume V_s , si ottenne:

$$A_s = \frac{V_s}{B} = \int_0^{l_s} d(x) dx = \int_0^{l_s^*} \tilde{d} \cdot d^*(x^*) \cdot \tilde{x} dx^* = \tilde{d} \tilde{x} \cdot \int_0^{l_s^*} f_1(x^*) \cdot dx^* \quad (2.61)$$

dove $l_s^* = \frac{l_s}{\tilde{x}}$.

Utilizzando la massima profondità, d_{smax} , e la lunghezza di scavo, l_s , come fattori di scala ($\tilde{x} = l_s$ e

$\tilde{d} = d_{s\max}$), le equazioni dedotte da Marion *et al.* (2006) risultarono:

$$\frac{d_{s\max}}{H_s} = \phi_y \left(\frac{a_1}{H_s} \right) = 3 \left(\frac{a_1}{H_s} \right)^{0,6} \quad (2.62)$$

$$\frac{l_s}{a_1} = \phi_x \left(\frac{a_1}{H_s} \right) = 7 \left(\frac{a_1}{H_s} \right)^{-0,85} \quad (2.63)$$

dove ϕ_x e ϕ_y sono rispettivamente le funzioni che esprimono la lunghezza e la massima profondità di scavo adimensionalizzate.

Pertanto, la (2.61) diventa:

$$A_s = \frac{V_s}{B} = a_1 \phi_x \left(\frac{a_1}{H_s} \right) \cdot H_s \phi_y \left(\frac{a_1}{H_s} \right) \cdot K_1 \quad (2.64)$$

Quindi:

$$\frac{A_s}{a_1 \cdot H_s} = K_1 \cdot \Phi_1 \left(\frac{a_1}{H_s} \right) \quad (2.65)$$

dove:

$$K_1 = \int_0^1 f_1(x^*) \cdot dx^* \quad (2.66)$$

in cui $\Phi_1 = \phi_x \cdot \phi_y$ e K_1 è un coefficiente di forma dello scavo localizzato.

Considerando la profondità di scavo in condizioni di equilibrio, $d(x=l_s)$:

$$\frac{d(l_s)}{d_{s\max}} = \frac{a_1 - (S_0 - S_{eq}) \cdot l_s}{d_{s\max}} = \frac{a_1}{d_{s\max}} - \frac{(S_0 - S_{eq})}{d_{s\max}} \cdot \frac{l_s}{L} = \frac{a_1}{d_{s\max}} \cdot \left(1 - \frac{l_s}{L} \right) \quad (2.67)$$

Sostituendo la (2.62) e la (2.63) nella (2.67), risultò:

$$\frac{d(l_s)}{d_{s\max}} = \frac{\frac{a_1}{H_s}}{\phi_y \left(\frac{a_1}{H_s} \right)} \cdot \left[1 - \phi_x \left(\frac{a_1}{H_s} \right) \cdot \frac{a_1}{L} \right] \quad (2.68)$$

A tal punto, si notò che il rapporto $\frac{a_1}{H_s}$ aumentava linearmente con L , mentre $\frac{a_1}{L} = (S_0 - S_{eq})$

rimaneva costante e le funzioni ϕ_y e ϕ_x avevano un andamento rispettivamente positivo e negativo.

Gli autori considerarono un metodo più preciso nel valutare l'area di scavo, che consisteva nel distinguere separatamente l'area di scavo dovuta all'erosione generalizzata, $A_g = a_1 \frac{L}{2}$, e quella

dovuta allo scavo localizzato, A'_s (Fig. 2.40).

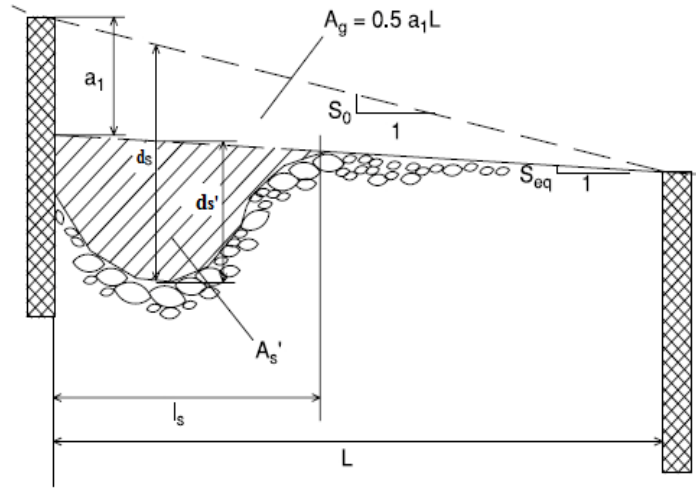


Fig. 2.40. Fossa di scavo a valle di una soglia di fondo (Tregnaghi *et al.*, 2007).

La profondità di scavo locale $d'(x)$, misurata dal piano con pendenza S_{eq} , servì per dimostrare l'affinità geometrica. Indicando, quindi, lo scavo locale massimo $d'_s \approx d_s - a_1$ come nuovo fattore di scala, si osservò che il rapporto $\frac{d'(l_s)}{d'_s}$, non dipendendo da L , confermava l'affinità geometrica.

Quindi:

$$(d')^* = f_2(x^*) \quad (2.69)$$

dove $(d')^* = \frac{d'}{d'_s}$ e $x^* = \frac{x}{l_s}$.

Indicando con V'_s e A'_s il volume e l'area di scavo localizzato, l'equazione (2.64) fu riscritta come di seguito:

$$A'_s = \frac{V'_s}{B} = \tilde{x} \cdot \tilde{d} \int_0^{l_s} f_2(x^*) dx^* = l_s \cdot d'_s \int_0^1 f_2(x^*) \cdot dx^* \quad (2.70)$$

che, per l'affinità geometrica, diventa:

$$\frac{A'_s}{a_1 H_s} = K_2 \cdot \phi_2 \left(\frac{a_1}{H_s} \right) \quad (2.71)$$

in cui $\phi_2 = \phi_x \left(\phi_y - \frac{a_1}{H_s} \right)$ è funzione di $\frac{a_1}{H_s}$ e $K_2 = \int_0^1 f_2(x^*) dx^*$ è un coefficiente di forma dello scavo localizzato.

Facendo le seguenti assunzioni:

- affinità geometrica dello scavo;
- validità della seguente trasformazione:

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{X} & 0 \\ 0 & \tilde{Y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

dove X' e Y' sono le coordinate di un punto P' su di un piano π' , cui corrispondono le coordinate X , Y di un punto P su di un piano π , i cui valori positivi e adimensionali sono espressi da \tilde{X} , \tilde{Y} ,

- similitudine geometrica (ovvero il rapporto $\frac{\tilde{x}}{\tilde{y}} = \frac{l_s'}{y_s}$ costante per tutti gli scavi);

gli autori dedussero dalla (2.73) che i profili di scavo risultavano simili ogni qualvolta si fissava il rapporto $\frac{a_1}{H_s}$:

$$\frac{l_s'}{d_s'} = \frac{\phi_x\left(\frac{a_1}{H_s}\right)}{\phi_y\left(\frac{a_1}{H_s}\right) - \frac{a_1}{H_s}} \cdot \frac{a_1}{H_s} \equiv \phi_{xy}\left(\frac{a_1}{H_s}\right) \quad (2.73)$$

dove ϕ_{xy} indica il rapporto adimensionale tra la profondità di scavo e la relativa lunghezza.

Dunque, fu possibile riscrivere la (2.70) come segue:

$$A_s' = \frac{V_s'}{B} = l_s' \cdot d_s' \int_0^1 f_2(x^*) dx^* = \phi_{xy}\left(\frac{a_1}{H_s}\right) \cdot (d_s')^2 \int_0^1 f_2(x^*) \cdot dx^* \quad (2.74)$$

che per la similitudine si ha:

$$\frac{A_s'}{H_s} = K_3 \cdot \phi_3\left(\frac{a_1}{H_s}\right) \quad (2.75)$$

dove il coefficiente di forma dello scavo, $K_3 = \phi_{xy}\left(\frac{a_1}{H_s}\right) \cdot \int_0^1 f_2(x^*) dx^*$ e $\phi_3 = \left(\phi_y - \frac{a_1}{H_s}\right)^2$ funzione di $\frac{a_1}{H_s}$.

Per i sedimenti non uniformi la (2.62) e la (2.63) diventarono:

$$\left(\frac{d_s}{H_s}\right)_{nu} = \frac{d_s}{H_s} \cdot SI^{-\alpha} \quad (2.76)$$

$$\left(\frac{l_s}{a_1}\right)_{nu} = \frac{l_s}{a_1} \cdot SI^{-\beta} \quad (2.77)$$

dove $SI = \frac{d_{84}}{d_{50}} + \frac{d_{50}}{d_{16}}$, α e β sono due coefficienti calibrati in funzione della profondità e della lunghezza massima di scavo.

