

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA



UNIVERSITA' DELLA CALABRIA

Dipartimento di Ingegneria Civile

Dottorato di Ricerca in

Scienze ed Ingegneria dell'Ambiente, delle Costruzioni e dell'Energia

CICLO

XXXII

**LA VALUTAZIONE DELLA VULNERABILITÀ SISMICA DEGLI EDIFICI
STORICI IN MURATURA MEDIANTE DIVERSI APPROCCI**

Settore Scientifico Disciplinare: Scienza delle Costruzioni (ICAR/08)

Coordinatore: Ch.mo Prof. Salvatore Critelli

Firma _____

Supervisore: Ch. _____

Firma _____

Firma oscurata in base alle linee guida del Garante della privacy

Dottorando: Saverio Potzio

Firma _____

Firma oscurata in base alle linee guida del Garante della privacy

A Grazia ed Eleonora

Sommario

ABSTRACT	v
----------------	---

ABSTRACT (<i>english version</i>)	vii
-------------------------------------------	-----

Capitolo 1 – Introduzione	1
---------------------------------	---

1.1 Premessa: il problema della modellazione per le strutture in muratura	2
---------------------------------------------------------------------------------	---

1.2 Stato dell'arte	3
---------------------------	---

1.2.1 Strategie di modellazione	4
---------------------------------------	---

Analisi limite	6
----------------------	---

Modellazioni semplificate	8
---------------------------------	---

Metodo agli elementi finiti FEM	14
---------------------------------------	----

Metodo agli elementi discreti DEM	17
-----------------------------------------	----

1.2.2 Metodi di analisi: <i>overview</i> sui principali approcci	19
------------------------------------------------------------------------	----

Analisi statica non lineare (<i>pushover</i>)	19
-------------------------------------------------------	----

Analisi dinamica non lineare	21
------------------------------------	----

1.2.3 Modelli di vulnerabilità a scala territoriale	22
-----------------------------------------------------------	----

1.3 Obiettivi e campo di applicazione	22
---------------------------------------------	----

Capitolo 2 – Approcci analitici classici per lo studio locale degli elementi murari	25
----------------------------------------------------------------------------------------------	----

2.1 Analisi statica di volte composte	26
---------------------------------------------	----

2.1.1 La composizione degli sforzi di membrana sottile nelle volte composte	26
-----------------------------------------------------------------------------------	----

Analisi membranale della volta a crociera	27
-------------------------------------------------	----

Sommario

Analisi membranale della volta a padiglione	33
2.1.2 Interventi di consolidamento sulle volte: considerazioni preliminari.....	35
Alleggerimento delle volte a crociera attraverso riempimenti “cellulari”	35
Rinforzo estradossale mediante fasciature in FRP	36
Conclusioni.....	39
2.2 Le pareti soggette a meccanismi fuori piano: la flessione verticale	40
2.2.1 Le indagini preliminari allo studio dei meccanismi locali	40
Dissesti statici e caratterizzazione della muratura	41
2.2.2 Fattori scatenanti e ipotesi teoriche della metodologia utilizzata.....	43
Ricerca della posizione della cerniera all’interno del meccanismo fuori piano	45
Analisi cinematica del meccanismo sul sistema non rinforzato	47
2.2.3 L’influenza del rinforzo sulla curva di capacità	50
Analisi cinematica sul sistema rinforzato con tecniche tradizionali ed innovative	52
Confronto tra risultati analitici e numerici	54
Conclusioni.....	54

Capitolo 3 – La valutazione del comportamento sismico globale degli edifici in muratura mediante la schematizzazione a telaio equivalente.....57

3.1 Il caso studio del Collegio dei Gesuiti di Amantea	59
Caratterizzazione meccanica degli elementi resistenti della muratura	63
Caratterizzazione meccanica della muratura dell’ex collegio dei Gesuiti di Amantea ...	66
3.1.1 La modellazione a telaio equivalente implementata da 3Muri.....	68
3.1.2 L’implementazione dell’analisi <i>pushover</i> mediante il metodo N2.....	72
Definizione della curva di capacità	72
Il metodo N2.....	74
3.1.3 Risultati dell’analisi <i>pushover</i> sullo stato di fatto e di progetto	79

Valutazione della vulnerabilità sismica allo stato di fatto.....	80
Valutazione della sicurezza sismica allo stato di progetto.....	84
Conclusioni	87
3.2 Il caso studio del Palazzo Trentacapilli di Bisignano	88
Descrizione del caso studio.....	88
Premessa alle analisi svolte.....	91
3.2.1 Aspetti meccanici sulle fasce di piano nel modello a telaio.....	92
3.2.2 La modellazione a telaio equivalente implementata da VEM _{NL}	96
3.2.3 Confronti dei risultati tra <i>software</i> di calcolo: 3Muri-VEM _{NL}	100
Combinazione 1: +X proporzionale alle masse.....	101
Combinazione 2: +X proporzionale al primo modo di vibrare	102
Combinazione 4: -Y proporzionale al primo modo (combinazione più gravosa).....	104
Curve di capacità per i due <i>software</i>	104
Conclusioni	105
3.3 La caratterizzazione tipologico-strutturale a scala territoriale mediante l'utilizzo delle schede CARTIS-ReLUIS	109
3.3.1 Illustrazione della metodologia.....	110
3.3.2 Applicazione ad un caso studio: il centro storico di Mendicino	111
Tipologia edilizia ricorrente nel comparto “centro storico”: la casa a torre.....	113
Configurazioni analizzate: pianta quadrata, rettangolare e irregolare.....	114
Valutazione sismica della tipologia “casa a torre”	115
Risultati dell'analisi <i>pushover</i> per le differenti configurazioni.....	117
Analisi dei dati delle simulazioni numeriche	120
Conclusioni	120
Capitolo 4 – La valutazione del comportamento sismico mediante approcci al continuo	123

Sommario

4.1	Il caso studio dei ruderi della Chiesa di San Francesco d'Assisi ad Amantea	125
4.1.1	Il modello numerico dei ruderi della chiesa	127
	Creazione della <i>mesh</i> del modello FEM.....	128
	Definizione dell'elemento finito 3D.....	128
4.1.2	La modellazione del legame costitutivo della muratura.....	129
	Il ramo elastico lineare	130
	Il ramo post-elastico della curva di legame.....	132
4.1.3	L'analisi modale per il calcolo delle frequenze naturali.....	143
4.1.4	L'analisi statica non lineare.....	144
	Conclusioni.....	145
4.2	Il caso studio del Castello di San Fili a Stignano	146
	Analisi storico-architettonica del Castello.....	148
4.2.1	Metodologia proposta per le investigazioni strutturali	151
	Dalla nuvola di punti al modello FEM.....	152
	Relazioni costitutive della muratura.....	153
4.2.2	Analisi sismica del Castello di San Fili.....	155
	Analisi delle frequenze naturali per la calibrazione del modello numerico	156
	Analisi statica non lineare (<i>pushover</i>)	158
	Analisi dinamica non lineare (<i>response history analysis</i>).....	164
	Analisi cinematica semplificata.....	168
	Conclusioni.....	171
	NOTE CONCLUSIVE	173
	BIBLIOGRAFIA	177

ABSTRACT

Le costruzioni in muratura rappresentano gran parte del tessuto costruito e la loro salvaguardia riveste un ruolo sociale e culturale primario. Basti pensare che molti di questi edifici – quali chiese, palazzi, castelli, torri – si pongono come simboli delle città in cui riconoscersi e riconoscere le città stesse. L'interesse di studiosi e ricercatori è, dunque, rivolto alla definizione di strumenti utili alla valutazione della vulnerabilità sismica delle costruzioni storiche in muratura. Vari metodi sono attualmente in uso per la valutazione sismica dei manufatti murari, così come diversificate sono le strategie per simulare il comportamento meccanico dei materiali costituenti. Ai consolidati metodi grafici per la valutazione della sicurezza statica degli archi, volte e cupole, si sono aggiunti nuovi modelli di analisi favoriti dall'introduzione del calcolo numerico.

Questo lavoro di tesi mira a valutare il comportamento delle costruzioni storiche in muratura attraverso alcuni dei diversi approcci attualmente impiegati e convalidati dalla comunità scientifica. Gli studi eseguiti partono dall'analisi di alcuni degli elementi costitutivi maggiormente rappresentativi in un edificio, quali volte e pareti, per proseguire con analisi globali attuate con differenti strategie di modellazione.

Relativamente alle analisi locali, le indagini sulle volte composte – vale a dire quelle originate dall'intersezione di due volte a botte – sono state svolte in termini statici applicando le teorie dell'analisi membranale, mentre per le pareti murarie si è valutata la loro risposta nei confronti delle azioni fuori dal piano al fine di evidenziarne il contributo nella risposta sismica d'insieme del fabbricato. Riguardo alle analisi globali, uno dei principali strumenti per la valutazione della risposta sismica è rappresentato dall'analisi statica non lineare, chiamata anche analisi *pushover*, la quale abbina accuratezza dei risultati ad un non eccessivo tempo di calcolo. Tuttavia, nelle strutture più irregolari, l'utilizzo degli approcci canonici – che richiedono la lettura degli spostamenti solo di alcune parti del fabbricato – può portare a risultati completamente inesatti, sia a causa dell'insorgenza dei meccanismi locali di collasso che alla differente risposta della costruzione in relazione alle sue capacità duttili a livello locale. Quest'ultimo aspetto compete al tracciamento della curva di capacità della struttura che avviene, generalmente, considerando un unico punto di controllo: se questo si sposta poco, relativamente breve sarà il ramo della curva elasto-plastico dell'oscillatore equivalente; e viceversa.

È per tale ragione che si è sviluppata una metodologia consistente nel considerare diversi punti di controllo, non scelti a priori, ma suggeriti dallo stato di danneggiamento individuato dalle simulazioni numeriche. All'interno della metodologia proposta, è stata definito un nuovo strumento grafico di rappresentazione degli spostamenti dei punti di controllo: l'evoluzione del danno è mostrata utilizzando delle sfere, i cui raggi sono proporzionali agli spostamenti rilevati ed il cui baricentro ha le stesse coordinate del punto di controllo che rappresenta. Le dimensioni delle sfere possono fornire informazioni sul danno occorso e sulla posizione dei punti deboli della struttura investigata, diventando così uno strumento utile per orientare le decisioni sulla tecnica di rinforzo strutturale più adeguata. La validazione della metodologia proposta è avvenuta confrontando – per un caso studio reale consistente in una costruzione di forma triangolare realizzata esclusivamente in muratura – i valori di accelerazione spettrale ottenuti mediante tutte le tipologie di approcci impiegati: dall'individuazione del moltiplicatore dei carichi mediante il teorema cinematico dell'analisi limite, applicato sul meccanismo di collasso fuori piano ritenuto più significativo, all'analisi dinamica non lineare eseguita prendendo in considerazione un accelerogramma artificiale spettro-compatibile, passando per la già citata analisi statica non lineare. I risultati mostrano una comparabilità di valori per gli approcci numerici evidenziando, invece, una discrepanza con quelli analitici a causa di diversi fattori, fra cui la non-raffinatezza dei metodi semplificati. Tuttavia, si sono dedotte informazioni dettagliate sul comportamento strutturale generale dell'edificio, nonché sulla sua sicurezza sismica.

Il sommario della tesi comprende quanto segue: Capitolo 1 – Introduzione (argomenti trattati dalla tesi, revisione della letteratura, obiettivi e campo di applicazione); Capitolo 2 – illustra alcune applicazioni effettuate mediante le trattazioni analitiche discusse nello studio dello stato dell'arte; Capitolo 3 – riporta le investigazioni sismiche di alcuni casi studio basate sulla modellazione a telaio equivalente, con un'ultima parte dedicata all'utilizzo di tale strategia di modellazione per le analisi di vulnerabilità su scala territoriale attraverso l'utilizzo delle schede CARTIS-ReLUI; Capitolo 4 – riporta le analisi numeriche basate sull'approccio FEM e la metodologia *pushover* a punti di controllo multipli messa a punto per l'analisi delle costruzioni con geometria irregolare in pianta; Note conclusive – presenta le conclusioni più importanti a cui si è giunti attraverso questa tesi, tra cui alcune tabelle utili ad orientare il professionista verso la scelta della strategia di valutazione più indicata per il particolare caso studio da analizzare.

ABSTRACT (*english version*)

Masonry buildings are the main part of the building heritage and their preservation has a primarily social and cultural role. Many of these buildings – such as churches, palaces, castles, and towers – are recognizable and representative symbols of their cities. Therefore, practitioners and researchers are interested in defining useful tools for the evaluation of the seismic vulnerability of historic masonry buildings. Various methods are currently being used for the seismic assessment of masonry artifacts, as well as several strategies for simulating the mechanical behavior of materials being available. The introduction of numerical calculation has led to new analysis models, which support the graphical methods used for evaluating the static safety of arches, vaults, and domes.

This thesis aims to evaluate the behavior of historic masonry structures by using some of the different approaches currently used and validated by the scientific community. The studies start from the analysis of some typical elements of a building, such as vaults and walls. Afterwards, global analyses are implemented with different modeling strategies.

Regarding the local analyses: the investigations on compound vaults – namely those originating from the intersection at right angles of two barrel vaults – are carried out in a static framework by applying the membrane theory; while the out-of-plane response of masonry walls is evaluated in order to highlight their contribution in the overall seismic response of the building. Among the global analyses, the non-linear static analysis – also called pushover analysis – is one of the main tools for the evaluation of the seismic response of a building because it combines results accuracy with a reduced computational burden. However, the use of canonical approaches - which require the reading of the displacements of only some building points - can lead to inaccurate results in the most irregular structures. This is due both to the onset of local collapse mechanisms and to the different building response concerning its local ductile capabilities. These aspects are related to the capacity curve of the structure, which plots the displacements of a single control point: a short elastoplastic branch of the bilinear curve in the case of small displacements; and vice-versa.

For this reason, a coupled numerical-geometrical methodology – to represent the results arising from pushover analysis – is developed by considering an appropriate number of control points, not set a priori but suggested by the state of damage detected through numerical simulations. A new graphic tool is defined to represent the displacements of the control points, and the damage evolution is shown by using spheres in which their radiuses are proportional to displacements

detected, whereas each centroid has the same coordinates as the control point which it represents. The spheres' dimensions can provide information about the damage occurred and the position of weak points of the investigated structure, so becoming a useful tool to orientate decisions about structural strengthening technique. In order to validate the proposed methodology, a comparison between the spectral acceleration values obtained through all approaches used is carried out, taking into account a real case study consisting of a triangular construction entirely made in masonry. These accelerations are based on:

- the load multiplier obtained from the most significant out-of-plane collapse mechanism is defined by means of the kinematic theorem of the limit analysis;
- the nonlinear dynamic analysis performed by considering an artificial spectrum-compatible accelerogram;
- the above nonlinear static analysis.

The results showed comparable values for numerical approaches, highlighting a discrepancy instead with the analytical ones due to various factors, including the non-refinement of simplified methods. However, detailed information on the structural behavior of the building, as well as its seismic safety, are drawn clearly.

The (summary) thesis comprises the following: Chapter 1 - Introduction (thesis topics, literature review, aims and scope); Chapter 2 - illustrates some analytical applications on compound vaults and out-of-plane mechanisms of masonry façades; Chapter 3 - reports the seismic investigations of some case studies based on equivalent frame modeling, with the last part dedicated to the use of this modeling strategy in the seismic vulnerability assessment at the territorial scale by using of CARTIS-ReLUIIS forms; Chapter 4 - reports the numerical analyses based on the FEM approach and the multi-control point pushover methodology developed to assess irregular buildings; Concluding remarks - presents the most important conclusions reached through this thesis, including some useful tables to guide the practitioner towards the choice of the most suitable evaluation strategy for a particular case study.

Capitolo 1 – Introduzione

In questo capitolo viene riportata una revisione dello stato dell'arte relativamente alle metodologie di indagine utilizzate per lo studio della vulnerabilità sismica delle costruzioni in muratura storiche non rinforzate. In particolare verranno illustrate le principali problematiche che si incontrano nella simulazione del comportamento sismo-resistente di queste strutture riguardanti la determinazione della geometria e delle proprietà meccaniche, nonché la tipologia di modellazione impiegata. Quest'ultima, farà riferimento ai principali approcci analitici e numerici adottati per lo studio delle strutture murarie sotto carichi statici e dinamici, sia relativamente ad elementi costruttivi isolati, quali volte e pareti, che per intere strutture.

1.1 Premessa: il problema della modellazione per le strutture in muratura

La muratura è uno dei materiali da costruzione più antichi e più diffusi. Qualsiasi area rurale e urbana, in Italia così come nel resto del mondo, presenta edifici realizzati in muratura grazie alla disponibilità dei suoi componenti (elementi lapidei naturali o artificiali e malte), fortemente durevoli e sostenibili in termini ambientali. Accanto a questi vantaggi, le strutture in muratura risultano però fortemente vulnerabili nei confronti delle azioni sismiche che inducono le strutture a fessurarsi prima e a crollare dopo per le scarse – se non nulle – capacità di resistenza alle sollecitazioni di trazione. Se da un lato il progresso scientifico e tecnologico ha portato all'affermarsi delle tecniche costruttive basate sui nuovi materiali, dall'altro i continui eventi tellurici che interessano la penisola italiana – così come il resto d'Europa e del mondo – hanno riproposto il problema del consolidamento delle strutture in muratura e della messa in sicurezza di centri storici e monumenti. Negli ultimi decenni, numerosi studi hanno riguardato la valutazione della vulnerabilità sismica di queste strutture e la successiva proposta di adeguate strategie di riparazione e conservazione. Ad esempio, in seguito al terremoto di Reggio Calabria e Messina del 26 dicembre 1908, vennero definiti i criteri per la ricostruzione da parte di una apposita commissione. A tal riguardo, Panetti, osservando le modalità di danneggiamento delle strutture murarie, consigliava una schematizzazione dei pannelli mediante due barre diagonali. La completa assenza di competenza nel campo delle costruzioni in muratura spinse i tecnici italiani, dopo i più recenti terremoti del Friuli (1974) e dell'Irpinia (1980), ad acquisire ed applicare la procedura POR sviluppata in Slovenia. In questo paese era ancora viva *l'art de bâtir* (arte del costruire) di Jean Baptiste Rondelet che, sottolineando la scarsa attitudine delle costruzioni in muratura a sopportare azioni fuori dal proprio piano, poneva le basi per i successivi studi analitici delle pareti murarie soggette ai meccanismi locali di collasso messi in atto da Antonino Giuffrè a partire dal 1993. L'osservazione dei danni post-sisma provocati dai successivi terremoti in Umbria-Marche (1997) e Molise (2002) evidenziarono ancor di più le conclusioni a cui era arrivato Giuffrè qualche anno prima, ossia che, salvo rari casi, la condizione di crisi della costruzione veniva raggiunta non per il superamento della resistenza dei materiali costituenti, ma per la perdita delle condizioni di equilibrio e l'innescarsi di un meccanismo locale. Si definisce, così, il “Repertorio dei meccanismi di danno, delle tecniche di intervento e dei relativi costi negli edifici in muratura” [1] che, oltre a illustrare gli aspetti metodologici, stabilisce i “modelli cinematici per l'analisi strutturale degli edifici in muratura” attraverso l'applicazione del Principio dei Lavori Virtuali (PLV) ai meccanismi di danno ritenuti maggiormente significativi.

Negli anni '80 si assisteva alla diffusione di strutture realizzate con materiali codificati e, nonostante la forte diffusione degli elaboratori elettronici e dei programmi strutturali, rari erano i casi in cui il calcolo automatizzato veniva impiegato – mediante una tecnica agli elementi finiti – per cogliere la risposta della muratura a causa degli oneri computali assai elevati. Il risultato era l'assenza di una procedura standardizzata ed affidabile di progetto e verifica delle strutture in muratura.

Solo negli ultimi 15-20 anni, la crescente sensibilità verso il recupero del costruito storico ha spinto studiosi e ricercatori ad occuparsi della risposta di tale tipologia costruttiva nei confronti delle azioni gravitazionali ed, in particolare, di quelle sismiche. Numerose sono state le proposte di modellazione messe a punto nell'ultimo decennio. Alle metodologie numeriche sono state accompagnate quelle sperimentali, ampiamente utilizzate per suffragarne i risultati e calibrarne i relativi modelli. Questi ultimi sono particolarmente interessanti in quanto, una volta validati e utilizzati con precisione, consentono di eseguire “prove virtuali” a livello di materiale, componente e struttura. Tuttavia, l'applicazione di modelli numerici per la simulazione delle *performance* delle strutture in muratura è da sempre un compito impegnativo. Ciò è in parte dovuto alla natura complessa e al comportamento di questo materiale, ma anche alla carenza di dati sperimentali sufficienti per la convalida delle leggi costitutive e alla scarsa conoscenza delle condizioni effettive delle strutture esistenti e delle condizioni al contorno appropriate.

Per tali ragioni, il presente lavoro di tesi – lungi dall'essere esaustivo e risolutivo – si inserisce in tale filone di studi, affrontando il problema della valutazione della vulnerabilità sismica delle strutture in muratura storiche mediante l'utilizzo di alcuni approcci analitici e numerici nei loro diversi aspetti.

1.2 Stato dell'arte

Le calamità naturali – sempre più ricorrenti anche a causa dei cambiamenti climatici – causano danni al patrimonio culturale, con conseguenti gravi perdite economiche e difficili processi di ricostruzione [2-4]. In particolare diversi terremoti si sono verificati nella regione Calabria, così come nel sud Italia, nel corso dei secoli. Questi eventi, di notevole intensità, causarono la distruzione di intere città. Ancora oggi, il terremoto di Messina e Reggio Calabria del 1908 è riconosciuto come l'evento più devastante del suo genere in Italia. Per questi motivi, la vulnerabilità sismica degli edifici storici è di grande importanza nella prevenzione delle catastrofi,

soprattutto nei centri storici caratterizzati da strutture con diverse incertezze che incidono sia sulle caratteristiche geometriche che su quelle meccaniche.

La forma reale di un edificio in muratura è il risultato di cambiamenti di pochi o molti elementi strutturali. Pertanto, una corretta analisi strutturale del patrimonio storico richiede una profonda conoscenza di: (i) la storia dell'edificio e la sua evoluzione, (ii) i possibili danneggiamenti che si sono verificati nel tempo – insieme al degrado dei materiali – e (iii) le tecniche costruttive della muratura [5]. Questi elementi influenzano la risposta strutturale degli edifici e solo il loro esame approfondito consente di valutare la sicurezza sismica e la scelta di un efficace sistema di rinforzo. Secondo le norme tecniche italiane [6, 7], la conoscenza delle strutture in muratura può essere raggiunta con diversi livelli di dettaglio rispetto all'accuratezza delle operazioni di rilievo. Di conseguenza, fasi cognitive caratterizzate da diversi gradi di affidabilità devono essere attuate con l'uso di tecniche analitiche e interpretative capaci di non influenzare i manufatti storici [8].

Tenendo in considerazione la complessità e varietà degli aspetti coinvolti, per l'esecuzione di analisi strutturali sugli edifici storici sono state sviluppate diverse strategie di modellizzazione rispetto alle quali applicare – e comparare – diversi metodi di analisi. Nel seguito, verrà presentata – criticamente – una panoramica delle principali **strategie di modellizzazione** e, quindi, dei **metodi di analisi**, evidenziandone i relativi vantaggi e svantaggi.

1.2.1 Strategie di modellazione

Gli edifici in muratura storica sono il risultato di diversi processi di trasformazione avvenuti nel corso dei secoli. Tali modifiche hanno potuto riguardare l'intero fabbricato o alcune parti di esso, alterando la geometria e, conseguentemente, il comportamento meccanico originario. Precisi rilievi geometrici e strutturali sono dunque necessari quando si trattano strutture storiche: solo un'attenta analisi critica del sistema strutturale del fabbricato consentirà l'attuazione di schematizzazioni utili a ridurre l'onere computazionale e facilitare la lettura dei risultati. Le scelte operate nella strategia di modellazione non potranno fare a meno di considerare:

- la geometria della struttura;
- l'interazione tra struttura e ambiente;
- la morfologia della costruzione;
- le fasi edificazione;
- il degrado ed il danneggiamento.

Relativamente al primo punto, la simmetria rappresenta una delle possibili semplificazioni nello studio di strutture o di singoli elementi strutturali: sarà sufficiente valutare il comportamento di una delle parti in cui può essere scomposta la struttura essendo il comportamento delle singole porzioni il medesimo. Dislivelli del terreno, muri fuori piombo e variazioni nello spessore murario sono soltanto alcuni degli elementi di irregolarità che non rendono possibili tali semplificazioni.

Analogamente, una riduzione dei gradi di libertà della struttura può essere ottenuta con l'identificazione delle sezioni più significative sulle quali svolgere analisi piane (pareti e orizzontamenti).

L'utilizzo di elementi bidimensionali (o monodimensionali se il comportamento strutturale di quel particolare elemento lo consente) al posto di quelli a 3 dimensioni consente un alleggerimento dell'onere computazionale. Tale strategia, utile per elementi quali pilastri o travi (1D) oppure pareti, solai, volte o cupole (2D) è infruttuoso per le strutture massive e quindi caratterizzate da tre grandezze prevalenti.

Altri fattori influenti nella schematizzazione della struttura sono gli ampliamenti o le sopraelevazioni, molti dei quali realizzati con tecniche e materiali tali da non garantire un collegamento – e quindi un'interazione – con le parti preesistenti. A meno poi di valutazioni specifiche, la tipologia di terreno su cui insiste la costruzione potrà influenzare notevolmente il comportamento (caso di terreni cedevoli).

In ultimo, ma non meno importante, la rigidità dei solai rappresenterà un fattore di grande variabilità nel comportamento globale della costruzione in relazione all'interazione tra questi e le pareti a cui sono collegati: un grado di accoppiamento sufficiente permetterà di trascurare i meccanismi di primo modo [9], concentrandosi sul solo comportamento nel piano delle pareti.

Come già anticipato, il primo *step* nella definizione della geometria dell'edificio consiste nell'identificazione del sistema strutturale portante. A tal riguardo, una profonda conoscenza dell'edificio è realizzabile solo attraverso la consultazione delle fonti bibliografiche ed archivistiche [10]. Successivamente, occorre discernere gli aspetti architettonici da quelli puramente strutturali al fine di predisporre il modello di calcolo da impiegare nelle simulazioni. Generalmente, i pacchetti *software* di progettazione assistita da computer [11] vengono utilizzati per costruire manualmente la geometria che però, in alcuni casi, non risulta essere implementabile nell'analisi numerica basata sulla definizione di una *mesh* a causa di: problemi di compatibilità, errori di *mesh*, *mesh* eccessivamente raffinate, ecc. Per superare queste difficoltà, ci si avvale di

Capitolo 1

diverse strategie che prevedono la generazione automatica di *mesh* di edifici storico-monumentali mediante l'inserimento di nuvole di punti tridimensionali, acquisite con laser scanner terrestri oppure con fotogrammetria digitale [12-17]. In esse, hanno anche rilevanza le scelte sulle modalità di costruzione del modello geometrico che, generalmente, può avvenire mediante diverse modalità di rappresentazione matematica delle superficie complesse, quali, ad esempio, le *Non-Uniform Rational B-Splines* (NURBS) [18, 19] oppure i *Bezier Volumes*.

Il comportamento delle strutture in muratura può essere, dunque, oggi rappresentato grazie ad una vasta gamma di strategie di modellazione, utilizzate e sviluppate negli anni per far fronte alle diverse problematiche. Dai più semplificati a quelli altamente avanzati, ciascuno di questi metodi presenta vantaggi e svantaggi nella loro applicazione e questo implica la loro conoscenza al fine di individuare la tecnica più appropriata da applicare ai problemi reali. Un ruolo primario è poi svolto dall'ottimizzazione dei parametri di ingresso nei modelli numerici – determinabili con formule fenomenologiche o evidenze sperimentali – da cui dipendono i risultati e l'affidabilità delle simulazioni.

Nonostante una significativa parte delle strutture esistenti sia costruita in muratura, una chiara distinzione va fatta tra costruzioni monumentali ed ordinarie per questioni legate alla geometria, ai materiali e ai dettagli costruttivi. Tratto comune sono, comunque, le scarse *performance* sismiche che spingono le strutture a lesionarsi – ed eventualmente a collassare – anche per scosse sismiche di bassa intensità. A causa proprio della complessità della risposta meccanica della muratura e delle irregolarità geometriche delle costruzioni, si preferisce oggi puntare sugli strumenti numerici rispetto a quelli analitici: non più simulare il solo comportamento delle strutture, ma valutare la sicurezza dell'edificio in muratura prevedendone la risposta strutturale rispetto alle azioni attese.

Analisi limite

La muratura è il primo materiale composito in cui le due fasi sono rappresentate dai mattoni (o blocchi) e dalla malta che funge da legante all'interfaccia. Ciò implica che il materiale non obbedisca alla teoria dell'elasticità, ma sia caratterizzato da un comportamento altamente non lineare ed abbia: una risposta fragile in tensione con resistenza a trazione molto bassa; una risposta a taglio dovuta all'attrito e all'ingranamento tra i conci nel caso di murature in materiale irregolare; anisotropia. Ancora oggi, gli studiosi si occupano di ricercare modelli completi che descrivano tutta la complessità del comportamento meccanico della muratura. Tuttavia, le

strutture in muratura stanno in piedi in quanto obbediscono a condizioni dell'equilibrio di cui i primi a formulare delle leggi furono Gregory, De La Hire (Fig. 1.1a) [20], Poleni (Figg. 1.1b, c) [21] e Coulomb [22].

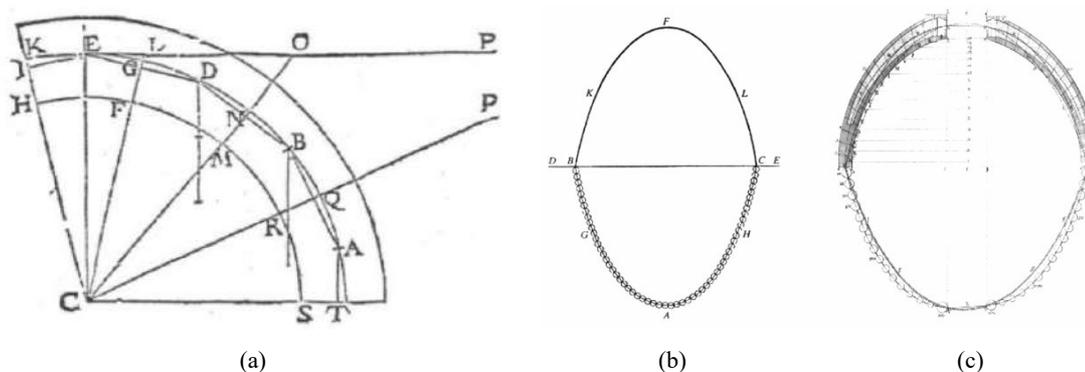


Fig. 1.1: - Schema di analisi delle reazioni scambiate dai conci di un arco secondo de La Hire, 1695 (a); il disegno di Poleni sull'analogia di Hooke tra un arco e una catenaria sospesa (b), e la sua analisi della Cupola di San Pietro a Roma nel 1748 (c).

Tra queste, l'analisi limite formulata da Heyman [23-25] sintetizza tutte le menzionate teorie classiche basate su considerazioni di equilibrio. Sebbene elencata all'interno delle strategie di modellazione, l'analisi limite può essere immaginata anche come un vero e proprio metodo di analisi per la determinazione del carico di collasso – staticamente (limite inferiore) e cinematicamente (limite superiore) ammissibile – di un sistema strutturale su cui si avanzano le seguenti ipotesi: (i) la muratura non ha una resistenza a trazione; (ii) la resistenza a compressione presenta valori infiniti; (iii) l'assenza di scorrimento tra i blocchi in cui si può immaginare essere scomposta la muratura. Sotto tali ipotesi, il collasso dell'elemento murario sarà raggiunto per lo sviluppo di un numero sufficiente di cerniere plastiche (lesioni) tali da trasformare il sistema in un meccanismo (labile) formato da blocchi (Fig. 1.2). Su tale cinematiso, potrà quindi essere applicato il PLV al fine di individuare il valore del moltiplicatore dei carichi (solo esterni) che attiva il meccanismo, restituendo un limite superiore del carico ultimo.

Tale metodologia è stata applicata, negli anni, dapprima per l'analisi cinematica dei meccanismi di rottura ricorrenti nelle strutture murarie [26, 27], e poi per investigare la stabilità delle volte in muratura [28], anche attraverso semplici soluzioni di statica grafica [29, 30]. De Luca *et al.* [31, 32], Giordano *et al.* [33] e, più recentemente, Brandonisio *et al.* [34] hanno utilizzato il PLV per ricavare espressioni chiuse e semplificate per il calcolo del moltiplicatore di collasso di elementi strutturali più semplici, come portali ed archi. Di recente sono stati, inoltre, sviluppati approcci più complessi basati sull'analisi limite numerica che permettono di ricavare la curva delle pressioni nelle strutture voltate attraverso l'applicazione del teorema statico [35] e cinematico

[19] su equazioni differenziali non lineari, in problemi di ottimizzazione strutturale o nella programmazione visuale.

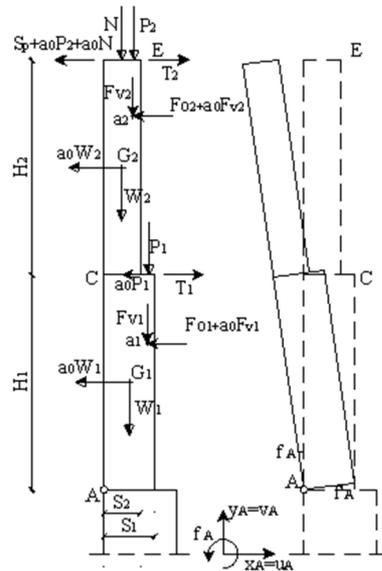


Fig. 1.2: Analisi del moltiplicatore di collasso per parete monolitica a più piani: applicazione del teorema cinematico dell'analisi limite.

Un grosso inconveniente dell'analisi limite è quello di riuscire a fornire solo un'indicazione sulla sicurezza di una struttura (valore del moltiplicatore di collasso) in una condizione limite (il meccanismo di collasso). Non restituisce, dunque, alcuna informazione sul progressivo danneggiamento della struttura [36-38] e sul suo comportamento post-picco che diventa essenziale nelle procedure di valutazione sismica basate sugli spostamenti. Presenta però il grande pregio di essere una metodologia semplice, applicabile agevolmente da parte dei professionisti [39, 40].

Modellazioni semplificate

Le limitazioni dell'analisi limite per lo studio di intere strutture ha portato a sviluppare, negli ultimi decenni, diverse metodologie semplificate in grado di prevedere il comportamento sismico non lineare delle strutture ordinarie (edifici) in muratura. Il vantaggio principale di tali applicazioni consisteva in un onere computazionale abbastanza ridotto a fronte, però, di ipotesi poco raffinate. Il primo di questi è il cosiddetto **metodo POR**, sviluppato dal ricercatore sloveno Tomazevic nel 1978 [41], la cui implementazione risultava di facile applicabilità anche in campo pratico in un periodo di ancora scarsa diffusione dei computer. L'applicazione di tale procedimento di calcolo, anche manuale, rendevano possibile l'esecuzione dell'analisi

incrementale su una struttura schematizzata in maniera molto semplificata, tenendo conto del solo contributo resistente degli elementi murari disposti verticalmente e trascurando la rigidezza reale delle fasce orizzontali, anch'esse in muratura. Ne viene fuori un modello a mensole (Fig. 1.3), collegate – ai diversi livelli – dai solai infinitamente rigidi, in cui gli elementi murari verticali – unica sede possibile per deformazioni e rotture – sono da considerarsi a rotazioni impedite alle estremità [42]. Nonostante i limiti di applicazione che lo rendono ormai superato, al metodo POR va riconosciuta l'importanza storica di aver introdotto una tecnica di analisi non lineare nell'ambito di strutture in muratura.

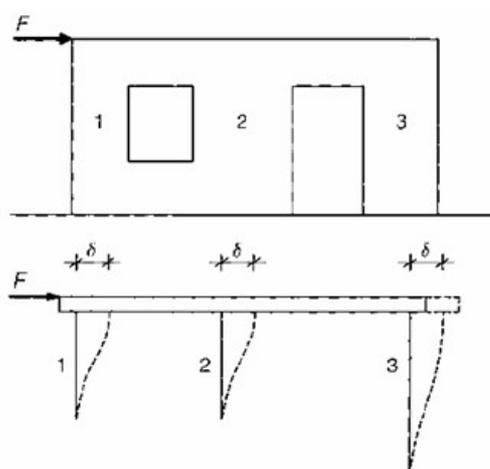


Fig. 1.3: Metodo POR con elementi murari a rotazione impedita e orizzontamento infinitamente rigido [41].

Un'evoluzione del precedente metodo è rappresentato dall'utilizzo del cosiddetto “**modello a telaio equivalente**”. In esso l'edificio in muratura è rappresentato da una struttura a telaio equivalente costituita da elementi pilastro-trave non lineari e da nodi rigidi all'incrocio tra essi [43, 44]. Secondo l'approccio del modello a telaio equivalente, ogni parete dell'edificio è suddivisa in macro-elementi distinguibili in “maschi murari” (parte di parete compresa, orizzontalmente, tra due aperture contigue), “fasce di piano” (travi di accoppiamento in muratura ordinaria comprese, verticalmente, tra due aperture contigue) e “nodi rigidi” (le restanti parti comprese tra maschi e fasce). Il comportamento non lineare dei maschi murari e delle fasce di piano è simulato da elementi di telaio non lineari collegati da nodi rigidi per i quali il danneggiamento non può verificarsi. Diversi sono stati, negli anni, i modelli proposti per descrivere il comportamento dei macro-elementi da impiegare nella modellazione della struttura. I principali modelli a telaio equivalente utilizzati al giorno d'oggi sono divisibili in due categorie sulla base del tipo di macro-elemento utilizzato:

Capitolo 1

- Modelli a macro-elementi monodimensionali;
- Modelli a macro-elementi bidimensionali.

Relativamente ai primi, la schematizzazione a telaio avviene attraverso delle aste, deformabili a taglio e a flessione, posizionate sull'asse baricentrico dei maschi e delle fasce (Fig. 1.4). L'intersezione dà origine ai nodi rigidi [45]. Si valuta, così, il comportamento nel piano della parete soggetta ad azioni orizzontali con un modesto onere computazionale, a fronte di una non accurata riproduzione della geometria e della cinematica della struttura [46].

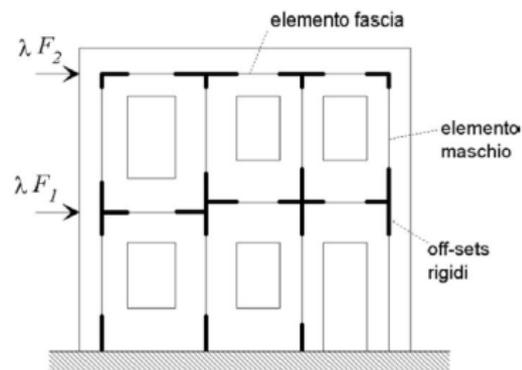


Fig. 1.4: Esempio di schematizzazione a telaio equivalente con elementi monodimensionali [47].

A differenza dei modelli monodimensionali, in questa tipologia i maschi murari, le fasce di piano e i nodi rigidi vengono rappresentati da macro-elementi bidimensionali [48]: non più dunque semplici aste, ma interi pannelli che rispecchiano le reali dimensioni degli elementi murari (Fig. 1.5).

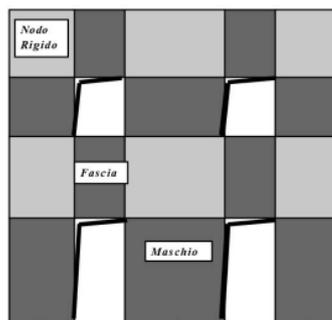


Fig. 1.5: Esempio di schematizzazione a telaio equivalente con elementi bidimensionali [47].

Nel 1996, Gambarotta e Lagomarsino [49] hanno proposto un modello a macro-elementi bidimensionali non lineari (Fig. 1.6) – e rappresentativo di un intero pannello in muratura – che consentiva, con un numero limitato di gradi di libertà, di riprodurre le due principali modalità di rottura della muratura nel proprio piano: presso-flessione e taglio-scorrimento (prevedendo

l'attrito tra gli elementi). Mediante l'utilizzo di variabili interne, questo modello riusciva a prevedere l'evoluzione del danno dovuto a rottura per taglio-scorrimento mediante il decadimento di resistenza – meglio conosciuto come *softening* – e rigidità. La validità di questo modello – ulteriormente perfezionato e migliorato da diversi autori [50-53] – ha fatto sì che nell'Ordinanza del Presidente del Consiglio dei Ministri 3274/2003 [54], con la modifica OPCM 3431/2005 [55], al punto 4.4, il modello stesso venisse preso in considerazione per la “modellazione delle strutture con la finalità dell'analisi sismica globale”, precedendo, di fatto, i dettami della Normativa Tecnica per le Costruzioni del 2008 [56] con annessa Circolare Esplicativa 617/2009 [6]. Tale modellazione, pur presentando diversi aspetti di novità, anche in relazione alla possibilità di essere più speditiva, aveva alcune criticità legate alla sostituzione di una porzione in muratura con un elemento a telaio. Oltre all'imprecisione nell'interazione tra i macro-elementi dovuti alla presenza dei conci rigidi, diventava difficile – se non impossibile – la modellazione per le geometrie complesse – come le chiese o comunque tutti gli edifici a carattere specialistico in cui manca una chiara divisione dell'edificio in pareti ed orizzontamenti – nonché la definizione delle modalità di *cracking* dei pannelli.

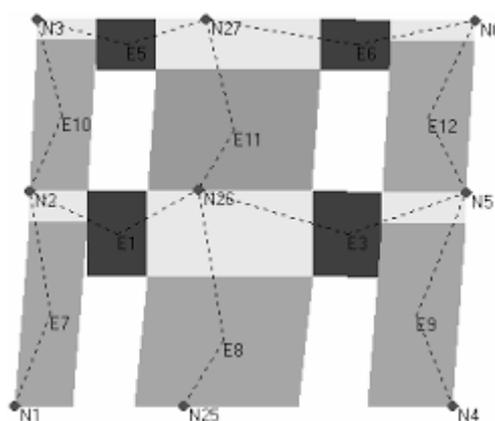


Fig. 1.6: Parete meshata come un insieme di macro-elementi 2D [49].

Al fine di cogliere il comportamento non lineare di un'intera parete in muratura e, quindi, dell'intero edificio – visto, a sua volta, come un assemblaggio di più pareti – alcuni autori hanno proposto l'uso di un'altra tipologia di macro-elementi bidimensionali [57]. Sulla base di questo approccio, Calìo *et al.* [58] hanno proposto un macro-elemento di base consistente in un quadrilatero deformabile ai nodi con bordi rigidi, in cui il comportamento a taglio – a livello locale del singolo macro-elemento – è regolato dalla presenza di due molle diagonali (Fig. 1.7). Altre molle, distribuite lungo i bordi rigidi del macro-elemento, hanno il compito di governare

l'interazione con i macro-elementi adiacenti, definendo la risposta a flessione e taglio-scorrimento a livello globale.

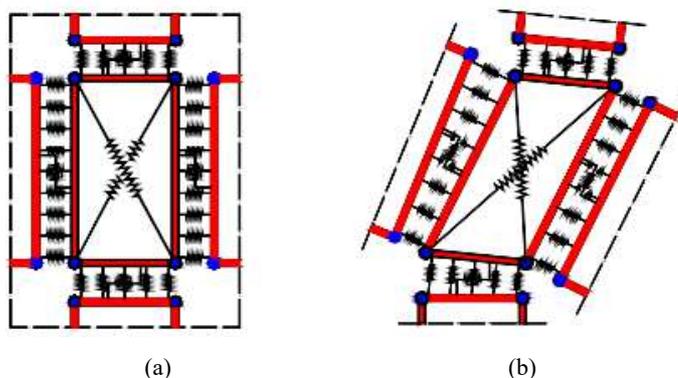


Fig. 1.7: Macro-elemento 2D con molle: configurazione indeformata (a); configurazione deformata (b) [58].

Tali modelli semplificati vengono oggi comunemente utilizzati anche per l'analisi di edifici storici attraverso l'implementazione in programmi di calcolo automatico. Tuttavia, essi mal si prestano nella simulazione del comportamento sismico di alcuni particolari tipi di edifici storici caratterizzati da una geometria complessa ed in cui sono presenti elementi monodimensionali – archi – e bidimensionali – volte e cupole – che meritano una trattazione a parte. Relativamente agli **archi** – oltre alla possibilità di applicare l'analisi limite prima enunciata – ancora oggi vengono studiati e verificati mediante la **costruzione grafica del poligono funicolare** del sistema di vettori che rappresentano e pesi dei singoli conci, assumendo la condizione che passi per punti prefissati in chiave e lungo l'arco. Tale metodo si diffuse attorno alla metà del XIX secolo ed è stato usato da Moseley nel 1843 e divulgato, successivamente, da Mery. Esso si basa sull'effettiva possibilità che si verifichi il meccanismo di rottura secondo le tre lesioni indicate da Mascheroni, avanzando delle ipotesi in merito all'applicabilità dello stesso circa la forma dell'arco (che deve essere simmetrico, anche nei riguardi delle condizioni di carico, a tutto sesto, avere uno spessore costante ed una luce massima di 8-10 m) e le sue caratteristiche materiche (essere realizzato in un materiale "omogeneo" con un riempimento che può considerarsi "incoerente" in quanto non partecipante alla resistenza dello stesso). Affinché l'arco risulti verificato, è necessario che la curva delle pressioni – la quale descrive a livello locale e globale l'equilibrio dell'arco – passi per il terzo medio superiore in chiave e quello inferiore alle reni e che sia sempre contenuta all'interno del nocciolo centrale d'inerzia di ciascuna sezione in cui si può immaginare essere scomposto l'arco. A differenza di questo metodo, Heyman propose, nel 1982 all'interno del suo testo "*The Masonry Arch*" [24], un criterio di sicurezza della stabilità degli archi noto anche come "*Safe*

Theorem” per il quale, facendo valere le condizioni di applicabilità dell’analisi limite, egli affermava che “se esiste una linea delle pressioni per l’arco completo, che sia in equilibrio con i carichi applicati, incluso il peso proprio, e che risulti ovunque interna allo spessore dell’arco in ogni punto in corrispondenza di ogni sezione, allora l’arco può considerarsi in condizione di sicurezza” (Fig. 1.8). Il metodo, dunque, risulta applicabile ad archi di qualsiasi forma e con condizioni di carico non simmetriche, prefiggendosi di individuare, ai fini della sicurezza dell’arco, non la vera curva delle pressioni, ma almeno una contenuta all’interno del suo spessore.

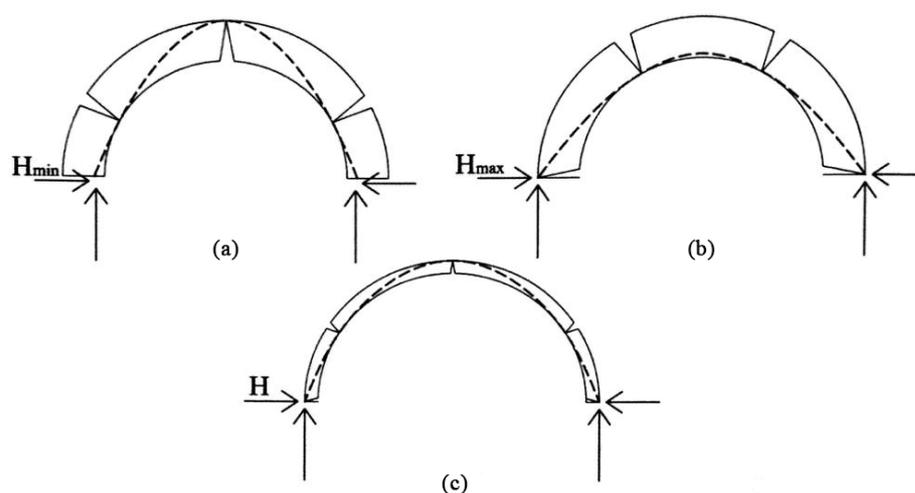


Fig. 1.8: Posizione della curva funicolare corrispondente alla spinta minima (a) e massima (b); arco fittizio con spessore ridotto in cui si ha l’attivazione di un meccanismo di collasso con formazione di 5 cerniere plastiche (c).

Metodi semplificati per lo studio di **volte** e **cupole** prevedono l’utilizzo della teoria membranale che le assimila a delle strutture laminari sottilissime prive di rigidità flessionale e torsionale. Esse sono soggette, in ogni punto, soltanto a sforzi agenti nel piano tangente, dunque esenti da momenti flettenti e torcenti nonché da sforzi di taglio; in altri termini, le tensioni sono uniformemente ripartite nello spessore della membrana. Per calcolare gli sforzi nelle membrane basta imporre le condizioni di equilibrio (Fig. 1.9), per cui il problema è staticamente determinato (internamente). Diventa, poi, particolarmente semplice nel caso molto frequente delle membrane aventi la forma di una superficie di rivoluzione – tipicamente, le cupole – e caricate con simmetria radiale tali che i carichi siano in equilibrio con gli sforzi di membrana [59]. Nei casi generali di forze non simmetriche o di membrane di forma qualsiasi – come, ad esempio, le volte – il problema, pur essendo staticamente determinato, richiede la risoluzione di un sistema di equazioni alle derivate parziali. Il calcolo, in questo caso, tiene conto dell’influenza dei bordi, che ne limitano lo sviluppo lungo la generatrice, rispetto ai quali vengono definite le condizioni da

rispettare per la determinazione delle reazioni interne e, conseguentemente, delle sollecitazioni indotte nella volta [60].

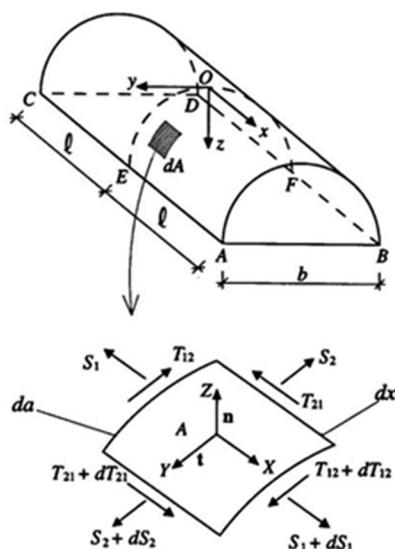


Fig. 1.9: Analisi membranale della volta a botte: sforzi interni per un elementino generico.

Metodo agli elementi finiti FEM

Strategie di modellazione che adottano modelli semplificati – quali il modello a telaio equivalente – hanno trovato largo impiego negli ultimi anni per lo studio della vulnerabilità sismica di edifici in muratura con caratteristiche di regolarità in pianta e in alzata e per i quali è chiara la suddivisione delle pareti in maschi murari e fasce di piano. Quando ciò diventa meno evidente – come nel caso di particolari edifici storici monumentali – modellazioni al continuo si rendono necessarie in quanto riescono a riprodurre, più fedelmente, il comportamento sotto l’azione sismica. È per tale ragione che vengono impiegati approcci basati sul *Finite Element Method* (FEM) mediante i quali è possibile modellare strutture aventi qualsiasi geometria, associando sofisticati modelli ai materiali costituenti e capaci di tenere in considerazione il comportamento fortemente non lineare della muratura. Le analisi si conducono su modelli di calcolo continui che vengono discretizzati attraverso una *mesh* di elementi finiti aventi dimensioni tali da non riprodurre, fedelmente, i blocchi di muratura, ma da rappresentare l’organismo edilizio attraverso i criteri propri del metodo FE.

Date le caratteristiche meccaniche della muratura, la formulazione di leggi costitutive omogenee adeguate per il materiale rappresenta, da sempre, un tema a cui è rivolta l’attenzione dei ricercatori. Generalmente, le leggi costitutive impiegate per rappresentare il comportamento

meccanico della muratura possono essere descritte utilizzando approcci diretti [11, 61-67] (Fig. 1.10) – cioè attraverso leggi costitutive stabilite sulla base di test sperimentali – oppure mediante procedure di omogeneizzazione [68-74] e approcci multiscala [75-77] (Fig. 1.11) – in cui la legge costitutiva del materiale, concepita omogenea nel modello in scala strutturale, è dedotta da una procedura di omogeneizzazione che collega tale modello ad uno in scala materiale e che incarna le principali eterogeneità della muratura. Le procedure di omogeneizzazione si basano, comunque, su strategie di modellazione accurate di un elemento di volume rappresentativo, meglio conosciuto come RVE (*Representative Volume Element*).