Le equazioni (2.74) e (2.75), riscritte per sedimenti non uniforme, risultarono:

- per l'affinità geometrica $\left(\frac{A'_s}{a_1 \cdot H_s} \right)_{nu} = \left(\frac{A'_s}{a_1 \cdot H_s} \right) \cdot \left[1 - (1 - SI^{-\alpha}) \cdot \left(\frac{\phi_y}{\phi_y - a_1 / H_s} \right) \right]$ (2.78)

- per la similitudine geometrica $\left(\frac{A'_s}{H_s^2} \right)_{nu} = \left(\frac{A'_s}{H_s^2} \right) \cdot \left[1 - (1 - SI^{-\alpha}) \cdot \left(\frac{\phi_y}{\phi_y - a_1 / H_s} \right) \right]$ (2.79)

Tale studio ha, quindi, confermato l'esistenza dell'affinità e della similitudine geometrica nei profili di scavo localizzati a valle delle soglie di fondo.

In questo studio si utilizzarono i dati sperimentali relativi a lavori condotti in passato da altri autori. In particolare, si analizzarono tre serie di prove eseguite in condizioni di acque prive di trasporto solido (*clear-water conditions*) e di moto permanente. Marion *et al.* (2004) eseguirono la prima serie di ventisette prove in una canaletta con pendenza del $(3 \div 8)\%$, lunga 10 m, larga 0,5 m e profonda 0,5 m. I sedimenti avevano un grado di uniformità $SI = 1,48$ con $d_{50} = 8,7$ mm, mentre il valore della portata idrica era compresa tra 0,009 e 0,03 m³/s.

La seconda serie di prove di Marion *et al.* (2006) si articolava in quarantotto test, con pendenze comprese nell'intervallo $(4,2 \div 7,4)\%$ e portate $(0,018 \div 0,026) m^3/s$.

La terza serie di prove, svolte in precedenza da Lenzi *et al.* (2004), comprendeva trenta test, in un canale con sponde alte 5,57 m, largo 0,60 m e profondo 0,25 m, pendenze comprese nell'intervallo $(7 \div 14)\%$ e portata $(0,004 \div 0,018) m^3/s$. I sedimenti avevano un grado di uniformità $SI = 5,95$ e $d_{50} = 8,5$ mm.

Gli autori, riscalando le coordinate del profilo longitudinale (d', x) rispettivamente con la massima profondità e lunghezza di scavo (d'_s, l_s), confermarono la validità dell'affinità dei profili erosi. Inoltre, dedussero una dipendenza lineare tra i valori delle aree di scavo A'_s e i valori $d'_s \cdot l_s$:

$$A'_s = K_2 \cdot d'_s l_s = 0,6 \cdot d'_s l_s \quad (2.80)$$

$$A'_{s,nu} = K_2 \cdot d'_{s,nu} l_{s,nu} = 0,6 \cdot d'_{s,nu} l_{s,nu} \quad (2.81)$$

con coefficiente di determinazione $R^2 = 0,98$ (Fig. 2.41):

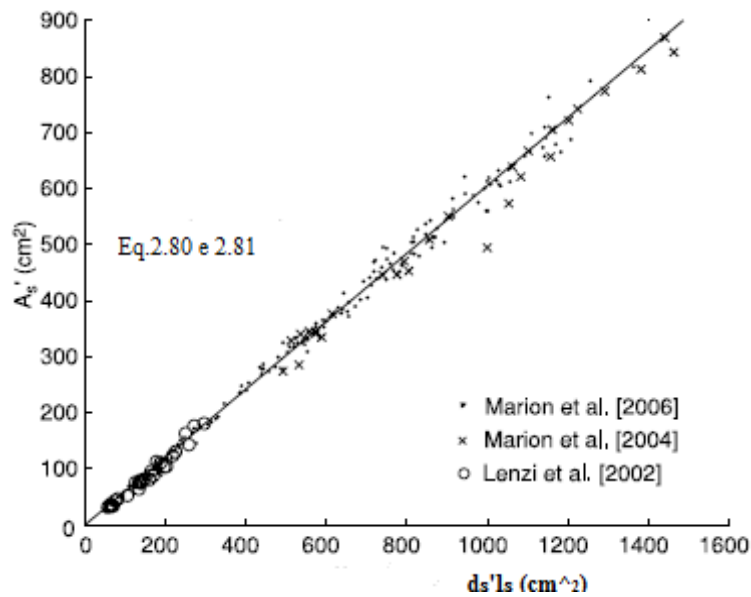


Figura 2.41. Dipendenza lineare tra l'area dello scavo localizzato e il prodotto della massima profondità di scavo e la lunghezza l_s (Tregnaghi *et al.*, 2007).

$d'_{s,nu}$ e $l'_{s,nu}$ indicano rispettivamente la profondità e la lunghezza della fossa di scavo localizzata per sedimenti disuniformi.

Nel caso di similitudine geometrica, al fine di considerare un unico fattore di scala, fu scelto:

$$d'_s = \frac{d_{s,nu}}{SI^{-\alpha}} - a_1 \text{ per le profondità di scavo} \quad (2.82)$$

$$l_s = \frac{l_{s,nu}}{SI^{-\beta}} \cong l_{s,nu} \text{ per le lunghezze di scavo} \quad (2.83)$$

La Fig. 2.42 mostra che per bassi valori del rapporto a_1/H_s si avevano alti valori del rapporto l_s/d'_s , ciò si pensò che fosse dipeso dall'azione erosiva della corrente, la quale predominava su quella del getto, favorendo, quindi, lo sviluppo della lunghezza di scavo rispetto alla sua profondità.

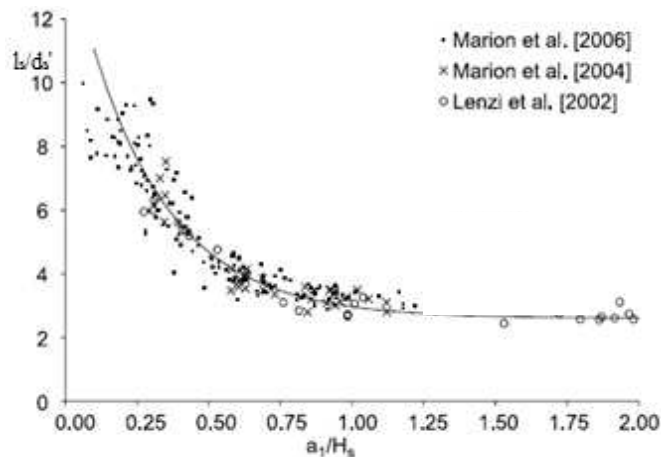


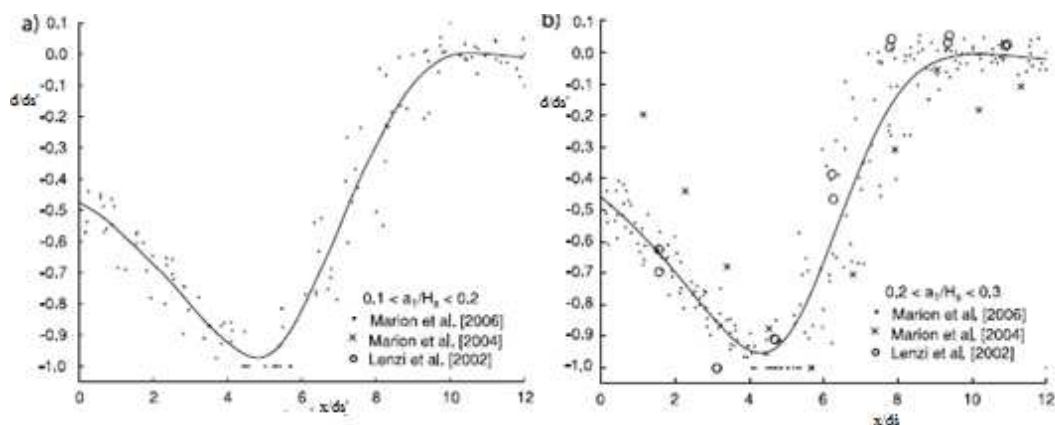
Figura 2.42. Lunghezza di scavo adimensionalizzata $\frac{l_s}{d_s'}$ in funzione del rapporto $\frac{a_1}{H_s}$

(Tregnaghi *et al.*, 2007).

ottenendo l'equazione:

$$\frac{l_s}{d_s'} = \phi_{xy} \left(\frac{a_1}{H_s} \right) = 2,6 + 12e^{-3,5 \frac{a_1}{H_s}} \quad (2.84)$$

Questa relazione mostrò che i profili di scavo godono di similitudine geometrica, sia quando il valore di a_1/H_s è costante, sia quando esso assume valori maggiori di 0,7. Le grandezze dei profili erosi riscalate con la massima profondità di scavo sono riportate nelle Figg. 3.13a,b,c,d,e,f. I grafici confermarono quanto detto sopra, ovvero che i profili risultano simili per valori del rapporto $a_1/H_s > 0,7$.