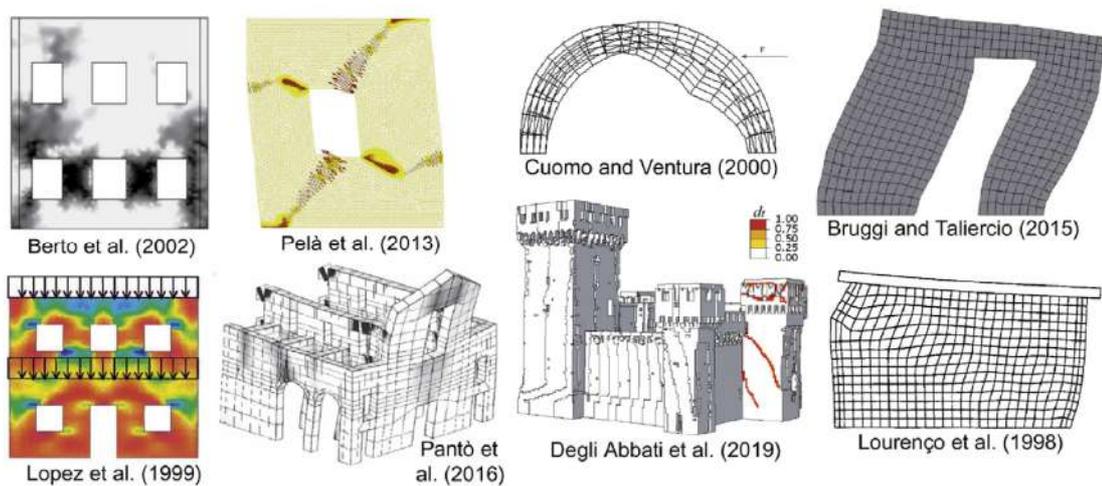


Fig. 1.10: Esempi di modelli continui: approcci diretti [78].

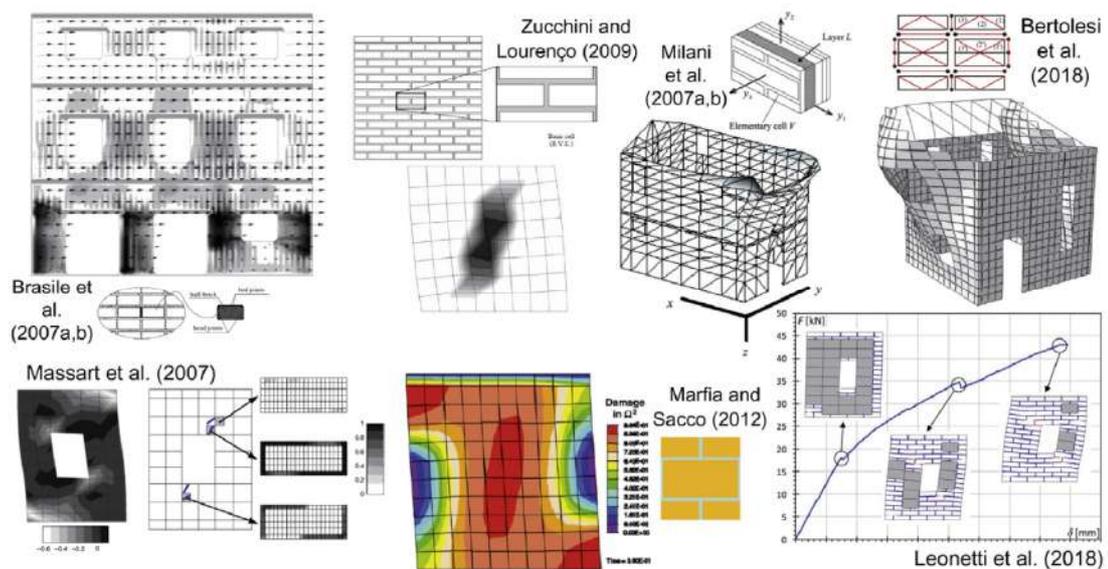


Fig. 1.11: Esempi di modelli continui: procedure di omogeneizzazione e approcci multiscala [78].

Tuttavia la dimensione della *mesh* è un parametro di *input* della macro-modellazione FE, spesso oggetto di analisi di sensitività necessarie ad individuare un passo che rappresenti il giusto compromesso tra onere computazionale e accuratezza della soluzione. Questo significa che essa potrebbe essere considerevolmente maggiore della dimensione del blocco, e viceversa. In generale, la domanda computazionale di strategie numeriche basate sul “macro-modello” è inferiore rispetto alle strategie basate su approcci che prevedano l’utilizzo di due materiali differenti, uno per i blocchi e l’altro per i giunti di malta (“micro-modello”). Sebbene questo approccio possa apparire molto semplice, il suo principale svantaggio deriva dal numero estremamente elevato di elementi da generare quando la struttura aumenta di dimensioni e complessità. Ciò rende improbabile l’uso di micro-modelli per l’analisi globale di interi edifici, anche considerando il fatto che l’effettiva distribuzione di blocchi e giunti potrebbe essere impossibile da rilevare se non vengono condotte indagini invasive. I modelli di materiali equivalenti hanno dimostrato di essere in grado di cogliere alcuni aspetti del comportamento globale senza il numero di parametri e lo sforzo di elaborazione necessari nel micro-modello [79].

La modellazione “macro” basata sul FEM è oggi ampiamente utilizzata per analizzare non solo singoli elementi strutturali [80-83], ma anche complesse costruzioni storiche, quali la basilica di Santa Sofia [84], la cattedrale gotica di Maiorca [85], palazzi storici [86], strutture difensive [87] e chiese in muratura [88, 89], tra cui quelle danneggiate durante i recenti terremoti avvenuti a L’Aquila e in Emilia Romagna [90-93]. Importanti monumenti sono stati studiati utilizzando approcci diretti in cui il comportamento meccanico complessivo della muratura è, in qualche modo, approssimato dalle leggi costitutive del *continuum*. Tra questi, abbiamo quelli che adottano l’ipotesi di materiale Non Resistente a Trazione (NRT), e dunque un *continuum* isotropo con comportamento elastico-lineare, ma perfettamente privo di tensione [94]. Altri autori hanno sviluppato degli approcci FE che utilizzano il teorema dell’energia complementare per strutture elastiche prive di resistenza a trazione [62, 63, 95-99]. L’applicazione di tali approcci nello studio di casi reali 3D è stato testato solo di recente [100], anche a causa dell’impossibilità di valutare la risposta post-picco delle strutture in muratura mediante approcci *no-tension*.

Lo sviluppo di leggi costitutive non lineari per le simulazioni numeriche di componenti in calcestruzzo ha fatto sì che queste venissero implementate, con grande successo, anche nello studio delle costruzioni in muratura. Tali approcci diretti al continuo si basano sulle teorie della meccanica della frattura [101, 102] o del danno [103], ma anche della plasticità [104-106]. I principali modelli di materiale che oggi vengono impiegati dai maggiori *software* commerciali sono il *Concrete Damaged Plasticity* (CDP) ed il *Concrete Smeared Cracking* (CSC). Essi hanno

trovato largo utilizzo per lo studio di torri storiche in muratura [107-109], chiese e templi [8, 93, 110, 111], palazzi [12, 64, 112, 113] e ponti [114, 115]. Vale la pena notare che questi studi, a causa della complessità delle geometrie delle strutture monumentali storiche, sono basati su modelli 3D che riproducono, quasi puntualmente, la geometria dell'intera struttura da indagare senza – o con poche – semplificazioni (Fig. 1.12).

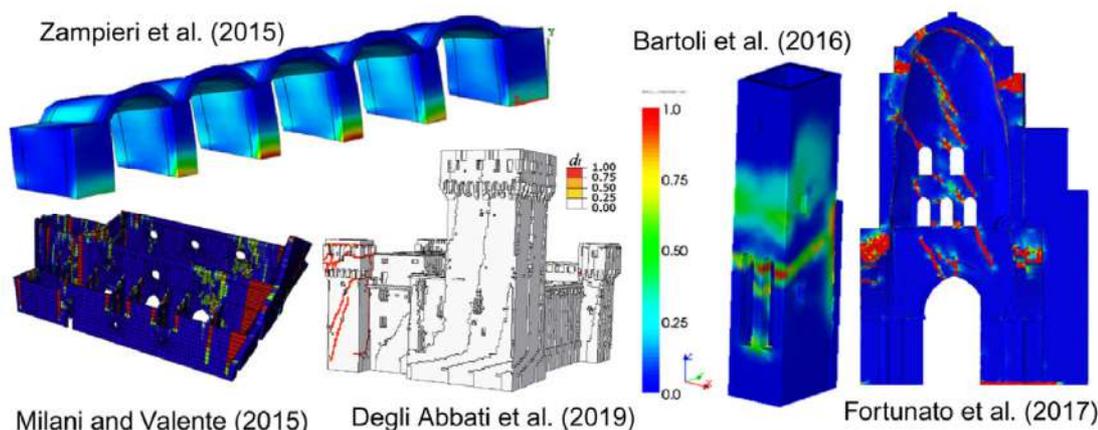


Fig. 1.12: Esempi di approcci isotropi continui diretti applicati su strutture monumentali storiche [78].

Tali modellazioni, se pur rigorose, risultano molto sensibili ai cambiamenti nelle condizioni al contorno e alla cronologia dei carichi, con la possibile formazione di crepe in luoghi impreveduti [30]. È necessario, dunque, che le soluzioni fornite da un modello FEM debbano essere confrontate, e dunque validate, con le informazioni che la struttura è in grado di dare relativamente al quadro fessurativo rilevato *in situ*, prove sperimentali e sistemi di monitoraggio strutturale [116]. Studi parametrici capaci di valutare l'influenza sul modello iniziale per variazioni delle condizioni al contorno (vincoli) e delle proprietà dei materiali (anche in relazione al degrado) possono essere molto utili nei processi di validazione [117].

Metodo agli elementi discreti DEM

Il *Discrete Element Method* [11] viene utilizzato nel campo della dinamica delle costruzioni in muratura non rinforzate mediante la riproduzione dell'interazione tra i blocchi (rigidi o deformabili) di cui si compone la struttura stessa. Questo metodo fu originariamente proposto da Cundall [118, 119] per l'investigazione dei materiali granulari e discontinui e si basa sull'integrazione dell'equazione del moto degli elementi discreti e consente di considerare i grandi spostamenti con l'aggiornamento sequenziale degli elementi posizione. Negli ultimi due decenni l'applicazione del DEM è stata estesa alla muratura per simulare la risposta di semplici

elementi strutturali in moto; una rassegna sulla letteratura disponibile in questo ambito di studi è stata fornita da Lemos [120], dove vengono discusse le opere di Livesley [121], Gilbert e Melbourne [122, 123] Orduna e Lourenço [40], Baggio e Trovalusci [124]. L'utilizzo del DEM per l'analisi di strutture complesse come le chiese è rimasta una questione ardua per parecchio tempo [125]. Solo di recente, Clementi *et. al* [126] hanno studiato numericamente tale tipologia di architetture mediante un codice DEM che implementa il metodo del *Non-Smooth Contact Dynamics (NSCD) method* basandosi su una particolare formulazione dell'equazione del moto, come spiegato per la prima volta da Moreau nel 1988 [127, 128]. In questo ambito i modelli di calcolo sviluppati seguivano la reale geometria dei blocchi acquisita con fotogrammetria digitale, utilizzando un assemblaggio dei mattoni di dimensioni maggiori per tener conto dello spessore della malta. I principali vantaggi del modello proposto riguardano la possibilità di riprodurre il comportamento non regolare della muratura vicino al collasso che altre analisi sofisticate – come la micro-modellazione che distingue blocchi, malta e interfaccia – non riescono a fare. Inoltre i giunti tra i blocchi rappresentano dei piani naturali di debolezza predefiniti che, nel DEM, sono resi particolarmente evidenti nella rappresentazione del quadro fessurativo (Fig. 1.13). I metodi NSCD hanno, in qualche modo, superato la principale limitazione del metodo riguardante la fattibilità computazionale dell'analisi (che poteva limitare fortemente il numero di elementi da poter includere in un modello). Tuttavia i tempi di calcolo risultano essere particolarmente lunghi (si parla anche di mesi per alcune elaborazioni). Ragion per cui la scelta del modello numerico da impiegare riflette non solo quelle che sono le caratteristiche di regolarità geometrica e costruttiva dei casi studio da indagare, ma anche i risultati che si vogliono ottenere.

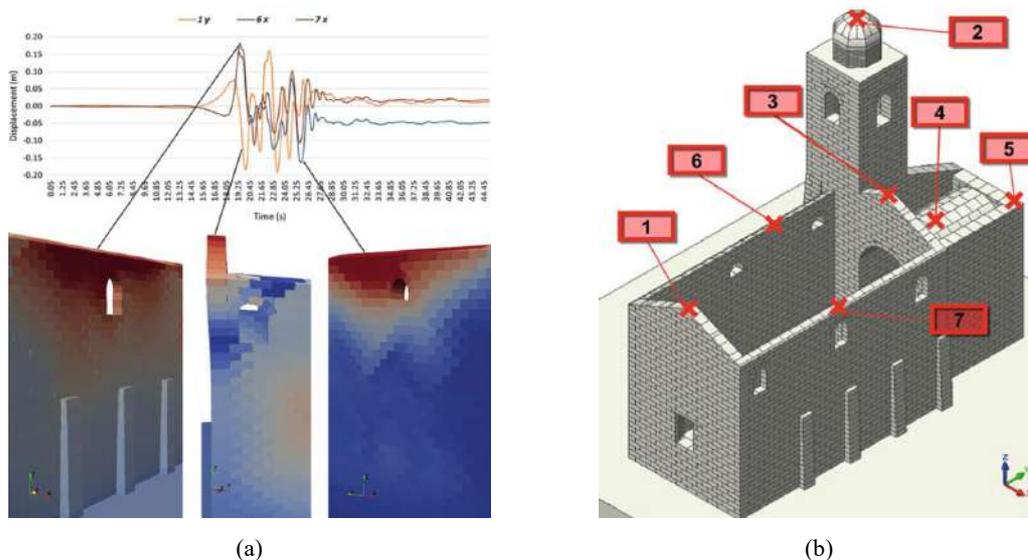


Fig. 1.13: Spostamenti ottenuti dalla time history (a) per diversi punti di controllo (b) per una Chiesa indagata con il metodo NSCD basato su modellazione ad elementi discreti [126].

1.2.2 *Metodi di analisi: overview sui principali approcci*

L'elevato livello di complessità di questi manufatti fa sì che differenti strumenti e metodologie numeriche siano stati impiegati, con successo, come supporto alle indagini sismiche. Tra questi si può far riferimento a particolari tipi di analisi modale necessari ad individuare le parti più vulnerabili di una struttura [129], eseguiti su modelli 3D agli elementi finiti costruiti sulla base dei dati ottenuti mediante laser scanner terrestri [14, 15] o fotogrammetria digitale. Su questi modelli analisi semplificate [130] – basate sull'analisi cinematica – oppure più raffinate – che prendono in considerazione l'analisi statica e dinamica non lineare – vengono successivamente condotte al fine di individuare il comportamento delle costruzioni sotto l'azione sismica.

Generalmente studiare una struttura soggetta a determinati carichi equivale a definire l'evoluzione dello stato di equilibrio *step-by-step*. Ciò significa implementare delle procedure di analisi in cui, per ciascun intervallo, vengono incrementate le quantità in gioco (i carichi, oppure gli spostamenti, a seconda che l'analisi venga condotta in regime di controllo di forze, oppure di spostamenti) fino a raggiungere una nuova configurazione di equilibrio. Nel calcolo incrementale-iterativo due tipi di non-linearità dovranno essere tenute in considerazione: quella del materiale da cui dipenderà la risposta nelle condizioni di collasso e in quelle immediatamente prima che questo avvenga; quella geometrica non essendo più valida l'ipotesi di piccoli spostamenti. Le analisi incrementali-iterative possono essere classificate nelle analisi statica non lineare (chiamata anche *Pushover Analysis* PA) e dinamica non lineare (chiamata anche *time history*, oppure, definita in altri termini *Response History Analysis* RSA). Tuttavia modelli elastici lineari vengono utilizzati per una valutazione preliminare delle strutture in muratura, come ad esempio l'analisi modale per la valutazione dei modi di vibrare (definibile anche come *Eigen-Frequency Analysis* EFA).

Analisi statica non lineare (pushover)

L'analisi statica non lineare avviene, generalmente, sottoponendo la struttura passo dopo passo ad un campo di forze – crescente in maniera monotona – fino a raggiungere il suo collasso. La risposta strutturale evolverà nel tempo – senza però che questi assuma un significato fisico in quanto coinciderà, essenzialmente, con la durata della simulazione – portando gli elementi della struttura, gradualmente, verso il collasso. Di conseguenza, ad ogni evento, la struttura subirà una perdita di rigidità [131] e l'analisi potrà essere condotta in controllo di forze oppure di spostamento (più raramente si farà riferimento al danno evento per evento). L'analisi potrà essere considerata

conclusa quando sarà raggiunta una condizione estrema della struttura tale da non soddisfare più una condizione di equilibrio. Le equazioni differenziali saranno di tipo non lineare – a causa della non linearità meccanica assunta per il materiale – e potranno essere trasformate in equazioni algebriche non lineari e risolte in un contesto numerico. In generale le equazioni non lineari sono linearizzate in modo graduale e risolte usando una procedura iterativa. Tra gli approcci impliciti iterativi più noti [132] ci sono il metodo di iterazione di Picard (o iterazione diretta), il metodo di iterazione di Newton-Raphson ed il metodo Riks. Questi approcci di analisi sono generalmente utilizzati per simulare prove sperimentali quasi-statiche su strutture in muratura e per eseguire la cosiddetta analisi *pushover* di interi edifici. Per quest'ultimi, da un punto di vista numerico, il comportamento *softening* è difficilmente riproducibile, dal momento che si prevedono tipicamente complessità e comportamenti non convergenti della soluzione [133]. Al fine di superare questi problemi, alcuni autori hanno sfruttato l'analisi *time history* non lineare per la realizzazione di analisi quasi-statiche, applicando i carichi in maniera molto lenta e impiegando procedure di integrazione esplicite per la risoluzione di questi sistemi altamente non lineari. Per evitare effetti dinamici impreveduti – e rendere la simulazione quasi-statica – la strategia numerica prevede di utilizzare un incremento temporale molto piccolo, controllando che, durante tutta l'analisi, l'energia cinetica totale della struttura risulti sempre una frazione molto piccola dell'energia interna del modello, ovvero meno del 5% [134, 135]. L'analisi, infatti, si considera interrotta, e dunque la struttura giunta al collasso, quando gli effetti non potranno più essere considerati come statici e cioè quando il rapporto energetico non rispetterà la condizione prima enunciata.

Nell'ultimo decennio, la *Pushover Analysis* (PA) è stata ampiamente utilizzata per l'analisi delle costruzioni in muratura. Sebbene sia frequentemente adottata per la valutazione delle prestazioni sismiche degli edifici *non-standard*, la PA fornisce buoni risultati per le strutture regolari. Ad esempio Magliulo *et al.* [136] hanno proposto una generalizzazione del metodo N2 – presentato per la prima volta da Fajfar e Gašperšič [137] nella valutazione sismica di edifici intelaiati in calcestruzzo armato – attraverso l'introduzione dell'eccentricità accidentale. Come noto le costruzioni in muratura mostrano eccellenti prestazioni strutturali sotto carichi verticali, ma potrebbero collassare per la formazioni di meccanismi locali, di solito attivati per livelli molto bassi delle accelerazioni orizzontali [110, 112]. Normalmente nelle analisi PA viene applicato alla struttura uno schema di carico di forze orizzontali, mantenuto in forma costante insieme alla simulazione, registrando gli spostamenti – monotonicamente crescenti – di un punto di controllo. Il risultato è una relazione tra forza non lineare e spostamento rappresentato da una curva, chiamata curva di capacità della struttura, in cui si plottano il taglio alla base e lo spostamento di

un nodo, selezionato a priori sulla parte superiore delle strutture [113, 138, 139]. Tuttavia la scelta di un unico punto di controllo potrebbe portare ad una valutazione errata della resilienza sismica dei casi studio investigati, evitabile utilizzando un approccio a più punti di controllo [7], in cui i nodi dovrebbero essere selezionati dopo una valutazione dettagliata del quadro fessurativo e di danneggiamento [140]. Alcuni autori hanno proposto questo approccio non solo per studiare interi edifici [85, 113, 138], ma anche per archi e ponti [114], in modo tale che il sistema di rinforzo possa essere scelto valutando correttamente la posizione dei punti deboli della struttura.

Oltre alla selezione del nodo, un aspetto cruciale nella valutazione della risposta sismica di una struttura in muratura è rappresentato dalla scelta di una distribuzione di carico (laterale e simulante l'azione del sisma) adeguata. Non potendo contare su una soluzione unica [131], l'Eurocodice 8 [141], così come le Norme Tecniche Italiane [7, 56], raccomandano di utilizzare almeno due profili di carico: un profilo di carico di forze proporzionali alle masse ed un profilo di carico di forze generalmente distribuite secondo la prima forma modale.

Analisi dinamica non lineare

Nell'analisi dinamica non lineare la struttura viene sottoposta, passo dopo passo, ai carichi e la risposta strutturale si evolve in tempo reale, tenendo conto anche degli effetti di smorzamento e inerzia. Gli effetti delle azioni dinamiche indotte dal terremoto sulle strutture murarie possono essere valutati, in un'analisi dinamica non lineare, attraverso un accelerogramma artificiale spettro compatibile – coerente quindi con lo spettro di risposta definito dalla normativa – lungo le due direzioni orizzontali ortogonali. Per l'esecuzione dell'analisi, schemi espliciti o impliciti di integrazione temporale possono essere impiegati per soddisfare le equazioni del moto durante ogni fase temporale della simulazione [142]. In un metodo esplicito, i nuovi valori di risposta calcolati in ogni *step* si basano solo sulle quantità calcolate nello *step* precedente. Al contrario, in un metodo implicito, le espressioni che generano i nuovi valori per un determinato *step* includono anche valori che appartengono al medesimo *step*. Pertanto i valori di prova delle incognite dovranno essere assunti e perfezionati da successive iterazioni. Tra gli schemi di integrazione temporale più famosi ci sono: il metodo di Newmark, la procedura di Eulero-Gauss, il metodo della differenza centrale, e le procedure di accelerazione lineare. In particolare nel 1959 N. M. Newmark sviluppò una famiglia di metodi numerici *time-stepping* [143] che – osservando i valori della forza esterna ad un passo temporale generalmente costante Δt – forniscono i valori di velocità di spostamento e accelerazione della struttura a partire dai risultati del passo precedente.

1.2.3 Modelli di vulnerabilità a scala territoriale

Nella gestione degli edifici storici, la prevenzione sismica è uno degli obiettivi principali dei ricercatori. Tuttavia una corretta valutazione del patrimonio edilizio richiede la definizione delle caratteristiche degli edifici da esaminare, con particolare attenzione a: (i) il tipo di costruzione (es. calcestruzzo armato o muratura); (ii) l'uso previsto (es. residenziale o specialistico); e (iii) lo stato di conservazione (vale a dire buono o trascurato). Riferendosi ai soli edifici ordinari, la scala dell'indagine è il primo passo di una corretta catalogazione: il restringimento del campo di osservazione è, dunque, necessario per ottimizzare l'efficacia dell'analisi. Negli ultimi decenni diversi sono stati i tentativi per la formulazione di raffinati modelli di raccolta dei dati. A livello regionale i dati CENSUS rappresentano le prime fonti per la classificazione della vulnerabilità degli edifici: i dati provenivano da un'indagine basata sulle interviste dirette oppure costruzione per costruzione, permettendo un'indagine approfondita a fronte di una maggiore difficoltà di accesso alle informazioni [144]. Dalla collaborazione tra il progetto ReLUIIS (Rete Laboratori Universitari Ingegneria Sismica) ed il Dipartimento Protezione Civile (DPC) nasce CARTIS (CARatterizzazione TIpologia Strutturale), uno strumento di conoscenza del territorio basato sul concetto di tipologia edilizia con specifiche caratteristiche strutturali. Questo progetto si basa sullo sviluppo di una metodologia sistematica per valutare l'esposizione al rischio sismico su scala territoriale di edifici ordinari, i quali risultano essere i più diffusi sul territorio e mantengono le medesime proprietà nel tempo. Gli edifici specializzati, come palazzi nobiliari, edifici religiosi, fortezze, richiedono approfondimenti specifici da sviluppare con altre metodologie [8, 145]. La valutazione avviene attraverso la compilazione di due tipi di schede d'indagine: "comparti", a livello comunale, ed "edifici", per la singola struttura. CARTIS risulta, dunque, fortemente adattabile alla diversità degli edifici in tutto il territorio italiano in cui ogni città è il risultato di un'evoluzione storica che l'ha condotta ad assumere i connotati attuali. L'uso di approcci più o meno rapidi consente l'identificazione dei comparti in cui sono concentrate le maggiori criticità in termini di sicurezza strutturale, soprattutto in relazione alla vulnerabilità sismica delle costruzioni. Attraverso la catalogazione è possibile, dunque, individuare gli edifici più vulnerabili su cui programmare il minimo intervento al fine di ottimizzare le risorse tecniche ed economiche.

1.3 Obiettivi e campo di applicazione

Lo scopo di questo lavoro è sviluppare una serie di studi sulle costruzioni storiche in muratura al fine di individuare gli elementi di vulnerabilità più ricorrenti. L'obiettivo è individuare un criterio

quanto più possibile oggettivo per l'esame di tutte le componenti che concorrono a definire il grado di sicurezza di un edificio, passando per:

- i materiali costitutivi e le relative proprietà meccaniche, tenendo conto dello stato di degrado/dissesto presente;
- la geometria della costruzione, definita con strumenti e tecniche tradizionali o che ne prevedano l'utilizzo di nuove tecnologie;
- i modelli analitici e numerici che descrivono il comportamento statico e sismico, anche in relazione al tipo di formulazione impiegata per il modello di calcolo.

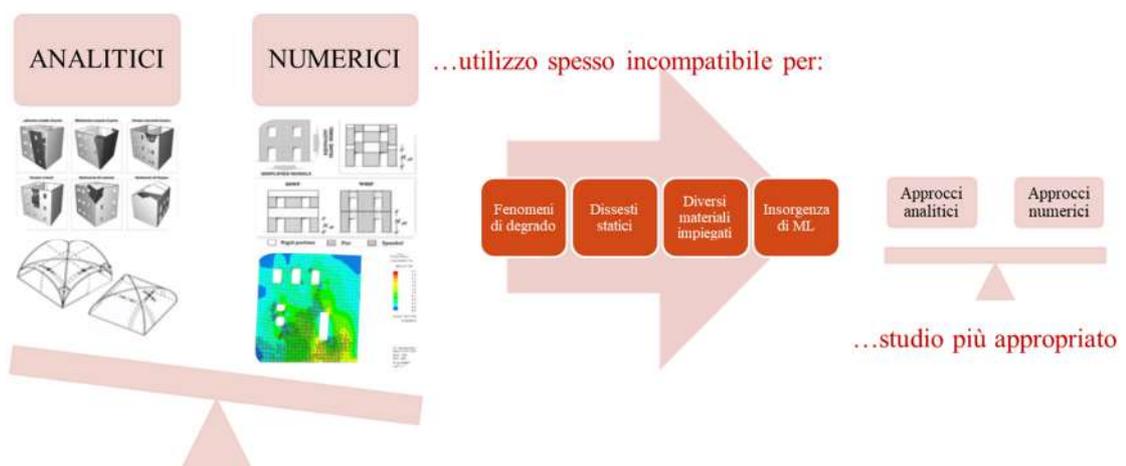


Fig. 1.14: Obiettivi del lavoro di tesi: bilanciamento tra i diversi approcci.

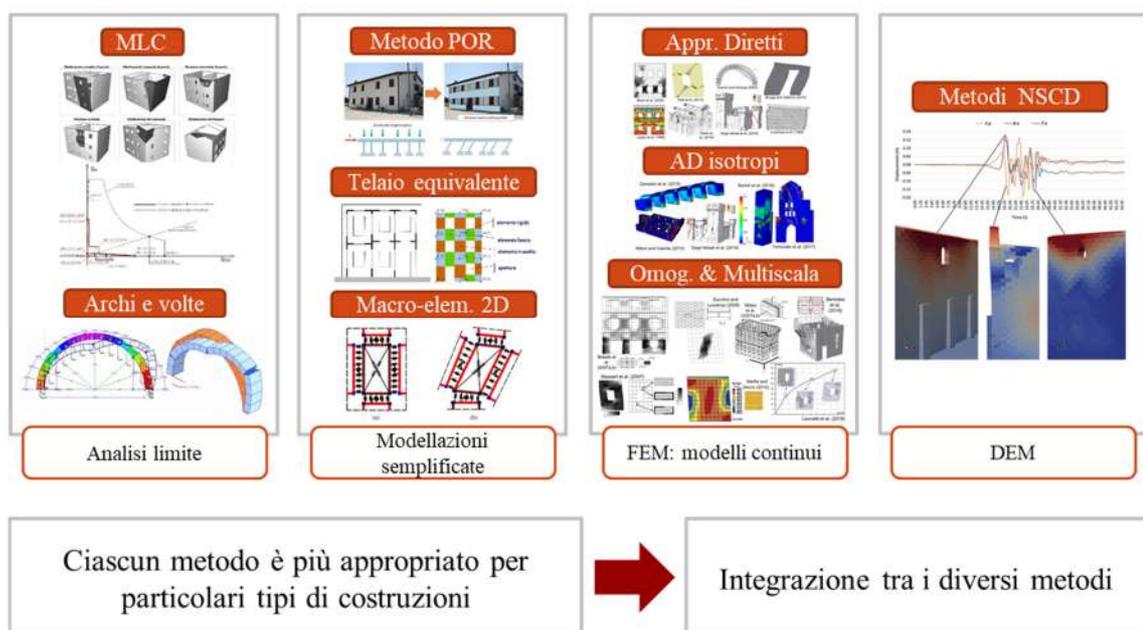


Fig. 1.15: Strategie di modellazione disponibili e proposta di integrazione.

La valutazione del comportamento delle costruzioni storiche in muratura può avvenire attraverso i diversi approcci attualmente impiegati e convalidati dalla comunità scientifica. L'utilizzo degli approcci numerici, sviluppati grazie alle potenzialità offerte dai nuovi processori di calcolo, è spesso incompatibile con alcuni tipi di costruzioni come quelle in muratura dove i fenomeni di degrado e dissesto, così come i materiali impiegati, giocano un ruolo fondamentale nelle metodologie di valutazione del comportamento sismo-resistente delle murature storiche (Fig. 1.14). Per tali ragioni uno studio che accompagni alle analisi numeriche alcuni approcci analitici sembra essere più appropriato in quanto in grado di schematizzare efficacemente la risposta sismica di questi manufatti.

Come illustrato all'interno dello stato dell'arte proposto, numerosi sono gli approcci correntemente impiegati per lo studio del comportamento sismico delle costruzioni in muratura (Fig. 1.15): ognuno di loro risulta maggiormente appropriato per particolari tipi di costruzioni e non è possibile dire, a priori, se un metodo è più valido dell'altro. Pertanto l'integrazione tra loro sembra essere la strada giusta da seguire così da tener conto delle caratteristiche strutturali di ciascuna costruzione storica in muratura. Partendo dallo studio di quegli elementi che si può immaginare abbiano un comportamento indipendente rispetto al resto della struttura, il campo di indagine si allargherà a tutta la struttura, esaminando dapprima la risposta degli edifici in termini di meccanismi locali. In questo quadro le successive analisi globali permetteranno di confrontare i risultati ottenuti utilizzando le diverse strategie di schematizzazione, enfatizzando il ruolo dei meccanismi fuori piano anche attraverso la definizione di nuovi strumenti di rappresentazione del danno, utili nella progettazione dei possibili interventi di consolidamento.

Capitolo 2 – Approcci analitici classici per lo studio locale degli elementi murari

All'interno di questo capitolo verranno affrontati due distinte problematiche ricorrendo a trattazioni semplificate, quali l'analisi membranale delle volte in muratura e l'analisi cinematica di pareti soggette ad azioni fuori piano. Per le prime l'approccio consentirà la valutazione dello stato di tensione interna di elementi strutturali ricorrenti negli edifici di "Classe 1" [146], proponendo delle rappresentazioni grafiche simili a quelle degli approcci più avanzati. Per le seconde, invece, l'analisi sarà finalizzata ad un confronto dei risultati ottenuti tra la trattazione semplificata, basata sull'applicazione del PLV ad alcuni meccanismi ritenuti particolarmente significativi, e quella più robusta effettuata con l'ausilio di un codice di calcolo. In entrambi i casi lo studio è stato finalizzato alla progettazione di rinforzi con materiali innovativi quali gli FRP (Fiber Reinforced Polymer).

Parte delle analisi e dei risultati presentati e discussi in questo capitolo sono già stati pubblicati dai seguenti articoli:

- Olivito, R. S., Tedesco, A., & Porzio, S. (2017). *Stresses mapping of compound vaults: analysis and design of structural strengthening. In Proceeding of the XV International Forum "Le Vie dei Mercanti" – World Heritage and Disasters*, Napoli-Capri, p. 1226-1235.
- Olivito, R. S., Porzio, S., & Tedesco, A. (2019). *An Interdisciplinary Approach for the Seismic Vulnerability Assessment of Historic Masonry Buildings: The Case Study of the Ex Jesuits College in Amantea (Italy). In Structural Analysis of Historical Constructions (pp. 1247-1256). Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-99441-3_134.*

2.1 Analisi statica di volte composte

Lo scopo di questo studio è quello di mostrare l'andamento dello stato tensionale all'interno delle volte composte, vale a dire quelle provenienti dall'intersezione di due volte a botte, mediante delle mappe cromatiche di immediata lettura (Fig. 2.1). Attraverso un procedimento di composizione degli sforzi per ciascuna unghia (volta a crociera) e fuso (volta a padiglione) cilindrico, si arriva alla determinazione del valore di tensione per ciascun punto appartenente alla volta al quale verrà associato il rispettivo colore. Le differenti colorazioni, oltre a mostrare le zone di maggiore criticità, definiscono le cosiddette curve isostatiche delle tensioni principali rispetto alle quali vengono progettati gli interventi di consolidamento mediante l'integrazione delle tecniche tradizionali (frenelli e cerchiature) con i nuovi ritrovati tecnologici (CAA e FRP). Tali studi, effettuati sull'ex Collegio dei Gesuiti di Amantea (CS), si pongono come una metodologia applicabile in qualsiasi contesto di riabilitazione strutturale.

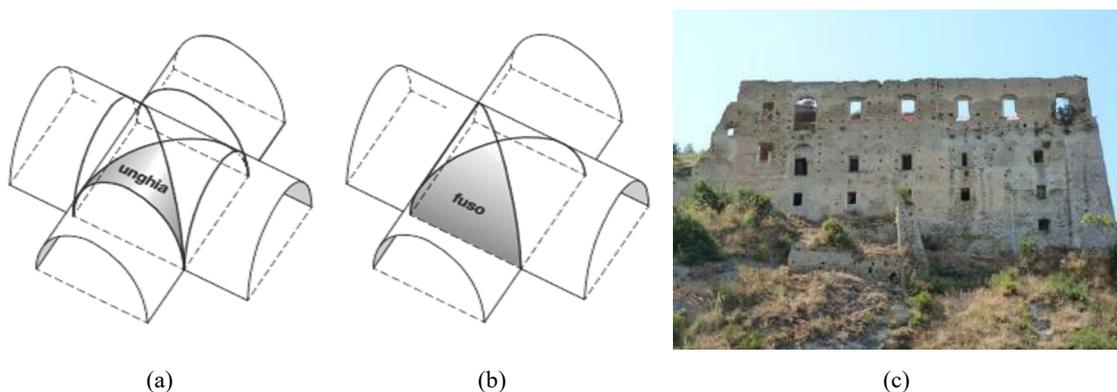


Fig. 2.1: Costruzione delle volte composte: volta a crociera (a); volta a padiglione (b). Facciata nord dell'ex Collegio dei Gesuiti ad Amantea in provincia di Cosenza, Calabria, Italia (c).

2.1.1 La composizione degli sforzi di membrana sottile nelle volte composte

Il miglioramento strutturale di un edificio passa per il consolidamento di ciascun suo elemento costituente. Ciò significa che, preliminarmente alle analisi globali sull'intero fabbricato, è necessario effettuare le analisi locali su pareti e orizzontamenti al fine di determinare le specifiche criticità e predisporre le opportune opere di recupero strutturale. Tale studio, in particolare, si occupa dell'analisi membranale di volte a crociera e a padiglione e delle relative opere di confinamento estradossale mediante materiali compositi FRP. Definito lo stato tensionale interno per ciascun tipo di volta mediante semplici equazioni di equilibrio, si procede ad un "mapping" tensionale avente lo scopo di individuare l'andamento delle isostatiche di compressione e trazione. Rispetto a quest'ultime viene decisa la disposizione della griglia estradossale in FRP

capace di assorbire le sollecitazioni di trazione che la muratura, per sua natura, non riesce a sopportare. L'eccessiva compressione viene invece ridotta attraverso l'alleggerimento del riempimento. Tali studi fanno parte di un complesso iter diagnostico-progettuale che ha riguardato l'ex Collegio dei Gesuiti di Amantea (CS), oggetto di ulteriori approfondimenti strutturali [147], riportati nel successivo § 2.2 e all'interno delle analisi sismiche globali del § 3.1.

Tra tutte le volte presenti all'interno della fabbrica gesuitica, sono state scelte quelle che maggiormente si prestavano allo scopo dello studio per caratteristiche dimensionali e stato di conservazione [148].

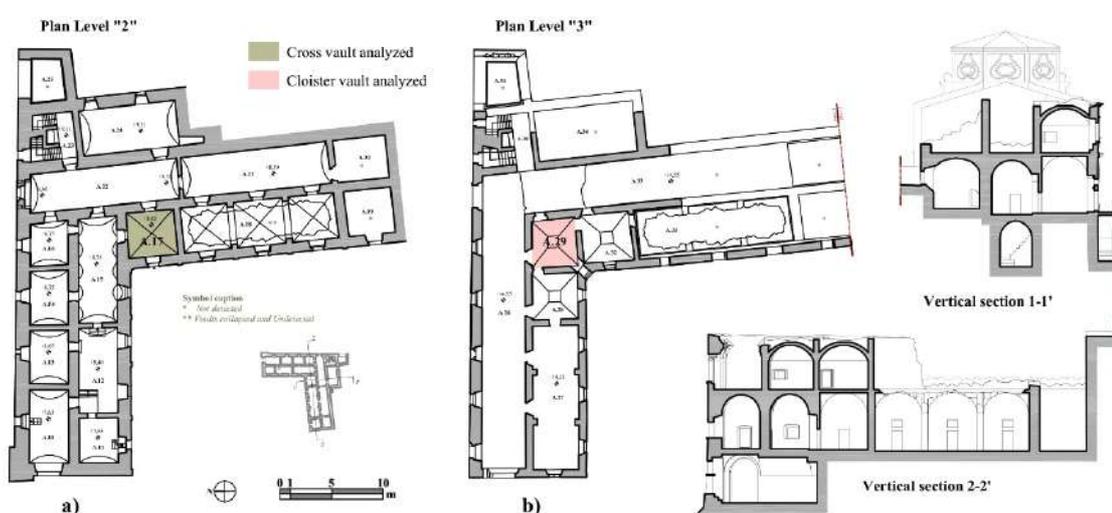


Fig. 2.2: Localizzazione delle volte analizzate all'interno del Collegio dei Gesuiti di Amantea (CS): volta a crociera al secondo livello (a); volta a padiglione al livello 3 (b).

Analisi membranale della volta a crociera

Lo schema statico della **volta a crociera** deriva proprio dalla sua costruzione geometrica in quanto i quattro archi diagonali, ottenuti dall'intersezione delle quattro unghie, costituiscono la struttura portante di tutto l'orizzontamento gravanti sui quattro appoggi laterali. Ne consegue che lo studio statico consiste nell'analizzare separatamente le due volte a botte mediante l'applicazione della teoria membranale, per poi comporre le sollecitazioni sugli archi diagonali [59]. La volta a crociera scelta è quella in corrispondenza dell'ingresso odierno del Collegio (Fig. 2.2.a), suddivisa nelle due volte A e B, i cui dati geometrico-meccanici sono riportati in Tab. 2.1.

L'analisi statica condotta si basa sulla classica teoria membranale applicata sulla volta a botte considerando come centro della terna locale xyz il punto O coincidente con quello mediano della linea di colmo, di lunghezza pari a $2l$ [60]. Lungo l'ascissa x , che descrive la posizione sulla

Capitolo 2

generatrice, si considerano nove passi x coincidenti con le proiezioni derivanti dalla suddivisione dell'arcone diagonale in porzioni aventi passi di 10° (Fig. 2.3). In funzione di questi si determinano, al variare della latitudine θ (β per la volta A e α per quella B) gli andamenti degli sforzi S_1 , S_2 e T per ciascuna condizione di carico (peso proprio, carichi portati variabili del riempimento, carichi uniformemente ripartiti dovuti alla sovrastruttura e a quelli d'esercizio) [149], distinguendo il caso della volta a botte della sezione nord-sud (A) da quella est-ovest (B) (Fig. 2.4).

Tab. 2.1: Parametri dimensionali e inerziali della volta a crociera

Volta	Luce [m]	R_i [m]	R_0 [m]	s [m]	Latitud. [$^\circ$]	l_i [m]	γ_v	γ_{riemp} [kN/m ³]	γ_{sovr}	s_{sovr} [m]	q_{ex} [kN/m ²]
A	4,68	2,36	2,05	0,27	0-82,44	2,22	21	16	21	0,07	5
B	4,44	2,23	2,05	0,27	0-85,44	2,34					

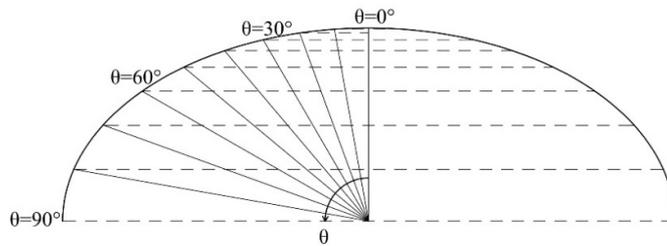


Fig. 2.3: Suddivisione dell'arcone diagonale ed individuazione delle dieci sezioni indagate

Per il peso proprio, considerando un carico costante $g = \gamma_v \cdot s = 5,67 \text{ kN/m}^2$, si hanno le seguenti relazioni, per le quali θ assume il valore β nello studio dello spicchio di volta chiamata "A" e α nella volta "B":

$$S_1 = -(l^2 - x^2) \frac{g}{R} \cos \theta$$

$$S_2 = -gR \cos \theta$$

$$T = -2g \sin \theta$$

Analogamente, per il riempimento, considerando un carico variabile in funzione della latitudine, si hanno:

$$S_1 = -(l^2 - x^2) \gamma_{riemp} [2 \cos \theta - 3 \cos(2\theta)]$$

$$S_2 = -\gamma_{riemp} R^2 (1 - \cos \theta) \cos \theta$$

$$T = -\gamma_{riemp} R x \sin \theta (2 - 3 \cos \theta)$$

Ed infine, per i carichi uniformemente distribuiti dovuti alla sovrastruttura e ai carichi d'esercizio, tali da produrre un'azione pari a $q = 1,47 + 5,00 = 6,47 \text{ kN/m}^2$, si ottengono:

$$S_1 = -(l^2 - x^2)\gamma_{riemp} [2 \cos \theta - 3 \cos(2\theta)]$$

$$S_2 = -\gamma_{riemp} R^2 (1 - \cos \theta) \cos \theta$$

$$T = -\gamma_{riemp} R x \sin \theta (2 - 3 \cos \theta)$$

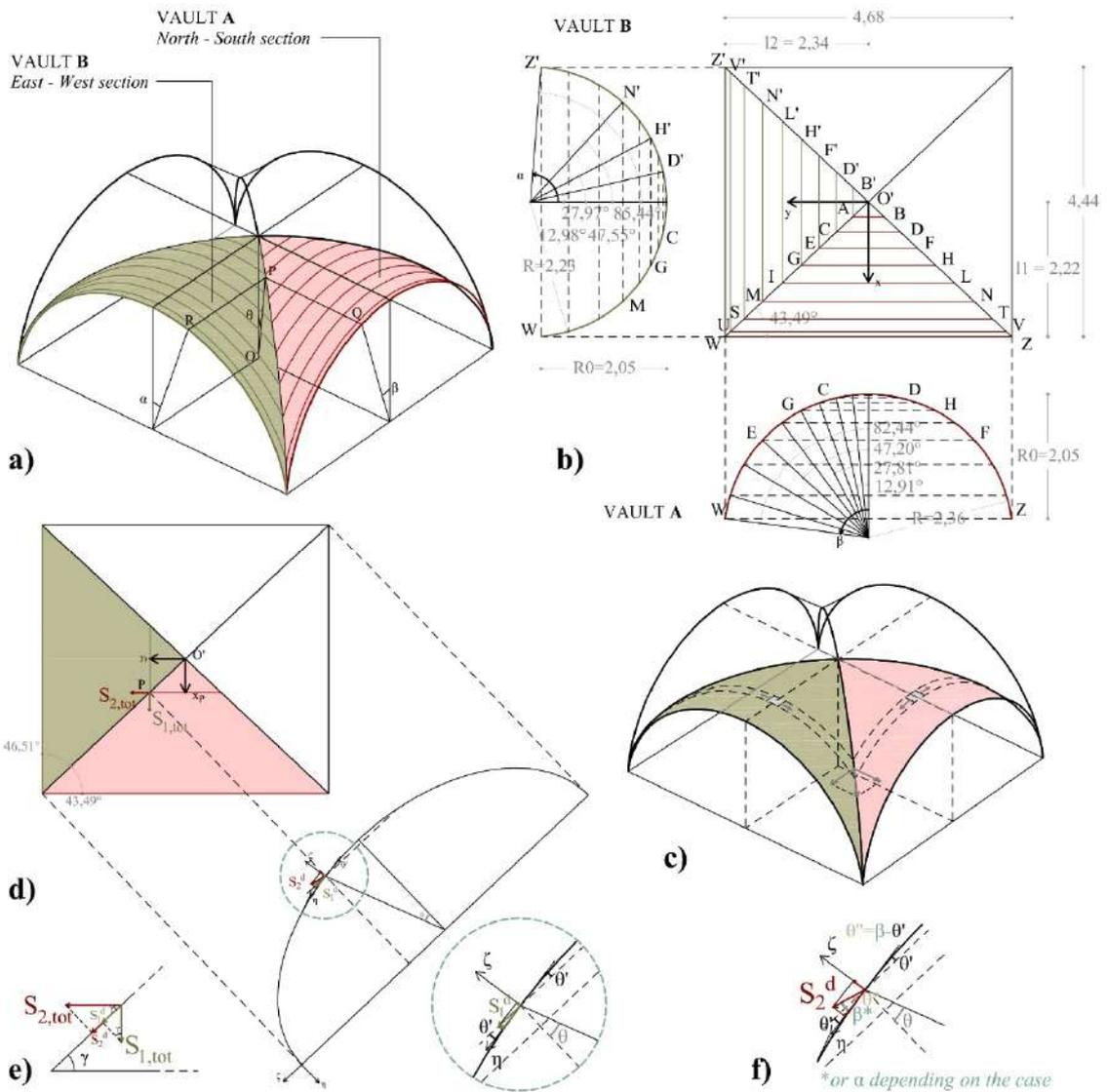


Fig. 2.4: Spicchi di volte a botte A e B nella volta a crociera analizzate, composizione degli sforzi la costruzione grafica.

Attraverso l'applicazione del principio di sovrapposizione degli effetti vengono poi valutati gli sforzi $S_{1,tot}$, $S_{2,tot}$ e T_{tot} dei due spicchi di volta a botte, derivanti da ciascun contributo di carico, secondo la combinazione fondamentale allo SLU, la più gravosa tra quelle previste da [56].

Capitolo 2

Rispetto a questi sforzi, si determinano le tensioni principali agenti lungo le direzioni ξ e η mediante la relazione:

$$\sigma_{\xi,\eta} = \frac{\frac{S_{1,tot} + S_{2,tot}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(S_{1,tot} - S_{2,tot})^2 + 4T_{tot}^2}}{s}$$

con le quali effettuare le verifiche di resistenza a compressione e a trazione, sia nei riguardi delle due volte a botte, che dell'arcone diagonale per il quale si necessita la composizione degli sforzi secondo lo schema di Fig. 2.4a. Per il punto P dell'arcone agiranno gli sforzi provenienti dai due spicchi di volte a botte. In un sistema di riferimento locale (Fig. 2.4d), se si indica con η l'asse orientato secondo la tangente all'arcone nel punto P e con ξ quello ad esso ortogonale, gli sforzi proiettati nel piano dell'arcone sono:

$$S_1^d = S_{1,tot} \sin \gamma$$

$$S_2^d = S_{2,tot} \cos \gamma$$

con γ angolo tra l'arcone e la direttrice dello specchio di volta a botte. Tali sforzi vengono a loro volta proiettati lungo gli assi η e ξ , distinguendo i seguenti angoli (Fig. 2.4f):

- θ' è l'angolo che l'asse η , tangente all'arco diagonale, forma in P con l'orizzontale dell'arcone;
- β o α sono gli angoli di inclinazione di S_1^d o S_2^d rispetto all'orizzontale nel punto P;
- θ'' è l'angolo che la direzione di S_2^d forma con l'asse η .

Per questa costruzione grafica si ha quindi che:

$$\theta'' = \beta - \theta'$$

ma anche che:

$$\theta'' = \alpha - \theta'$$

ricordando, però, che $\alpha \neq \beta$ essendo i lati della base della volta diversi tra loro. Nel piano contenente l'arco diagonale gli sforzi valgono dunque:

$$\begin{cases} S_1^\eta = S_1^d \cos \theta' \\ S_1^\xi = S_1^d \sin \theta' \end{cases}$$

$$\begin{cases} S_2^\eta = S_2^d \cos \theta'' \\ S_2^\xi = -S_2^d \sin \theta'' \end{cases}$$

che, successivamente, vengono sommati per determinare gli sforzi principali del primo (A) e del secondo spicchio (B) di volta a botte:

$$\begin{cases} \sigma_A^\eta = \frac{S_A^\eta}{s} = \frac{S_{1,A}^\eta + S_{2,A}^\eta}{s} \\ \sigma_A^\xi = \frac{S_A^\xi}{s} = \frac{S_{1,A}^\xi + S_{2,A}^\xi}{s} \\ \sigma_B^\eta = \frac{S_B^\eta}{s} = \frac{S_{1,B}^\eta + S_{2,B}^\eta}{s} \\ \sigma_B^\xi = \frac{S_B^\xi}{s} = \frac{S_{1,B}^\xi + S_{2,B}^\xi}{s} \end{cases}$$

e da questi le tensioni principali necessarie alle verifiche:

$$\begin{cases} \sigma_\eta = \sigma_A^\eta + \sigma_B^\eta \\ \sigma_\xi = \sigma_A^\xi + \sigma_B^\xi \end{cases}$$

Le verifiche da soddisfare sono:

$$\begin{aligned} \left| \min(\sigma_{\xi,compr}; \sigma_{\eta,compr}) \right| &\leq |f_d| \quad (\text{verifica a compressione}) \\ \max(\sigma_{\xi,traz}; \sigma_{\eta,traz}) &\leq f_{td} \quad (\text{verifica a trazione}) \end{aligned}$$

in cui $f_d = -0,37$ MPa rappresenta la resistenza a compressione ultima (di progetto) della muratura, calcolata come:

$$f_d = \frac{f_m}{FC \gamma_M}$$

dove $f_m = -1,00$ MPa non è altro che il valore minore della resistenza media a compressione prevista dalla Tab. C8A.2.1 della [6] tra i due forniti per la specifica tipologia di muratura rilevata *in situ* “muratura in pietrame disordinata”. Ciò accade in quanto, per le costruzioni esistenti, occorre considerare un diverso Livello di Conoscenza (LC) a seconda del grado di approfondimento raggiunto nella determinazione delle proprietà geometrico-meccaniche della struttura. Non avendo compiuto indagini sperimentali, si raggiunge il minore LC tra quelli previsti, ossia LC1, a cui corrisponde un Fattore di Confidenza $FC = 1,35$ che decrementa la resistenza media insieme al coefficiente di sicurezza $\gamma_M = 2$. Assumendo, inoltre, che la resistenza a trazione di progetto sia pari a:

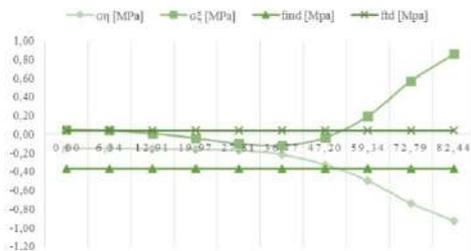
Capitolo 2

$$f_{td} = \frac{f_d}{10}$$

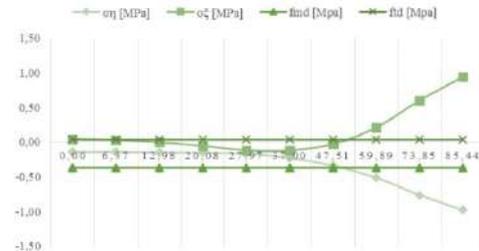
si ottiene $f_{td} = 0,037$ MPa che rappresenta la resistenza ultima a trazione della muratura da assumere nelle verifiche di resistenza, rese dapprima in forma tabellare (Tab. 2.2) e poi per via grafica attraverso i classici diagrammi (Fig. 2.5) oppure tramite il *mapping* tensionale (Fig. 2.6).

Tab. 2.2: Valori dello stato tensionale principale massimo ed esito delle verifiche effettuate.