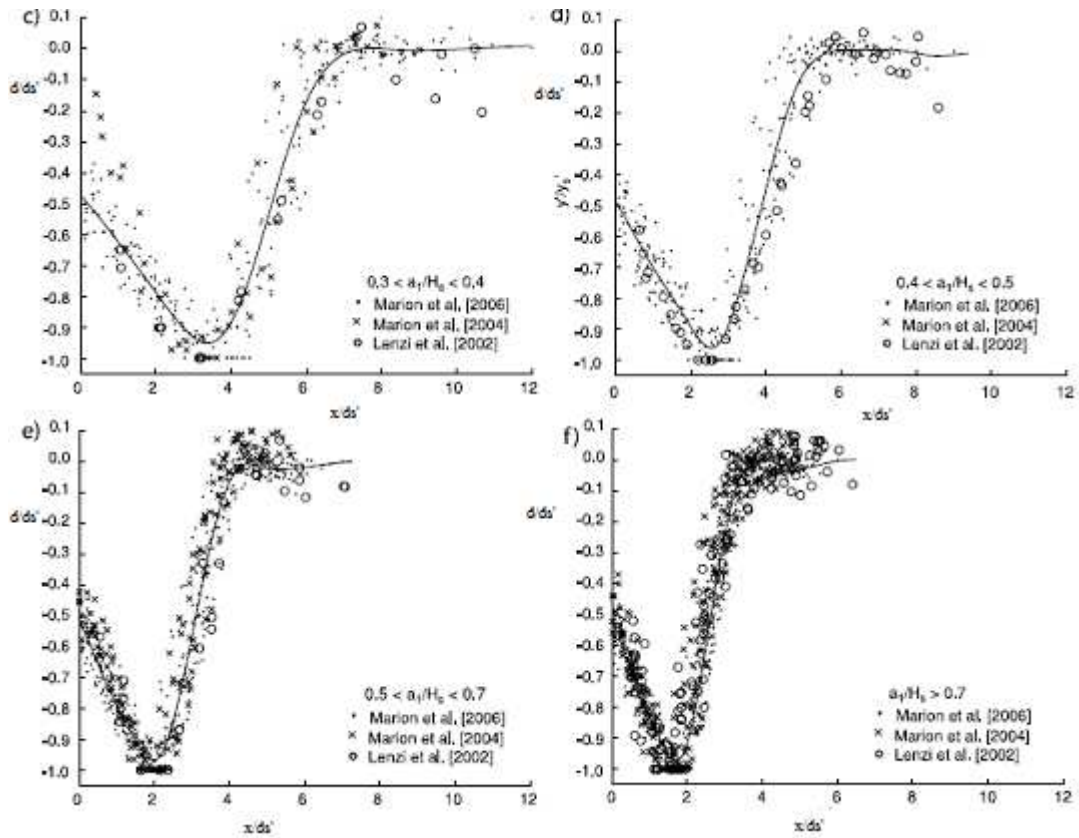


Figura 2.43. Profili adimensionalizzati di scavo al variare del rapporto $\frac{a_1}{H_s}$ (Tregnaghi *et al.*, 2007).

Mettendo in relazione le aree di scavo A_s' con il quadrato della massima profondità $(d_s')^2$ per differenti valori del rapporto a_1/H_s , si osservò che l'area di scavo aumenta linearmente.

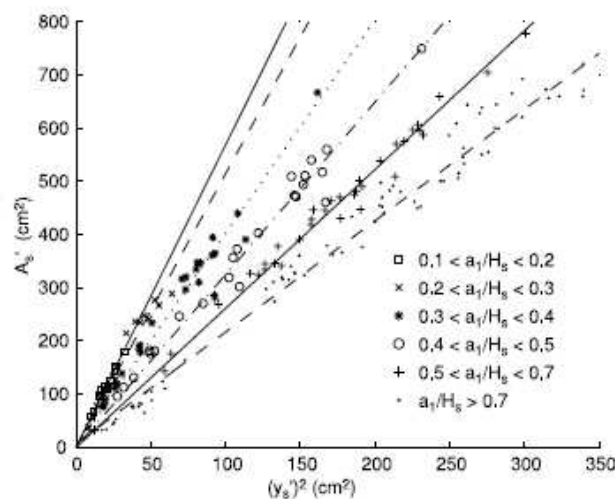


Figura 2.44. Area di scavo localizzato in funzione del quadrato della massima profondità di scavo (Tregnaghi *et al.*, 2007).

Nel caso di sedimenti non ben assortiti ($SI < 1,5$), i dati sperimentali $\frac{A_s'}{H_s^2} = f\left(\frac{a_1}{H_s}\right)$ evidenziarono due differenti leggi di regressioni lineari:

$$\frac{A_s'}{H_s^2} = 10,5 \frac{a_1}{H_s} \text{ per } \frac{a_1}{H_s} < 0,6 \quad (2.85)$$

$$\frac{A_s'}{H_s^2} = 6 + 0,5 \frac{a_1}{H_s} \text{ per } \frac{a_1}{H_s} > 0,6 \quad (2.86)$$

con R^2 rispettivamente pari a 0,82 e 0,79.

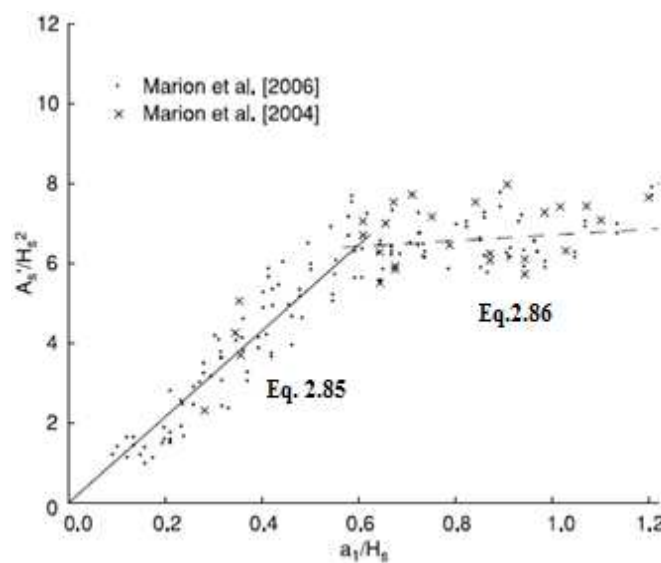


Fig.2.45. Andamento dell'area di scavo adimensionalizzata in funzione di $\frac{a_1}{H_s}$ (Tregnaghi *et al.*, 2007).

In conclusione, si poté accertare l'esistenza dell'affinità geometrica su tutti i profili di scavo ricavati dai dati degli studi di Marion *et al.* (2004), Marion *et al.* (2006) e Lenzi *et al.* (2002), mentre la similitudine geometrica si confermava solo per valori di a_1/H_s maggiori di 0,7. Si definì, inoltre, $a_1/H_s = 0,6$ valore critico, per cui valori minori farebbero dipendere i meccanismi di formazione dello scavo solo dall'inclinazione del getto idrico, che è fortemente legato alla pendenza del profilo di valle dello scavo. Per valori maggiori, tale inclinazione non aumenterebbe e l'efficienza del getto a rimuovere i sedimenti si ridurrebbe gradualmente.

Sull'evoluzione temporale del processo di scavo a valle di soglie di fondo, Termini (2007) effettuò studi presso l'Università di Palermo sulle fosse di scavo a valle delle soglie di fondo. La studiosa utilizzò una canaletta lunga 6 m, larga 0,4 m e profonda 0,4 m. Il fondo erodibile era realizzato in sabbia quarzosa con $d_{50} = 0,65$ mm. Gli esperimenti avevano una durata pari al tempo utile per raggiungere le condizioni di equilibrio, che furono raggiunte dopo circa 8 h per la prima e

7 h per la seconda serie di prove. Le portate si fissarono pari, rispettivamente, a $0,013 \text{ m}^3/\text{s}$ e $0,007 \text{ m}^3/\text{s}$; la pendenza iniziale del canale era pari a 0,45 %, mentre la soglia utilizzata era alta 10,5 cm. L'evoluzione temporale dello scavo fu divisa in quattro fasi: una prima in cui il processo erosivo evolveva rapidamente, una seconda in cui il suo incremento era piuttosto graduale, una terza in cui la variazione del profilo del letto si riduceva e una quarta in cui si raggiungeva la condizione di equilibrio con profondità massima di scavo valutata approssimativamente tra $(0,6 \div 0,7)h_0$. Dallo studio si osservò che la prima fase oscillava tra $0 < t < 0,3t_{\max}$, la seconda tra $0,3t_{\max} < t < 0,6t_{\max}$ e la terza tra $0,6t_{\max} < t < t_{\max}$. La massima profondità di scavo era compresa tra $(0,3 \div 0,6) \cdot l_s$, dove l_s indica la lunghezza di scavo (confermando quanto già dimostrato da Gaudio *et al.*, 2000, e da Lenzi *et al.*, 2002).