LAT. θ [°]	VOLTA A		VERIF.		VOLTA B		VERIF.		ARCO DIAG.		VERIFICA	
	σ_η [MPa]	σ_ξ [MPa]	$\sigma_i < f_{d,i}$		σ_η [MPa]	σ_ξ [MPa]	$\sigma_i < f_{d,i}$		σ_η [MPa]	σ_ξ [MPa]	$\sigma_i < f_{d,i}$	
0	-0,15	0,05	SI	NO	-0,14	0,04	SI	NO	-0,13	0,00	SI	SI
10	-0,15	0,04	SI	NO	-0,14	0,03	SI	SI	-0,15	0,00	SI	SI
20	-0,16	0,01	SI	SI	-0,15	0,00	SI	SI	-0,21	-0,02	SI	SI
30	-0,16	-0,04	SI	SI	-0,15	-0,06	SI	SI	-0,29	-0,04	SI	SI
40	-0,17	-0,10	SI	SI	-0,16	-0,12	SI	SI	-0,38	-0,09	NO	SI
50	-0,22	-0,12	SI	SI	-0,23	-0,12	SI	SI	-0,46	-0,15	NO	SI
60	-0,33	-0,04	SI	SI	-0,34	-0,03	SI	SI	-0,46	-0,20	NO	SI
70	-0,50	0,19	NO	NO	-0,52	0,21	NO	NO	-0,36	-0,19	SI	SI
80	-0,74	0,57	NO	NO	-0,76	0,60	NO	NO	-0,20	-0,08	SI	SI
90	-0,93	0,86	NO	NO	-0,98	0,94	NO	NO	-0,07	-0,01	SI	SI

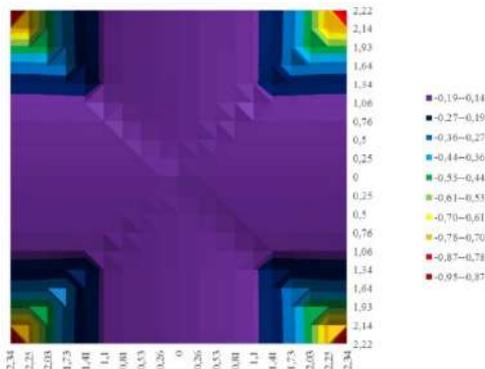


(a)

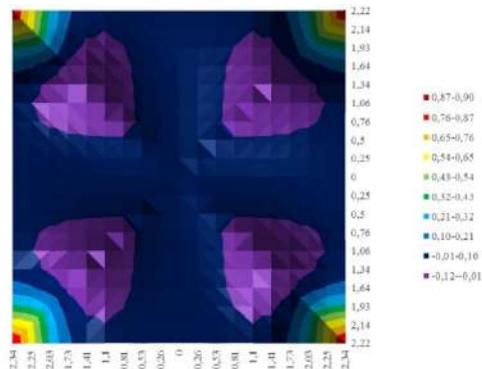


(b)

Fig. 2.5: Diagrammi delle tensioni principali per la volta A (a) e B (b).



(a)



(b)

Fig. 2.6: Mappe cromatiche delle tensioni principali σ_η (a) e σ_ξ (b).

Analisi membranale della volta a padiglione

La **volta a padiglione** analizzata, posta in corrispondenza del 3° livello dell'ex edificio religioso (Fig. 2.2b), viene schematizzata a pianta quadrata avente lato di 4,62 m (dimensione maggiore del quadrangolo irregolare di base) e con raggio di curvatura ideale di 2,47 m: così facendo si studia un caso generale, applicabile a qualsiasi altro orizzontamento voltato nelle condizioni di massima tensione agente (Fig. 2.6a). La volta si considera, inoltre, soggetta al solo peso proprio e con i quattro fusi aventi direttrice ad arco ribassato, seguendo la reale configurazione derivante dal rilievo architettonico del fabbricato. Se si suppone infinitamente estesa nella direzione delle direttrici, le azioni agenti su un elementino infinitesimo di dimensioni $dx \cdot da$ e spessore s sono rappresentati dagli sforzi normali S_1 e S_2 e da quelli tangenziali T (Fig. 2.7b).

Al fine di studiare le sezioni significative e poter tracciare le mappe cromatiche delle tensioni principali, si suddivide l'arcone diagonale in porzioni aventi incrementi costanti della latitudine di 10° , così come fatto per volta a crociera (Fig. 2.7d). Dall'equilibrio in ciascuna delle tre direzioni n , t , x , si ottengono le relazioni necessarie al calcolo degli sforzi per il solo peso proprio [150]:

$$S_2 = -gR \cos \beta$$

$$T = -2gx \sin \beta$$

$$S_1 = \frac{g}{R} \cos \beta (x^2 - R^2 \sin^2 \beta) + gR \cos^3 \beta - 4gR \sin^2 \beta \cos \beta - \frac{S_\perp}{\cos^2 \omega}$$

in cui S_\perp non è altro che la componente ottenuta dall'equilibrio in direzione normale alla diagonale dell'elementino triangolare, rappresentato in Fig. 2.7c:

$$S_\perp = \frac{2gR(2 \cos \beta - \cos^3 \beta - 1)}{1 - \cos^4 \beta}$$

Nelle figure seguenti sono rappresentati gli andamenti degli sforzi S_2 (Fig. 2.7f), S_1 (Fig. 2.7g) – per l'arco a sviluppo maggiore con ascissa x nulla – e S_\perp (Fig. 2.8). Gli sforzi rappresentati, pur non essendo il frutto di una combinazione vista l'assenza di altre tipologie di carico, risultano essere amplificati dal coefficiente $\gamma_{G1}=1,3$ impiegato per i carichi permanenti strutturali G_1 negli SLU. Da questi vengono poi calcolate le tensioni principali rispetto alle quali condurre le verifiche di resistenza rappresentate in forma tabellare (Tab. 2.3) e grafica (Fig. 2.7h). All'interno dell'immagine rappresentativa degli sforzi lungo la diagonale S_\perp (Fig. 2.8) sono visibili le trazioni che si sviluppano in corrispondenza dell'imposta della volta: queste inducono la muratura a fessurarsi a causa della scarsa resistenza a trazione del materiale [151].

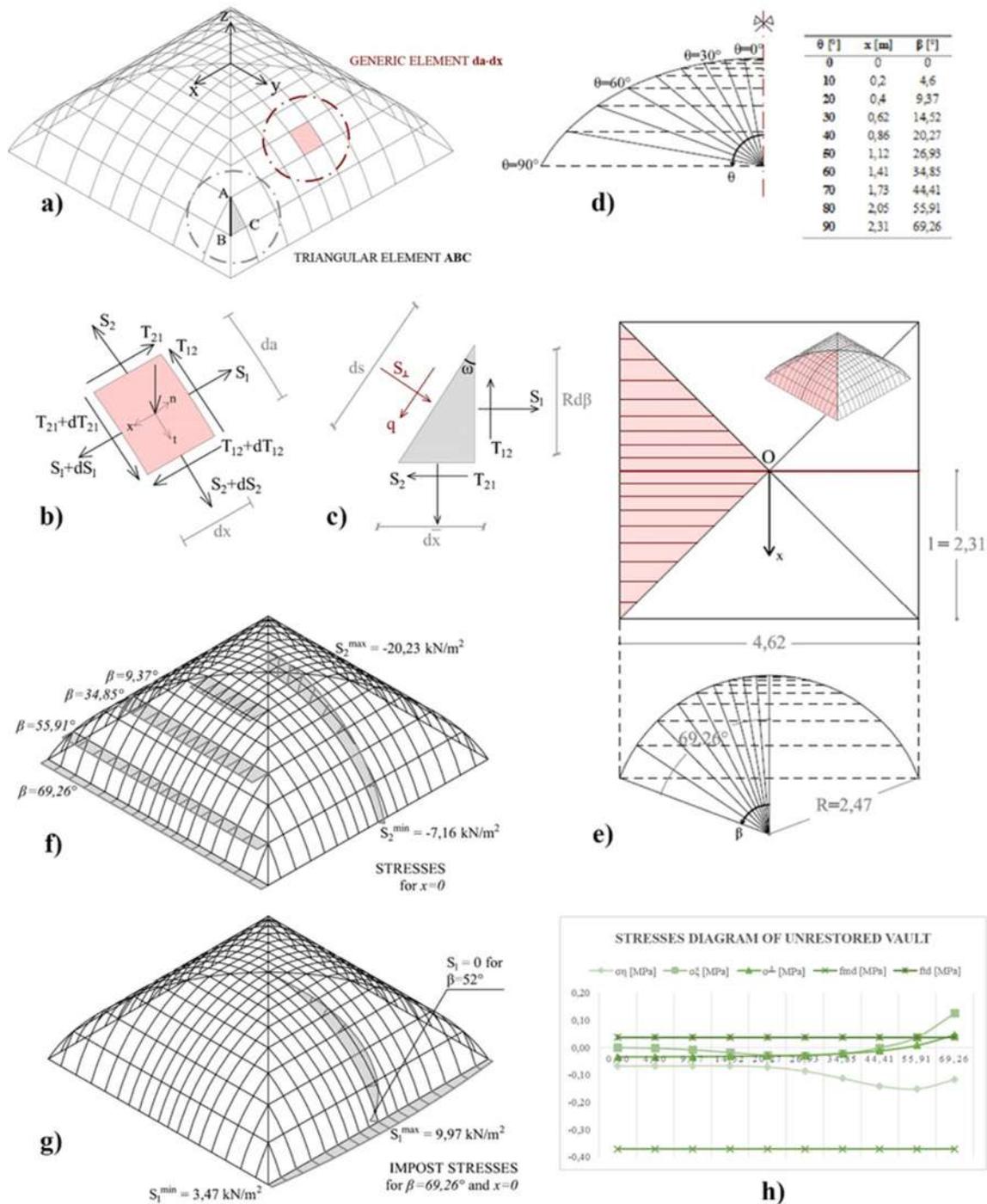


Fig. 2.7: Volta a padiglione analizzata: (a) elementino generico e triangolare individuati sulla volta; (b) azioni interne sul generico elementino $dx-da$; (c) azioni interne sull'elementino triangolare in corrispondenza dell'arcone diagonale; (d) suddivisione dell'arcone diagonale e individuazione delle caratteristiche geometriche per lo studio membranale; (e) identificazione delle sezioni significative; (g) sforzi S_1 agenti lungo la generatrice sulla configurazione non restaurata; (f) diagramma delle tensioni principali correlate alla resistenza massima di progetto a compressione e a trazione.

Una conferma significativa è data dalle verifiche di resistenza le quali, non essendo tutte soddisfatte, richiamano la necessità di progettare degli interventi di consolidamento strutturale.

Tab. 2.3: Tensioni principali e verifiche di resistenza

β [°]	σ_η [MPa]	σ_ξ [MPa]	σ_\perp [MPa]	VERIFICA $\sigma_i < f_{d,i}$		
0,00	-0,07	0,00	-0,03	SI	SI	SI
4,60	-0,07	0,00	-0,03	SI	SI	SI
9,37	-0,07	-0,01	-0,03	SI	SI	SI
14,52	-0,07	-0,02	-0,03	SI	SI	SI
20,27	-0,07	-0,03	-0,03	SI	SI	SI
26,93	-0,09	-0,03	-0,03	SI	SI	SI
34,85	-0,11	-0,02	-0,02	SI	SI	SI
44,41	-0,14	0,00	-0,01	SI	SI	SI
55,91	-0,15	0,04	0,01	SI	NO	SI
69,26	-0,12	0,13	0,05	SI	NO	NO

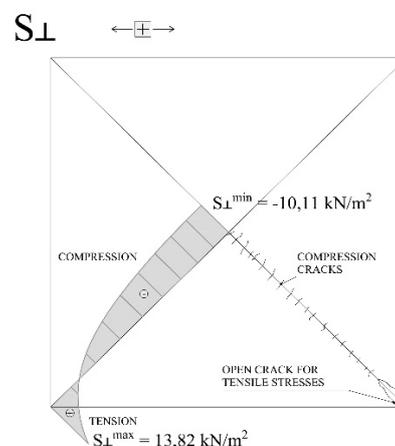


Fig. 2.8: Sforzi S_\perp e fessurazione nella volta a padiglione

2.1.2 Interventi di consolidamento sulle volte: considerazioni preliminari

Gli interventi elencati in questo e nel successivo paragrafo richiedono, preliminarmente al rinforzo stesso, il ripristino della continuità muraria mediante interventi finalizzati ad accrescere i livelli di connessione degli elementi lapidei naturali (risarcitura delle lesioni, sostituzione delle porzioni ammalorate) e le capacità resistenti a compressione del materiale composito muratura. Le analisi statiche evidenziano, infatti, una carenza nella resistenza del materiale costituente che tuttavia può essere facilmente incrementata mediante le iniezioni di miscele leganti. Queste permettono di raddoppiare, per la specifica tipologia muraria, la resistenza a compressione del materiale attraverso l'applicazione dei coefficienti correttivi previsti da [6] all'interno della Tab. C8A.2.2, § C8A.2.

Alleggerimento delle volte a crociera attraverso riempimenti "cellulari"

Quando i livelli tensionali risultano essere ancora eccessivi, occorre prevedere la rimozione del pesante riempimento "totale", realizzato anticamente in materiale lapideo e malta, e la successiva realizzazione di rinfianchi cellulari in Calcestruzzo Areato Autoclavato (CAA, Fig. 2.9), più leggeri dei materiali tradizionali, ma che riprendono una tecnica d'intervento puramente classica [152]. Disposti nelle due direzioni ortogonali tra loro, i frenelli consentono di abbassare il peso specifico del riempimento da 21 a 1,9 kN/m³. La sovrastruttura, per la specifica stratigrafia

Capitolo 2

utilizzata, prevede un carico distribuito per unità di superficie pari a $3,36 \text{ kN/m}^2$, ottenuto attraverso il calcolo riportato in Tab. 2.4.

Tab. 2.4: Elementi costruttivi del riempimento cellulare con frenelli.

STRATO	SPESSORE [m]	PESO SPECIFICO [kN/m ³]	CARICO [kN/m ²]
Pannelli solaio armati CAA Ytong	0,15	7,2	1,08
Soletta collaborante in calcestruzzo armato	0,05	25	1,25
Massetto in malta cementizia	0,03	21	0,63
Pavimentazione	0,02	20	0,40
TOTALE	0,25	-	3,36

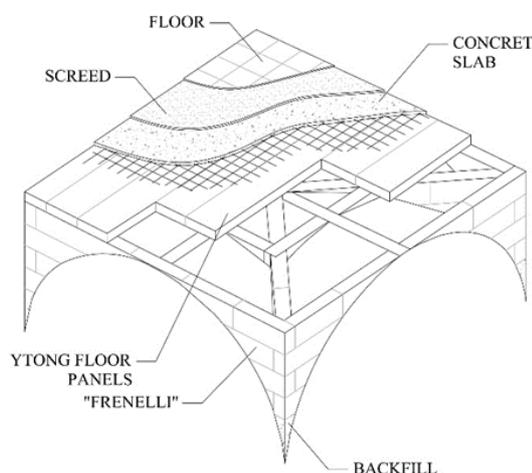


Fig. 2.9: Intervento di consolidamento sulla volta a crociera: alleggerimento mediante riempimento cellulare con frenelli e lastre armate in CAA.

Rinforzo estradossale mediante fasciature in FRP

Per la volta a crociera esaminata, ripetendo i calcoli con i nuovi valori di carico, si ottiene il soddisfacimento di tutte le verifiche a compressione, ma non a trazione, richiedendo la progettazione della griglia estradossale in materiale composito *Fiber Reinforced Polymer* (FRP) al fine di contrastare efficacemente l'eccessiva trazione [153-155]. Tali fasciature sono, quindi, predisposte per entrambe le volte (crociera e padiglione). Si ipotizza l'utilizzo di tessuti in fibra di vetro GFRP (*Glass Fiber Reinforced Polymer*) aventi le caratteristiche riportate in Tab. 2.5.

La disposizione dei tessuti avverrà secondo l'andamento delle isostatiche di trazione ottenute dall'osservazione delle mappe cromatiche restituite dall'analisi membranale. Per le due volte i diagrammi sono quelli riportati nelle Fig. 2.10 (crociera) e Fig. 2.11 (padiglione). Per le tensioni principali σ_1 della **volta a crociera**, si evidenzia la loro riduzione accompagnata da una migliore

distribuzione secondo gli archi di scarico con valori crescenti (e quindi maggiori compressioni) secondo il passo x e la latitudine β o α . Un andamento estremamente regolare, rispetto al sistema non alleggerito, si verifica anche per le tensioni principali σ_ξ .

Per la **volta a padiglione** le mappe sono quelle ottenute dall'analisi statica sul sistema allo stato di fatto. Le maggiori criticità (colori tendenti verso il rosso intenso) sono immediatamente riscontrabili nelle sezioni mediane d'imposta (σ_η) nonché in corrispondenza dei quattro vertici (σ_ξ).

Tab. 2.5: Caratteristiche principali dei tessuti GFRP utilizzati.

Nome prodotto	MAPEWRAP G UNI-AX
<i>Peso specifico [g/m²]</i>	900
<i>Tipo di fibra</i>	Vetro Type E
<i>Tessitura</i>	Unidirezionale
<i>Spessore t_f [mm]</i>	0,48
<i>Larghezza b_f [mm]</i>	300
<i>Modulo elastico a trazione E_{fb} [MPa]</i>	80700
<i>Tensione di rottura a trazione del filato f_{fd} [MPa]</i>	2560
<i>Deformazione caratteristica a rottura ε_{fk}</i>	0,035
<i>Fattore di conversione ambientale (vetro/epossidica-esterno) η_a</i>	0,65

Alla luce dei risultati ottenuti, si opta per una disposizione dei compositi del tipo rappresentato in Fig. 2.12. Queste dovranno essere, inoltre, rispettose delle limitazioni previste delle prescrizioni contenute nel DT-CNR 200 R1/2013 [156] riportante le “Istruzioni per la Progettazione, l'Esecuzione ed il Controllo di Interventi di Consolidamento Statico mediante l'utilizzo di Compositi Fibrorinforzati – Materiali, strutture di c.a. e di c.a.p., strutture murarie”: l'interesse dei rinforzi da disporre lungo la generatrice p_f non deve essere maggiore rispetto alla quantità $5s+b_f$, con la larghezza del tessuto b_f che dovrà mantenersi inferiore al doppio dello spessore s della volta; lungo le generatrici della volta è consigliata una quantità di rinforzo per unità di area pari al 25% rispetto a quella disposta lungo la direttrice, trovandosi in zona sismica. Infine, per verificare la validità dell'applicazione dei tessuti, è necessario mettere a confronto le massime deformazioni della muratura ε_{md} – associate alle tensioni massime di trazione σ_ξ valutate alle differenti latitudini θ – con il valore della deformazione massima attribuibile al rinforzo in GFRP in sede di progetto e pari a ε_{fd} . La verifica da effettuare sarà, dunque, nei soli confronti del distacco dal supporto, essendo la resistenza ultima di progetto a trazione del composito mai raggiunta:

$$\varepsilon_{md} = \frac{\sigma_\xi}{E_m} \leq \varepsilon_{fd} = 0,00041$$

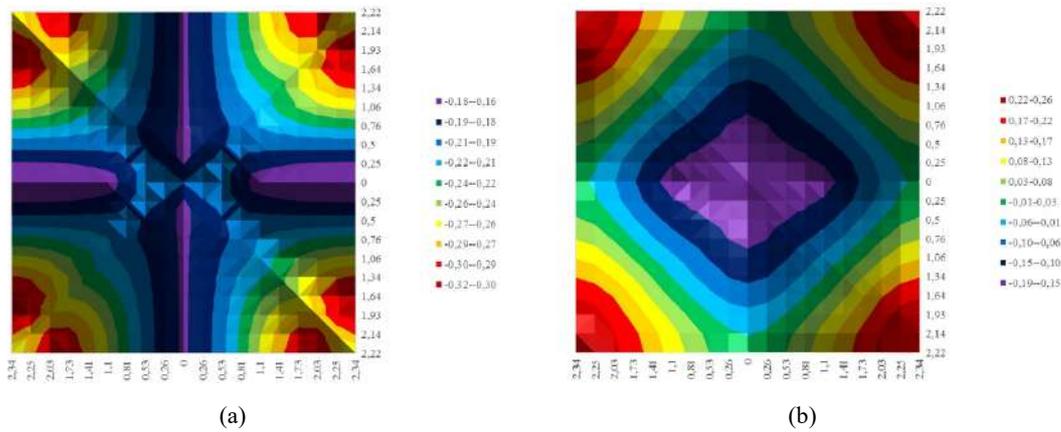


Fig. 2.10: Mappe cromatiche delle tensioni principali σ_1 (a) e σ_2 (b): volta a crociera “alleggerita”.

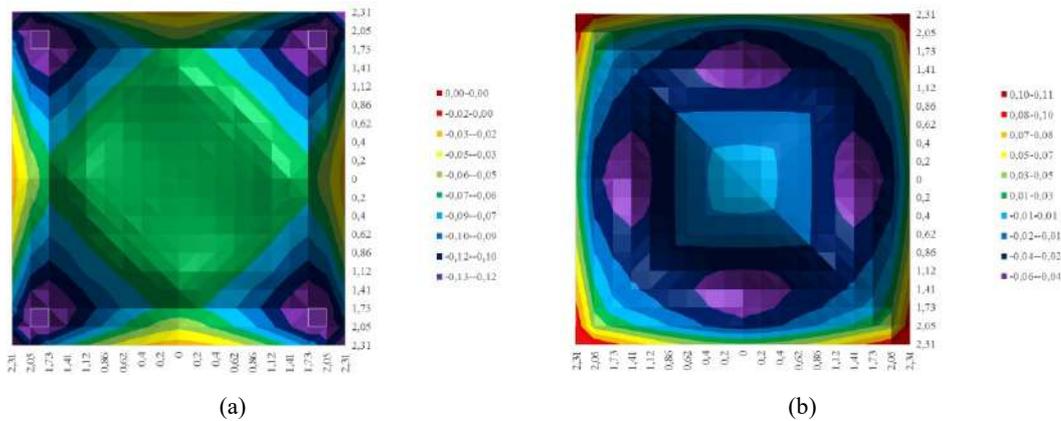


Fig. 2.11: Mappe cromatiche delle tensioni principali σ_1 (a) e σ_2 (b): volta a padiglione.

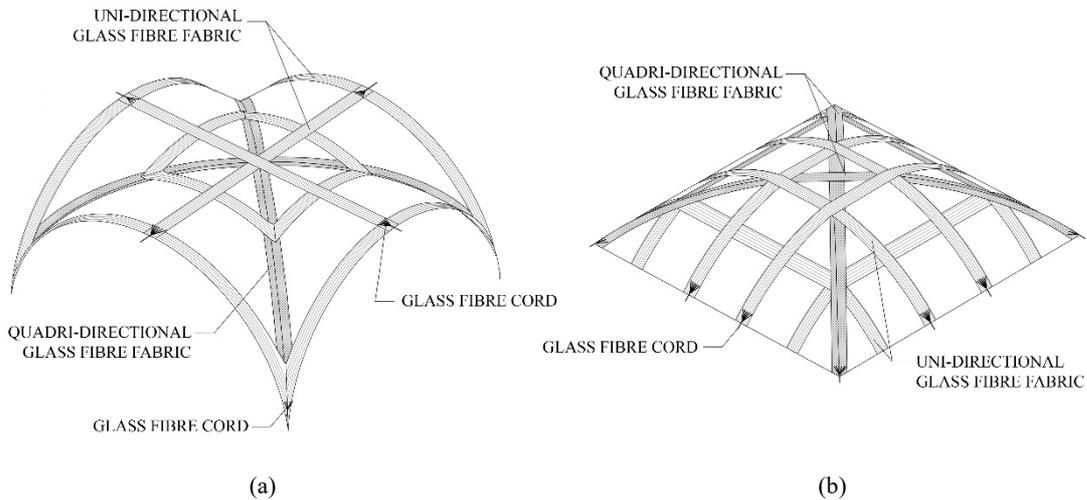


Fig. 2.12. Disposizione del rinforzo estradossale in tessuti GFRP: (a) volta a crociera; (b) volta a padiglione.

In quest’ultima equazione, E_m è il modulo del Young del materiale costitutivo delle volte – “muratura in pietrame disordinata”, valore minimo tra i due forniti dalla Tab. C8A.2.1 avendo raggiunto un LC1 [6] – pari a 690 MPa. Per la **volta a crociera** si ottengono i risultati riportati in Tab. 2.6, avendo appurato il soddisfacimento delle verifiche anche sull’arcone diagonale nonché

una modalità di rottura corrispondente a quella del distacco dal supporto (*debonding*). Analogamente, per la **volta a padiglione**, i risultati delle verifiche sono riportati in Tab. 2.7.

Tab. 2.6: Valori dello stato tensionale principale massimo ed esiti delle verifiche sulla volta a crociera consolidata.

LAT. θ [°]	VOLTA A			VERIF.		VOLTA B			VERIF.		VOLTA A		VOLTA B	
	σ_η [MPa]	σ_ξ [MPa]	$\sigma_i < f_{d,i}$	σ_η [MPa]	σ_ξ [MPa]	$\sigma_i < f_{d,i}$	ϵ_{md}	$\epsilon_{md} < \epsilon_{fd}$	ϵ_{md}	$\epsilon_{md} < \epsilon_{fd}$	ϵ_{md}	$\epsilon_{md} < \epsilon_{fd}$		
0	-0,18	-0,17	SI SI	-0,21	-0,16	SI SI	0,00000	-	0,00000	-				
10	-0,18	-0,17	SI SI	-0,20	-0,16	SI SI	0,00000	-	0,00000	-				
20	-0,18	-0,14	SI SI	-0,20	-0,15	SI SI	0,00000	-	0,00000	-				
30	-0,19	-0,10	SI SI	-0,20	-0,11	SI SI	0,00000	-	0,00000	-				
40	-0,21	-0,04	SI SI	-0,22	-0,05	SI SI	0,00000	-	0,00000	-				
50	-0,23	0,03	SI SI	-0,24	0,03	SI SI	0,00004	SI	0,00005	SI				
60	-0,25	0,11	SI NO	-0,26	0,12	SI NO	0,00016	SI	0,00018	SI				
70	-0,27	0,19	SI NO	-0,28	0,20	SI NO	0,00028	SI	0,00030	SI				
80	-0,27	0,23	SI NO	-0,28	0,25	SI NO	0,00034	SI	0,00036	SI				
90	-0,26	0,24	SI NO	-0,25	0,25	SI NO	0,00035	SI	0,00036	SI				

Tab. 2.7: Verifiche sulle tensioni principali σ_ξ e sulla diagonale σ_\perp per la volta a padiglione consolidata.

LAT. θ [°]	VERIFICHE <i>Tensioni principali σ_ξ</i>			VERIFICHE <i>Tensioni diagonale σ_\perp</i>		
	ϵ_{md}	ϵ_{fd}	$\epsilon_{md} < \epsilon_{fd}$	ϵ_{md}	ϵ_{fd}	$\epsilon_{md} < \epsilon_{fd}$
0	0,00000		VERO	-0,00005		VERO
10	0,00000		VERO	-0,00005		VERO
20	-0,00001		VERO	-0,00005		VERO
30	-0,00003		VERO	-0,00005		VERO
40	-0,00004	0,00041	VERO	-0,00004	0,00041	VERO
50	-0,00004		VERO	-0,00004		VERO
60	-0,00003		VERO	-0,00003		VERO
70	0,00000		VERO	-0,00002		VERO
80	0,00006		VERO	0,00001		VERO
90	0,00018		VERO	0,00007		VERO

Conclusioni

Questo studio intende fornire una validazione a quanto effettuato nella prassi del consolidamento delle strutture composte voltate. Attraverso le mappe cromatiche delle tensioni principali si è infatti dedotto l'andamento delle isostatiche di compressione e di trazione, quest'ultime necessarie ad individuare le direzioni lungo le quali disporre i rinforzi in materiale composito aventi il compito di assorbire tali sollecitazioni. Sono state, inoltre, proposte tecniche di consolidamento tradizionali che hanno visto l'impiego di materiali innovativi aventi caratteristiche meccaniche ed inerziali nettamente migliori. La strada dell'integrazione sembra

essere dunque la più appropriata, con la possibilità che questo *modus operandi* venga esteso a tutti gli interventi di miglioramento strutturale da attuare sugli edifici esistenti.

2.2 Le pareti soggette a meccanismi fuori piano: la flessione verticale

Questo studio è focalizzato all'approccio interdisciplinare utilizzato per risolvere alcune delle carenze strutturali rilevate sul medesimo caso studio della precedente trattazione, vale a dire l'ex Collegio dei Gesuiti di Amantea (CS). Il primo obiettivo è stato identificare le cause dei dissesti strutturali e definire le proprietà fisiche, chimiche e meccaniche dei materiali da costruzione. Successivamente si è affrontato lo studio del meccanismo locale di flessione verticale collegato a due principali fattori: l'assenza di tiranti e le importanti forze di spinta delle volte. Questi elementi sono tipici di una struttura che non esibisce un comportamento scatolare durante un sisma, con conseguente perdita di equilibrio di parte localizzate della stessa tali da spingerla prematuramente al collasso. La fase di caratterizzazione chimico-meccanica ha permesso di raggiungere un elevato Livello di Conoscenza LC, rendendo le indagini sismiche meno onerose. Attraverso l'analisi cinematica lineare è stato dapprima definito il valore del moltiplicatore dei carichi di attivazione del cinematismo, quest'ultimo scelto in quanto ritenuto il più plausibile in relazione ai dissesti in atto. Nel prosieguo del lavoro è stata effettuata un'analisi cinematica non lineare per valutare le curve di capacità del sistema considerando la struttura nei due stati non consolidato e consolidato. Le analisi hanno considerato il consolidamento dell'edificio utilizzando tecniche tradizionali (i tiranti metallici) e innovative (FRP). Le curve ottenute in relazione agli stati considerati (non consolidato e consolidato) sono state confrontate al fine di evidenziare la differente risposta in campo post-elastico. Al termine i risultati dello studio analitico sono stati correlati con quelli ottenuti numericamente per il solo campo lineare – e quindi in termini di moltiplicatore di attivazione del meccanismo – attraverso il *software* 3MuriML. Il fine di questo processo conoscitivo-progettuale, consistente nei controlli e nelle accurate indagini strutturali sull'edificio, è quello di comprendere il comportamento ad azioni fuori piano degli elementi murari all'interno delle architetture storiche e fornire soluzioni alle criticità evidenziate.

2.2.1 Le indagini preliminari allo studio dei meccanismi locali

Le cause di collassi negli edifici sono diverse e non immediatamente identificabili se non attraverso indagini specifiche. Tali investigazioni comprendono aree diverse che richiedono competenze, oltre all'ingegneria, anche in altri campi. Un'adeguata conoscenza della “muratura

storica” – intesa come materiale da costruzione che come manufatto architettonico – può essere effettuata utilizzando gli strumenti di indagine classica [5] – come prove sui materiali [157], rilievo geometrico-architettonico [8], analisi dei dissesti e meccanismi di collasso locale [158, 159] – supportati dalle ultime tecnologie – analisi SEM (*Scanning Electron Microscope*) [160, 161], laser scanner e fotogrammetria [138], analisi FEM [109, 113]. Un approccio così fatto è di tipo interdisciplinare – in quanto caratterizzato dalle suddette fasi cognitive – il cui risultato è un’indagine strutturale più accurata, più aderente alle condizioni reali dell’oggetto di studio. In particolare l’approccio riguarda l’applicazione della metodologia di indagine all’ex Collegio dei Gesuiti del XVII secolo (Fig. 2.1). Questo particolare studio tratterà dalle prime fasi dell’analisi del caso studio alla progettazione dei rinforzi attuati con tecniche tradizionali e innovative.

Dissesti statici e caratterizzazione della muratura

L’architettura in esame presenta, oggigiorno, un cattivo stato di conservazione caratterizzato dal crollo del tetto e di varie importanti porzioni di muratura lungo l’ultimo piano e, quasi completamente, dell’ala sud, nonché dalla perdita del rivestimento esterno protettivo (intonaco) e dall’attivazione di diversi tipi di dissesti statici [152]. Oltre ai fenomeni di sovraccarico rilevati su alcune pareti a livello del piano terreno [162], le spinte orizzontali di volte e tetto, combinate all’azione degli agenti naturali (come il vento e il sisma), hanno progressivamente prodotto meccanismi di ribaltamento e di flessione sui muri [149]. In relazione alle attuali condizioni strutturali, l’attenzione è stata focalizzata sulla crescente vulnerabilità della struttura associata al potenziale meccanismo di flessione verticale della parete sud prospiciente il borgo antico. Tali meccanismi fuori piano sono, comunque, direttamente correlati alle azioni di spinta delle volte intermedie poste tra primo e secondo livello. Ad esempio, particolari tipi di volte realizzate con elementi cavi (i cosiddetti “tubuli fittili”) consentono di ridurre tali spinte [163, 164].

Al fine di procedere con l’analisi strutturale, è stata inizialmente valutata la natura dei materiali che costituiscono la muratura storica [160]. Per definire le proprietà fisiche e petrografiche degli elementi della muratura, sono stati analizzati due campioni prelevati dalla facciata sud: il primo chiamato C.1, costituito dalla pietra (elemento resistente) della muratura; il secondo di nome C.2, costituito da malta di calce. Su C.1 l’analisi petrografica è stata eseguita per mezzo di un microscopio Zeiss Axioskop 40, dotato di una fotocamera DP 12 accoppiata, su sezioni sottili di materiali scoperte e lucidate. C.1 corrisponde ad una biocalcarenite con una struttura supportata da granella, composta da una frazione carbonatica e siliciclastica in proporzione simile. Secondo la classificazione di Dunham, C.1 può essere classificato come una *grainstone* (letteralmente

Capitolo 2

“pietra a grani”, ossia priva di fango e grano-sostenuta) [165]: da un lato, la frazione di carbonato è prevalentemente composta da bioclasti (Fig. 2.13a, Fig. 2.13b) con una dimensione media di 1,12 mm fino a 3,04 mm; d’altra parte, la frazione siliciclastica, con una dimensione media di 1,04 mm fino a 2,78 mm, è costituita da quarzo monocristallino, ortoclasio e plagioclasio. L’osservazione del campione di malta C.2 viene effettuata utilizzando un microscopio SEM/EDS (microscopio elettronico a scansione/spettrometria a raggi X a dispersione di energia o EDX), modello Nova NanoSem 450, FEI dotato di rivelatore EDS (o EDX). Questa analisi mira a definire la morfologia della malta della muratura storica. C.2 mostra una matrice granulare costituita da cristalli ovali allungati di diversa morfologia e livello di alterazione, osservabile soprattutto tra 1500-1600x (Fig. 2.14a). Tra le particelle che formano la matrice porosa troviamo lame di erba e strutture di radici (Fig. 2.14b). All’interfaccia tra matrice e clasti sono state eseguite la mappa multielemento e i relativi spettri EDS. Gli spettri hanno evidenziato la natura carbonatica della matrice (Fig. 2.14c), mentre la composizione dei clasti è prevalentemente silice [161].

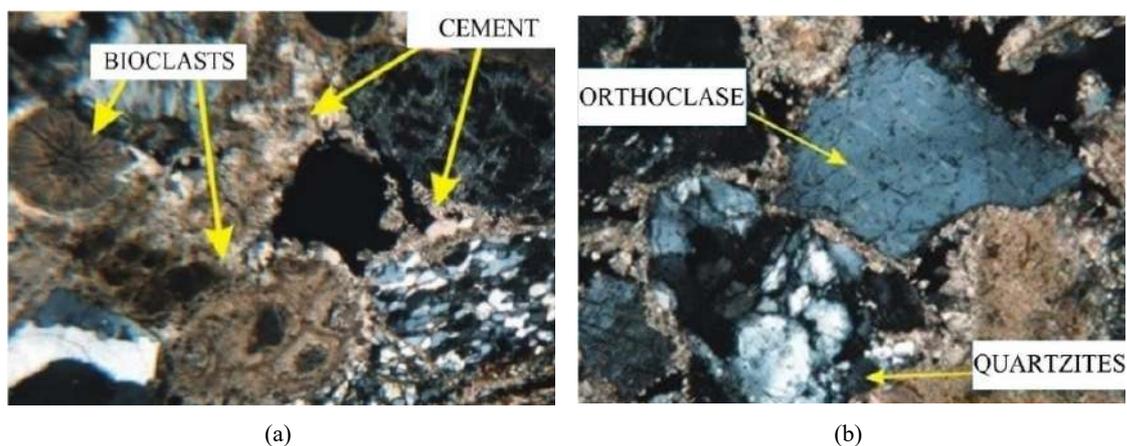


Fig. 2.13: Osservazioni su sezioni sottili del campione C.1. Componenti principali (bioclasti e cemento) (a); ortoclasio e quarziti (b).

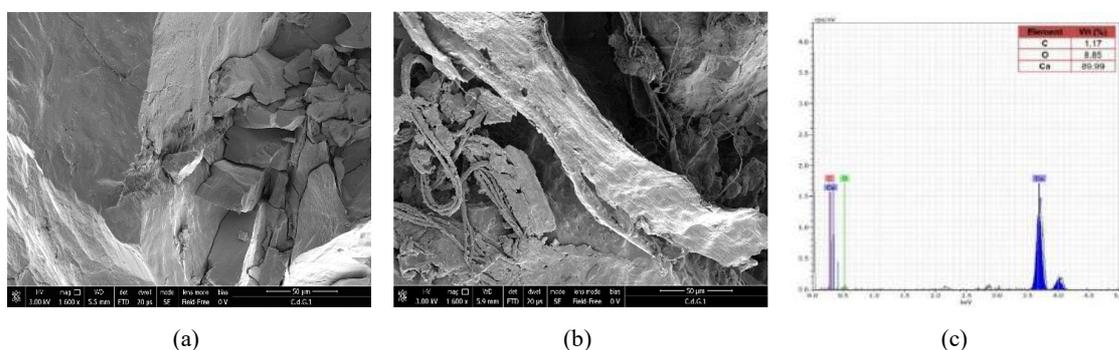


Fig. 2.14: Campione C.2: a) clasti sbriciolati in lastre; b) filo d’erba e apparato radicale; c) spettro EDS di una porzione della matrice.

Per valutare la resistenza meccanica della muratura storica sono stati eseguiti tre test a doppio martinetto piatto [157]. Il valore medio della resistenza a compressione σ valutata

sperimentalmente è di 3,16 MPa [3]: tale trattazione verrà affrontata, con la giusta rilevanza, nel § 3.1 riguardante le analisi globali fatte sulla medesima struttura. Per costruzioni simili in muratura, fatte di “conci di pietra tenera” come tufo, calcarenite, ecc. [6], i valori di resistenza alla compressione variano da 1,4 a 2,4 MPa [56]. Confrontando i valori previsti con il valore ottenuto dai test sperimentali con martinetti, la muratura esaminata raggiunge una resistenza maggiore: tuttavia vanno ridotti ai valori di progetto mediante il coefficienti di sicurezza $\gamma_M = 2$, mentre si assume un fattore di confidenza unitario $FC=1$, avendo raggiunto un livello di conoscenza esaustivo LC3 [147]. La corrispondente resistenza alla compressione di progetto della muratura è $f_d = 1,58$ MPa; si assume, inoltre, un modulo di Young pari a $E = 870$ MPa e una resistenza a trazione di progetto pari a 1/10 di quella a compressione, ossia $f_{td} = 0,158$ MPa [149].

2.2.2 Fattori scatenanti e ipotesi teoriche della metodologia utilizzata

Preliminarmente all’analisi globale è stato necessario studiare i meccanismi fuori dal piano per verificare che i livelli di vulnerabilità fossero accettabili. In accordo con la metodologia di valutazione basata sul controllo degli spostamenti, vengono quindi tracciate le curve di capacità al fine di valutare l’andamento del moltiplicatore con il progredire dello stato di danneggiamento della struttura, in questo caso dato dallo spostamento di un punto di controllo posto in sommità alla parete investigata [112, 158]. Ciascun moltiplicatore è ottenuto dall’applicazione sul cinematismo del PLV – considerando le varie configurazioni cinematiche del meccanismo esaminato – che eguaglia il lavoro virtuale esterno L_{ve} a quelli interno L_{vi} , ossia:

$$\alpha_0 \left(\sum_{i=1}^n P_i \delta_{x,i} + \sum_{j=n+1}^{n+m} P_j \delta_{x,j} \right) - \sum_{i=1}^n P_i \delta_{y,i} + \sum_{h=1}^0 F_h \delta_h = 0$$

In questa relazione, le forze P_i e P_j rappresentano le forze peso applicate direttamente e indirettamente sui blocchi e a cui corrispondono gli spostamenti virtuali orizzontali $\delta_{x,i}$, $\delta_{x,j}$ e verticali $\delta_{y,i}$, mentre F_h rappresenta la generica forza esterna i cui spostamenti virtuali sono indicati con δ_h . Attraverso questa analisi cinematica incrementale viene preso in considerazione il contributo dei collegamenti fino alla condizione di equilibrio finale [159]. Il modo in cui questi si sviluppano dipende dalla qualità e dalla forza delle connessioni con gli altri elementi della struttura, pareti perimetrali, pareti divisorie portanti interne, solai e strutture di copertura. Come anticipato al Capitolo 1, le seguenti ipotesi vengono avanzate nel calcolo: resistenza a trazione nulla della muratura; assenza di scorrimento tra i blocchi; resistenza a compressione illimitata della muratura. Le pareti sono considerate macro-blocchi rigidi e la loro configurazione deformata

schematizza il danno della struttura sotto l'azione sismica. Vale la pena notare che l'arretramento della cerniera – dovuto alla concentrazione di tensioni a livello locale della stessa – non viene preso in considerazione per due motivi: il primo è lo spessore della parete che non rivela lo schiacciamento alla base ed il secondo è per semplificare il calcolo. Allo scopo di valutare le prestazioni ottenibili da due tecniche di rinforzo (tiranti metallici e fasce in materiale composito GFRP) viene eseguita un'analisi cinematica su un pannello in muratura di lunghezza unitaria appartenente alla parete sud dell'ala est-ovest dell'edificio (Figg. 2.15a, 2.16) sottoposto a:

- il peso proprio della parete della facciata applicata nel suo baricentro (P_i);
- il carico trasmesso alla parete dalle volte in muratura scomposte nelle azioni orizzontali $S_{o, v-i}$ e verticali $S_{v, v-i}$;
- gli effetti benefici dei tiranti T_i o dei nastri in GFRP F_i ;
- l'azione del tetto S_v di futura costruzione (essendone, allo stato attuale, sprovvisto).

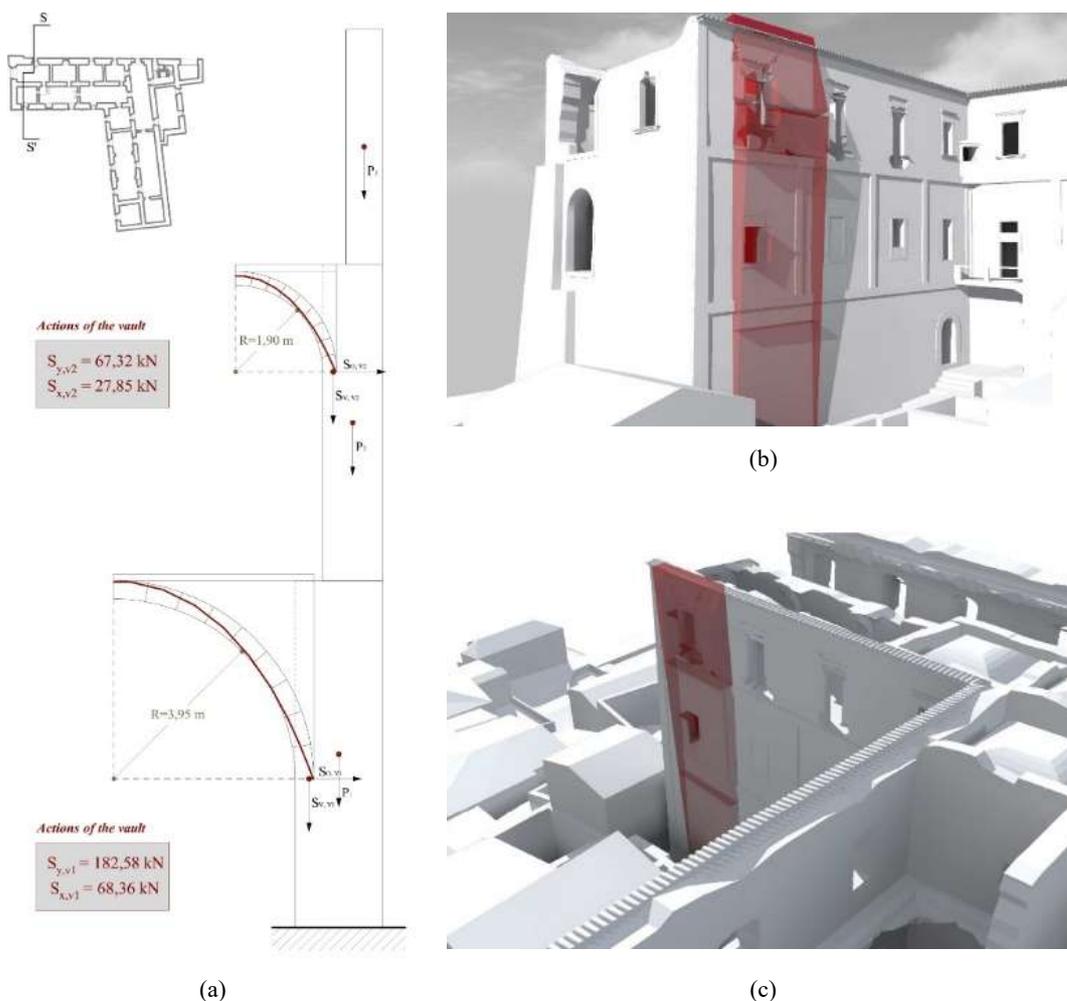


Fig. 2.15: Meccanismo di flessione verticale. Sezione verticale della parete di lunghezza unitaria soggetta all'azione delle volte (a); viste tridimensionali del collegio con individuazione del meccanismo (b) e (c).

Il moltiplicatore del carico di attivazione per una rotazione incipiente attorno alla cerniera C al centro della parete della facciata di Fig. 2.15a (C si trova in corrispondenza del cambiamento di spessore della parete tra il primo ed il secondo piano) è dato dalla seguente relazione:

$$\alpha_0 = \frac{\left(P_1 \delta_{y,P_1} + P_2 \delta_{y,P_2} + P_3 \delta_{y,P_3} + P_4 \delta_{y,P_4} + S_{v,V_1} \delta_{y,V_1} + S_{v,V_2} \delta_{y,V_2} + S_v \delta_{y,S_v} \right) - \left(S_{o,V_1} \delta_{x,V_1} + S_{o,V_2} \delta_{x,V_2} \right)}{P_1 \delta_{x,P_1} + P_2 \delta_{x,P_2} + P_3 \delta_{x,P_3} + P_4 \delta_{x,P_4} + S_{v,V_1} \delta_{x,V_1} + S_{v,V_2} \delta_{x,V_2}}$$

Vale la pena sottolineare che vengono eseguiti due tipi di **analisi cinematica** in quanto:

- con quella **lineare** si ottiene il valore del moltiplicatore di carico;
- con quella **non lineare** si ottiene la massima capacità di spostamento.

Ricerca della posizione della cerniera all'interno del meccanismo fuori piano

Nei punti di applicazione delle forze, il calcolo degli spostamenti virtuali è diverso a seconda che il punto sia al di sotto o al di sopra della cerniera C. Se il punto si trova sotto alla cerniera C (Fig. 2.16a), la distanza verticale del punto viene moltiplicata ($d_{y,P-0}$) per l'angolo spaziato ($\delta\theta$, invece della tangente dell'angolo per l'ipotesi di piccoli spostamenti):

$$u_p = d_{y,P-0} \cdot \tan \delta\theta \cong h_0 \cdot \delta\theta$$

Diversamente, per i punti posti superiormente alla cerniera C (Fig. 2.16b), è necessario procedere con l'applicazione del principio della cinematica dei corpi rigidi:

$$\delta_{x_p} = \delta_{x_C-0} - \delta_{x_p-C} = d_{y,C-0} \cdot \delta\theta_1 - d_{y,P-C} \cdot \delta\theta_2$$

I termini della precedente relazione assumono il significato indicato in Fig. 2.17a. A questo punto, variando la posizione della cerniera C, è possibile minimizzare il valore del moltiplicatore dei carichi applicando più volte il PLV. Nel caso in esame si ottiene $\alpha_0=0,069$, osservato per un'altezza della cerniera $h_C=17,85$ m dal piano di fondazione (Fig. 2.18). Lo schema cinematico del meccanismo di flessione verticale che fa riferimento al più basso valore di α_0 è quello mostrato in Fig. 2.16c, dove le quantità che definiscono ciascun blocco sono elencate nella Tab. 2.8.

Tab. 2.8: Termini dell'equazione del PLV corrispondenti al valore più basso del moltiplicatore α_0 .

h _C [m]	y _{G1} [m]	y _{G2} [m]	y _{G3} [m]	y _{G4} [m]	α_0	P ₁ [kN]	P ₂ [kN]	P ₃ [kN]	P ₄ [kN]	h ₁ [m]	h ₂ [m]	h ₃ [m]	h ₄ [m]
17.85	3.80	11.08	16.20	18.78	0.069	303.24	189.74	55.44	31.08	7.60	6.95	3.30	1.85

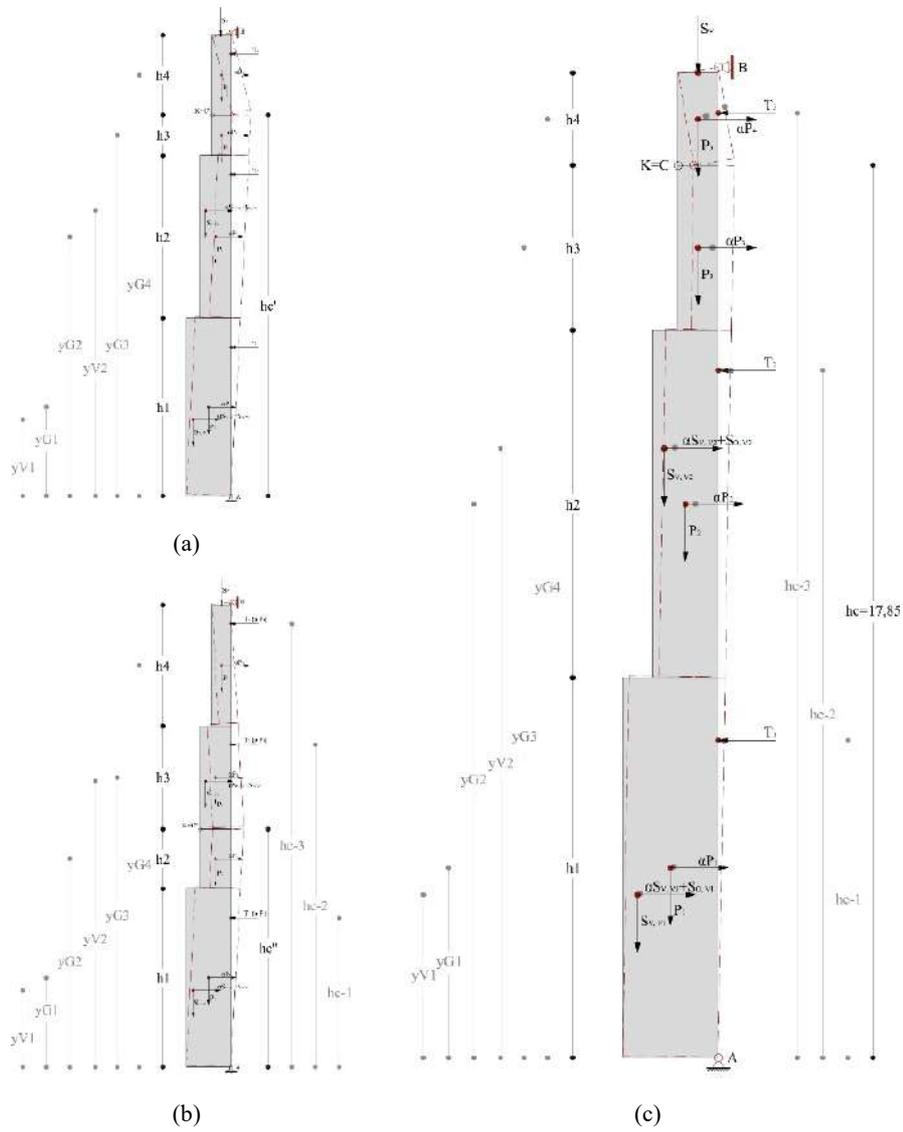


Fig. 2.16: Schematizzazione del meccanismo in due configurazioni: punti al di sotto della cerniera C (a); punti al di sopra della cerniera C (b); configurazione geometrica del reale meccanismo esaminato (c).

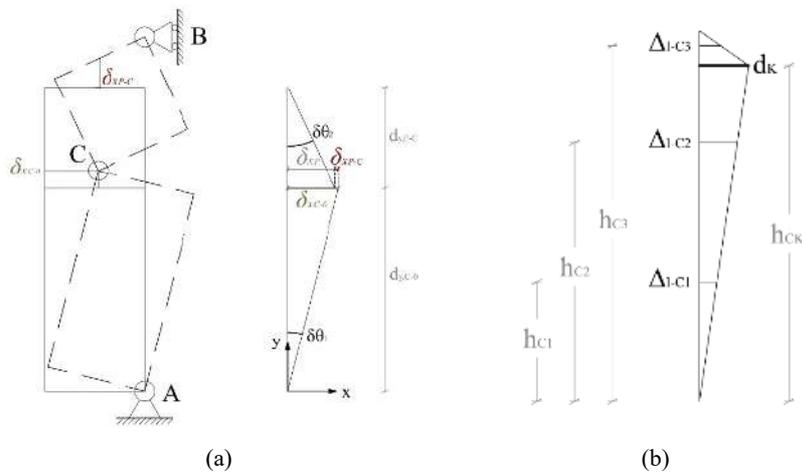


Fig. 2.17: Cinematica dei corpi rigidi (a); schema di calcolo degli spostamenti (b).