I profili di scavo, durante la terza fase di sviluppo dello scavo, si potevano considerare geometricamente affini. Infatti, adimensionalizzando le profondità di scavo con il loro valore minimo z_{\min} , e l'ascissa longitudinale x con la lunghezza di scavo l_s , i profili si disposero all'interno di un'unica banda stretta.

Tregnaghi *et al.* (2008), nel Laboratorio di Idraulica dell'Università di Auckland (NZ), estesero la ricerca sulla valutazione della massima profondità di scavo a valle di soglie di fondo in condizioni di moto vario. Si utilizzò una miscela di sedimenti omogenea e si considerò nullo il trasporto solido proveniente da monte. Gli autori effettuarono tre tipi di prove:

- Prove A con durata dell'idrogramma $t_f = 2 \div 7 \text{ h}$, portata minima $Q_{\min} = 6 \text{ l/s}$ e portata massima $Q_{\max} = 16 \text{ l/s}$ per pendenze del canale del 3%, mentre per pendenze del 4% si fissarono $Q_{\min} = 4 \text{ l/s}$ e $Q_{\max} = 12 \text{ l/s}$ (idrogramma simmetrico);
- Prove B con durata dell'idrogramma t_f costante, portata massima $Q_{\max} = 12 \div 20 \text{ l/s}$ e pendenza del canale pari al 3%, portata massima $Q_{\max} = 8 \div 16 \text{ l/s}$ e pendenza del canale pari al 4% (idrogramma simmetrico);
- Prove C caratterizzati da idrogrammi asimmetrici ($t_f / t_p = 2 \div 4$) e da valori del tempo di picco t_p e della portata massima e minima uguali a quelli delle prove A.

Gli idrogrammi furono realizzati mediante incrementi costanti di portata, pari a $0,5 \text{ l/s}$, per differenti intervalli di tempo Δt (Fig. 2.46):

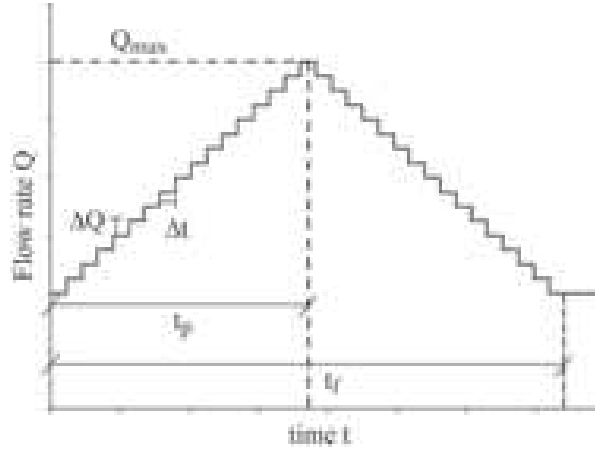


Fig.2.46. Discretizzazione dell'idrogramma di portata in ingresso (Tregnaghi *et al.*, 2008).

In condizioni di moto permanente, gli autori valutarono il tempo morfologico, $T_{s,k}$, come tempo scala:

$$T_{s,k} = \frac{V_{s,up} + V_{s,k}}{Q'_s} \quad (2.87)$$

in cui $V_{s,k} = \sum_i V_{s,i} = \sum_i 0,5(S_0 - S_{eq})L^2B$ è il volume eroso dei sedimenti a valle delle soglie di fondo, S_0 è la pendenza iniziale del fondo, S_{eq} quella di equilibrio, B la larghezza del canale, L l'interasse tra le soglie e $V_{s,up}$ il volume eroso proveniente da monte. L'effettiva capacità di trasporto dei sedimenti, Q'_s , si ricava per differenza tra Q_s (capacità di trasporto solido riferita alla pendenza iniziale S_0 e valutata mediante l'equazione di Meyer-Peter e Müller, 1948) e $Q_{s,in}$ (quantità di trasporto solido proveniente da monte e assunta pari a zero).

Al fine di determinare una relazione empirica, la profondità di scavo $d_{s,k}$ al generico tempo t è stata adimensionalizzata con la massima profondità di scavo $d_{s,max}$, mentre il tempo t è stato scalato con il tempo morfologico $T_{s,k}$, come dedotto dagli studi di Gaudio e Marion (2003):

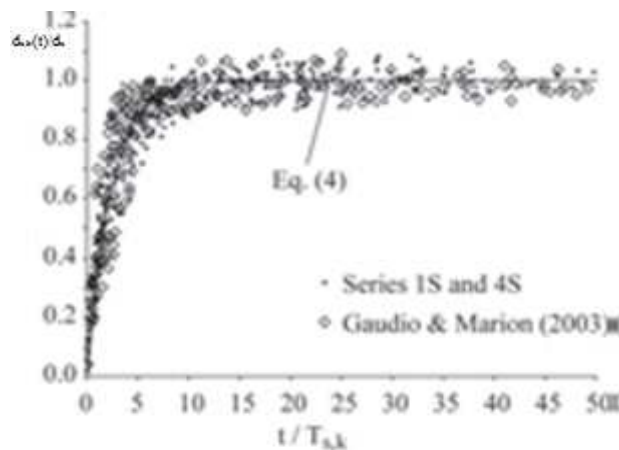


Fig.2.47. Confronto tra i punti sperimentali e la formula di Gaudio e Marion (2003) (Tregnaghi *et al.*, 2008).

$$\frac{d_{s,k}(t)}{d_s} = 1 - \exp\left(-0,41 \frac{t}{T_{s,k}}\right) \quad (2.88)$$

I risultati mostrarono che il tempo morfologico poteva essere utilizzato come fattore di scala; ciò non risultò valido per le condizioni di moto vario, perché il fenomeno era dipendente dal tempo, per cui:

$$T_{s,k} = \frac{V_{s,k}(S_{eq}(t))}{Q_s(Q(t))} \quad (2.89)$$

Inoltre, anche la massima profondità di scava all'equilibrio, d_s , non poteva essere usata come fattore di scala; pertanto, il tempo e la profondità di scavo sono stati riscaliati con il tempo morfologico, $T_{s,k}^*$, e con la massima profondità di scavo potenziale, d_s^* , associati alla portata di picco dell'idrogramma di piena, $Q^* = Q_{max}$ (Figg. 2.48 e 2.49).

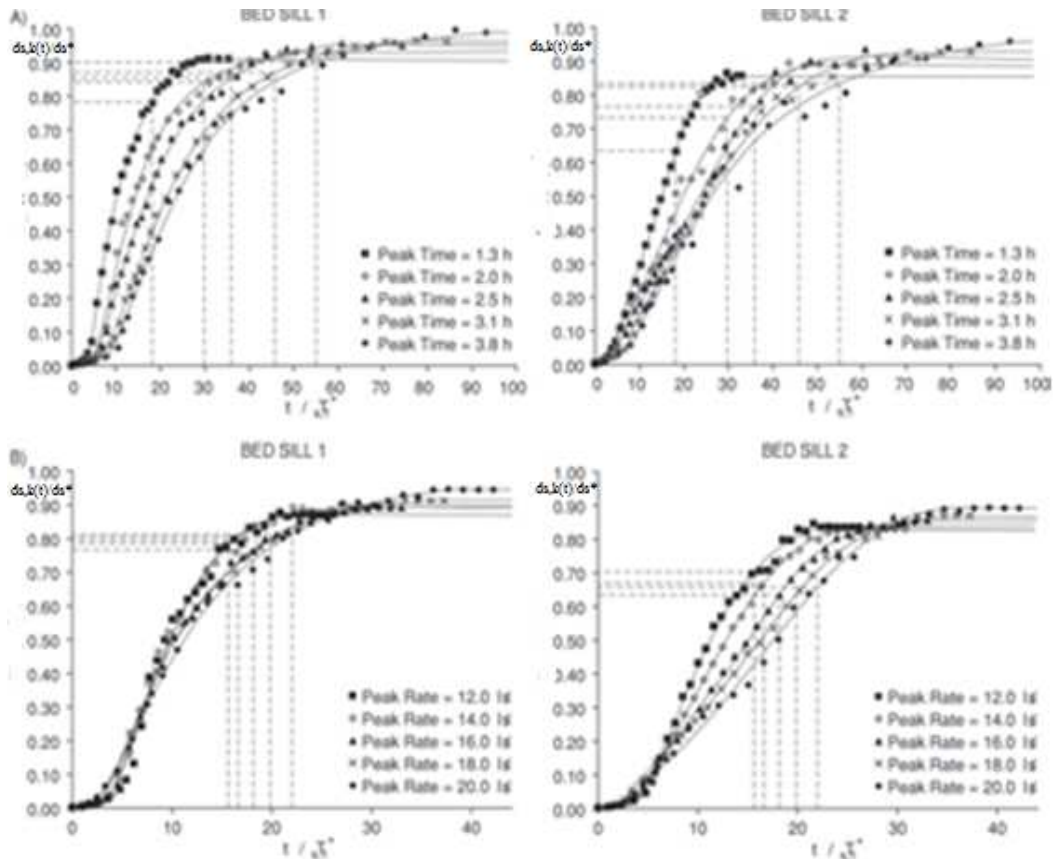


Figura 2.48. Andamento dello scavo $d_{s,k}(t)/d_s^* = f(t/T_{s,k}^*)$, per $S_0=3\%$ e idrogramma simmetrico

(Tregnaghi *et al.*, 2008).

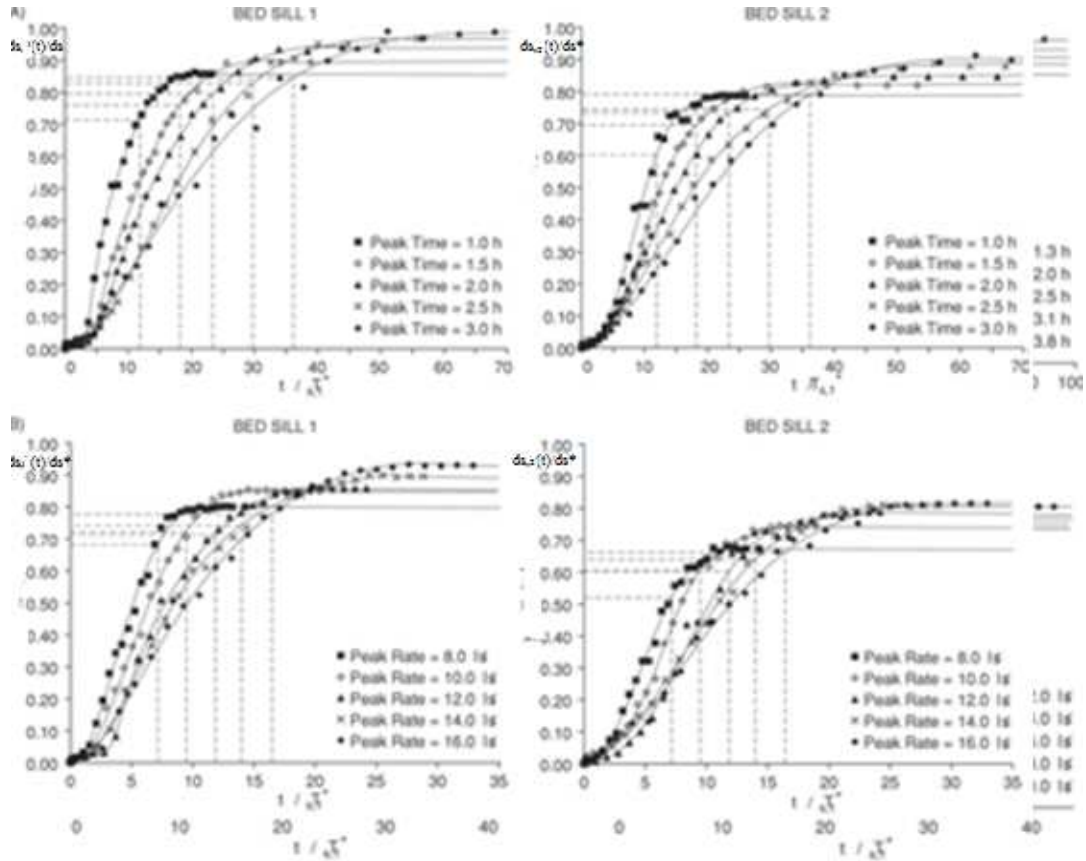


Figura 2.49. Andamento dello scavo $d_{s,k}(t)/d_s^* = f(t(T_{s,k}^*))$, per $S_0=4\%$ e idrogramma simmetrico (Tregnaghi *et al.*, 2008).

Dai grafici si può notare che il valore finale della massima profondità di scavo, $d_{s,k}(t_f)$, varia nell'intervallo (70÷98)% della massima profondità di scavo raggiunta in moto permanente.

Nel caso di idrogrammi asimmetrici ($t_f/t_p=2\div4$), si è osservato che il processo di scavo aumenta in base alla durata, all'intensità e alla lunghezza del ramo di recessione dell'onda di piena (Fig. 2.50).

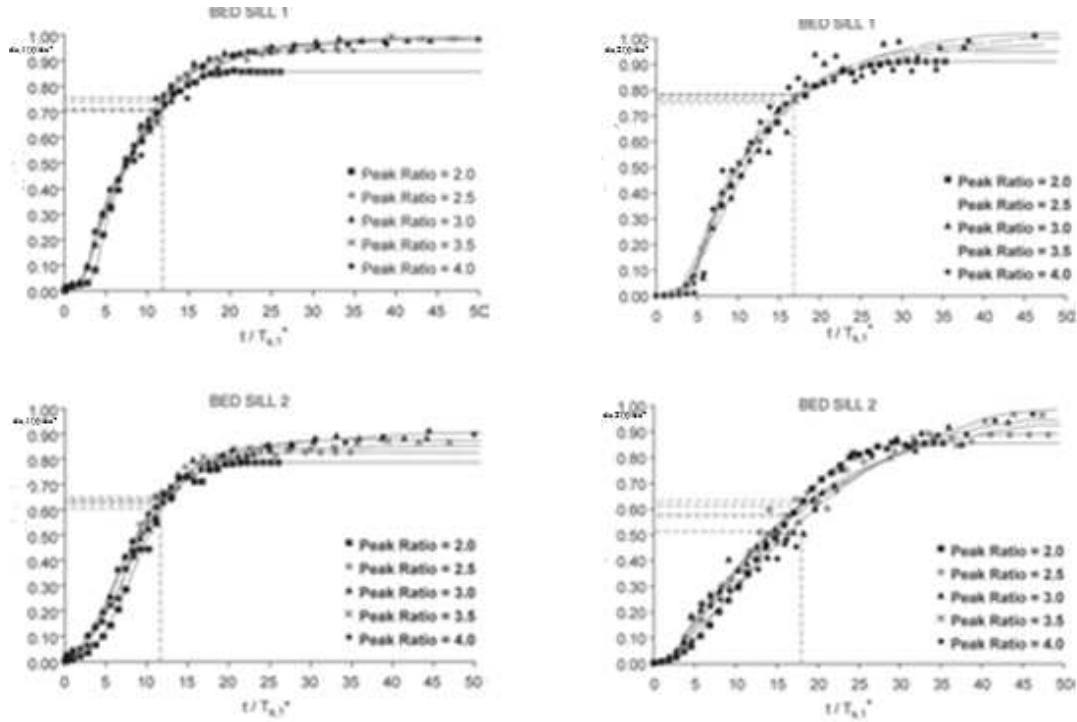


Figura 2.50. Andamento dello scavo $d_{s,k}(t)/d_s^* = f(t/T_{s,k}^*)$, per $S_0 = 3\%$, $S_0 = 4\%$ e idrogramma asimmetrico (Tregnaghi *et al.*, 2008).

Lo studio dei dati sperimentali ha, inoltre, mostrato che esistono tipologie di idrogrammi di piena di breve durata (*flash floods*) per i quali non è sicuro che si raggiunga la profondità potenziale di scavo.

In conclusione, i risultati hanno mostrato che lo scavo massimo a valle delle soglie di fondo dipende dalla portata di picco e si raggiunge prima della fine dell'onda di piena. Più precisamente esso aumenta con l'incremento dell'intensità e della lunghezza del tratto discendente dell'idrogramma. Inoltre, confrontando le profondità di scavo in moto permanente e vario (idrogrammi simmetrici), si è notato che esse variano nell'intervallo compreso tra il 70 ÷ 98%.

Tregnaghi *et al.* (2009), continuando lo studio sull'erosione, effettuarono quattro serie di prove in condizioni di moto vario e due serie in moto permanente. Gli esperimenti si svolsero nel Laboratorio d'Iraulica di Auckland (NZ) in un canale lungo 17 m, largo 0,45 m e profondo 0,5 m.