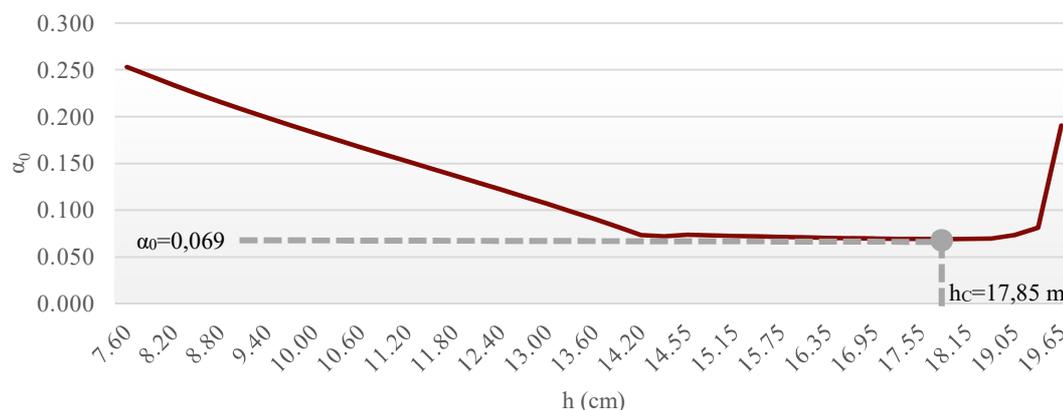


Fig. 2.18: Ricerca della posizione della cerniera C corrispondente al moltiplicatore minore.

Analisi cinematica del meccanismo sul sistema non rinforzato

Il successivo *step* consiste nel tracciamento della curva di capacità: per fare ciò viene applicato un processo di costruzione grafica su una configurazione deformata definita da una rotazione della parete di 1° . In questo modo, per il sistema reale, si ottengono gli spostamenti $d_k(\alpha)$ – di un punto di controllo K posto in cima alla parete – ed il relativo moltiplicatore α . Dopo aver determinato il moltiplicatore e lo spostamento del punto di controllo per la configurazione deformata generica, si impone l'annullamento dei termini α al fine di identificare il secondo punto della retta della curva *pushover* (d_{k0}), essendo noto il primo pari al valore di attivazione del meccanismo α_0 a spostamenti nulli. Prolungando la curva *pushover* verso l'asse delle ordinate, si ottiene il valore di d_{k0} e, di conseguenza, viene stabilita l'equazione che definisce la curva di capacità del sistema reale (Fig. 2.19):

$$\alpha = \alpha_0 \left(1 - \frac{d_K}{d_{K0}} \right) = 0,069 \left(1 - \frac{d_K}{1,406} \right)$$

Alle quantità che definiscono il sistema equivalente SDOF (*Single Degree Of Freedom*, riportato in Fig. 2.20) si giunge direttamente da α_0 e seguendo le indicazioni del punto C8A.4.2.2 di [6]:

$$a_0^* = \frac{\alpha_0 \sum_{i=1}^{n+m} P_i}{M^* FC} = \frac{\alpha_0 g}{e^* FC}$$

in cui a_0^* rappresenta l'accelerazione sismica spettrale di attivazione del cinemismo, g è l'accelerazione di gravità, FC il relativo fattore di confidenza raggiunto nell'investigazione e pari a 1, mentre le altre grandezze esprimono:

Capitolo 2

- la massa partecipante del cinematismo, definita in funzione degli spostamenti virtuali $\delta_{x,i}$ dei punti di applicazione dei pesi P_i ,

$$M^* = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n+m} P_i \cdot \delta_{x,i} \right)^2}{g \sum_{i=1}^{n+m} P_i \cdot \delta_{x,i}^2}$$

- la relativa frazione di massa partecipante della struttura

$$e^* = gM^* / \sum_{i=1}^{n+m} P_i$$

Tuttavia, la nuova curva *pushover* dell'oscillatore equivalente farà riferimento non più agli spostamenti reali del punto di controllo d_K , quanto a quelli spettrali pari a:

$$d^* = d_K \frac{\sum_{i=1}^{n+m} P_i \cdot \delta_{x,i}^2}{\delta_{x,i} \sum_{i=1}^{n+m} P_i \cdot \delta_{x,i}}$$

e sarà definita dalla relazione:

$$a^* = a^*_0 \left(1 - \frac{d^*}{d^*_0} \right) = 0,689 \left(1 - \frac{d_K}{0,122} \right)$$

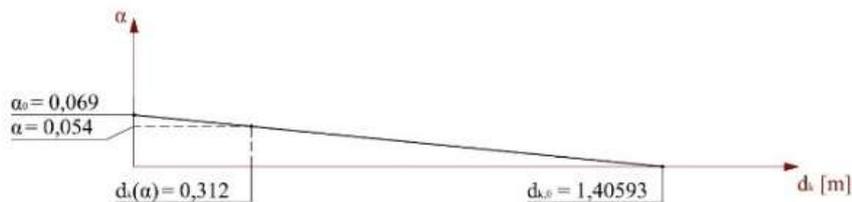


Fig. 2.19: Curva di capacità del sistema reale.

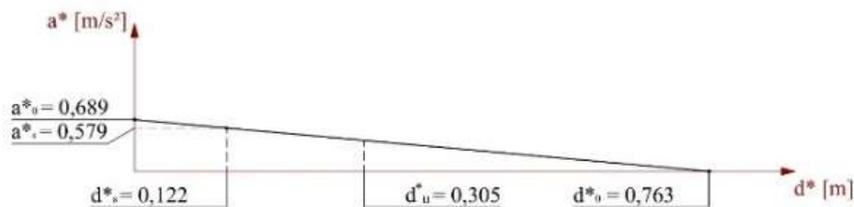


Fig. 2.20: Curva di capacità dell'oscillatore SDOF.

Pertanto, le verifiche richieste dalla normativa – per entrambi i tipi di analisi, lineare (l.k.a.) e non lineare (nl.k.a.) – vengono eseguite sull'oscillatore SDOF – i cui parametri sono descritti in Tab. 2.9.

Tab. 2.9: Parametri dell'oscillatore equivalente SDOF.

M^* [kg]	e^*	α_0^* [m/s ²]	a^*/α [m/s ²]	d^*/d_k [m]
653000	0.728	0.689	9.984	0.542

Successivamente è necessario definire i parametri dell'azione sismica in funzione dello stato limite considerato, della zona sismica del sito, del suolo di fondazione e della categoria topografica. In generale, la pericolosità sismica di un sito rigido (categoria sottosuolo A) e orizzontale (categoria topografica T₁) è definita dall'accelerazione orizzontale massima a_g , del fattore di amplificazione massimo dello spettro F_0 e del periodo di inizio del tratto a velocità costante T_C^* , facendo riferimento a precise probabilità di eccedenza o di superamento nel periodo di riferimento P_{VR} secondo lo stato limite scelto. Il periodo di ritorno del sisma T_R esprime la distanza temporale tra due eventi di uguale intensità, pertanto a valori maggiori corrispondono eventi più pericolosi. Questo si esprime in funzione del periodo di riferimento V_R e della relativa probabilità di eccedenza P_{VR} , attraverso la relazione:

$$T_R = \frac{-V_R}{\ln(1 - P_{VR})}$$

Naturalmente i valori di a_g , F_0 e T_C^* devono essere adattati alle condizioni del terreno su cui insiste la costruzione da cui dipendono, a loro volta, le quantità necessarie alla definizione dello spettro di risposta elastico in accelerazione. La costruzione ricade in una categoria di sottosuolo B (rocce tenere) con condizioni topografiche di categoria T2 (pendii con inclinazione media $i > 15^\circ$). Di tali caratteristiche ne tiene conto il coefficiente legato al tipo di suolo S_s , dato dal prodotto tra S_s , fattore di amplificazione stratigrafica, e S_T , coefficiente di amplificazione topografica. T_B , T_C e T_D sono i periodi che definiscono lo spettro di risposta elastico in accelerazione delle componenti orizzontali S_e , definito al punto 3.2.3.2.1 di [56].

Alla luce di quanto detto – e per gli stati limite indagati – i valori che definiscono l'azione sismica sono quelli riportati in Tab. 2.10. La Tab. 2.11 mostra, in maniera schematica, tutte le verifiche richieste dai Codici assumendo, per l'analisi cinematica lineare allo SLV, un fattore di struttura q pari a 2 [166].

Tab. 2.10: Parametri dell'azione sismica.

	T_R [anni]	a_g [g/10]	F_0	T_C^* [s]	S_s	C_C	S_T	T_B [s]	T_C [s]	T_D [s]
SLD	101	0.996	2.39	0.35	1.2	1.36	1.2	0.16	0.47	2.01
SLV	949	2.558	2.48	0.43	1.14	1.3	1.2	0.19	0.56	2.64

Tab. 2.11: Verifiche per l'analisi cinematica lineare e non lineare.

SLD (l.k.a.)		SLV (l.k.a.)		SLV (nl.k.a.)				
$a_g \cdot S$ [m/s ²]	$\alpha_0^* \geq a_g \cdot S$	$a_g \cdot S/q$ [m/s ²]	$\alpha_0^* \geq a_g \cdot S/q$	T_s [s]	$S_e(T_s)$ [m/s ²]	$\Delta_d(T_s)$ [m]	$d_u^* = 0,4 \cdot d_0^*$ [m]	d_u^* $\geq \Delta_d(T_s)$
1.406	no	1.716	no	2.88	1.504	0.317	0.305	no

Le verifiche dell'analisi cinematica non lineare consistono nel confrontare le capacità ultime di spostamento della struttura d_u^* con la domanda di spostamento richiesta dal sisma $\Delta_d = S_{De}$ pari allo spettro di risposta elastico in spostamento (punto 3.2.3.2.3 di [56]):

$$S_{De}(T_s) = S_e(T_s) \cdot \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2$$

entrambi valutati in corrispondenza del periodo secante T_s :

$$T_s = 2\pi \sqrt{\frac{d_s^*}{a_s^*}}$$

Quest'ultimo viene calcolato per uno spostamento spettrale d_s^* pari al 40% di quello ultimo d_u^* , a sua volta pari al 40% dello spostamento spettrale d_0^* – valutato nella curva di capacità di Fig. 2.20 – per il quale la curva di capacità presenta un'accelerazione spettrale nulla $a^* = 0$.

Le verifiche possono essere espresse, in maniera più intuitiva, attraverso gli indici di sicurezza f , definiti in termini di accelerazione (a , per quanto concerne lo Stato Limite di Danno SLD e lo Stato Limite di salvaguardia della Vita SLV) e di spostamento (d , per il solo SLV).

$$f_{a,SLD} = \frac{a_0^*}{a_g \cdot S} = 0.30$$

$$f_{a,SLV} = \frac{a_0^* \cdot q}{a_g \cdot S} = 0.24$$

$$f_{d,SLV} = \frac{d_u^*}{\Delta_d(T_s)} = 0.96$$

2.2.3 L'influenza del rinforzo sulla curva di capacità

Il non soddisfacimento delle verifiche fa sì che venga progettato un intervento di rinforzo rivolto ad impedire il meccanismo di flessione verticale della parete. Esso consiste nell'inserimento di

tiranti metallici oppure di nastri in materiale composito a base di fibre di vetro GFRP in corrispondenza dei punti 1, 2 e 3 dello schema di calcolo di Fig. 2.16c. Al fine di confrontare i risultati ottenuti con le due tecniche di rinforzo, i moltiplicatori di carico α_0 vengono rideterminati attraverso l'inserimento delle quantità che rappresentano le azioni esplicitate dai rinforzi nell'equazione del PLV. Nella procedura di calcolo si assume un vettore β di componenti pari al valore dell'*i*-esima azione di vincolo (T_i per tiranti metallici e F_i per nastri GFRP):

$$T_i = \beta_i \cdot T$$

$$F_i = \beta_i \cdot F$$

La generica componente β_i viene calcolata tenendo conto della configurazione geometrica di Fig. 2.17b, in cui K rappresenta la posizione della cerniera posta all'altezza $h_{ck}=17,85$ m, coincidente con il punto di controllo, mentre T e F sono i valori limite di carico (T corrisponde alla resistenza allo snervamento per i tiranti e F rappresenta la resistenza alla rottura per i nastri GFRP) raggiunti progressivamente per i punti 2, 3 e 1:

$$\beta_1 = \frac{h_{C1}}{h_{CK}}$$

$$\beta_2 = \frac{h_{C2}}{h_{CK}}$$

$$\beta_3 = \frac{h_{tot} - h_{C3}}{h_{tot} - h_{CK}}$$

In particolare per i tiranti in acciaio B450C (resistenza allo snervamento di progetto $f_{yd}=391,3$ MPa; modulo elastico normale $E_s=210000$ MPa; lunghezza tirante $l_T=11$ m) aventi un diametro di 16 mm, si ottiene una forza massima di tiro pari a 78,64 kN.

Per i nastri GFRP unidirezionali utilizzati (i medesimi di quelli delle volte e aventi le seguenti caratteristiche: *E-Glass Type*; peso specifico secco $\gamma=900$ g/m²; spessore tessuto $t_f=0.48$ mm; larghezza tessuto $b_f=300$ mm; modulo elastico normale a trazione $E_{fib}=80700$ MPa; tensione di rottura di progetto del composito $f_{fd}=2560$ MPa; deformazione caratteristica a rottura $\epsilon_{fk}=0.035$, coefficiente di conversione ambientale $\eta_a=0.65$, coefficiente per verifiche allo SLU $\gamma_{Rd}=1.1$), viene presa in considerazione la trattazione geometrica contenuta in Olivito *et al.* [149] che porta alla definizione di una resistenza limite pari a 240,34 kN.

Ai valori limite delle forze di tiranti e nastri GFRP ottenuti, corrispondono i seguenti allungamenti massimi, calcolati con riferimento ai parametri geometrico-meccanici appena definiti:

Capitolo 2

$$\Delta l_e = \frac{f_{yd} \cdot l_T}{E_s} = 0.02 \text{ m}$$

$$\delta_{x,F_i,1} = \frac{x_{F_i,1}}{\gamma_{Rd}} = 0.0065 \text{ m}$$

È un dato di fatto che le forze T_i e F_i , moltiplicate per le rispettive altezze del punto di applicazione, portano ad un aumento dei contributi stabilizzanti dell'equazione del PLV e, conseguentemente, del moltiplicatore di carico α_0 . In questo modo viene aumentato il livello di sicurezza dell'intera struttura.

Analisi cinematica sul sistema rinforzato con tecniche tradizionali ed innovative

Attraverso i valori sopra indicati degli allungamenti massimi, viene implementata la seguente procedura di calcolo per i due tipi di analisi (lineare e non lineare) e per entrambi i sistemi di rinforzo. Nel calcolo si assumono gli spostamenti massimi per il punto di applicazione più sollecitato (inizialmente il punto di applicazione della forza T_2). L'espressione del PLV diventa:

$$\alpha_0 = \frac{(P_1 \delta_{y,P_1} + P_2 \delta_{y,P_2} + P_3 \delta_{y,P_3} + P_4 \delta_{y,P_4} + S_{v,V_1} \delta_{y,V_1} + S_{v,V_2} \delta_{y,V_2} + S_v \delta_{y,S_v}) - (S_{o,V_1} \delta_{x,V_1} + S_{o,V_2} \delta_{x,V_2} - T_1 \delta_{x,T_1} - T_2 \delta_{x,T_2} - T_3 \delta_{x,T_3})}{P_1 \delta_{x,P_1} + P_2 \delta_{x,P_2} + P_3 \delta_{x,P_3} + P_4 \delta_{x,P_4} + S_{v,V_1} \delta_{x,V_1} + S_{v,V_2} \delta_{x,V_2}}$$

in cui sono aggiunti i contributi T_i e F_i , calibrati sui valori β_i : ciò significa assegnare alla generica componente T_i (o F_i) il valore massimo del tiro e alle altre componenti di T [135] i valori che si determinano con lo schema di Fig. 2.17b.

Vengono, così, calcolati i nuovi valori del moltiplicatore riferiti al punto di controllo K. Questi valori vengono utilizzati per tracciare il secondo punto delle due curve di capacità in quanto il primo punto coincide con quello del sistema non rinforzato (Fig. 2.19). Tuttavia il moltiplicatore deve essere calcolato un istante dopo che il rinforzo abbia raggiunto la condizione limite: per fare ciò, è sufficiente rimuovere, dal calcolo dello stesso α_0 , il contributo precedentemente utilizzato. Ripetendo questa procedura per i tre punti di applicazione delle forze T_i e F_i , si ottengono i punti delle nuove curve di capacità, riportate in Fig. 2.21 per l'intervento con i tiranti ed in Fig. 2.22 per l'intervento con i nastri in materiale composito GFRP. Attraverso il rinforzo progettato, le verifiche richieste dalla normativa risultano essere tutti soddisfatte, sia nel caso dei tiranti (T) che nel caso nastri GFRP (F):

$$f_{d,SLV-T} = 1.29 \quad (\text{tiranti metallici})$$

$$f_{d,SLV-F} = 3.12 \quad (\text{nastri GFRP})$$

con un aumento della capacità sismica del 21,6% nel caso dei tiranti e del 194,3% nel caso dei nastri GFRP (con un *surplus* del 142% rispetto ai tiranti).

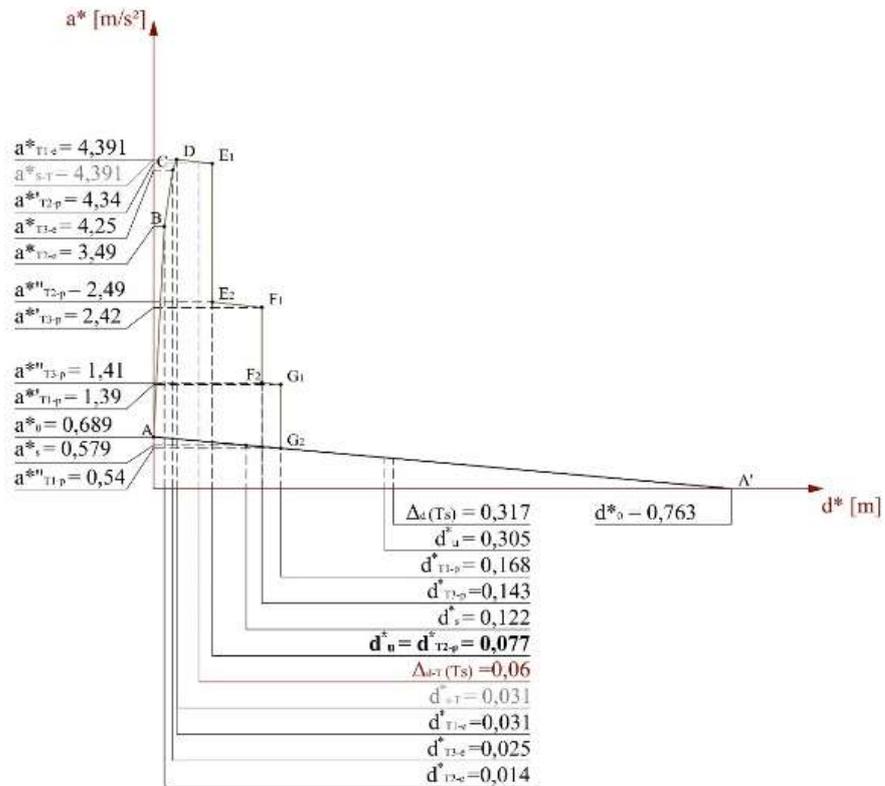


Fig. 2.21: Curva di capacità del sistema rinforzato con tiranti metallici.

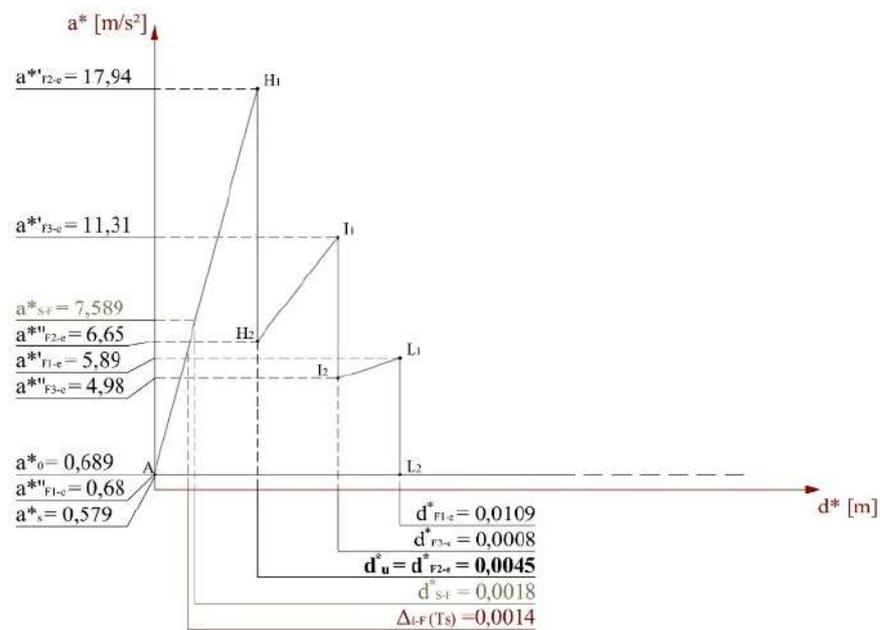


Fig. 2.22: Curva di capacità del sistema rinforzato con nastri GFRP.

Confronto tra risultati analitici e numerici

Sullo stesso modello numerico creato per l'analisi sismica globale del Collegio, riportato nel successivo § 3.1, attraverso il modulo *software* specifico "3Muri ML" [167], è stato possibile ripetere le indagini già svolte analiticamente al fine di confrontare i risultati. Innanzitutto è necessario amplificare i valori dei carichi – rappresentati i diversi pesi P_i – al fine di considerare la lunghezza reale della facciata. Questa operazione viene eseguita moltiplicando i valori per 8,2 (lunghezza della parete in metri). Invece, i valori delle forze dei tiranti (T) sono triplicati per essere sufficienti per l'intera facciata presa in considerazione. Le Tabb. 2.12 e 2.13 mostrano una sostanziale coincidenza dei risultati con uno scostamento minimo dovuto alle semplificazioni di calcolo effettuate. Quest'ultime riguardano: i carichi agenti; la posizione della cerniera centrale; la presenza delle aperture in facciata non computate nello studio analitico per l'ipotesi del pannello murario di lunghezza unitaria.

Tab. 2.12: Valori ottenuti sul sistema non rinforzato e confronto software 3Muri.

	$a_0^* [m/s^2]$		$a_{0-min}^* [m/s^2]$		$a_0^* \geq a_{0-min}^*$		α_0	
	Analytical	3Muri ML	Analytical	3Muri ML	Analytical	3Muri ML	Analytical	3Muri ML
SLV	0.689	0.71	1.716	1.61	no	no	0.069	0.071
SLD			1.406	1.24	no	no		

Tab. 2.13: Valori ottenuti sul sistema rinforzato.

	$a_0^* [m/s^2]$		$a_{0-min}^* [m/s^2]$		$a_0^* \geq a_{0-min}^*$		α_0	
	Analytical	3Muri ML	Analytical	3Muri ML	Analytical	3Muri ML	Analytical	3Muri ML
SLV	1.716	2.00	1.716	1.61	yes	yes	0.171	0.196
SLD			1.406	1.24	yes	yes		

Conclusioni

L'approccio interdisciplinare rappresenta un punto di forza dello studio proposto in quanto fornisce al progettista gli strumenti e le conoscenze necessarie per una più consapevole realizzazione di interventi di rinforzo, evidenziando la possibilità di scegliere tra materiali e tecniche tradizionali oppure innovativi. Interventi da attuare su strutture presentanti criticità e da calcolare ricorrendo all'analisi dei meccanismi locali che si dimostrano essere uno strumento valido ed indispensabile nel campo del patrimonio culturale. Per la trattazione specifica, i nastri FRP rappresentano la migliore soluzione sia in termini di prestazioni meccaniche che di fattibilità esecutiva, essendo un'operazione continua sulla facciata e non puntuale e, quindi, più adatta alle caratteristiche chimiche, fisiche e meccaniche della muratura. Tuttavia i nuovi materiali compositi

basati su una matrice inorganica (i cosiddetti FRCM – *Fiber Reinforced Cementitious Matrix*) potrebbero rappresentare una valida alternativa al sistema di rinforzo proposto.

Capitolo 3 – La valutazione del comportamento sismico globale degli edifici in muratura mediante la schematizzazione a telaio equivalente

Questo capitolo si occuperà dello studio della vulnerabilità sismica degli edifici in muratura a carattere non specialistico per i quali è chiara la distinzione tra pareti e orizzontamenti. In questo caso gli approcci globali, basati sulla modellazione a telaio equivalente, riescono a indagare efficacemente queste strutture in cui la risposta sotto azioni dinamiche è correlata al comportamento dei suoi elementi costituenti, vale a dire maschi murari e fasce di piano. La valutazione della sicurezza avverrà mediante l'esecuzione di analisi statiche non lineari (pushover), confrontando le capacità di spostamento della struttura con la domanda sismica. Due casi studio saranno indagati con altrettanti software di analisi ed alcuni confronti saranno proposti, sia relativamente ai livelli di sicurezza ante e post operam che riguardo ai differenti metodi di schematizzazione di maschi murari e fasce di piano. Allargando il campo d'indagine, l'ultima parte del capitolo riguarderà la trattazione dei modelli di vulnerabilità su scala territoriale attraverso l'utilizzo della metodologia CARTIS. Per un caso studio verranno individuate le tipologie edilizie ricorrenti con l'intento di realizzare delle analisi pushover su diverse configurazioni strutturali tali da classificare gli elementi di maggiore vulnerabilità.

Parte delle analisi e dei risultati presentati e discussi in questo capitolo sono già stati pubblicati dai seguenti articoli:

- Olivito, R. S., Tedesco, A., & Porzio, S. (2015). *Diagnosis for an effective restoration project. Case study: the ex Jesuite convent in Amantea (CS)*, In: *Proceedings of the VI international conference on diagnosis for the conservation and valorization of cultural heritage, Napoli, Italy*. p. 117-129.
- Olivito, R. S., Tedesco, A., & Porzio, S. (2016), *Evaluation of seismic vulnerability by means of pushover analysis. The case study of the former Jesuits College of Amantea (CS)*. In: *Proceedings of the VII international conference on diagnosis for the conservation and valorization of cultural heritage, Napoli, Italy*. 2016. p. 190-202.
- Olivito, R. S., Codispoti, R., Scuro, C., & Porzio, S. (2018). *A seismic analysis for ancient Trentacapilli palace with different schematization methods of masonry walls*. In

Capitolo 3

Proceedings of the International Masonry Society Conferences, 0(222279), pp. 2555-2562.

- *Olivito, R. S., Porzio, S., Codispoti, R., & Scuro, C. (2020). A case study on seismic vulnerability assessment of masonry buildings by using CARTIS database, REHABEND 2020 Euro-American Congress on Construction Pathology. Rehabilitation Technology and Heritage Management, Granada, Spain. Accepted for publication.*

3.1 Il caso studio del Collegio dei Gesuiti di Amantea

Il collegio della Compagnia di Gesù è collocato in posizione emergente all'estremità settentrionale del centro abitato, al di sopra di un breve ripiano scavato nella roccia occupante una posizione dominante rispetto al torrente Catocastro. Il collegio è confinante: a nord con lo strapiombo verso il torrente; a est con il “monte che non si può spianare” [168]; a sud con la chiesa del complesso gesuitico, intitolata a S. Elia Profeta, e dal piccolo sagrato su cui apre l'ingresso principale; a ovest con il tessuto urbano del quartiere Catocastro, contraddistinto da piccole costruzioni (Fig. 3.1).

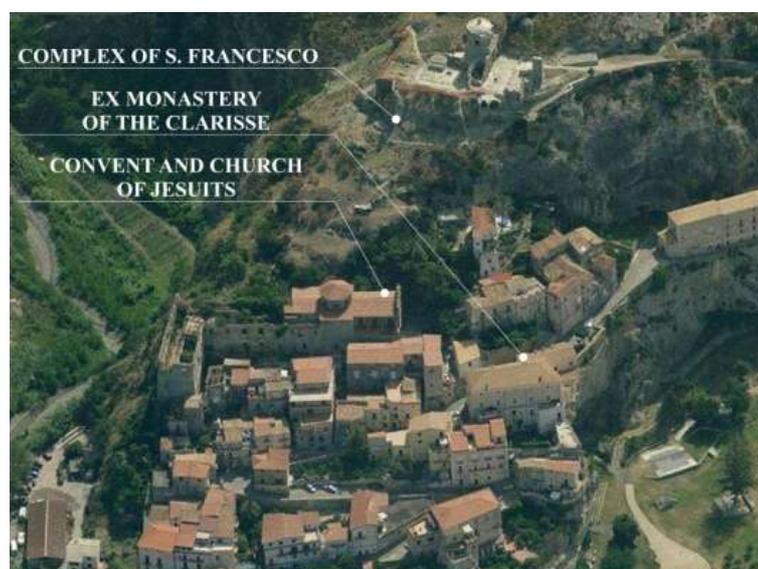


Fig. 3.1: Il quartiere Catocastro e le sue emergenze architettoniche e religiose.

L'incontro tra Amantea e la Compagnia di Gesù è da ricercarsi nelle volontà di Fulvio Verdiano, nato intorno al 1570 nella cittadina calabrese e stimatissimo medico che fu per quattro decenni ordinario del collegio gesuitico napoletano. Verdiano favorì l'insediamento dei Gesuiti nella sua città natia grazie alla sua benevolenza negli ambienti napoletani del Regno e alle sue personali fortune messe a disposizione per la costruzione della nuova fabbrica religiosa ad Amantea [169]. Così, il 16 marzo 1618 venne autorizzata l'istituzione del *Collegium Amantheanum*, il sesto in Calabria dopo quello di Catanzaro (1563), Reggio (1564), Cosenza (1588), Tropea (1600) e Vibo Valentia (1613). Due anni dopo, il 9 febbraio 1620, i Gesuiti giunsero nella cittadina tirrenica dove inizialmente si stabilirono non in un vero edificio religioso bensì nell'abitazione della famiglia Verdiano, sita nel quartiere Catocastro; inoltre, in un locale attiguo all'abitazione, i Gesuiti organizzarono la chiesa. Sebbene la famiglia gesuitica amanteana disponesse di risorse economiche sufficienti alla costruzione di una nuova fabbrica religiosa, questa situazione di

Capitolo 3

provvisorietà iniziale perdurò per molti decenni. Infatti, solo nel 1662 si diede concretamente il via ad un programma edilizio che portò, un anno dopo, alla redazione del progetto definitivo del nuovo stabile per opera dell'architetto gesuita padre Carlo Quercia (Fig. 3.2a-c).

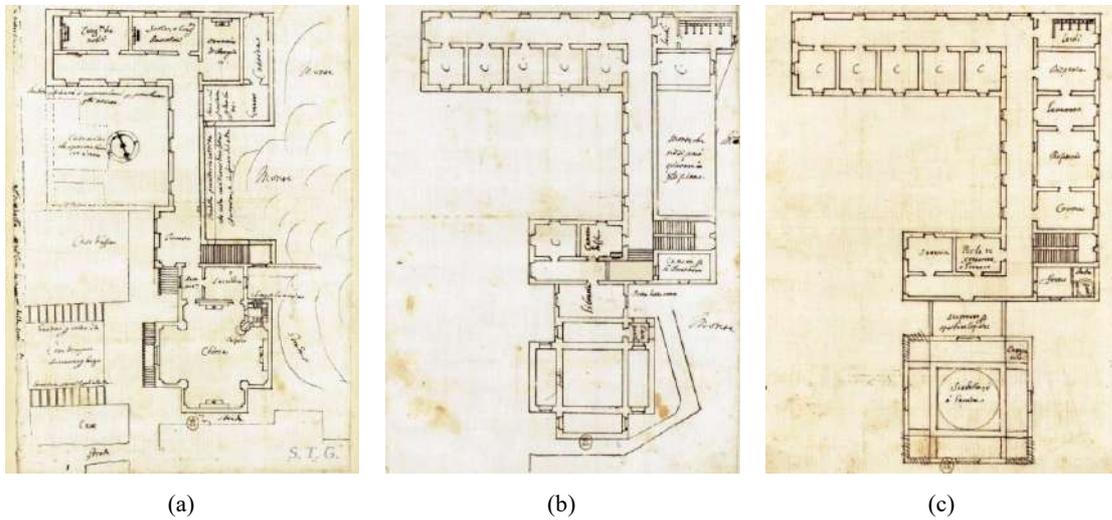


Fig. 3.2: Progetto originario del complesso gesuitico amanteano, redatto nel 1663 da padre Quercia: livello piano terra (a); primo piano (b); secondo piano (c) [168].

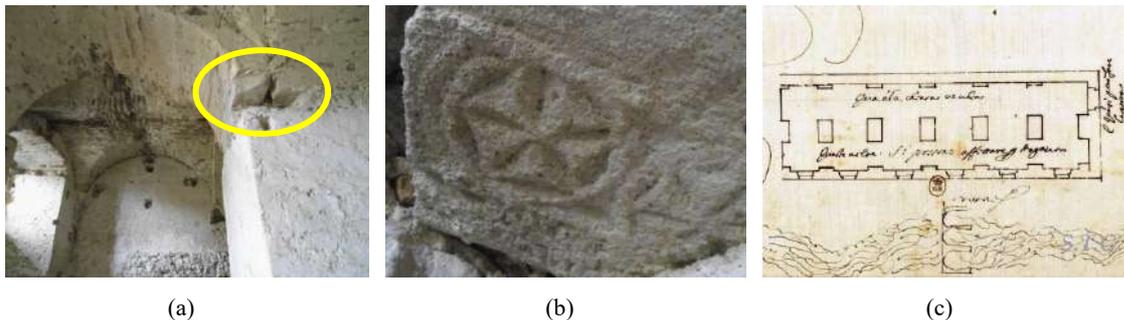


Fig. 3.3: Testimonianze dell'inglobamento di una vecchia chiesa all'interno delle costruzioni del Collegio (a); particolare (b); "chiesa vecchia" del progetto del Quercia (c).

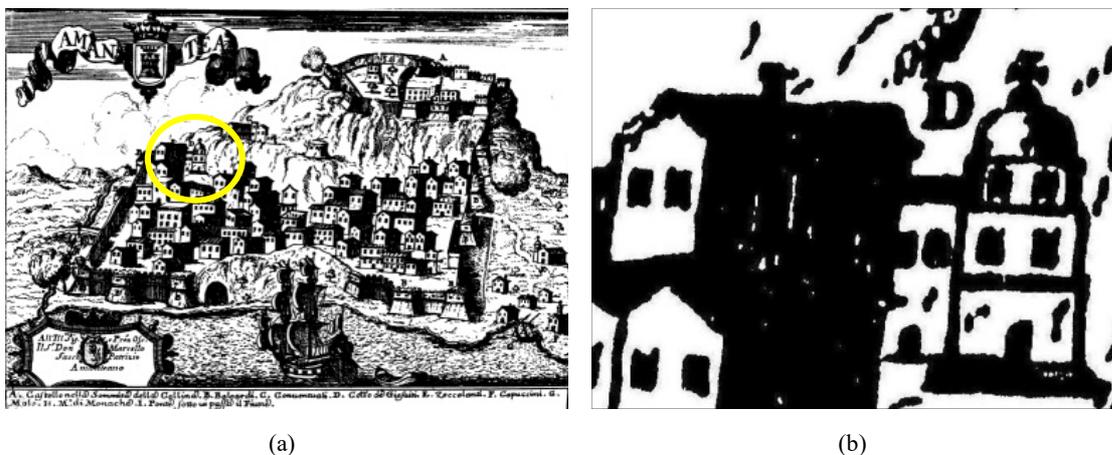


Fig. 3.4: Prospettiva di Amantea del Pacichelli, 1697: prospettiva dell'intero centro storico (a); particolare dell'incisione raffigurante il complesso dei Gesuiti (b).

I lavori di costruzione del collegio procedettero con minor celerità e comportarono l'inglobamento di una vecchia chiesa esistente in loco all'interno delle nuove strutture murarie. Ciò è testimoniato: dalla presenza, lungo il piano terra dell'ala nord del collegio, di elementi lapidei scolpiti (sicuramente facenti parte di altari e cornici costruiti all'interno della chiesa originaria) inglobati nella muratura della nuova costruzione ed utilizzati come piani di imposta per volte ed archi (Figg. 3.3a, b); dalla pianta del progetto del Quercia, che mostra una piccola chiesa originaria indicata come "*chiesa vecchia*", disposta parallelamente al sottostante torrente Catocastro (Fig. 3.3c). Il collegio fu completato sul finire del Seicento e a testimoniare ciò vi è l'incisione attribuita al Pacichelli raffigurante la città di Amantea, edita nel 1703, ma realizzata nel 1697 [170]. Nel disegno il complesso gesuitico, indicato con la lettera D e la dicitura "*Gotto dei Gesuiti*", viene rappresentato in posizione emergente rispetto all'agglomerato urbano del quartiere Catocastro e presenta: la facciata e l'alto corpo cupolato della chiesa; un primo volume del collegio, disposto sul fronte nord, con copertura a capanna; un secondo volume, disposto sul fronte ovest, più basso rispetto al primo (Figg. 3.4).

In merito all'analisi architettonica e tipologica del complesso amanteano [171], al fine di contestualizzarlo all'interno del movimento architettonico gesuitico, nonché coglierne l'organizzazione funzionale, è bene partire proprio dal progetto originario di padre Quercia del 1663 che, così come egli stesso spiegò al Generale dell'Ordine, fu delineato effettuando scelte non sempre in linea con le direttive costruttive proprie del movimento a causa delle accidentate condizioni orografiche del luogo prescelto per la nuova costruzione [172]. È evidente come il nuovo complesso amanteano non prevedeva l'*area collegii* e l'*area scholarum* attorno a cortili o giardini, bensì le due aree vennero separate tra loro "verticalmente" in quanto ospitate all'interno di differenti livelli del collegio. L'ex collegio dei Gesuiti è costituito da due corpi parallelepipedi che formano una pianta ad L (l'innesto tra i due blocchi volumetrici non è perfettamente ortogonale) e che risultano fortemente condizionati dal declivio naturale sul quale sono stati eretti (Fig. 3.5). Esso presenta:

- un livello 1, caratterizzante il solo blocco nord, che ospita una serie di ambienti delimitati da archi trasversali e dotati di volte a botte e a crociera (Fig. 3.6a). Il livello 1 coincide con l'*area scholarum* dell'ex collegio;
- un livello 2 (Fig. 3.6b), sviluppato lungo i due blocchi nella loro interezza, che è percorso da ampi corridoi, voltati a botte, separati mediante il muro di spina dagli ambienti funzionali;

Capitolo 3

- un livello 3 (Fig. 3.6c), con un impianto simile al livello 2. Oggi tale livello è privo di copertura (in origine a capanna) e conserva i muri perimetrali solo lungo il blocco nord mentre quello ovest è quasi totalmente crollato. È evidente come i livelli 2 e 3 costituissero l'area collegii.



Fig. 3.5: Elaborati grafici dell'ex collegio con indicazione dei setti murari testati: spaccato assonometrico (a); sezione (b).

Infine, per quanto riguarda la chiesa essa non presenta più la pianta a croce greca prevista dal progetto del Quercia, bensì eredita la forma ad essa assegnata durante i lavori di rifacimento eseguiti nel XVIII secolo. Elementi della chiesa di particolare rilievo sono la volta a botte caratterizzante l'aula nonché la "Gavita", ovvero la cupola, caratterizzante il transetto (Fig. 3.6d).



Fig. 3.6: Ambienti voltati a crociera appartenenti all'antica chiesa inglobata nel nuovo livello 1 (a); ingresso, dotato di porta ferrata, di una delle celle carcerarie presenti all'interno del livello 2 (b); interno del blocco est, caratterizzato dai crolli della copertura e degli orizzontamenti (c); intradosso della cupola della chiesa di S. Elia Profeta, annessa all'ex collegio.

Caratterizzazione meccanica degli elementi resistenti della muratura

Dal rilevamento degli apparati murari costituenti l'ex collegio dei Gesuiti di Amantea si osserva come, con buona approssimazione, si possa parlare della presenza di due tipi di muratura: una prima tipologia mista, costituita da elementi resistenti in roccia sedimentaria locale, selci e frammenti di laterizio (mattoni o pezzi di tegole utilizzati, per lo più, per eseguire inzeppature o riempire porzioni mancanti), grossolanamente sbazzati (o anche rotondeggianti) e messi in opera con grandi quantità di malta di calce aerea dalle scarse proprietà meccaniche (Fig. 3.7a); una seconda tipologia muraria in pietrame di piccola pezzatura realizzata ricorrendo a grandi quantità di malta povera (Fig. 3.7b). Conci squadrate in arenaria sono stati utilizzati per realizzare i cantonali dell'edificio, gli innesti di alcune volte, nonché gli stipiti e gli architravi delle aperture dei prospetti (Fig. 3.7c). Ovunque si osserva una malta friabile e spesso rientrante rispetto agli elementi resistenti.

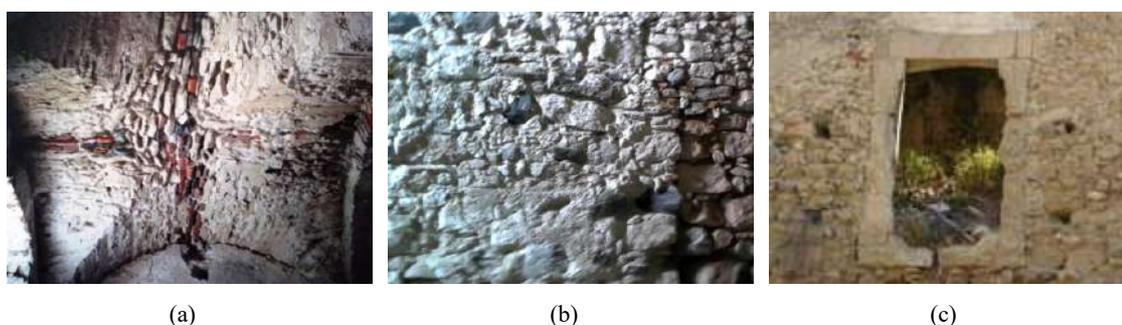


Fig. 3.7: Tipologie murarie adottate all'interno dell'ex collegio dei Gesuiti di Amantea: prima tipologia (a); seconda tipologia (b); elementi squadrate in arenaria (c).

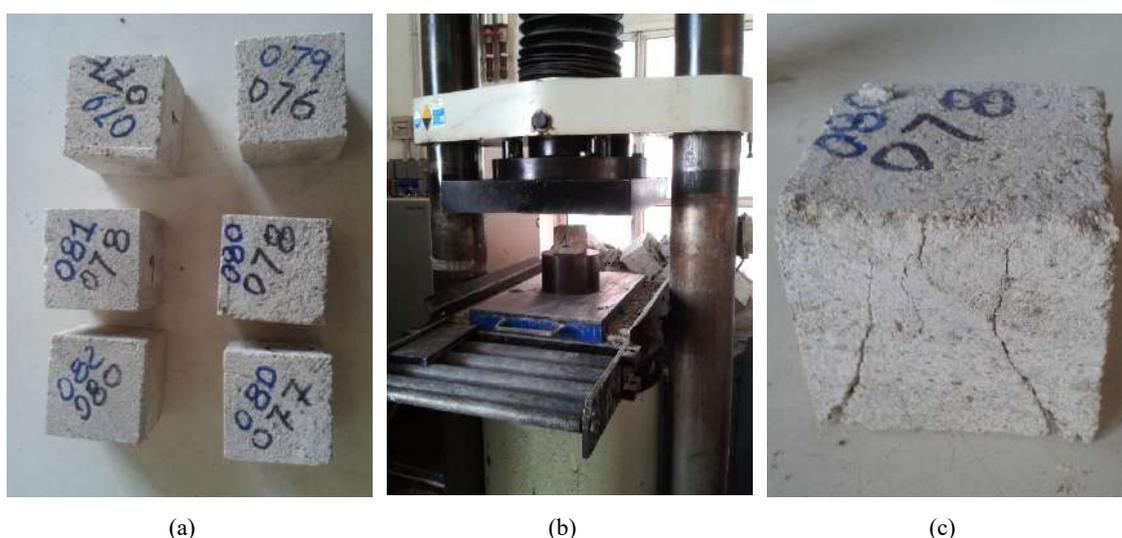


Fig. 3.8: Prova di compressione assiale: provini, sottoposti al carico perpendicolarmente ai piani di anisotropia, contrassegnati dal numero distintivo, dai valori delle pesate e dalla direzione di anisotropia (a); macchina di prova (b); rottura tipo del generico provino (c).

Capitolo 3

L'ex collegio gesuitico di Amantea presenta una struttura portante massiva dal dimensionamento generoso in quanto realizzata con importanti spessori delle pareti portanti tali da permetterle, nonostante l'abbandono e le passate variazioni di destinazione d'uso (sicuramente peggiorative della sua capacità strutturale), di giungere fino ai giorni nostri. Ed è proprio nella generosità di tali spessori che va ricercata la fortuna della struttura, in quanto senza di essa la muratura non sarebbe riuscita a svolgere fino ad oggi la sua funzione portante. Infatti, la capacità della muratura di rispondere a tale funzione è andata progressivamente depauperandosi a causa: della caduta graduale degli intonaci (internamente ed esternamente); del dilavamento della malta, di scarsa resistenza e caratterizzata da un'importante frazione terrosa, che funge da legante per gli elementi resistenti; dalla diminuzione diffusa delle sezioni resistenti, causata dalla caduta di materiale e/o dai quadri fessurativi dovuti ai diversi dissesti statici in atto sulla struttura; della scarsa resistenza della pietra costituente quasi totalmente la muratura, ovvero l'arenaria di Amantea; della cattiva durabilità della pietra utilizzata se sottoposta nel tempo agli agenti atmosferici.

Al fine di quantificare la resistenza di tale pietra locale, si è deciso di realizzare dei provini da sottoporre a prova di schiacciamento uniassiale. Da un blocco lapideo staccatosi ormai da tempo dalla costruzione, sono stati realizzati otto provini cubici aventi lato 70 mm, sui quali è stata individuata la direzione di anisotropia. Sei provini sono serviti per eseguire la prova così come viene descritta dalla norma UNI EN 1926:200 [173], ovvero applicando il carico in direzione perpendicolare ai piani di anisotropia del provino lapideo; successivamente, i restanti due provini sono stati schiacciati applicando il carico parallelamente ai piani di anisotropia, al fine di valutare una diminuzione percentuale indicativa della resistenza a compressione media della pietra esaminata (quantificazione utile a capire come la pietra, a seconda della direzione con la quale viene messa in opera, si comporta rispetto ai carichi permanenti verticali agenti sulla struttura). Prima della prova i provini sono stati preparati attraverso il livellamento delle facce e l'eliminazione di possibili irregolarità. Poi sono stati sottoposti ad essiccazione, alla temperatura di 70 °C, fino al raggiungimento di una massa costante, intesa raggiunta quando la differenza fra due pesate successive, effettuate dopo un intervallo di 24 h, non è risultata maggiore dello 0,1% della massa del provino. Dopo l'essiccamento, i provini sono stati sottoposti alla temperatura ambiente (20 °C) fino a quando non hanno raggiunto l'equilibrio termico (Fig. 3.8a). La prova di compressione, effettuata entro le 24 h successive, ha previsto il posizionamento del singolo provino in posizione centrata sulla piastra di base della macchina di prova (Fig. 3.8b) – così da ottenere una distribuzione uniforme del carico – applicato in maniera continua con incrementi costanti alla velocità di 1 MPa/s; la prova ha avuto termine con la comparsa delle lesioni da schiacciamento (Fig. 3.8c).

Vengono riportati in Tab. 3.1 i valori della massa volumica ρ , del peso umido P.U. e di quello essiccato P.E., dei carichi massimi F_{max} , dell'abbassamento ultimo δ_u nonché della resistenza a compressione R_c valutati su ciascun provino. Il grafico riporta gli andamenti forza-abbassamento ($F-\delta$) ottenuti durante la prova eseguita sugli otto provini (Fig. 3.9). Considerando la resistenza media $R_{m,perp}$ ottenuta sui sei provini sottoposti alla prova eseguita secondo le indicazioni della norma UNI (carico applicato in direzione perpendicolare ai piani di anisotropia) e mettendola a rapporto con la resistenza media $R_{m,parall}$ ottenuta sui due provini sottoposti alla prova eseguita applicando il carico parallelamente ai piani di anisotropia, si ottiene un valore indicativo di differenza percentuale di resistenza a compressione dell'arenaria di Amantea pari a circa il 37%.

Tab. 3.1: Dati relativi alla prova di compressione eseguita sull'arenaria di Amantea.

PROVINO	ρ [kg/m ³]	P.U.-P.E. [kg]	F_{max} [kN]	R_c [MPa]	δ_u [mm]
1	2332	0,80 – 0,77	124,96	25,50	2,52
2	2279	0,80 – 0,77	129,39	26,41	2,42
3	2274	0,80 – 0,78	130,00	26,53	2,37
4	2274	0,79 – 0,77	108,88	22,22	2,18
5	2249	0,79 – 0,76	118,36	24,15	2,44
6	2245	0,81 – 0,78	110,09	22,47	2,37
7	2245	0,80 – 0,78	74,72	15,25	3,39
8	2216	0,82 – 0,80	76,87	15,69	2,55

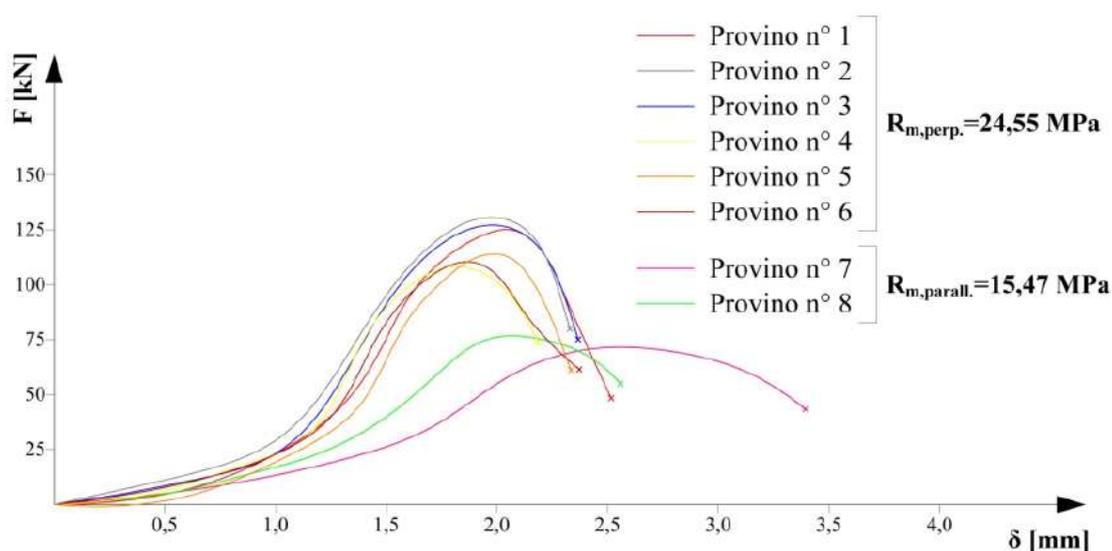


Fig. 3.9: Andamenti $F-\delta$ ottenuti sui provini.

Caratterizzazione meccanica della muratura dell'ex collegio dei Gesuiti di Amantea

L'edificio in esame presenta un imponente volume murario su tre livelli aventi pianta ad L, pesanti orizzontamenti voltati nonché risulta privo della struttura di copertura. Lo stesso risente di condizioni di forte degrado, di importanti porzioni mancanti nonché di preoccupanti dissesti statici accompagnati da quadri fessurativi e cinatismi ben evidenti [171]. Le strutture murarie dell'ex collegio registrano una tipologia muraria prevalente (Fig. 3.10a), costituita da elementi resistenti in roccia sedimentaria locale, selci e frammenti di laterizio, messi in opera ricorrendo a grandi quantità di malta di calce dalle scarse proprietà meccaniche. Gli elementi resistenti principali (Fig. 3.10b), pertanto, sono: ciottoli rotondeggianti, provenienti dal letto dell'adiacente torrente che lambisce il centro storico lungo il fronte nord; elementi lapidei in biocalcare locale, estratti direttamente dal costolone di roccia sedimentaria sul quale insiste il centro antico della città (Fig. 3.1). Questa tipologia di muratura è, dunque, caratterizzata da elementi resistenti dalle modeste capacità meccaniche, quantità di malta abbondanti, dall'alto contenuto di impurità di natura biologica [161] e, inoltre, da un'apparecchiatura spesso disordinata.