I sedimenti impiegati avevano diametro caratteristici $d_{50} = 5,2$ mm e $d_{90} = 6,7$ mm. All'interno del canale furono sistemate tre soglie di fondo distanziate 2 m l'una dall'altra. Le prove furono eseguite considerando portata solida e volume eroso nulli (rispettivamente $Q_{s,in} = 0$ e $V_{s,up} = 0$).

Riportando su un grafico i punti $\frac{d_{s,k}(t)}{d_s} = f\left(\frac{t}{T_{s,k}}\right)$, si confermò quanto osservato nel precedente

lavoro degli stessi autori, ovvero che l'ipotesi di utilizzare un tempo morfologico come fattore di scala, nel caso di moto permanente, risulta corretta:

$$\frac{d_{s,k}(t)}{d_s} = 1 - \exp\left(-0,41 \frac{t}{T_{s,k}}\right) \quad (2.90)$$

In moto vario, invece, l'ipotesi precedentemente assunta non è risultata attendibile, poiché sia il tempo morfologico che la massima profondità di scavo sono funzioni del tempo:

$$T_{s,k} = \frac{V_{s,up}(Q(t), Q_{s,in}(t)) + V_{s,k}(S_{eq}(Q(t), Q_{s,in}(t)))}{Q'_s(Q(t), Q_{s,in}(t))} = f(t) \quad (2.91)$$

$$d_{s,k} = f(t) \quad (2.92)$$

Si rimedia a ciò utilizzando una profondità massima di scavo potenziale e un tempo associato alla portata di picco, $T_{s,k}^* = T_{s,k}(Q^*)$.

Procedendo con l'analisi dimensionale si individuarono le variabili da cui dipende il fenomeno erosivo:

$$d_{s,k}(t_f) = f(g, \nu, \rho_w, \rho'_s, q^*, q_{s,in}, h_{u,0}^*, h_{u,eq}^*, d, \sigma_g, S_0, S_{eq}, L, k, A_{s,up}, T_{hyd}) \quad (2.93)$$

dove g indica l'accelerazione di gravità, ν la viscosità cinematica, ρ_w e ρ'_s rispettivamente la densità dell'acqua e quella alleggerita dei sedimenti, q^* e $q_{s,in}$ rispettivamente la portata liquida e quella dei sedimenti per unità di larghezza, $h_{u,0}^*$ e $h_{u,eq}^*$ rispettivamente l'altezza idrica iniziale e quella finale di moto uniforme, d il diametro dei sedimenti, S_0 e S_{eq}^* rispettivamente la pendenza iniziale e finale del letto, L la distanza tra le soglie, $A_{s,up}$ il volume di materiale eroso da monte per unità di larghezza.

Il tempo morfologico, T_{hyd} , fu indicativo della durata caratteristica dell'idrogramma di piena e fu identificato come il tempo di picco, t_p .

Applicando il teorema di Buckingham, si ottenne:

$$\frac{d_{s,k}(t_f)}{H_s^*} = f\left(\frac{a_1^*}{H_s^*}, \frac{H_s^*}{\Delta d}, \frac{T_{hyd}}{T_{s,k}^*}, \frac{q^* T_{s,k}^*}{(H_s^*)^2}\right) \quad (2.94)$$

Gli autori, in condizione di moto permanente, definirono la massima profondità di scavo in funzione dei due gruppi adimensionali $\left(\frac{a_1^*}{H_s^*}, \frac{H_s^*}{\Delta d}\right)$, come dedotto da Gaudio *et al.* (2000):

$$\frac{d_{s,k}(t_f)}{H_s^*} = \left(\frac{a_1^*}{H_s^*}, \frac{H_s^*}{\Delta d} \right) \quad (2.95)$$

In condizioni di moto vario, invece, la massima profondità di scavo risultò:

$$\frac{d_{s,k}(t_f)}{H_s^*} = \Phi_1 \left(\frac{a_1^*}{H_s^*}, \frac{H_s^*}{\Delta d} \right) \Phi_2 \left(\frac{T_{hyd}}{T_{s,k}^*}, \frac{q^* T_{s,k}^*}{(H_s^*)^2} \right) \quad (2.96)$$

Una prima interpretazione dei dati sperimentali ha permesso di definire l'evoluzione temporale dello scavo mediante la seguente relazione esponenziale:

$$\frac{d_{s,k}(t_f)}{d_s^*} = 1 - \exp \left[-0,71 \cdot \left(\frac{T_{hyd}}{T_{s,k}^*} \right)^{0,45} \right] \quad (2.97)$$

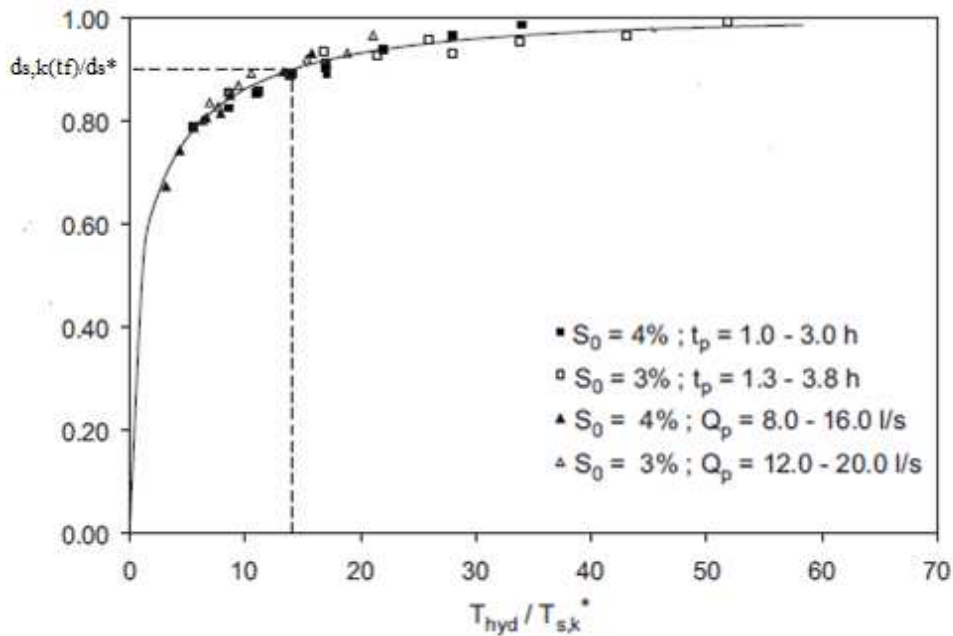


Fig.2.51. Evoluzione delle profondità di scavo in funzione del tempo entrambi adimensionalizzati (Tregnaghi *et al.*, 2009).

valida nell'intervallo $3,2 < \frac{T_{hyd}}{T_{s,k}^*} < 51,8$.

Il grafico mostra che il processo di scavo aumenta monotonicamente, fino ad attestarsi su un valore asintotico, rappresentativo alla massima profondità di scavo potenziale. Sulla scorta della formula (2.97), si è potuto constatare che il rapporto tra la profondità di scavo finale e quella potenziale $\frac{d_{s,k}(t_f)}{d_s^*}$ può essere espresso mediante una funzione temporale di $\frac{T_{hyd}}{T_{s,k}^*}$, in cui T_{hyd} è il

tempo di picco e $T_{s,k}^*$ è il tempo morfologico, funzione della portata di picco.

Tregnaghi *et al.* (2010) studiarono gli effetti degli idrogrammi di piena asimmetrici, con durata

del ramo di recessione maggiore di quella del ramo ascendente. Come dedotto da Breusers e Raudkivi (1991), i fenomeni erosivi nei canali naturali sono dipendenti dal tempo, e le durate delle alluvioni spesso sono più brevi del tempo richiesto per giungere alle condizioni di equilibrio di uno scavo localizzato.

Quindi, l'effettiva profondità di scavo prodotta da un idrogramma può essere significativamente più piccola rispetto alla profondità di scavo massima che si raggiungerebbe in altre condizioni (moto permanente); pertanto, l'utilizzo delle equazioni già esistenti può condurci a risultati non accurati. Tutto ciò indurrebbe a progettare fondazioni più profonde e ad avere, di conseguenza, costi più alti.

La necessità di comprendere a pieno lo sviluppo temporale dello scavo è dovuta al fatto che nei corsi d'acqua naturali l'erosione più significativa si genera durante le alluvioni, e la maggior parte dei metodi utilizzati per stimare la profondità di scavo e la sua evoluzione temporale sono stati indagati in condizioni di moto permanente.

Sulla scorta di tutto ciò, gli autori osservarono due limitazioni nel lavoro del 2009:

- gli idrogrammi utilizzati erano simmetrici, mentre è noto che dopo l'onda di piena si assiste, generalmente, a una graduale attenuazione della portata di picco, con tempi di recessione più lunghi rispetto a quelli del ramo ascendente;
- le relazioni dedotte non erano influenzate dal contributo dei sedimenti provenienti da monte.