Nonostante ciò, la muratura presenta discrete capacità in termini di resistenza alle azioni di carico verticali. Ciò è stato verificato eseguendo prove di compressione uniassiale ricorrendo ai martinetti piatti, singoli e doppi, in tre diversi punti della struttura. Le porzioni di muratura testate appartengono a tre setti murari (Fig. 3.5) caratterizzati da differenti stratigrafie della sovrastruttura, pertanto risultano sottoposti a differenti condizioni di carico. Nella fattispecie:

- la porzione di muratura M.1 appartiene ad un setto murario sul quale, oltre al carico proprio, si registrano i carichi trasmessi dalle pareti dei livelli 2 e 3 gravanti sullo stesso;
- la porzione di muratura M.2 appartiene ad un setto murario sul quale, oltre al carico proprio, si registrano i carichi trasmessi dagli orizzontamenti voltati dei livelli 1, 2 e 3 nonché dalle pareti dei livelli 2 e 3;
- la porzione di muratura M.3 appartiene ad un setto murario sul quale, oltre al carico proprio, si registrano i carichi trasmessi dagli orizzontamenti dei livelli 2 e 3 nonché dalla parete del livello 3.

In tutti e tre i casi, dapprima è stata eseguita la prova a singolo martinetto piatto con la quale è stato individuato il valore del carico di esercizio σ_{ex} caratterizzante la muratura. Successivamente, è stata condotta la prova con doppio martinetto al fine di determinare il valore del carico di rottura σ_r . Infine è stato possibile calcolare il coefficiente di sicurezza sperimentale definibile come il rapporto σ_r/σ_{ex} . I risultati ottenuti sui tre setti murari interessati dalle prove sono stati riportati all'interno della Tab. 3.2.

Tab. 3.2: Risultati ottenuti eseguendo le prove con i martinetti piatti.

SETTO MURARIO	σ_{ex} [MPa]	σ_r [MPa]	σ_r/σ_{ex}	f_{md} [MPa]	$(\sigma_{ex}/0,65) \leq (\sigma_r/\gamma_m)$
M.1	0,123	3,88	31,54	1,58	VERO
M.2	0,705	3,02	4,28	1,58	FALSO
M.3	0,216	2,59	11,99	1,58	VERO



(a)



(b)

Fig. 3.10: Tipologia muraria prevalente all'interno dell'ex collegio dei Gesuiti di Amantea: particolare del prospetto ovest (a); particolare di una parete interna del livello 1 (b).

Le prove sperimentali hanno permesso di ricavare informazioni utili alla successiva fase di modellazione. Avendo eseguito tre prove con i martinetti piatti sulla tipologia muraria prevalente, è stato raggiunto un livello di conoscenza LC3 e, dunque, è stato possibile adottare un fattore di confidenza $FC=1$ [174]. Inoltre, il valore medio della resistenza a compressione f_m [6] considerato risulta pari a:

$$f_m = f_{m,p} = 3.16 \text{ MPa}$$

dove $f_{m,p}$ rappresenta il valore medio delle tensioni di rottura σ_r determinate sperimentalmente durante le tre prove. Il valore di progetto della resistenza a compressione della muratura f_{md} è stato valutato come:

$$f_d = \frac{f_m}{FC \gamma_M} = 1.58 \text{ MPa}$$

dove γ_M rappresenta il coefficiente parziale di sicurezza in zona sismica, pari a 2. Infine, eseguendo la verifica alle tensioni ammissibili sui tre setti murari provinati è stato dimostrato analiticamente il fenomeno dello schiacciamento in atto sulla parete M.2 [56]:

$$\frac{\sigma_{ex}}{0.65} \leq \frac{f_k}{\gamma_m}$$

dove la resistenza caratteristica a compressione f_k coincide con la tensione alla rottura σ_r e γ_m rappresenta un coefficiente di sicurezza pari a 4,2.

3.1.1 La modellazione a telaio equivalente implementata da 3Muri

3Muri, fornito da S.T.A. Data S.r.l, è uno dei *software* più utilizzati in Italia per l'analisi strutturale di edifici in muratura. La modellazione implementata in 3Muri può essere definita FME (*Frame by Macro Elements*), poiché si basa sul modello di macro-elemento bidimensionale non lineare, rappresentante l'intero pannello in muratura. Questo modello di macro-elemento (Fig. 3.11), menzionato nel § 1.2.1, è stato inizialmente sviluppato da Gambarotta e Lagomarsino (1996) e la spiegazione teorica del codice di calcolo è stata dettagliata da [167], nonché dal relativo manuale utente [175].

Il macro-elemento consente, con un numero limitato di gradi di libertà, di rappresentare i due principali modi di rottura della muratura nel proprio piano, flessione-ribaltamento e taglio-scorrimento con attrito, sulla base di ipotesi meccaniche. Questo modello considera, mediante variabili interne, l'evoluzione del danno da taglio-scorrimento che controlla il degrado di resistenza con *softening* ed il degrado di rigidezza. Il macro-elemento 2D (Fig. 3.11), dotato di spessore s e larghezza b , è composto da due elementi esterni di spessore infinitesimo Δ , 1 e 3, in cui sono concentrati gli effetti flessionali e assiali, ed un elemento centrale di altezza h , 2, che subisce la deformabilità tangenziale mentre non è ammessa alcuna deformazione assiale o flessionale.

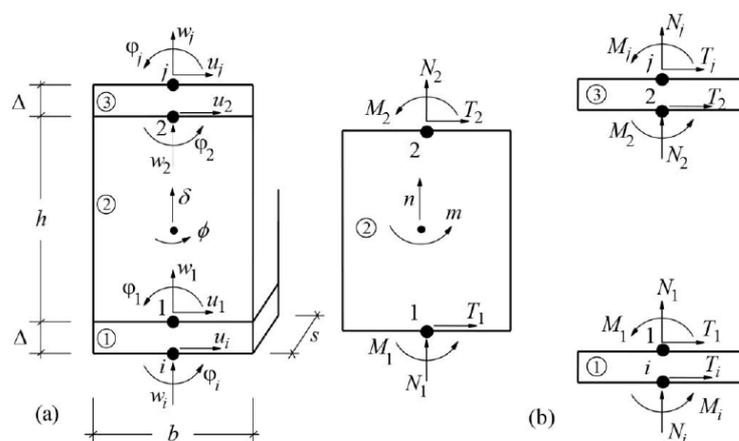


Fig. 3.11: Modello cinematico del macro-elemento [49].

Il modello cinematico 2D completo tiene conto dei tre gradi di libertà per ciascun nodo i (u_i, w_i, ϕ_i) e j (u_j, w_j, ϕ_j) sulle estremità (spostamento assiale w , spostamento orizzontale u e rotazione ϕ)

e due gradi di libertà per la zona centrale (spostamento assiale δ e rotazione ϕ), tali da far valere opportune equazioni di congruenza:

$$\begin{cases} u_1 = u_i \\ u_2 = u_j \\ w_1 = w_2 = \delta \\ \varphi_1 = \varphi_2 = \phi \end{cases}$$

3Muri suddivide ogni parete utilizzando tale macro-elemento e idealizza la parete attraverso un telaio equivalente. La Fig. 3.12 riassume le fasi principali della procedura di idealizzazione del telaio in una parete in muratura con aperture regolari: dall'identificazione dei maschi murari e delle fasce di piano (*steps* 1 e 2), definiti sulla base dell'allineamento verticale e della sovrapposizione delle aperture, a quello dei nodi rigidi (*step* 3).

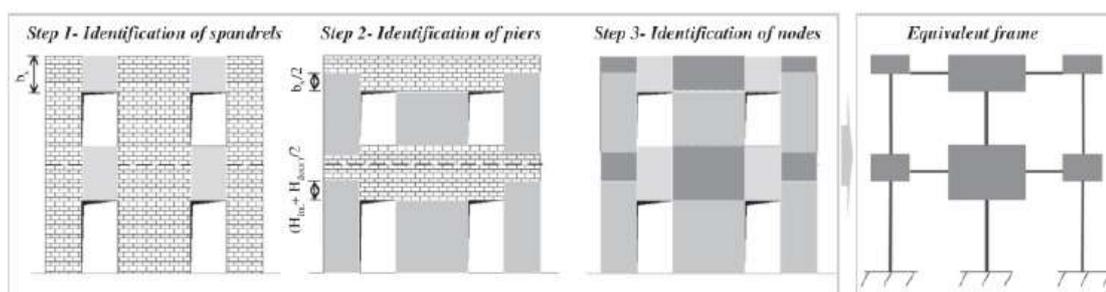


Fig. 3.12: Esempio di idealizzazione equivalente del telaio in caso di aperture regolarmente distribuite [167].

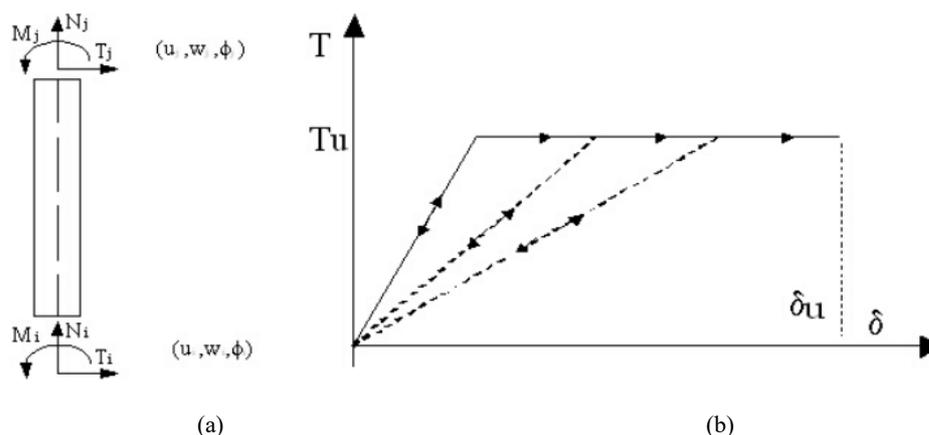


Fig. 3.13: Elemento trave "beam" (a) avente comportamento non lineare con degrado di rigidità (b) [175].

La geometria dei nodi rigidi è desunta direttamente dagli elementi precedentemente definiti e collegati ad essi. Dopo aver idealizzato la parete in muratura in un assemblaggio di elementi strutturali, 3Muri li considera come elementi "trave" non lineari con idealizzazione di inelasticità

aggregata (comportamento bilineare elastico perfettamente plastico, con valori massimi di taglio e momento coerenti con i valori di SLU, Fig. 3.13a). La deformazione e la risposta non lineare sono concentrate in maschi e fasce (i quali, al raggiungimento dello SLU, vengono sostituiti con una biella, senza interruzione dell'analisi), mentre i nodi vanno considerati come una parte rigida che collega quelle deformabili (*step* 4 di Fig. 3.12). L'osservazione del danno sismico mostra, infatti, che solo raramente (geometria molto irregolare o aperture molto piccole) compaiono lesioni in queste aree della parete muraria.

È importante sottolineare che i carichi vengono applicati solo sui nodi, quindi l'elemento non viene caricato lungo il proprio asse. Il comportamento elastico dell'elemento di Fig. 3.13 è governato da:

$$\begin{Bmatrix} T_i \\ N_i \\ M_i \\ T_j \\ N_j \\ M_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12EJ\eta}{h^3(1+\psi)} & 0 & -\frac{6EJ\eta}{h^2(1+\psi)} & -\frac{12EJ\eta}{h^3(1+\psi)} & 0 & \frac{6EJ\eta}{h^2(1+\psi)} \\ 0 & \frac{EA}{h} & 0 & 0 & -\frac{EA}{h} & 0 \\ -\frac{6EJ\eta}{h^2(1+\psi)} & 0 & \frac{EJ\eta(4+\psi)}{h(1+\psi)} & \frac{6EJ\eta}{h^2(1+\psi)} & 0 & \frac{EJ\eta(2-\psi)}{h(1+\psi)} \\ -\frac{12EJ\eta}{h^3(1+\psi)} & 0 & \frac{6EJ\eta}{h^2(1+\psi)} & \frac{12EJ\eta}{h^3(1+\psi)} & 0 & \frac{6EJ\eta}{h^2(1+\psi)} \\ 0 & -\frac{EA}{h} & 0 & 0 & \frac{EA}{h} & 0 \\ -\frac{6EJ\eta}{h^2(1+\psi)} & 0 & \frac{EJ\eta(2-\psi)}{h(1+\psi)} & \frac{6EJ\eta}{h^2(1+\psi)} & 0 & \frac{EJ\eta(4+\psi)}{h(1+\psi)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ w_i \\ \phi_i \\ u_j \\ w_j \\ \phi_j \end{Bmatrix}$$

in cui il coefficiente $\psi = 1.2 \frac{E b^2}{G h^2}$.

E e G sono rispettivamente il modulo elastico normale e di taglio, A e J sono l'area della sezione e il momento di inerzia del pannello, l e h sono la lunghezza e altezza del pannello; η è un coefficiente di riduzione della rigidezza [176]. Riepilogando, nel solutore è implementato un macro-elemento non lineare le cui caratteristiche principali sono:

- rigidezza iniziale secondo le caratteristiche elastiche (fessurate e non) del materiale;
- comportamento bilineare (Fig. 3.13b) con valori massimi di taglio e momento coerenti con i valori di SLU;
- redistribuzione delle sollecitazioni interne all'elemento tali da garantire l'equilibrio;
- settaggio dello stato di danno secondo i parametri globali e locali;
- degradazione della rigidezza nel ramo plastico;

- controllo di duttilità mediante la definizione di *drift* massimo di piano δu , differenziato secondo quanto previsto nelle normative vigenti a seconda del meccanismo di danneggiamento agente sul pannello, nel caso specifico di edifici esistenti pari a 0,4% dell'altezza del pannello per taglio e a 0,6% per pressoflessione (0,8% su edifici nuovi);
- eliminazione dell'elemento al raggiungimento del proprio SLU senza interruzione dell'analisi.

Il modello 3D dell'intero edificio terrà conto dell'azione di irrigidimento offerta dai solai nel proprio piano – assunti però privi di rigidità flessionale – nell'assemblaggio dei macro-elementi 2D appena descritti. Alle singole pareti viene attribuito un sistema di riferimento locale in modo tale che, assumendo la perfetta verticalità delle stesse, la loro posizione venga definita dalla sola coordinata X nonché dall'eventuale angolo con esso formato (α di Fig. 3.13b). Le pareti vengono così modellate nel proprio piano e vengono poi assemblate le une alle altre ed ai solai attraverso dei nodi. Questi, quando appartengono ad una sola parete, mantengono i propri gradi di libertà nel piano di riferimento locale; se, invece, appartengono a più pareti devono necessariamente disporre di gradi di libertà nel riferimento globale. Si creano dunque nodi tridimensionali a cinque gradi di libertà: tre spostamenti (u_x, u_y, u_z) e solo due rotazioni (φ_x, φ_y) poiché, essendo trascurata la rigidità flessionale delle pareti, la rotazione intorno all'asse verticale Z non viene considerata (Fig. 3.14).

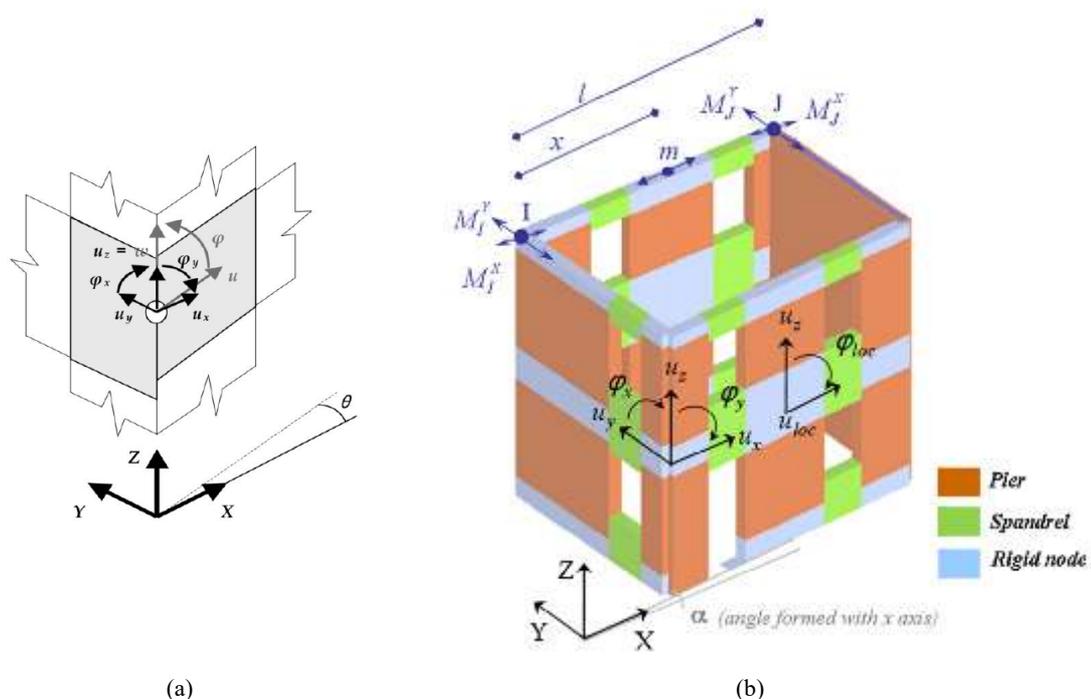


Fig. 3.14: Gradi di libertà del nodo tridimensionale (a); assemblaggio 3D nel software 3Muri: classificazione dei nodi rigidi 3D e 2D e condivisione di massa fuori piano [167] (b).

3.1.2 L'implementazione dell'analisi pushover mediante il metodo N2

L'analisi *pushover* (letteralmente “spingere oltre”) consiste nell'assegnare alla struttura una prefissata distribuzione di forze orizzontali esterne, incrementate in maniera statica e monotona (profili di carico), fino al raggiungimento della condizione di collasso. Questo tipo di analisi viene implementato utilizzando il metodo N2, proposto dalla Circolare Esplicativa, che risulta applicabile solo per costruzioni il cui comportamento, sotto la componente del sisma considerato, è governato da un modo di vibrare naturale principale e che si assume si mantenga costante per tutta la durata dell'applicazione dei carichi. Il metodo richiede che al sistema strutturale reale (MDOF – *Multi Degree Of Freedom*) se ne associ uno equivalente (SDOF – *Single Degree Of Freedom*) ad un solo grado di libertà – proposto sotto forma di oscillatore semplice – e che la *performance* sismica venga valutata attraverso la cosiddetta curva di capacità.

Definizione della curva di capacità

La curva che descrive il comportamento del sistema equivalente viene definita curva di capacità e corrisponde ad una funzione di legame la quale riporta, convenzionalmente, l'andamento del taglio risultante alla base V_b rispetto allo spostamento orizzontale di un punto di controllo della struttura d_c (generalmente coincidente con il baricentro dell'ultimo piano dell'edificio); dalla scelta del punto di controllo dipende l'andamento della curva stessa (Fig. 3.15).

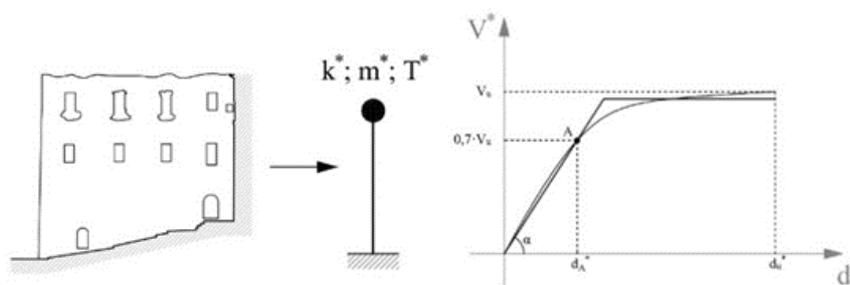


Fig. 3.15: Schematizzazione dell'edificio nel sistema bilineare equivalente e curva di capacità.

Ad ogni punto della curva può essere associato uno specifico stato di danno dell'intero sistema, pertanto è possibile rapportare determinati livelli di spostamento al grado di funzionalità atteso, quindi al grado di danno corrispondente. Oltre al nodo di controllo, la curva di capacità di una struttura dipende della legge di proporzionalità (profilo di carico) con la quale vengono fatti aumentare i carichi orizzontali. Tale legge, rappresentativa della distribuzione delle forze inerziali indotte dall'evento sismico, viene proposta dalla normativa italiana per gli edifici esistenti in due versioni:

- profilo di carico proporzionale alle forze statiche (di primo modo) e alle altezze:

$$F_i = \frac{F_h z_i W_i}{\sum_j z_j W_j}$$

dove: $F_h = S_d(T_1)W \lambda/g$ rappresenta la forza d'inerzia dell'intero edificio; F_i è la forza da applicare alla massa i-esima; W_i e W_j sono i pesi, rispettivamente, della massa i e della massa j; z_i e z_j sono le quote, rispetto al piano di fondazione, delle masse i e j; $S_d(T_1)$ è l'ordinata dello spettro di risposta di progetto; W è il peso complessivo della costruzione; λ è un coefficiente pari a 0,85; g è l'accelerazione di gravità, pari a 9,806 m/s²;

- profilo di carico proporzionale alla prima forma modale della struttura (non adattiva):

$$F_i = \alpha \cdot m_i$$

dove: α è il coefficiente di proporzionalità; m_i è la massa del livello i-esimo dell'edificio di n piani. In funzione di questo secondo profilo, la massa m si mantiene costante, mentre il coefficiente α cresce progressivamente fino al valore corrispondente al collasso della struttura.

La costruzione della curva del sistema reale dipende da quelle dei singoli maschi e delle fasce di piano sottoposti ad azioni orizzontali crescenti, per i quali la curva ha un andamento, generalmente, monotono crescente. In questo caso, le capacità di spostamento ultimo coincidono con il valore massimo degli spostamenti raggiunti dalla struttura (Fig. 3.16a).

Diversamente, se si utilizzano elementi con un legame costitutivo in grado di tenere conto del ramo di *softening*, raggiunto il limite plastico, gli incrementi di spostamento sono applicati fino al decadimento del taglio del 20% rispetto al suo valore di picco, determinando così il valore dello spostamento massimo alla base dell'edificio u_{max} (definito anche d_u) rispetto al nodo di controllo (fig. 3.16b).

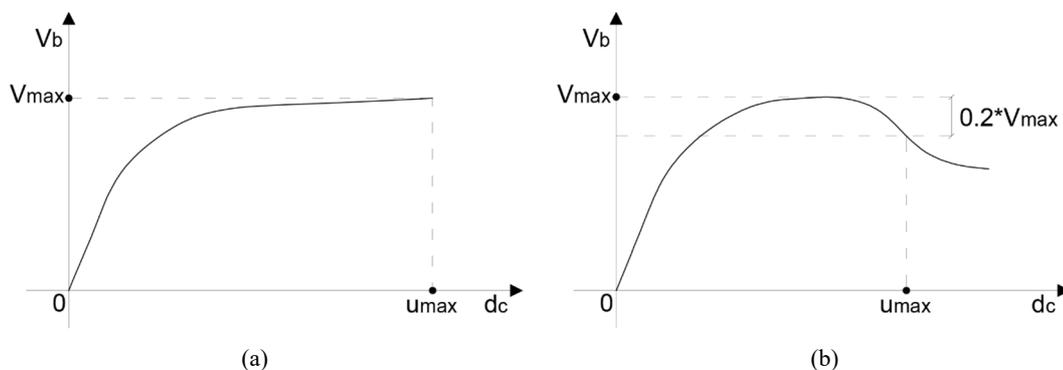


Fig. 3.16: Curve di capacità: monotona crescente (a); softening (b) [166].

Il metodo N2

Il metodo N2 si articola attraverso una serie di *step* (6 in totale) di seguito riportati.

- I. Realizzato il modello reale del sistema strutturale MDOF, se ne definisce l'azione sismica mediante lo spettro di risposta elastica in termini di accelerazione S_e , nel quale l'accelerazione spettrale è una funzione del periodo T della struttura (Fig. 3.17), che si ottiene mediante una delle relazioni elencate nel punto 3.2.3.2.1 della normativa [56].

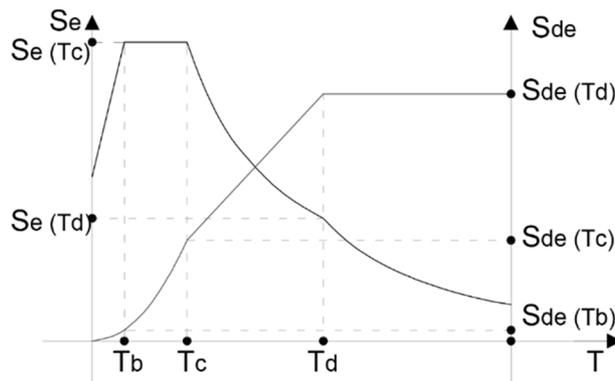


Fig. 3.17: Spettri di risposta elastici in accelerazione S_{ae} e spostamento (S_{de})[166].

- II. Partendo dallo spettro in accelerazione S_e si determina lo spettro elastico S_{de} del sistema equivalente (SDOF) in termini di spostamento, disegnato nel formato AD (*Acceleration-Displacement*); i due spettri sono legati dalla seguente relazione:

$$S_{de} = \frac{T^2}{4\pi^2} S_e$$

Ottenuto S_{de} e considerando un comportamento non lineare del sistema, si passa ad uno spettro ridotto, lo spettro di risposta anelastico S_a , che è derivato dalle seguenti relazioni:

$$S_a = \frac{S_e}{R_\mu}$$

$$S_d = \frac{\mu}{R_\mu} S_{de} = \frac{\mu}{R_\mu} \frac{T^2}{4\pi^2} S_e = \mu \frac{T^2}{4\pi^2} S_a$$

Nelle precedenti relazioni μ è la duttilità del sistema, definita come il rapporto tra lo spostamento massimo e lo spostamento in corrispondenza dello snervamento, mentre R_μ , espresso in funzione di T , è il fattore di riduzione della duttilità definito come:

$$R_\mu = \begin{cases} 1 + (\mu - 1) \frac{T}{T_C} & \text{per } T < T_C \\ \mu & \text{per } T \geq T_C \end{cases}$$

Per differenti valori della duttilità μ , si ottengono, a partire dallo spettro di risposta elastico, gli spettri riportati nella Fig. 3.18, rappresentati nel formato AD.

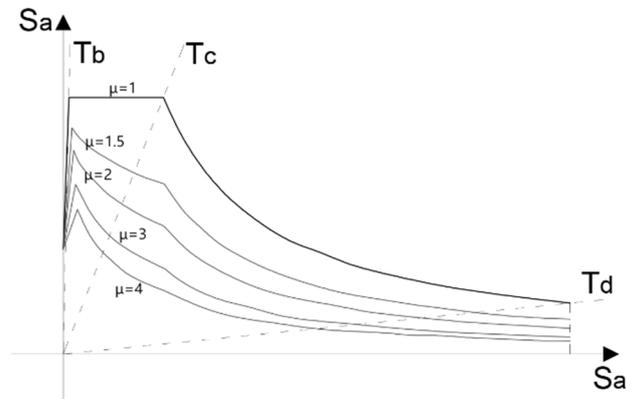


Fig. 3.18: Spettri di risposta anelastici al variare di μ [166].

- III. Applicando al sistema reale MDOF il profilo di carico scelto nella direzione considerata, se ne determina la curva di capacità precedentemente enunciata. Il vettore dei carichi laterali \mathbf{P} è definito in modo tale che la distribuzione dei carichi, indicata con $\boldsymbol{\psi}$, si mantenga costante nel corso dell'analisi (profilo di carico non adattivo) e sia legata alla forma del vettore degli spostamenti, $\boldsymbol{\phi}$, relativi al modo fondamentale di vibrare ($\boldsymbol{\phi}$ è l'autovettore relativo al primo modo di vibrare normalizzato rispetto al punto di controllo) e alle masse attraverso la relazione:

$$\mathbf{P} = p\boldsymbol{\psi} = p\mathbf{M}\boldsymbol{\phi}$$

dove \mathbf{M} è la matrice diagonale delle masse, mentre p è il vettore che definisce l'intensità dei carichi.

- IV. Successivamente, occorre determinare il sistema equivalente SDOF e la curva di capacità. Per farlo, si parte dall'equazione del moto della struttura:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{R} = -\mathbf{M}\boldsymbol{\tau}\ddot{u}_g$$

dove \mathbf{R} è il vettore delle forze interne, \mathbf{u} il vettore di spostamento, $\boldsymbol{\tau}$ il vettore di trascinamento corrispondente alla direzione del sisma considerata e \ddot{u}_g l'accelerazione al suolo. Nell'ipotesi di approssimare la risposta al solo primo modo di vibrare, che è quello dominante, si pone:

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\phi}d_c$$

dove $\boldsymbol{\phi}$ è l'autovettore del primo modo di vibrare normalizzato rispetto al punto di controllo e d_c è lo spostamento del punto di controllo. In condizioni statiche, i carichi

esterni sono uguali alle forze interne, si può porre $\mathbf{P}=\mathbf{R}$, per cui, facendo le opportune sostituzioni e moltiplicando per $\boldsymbol{\varphi}^T$, si ottiene:

$$\boldsymbol{\varphi}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi} \ddot{d}_C + \boldsymbol{\varphi}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi} p = -\boldsymbol{\varphi}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\tau} \ddot{u}_g$$

Moltiplicando e dividendo per $\boldsymbol{\varphi}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\tau}$, si ricava l'equazione del moto del sistema equivalente SDOF:

$$m^* \ddot{d}^* + F^* = -m^* \ddot{u}_g$$

dove m^* è la massa equivalente del sistema SDOF ottenuta come:

$$m^* = \boldsymbol{\varphi}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\tau} = \sum_i m_i \varphi_i$$

mentre d^* e F^* sono lo spostamento e la forza del sistema SDOF:

$$d^* = \frac{d_C}{\Gamma}$$

$$F^* = \frac{V_b}{\Gamma}$$

Nelle due relazioni appena descritte, V_b rappresenta il tagliante alla base dello schema strutturale reale MDOF mentre il parametro costante Γ , detto fattore di partecipazione, regola la trasformazione tra il sistema reale MDOF e quello fittizio SDOF (Fig. 3.19) e si calcola come:

$$\Gamma = \frac{\boldsymbol{\varphi}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\tau}}{\boldsymbol{\varphi}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}} = \frac{\sum_i m_i \varphi_i}{\sum_i m_i \varphi_i^2} = \frac{m^*}{\sum_i m_i \varphi_i^2}$$

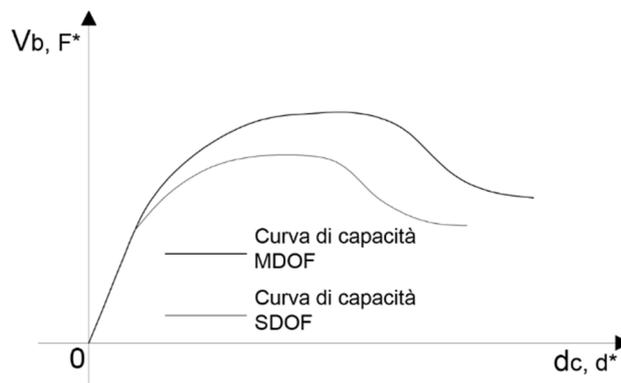


Fig. 3.19: Curve di capacità sistemi MDOF e SDOF [166].

Calcolata la curva di capacità del sistema equivalente, si può apportare un'ulteriore semplificazione al problema approssimando tale curva con una bilatera costituita da un tratto lineare e da uno costante chiamato sistema bilineare equivalente. Il tratto lineare si

ottiene imponendo il passaggio per il punto $0,7 \cdot F_{\max}^*$, da cui si ricava la rigidezza k^* mediante la relazione:

$$k^* = \frac{0,7 F_{\max}^*}{d_{0,7}^*}$$

Il tratto plastico costante, individuato dalla forza F_y^* , si ottiene imponendo l'uguaglianza delle aree sottese dalla curva di capacità SDOF e dalla bilineare (A^*), come mostrato in Fig. 3.20:

$$\begin{cases} A^* = 0,5 F_y^* d_y^* + F_y^* (d_u^* - d_y^*) \\ F_y^* = k^* d_y^* \end{cases}$$

da cui si ottiene lo spostamento corrispondente al limite elastico:

$$d_y^* = d_u^* - \sqrt{d_u^{*2} - \frac{2A^*}{k^*}}$$

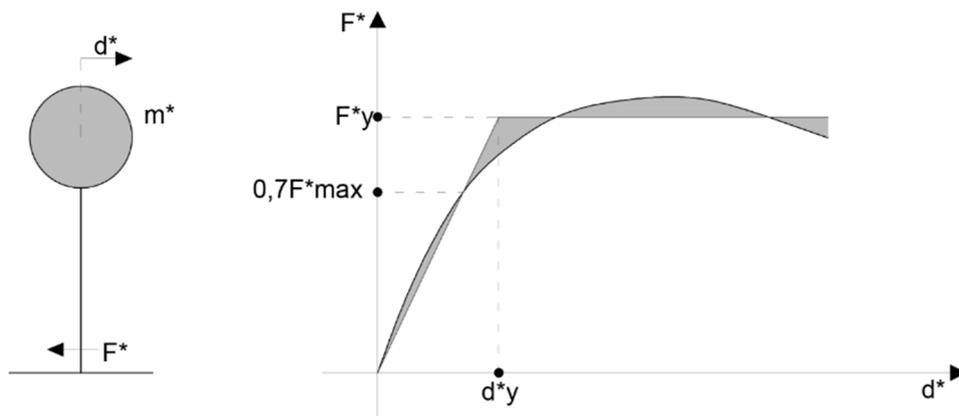


Fig. 3.20: Sistema bilineare equivalente [166].

Il periodo proprio di vibrazione del sistema equivalente si ottiene come:

$$T^* = 2\pi \sqrt{\frac{m^*}{k^*}}$$

e la curva di capacità nel formato AD si ottiene dividendo F^* nel diagramma forza spostamento, $F^* - d^*$, per la massa equivalente m^* :

$$S_a = \frac{F^*}{m^*}$$

V. Per la determinazione della domanda sismica del sistema equivalente SDOF, si distinguono due procedure a seconda del valore che assume il periodo proprio T^* del modello bilineare:

- $T^* < T_C$ *Sistemi rigidi* (Fig.3.21a)
- $T^* \geq T_C$ *Sistemi flessibili* (Fig.3.21b)

In entrambi i casi, la domanda di spostamento d_{max}^* corrisponde all'ascissa del punto di intersezione tra la curva di capacità bilineare equivalente del sistema SDOF e lo spettro di domanda anelastico. Tale spettro si determina sfruttando le equazioni precedentemente definite, dove il fattore di riduzione delle forze R_μ si ottiene considerando, al posto del periodo di vibrazione del sistema reale T , il periodo equivalente T^* .

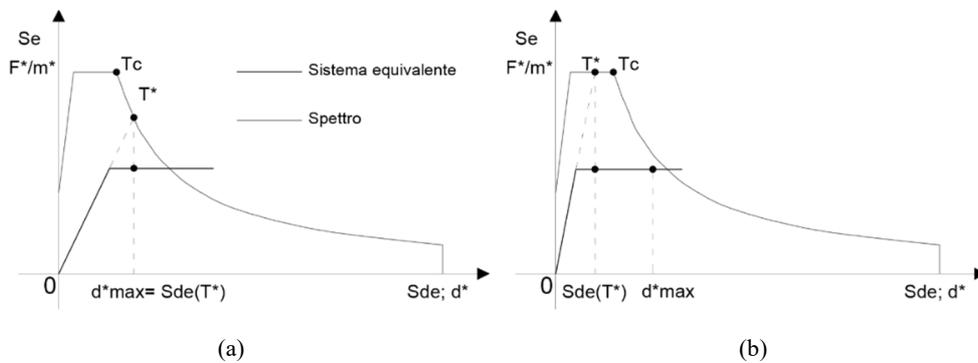


Fig. 3.21: Domanda sismica SDOF: $T^* < T_C$ (a); $T^* \geq T_C$ (b) [166].

Dunque, per valutare d_{max}^* occorre fare riferimento ad una delle due relazioni, di seguito riportate, a seconda del caso in cui si ricade:

$$d_{max}^* = d_{e,max}^* = S_{de}(T^*) \quad \text{per } T^* \geq T_C$$

$$d_{max}^* = \frac{S_{de}(T^*)}{q^*} \left[1 + (q^* - 1) \frac{T_C}{T^*} \right] \quad \text{per } T^* < T_C$$

in cui q^* è il fattore di struttura del sistema equivalente definito come il rapporto tra l'accelerazione spettrale e quella del sisma:

$$q^* = \frac{S_e(T^*)}{\frac{F_y^*}{m^*}}$$

ed F_y^* è la forza di snervamento del sistema equivalente. Per la normativa tecnica italiana vigente del 2018 [7], il fattore di struttura q^* deve essere inferiore a 4, mentre per la normativa tecnica precedente del 2008 [56], il valore massimo del fattore di struttura q^* era fissato a 3. Se il fattore di struttura risulta, dunque, maggiore del limite fissato, l'esito della verifica è da considerarsi negativo.

- VI. L'ultimo *step* consiste nella determinazione della domanda sismica globale del sistema MDOF (d_{\max}): ottenuta la domanda di spostamento per il sistema semplificato SDOF (d_{\max}^*), se ne ricava quella per il sistema reale, moltiplicando la seconda per il fattore di struttura:

$$d_{\max} = \Gamma d_{\max}^*$$

Ricordando che la capacità di spostamento del sistema è d_u , la verifica consiste nel confrontare che lo spostamento richiesto sia compatibile con la capacità di deformazione della struttura attraverso l'introduzione del coefficiente di sicurezza F_S :

$$F_S = \frac{d_u}{d_{\max}}$$

Valori di F_S maggiori o uguali all'unità indicheranno il soddisfacimento della verifica; in caso contrario, l'esito è da considerarsi negativo.

3.1.3 Risultati dell'analisi pushover sullo stato di fatto e di progetto

La modellazione della struttura all'interno dell'ambiente 3Muri ha richiesto una schematizzazione al fine di trascurare alcune irregolarità geometriche estremamente onerose da un punto di vista computazionale. La strategia di modellazione adottata ha comportato l'inserimento di elementi parete anche in corrispondenza degli orizzontamenti voltati, così da non interrompere la continuità del sistema a telaio equivalente. Infine, per riproporre in forma semplificata la reale conformazione degli orizzontamenti, sono state inserite delle aperture al fine di simulare la presenza delle volte. È stato così ottenuto il modello 3D dell'edificio eseguendo l'operazione di *meshatura* degli elementi murari (Figg. 3.22).

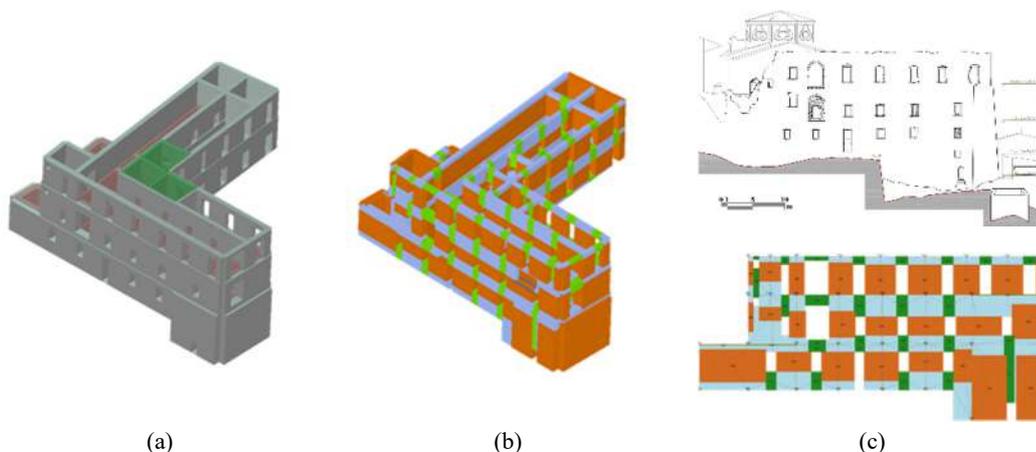


Fig. 3.22: Modellazione della struttura mediante software 3Muri allo stato attuale: modello di calcolo (a); mesh del modello di calcolo (b); prospetto nord dell'edificio e confronto tra sistema reale e modello numerico(c).

Valutazione della vulnerabilità sismica allo stato di fatto

Al fine di poter eseguire l'analisi *pushover* e le verifiche nei confronti dei tre stati limite richiesti per gli edifici esistenti in muratura (SLV, SLD e SLO), sono stati considerati i parametri geografici e spettrali riportati all'interno della Tab. 3.3. È stata eseguita un'analisi statica non lineare basata sul controllo degli spostamenti (*displacement based method*), piuttosto che sulle forze, con l'obiettivo di non assegnare valori arbitrari al fattore di struttura q che assume così il significato di parametro di controllo dell'analisi [166]. La combinazione dei carichi alla quale si è fatto riferimento è quella sismica:

$$E + G_1 + G_2 + \sum_i \psi_{2i} Q_{ki}$$

in cui: E rappresenta l'azione sismica per lo stato limite in esame, considerando una distribuzione di forze principale per il gruppo 1 (1° modo di vibrare) ed una secondaria per il gruppo 2 (masse); G_1 è il peso proprio di tutti gli elementi strutturali; G_2 è il peso proprio di tutti gli elementi non strutturali; Q_{ki} è la i -esima azione variabile, valutata nel suo valore caratteristico; ψ_{2i} è il coefficiente di combinazione.

Tab. 3.3: Dati geografici e sulla pericolosità sismica relativi al sito e alla costruzione in esame.

PARAMETRI GEOGRAFICI				
Comune	Amantea (CS)			
Longitudine [°]	16,07			
Latitudine [°]	39,13			
PARAMETRI SPETTRALI		STATI LIMITE		
Vita nominale $V_N \geq 50$ anni; Classe d'uso III		SLV	SLD	SLO
Accelerazione massima al suolo a_g [g]		2,29	0,86	0,67
Fattore di amplificazione massimo F_0		2,47	2,37	2,35
Periodo di inizio del tratto a velocità costante dello spettro T_c^* [s]		0,42	0,33	0,31
Periodo di ritorno del sisma T_R [anni]		712	75	45
Coefficiente di amplificazione stratigrafica S_S		1,17	1,20	1,20
Coefficiente di amplificazione topografica S_T			1,2	
Periodo di inizio del tratto ad accelerazione costante T_B [s]		0,18	0,15	0,14
Periodo di inizio del tratto a velocità costante T_C [s]		0,55	0,45	0,43
Periodo di inizio del tratto a spostamento costante T_D [s]		2,53	1,95	1,87

Vale la pena notare che tale trattazione è antecedente all'entrata in vigore delle NTC 2018. Di conseguenza, come richiesto dalla NTC 2008, sono state eseguite 24 differenti analisi *pushover* (Fig. 3.23) al fine di considerare le due direzioni dell'azione sismica (X, Y), in un verso e nell'altro (\pm), e con diversi valori dell'eccentricità accidentale ($\pm 5\%$) per tenere in conto i possibili effetti torsionali derivanti dalla non corrispondenza tra centro di massa e centro delle rigidezze.

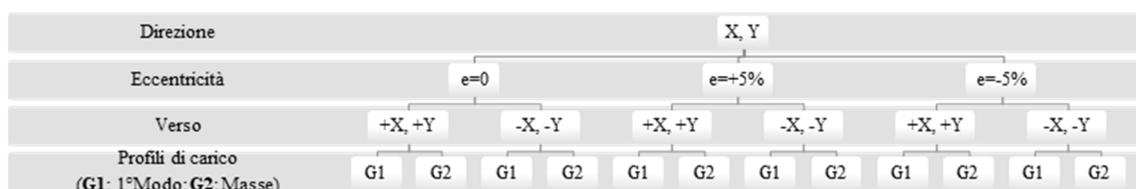


Fig. 3.23: Schema delle analisi eseguite nel rispetto delle NTC 2008.

Le verifiche sullo stato di fatto, i cui esiti sono riportati all'interno della Tab. 3.4, hanno evidenziato deficienze strutturali riconducibili a una delle seguenti situazioni:

- una richiesta di spostamento da parte del sisma d_{max} superiore rispetto alla capacità di spostamento della struttura d_u :

$$d_{max} \geq d_u$$

- un fattore di struttura del sistema equivalente q^* superiore a 3 [56], limite superato il quale si ha una sovrastima improbabile delle capacità duttili del sistema:

$$q^* = \frac{S_e(T^*) \cdot m^*}{F_y^*} > 3$$

Vale la pena notare che l'aggiornamento dei codici strutturali [7] ha portato tale limite a 4.

I problemi strutturali vengono evidenziati dai valori degli indici di vulnerabilità (interpretabili come indicatori dello stato di salute della costruzione in relazione ai singoli stati limite considerati), definibili come il rapporto tra la domanda sismica d_u e la capacità strutturale d_{max} [174]:

$$F_S = \frac{d_u}{d_{max}} \geq 1$$

Le analisi più gravose sono risultate la n. 4 in direzione -X e la n. 20 in direzione +Y; per le stesse sono riportate, all'interno delle Figg. 3.24 e 3.25, le curve di capacità del sistema bilineare equivalente allo stato di fatto. In particolare, per l'analisi n. 4 (la più gravosa) sono state analizzate le viste 3D rese dal *software* circa lo stato di danneggiamento della struttura (Fig. 3.26), le quali hanno rilevato tra i risultati più significativi quelli di seguito riportati:

- i livelli maggiormente degradati e, dunque, quelli più critici risultano il II e il III, in virtù sia del ridotto numero di pannelli resistenti (rispetto ai piani inferiori) e sia della maggiore intensità delle forze inerziali all'aumentare delle quote considerate;

Capitolo 3

- gli elementi maggiormente danneggiati sono le fasce di piano, a causa della loro geometria (altezza e spessore) e della scarsa resistenza a trazione della muratura, come suggerisce il corrispondente criterio di rottura;
- il danneggiamento della struttura è condizionato dall'eccentricità del carico sismico e, dunque, dagli effetti torsionali;
- laddove lo schema strutturale è ad arco si riscontra la rottura degli elementi. Questo risultato richiede particolare attenzione in quanto risulta fortemente condizionato dai limiti propri della strategia di modellazione adottata;
- non si riscontra alcuna rottura per azioni di compressione o di trazione;
- il sistema risente, nel danneggiamento, della mancanza di continuità strutturale tra pareti, a discapito della loro risposta d'insieme nei confronti del sisma;
- in generale, il comportamento sismo-resistente è condizionato dalla scarsa resistenza del materiale, sia a compressione che a trazione. Infatti, cercando di consolidare la struttura puntualmente rinforzando un singolo elemento murario, non si ottengono particolari miglioramenti degli indici di vulnerabilità.

Tab. 3.4: Esiti delle analisi pushover eseguite allo stato di fatto.

ANALISI				SLV				SLD			SLO			INDICI	
N.	Dir.	P.d.C.	Ecc. [cm]	d_{max} [cm]	d_u [cm]	q^*	Ver.	d_{max} [cm]	d_d [cm]	Ver.	d_{max} [cm]	d_o [cm]	Ver.	$F_{S,SLU}$	$F_{S,SLD}$
1	+X	Masse	0,0	4,56	23,80	3,87	No	1,34	1,05	No	0,99	0,72	No	0,78	0,81
2	+X	1°Modo	0,0	4,74	185,27	4,82	No	1,41	0,81	No	1,04	0,58	No	0,62	0,61
3	-X	Masse	0,0	4,78	4,74	3,89	No	1,43	1,65	Si	1,06	1,65	Si	0,77	1,14
4	-X	1°Modo	0,0	5,32	2,22	4,92	No	1,64	1,98	Si	1,24	1,98	Si	0,44	1,20
5	+Y	Masse	0,0	3,16	34,15	2,68	Si	1,01	6,74	Si	0,74	6,74	Si	1,12	3,18
6	+Y	1°Modo	0,0	3,54	38,13	3,39	No	1,09	30,64	Si	0,81	30,64	Si	0,88	2,73
7	-Y	Masse	0,0	2,50	8,88	1,75	Si	0,81	8,88	Si	0,63	8,88	Si	1,71	4,61
8	-Y	1°Modo	0,0	2,80	11,30	2,31	Si	0,91	3,61	Si	0,69	3,61	Si	1,30	3,49
9	+X	Masse	182,4	3,67	4,31	3,54	No	0,98	2,44	Si	0,69	0,84	Si	0,85	2,15
10	+X	Masse	-182	5,17	114,12	4,30	No	1,59	0,71	No	1,20	0,71	No	0,70	0,46
11	+X	1°Modo	182,4	4,26	214,18	4,39	No	1,22	0,96	No	0,89	0,77	No	0,68	0,82
12	+X	1°Modo	-182	6,15	597,92	5,52	No	1,91	0,76	No	1,41	0,49	No	0,54	0,40
13	-X	Masse	182,4	5,06	3,00	3,32	No	1,56	2,41	Si	1,18	2,41	Si	0,62	1,51
14	-X	Masse	-182	4,58	5,00	4,67	No	1,35	4,16	Si	0,99	4,16	Si	0,64	1,73
15	-X	1°Modo	182,4	5,57	2,36	4,62	No	1,75	2,22	Si	1,30	2,22	Si	0,45	1,26
16	-X	1°Modo	-182	5,39	7,23	5,38	No	1,67	4,58	Si	1,25	3,58	Si	0,56	1,50
17	+Y	Masse	202,7	3,24	12,06	2,00	Si	1,04	10,16	Si	0,77	10,16	Si	1,50	4,40
18	+Y	Masse	-203	3,45	42,12	3,19	No	1,08	34,00	Si	0,79	34,00	Si	0,94	2,85
19	+Y	1°Modo	202,7	3,13	21,52	2,73	Si	1,00	14,31	Si	0,74	14,31	Si	1,10	3,10
20	+Y	1°Modo	-203	4,03	47,90	3,81	No	1,23	38,87	Si	0,90	38,87	Si	0,79	2,59
21	-Y	Masse	202,7	1,95	7,52	1,51	Si	0,61	3,68	Si	0,47	3,22	Si	1,99	5,16
22	-Y	Masse	-203	2,89	10,98	2,15	Si	0,96	8,26	Si	0,71	8,26	Si	1,39	3,76
23	-Y	1°Modo	202,7	2,60	7,27	1,76	Si	0,86	4,78	Si	0,66	2,50	Si	1,71	4,59
24	-Y	1°Modo	-203	3,10	13,70	2,91	Si	0,99	13,34	Si	0,73	13,34	Si	1,03	2,88

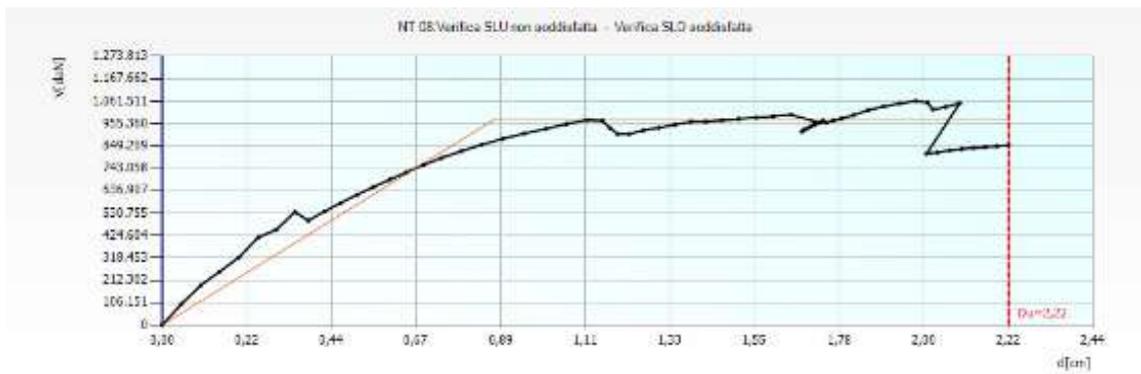


Fig. 3.24: Curve di capacità valutate sul sistema allo stato di fatto: analisi n. 4.

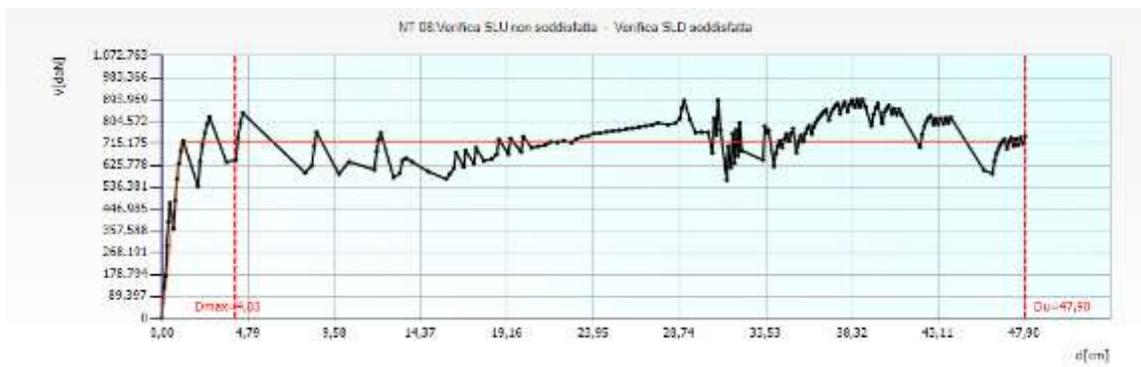


Fig. 3.25: Analisi n. 20.