I nuovi esperimenti condotti nel Laboratorio di Idraulica dell'Università di Auckland videro impiegato un canale inclinabile di 17 m di lunghezza e 0,45 m di larghezza. Tre sottili lastre di legno, spesse 0,3 m, furono usate per rappresentare le soglie di fondo, sistemate in 7 m di letto mobile. Esse furono posizionate con un passo costante di 2 m. La lunghezza del letto erodibile fu scelta abbastanza grande per garantire un completo sviluppo dello scavo ed escludere, così, il fenomeno dell'interferenza geometrica (Lenzi *et al.*, 2003b; Marion *et al.*, 2004).

I sedimenti utilizzati avevano un diametro mediano $d_{50} = 5,2$ mm. A monte della prima soglia fu posizionato un letto fisso con la stessa scabrezza del letto mobile al fine di evitare disturbi di rigurgito delle vena fluida. Per gli idrogrammi di piena, gli incrementi di portata era costantemente pari a $\Delta Q = 0,5$ l/s per i differenti periodi di tempo Δt :

$$\frac{\Delta t_{ris}}{t_p} = \frac{\Delta Q}{Q_{max} - Q_{min}} \text{ (ramo ascendente)} \quad (2.98)$$

$$\frac{\Delta t_{rec}}{t_f - t_p} = \frac{\Delta Q}{Q_{max} - Q_{min}} \text{ (ramo discendente)} \quad (2.99)$$

dove t_f è la durata dell'idrogramma, t_p il tempo di picco, Q_{min} la portata per cui si registrava l'inizio del movimento dei granelli e Q_{max} la portata di picco. Furono condotte due serie di test: la prima comprendeva cinque prove con pendenza iniziale del canale $S_0 = 3\%$, portata minima $Q_{min} = 6 \text{ l/s}$, portata massima $Q_{max} = 16 \text{ l/s}$ e tempo di picco $t_p = 1,25 \text{ h}$, la seconda cinque prove con pendenza iniziale del canale $S_0 = 5\%$, portata minima $Q_{min} = 4 \text{ l/s}$, portata massima $Q_{max} = 12 \text{ l/s}$ e tempo di picco $t_p = 1 \text{ h}$. Gli esperimenti furono condotti con $t_f = 2 \div 5$ ore, mentre la durata del tempo di recessione oscillava tra 1 e 3 h per la prima serie e tra 1,25 e 3,75 h per la seconda serie di prove.

I test della prima serie erano caratterizzati da un'idrogramma simmetrico, mentre i restanti avevano un tempo di recessione pari a tre volte la durata del tempo del ramo ascendente (idrogrammi asimmetrici). La durata totale degli idrogrammi è stata scelta sulla base della stima del tempo morfologico, $T_{s,k}^*$, riferito alla portata di picco:

$$T_{s,1}^* = \frac{0,5 \cdot (S_0 - S_{eq}^*) L^2 B}{Q_s^* - Q_{s,in}} \quad (2.100)$$

dove S_{eq}^* è espressa in funzione di Q^* attraverso la formula di Manning e la relazione di Shields, mentre Q_s^* è valutato con l'equazione di Meyer-Peter e Müller (1948).

L'effetto del tempo di recessione, definito come $T_{rec} = t_f - t_p$, è stato considerato nella stima delle profondità di scavo attraverso la seguente relazione:

$$\frac{d_{s,k}(t_f)}{d_s^*} = \Phi_1 \left(\frac{T_{hyd}}{T_{s,k}^*} \right) \cdot \Phi_2 \left(\frac{T_{hyd}}{T_{s,k}^*}, \frac{T_{rec}}{T_{hyd}} \right) \quad (2.101)$$

in cui Φ_1 e Φ_2 rappresentano rispettivamente i contributi dell'idrogramma simmetrico e asimmetrico allo sviluppo delle profondità di scavo.

Nelle Figg. 2.52 e 2.53 si riportano gli andamenti dello scavo adimensionalizzato rispetto al tempo e alla profondità di scavo potenziale:

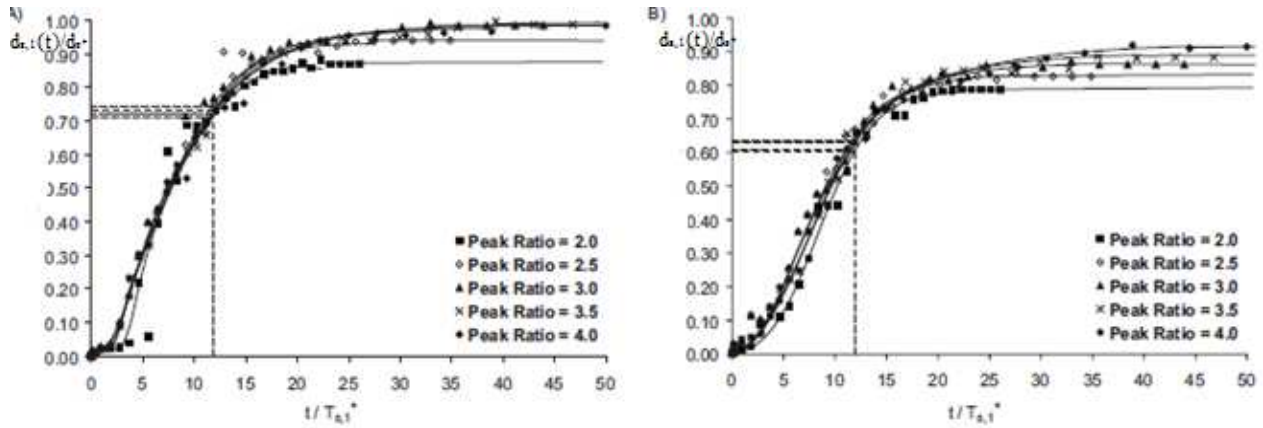


Figura 2.52. Sviluppo dello scavo per le diverse forme degli idrogrammi ($S_0 = 3\%$, serie 1; prima (a) e seconda (b) soglia (Tregnaighi *et al.*, 2010).

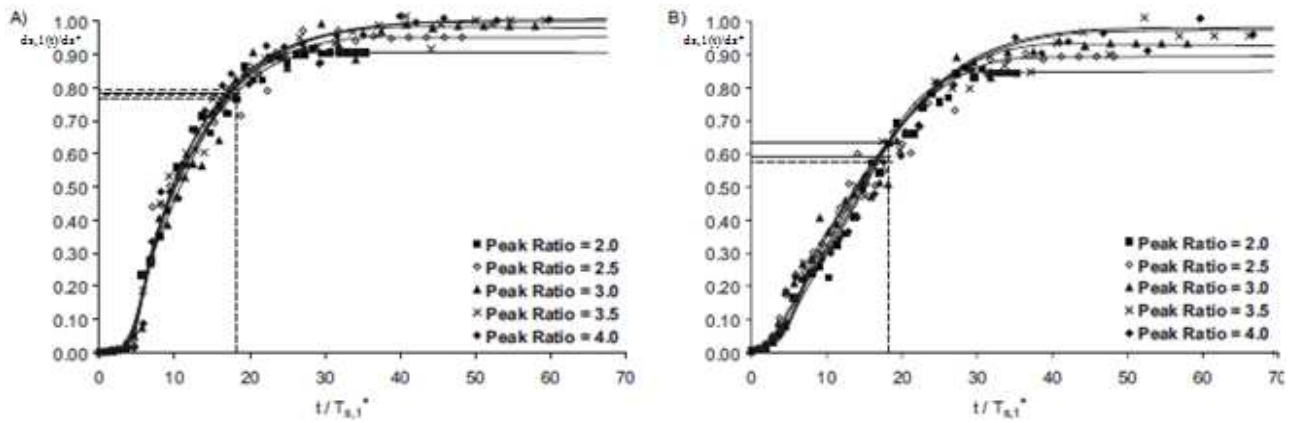


Figura 2.53. Sviluppo della fossa di scavo per le diverse forme degli idrogrammi ($S_0 = 4\%$, serie2); prima (a) e seconda (b) soglia (Tregnaighi *et al.*, 2010).

Dai grafici riportati si sono potuti individuare tre distinti intervalli temporali: uno iniziale, in cui si aveva un rapido incremento dello scavo, che durava fino al raggiungimento della portata di picco; uno intermedio, compreso tra $(1,5 \div 1,8) \cdot t_p$, in cui la capacità di scavo si riduceva; uno finale, in cui non si aveva nessuna modifica sostanziale della fossa di scavo. Gli autori notarono che la profondità di scavo $d_{s,k}(t_f)$ era compresa tra il 75 e l'80 % dello scavo massimo in condizioni di portata costante (Tregnaighi *et al.*, 2008). Detta percentuale aumenta con il rapporto $\lambda = \frac{t_f}{t_p} = 1 + \frac{T_{rec}}{T_{hyd}}$, infatti, gli idrogrammi con maggiore durata del tempo di recessione presentavano delle profondità di scavo prossime a quella d'equilibrio.