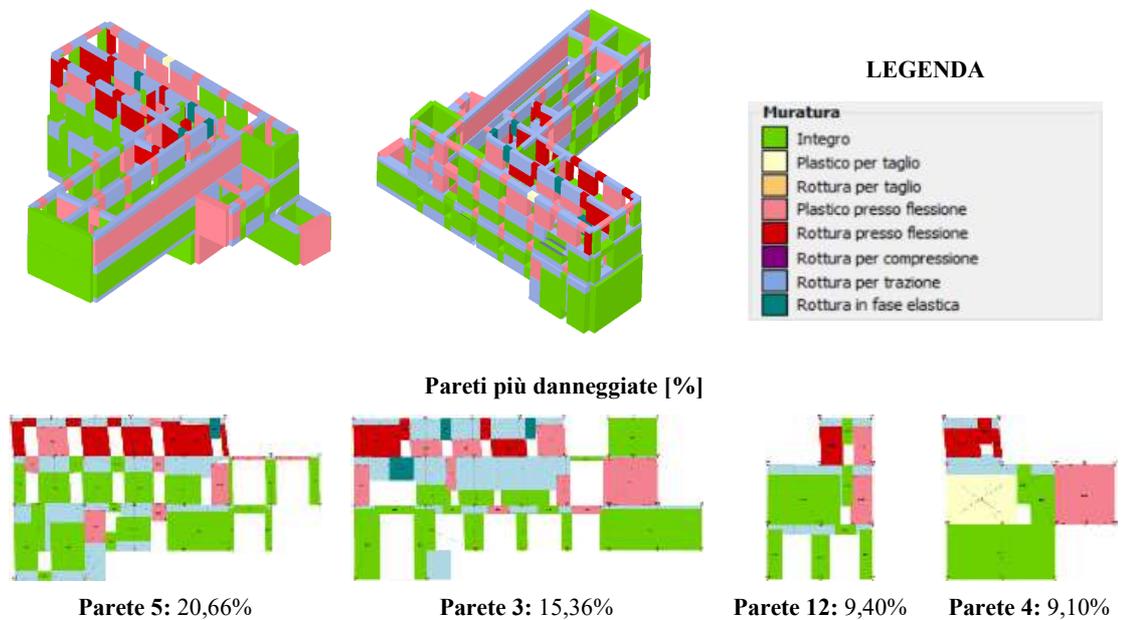


Fig. 3.26: Stato di danneggiamento dei maschi e delle fasce di piano del sistema allo stato di fatto, riscontrabile eseguendo l'analisi n. 4.

Valutazione della sicurezza sismica allo stato di progetto

Dopo aver riscontrato dalle analisi allo stato di fatto le criticità strutturali più frequenti, nonché individuato gli elementi maggiormente sollecitati, sul modello di calcolo sono stati implementati una serie di interventi di consolidamento con l'obiettivo di soddisfare le verifiche sismiche. Il primo passo per garantire un efficace consolidamento dell'edificio è stato riconosciuto nella necessaria realizzazione di una copertura lignea a due falde, sorrette da capriate, indispensabile per rendere fruibile il bene, preservare le strutture murarie e migliorare la connessione tra le pareti dell'ultimo livello. Al fine di assicurare l'effetto scatolare in caso di sollecitazione sismica, la copertura graverà su un cordolo di calcestruzzo debolmente armato, avente altezza di 30 cm e caratterizzato da un quantitativo di armatura pari a: 4 ferri longitudinali $\phi_l=16$ mm, posti ai lembi della sezione in calcestruzzo di classe C25/30; staffe $\phi_{st}=8$ mm, disposte con un passo di 25 cm. Così armato, si potrebbe ottenere un elemento non eccessivamente rigido sul quale poter ancorare un tetto ligneo costituito da capriate con travi 20x30 cm fissate saldamente al cordolo, in modo tale da scaricare su di esso solo azioni verticali. Il confinamento eseguibile applicando tessuti in materiale composito GFRP mediante la resina epossidica, in corrispondenza di ciascun interpiano, risulta un intervento necessario per poter assicurare il comportamento scatolare della struttura. L'utilizzo di tessuti GFRP unidirezionali, inoltre, potrebbe consentire l'incremento della resistenza di un generico maschio murario (o fascia di piano) alle sollecitazioni nel piano sia alla pressoflessione che al taglio [177]. Infatti, applicando i tessuti GFRP su tutte le pareti perimetrali e quelle di spina, si potrebbero realizzare rinforzi: longitudinali, atti ad incrementare la resistenza a pressoflessione del generico setto murario; trasversali, per consolidare la muratura a taglio [178]. L'applicazione dei tessuti in composito richiederebbe il recupero preventivo della muratura, eseguibile mediante: operazioni di risarcitura, ovvero di restituzioni delle volumetrie mancanti; iniezioni di miscele leganti ad alta resistenza, le quali garantirebbero il miglioramento dei suoi valori di resistenza. Ulteriori interventi potrebbero riguardare il consolidamento delle volte interpiano, sulle quali si potrebbe prevedere: l'applicazione di una griglia estradossale in tessuti GFRP [156], disposti lungo le direttrici e le generatrici delle volte, al fine di migliorare la risposta della muratura nei confronti degli eccessivi sforzi di trazione; la sostituzione del pesante riempimento "totale", in malta e pietrame, con un nuovo riempimento di tipo cellulare attraverso la messa in opera di frenelli in CAA [148]. Infine, per poter scaricare le volte dai carichi di esercizio, potrebbero essere adottati degli impalcati in legno lamellare non a contatto con le strutture voltate. Tali impalcati potrebbero prevedere travi portanti 20x30 cm disposte con un interasse di 150 cm, efficacemente ammorsate alle pareti perimetrali così da garantire un ulteriore contributo in termini di confinamento delle stesse pareti [149].

Una volta implementati sul modello di calcolo gli interventi su descritti (Fig. 3.27), sono state ripetute le 24 analisi *pushover* sul sistema consolidato, ottenendo i risultati riportati all'interno della Tab. 3.5.

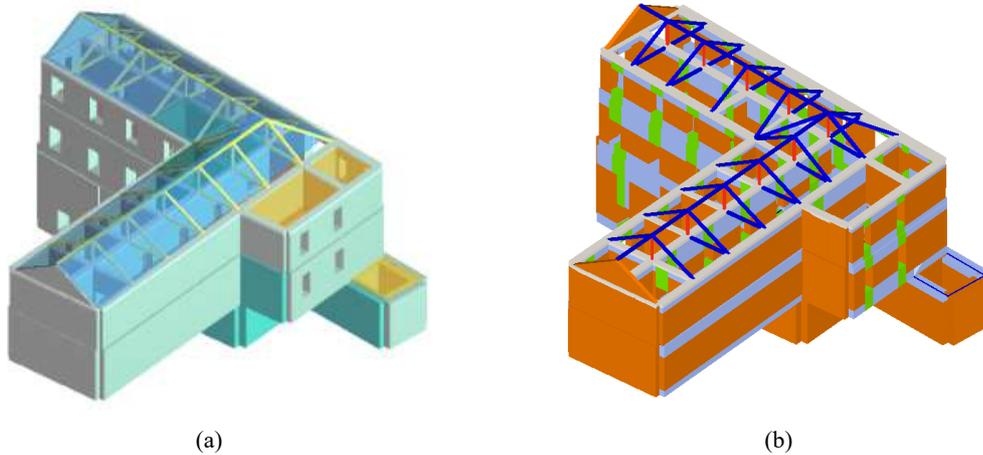


Fig. 3.27: Modellazione della struttura allo stato di progetto: modello di calcolo (a); mesh modello di calcolo (b).

Verifica analisi

#	Intervento in relazione	Dir. azione	Carico sismico proporzionale	Eccentricità [m]	Disass. S.L.V. [m]	Du S.L.V. [m]	q ¹ S.L.V.	Disass. S.L.O. [m]	Du S.L.O. [m]	Disass. S.L.O. [m]	Du S.L.O. [m]	q ¹ S.L.O.	q ¹ SLO	q ¹ SLO	q ¹ SLO
1	-R	Nessun	0.00	0.00	1.32	20.90	1.07	1.24	1.00	0.00	0.70	0.76	0.81	0.78	
2	-R	1° piano	0.00	0.00	4.74	185.21	4.82	1.41	1.81	1.04	0.56	0.62	0.61	0.58	
3	-R	Nessun	0.00	0.00	4.78	4.74	1.83	1.43	1.69	1.06	1.83	0.71	1.14	1.51	
4	-R	2° piano	0.00	0.00	2.32	2.22	4.92	1.64	1.98	1.24	1.96	0.44	1.28	1.59	
5	-R	Nessun	0.00	0.00	2.18	26.13	2.68	1.01	0.74	0.74	0.74	1.12	2.18	4.22	
6	-R	1° piano	0.00	0.00	2.29	181.18	2.29	1.89	20.89	1.81	20.89	0.88	2.72	3.20	
7	-R	Nessun	0.00	0.00	0.20	0.98	0.79	1.61	3.69	1.62	0.76	1.71	4.61	0.87	
8	-R	2° piano	0.00	0.00	2.80	11.30	2.51	4.91	3.61	0.68	3.61	1.31	3.46	4.62	
9	-R	Nessun	182.36	182.36	3.67	4.71	2.54	1.98	2.44	0.69	0.94	0.85	2.15	1.16	
10	-R	Nessun	-182.36	-182.36	5.17	114.12	4.30	1.89	0.71	1.20	0.71	0.71	0.46	0.59	
11	-R	1° piano	182.36	182.36	4.26	214.18	4.30	1.22	0.96	0.89	0.70	0.68	0.81	0.89	
12	-R	2° piano	182.36	182.36	4.10	191.92	1.52	1.91	0.78	1.41	0.46	0.54	0.46	0.35	
13	-R	Nessun	182.36	182.36	0.64	2.08	1.82	1.84	3.84	1.88	0.94	0.42	1.61	2.09	
14	-R	Nessun	-182.36	-182.36	-4.18	1.00	4.47	1.31	4.18	1.94	4.18	0.64	1.75	2.24	
15	-R	1° piano	-182.36	-182.36	-1.67	1.36	1.62	1.75	2.22	1.30	2.22	0.45	1.26	1.70	
16	-R	2° piano	-182.36	-182.36	-2.29	3.23	1.38	1.67	4.58	1.25	3.26	0.58	1.56	1.93	
17	-R	Nessun	202.66	202.66	0.24	12.04	2.00	1.04	10.16	0.77	10.16	1.81	4.46	5.98	
18	-R	Nessun	-202.66	-202.66	-0.40	-6.12	1.18	1.08	26.08	0.79	26.08	0.94	2.81	3.87	
19	-R	1° piano	202.66	202.66	-2.25	22.25	2.25	1.02	19.21	0.79	19.21	1.13	3.16	4.21	
20	-R	2° piano	202.66	202.66	-4.03	-41.36	-1.82	1.13	36.87	0.80	36.87	0.78	2.26	3.13	
21	-R	Nessun	202.66	202.66	1.85	3.52	1.51	1.61	3.60	0.47	3.22	1.89	5.16	6.27	
22	-R	Nessun	-202.66	-202.66	-2.80	16.98	1.18	1.96	4.26	1.71	8.26	1.38	3.76	5.11	
23	-R	1° piano	202.66	202.66	-0.60	0.27	1.70	0.86	0.78	0.65	0.50	1.71	4.58	3.76	
24	-R	2° piano	202.66	202.66	-0.80	13.70	0.91	0.90	31.04	0.73	13.24	1.02	2.88	3.92	

Legenda colori

- Verificato
- Non verificato
- Non converge a p.p.
- Analisi più grossa

(a)

Verifica analisi

#	Intervento in relazione	Dir. azione	Carico sismico proporzionale	Eccentricità [m]	Disass. S.L.V. [m]	Du S.L.V. [m]	q ¹ S.L.V.	Disass. S.L.O. [m]	Du S.L.O. [m]	Disass. S.L.O. [m]	Du S.L.O. [m]	q ¹ S.L.O.	q ¹ SLO	q ¹ SLO	q ¹ SLO
1	-R	Nessun	0.00	0.00	1.11	2.51	2.61	1.46	1.28	0.35	1.28	1.11	2.61	2.68	
2	-R	1° piano	0.00	0.00	3.64	3.57	2.56	1.25	1.40	0.41	1.40	1.02	1.90	2.82	
3	-R	Nessun	0.00	0.00	1.38	4.01	1.13	1.54	1.90	0.40	1.90	1.28	2.37	3.14	
4	-R	2° piano	0.00	0.00	1.96	3.76	2.79	1.64	1.84	0.48	1.84	1.08	2.07	2.75	
5	-R	Nessun	0.00	0.00	1.40	0.73	1.41	1.37	2.24	0.29	2.24	1.57	4.01	5.36	
6	-R	1° piano	0.00	0.00	1.72	0.71	0.71	1.42	1.88	0.22	1.88	1.39	3.06	4.05	
7	-R	Nessun	0.00	0.00	1.25	1.98	1.99	1.34	1.66	0.26	1.66	1.33	3.41	4.55	
8	-R	2° piano	0.00	0.00	1.53	1.13	1.45	1.41	1.94	0.32	1.94	1.24	3.00	4.02	
9	-R	Nessun	182.36	182.36	3.48	3.44	1.84	1.46	1.40	0.35	1.40	1.05	3.18	2.68	
10	-R	Nessun	-182.36	-182.36	3.26	0.41	1.11	1.47	1.38	0.27	1.38	1.01	3.06	2.75	
11	-R	1° piano	182.36	182.36	2.81	2.46	1.46	1.54	1.96	0.40	1.96	0.94	1.41	1.91	
12	-R	2° piano	182.36	182.36	2.60	0.87	0.87	1.34	1.83	0.42	1.83	1.01	2.28	3.01	
13	-R	Nessun	182.36	182.36	2.81	0.74	1.41	1.54	1.58	0.40	1.58	1.21	2.01	2.70	
14	-R	Nessun	-182.36	-182.36	2.37	0.78	2.20	1.54	1.78	0.42	1.78	1.01	2.27	3.02	
15	-R	1° piano	-182.36	-182.36	-2.68	1.54	2.84	1.66	1.68	0.40	1.66	1.04	1.90	2.54	
16	-R	2° piano	-182.36	-182.36	-2.93	0.86	2.69	1.62	2.01	0.46	2.01	1.04	2.21	2.99	
17	-R	Nessun	202.66	202.66	1.30	1.10	1.34	1.31	1.67	0.24	1.67	1.41	3.56	4.72	
18	-R	Nessun	-202.66	-202.66	-1.64	0.46	1.47	1.44	1.44	0.34	1.44	1.75	3.90	5.11	
19	-R	1° piano	202.66	202.66	-1.11	0.33	1.67	1.36	1.20	0.26	1.26	1.35	2.61	3.45	
20	-R	2° piano	202.66	202.66	-2.02	0.83	2.61	1.49	1.81	0.38	1.81	1.48	3.06	3.69	
21	-R	Nessun	202.66	202.66	1.06	1.75	1.73	1.31	1.22	0.23	1.23	1.31	3.01	4.01	
22	-R	Nessun	-202.66	-202.66	-1.45	2.03	1.32	1.41	2.03	0.32	2.03	1.23	3.06	4.76	
23	-R	1° piano	202.66	202.66	-1.41	0.06	1.51	1.35	1.57	0.27	1.57	1.38	3.11	4.13	
24	-R	2° piano	202.66	202.66	-1.48	0.90	1.39	1.46	1.69	0.37	1.69	1.42	2.71	3.62	

Legenda colori

- Verificato
- Non verificato
- Non converge a p.p.
- Analisi più grossa

(b)

Fig. 3.28: Confronto tra i risultati ottenuti mediante le analisi: allo stato di fatto (a); allo stato di progetto (b).

Capitolo 3

Grazie alle Figg. 3.28, è stato possibile eseguire un confronto tra i risultati conseguiti allo stato di fatto e quelli allo stato di progetto, mettendo in luce un sostanziale miglioramento della risposta sismica dell'edificio. Anche in questo caso, per le due analisi più gravose, ovvero la n. 11 in direzione +X e la n. 24 in quella -Y, sono state proposte le curve di capacità del sistema allo stato di progetto (Figg. 3.29, 3.30).

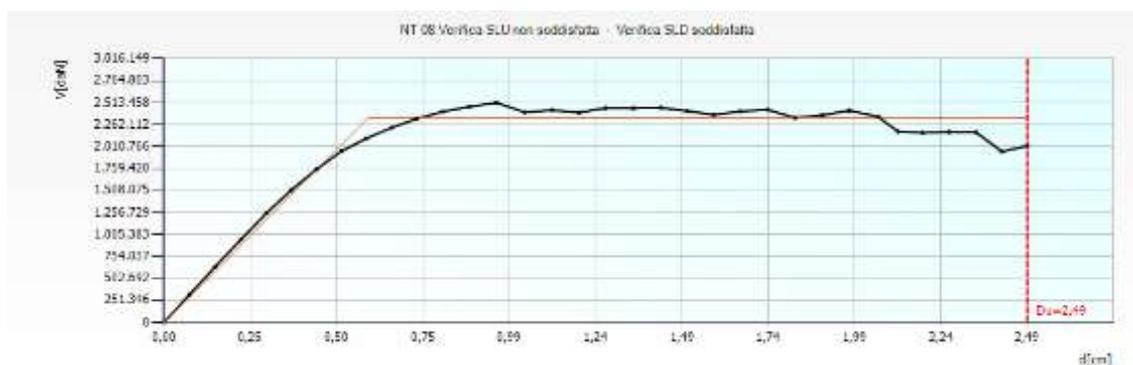


Fig. 3.29: Curve di capacità valutate sul sistema allo stato di progetto: analisi n. 11.

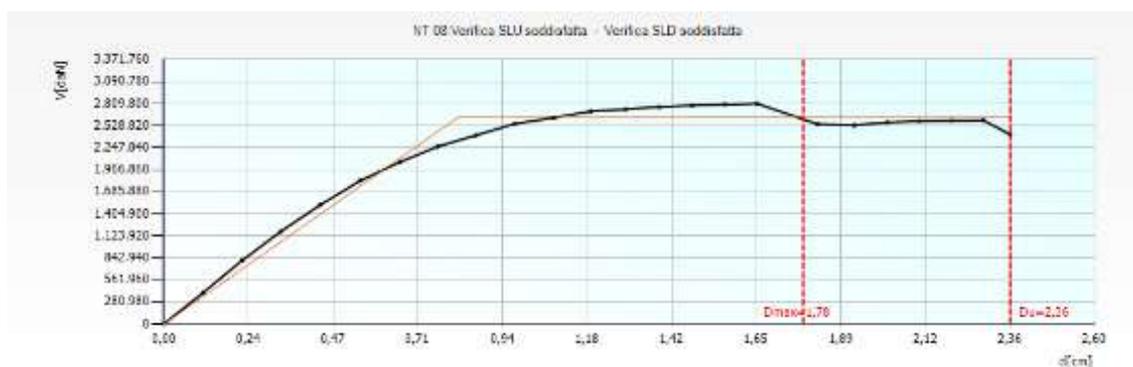


Fig. 3.30: Analisi n. 24.

Tra le 24 analisi eseguite (Tab. 3.5), l'unica a non essere risultata soddisfatta è la n. 11, per la quale si registra un indice di vulnerabilità per lo SLV prossimo a 1 ($F_s = 0,96$). Intervendendo ulteriormente sull'edificio al fine di ottenere il soddisfacimento anche dell'analisi n. 11, è stato constatato un ulteriore abbassamento degli indici, ottenendo un risultato inverso rispetto a quello sperato. Per tale motivo, è stato accettato per l'analisi n. 11 un livello di vulnerabilità prossimo all'unità ($d_u = 2,49 \text{ cm} < d_{\max} = 2,61 \text{ cm}$).

Il consolidamento appena proposto sull'architettura in esame è riconosciuto dalla normativa vigente come un'operazione di miglioramento (e non di adeguamento) sismico in quanto, se pur incrementando la capacità di resistenza della struttura nei confronti degli eventi tellurici, non sono stati raggiunti i livelli di sicurezza richiesti dalla stessa normativa. È opportuno, però, ricordare

che “[...] per i beni di interesse culturale in zone dichiarate a rischio sismico [...] è in ogni caso possibile limitarsi ad interventi di miglioramento effettuando la relativa valutazione della sicurezza” [56].

Tab. 3.5: Esiti delle analisi pushover eseguite allo stato di progetto.

ANALISI				SLV				SLD			SLO			INDICI	
N.	Dir.	P.d.C.	Ecc. [cm]	d_{max} [cm]	d_u [cm]	q^*	Ver.	d_{max} [cm]	d_a [cm]	Ver.	d_{max} [cm]	d_o [cm]	Ver.	$F_{s,SLU}$	$F_{s,SLD}$
1	+X	Masse	0,0	2,21	2,51	2,03	Si	0,46	1,28	Si	0,35	1,28	Si	1,10	2,02
2	+X	1°Modo	0,0	2,61	2,67	2,50	Si	0,53	1,45	Si	0,41	1,45	Si	1,02	1,93
3	-X	Masse	0,0	2,58	4,00	2,37	Si	0,54	1,89	Si	0,42	1,89	Si	1,26	2,37
4	-X	1°Modo	0,0	2,96	3,76	2,79	Si	0,64	1,84	Si	0,48	1,84	Si	1,08	2,07
5	+Y	Masse	0,0	1,40	2,75	1,41	Si	0,37	2,24	Si	0,29	2,24	Si	1,57	4,03
6	+Y	1°Modo	0,0	1,72	2,71	1,74	Si	0,42	1,80	Si	0,32	1,80	Si	1,39	3,06
7	-Y	Masse	0,0	1,23	2,06	1,29	Si	0,34	1,66	Si	0,26	1,66	Si	1,37	3,45
8	-Y	1°Modo	0,0	1,53	2,13	1,45	Si	0,41	1,66	Si	0,32	1,66	Si	1,24	3,05
9	+X	Masse	182,4	2,18	2,34	1,99	Si	0,46	1,41	Si	0,35	1,41	Si	1,05	2,18
10	+X	Masse	-182	2,28	2,45	2,11	Si	0,47	1,39	Si	0,37	1,39	Si	1,05	2,08
11	+X	1°Modo	182,4	2,61	2,49	2,46	No	0,54	0,96	Si	0,42	0,96	Si	0,96	1,45
12	+X	1°Modo	-182	2,66	2,87	2,57	Si	0,54	1,83	Si	0,42	1,83	Si	1,06	2,26
13	-X	Masse	182,4	2,61	4,24	2,44	Si	0,54	1,58	Si	0,42	1,58	Si	1,23	2,05
14	-X	Masse	-182	2,57	2,78	2,29	Si	0,54	1,78	Si	0,42	1,78	Si	1,06	2,27
15	-X	1°Modo	182,4	2,98	3,54	2,84	Si	0,66	1,68	Si	0,49	1,68	Si	1,06	1,92
16	-X	1°Modo	-182	2,93	3,06	2,69	Si	0,63	2,01	Si	0,48	2,01	Si	1,04	2,25
17	+Y	Masse	202,7	1,20	2,10	1,36	Si	0,31	1,67	Si	0,24	1,67	Si	1,41	3,56
18	+Y	Masse	-203	1,64	3,46	1,47	Si	0,44	2,44	Si	0,34	2,44	Si	1,70	3,90
19	+Y	1°Modo	202,7	1,51	2,32	1,67	Si	0,36	1,29	Si	0,28	1,29	Si	1,35	2,62
20	+Y	1°Modo	-203	2,02	3,63	2,01	Si	0,49	1,20	Si	0,38	1,20	Si	1,49	2,00
21	-Y	Masse	202,7	1,06	1,75	1,23	Si	0,30	1,22	Si	0,23	1,22	Si	1,33	3,05
22	-Y	Masse	-203	1,45	2,03	1,32	Si	0,41	2,03	Si	0,32	2,03	Si	1,23	3,60
23	-Y	1°Modo	202,7	1,41	2,09	1,51	Si	0,35	1,57	Si	0,27	1,57	Si	1,30	3,12
24	-Y	1°Modo	-203	1,78	2,36	1,56	Si	0,48	1,65	Si	0,37	1,65	Si	1,22	2,75

Conclusioni

Attraverso questo studio emerge l'importanza delle indagini sperimentali preliminari alle analisi strutturali, indispensabili per poter eseguire la successiva fase progettuale nella piena consapevolezza delle reali condizioni della struttura in esame. Inoltre risulta evidente che per le strutture storiche – come l'ex collegio gesuitico di Amantea – è più corretto parlare di miglioramento piuttosto che di adeguamento sismico, difficilmente raggiungibile a causa delle diverse variabili che entrano in gioco nel campo delle analisi globali, tra le quali vengono menzionate: la geometria della costruzione, la resistenza meccanica delle murature costituenti, la schematizzazione del modello di calcolo, la scelta del nodo di controllo. Infine si evidenzia la necessità di eseguire analisi locali, statiche e cinematiche, per poter cogliere quegli aspetti che un'analisi globale, condotta con un *software* di calcolo, tende a trascurare. Ciò avviene a causa sia della specifica tipologia di modello strutturale adottato (ad esempio, nel caso del 3Muri si

parla del modello a telaio equivalente), ma anche per i limiti riconoscibili nella riproduzione semplicistica di un sistema complesso come è da intendersi un edificio storico in muratura, un sistema che risulta contraddistinto da un numero altissimo di variabili impossibili da riprodurre puntualmente. In conclusione si può affermare che le analisi globali *pushover* su architetture storiche rappresentano, comunque, un utilissimo strumento a disposizione del progettista al fine di raccogliere informazioni utili durante la fase di progettazione.

3.2 Il caso studio del Palazzo Trentacapilli di Bisignano

Lo studio del Palazzo Trentacapilli di Bisignano, in provincia di Cosenza, ha permesso di effettuare un confronto critico tra i diversi metodi di schematizzazione delle pareti murarie, prendendo in esame macro-modelli a telaio. Punto cruciale è la sostanziale differente risposta di maschi e fasce e l'importante contributo di queste ultime: un'errata concezione porta, infatti, a considerare le fasce come un maschio ruotato di 90°. Anche la normativa non opera una netta distinzione tra tali elementi, riconoscendo un reale contributo alle fasce solo in presenza di elementi tenso-resistenti. Per tale ragione sono state eseguite diverse modellazioni,

- solo maschi murari,
- maschi murari + fasce deformabili,
- maschi murari + fasce rigide e
- telaio “equivalente”,

utilizzando due *software* di calcolo commerciali: 3Muri e VEM_{NL}. Come emerge dai risultati numerici ottenuti, la modellazione scelta è di fondamentale importanza nell'esito delle verifiche di normativa: l'utilizzo di una schematizzazione rispetto ad un'altra porta a risultati estremamente differenti.

Descrizione del caso studio

Per effettuare il confronto tra i metodi di calcolo presi in esame è stato scelto Palazzo Trentacapilli in Bisignano (CS); la costruzione è ben rappresentativa della tipologia “palazzo” in quanto possiede una buona regolarità sia in pianta che in altezza tale da renderlo particolarmente adatto alla trattazione proposta. La costruzione oggetto di studio sorge su una rupe ai piedi della quale trova collocazione il quartiere della Giudecca. Il palazzo si erge su quote differenti, mostrando così una diversità di piani e, dunque, di altezza tra il lato ovest (Fig. 3.31) ed il lato est (Fig. 3.32).

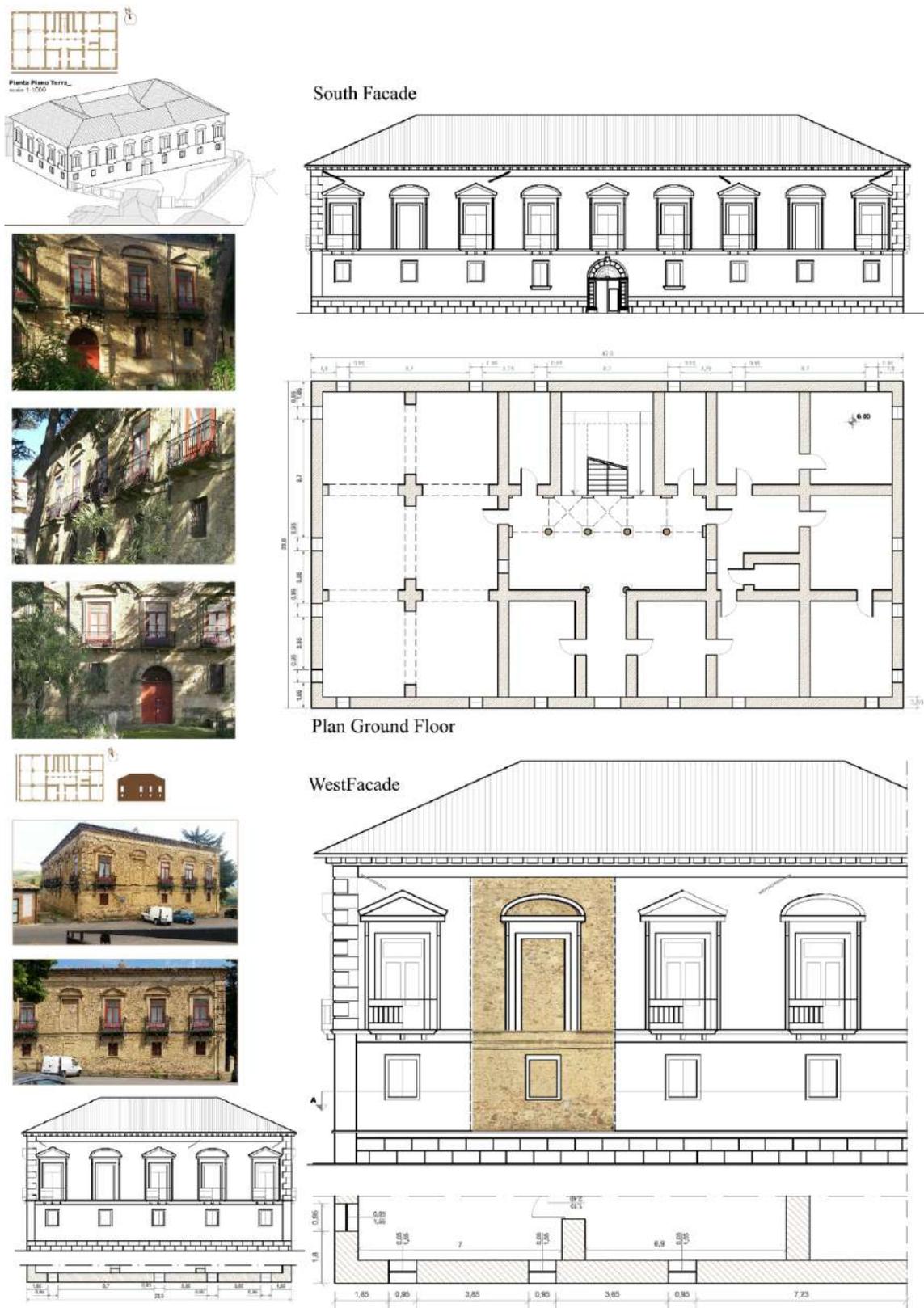


Fig. 3.31: Rilievo geometrico-architettonico del Palazzo Trentacapilli. Pianta del piano terra e prospetti delle facciate sud e ovest.

Capitolo 3

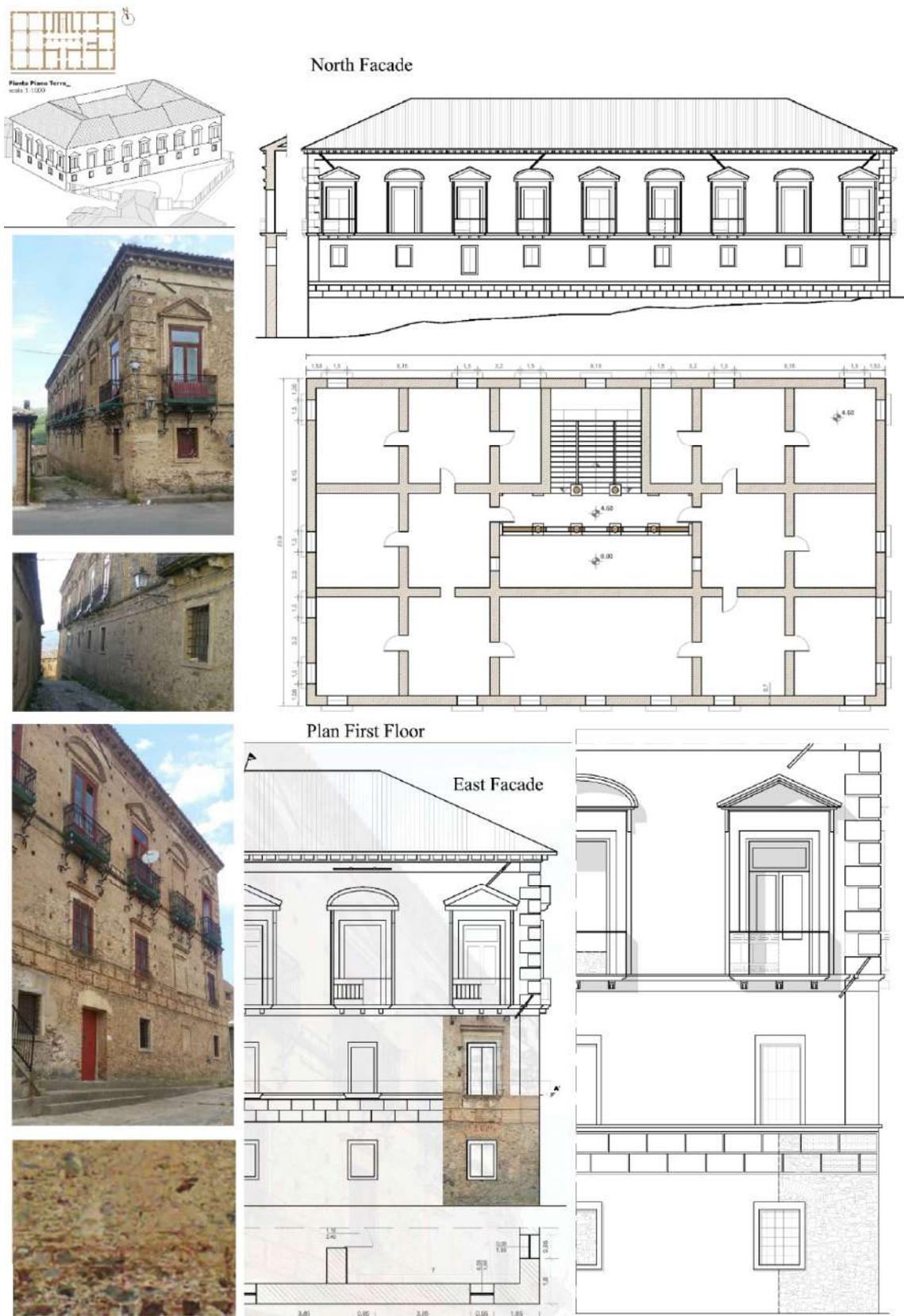


Fig. 3.32: Pianta del piano primo e prospetti facciate sud ed est.

Il palazzo risulta sia in pianta che in alzato simmetrico rispetto al portale centrale, anche se nel caso del prospetto la simmetria è stata ricreata riproducendo i fregi e le modanature delle aperture anche laddove queste non sono fisicamente presenti: ciò accade, sul prospetto principale, per la seconda e la penultima apertura a partire da destra per le quali, pur essendo murate, sono stati riprodotti gli ornamenti al fine di ricreare una simmetria complessiva. L'impianto è a corte e su un lato di questa è posta una scala a tenaglia che consente l'accesso al ballatoio del piano superiore, camminamento retto da cinque volte a crociera che scandiscono il prospetto inferiore della corte interna.

Analogamente a quanto fatto per gli altri casi studio, la conoscenza della costruzione in muratura oggetto della verifica è di fondamentale importanza ai fini di un'adeguata analisi. Ciò si riflette sui valori della resistenza di progetto f_d da assumere nelle simulazioni numeriche attraverso il Fattore di Confidenza FC associato al Livello di Conoscenza LC raggiunto. Per il caso in esame, l'assenza di specifiche indagini *in situ* porta a raggiungere un LC1 e, conseguentemente, ad assumere i valori di resistenza minimi riportati in Tab. C8A.2.1 di [6], relativamente alla tipologia di muratura “[...] in pietrame disordinato (ciottoli, pietre erratiche e irregolari)”. A questa tipologia di muratura corrisponde una resistenza media a compressione $f_m=1.0$ MPa, la quale, però, potrà essere incrementata del 50% grazie alla presenza di “malta buona” (applicazione del coefficiente correttivo $c_c=1.5$, riportato in Tab. C8A.2.2 di [6]).

Premessa alle analisi svolte

Nella pratica professionale l'analisi sismica di strutture in muratura è affrontata prevalentemente attraverso l'utilizzo di *software* basati su modellazioni a “telaio equivalente” o a macro-elementi. In tali approcci le pareti murarie vengono suddivise in maschi murari e fasce di piano – interconnessi da nodi rigidi – e la risposta strutturale è dunque ricondotta ai modelli costitutivi di tali elementi. In tali tecniche di modellazione e di analisi il contributo delle fasce di piano influenza notevolmente la risposta dei maschi e, anche a livello normativo, la considerazione delle stesse è subordinata alla presenza di elementi tenso-resistenti. Così, nella valutazione della sicurezza di strutture esistenti prive di catene o cordoli in c.a., questo approccio porta un grande numero di edifici storici ad essere definito “non sicuro”. È chiaramente evidente che tale risultato non è plausibile in quanto l'ipotesi di trascurare l'eventuale contributo delle fasce è troppo gravosa: i danni provocati dai terremoti passati mostrano che tali elementi sono dotati di una certa resistenza flessionale (Figg. 3.33). Dunque, l'adozione di un modello rispetto ad un altro influenza fortemente la risposta globale della muratura [167, 179-181].

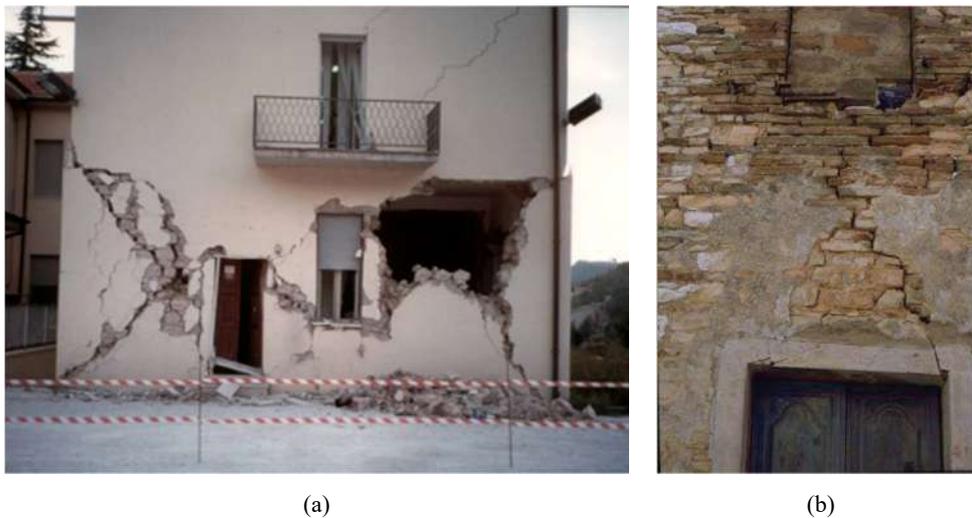


Fig. 3.33: Danneggiamento post-sisma nei maschi murari (a) e nelle fasce di piano (b).

3.2.1 Aspetti meccanici sulle fasce di piano nel modello a telaio

All'interno del modello a telaio, tipicamente i maschi sono gli elementi predisposti a scaricare a terra i carichi e la loro rottura determina il collasso della parete. Le fasce – che sono allineate verticalmente con le aperture – in caso di danneggiamento, invece, non causano direttamente il collasso della parete, ma ne influenzano indirettamente il comportamento in relazione al grado di accoppiamento con i maschi stessi: ciò consente di supporre che lo stato deformativo nelle fasce si mantenga sempre entro i limiti elastici e che, quindi, possano essere trascurate nella valutazione complessiva del comportamento della parete in cui sono determinanti le deformazioni non lineari delle altre parti [48]. Fino a pochi anni fa, il tema delle fasce di piano non era stato particolarmente approfondito in quanto l'attenzione era focalizzata sui maschi murari. Questo aveva portato all'adozione di due modelli molto semplificati:

- “fascia-forte, maschio-debole” (*Strong Spandrels-Weak Piers*, SSWP);
- “fascia-debole, maschio-forte” (*Weak Spandrels-Strong Piers*, WSSP) [167].

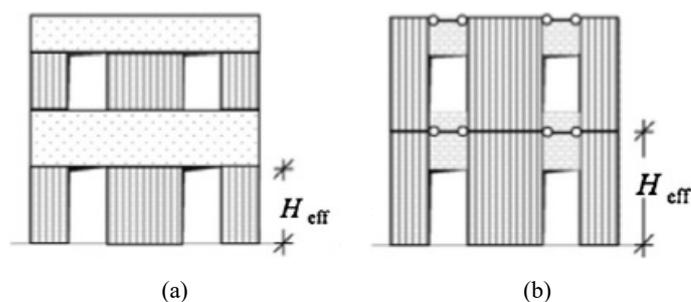


Fig. 3.34: Modellazione SSWP (a) e WSSP (b) [167].

Nel primo caso lo **schema SSWP** si basa sull'assunzione che il maschio possa rompersi prima, impedendo così il collasso delle fasce, assunte come porzioni infinitamente rigide e garantendo un perfetto accoppiamento tra le diverse pareti verticali (Fig. 3.34a). Si innesca così una rottura per taglio diagonale e, conseguentemente, la parete lavorerà nel proprio piano principalmente come un telaio *shear-type* [182]. Tale ipotesi è coerente con i nuovi edifici in muratura in cui le fasce di piano sono sempre connesse ad architravi, tiranti, catene o cordoli in cemento armato; questi elementi, essendo rigidi e resistenti a trazione, assicurano un accoppiamento coerente tra i maschi, rendendo il contributo della fascia stessa trascurabile. Il risultato è una sovrastima della rigidità e della resistenza, con ridotte capacità di spostamento (Fig. 3.35a).

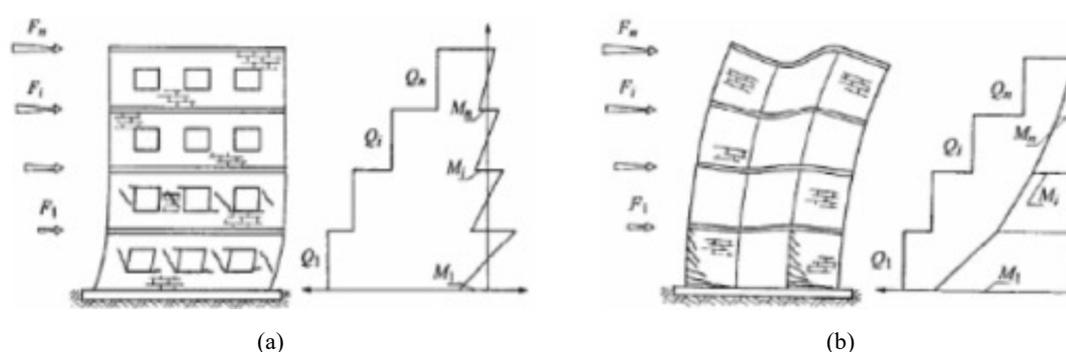


Fig. 3.35: Comportamento con fasce infinitamente: rigide (a); flessibili (b) [183].

Al contrario, negli edifici storici, le fasce di piano sono elementi intrinsecamente deboli (generalmente gli architravi sono realizzati in legno o muratura, spesso i tiranti non sono presenti, ed i solai sono in legno, dunque flessibili); pertanto, nel secondo caso, la rigidità delle fasce dello **schema WSSP** è trascurabile (Fig. 3.34b). Tali fasce risultano prive di rigidità flessionale e strutturalmente si configurano unicamente come pendoli in grado di accoppiare solo gli spostamenti orizzontali dei maschi murari [182]. In tale modo si sottostima, in misura considerevole, la resistenza a vantaggio, però, della capacità di spostamento (Fig. 3.35b).

Da un punto di vista normativo, l'OPCM 3431 del 2005 [55], prima, e le NTC 2008 [56], dopo, tendono a considerare le fasce di piano come un maschio ruotato di 90° . Tuttavia, in virtù dall'anisotropia del materiale, il comportamento tra maschi e fasce sarà diverso a causa di un angolo di incidenza delle forze applicate rispetto alla giacitura dei letti di malta completamente differente: basti pensare alla compressione che, nei maschi, avviene ortogonalmente ai letti di malta mentre nelle fasce avviene parallelamente (Fig. 3.36), senza considerare che: (i) per le murature costituite da pietrame il concetto di letti di malta viene meno; (ii) lo sforzo assiale che agisce sull'elemento fascia è molto basso, se non addirittura nullo; (iii) l'accoppiamento fornito dalle fasce è funzione unicamente della compressione a cui sono soggette in direzione orizzontale.

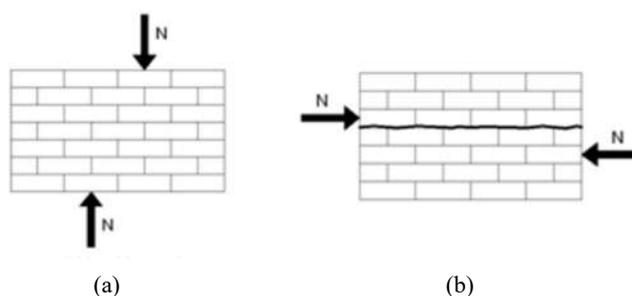


Fig. 3.36: Schema sollecitazione assiale nei maschi murari (a) e nelle fasce (b) [166].

È per tali ragioni che la normativa subordina la resistenza della fascia di piano – a taglio e a flessione – alla presenza di elementi tenso-resistenti (quali catene o cordoli) che instaurano un meccanismo a puntone inclinato capace di garantire l'accoppiamento dei maschi murari stessi (Fig. 3.37).

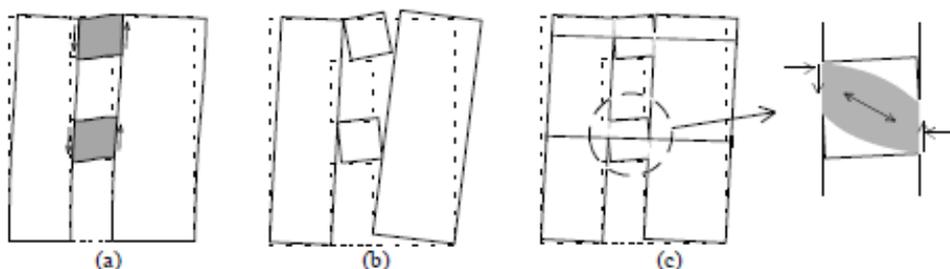


Fig. 3.37: Grado di accoppiamento tra maschi e fasce: la fascia garantisce l'accoppiamento (a); rocking (b); presenza di catene e conseguente formazione del puntone diagonale (c) [47].

Il calcolo, tuttavia, prescinde dai contributi degli elementi resistenti a trazione e fa unicamente riferimento:

- alla resistenza di calcolo a taglio in assenza di carico verticale della muratura (compressione) f_{vd0} , per il calcolo della resistenza a taglio puro:

$$V_t = h \cdot t \cdot f_{vd0}$$

in cui h è l'altezza della fascia e t è lo spessore della fascia;

- e alla resistenza di calcolo a compressione della muratura in direzione orizzontale f_{hd} nel piano della parete, a sua volta dipendente dalla tipologia di muratura [166] ($f_{hd} = 0.5 \cdot f_d$, ossia metà del valore della resistenza a compressione nel caso di murature in mattoni o blocchi con letti di malta, oppure $f_{hd} = f_d$, ossia pari alla resistenza a compressione stessa per le murature in pietrame disordinato), per il calcolo della resistenza a taglio dovuto alla flessione:

$$V_p = \frac{2}{l} M_u = \frac{2}{l} \left[\frac{H_p \cdot h}{2} \left(1 - \frac{H_p}{0.85 \cdot f_{hd} \cdot h \cdot t} \right) \right]$$

dove M_u è il massimo momento resistente, l è la luce libera della fascia, H_p è il minimo tra la resistenza a trazione dell'elemento orizzontale teso ed il valore $0.4 \cdot f_{hd} \cdot h \cdot t$, e h è ancora l'altezza della fascia con t il suo spessore.

Vale la pena notare che la resistenza a taglio della fascia è il minimo tra V_p e V_t e che i valori sulla resistenza della muratura sono forniti dalla Tab. C8A.2.1 della vecchia Circolare del 2009 [6] oppure dalla Tab. C8.5.1 della nuova Circolare del 2019 [184].

In realtà recenti studi condotti sulle fasce di piano in muratura [185-188] tendono ad associare alle stesse una certa resistenza fortemente dipendente dalla forza assiale agente. In particolare prove sperimentali di laboratorio – precedute dalla costruzioni di modelli meccanici semplificati (Figg. 3.38) ed analisi numeriche (Figg. 3.39) – sono state realizzate su pareti di muratura non rinforzata con due diverse tipologie di fasce di piano:

- quelle che prevedevano la realizzazione dell'apertura mediante un **architrave in legno**, sufficientemente ammorso lateralmente,
- e quelle con **architrave ad arco ribassato in muratura** delle medesime caratteristiche.

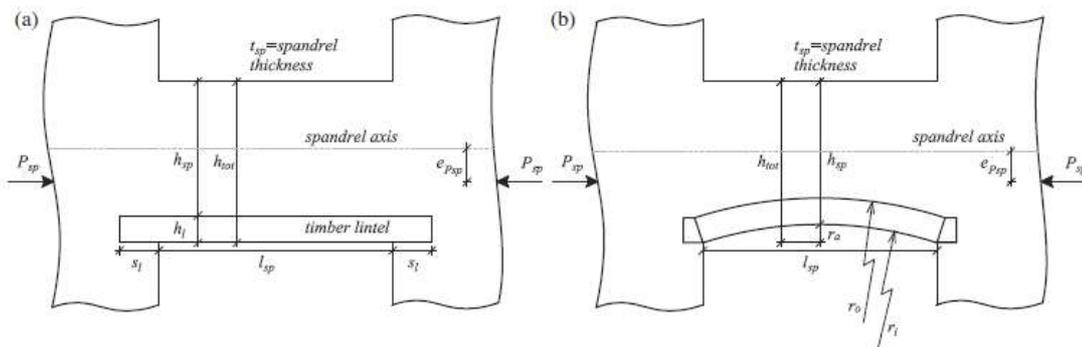


Fig. 3.38: Geometria della fascia di piano con architrave in legno (a) e ad arco in muratura (b) [185].

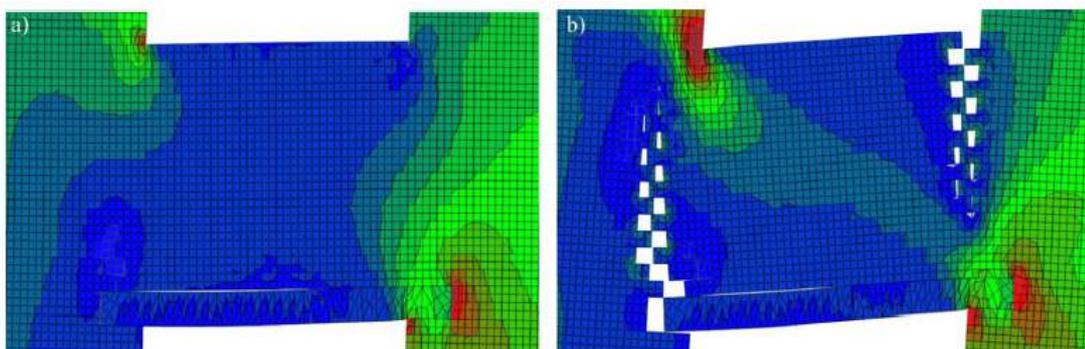


Fig. 3.39: Sollecitazioni verticali nella fascia di piano quando la parete è sottoposta a carico laterale: prima dell'inizio del cracking nella fascia (a) e dopo l'inizio del cracking (b) [185].

I risultati di questo lavoro hanno sottolineato che le fasce con architrave in legno raggiungono valori di resistenza maggiori rispetto alla configurazione con arco in muratura e che, in entrambi i casi, si ha la formazione del puntone diagonale – anche senza la presenza di elementi tenso-resistenti quali catene o cordoli/travi in c.a. – in condizioni non fessurate.

Successivamente alla fessurazione, la resistenza residua della fascia muraria dipende dal tipo di rottura:

- nel caso di crisi per flessione, la resistenza della fascia è direttamente correlata a quella della muratura in direzione orizzontale, ossia parallela ai letti di malta, dipendente, a sua volta, dall'estensione della zona compressa;
- nel caso di crisi a taglio, trascurando il contributo di un architrave in legno o di un arco in muratura, la fascia non possiede una capacità di resistenza residua affidabile dopo la rottura a taglio. In questo caso, la resistenza residua farà affidamento esclusivamente all'architrave e la sua entità dipenderà dalla tipologia di architrave (linea oppure ad arco in muratura).

Dunque l'assunzione di resistenza nulla della fascia in assenza di elementi tenso-resistenti non è plausibile e si giustifica la presenza di una certa capacità flessionale prima sconosciuta o, comunque, non quantificabile.

3.2.2 La modellazione a telaio equivalente implementata da VEM_{NL}

Il *software* VEM_{NL} consente, nel caso di analisi lineare, di schematizzare una parete in muratura con elementi finiti bidimensionali (caso di discretizzazione a *mesh*) o con elementi finiti monodimensionali (caso di discretizzazione a telai equivalenti) [189].

Nel caso di analisi non lineare è possibile schematizzare la struttura solo a telaio equivalente. Secondo tale schematizzazione, ogni parete è costituita da tre macro-elementi, i maschi murari, le fasce di piano ed i conci rigidi, ed il calcolo delle sollecitazioni deriverà dalla risoluzione del telaio, così come avviene per le strutture in c.a.. Come già accennato in precedenza per il *software* 3Muri, gli elementi soggetti a danneggiamento sono unicamente i maschi e le fasce. Contrariamente al *software* 3Muri, nell'analisi *pushover* VEM_{NL} schematizza tali elementi attraverso delle aste, vale a dire di elementi finiti monodimensionali ad asse rettilineo delimitate da 2 nodi (i nodi di estremità). Per questi elementi generalmente la funzione interpolante è quella del modello analitico per cui la *mesh* non influisce sensibilmente sulla convergenza.

Le aste sono dotate di rigidezza assiale, flessionale e a taglio, secondo i due modelli classici della trave inflessa: Eulero-Bernoulli e Timoshenko. Alla singola asta è possibile associare una sezione costante per tutta la sua lunghezza. Le aste possono essere di tipo “*Beam*” e “*Truss*”. In quest’ultime gli estremi dell’elemento vengono considerati non reagenti a nessun tipo di momento in modo da simulare la presenza di cerniere sferiche.

La rigidezza degli elementi **maschio murario** viene schematizzata secondo la teoria di Timoshenko, la quale tiene conto della componente a flessione ed a taglio della deformazione:

$$k = \frac{1}{\frac{h^3}{12EI} + \frac{1.2h}{GA}}$$

dove k è la rigidezza dell’elemento, h è l’altezza dell’elemento, E è il modulo elastico normale del materiale costituente l’elemento, G è il modulo elastico tangenziale del materiale dell’elemento, I è il momento d’inerzia della sezione dell’elemento rispetto l’asse baricentrico ortogonale alla direzione della parete ed, infine, A è l’area della sezione della parete.

La legge costitutiva adottata per ogni maschio murario è quella elastica perfettamente plastica data dalla curva Forza-Spostamento di Fig. 3.40. Per definire tale curva occorre conoscere la rigidezza dell’elemento k , lo spostamento ultimo δ_u e la resistenza a taglio V_u . La rigidezza è stata definita nella precedente espressione, dalla quale si ricava:

$$k = \tan(\alpha)$$

Lo spostamento ultimo si può definire dalla duttilità d dell’elemento data dalla seguente espressione:

$$d = \frac{\delta_u}{\delta_0}$$

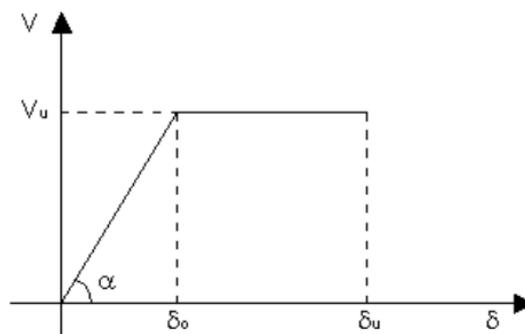


Fig. 3.40: Curva Forza-Spostamento per un maschio murario [189].

Capitolo 3

Per lo Stato Limite di salvaguardia della Vita (SLV), la normativa fissa lo spostamento ultimo pari allo 0.4% dell'altezza della parete se la rottura si verifica per taglio e pari allo 0.8% (0.6% per elementi esistenti – Circolare 617/2009) dell'altezza della parete se la rottura si verifica per flessione. Per lo Stato Limite di Collasso (SLC), la normativa fissa lo spostamento ultimo pari allo 0.5% dell'altezza della parete se la rottura si verifica per taglio e pari al 1.0% dell'altezza della parete se la rottura si verifica per flessione. Il taglio limite della parete è il minore tra la resistenza a taglio legata alle sue capacità alla presso-flessione V_f e quella a taglio puro V_s :

$$V_u = \min(V_f, V_s)$$

ottenute dalle seguenti espressioni:

$$V_f = \frac{M_u}{h} = \frac{l^2 \cdot t \cdot \sigma_0}{2 \cdot h} \left(1 - \frac{\sigma_0}{0.85 \cdot f_d} \right)$$

$$V_s = \frac{l \cdot t \cdot f_{td}}{b} \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{f_{td}}} = \frac{l \cdot t \cdot 1.5 \cdot \tau_{0d}}{b} \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{1.5 \cdot \tau_{0d}}}$$

dove l è la lunghezza della parete, t è il suo spessore e h la sua altezza, σ_0 è la tensione normale media riferita all'area totale della sezione; l è la lunghezza della parte compressa della parete, f_d è la resistenza di calcolo a compressione e f_{vd} è resistenza di calcolo a taglio della muratura (desunte dai valori di normativa come definito al § 3.2.1 per le fasce di piano), f_{td} è la resistenza a trazione per fessurazione diagonale posta pari a 1.5 volte la τ_{0d} , meglio definita come f_d , ed, infine, b è un coefficiente correttivo definito al punto C8.7.1.5 della Circolare 617/2009 [6, 166, 175] che tiene conto della snellezza del maschio, comunque compreso tra 1 e 1.5. Come si vede dalle precedenti relazioni, la resistenza a taglio delle pareti è legata allo sforzo normale applicato sulla parete, quindi può accadere che pareti con le stesse caratteristiche geometriche abbiano un diverso valore del taglio resistente.

Per gli elementi **fasce di piano**, invece, valgono le considerazioni fatte al § 3.2.1, e, dunque, la loro resistenza dipenderà dalla presenza di elementi orizzontali dotati di resistenza a trazione e sarà la minore tra la resistenza a taglio puro oppure quella derivata dalle sue capacità flettenti.

Come già affermato in precedenza (§ 3.2.1), il comportamento delle fasce influenza fortemente la risposta complessiva; infatti, nel caso di elementi resistenti a trazione si garantisce l'accoppiamento tra i maschi, mentre nel caso di assenza di elementi non resistenti a trazione

avremo un comportamento a mensola dei maschi. Per tali ragioni, il software VEM_{NL} permette di settare tre differenti configurazioni resistenti:

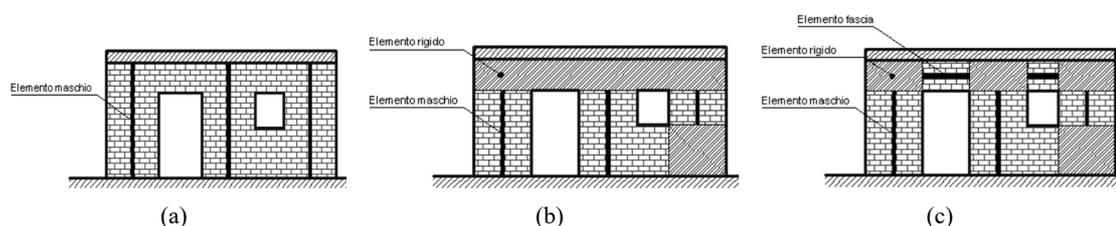


Fig. 3.41: Schema con soli maschi murari (a); schema con maschi murari e conci rigidi (b); schema a telaio equivalente (c).

- schema con soli maschi murari (nel seguito **maschi murari**). La parete viene schematizzata con soli elementi verticali deformabili (maschi murari) che si sviluppano dal solaio inferiore a quello superiore (Fig. 3.41a);
- schema con maschi murari e conci rigidi (nel seguito **maschi + fasce rigide**). La parete viene schematizzata con elementi rigidi (conci rigidi) ed elementi verticali deformabili (maschi murari) che si sviluppano dal concio rigido inferiore a quello superiore. Questa modellazione porta ad una sovrastima della rigidezza a discapito dello spostamento e dunque della duttilità della struttura (Fig. 3.41b). Nel caso di fascia di piano rigida il maschio è capace di subire solo spostamenti in testa, il diagramma dei momenti lungo l'altezza del maschio avrà un andamento a farfalla (Fig. 3.42);

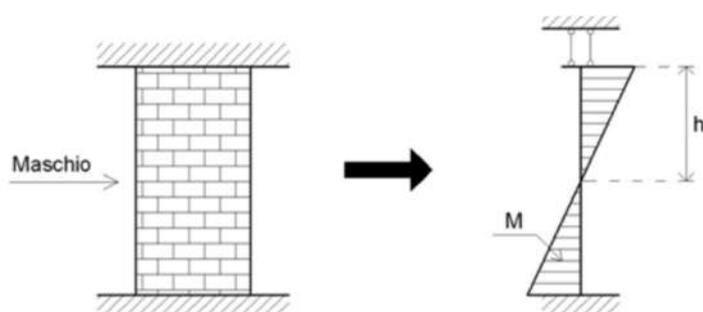


Fig. 3.42: Schema maschio murario: distanza tra la sezione di verifica e quella a momento nullo.

- schema a telaio equivalente (nel seguito **maschi + fasce deformabili**). Seguendo la classica schematizzazione, la parete presenta elementi rigidi (conci rigidi), elementi verticali deformabili (maschi murari), che si sviluppano dal concio rigido inferiore a quello superiore, ed elementi orizzontali deformabili (fasce), che si sviluppano tra due conci rigidi (Fig. 3.41c). In questo caso è possibile inserire (per il calcolo delle fasce di piano) la resistenza a compressione orizzontale come aliquota della resistenza a compressione verticale della muratura (f_{hd}/f_d).

Relativamente a quest'ultima schematizzazione, a seconda della tipologia di impalcati, essi potranno essere considerati infinitamente rigidi nel proprio (solai di nuova concezione), oppure deformabili, come nella quasi totalità degli edifici storici che presentano solai lignei o orizzontamenti voltati.

3.2.3 Confronti dei risultati tra software di calcolo: 3Muri-VEM_{NL}

Questo lavoro si focalizza sulla risposta sismica che l'edificio può mostrare in relazione alla diversa schematizzazione adottata per il modello di calcolo, sia relativamente ai modelli che utilizzano elementi costitutivi del telaio monodimensionali (VEM_{NL} – telaio equivalente) che bidimensionali (3Muri – *Frame by Macro-Elements*). Il confronto verrà fatto per otto combinazioni sismiche (Fig. 3.43, 4 per ciascuna direzione X-Y, positiva e negativa, e considerando i due profili di carico, proporzionali alle masse o alle altezze – definito proporzionale al primo modo di vibrare nel *software* 3Muri), ponendo poi l'attenzione sulle modalità di rottura e di plasticizzazione di due pareti per le due analisi *pushover* più significative: prospetto principale (parete 1-sud) e prospetto in cui si registra una discontinuità di materiale (parete 2- est) (Figg. 3.44). Vale la pena notare che l'obiettivo è confrontare i risultati offerti dalla analisi statiche non lineari in termini di modellazione impiegata. Per tale ragione non sono state tenute in considerazione le prescrizioni della normativa – relativamente all'eccentricità accidentale – sul numero di simulazioni da eseguire (§ 3.1.3, Fig. 3.23).

Per prima cosa vengono illustrate le mappature offerte dal *software* 3Muri sul danneggiamento occorso alle pareti prima indicate. Le combinazioni di carico prese in esame sono tre in modo tale da poter effettuare un confronto tra i due profili di carico (proporzionali alle masse ed al primo modo) e valutare gli effetti relativi alla condizione più gravosa.

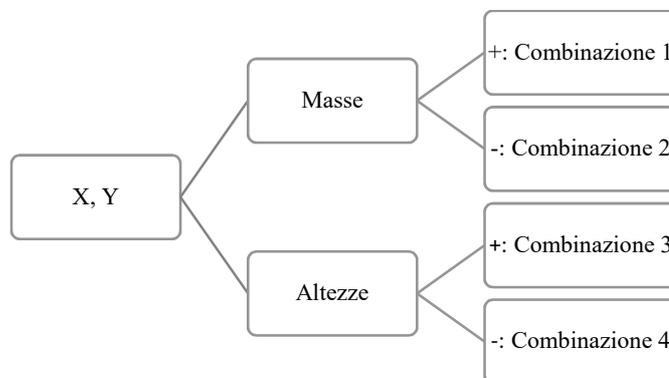


Fig. 3.43: Analisi *pushover* eseguite: 8 combinazioni, 4 per la direzione X e 4 per quella Y.

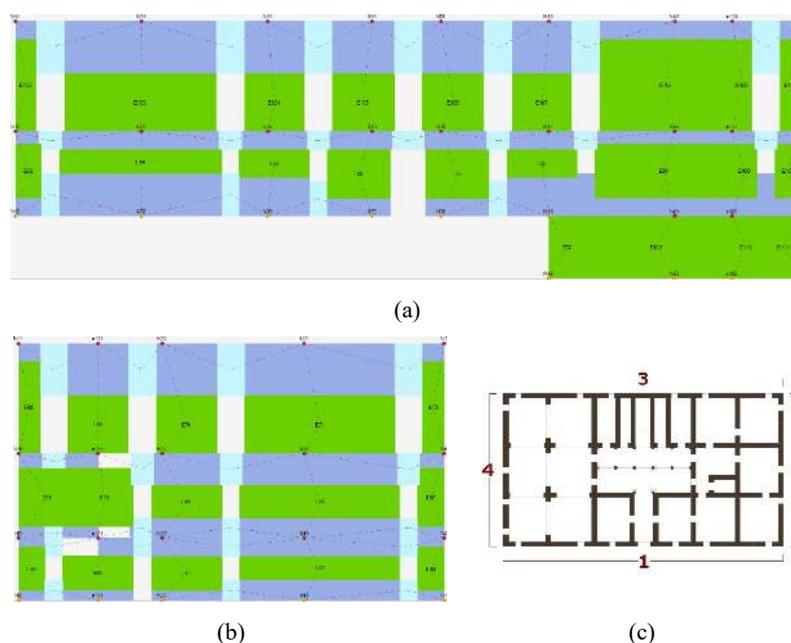


Fig. 3.44: Mesh del modello di calcolo in 3Muri della parete 1-sud (a) e parete 2-est (b) con pianta di riferimento del P.zzo Trentacapilli.

Combinazione 1: $+X$ proporzionale alle masse

Come ampiamente accennato, il prodotto dell'analisi statica non lineare è la curva di capacità: l'analisi viene condotta aumentando in modo monotono i carichi e ricavando lo spostamento orizzontale della struttura. Superando un valore convenzionale di spostamento, calcolato automaticamente in funzione della modalità di rottura dell'elemento, si considera la struttura collassata e si può costruire la curva Forza-Spostamento (Fig. 3.45), che rappresenta la curva di capacità offerta, cioè il comportamento della struttura al variare dei carichi orizzontali. Da notare che questa curva è indipendente dall'intensità del sisma in quanto si tratta di una caratteristica intrinseca della struttura, funzione della geometria e delle caratteristiche intrinseche del materiale. La curva di capacità viene tracciata con riferimento allo spostamento di uno specifico nodo di controllo e non allo spostamento medio del piano.

Come già anticipato il *software* 3Muri fornisce, per ciascuna analisi, lo stato di danneggiamento occorso sugli elementi 2D che costituiscono ciascun pannello murario (Fig. 3.46). Questo risulta essere molto utile per le strategie di intervento, come già illustrato nel § 3.1.3 circa l'analisi *pushover* del Collegio dei Gesuiti di Amantea (CS).

Attraverso il confronto tra le pareti 1-sud e 2-est (Figg. 3.47) emerge come la modellazione adottata da 3Muri non trascuri il contributo resistente delle pareti in direzione ortogonale al

Capitolo 3

proprio piano. Infatti, per un sisma simulato lungo la direzione positiva dell'asse X, contribuiranno in maniera sostanziale le pareti parallele a questa direzione (Fig. 3.47a) e, solo marginalmente, le pareti ortogonali a queste (le quali presenteranno uno stato di danneggiamento molto limitato, Fig. 3.47b).

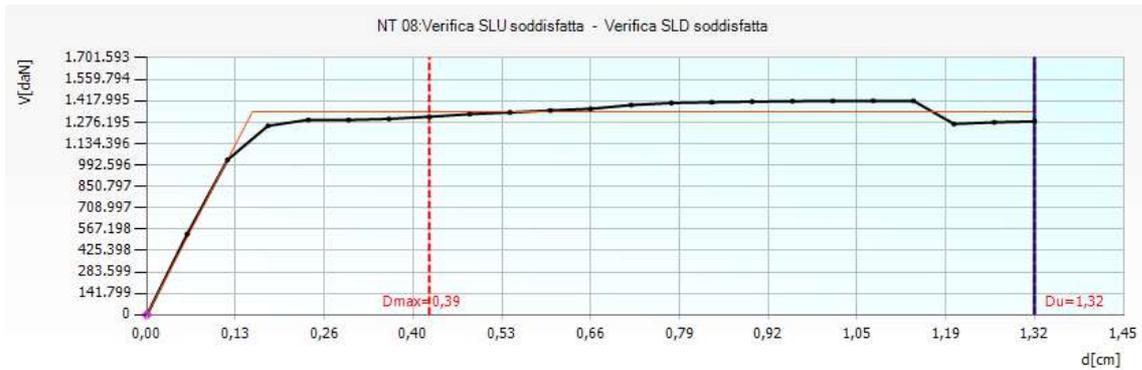


Fig. 3.45: Curva di capacità valutata mediante 3Muri per l'analisi n.1: Combinazione 1 +X proporzionale alle masse.



Fig. 3.46: Indicazione sul tipo di crisi avvenuta negli elementi 2D del pannello murario meshato.

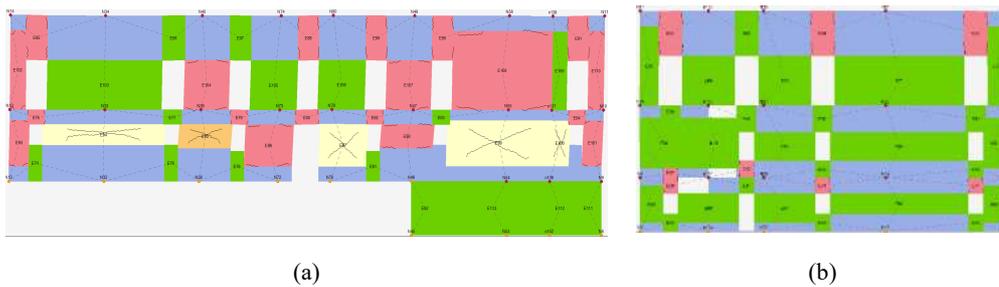


Fig. 3.47: Mappatura danneggiamento parete 1-sud (a) e parete 2-est (b) per l'analisi n. 1.

Combinazione 2: +X proporzionale al primo modo di vibrare

Poiché l'utilizzo di profili di carico fissi fornisce comunque risultati approssimati, la normativa raccomanda di utilizzare almeno due profili di carico: uno proporzionale alle masse e l'altro proporzionale alle altezze o al primo modo di vibrare. I risultati relativi all'analisi n. 2 (+X,

altezze) vengono di seguito riportati in termini di curva di capacità (Fig. 3.48) e stato di danneggiamento (Fig. 3.49).

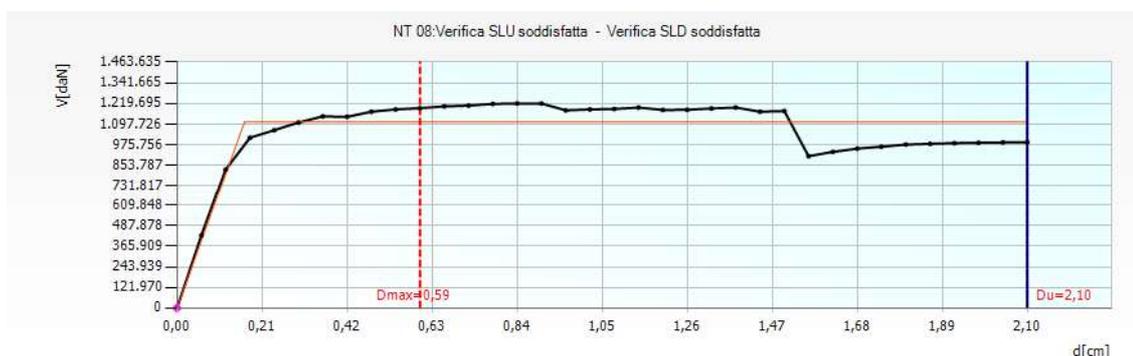


Fig. 3.48: Curva di capacità valutata mediante 3Muri per l'analisi n.2: Combinazione 2 +X proporzionale alle altezze.

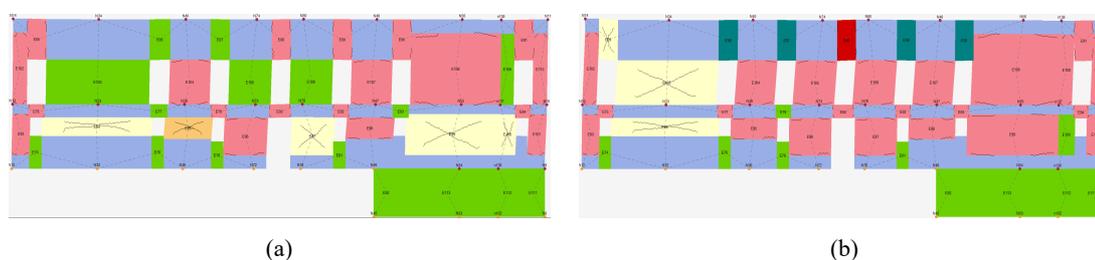


Fig. 3.49: Mappatura danneggiamento parete 1-sud per l'analisi n.1 (a) e n.2 (b).

In accordo con la trattazione teorica, ad un profilo di carico proporzionale alle masse corrisponde una resistenza maggiore ed uno spostamento minore (Fig. 3.45), mentre per profili di carico proporzionale alle altezze o al primo modo di vibrare si ottengono resistenze minori e spostamenti maggiori (Fig. 3.48). Infatti, per l'analisi proporzionale alle masse, la parete 1-sud è caratterizzata da una plasticizzazione diffusa dei maschi murari per pressoflessione e taglio, mentre le fasce di piano per sola pressoflessione (Fig. 3.49a); al contrario, per un profilo proporzionale al primo modo di vibrare, la struttura mostra un danneggiamento più diffuso, con la rottura per pressoflessione, taglio e in campo elastico delle fasce e plasticizzazione della quasi totalità dei maschi murari (Fig. 3.49b). Ciò si ottiene in quanto una struttura che è in grado di deformarsi in campo plastico – presentando un danneggiamento diffuso – riesce a dissipare più energia di deformazione risultando, dunque, duttile.

Nell'analisi con profilo di carico proporzionale alle altezze, inoltre, le porzioni di muratura più danneggiate sono quelle in corrispondenza dei livelli superiori. Tutto questo è esplicitato nello spostamento che, per la prima combinazione è pari a 1.32 cm (Fig. 3.45), mentre nella seconda è pari a 2.10 cm (Fig. 3.48), con un incremento di circa il 62%.

Combinazione 4: -Y proporzionale al primo modo (combinazione più gravosa)

L'analisi n.8, corrispondente alla combinazione 4 per l'analisi -Y proporzionale alle altezze, risulta essere la combinazione di carico più gravosa, come evidenziato dalla curva di capacità di Fig. 3.50. Si riporta, inoltre, lo stato di danneggiamento delle pareti 1-sud e 2-est (Figg. 3.51).

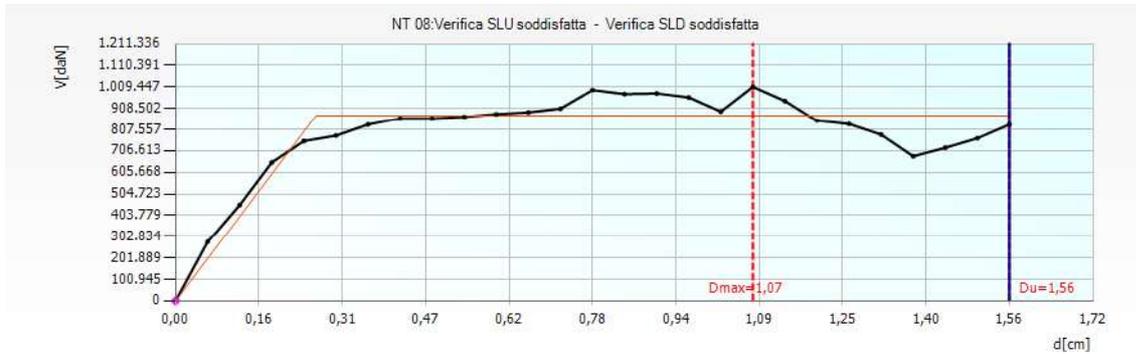


Fig. 3.50: Curva di capacità valutata mediante 3Muri per l'analisi n.8: Combinazione 4 -Y proporzionale alle altezze.

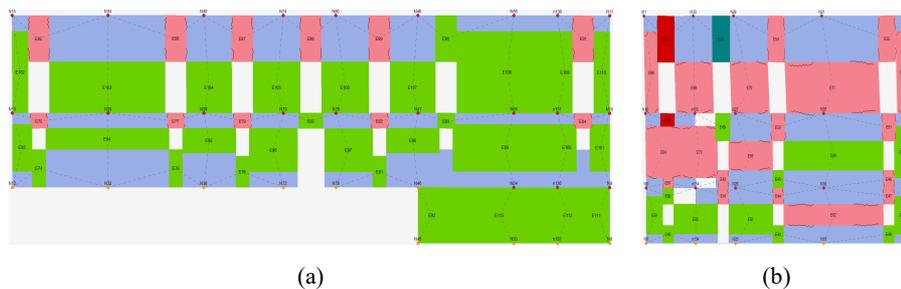


Fig. 3.51: Mappatura danneggiamento parete 1-sud (a) e parete 2-est (b) per l'analisi n.8.

Curve di capacità per i due software

Al fine di fornire un confronto dei risultati tra i due *software* impiegati, vengono messe in relazione le curve di capacità – in termini di bilineare del sistema equivalente ad un grado di libertà SDOF – ottenute con le diverse modellazioni (Figg. 3.52):

- 3Muri,
- maschi murari (VEM_{NL}),
- maschi murari + fasce deformabili (VEM_{NL}),
- maschi murari + fasce rigide (VEM_{NL}),

tenendo conto delle 8 differenti condizioni di carico, riportate in precedenza in Fig. 3.43.

I risultati ottenuti permettono di trarre alcune importanti considerazioni. Innanzitutto, osservando l'andamento delle curve di capacità, si nota che gli spostamenti maggiori sono quasi sempre

raggiunti dalla schematizzazione a soli maschi murari offerta dal *software* VEM_{NL}. Capacità di spostamento più elevate – e a tratti paragonabili a quelle appena citate – sono offerte dalla modellazione 3Muri, mentre le schematizzazioni a maschi con fasce, rigide o deformabili, raggiungono spostamenti sempre più bassi e quasi coincidenti tra loro. In termini di valore del tagliante alla base massimo, il *trend* è quello che prevede i maggiori valori per la schematizzazione a maschi murari, seguite da quelle che prevedono il contributo delle fasce di piano. I valori minori sono, invece, registrati per la modellazione 3Muri. Tuttavia, una lettura più immediata è offerta dagli istogrammi tracciati, a partire dalle bilineari equivalenti, sia in termini di rigidezza k del sistema equivalente (Figg. 3.53-55) che in termini di rapporto capacità/domanda (capacità d_u , domanda d_{max} , Figg. 3.56-58). Quest'ultimo, come ampiamente discusso nei paragrafi precedenti, consistente proprio nell'indice F_S che esprime la sicurezza sismica del manufatto:

$$F_S = \frac{d_u}{d_{max}}$$

In questo caso, si nota come, da un punto di vista delle rigidezze, la modellazione che offre i valori più alti è quella relativa al *software* 3Muri, almeno nella direzione di carico X, sia con l'utilizzo di un profilo di carico proporzionale alle masse che con uno proporzionale alle altezze. Valori paragonabili sono, invece, raggiunti nella direzione Y tra la modellazione 3Muri e quelle del *software* VEM_{NL} che prevede il contributo delle fasce di piano, registrando – come era lecito aspettarsi – dei valori inferiori per la schematizzazione a soli maschi murari. Da un punto di vista del fattore di sicurezza, i valori più alti di F_S sono ottenuti per la modellazione 3Muri.

Relativamente alle schematizzazioni del VEM_{NL}, quella a soli maschi murari porta sempre al soddisfacimento della verifica ($F_S > 1$), mentre condizioni di inammissibilità sono sempre raggiunte per le altre tipologie di schematizzazione ($F_S < 1$).

Conclusioni

Attraverso questo studio è stato possibile analizzare il comportamento sismico del caso studio attraverso due *software* di calcolo basati sull'utilizzo di differenti elementi (1D VEM_{NL} e 2D 3Muri) per la modellazione delle pareti murarie attraverso il “telaio equivalente”. A sua volta, il *software* VEM_{NL} consente diverse schematizzazioni dei maschi murari a seconda che il contributo delle fasce di piano venga o meno considerato.

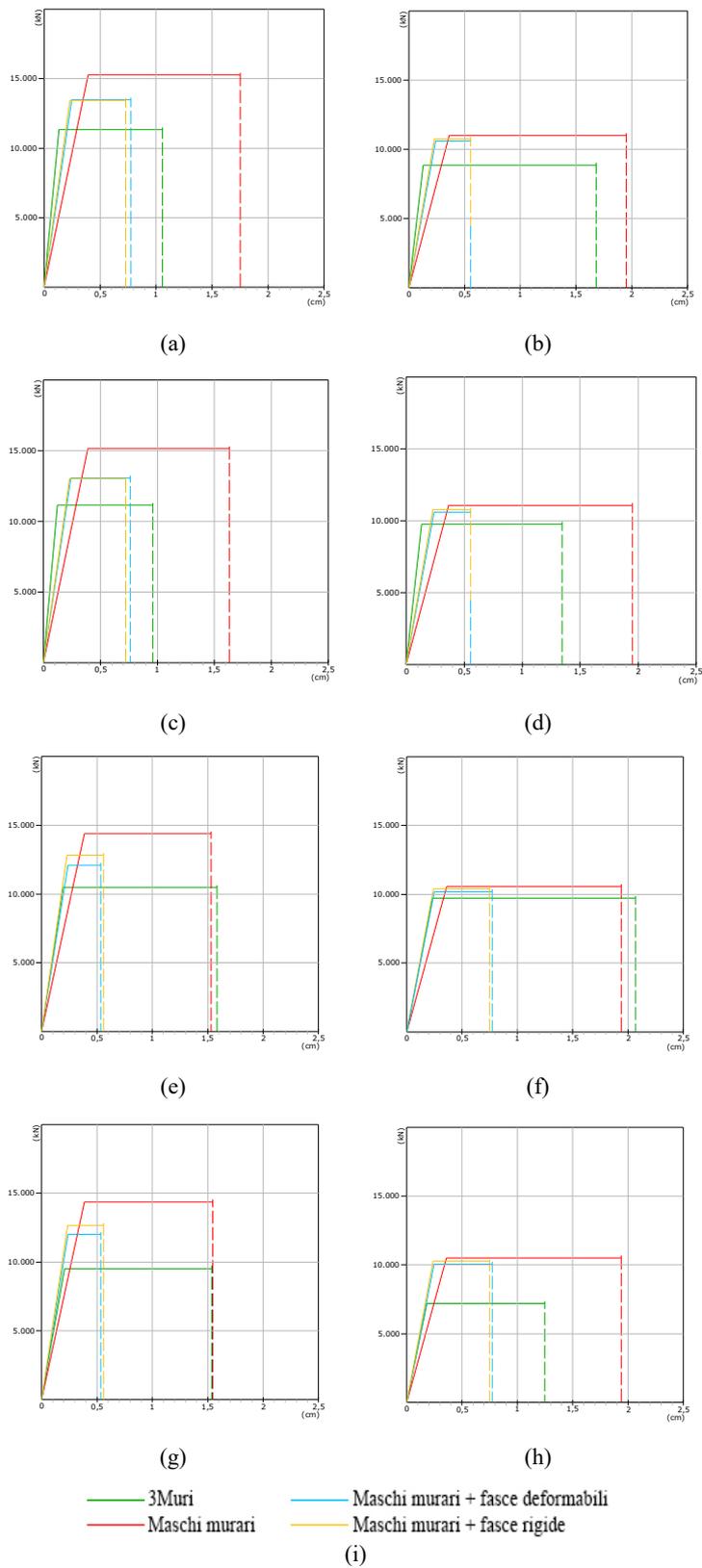


Fig. 3.52: Curve di capacità per le differenti condizioni di carico: +X masse (a); +X altezze (b); -X masse (c); -X altezze (d); +Y masse (e); +Y altezze (f); -Y masse (g); -Y altezze (h), legenda (i).

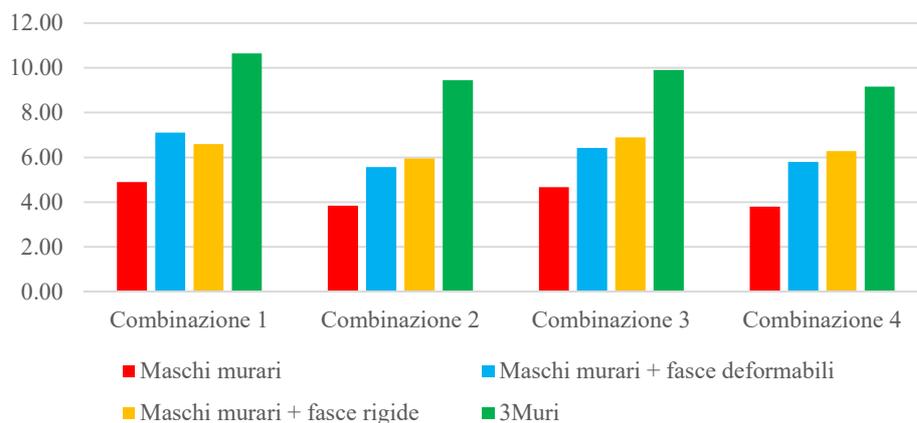


Fig. 3.53: Rigidezze k in direzione X.

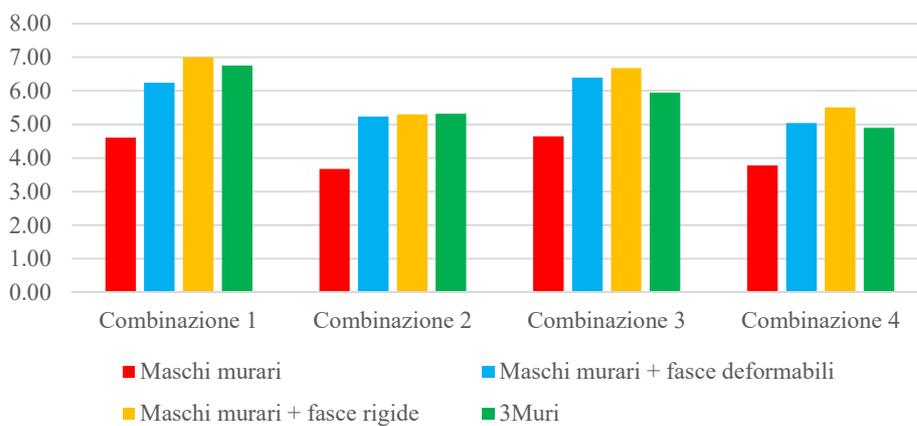


Fig. 3.54: Rigidezze k in direzione Y.

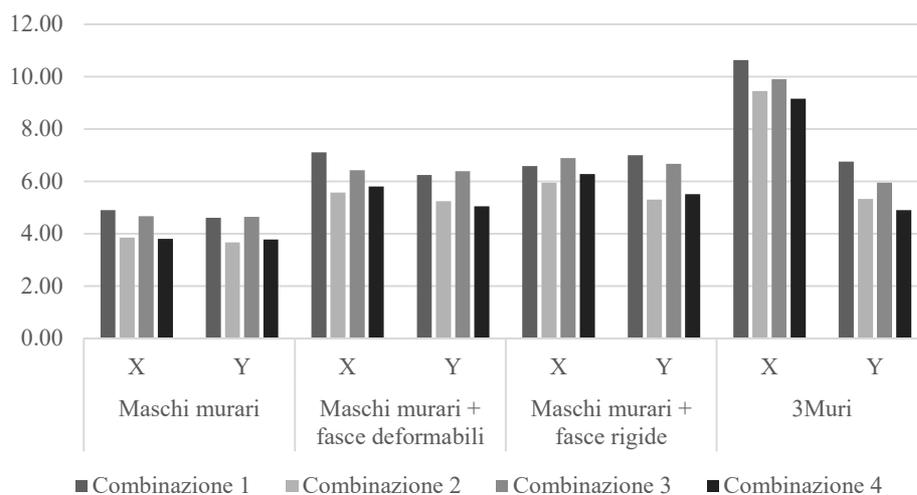


Fig. 3.55: Confronto delle rigidezze per le diverse schematizzazioni e condizioni di carico.

Capitolo 3

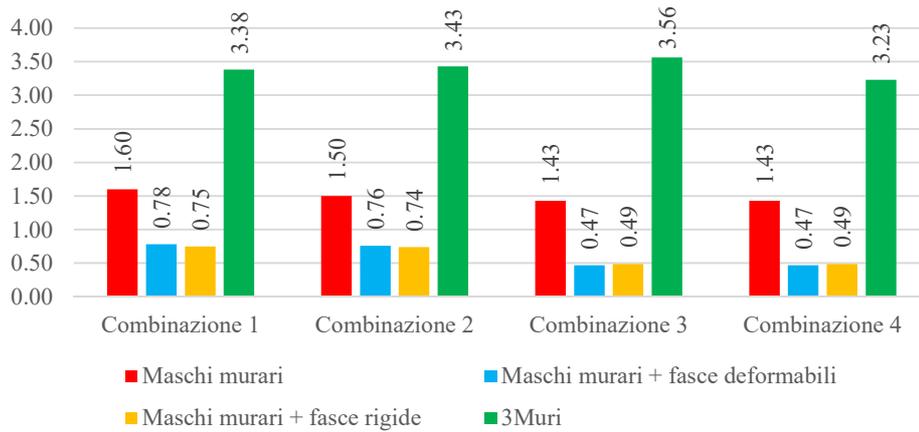


Fig. 3.56: Fattori di sicurezza F_s per le analisi in direzione X.

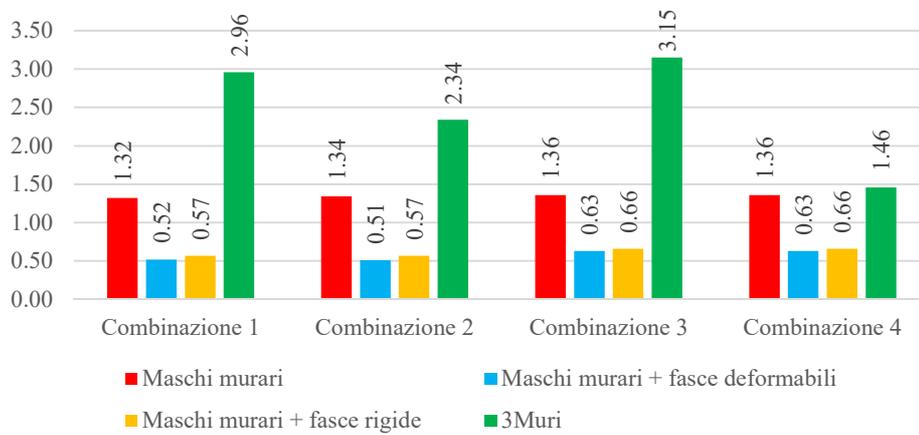


Fig. 3.57: Fattori di sicurezza F_s per le analisi in direzione Y.

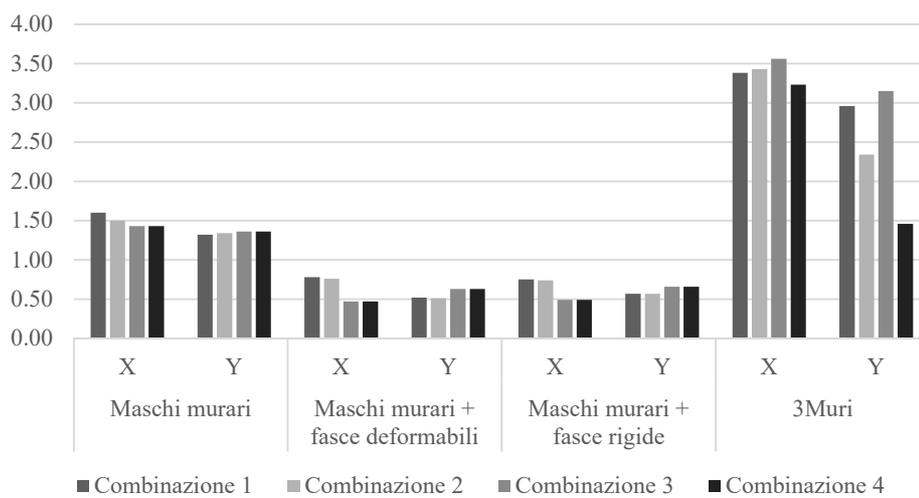


Fig. 3.58: Fattori di sicurezza F_s per le diverse schematizzazioni e condizioni di carico.

Come dimostrato dai risultati ottenuti, una grande diversità di comportamento viene registrata per ciascuna modellazione, con riflessi nelle verifiche di normativa e, in particolare, sul coefficiente di sicurezza F_s . Le analisi mostrano che una migliore risposta del manufatto può essere attesa dal *software* 3Muri grazie al macro-elemento impiegato che, sebbene venga utilizzato per l'analisi statica non lineare, mira anche alla modellazione del comportamento ciclico delle pareti in muratura. Trattandosi di un modello a macro-elementi, esso ha quindi il grande pregio di consentire analisi dinamiche con un onere computazionale relativamente ridotto.

Relativamente a VEM_{NL} , invece, le migliori performance sono registrate per la schematizzazione a soli maschi murari, sia in termini di capacità di spostamento ultimo che di tagliante alla base. Tuttavia, le rigidezze registrate per questo modello mostrano un comportamento poco rispondente alla realtà: i valori di k ottenuti con le schematizzazioni che prevedono il contributo delle fasce – rigide o deformabili – sono comunque più in linea con i valori ottenuti con 3Muri. Per tali ragioni, nel caso in cui l'analisi venisse affrontata con VEM_{NL} , occorre prestare molta attenzione alla scelta della schematizzazione da adottare in modo tale che questa sia calibrata alle reali condizioni del fabbricato, soprattutto in relazione allo stato delle fasce di piano.

3.3 La caratterizzazione tipologico-strutturale a scala territoriale mediante l'utilizzo delle schede CARTIS-ReLUIS

L'Italia è uno dei paesi a maggior rischio sismico nel Mediterraneo per la sua posizione geografica. La più alta sismicità si concentra nelle zone centro-meridionali della penisola, così come riportato dalla mappa della pericolosità sismica (Fig. 3.59) basata sui valori massimi di accelerazione del suolo assegnati a ciascuna delle quattro zone che dividono il territorio nazionale [190].

Tuttavia, questa classificazione su scala nazionale non tiene conto degli effetti locali che possono portare a fenomeni amplificati e riguardano sia la variabilità delle proprietà del suolo sia la vastità del patrimonio edilizio. Sembra, dunque, impensabile raggiungere una classificazione globale riferita a ciascuna area o villaggio sul territorio nazionale [191].

Pertanto, si richiede l'individuazione di una metodologia sistematica per la valutazione dell'esposizione al rischio sismico [192] basata sulle proprietà tipologico-strutturali degli edifici situati in una particolare area [144]. Questo obiettivo è stato perseguito dal Progetto ReLUIS, in collaborazione con il DPC, attraverso le schede CARTIS su scala territoriale [193].

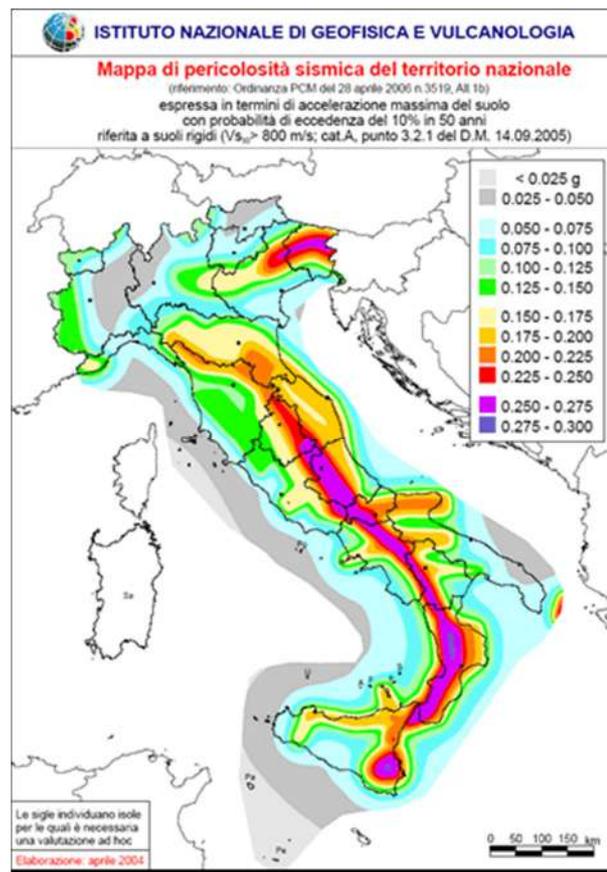


Fig. 3.59: Mappa di pericolosità sismica di riferimento per il territorio nazionale [190].

3.3.1 Illustrazione della metodologia

Scopo del presente lavoro è la previsione dell'incidenza dei parametri geometrico-meccanici nella valutazione della vulnerabilità sismica di costruzioni esistenti in muratura nel territorio calabrese. In particolare attraverso i dati raccolti con le schede CARTIS, vengono definite le tipologie edilizie maggiormente ricorrenti nell'ambito di strutture a carattere non specialistico (o ordinarie). Su queste si eseguono delle analisi statiche non lineari (*pushover*) finalizzate all'individuazione dell'indice di sicurezza F_S espresso come rapporto tra capacità della struttura e domanda sismica. Partendo da una configurazione base dell'edificio, si definiscono strutture variate rispetto a numero di piani, tipologie di pareti e orizzontamenti, materiali, percentuale di aperture, ecc., al fine di attribuire il "peso" di ciascuno di questi parametri sull'indice F_S (Fig. 3.60).

Per sviluppare la metodologia proposta, è stato preso in considerazione il centro urbano di Mendicino, in provincia di Cosenza: l'obiettivo è valutare l'esposizione al rischio sismico del suo "centro storico", notoriamente il "comparto" più vulnerabile della città. La definizione di

“comparto” viene data dal manuale delle stesse schede CARTIS [194], intendendo con esso un’area omogenea – all’interno del tessuto cittadino – che si caratterizza per la presenza di edifici ordinari e omogenei dal punto di vista tipologico-strutturale e per età di costruzione. Tale caratterizzazione è avvenuta, dunque, attraverso la compilazione delle schede CARTIS riguardanti questo comparto così da definire le differenti configurazioni tipologico-strutturali rispetto alle quali calcolare gli indici F_S variando i parametri geometrici e strutturali [195]. Il software di calcolo utilizzato è VEM_{NL} , già discusso nel § 3.2.

Così facendo, è stato possibile eseguire una lettura qualitativa del tessuto urbano, fornendo una classifica del rinforzo più adatto per ogni configurazione tipologico-strutturale.

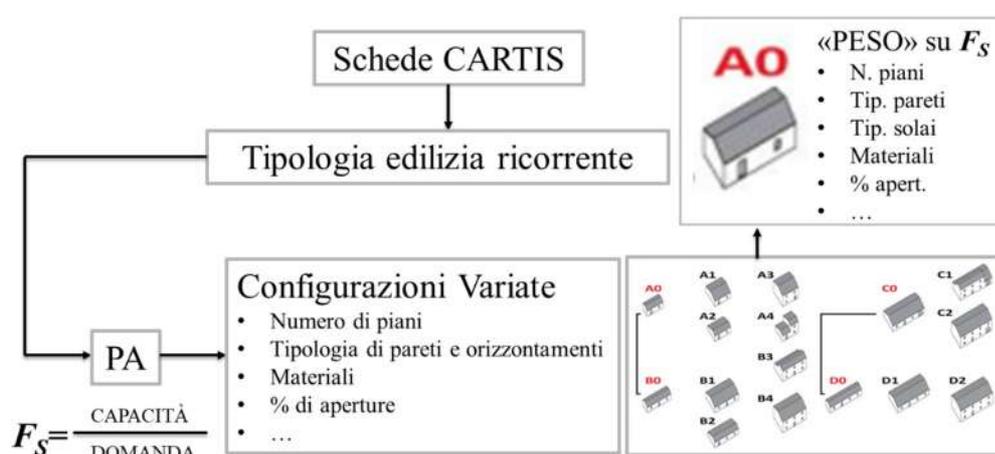


Fig. 3.60: Le schede CARTIS quale strumento di “discretizzazione” nella valutazione della vulnerabilità sismica di edifici in muratura mediante analisi pushover.

3.3.2 Applicazione ad un caso studio: il centro storico di Mendicino

Nella prima fase della metodologia CARTIS, viene effettuata la definizione delle zone territoriali omogenee (comparti) in cui gli edifici hanno la stessa epoca e tecnica di costruzione. La raccolta dei dati avviene mediante la compilazione delle schede CARTIS, pre-editate e suddivise in tre diversi livelli:

- una scheda singola di 1° livello per la città intera, all’interno della quale identificare i comparti (Figg. 3.61);
- le schede di 2° livello, una per ciascun comparto rilevato nel territorio comunale;
- le schede di 3° livello, una per ciascuna tipologia di edificio all’interno di ciascun comparto.



CARTIS 2014
SCHEDE DI 1° LIVELLO PER LA CARATTERIZZAZIONE TIPOLICO-STRUTTURALE
DEI COMPARTI URBANI COSTITUITI DA EDIFICI ORDINARI

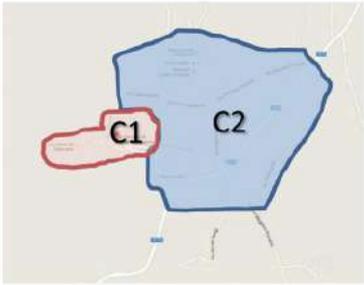


CARTIS 2014
Rete di Laboratori e Centri di Ricerca e Sviluppo

SEZIONE 0: Identificazione Comune e Comparti	PARTE A
DATA: / /	
a. DATI DI LOCALIZZAZIONE	
Regione: _____	Codice ISTAT: _____
Provincia: _____	Codice ISTAT: _____
Comune: CALCATA	Codice ISTAT: _____
Municipalità/ Frazione/ Località (denominazione ISTAT): _____	Codice ISTAT: _____
b. DATI GENERALI COMUNE	
Numero totale residenti del Comune: _____	Piano Particolareggiato: _____
Anno di prima classificazione sismica: _____	Centro Storico: _____
Anno di approvazione Piano Regolatore Generale: _____	OSI: <input type="checkbox"/> SI <input type="checkbox"/> NO
Anno di approvazione Programma di fabbricazione: _____	
Numero totale abitazioni: _____	
Dato ISTAT: _____	Data rilevato: _____
Numero totale edifici: _____	
Dato ISTAT: _____	Data rilevato: _____
c. NUMERO ZONE OMOGENEE (COMPARTI)	
Codice UR: _____	
d. DATI IDENTIFICATIVI UNITA' DI RICERCA (UR) RELIUS	
Referente: _____	Mail: _____
Ente di appartenenza: _____	
Qualifica: _____	
Titolo di studio: _____	
Indirizzo: _____	
Tel. ufficio: _____	Cell: _____
Compilatore: _____	Mail: _____
Firma del Compilatore: _____	
e. DATI IDENTIFICATIVI TECNICO INTERVISTATO	
Referente del Comune: _____	Tel./Cell: _____
Nominativo: _____	Nominativo: _____
Ente di appartenenza: _____	Ente di appartenenza: _____
Qualifica: _____	Qualifica: _____
Titolo di studio: _____	Titolo di studio: _____
Indirizzo: _____	Indirizzo: _____
Mail: _____	Mail: _____
Tel. ufficio: _____	Cell: _____
Cell: _____	Tel. ufficio: _____
Cell: _____	Cell: _____

Indirizzo: _____
A1/4

1. PLANIMETRIA DEL CENTRO URBANO CON PERIMTRAZIONI DEI COMPARTI E NUMERAZIONE DEGLI STESSI



LEGENDA:
C1: Comparto "Centro storico"
C2: Comparto "Zona espansione"

Indirizzo: _____
A2/4

(a)

(b)

Fig. 3.61: Esempio di scheda CARTIS di 1° livello [194].