Dalle prove emerse anche che la profondità di scavo a valle della prima soglia era maggiore rispetto a quella a valle della seconda soglia; ciò è stato giustificato per l'apporto dei sedimenti

proveniente dal volume eroso di monte.

Ritornando all'equazione (2.101), si ha:

$$\frac{d_{s,k}(t_f)}{d_s^*} = \phi \left(\frac{T_{hyd}}{T_{s,k}^*}, \frac{T_{rec}}{T_{hyd}} \right) = \phi_1 \left(\frac{T_{hyd}}{T_{s,k}^*} \right) \cdot \phi_2 \left(\frac{T_{hyd}}{T_{s,k}^*}, \frac{T_{rec}}{T_{hyd}} \right) \quad (2.102)$$

in cui $T_{rec} = t_f - t_p$ è il tempo di recessione; dalla (2.97) e dalla (2.101), si ottenne:

$$\frac{d_{s,k}(t_f)}{\tilde{d}_{s,k}(t_f)} = \phi_2 \left(\frac{T_{hyd}}{T_{s,k}^*}, \frac{T_{rec}}{T_{hyd}} \right) \quad (2.103)$$

Assumendo $T_{rec} \geq T_{hyd}$, si dedusse che ϕ_2 è una funzione monotonicamente crescente con il rapporto $\frac{T_{rec}}{T_{hyd}}$. Appare chiaro, dunque, che a durate maggiori del tempo di recessione corrisponderanno valori più alti della profondità di scavo. Una possibile espressione della funzione ϕ_2 fu individuata come segue:

$$\phi_2 = \frac{1}{\phi_1} - \left\{ \left(\frac{1}{\phi_1} - 1 \right) \exp \left[-\chi \left(\frac{T_{rec}}{T_{hyd}} - 1 \right) \right] \right\} \quad (2.104)$$

in cui il parametro χ è espresso in funzione del rapporto $\frac{T_{hyd}}{T_{s,k}^*}$:

$$\chi = \chi \left(\frac{T_{hyd}}{T_{s,k}^*} \right) \quad (2.105)$$

Quest'ultima relazione, nel caso di idrogrammi asimmetrici, può essere riscritta nel seguente modo:

$$\chi = \left(\frac{T_{rec}}{T_{hyd}} \right) \ln \left(\frac{\frac{1}{\phi_1} - 1}{\frac{1}{\phi_1} - \phi_2} \right) \quad (2.106)$$

dove il rapporto $\frac{T_{rec}}{T_{hyd}}$ dipende dalla forma dell'idrogramma di portata, $\phi_2 = d_{s,k}(t_f) / \tilde{d}_{s,k}(t_f)$, in cui $d_{s,k}(t_f)$ rappresenta il valore asintotico delle curve riportate in figura e $\tilde{d}_{s,k}(t_f)$ è la profondità di scavo registrata alla fine del tempo di recessione. In Fig. 2.54 si mostra l'andamento dei punti sperimentali $\phi_2 = f \left(\frac{T_{rec}}{T_{hyd}} \right)$ in funzione del rapporto $\frac{T_{hyd}}{T_{s,k}^*}$.

Considerando gli idrogrammi asimmetrici, si osservò che la profondità di scavo finale risultava

maggiore del 20% rispetto a quella degli idrogrammi simmetrici. Ciò fu imputato alle differenti durate del tempo di recessione.

Inserendo $\tilde{d}_{s,k}(t_f)$ al posto di $d_{s,k}(t_f)$ per indicare la massima profondità di scavo dopo un idrogramma di piena simmetrico, si ottenne:

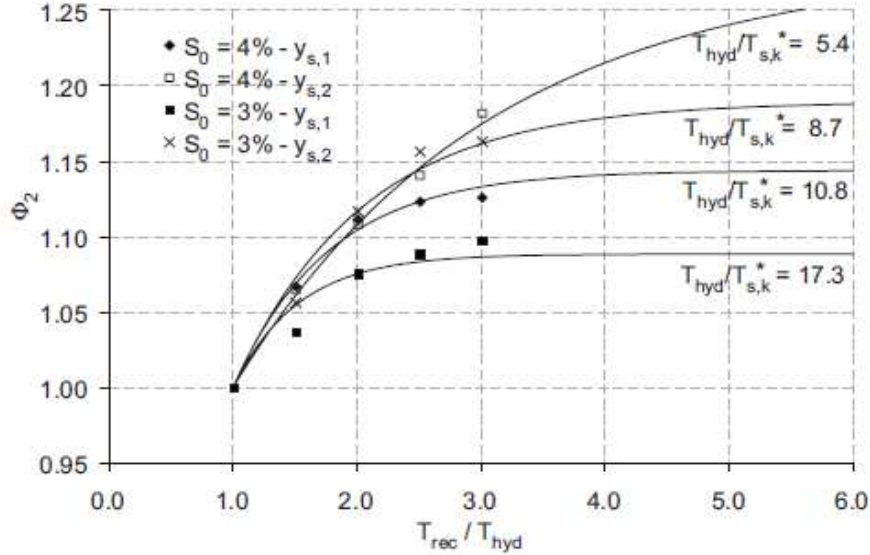


Figura 2.54. Andamento sperimentale dei punti $\phi_2 = f\left(\frac{T_{rec}}{T_{hyd}}\right)$ in funzione del rapporto $\frac{T_{hyd}}{T_{s,k}^*}$ (Tregnaghi *et al.*, 2010).

$$\frac{\tilde{d}_{s,k}(t_f)}{d_s^*} = 1 - \exp\left[-0,71 \cdot \left(\frac{T_{hyd}}{T_{s,k}^*}\right)^{0,45}\right] \quad (2.107)$$

$$\phi_2 = \frac{1}{\phi_1} - \left\{ \left(\frac{1}{\phi_1} - 1 \right) \exp\left[-\chi \left(\frac{T_{rec}}{T_{hyd}} - 1 \right) \right] \right\} \quad (2.108)$$

$$\chi = \chi \left(\frac{T_{hyd}}{T_{s,k}^*} \right) \quad (2.109)$$

$$\frac{d_{s,k}(t_f)}{d_s^*} = \phi \left(\frac{T_{hyd}}{T_{s,k}^*}, \frac{T_{rec}}{T_{hyd}} \right) = \phi_1 \left(\frac{T_{hyd}}{T_{s,k}^*} \right) \cdot \phi_2 \left(\frac{T_{hyd}}{T_{s,k}^*}, \frac{T_{rec}}{T_{hyd}} \right) \quad (2.110)$$

$$\frac{d_{s,k}(t_f)}{d_s^*} = 1 - \exp \left\{ -0,71 \cdot \left(T_{hyd} / T_{s,k}^* \right)^{0,45} \left[1 + 0,15 \cdot (\lambda - 2) \cdot \left(\frac{T_{hyd}}{T_{s,k}^*} \right)^{0,55} \right] \right\} = \phi \left(\frac{T_{hyd}}{T_{s,k}^*}; \frac{T_{rec}}{T_{hyd}} \right) \quad (2.110)$$

Il primo termine dell'ultima relazione è relativo agli idrogrammi simmetrici, mentre il termine racchiuso nelle parentesi quadre è specifico dell'incremento di scavo dovuto al tempo di recessione.

La (2.110) risultò valida nell'intervallo $5,6 \leq \frac{T_{hyd}}{T_{s,k}^*} \leq 17,1$ e per $\lambda = \frac{t_f}{t_p} = \frac{T_{rec}}{T_{hyd}} + 1 \geq 2$.

Sebbene il contributo di sedimenti provenienti da monte sia stato considerato nullo, esso può essere valutato modificando le condizioni in ingresso, ossia considerando l'idrogramma dei sedimenti funzione dell'idrogramma di piena. Nel caso di un'eventuale portata solida proveniente da monte, gli autori si aspetterebbero una riduzione della profondità di scavo, per cui le formule finora stimate risulterebbero molto cautelative.

In conclusione, si è osservato che:

- la durata della portata di recessione è quasi priva di significato per idrogrammi lunghi, poiché la profondità di scavo finale si raggiunge in prossimità dell'inizio del tempo di recessione;
- il tempo di recessione, nel caso di piene improvvise, è particolarmente significativo poiché il processo di scavo può durare anche oltre il raggiungimento della portata di picco;
- la maggior parte dello scavo si verifica solitamente nel ramo ascendente dell'idrogramma di piena;
- gli eventi di piena con lungo tempo di recessione possono portare a un aumento della massima profondità di scavo finale del 20% rispetto al caso di idrogrammi simmetrici.