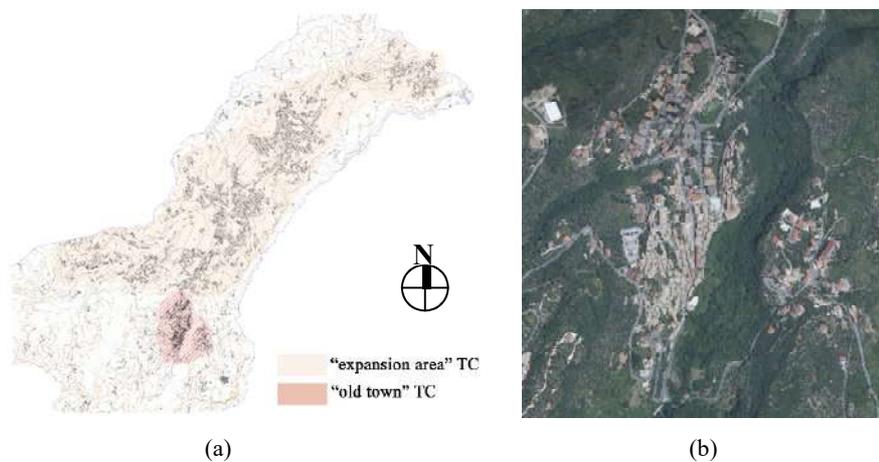


Fig. 3.62: Comparti individuati per il comune di Mendicino (a); comparto "centro storico" (b).

Tecnici qualificati (professionisti e ricercatori) raccolgono i dati, edificio per edificio, ed intervistando esperti locali. In particolare il caso studio analizzato è il comune di Mendicino, molto vicino al capoluogo di provincia Cosenza. Sebbene il territorio di indagine sia molto vasto (35,7 km²), l'area edificata conta i soli compartimenti "centro storico" e "area di espansione" (Fig. 3.62a). Inoltre, nonostante la possibilità di ulteriori suddivisioni in compartimenti, lo scopo di questo lavoro è identificare una configurazione tipologico-strutturale prevalente all'interno del "centro storico" (Fig. 3.62b) al fine di condurre studi sulla vulnerabilità sismica di questi edifici e sui

possibili interventi di rinforzo. Per tali ragioni, l'attenzione si è concentrata sulle sole schede CARTIS di 2° e 3° livello.

Tipologia edilizia ricorrente nel comparto “centro storico”: la casa a torre

Il comparto “centro storico” risultava essere l'unico presente nell'intero territorio di Mendicino fino all'anno 1954, come rappresentato dalla mappa regionale di Fig. 3.63a. Le tipologie costruttive in muratura sono le principali in questo comparto, potendole distinguere in tre casi in base alle proprietà formali e costruttive. Esempi di edifici in cemento armato, pur presenti nel comparto, non sono stati presi in considerazione durante la campagna di indagine effettuata con l'aiuto delle schede CARTIS di 2° livello. Da un punto di vista tipologico, la casa a schiera è la tipologia edilizia ricorrente formata dall'unità primaria chiamata “casa a torre”, come mostrato nello schema esemplificativo di Fig. 3.63b.

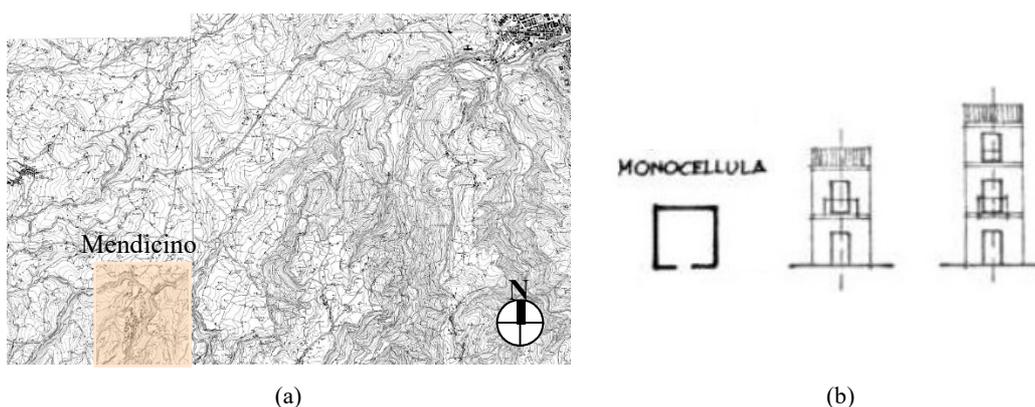


Fig. 3.63: Mappa tecnica regionale (a); evoluzione tipologica della casa a torre a Mendicino.

La casa a torre nasce come un edificio a sé stante con specifiche proprietà funzionali, dimensionali, distributive e organizzative. Le piante sono piccole e diverse le une dalle altre. Tuttavia, potrebbero essere distinte in tre classi ricorrenti:

- pianta quadrata,
- pianta rettangolare,
- pianta irregolare.

Gli ambienti interni erano caratterizzati da un unico spazio privo di alcuna divisione: una caratteristica ancora oggi presente, ad eccezione di altre aree di servizio ottenute successivamente. Questi alloggi si sviluppavano su due livelli, con altezze d'interpiano ridotte (mai superiori ai 2.50 m). Il laboratorio o il ricovero per animali si trovava al piano terra, mentre il primo piano era destinato ad ospitare la famiglia: un unico spazio in cui fare tutto. Una scala interna,

principalmente in materiale ligneo, collegava i due piani. Le aperture, seppur piccole, garantivano la ventilazione trasversale.

Configurazioni analizzate: pianta quadrata, rettangolare e irregolare

Per la definizione del comportamento strutturale della tipologia edilizia “casa a torre”, sono stati presi in considerazione tre edifici esistenti collocati in tre diversi punti del comparto “centro storico”, come mostrato in Fig. 3.64a.



Fig. 3.64: Individuazione degli edifici presi come esempi tipologici (a); tipologia a pianta quadrata (b), rettangolare (c) ed irregolare (d).

Gli edifici a pianta quadrata (Fig. 3.65) hanno un'impronta a terra abbastanza regolare con superfici che vanno dai 20 ai 30 m² ed un'altezza d'interpiano di circa 2.35 m. Le aperture sono regolarmente distribuite sulla facciata e allineate il più possibile verticalmente. In media, questa tipologia ha uno sviluppo in altezza che va dai 3 ai 5 piani totali.

Gli edifici a pianta rettangolare (Fig. 3.66), così come quelli a pianta quadrata, hanno uno sviluppo regolare in altezza con superfici che vanno dai 15 ai 25 m² ed un'altezza d'interpiano di circa 2.50-2.60 m. Hanno aperture simili alla tipologia precedente, mentre il numero di livelli è in media di circa 4-5, con casi di edifici a 6 piani.

Nello spazio risultante tra edifici vicini, vengono costruite le case a pianta irregolare (Fig. 3.67), completando e riempiendo la stecca dell'aggregato. Nella maggior parte dei casi, hanno piccole superfici del piano terra che vanno dai 9 ai 15 m² ed altezze medie d'interpiano di 2.50 m. È presente una facciata ristretta davanti alla strada e, conseguentemente, la superficie delle aperture è ridotta, ma funzionale alle dimensioni dell'edificio. In media, questa tipologia si sviluppa su 3-4 piani.

Quelle appena descritte rappresentano le tre configurazioni tipologico-strutturali di partenza, successivamente diversificate – agendo sui parametrici geometrico-meccanici – per le indagini

sismiche. Indipendentemente dalla forma del pianta, le proprietà della casa a torre, comuni a tutte le variazioni tipologiche appena illustrate, sono le seguenti:

- un'altezza media d'interpiano $h_m=2.50$ m;
- strutture da 3 a 6 piani con sopraelevazioni costruite intorno alla metà del XX secolo, nella maggior parte dei casi;
- un piano terra, prevalentemente seminterrato, con un'altezza inferiore rispetto ai livelli intermedi. Inoltre, la destinazione d'uso iniziale (laboratorio o ricovero per animali) è trasformata in abitativa;
- un ultimo piano con un'ulteriore riduzione di h_m .
- ampie aperture rispetto alle dimensioni dei pannelli in muratura caratterizzanti i prospetti.

Valutazione sismica della tipologia "casa a torre"

Seguendo la classificazione sismica nazionale, Mendicino si trova nell'area con il rischio più elevato (zona 1: accelerazioni superiori a 0.25 g). Dunque, studi in grado di affrontare efficacemente tali problematiche si rendono necessari per valutare rapidamente la vulnerabilità sismica al fine di ottenere informazioni dettagliate sulla sicurezza di un gran numero di edifici. Partendo dall'ispezione visiva dei fabbricati oggetto d'indagine, è stata condotta una campagna di rilievo, compresa l'acquisizione della documentazione tecnica esistente. In questo modo sono state definite le proprietà strutturali e formali comuni alla maggior parte degli edifici, nonché i modelli di calcolo (Figg. 3.65-67) necessari per eseguire le analisi statiche non lineari. Oltre alla forma della pianta del piano terra, gli altri parametri che sono stati utilizzati, e variati, durante le simulazioni numeriche sono:

- lo spessore della muratura, pari a 0.60 m e mantenuta costante per tutti i piani;
- la tipologia di muratura, dalla più debole muratura in pietrame disordinata ($f_{m,min}=1.00$ MPa) alla più resistente muratura in mattoni pieni e malta di calce ($f_{m,min}=2.40$ MPa) [6];
- la diversa altezza del piano terra (h_{GF}), compresa tra 2.30, 2.50 e 2.80 m;
- la tipologia di solaio, in legno a doppia orditura (più leggero) o a travi a I in acciaio con elementi in laterizio cavi (più rigidi).

Secondo l'approccio N2 [137] adottato per l'analisi *pushover* dai codici strutturali italiani [6, 7, 56, 184], la sicurezza sismica di un edificio è definita da F_s . Questo indice, già definito nel corso dei precedenti paragrafi, rappresenta il rapporto tra la capacità di spostamento rilevata nel punto di controllo (d_u , solitamente situato sul baricentro dell'ultimo livello) e la domanda sismica (d_{max}):

Capitolo 3

$$F_S = \frac{d_u}{d_{\max}}$$

Il lavoro mira a identificare i valori di F_S al variare della percentuale di aperture (% O, dal 9 al 20%) e dei parametri meccanici della struttura (tipologia di muratura e tipologia di solai) per diverse configurazioni tipologico-strutturali a 2 e 3 livelli (2-s e 3-s delle Tabb. 3.7-9). Per ogni modello, facendo riferimento alle tre forme dell'impronta di base dell'edificio disponibili, sono state realizzate otto diverse configurazioni strutturali, dalla A alla H, come riportato in Tab. 3.6, sulle quali sono state svolte delle analisi *pushover* utilizzando il software VEM_{NL}.

Tab. 3.6: Modelli di calcolo ottenuti combinando le proprietà strutturali.

Configurazione	s [m]	h_{GF} [m]	Tipologia muratura		Tipologia solaio	
			Pietrame	Mattoni	Legno	Acciaio
A	0.60	2.50	x		x	
B	0.60	2.50	x			x
C	0.60	2.50		x	x	
D	0.60	2.50		x		x
E	0.60	2.30	x		x	
F	0.60	2.30	x			x
G	0.60	2.80	x		x	
H	0.60	2.80	x			x

Vale la pena notare che i valori sono tutti riferiti alla stessa combinazione di carico, proporzionale alle masse, e considerando la direzione positiva dell'asse X. Anche in questo caso, $F_S < 1$ rappresenta la nota condizione di non ammissibilità.

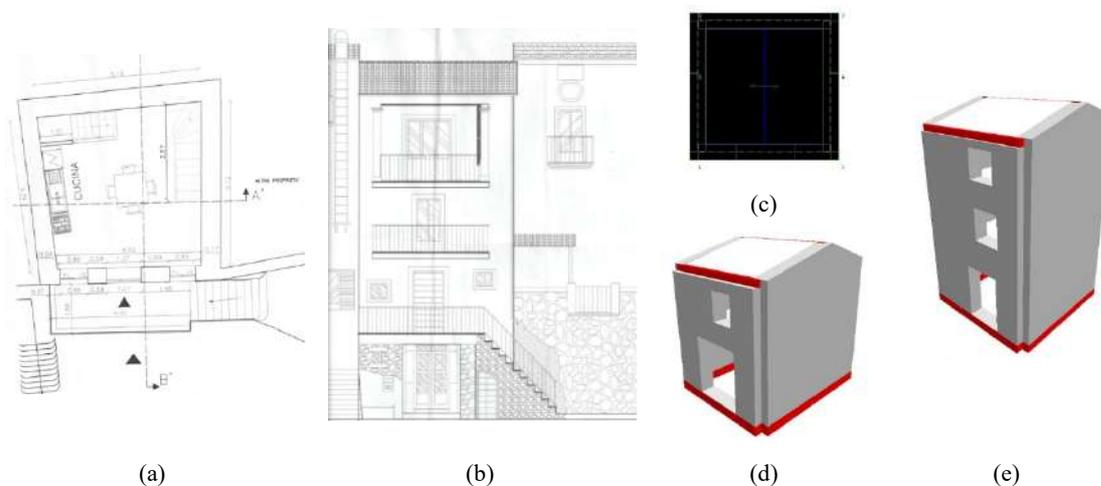


Fig. 3.65: Pianta del piano terra (a) e sezione verticale (b) dell'edificio a pianta quadrata, ottenute con le operazioni di rilievo; pianta (c) dei modelli di calcolo VEM_{NL} della configurazioni a 2 piani (d) ed a 3 piani (e).

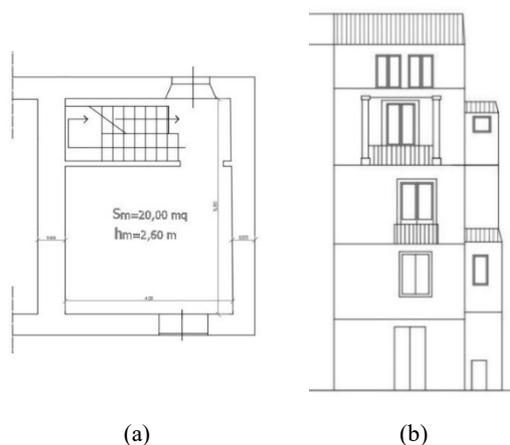


Fig. 3.66: Pianta del piano terra (a) e sezione verticale (b) dell'edificio a pianta rettangolare, ottenute con le operazioni di rilievo.

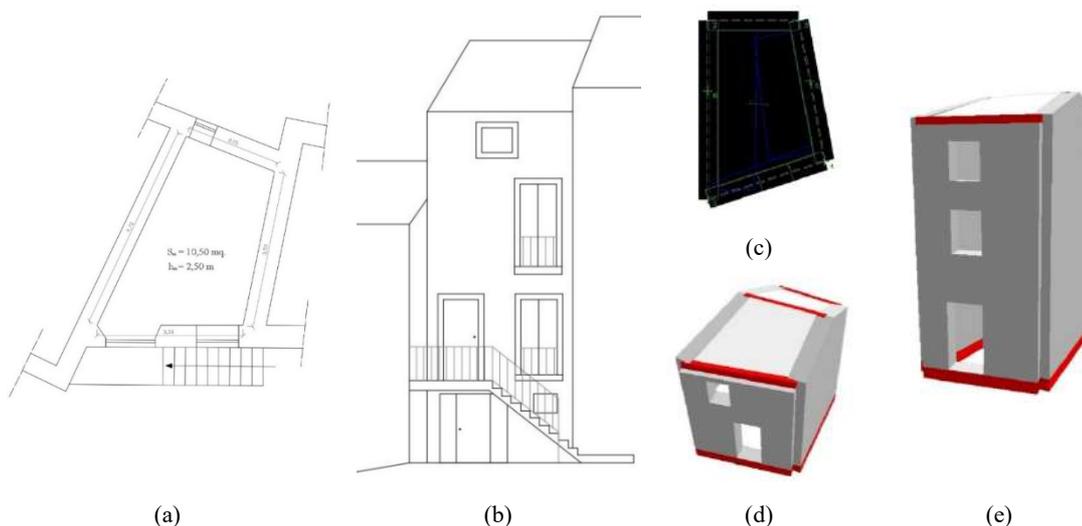


Fig. 3.67: Pianta del piano terra (a) e sezione verticale (b) dell'edificio a pianta irregolare, ottenute con le operazioni di rilievo; pianta (c) dei modelli di calcolo VEM_{NL} della configurazioni a 2 piani (d) ed a 3 piani (e).

Risultati dell'analisi pushover per le differenti configurazioni

I modelli di calcolo di forma quadrata (Fig. 3.65c-d) hanno una pianta di $5.00 \times 5.00 \text{ m}^2$, una superficie interna di 19.40 m^2 circa ed un'altezza variabile a seconda della configurazione strutturale adottata (A-H), e riportate in Tab. 3.6. Vengono eseguite nove analisi *pushover*, variando la percentuale di aperture della facciata principale e tenendo conto delle due configurazioni con 2 o 3 livelli. I valori dell'indice di sicurezza F_S ottenuti sono riportati in Tab. 3.7, mentre la Fig. 3.68 mostra il *trend* dei valori assunti dal fattore di sicurezza F_S .

Capitolo 3

Stesse condizioni si applicano per le configurazioni di forma rettangolare (pianta di 4.50 x 5.50 m² e superficie interna di circa 20 m², Tab. 3.8 e Fig. 3.69).

Le configurazioni a pianta irregolare presentano delle dimensioni in pianta leggermente inferiori rispetto alle precedenti in quanto i lati del poligono irregolare sono racchiusi dalla figura geometrica regolare della pianta rettangolare, presentando, quindi, una superficie interna di circa 11.60 m² (Tab. 3.9 e Fig. 3.70).

Tab. 3.7: Valori di F_s per le configurazioni a 2 piani (2-s) e 3 piani (3-s) di edifici a pianta quadrata.

%O		Configurazioni strutturali															
		A		B		C		D		E		F		G		H	
2-s	3-s	2-s	3-s	2-s	3-s	2-s	3-s	2-s	3-s	2-s	3-s	2-s	3-s	2-s	3-s	2-s	3-s
100	83	3.38	1.59	3.32	1.47	7.55	2.66	5.00	2.12	4.79	1.98	3.56	1.63	2.47	1.42	2.01	1.30
113	98	3.23	1.29	3.17	1.18	7.54	1.76	4.85	1.55	4.68	1.56	3.41	1.35	2.34	1.28	1.98	1.18
126	115	3.33	1.22	3.28	1.10	8.07	1.66	5.02	1.46	4.46	1.40	3.28	1.24	2.25	1.04	1.93	0.96
138	125	3.31	1.24	3.24	1.13	5.14	1.72	3.58	1.50	4.44	1.40	2.03	1.24	2.22	1.04	1.84	0.95
151	140	3.34	1.68	3.27	1.51	5.17	2.21	3.57	1.95	4.30	1.84	3.01	1.65	2.20	1.40	1.86	1.28
162	153	1.84	1.69	1.81	1.51	3.02	2.23	2.25	1.96	2.93	1.87	2.24	1.67	1.53	1.40	1.28	1.28
184	170	1.74	1.45	1.72	1.27	2.12	1.78	1.91	1.65	1.99	1.76	1.76	1.57	1.50	0.88	1.35	0.81
192	182	1.72	1.00	1.70	0.91	2.10	1.69	1.89	1.53	1.92	1.57	1.70	1.12	1.44	0.98	1.32	0.91
202	195	1.65	1.05	1.64	0.97	2.04	1.31	1.84	1.22	1.92	1.21	1.71	1.10	1.45	0.91	1.32	0.85

Tab. 3.8: Valori di F_s per le configurazioni a 2 piani (2-s) e 3 piani (3-s) di edifici a pianta rettangolare.

%O		Configurazioni strutturali															
		A		B		C		D		E		F		G		H	
2-s	3-s	2-s	3-s	2-s	3-s	2-s	3-s	2-s	3-s	2-s	3-s	2-s	3-s	2-s	3-s	2-s	3-s
9.0	83	2.69	1.59	2.19	1.47	5.18	2.66	3.89	2.12	3.50	1.98	2.71	1.63	2.01	1.42	1.78	1.30
10.1	10.1	2.52	1.29	2.02	1.18	4.95	1.76	3.65	1.55	3.30	1.56	2.53	1.35	1.92	1.28	1.72	1.18
11.8	11.4	2.55	1.22	2.05	1.10	5.34	1.66	3.86	1.46	3.21	1.40	2.46	1.24	1.87	1.04	1.69	0.96
13.2	12.3	2.53	1.24	1.95	1.13	4.39	1.72	3.19	1.50	3.20	1.40	2.30	1.24	1.91	1.04	1.67	0.95
14.3	14.0	2.54	1.68	1.97	1.51	4.33	2.21	3.15	1.95	3.17	1.84	2.29	1.65	1.92	1.40	1.68	1.28
15.5	15.5	2.36	1.69	1.84	1.51	3.97	2.23	2.92	1.96	2.39	1.87	1.64	1.67	1.19	1.40	1.09	1.28
17.1	16.8	1.42	1.45	1.25	1.27	2.25	1.78	1.97	1.65	1.84	1.76	1.41	1.57	1.43	0.88	1.31	0.81
18.7	18.1	1.69	1.00	1.53	0.91	2.15	1.69	1.97	1.53	1.87	1.57	1.65	1.12	1.41	0.98	1.29	0.91
20.0	193	1.65	1.01	1.49	0.93	2.08	1.26	1.88	1.16	1.85	1.15	1.65	1.04	1.42	0.89	1.30	0.83

Tab. 3.9: Valori di F_s per le configurazioni a 2 piani (2-s) e 3 piani (3-s) di edifici a pianta irregolare.

%O		Configurazioni strutturali															
		A		B		C		D		E		F		G		H	
2-s	3-s	2-s	3-s	2-s	3-s	2-s	3-s	2-s	3-s	2-s	3-s	2-s	3-s	2-s	3-s	2-s	3-s
7.2	8.1	2.39	1.25	2.02	1.15	3.92	1.59	3.21	1.47	3.67	1.40	3.00	1.28	1.67	1.15	1.57	1.11
9.1	9.3	2.20	1.45	1.86	1.09	3.49	1.49	2.86	1.37	3.36	1.37	2.75	1.25	1.58	1.04	1.47	0.99
10.1	10.1	2.18	1.18	1.83	1.07	3.45	1.47	2.83	1.37	3.23	1.30	2.69	1.19	1.59	1.08	1.47	0.99
11.5	11.4	2.23	1.14	1.83	1.03	3.65	1.37	2.90	1.30	3.45	1.24	2.75	1.14	1.53	0.93	1.41	1.00
13.0	13.1	2.34	1.11	1.87	1.00	3.86	1.33	2.69	1.25	2.78	1.18	2.30	1.09	1.57	1.07	1.45	0.96
14.2	14.0	2.00	1.12	1.72	1.01	3.14	1.33	2.55	1.26	2.70	1.20	2.23	1.10	1.50	1.02	1.40	0.95
15.4	15.4	1.52	1.09	1.39	0.98	2.00	1.32	1.70	1.22	1.77	1.21	1.57	1.11	1.27	0.95	1.19	0.88
17.3	17.0	1.47	1.02	1.34	0.95	1.87	1.23	1.64	1.17	1.74	1.15	1.53	1.09	1.26	1.21	1.17	1.13
19.0	18.4	1.46	1.00	1.35	0.94	1.86	1.19	1.63	1.14	1.75	1.11	1.54	1.05	1.24	0.59	1.17	0.56

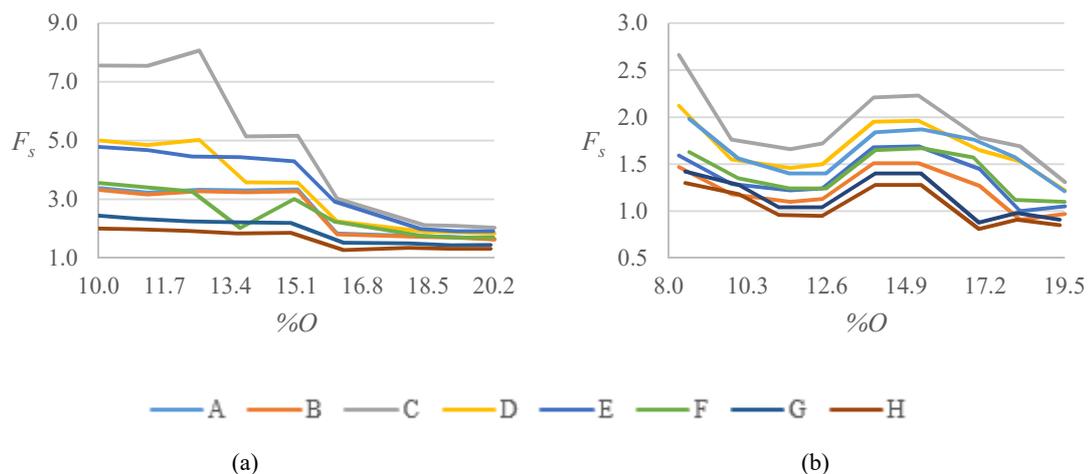


Fig. 3.68: Valori di F_s per le configurazioni a 2 piani (a) e 3 piani (b) di edifici a pianta quadrata.

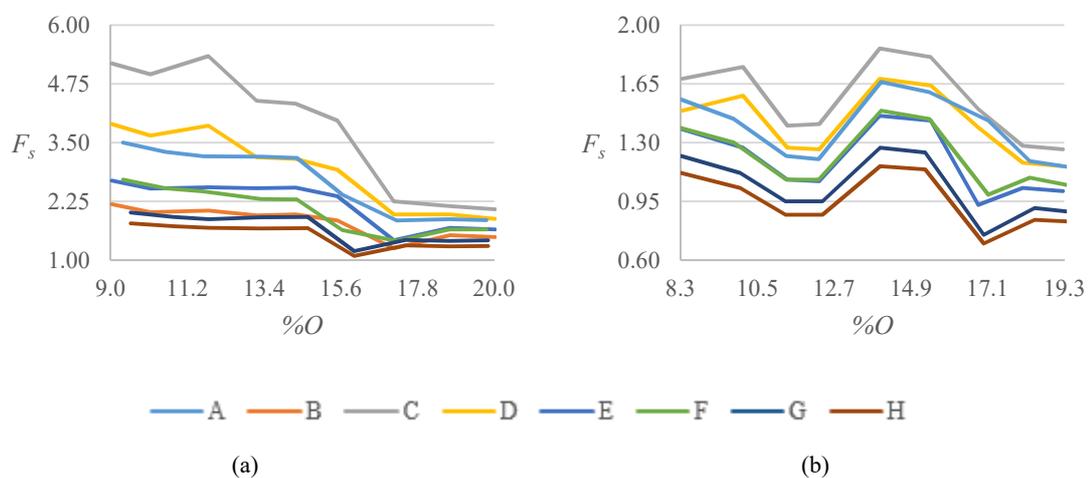


Fig. 3.69: Valori di F_s per le configurazioni a 2 piani (a) e 3 piani (b) di edifici a pianta rettangolare.

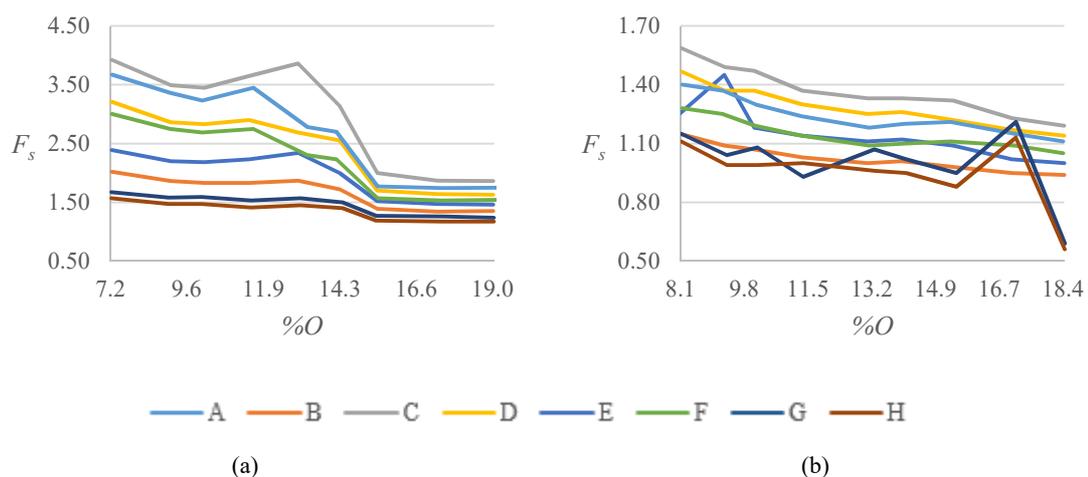


Fig. 3.70: Valori di F_s per le configurazioni a 2 piani (a) e 3 piani (b) di edifici a pianta irregolare.

Analisi dei dati delle simulazioni numeriche

Osservazioni degne di nota possono essere tratte dai risultati ottenuti. Innanzitutto, l'indice (o fattore) di sicurezza F_s raggiunge sempre valori maggiori di 1 nel caso di edifici a 2 piani, mentre la condizione di ammissibilità ($F_s > 1$) raramente non è verificata nel caso degli edifici a 3 piani. Si nota anche una riduzione dell'indice dagli edifici con pianta regolare a quelli con pianta irregolare.

Come era lecito aspettarsi, il decadimento delle prestazioni è dovuto alle proprietà meccaniche più scadenti del modello di calcolo, come il tipo di muratura e la rigidità degli orizzontamenti. L'aumento dell'altezza d'interpiano, così come della percentuale di aperture nella facciata principale, ha portato a effetti negativi sulla sicurezza sismica. Tuttavia, l'indice tende a valori simili indipendentemente dalle proprietà strutturali del modello.

La curva collegata alla configurazione strutturale "C" mostra gli indici migliori, come dimostrato dalle Tab. 3.7-9 e dalle Figg. 3.68-70. Questa configurazione corrisponde a una tipologia di muratura in mattoni pieni, solai in legno e h_m di 2.50 m (risultati migliori potrebbero essere ottenuti impiegando un valore h_m di 2.30 m). Infine, in presenza di edifici a pianta irregolare, altezze d'interpiano superiori penalizzano fortemente la sicurezza sismica.

Conclusioni

Al fine di garantire l'integrità dell'intero comparto "centro storico" – precedentemente identificato attraverso le schede CARTIS – questo studio ha permesso di evidenziare la tipologia di edifici che necessitano di rinforzi prioritari. Ciò è avvenuto confrontando il comportamento sismico di edifici simili in modo da identificare gli elementi geometrico-strutturali di maggiore vulnerabilità per la costruzione. In particolare, le analisi pushover eseguite portano ad ordinare tali elementi come segue (Fig. 3.71): il numero di piani > l'altezza d'interpiano > la rigidità degli orizzontamenti > la percentuale di aperture (con particolare attenzione al disallineamento verticale delle stesse) > la forma dell'impronta di base.

	Numero di piani
	Altezza media d'interpiano
	Rigidità solai
	% aperture
	Forma della pianta
	Proprietà meccaniche muratura

Fig. 3.71: Elementi di vulnerabilità ordinati per incidenza su F_s .

Vale la pena notare che la tipologia di muratura è un aspetto fondamentale per la sicurezza sismica che richiede valutazioni preventive. Tuttavia, quando la percentuale di aperture aumenta, l'indice di sicurezza tende a valori simili per tutti i tipi di edifici esaminati. Pertanto una scala di intervento prioritario potrebbe essere impostata partendo dalla definizione di un *ranking* di vulnerabilità.

Infine c'è da dire che questo studio considera gli edifici come isolati pur appartenenti ad un aggregato, senza indagare a fondo l'eventuale presenza di giunti sismici (distacchi tra gli edifici) oppure di continuità strutturale con le altre unità abitative contigue. Per tale ragione vuole essere soltanto uno studio preliminare, certamente oggetto di possibili sviluppi futuri legati all'analisi dell'intero aggregato, modellato con le sue reali geometrie [196]. Tuttavia ciò non fa venire meno la sua natura di indagine di indirizzo verso le configurazioni geometrico-strutturali che presentano maggiori elementi di vulnerabilità.

Capitolo 4 – La valutazione del comportamento sismico mediante approcci al continuo

L'impossibilità di modellare strutture complesse con le metodologie precedentemente descritte farà sì che, all'interno di questo capitolo, sarà affrontato lo studio di particolari tipi di costruzione mediante approcci al continuo basati sul FEM. In questo caso, su modelli di calcolo (più sofisticati) in grado di riprodurre la reale geometria della costruzione, verranno implementate leggi non lineari per i materiali capaci di tenere in considerazione il danneggiamento, con il risultato che la risposta sismica non sarà valutata unicamente in termini di forze e spostamenti, ma anche in relazione alla restituzione dei quadri fessurativi della struttura. I risultati ottenuti con diverse metodologie di analisi (analisi limite, statica non lineare, dinamica non lineare) permetterà di effettuare delle comparazioni nonché la validazione dei metodi semplificati. Tuttavia, per tutte le tipologie di analisi, si evidenzierà il grande contributo dei meccanismi locali di collasso nella risposta sismica d'insieme.

Parte delle analisi e dei risultati presentati e discussi in questo capitolo sono già stati pubblicati dai seguenti articoli:

- Olivito, R. S., Porzio, S., Scuro, C., & Codispoti, R. (2018). *Evaluations on the seismic vulnerability of masonry churches: A case study in Amantea (Cosenza–Italy)*. In *AIP Conference Proceedings (Vol. 2040, No. 1, p. 090009)*. AIP Publishing. <https://doi.org/10.1063/1.5079155>
- Olivito, R. S., Scuro, C., Porzio, S., Codispoti, R., & Demarco, F. (2019). *Seismic vulnerability of ancient masonry buildings: the case study of low-rise towers*. In *AIP Conference Proceedings (Vol. 2116, No. 1, p. 420007)*. AIP Publishing. <https://doi.org/10.1063/1.5114434>.
- Olivito, R., Porzio, S., Funari, M.F., Scuro, C., & Demarco, F. (2019). *A numerical-geometrical methodology to represent out-of-plane mechanisms of unreinforced masonry structures by using pushover analysis*”, *COMPADYN 2019 VII Conference of Computational Methods in Structural Dynamic and Earthquake Engineering, 24-26 June 2019, Crete, Greece*.

Capitolo 4

- *Olivito R.S. & Porzio S. (2019). A new multi-control-point pushover methodology for the seismic assessment of historic masonry buildings, Journal of Building Engineering 26, <https://doi.org/10.1016/j.jobe.2019.100926>.*

4.1 Il caso studio dei ruderi della Chiesa di San Francesco d'Assisi ad Amantea

Questo studio si focalizza sulla valutazione della vulnerabilità sismica delle rovine dell'antica chiesa di San Francesco d'Assisi ad Amantea (in provincia di Cosenza, sud Italia, Fig. 4.1). La campagna di indagine ha evidenziato le caratteristiche geometriche e meccaniche del manufatto necessarie per le appropriate analisi strutturali. Il risultato di questa prima elaborazione è stata la costruzione di un modello geometrico semplificato utilizzato per la definizione del modello numerico con il *software* FE Abaqus CAE [197]. I modelli di danno più largamente utilizzati in letteratura sono stati implementati nel *software* per tenere conto del comportamento meccanico della muratura costituente.

In particolare, con questo studio, vengono investigati due aspetti del comportamento sismo-resistente dell'edificio: l'innescò di meccanismi di collasso locale, direttamente correlati all'efficacia degli interventi di rinforzo effettuati in passato (Figg. 4.2a, b).



Fig. 4.1: Le rovine della Chiesa di San Francesco d'Assisi ad Amantea (CS): vista dell'attuale ingresso al sito.

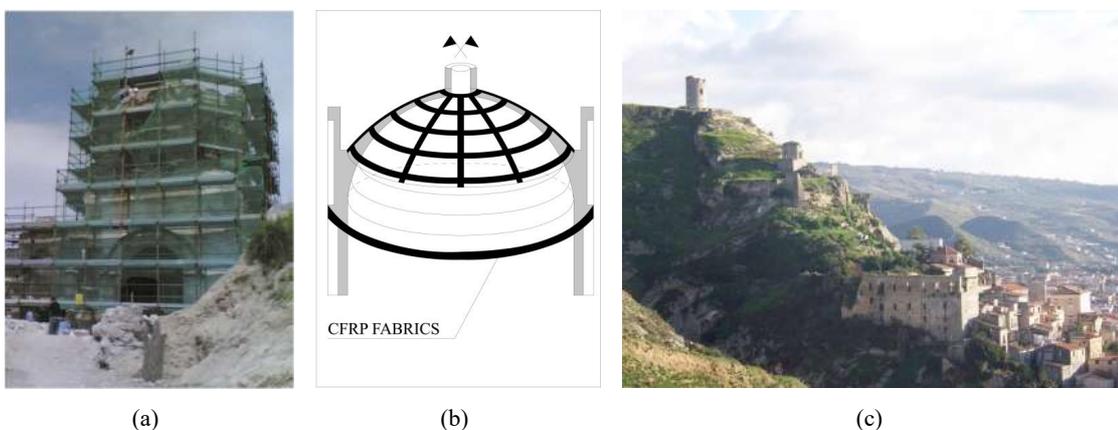
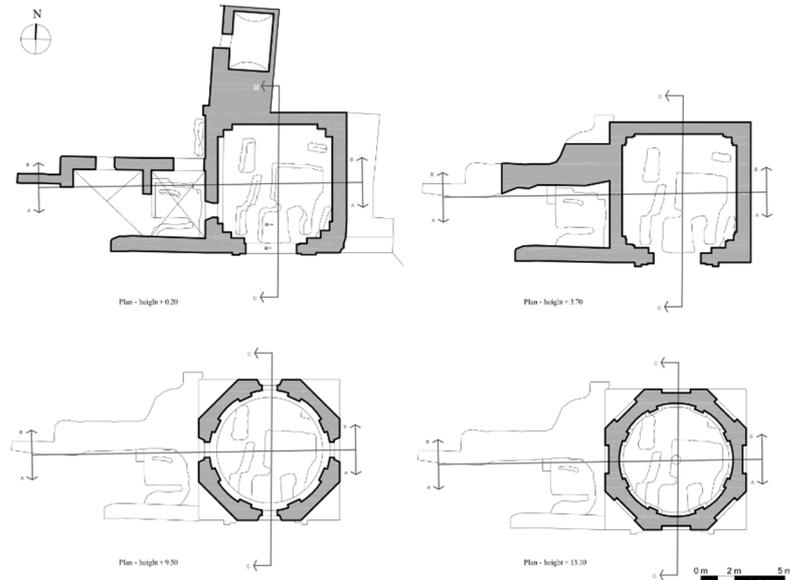


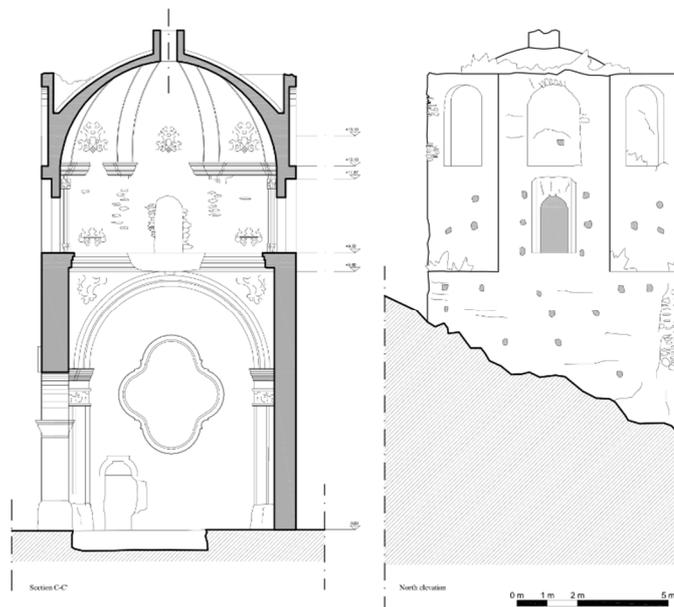
Fig. 4.2: Interventi di rinforzo sulla fabbrica: immagine di repertorio (a); schema riepilogativo dei principali interventi sulla cupola (b). Vista del quartiere Catocastro ad Amantea (CS).

Capitolo 4

Il complesso di San Francesco ad Amantea fu il secondo monastero francescano della Calabria, dopo il “Protoconvento Castrovillari”, e fu fondato tra il 1221 e il 1264 dal Beato Pietro Cathin di Sant’Andrea, discepolo del Santo di Assisi. L’edificio si trova sotto l’area delle rovine del Castello di Amantea, nella parte superiore del quartiere Catocastro (Fig. 4.2c).



(a)



(b)

(c)

Fig. 4.3: Elaborati grafici ottenuti dalle operazioni di rilievo geometrico: piante a diverse quote (a); sezione (b), prospetto (c).

La Chiesa si trova in una posizione predominante rispetto al Centro urbano, seguendo la logica dell’architettura francescana dell’epoca [198]. Dal 2007 e per quasi un decennio, è stato effettuato

un importante restauro nel sito di San Francesco, che ha comportato lavori di scavo delle parti interrato ed il rinforzo delle rovine della chiesa. Il primo passo nello studio dell'architettura francescana è rappresentato dal rilievo geometrico, materico e dei particolari costruttivi, al fine di poter disporre di tutti gli elementi necessari per un'efficace modellazione dell'impianto strutturale della stessa. In Fig. 4.3 è riportato un quadro di sintesi degli elaborati prodotti.

4.1.1 Il modello numerico dei ruderi della chiesa

Per lo studio del comportamento sismico della struttura si è utilizzato il *software* agli elementi finiti Abaqus all'interno del quale è stato importato il modello 3D precedentemente definito sulla base del rilievo geometrico (Fig. 4.4a).

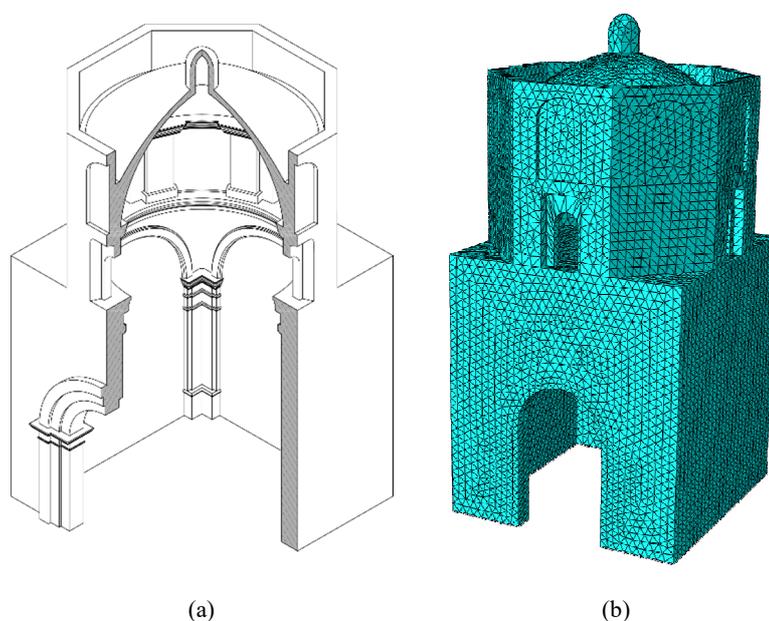


Fig. 4.4: Modelli per l'analisi sismica della chiesa: modello geometrico semplificato (a); modello FE(b).

Sebbene il *software* disponga di un modellatore interno, quest'ultimo non è ideato per la creazione di geometrie così articolate e per tale ragione si è resa necessaria la creazione di un modello in Rhinoceros. Rhino – diminutivo comunemente impiegato per descriverlo – è un *software* applicativo commerciale per la modellazione 3D di superfici sculturate (*free form*) in cui tutte le entità geometriche sono rappresentate mediante NURBS (*Non Uniform Rational B-Splines*). Il modello creato in Rhino viene così esportato in formato “.IGES” e, conseguentemente, importato nel *software* di calcolo. Tale modello, tuttavia, rappresenta una versione semplificata, depurata di tutti quegli elementi architettonici con funzioni non strutturali.

Creazione della mesh del modello FEM

Il metodo FEM consente di risolvere molti dei problemi tipici dell'ingegneria. Tale metodo si basa su procedure di approssimazione che discretizza il dominio della soluzione in sottodomini creando una serie di nodi collegati tramite elementi. Più nodi e elementi si utilizzano per approssimare il dominio e più precisa sarà la soluzione che si ottiene. Il metodo FEM consente, dunque, di discretizzare qualunque geometria, piana o solida che sia, con un reticolo di elementi che la trasformano in un insieme finito di nodi per i quali è possibile, tramite funzioni di approssimazione, calcolare gli spostamenti sotto qualunque distribuzione di carico e condizione di vincolo. Il reticolo o maglia che si viene a formare con questa discretizzazione prende appunto il nome di *mesh*. Le fasi che caratterizzano questo metodo sono:

- discretizzazione della struttura;
- formulazione del generico elemento, fase che corrisponde ad una formulazione locale;
- assemblaggio della soluzione, si assemblano i sottodomini e si impongono le condizioni al contorno statiche e cinematiche, quali vincoli e campi di forze;
- risoluzione del problema, che si ottiene mediante lo svolgimento della seguente relazione:

$$\mathbf{U} = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{P}$$

in cui \mathbf{U} è il vettore degli spostamenti, \mathbf{K} è la matrice di rigidezza del sistema, e \mathbf{P} è il vettore che rappresenta le forze esterne;

- fase di output nella quale si rielabora la soluzione primaria ottenuta mediante lo svolgimento della relazione appena definita e si ottengono le soluzioni secondarie.

Tramite questi passaggi è possibile risolvere qualsiasi problema con generiche condizioni al contorno e sotto generici campi di forze e spostamenti. Fase fondamentale del metodo è, appunto, la definizione dell'elemento finito tridimensionale necessario per discretizzare il dominio, o geometria, reale.

Definizione dell'elemento finito 3D

Nella discretizzazione della struttura si è scelto di utilizzare un elemento finito 3D di tipo lineare. Per ciascun nodo si possono definire tre variabili u , v e w che corrispondono alle direzioni x , y e z costituenti una terna ortonormale. Per elemento di tipo lineare si intende, quindi, un elemento che sfrutta un'equazione di interpolazione degli spostamenti del primo ordine nelle variabili x , y e z . Nello specifico, si è scelto di sfruttare un tetraedro a 4 nodi – che prende il nome di TETC3D4 – come riportato in Fig. 4.5.

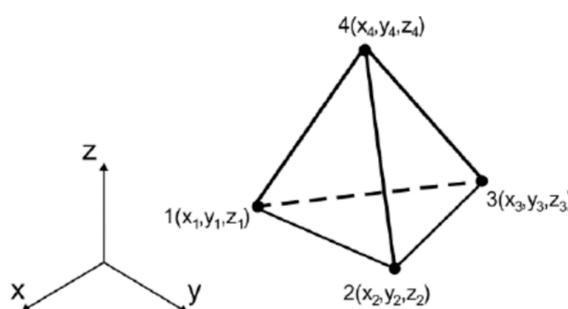


Fig. 4.5: Tetraedro a 4 nodi.

Tale elemento è il più semplice disponibile nella libreria del *software* – per la discretizzazione di geometrie tridimensionali – ed è spesso evitato nelle analisi in campo dinamico in quanto fornisce una soluzione non bene approssimata del campo degli spostamenti. A fronte di questa limitazione però presenta notevoli vantaggi:

- è in grado di discretizzare qualsiasi geometria mediante un reticolo adattivo;
- non richiede procedure di integrazione numerica per la costruzione delle equazioni di interpolazione, con una conseguente riduzione della mole di calcolo.

La scelta dell'elemento è stata obbligata a causa dell'elevata complessità della geometria: non risulta, infatti, possibile definire un reticolo (*mesh*) sfruttando un elemento da libreria. Scelto l'elemento, tale reticolo viene generato automaticamente dal *software* fissandone il passo. In Fig. 4.4b si riporta il reticolo che si utilizza per la struttura costituito da 22793 nodi, collegati da 98401 elementi di tipo tetraedro lineare denominato C3D4.

Il modello *Concrete Damage Plasticity* (CDP), presente nella libreria dei materiali di Abaqus CAE, è stato utilizzato per la modellazione del comportamento meccanico della muratura. Tuttavia, vale la pena affrontare diversi aspetti circa la modellazione del legame costitutivo della muratura. Ciò avviene nel successivo paragrafo.

4.1.2 La modellazione del legame costitutivo della muratura

La muratura è un materiale fragile ed esibisce un comportamento complesso con:

- ortotropia nella direzione degli assi;
- elevate differenze tra il campo della trazione e quello della compressione; a trazione presenta danni marcati anche in presenza di forze molto basse;
- differenti superfici di rottura a trazione e compressione;

Capitolo 4

- deformazione plastica con danneggiamento durante la rottura a compressione e ramo di *softening*.

Questo comportamento così complesso è accentuato dalle molteplici differenze che presentano i diversi tipi di muratura come: il materiale (mattoni, pietrame ecc. che a loro volta sono influenzati dalle caratteristiche del luogo di produzione/estrazione), la tessitura (regolare o irregolare), la tipologia di elemento base (pietra di fiume, mattone in argilla, pietra di cava), la regolarità dell'elemento base, le caratteristiche meccaniche della malta utilizzata, l'allettamento dei giunti di malta (eventuale presenza di ricorsi orizzontali o di giunti sfalsati), l'eventuale presenza di muratura a sacco (che non si comporta come elemento monolitico, ma come due distinti elementi). Per tali ragioni risulta molto difficile definire un modello numerico che ne approssimi bene il comportamento. Tuttavia è molto comune trovare modelli isotropi plastici con danneggiamento concepiti per il calcestruzzo adattati al caso muratura. Adottare questo tipo di modello presenta:

- dei vantaggi, in quanto questo modello, denominato CDP (*Concrete Damage Plasticity*), permette di modellare facilmente i parametri di danno distinguendo tra i due rami di trazione e compressione che, come ben noto, presentano comportamenti ben distinti per la muratura [133]. Questa peculiarità lo rende applicabile in diversi problemi nei quali il materiale si danneggia, come i cicli di carico/scarico oppure le analisi non lineari di strutture in muratura che comportano eccitazione sismica;
- degli svantaggi, in quanto viene perso completamente il comportamento ortotropico; per marginalizzare questa imprecisione si utilizzano valori medi di resistenza e rigidezza lungo gli assi del materiale in modo tale che il comportamento generale della struttura si mantenga aderente a quello reale.

Si fa presente che le linee guida per il patrimonio culturale [174] consigliano, nelle valutazioni del rischio, l'utilizzo di modelli 3D FE (*Three-Dimensional Finite Element*), considerando modelli costitutivi adatti alla muratura. Tali modelli costitutivi devono essere in grado di simulare bene la resistenza e la riduzione della rigidezza tipiche del materiale nel campo plastico.

Il ramo elastico lineare

Il ramo elastico lineare della curva potrà essere tracciato ricorrendo ai valori della resistenza media forniti dalla normativa all'interno della tabella C8A.2.1 della Circolare Esplicativa [6], di seguito riportata in Tab. 4.1, in base alla tipologia di muratura rilevata *in situ*.

Tab. 4.1: Valori di riferimento dei parametri meccanici per diverse tipologie di muratura.

Tipologie di muratura	f_m	τ_0	E	G	ρ
	(N/cm ²) min-max	(N/cm ²) min-max	(N/mm ²) min-max	(N/mm ²) min-max	(kN/m ³)
Muratura in pietrame disordinata (ciottoli, pietre erratiche e irregolari)	100 180	2,0 3,2	690 1050	230	19
Muratura a conci sbozzati, con paramento di limitato spessore e nucleo interno	200 300	3,5 5,1	1020 1440	340 480	20
Muratura in pietre a spacco con buona tessitura	260 380	5,6 7,4	1500 1980	500 660	21
Muratura a conci di pietra tenera (tufo, calcarenite, ecc.)	140 240	2,8 4,2	900 1260	300 420	16
Muratura a blocchi lapidei squadrati	600 800	9,0 12,0	2400 3200	780 940	22
Muratura in mattoni pieni e malta di calce	240 400	6,0 9,2	1200 1800	400 600	18
Muratura in mattoni semipieni con malta cementizia (es.: doppio UNI foratura < 40%)	500 800	24 32	3500 5600	875 1400	15
Muratura in blocchi laterizi semipieni (perc. foratura < 45%)	400 600	30,0 40,0	3600 5400	1080 1620	12
Muratura in blocchi laterizi semipieni, con giunti verticali a secco (perc. foratura < 45%)	300 400	10,0 13,0	2700 3600	810 1080	11
Muratura in blocchi di calcestruzzo o argilla espansa (perc. foratura tra 45% e 65%)	150 200	9,5 12,5	1200 1600	300 400	12

Come già anticipato nel Capitolo 2, tali valori medi f_m dovranno essere poi ridotti da opportuni coefficienti di sicurezza relativi al tipo di analisi effettuata γ_M e dai Fattori di Confidenza FC riferiti al Livello di Conoscenza raggiunto.

$$f_d = \frac{f_m c_{c,i}}{FC \gamma_M}$$

Tuttavia, nel caso delle murature storiche, i valori indicati nella Tab. 4.1 – relativamente alle prime sei tipologie – sono da riferirsi a condizioni di muratura con malta di scadenti caratteristiche, giunti non particolarmente sottili, assenza di ricorsi o listature – in grado di regolarizzare la tessitura con passo costante lungo lo sviluppo in alzata – e con ricorsi non perfettamente orizzontali. Inoltre, si assume che le murature storiche siano a paramenti scollegati, ovvero manchino sistematici elementi di connessione trasversale (o di ammorsamento per ingranamento tra i paramenti murari). Nel caso in cui la muratura presenti caratteristiche migliori

Capitolo 4

rispetto ai suddetti elementi di valutazione, le caratteristiche meccaniche sono ottenute, a partire dai valori di Tab. 4.1, applicando coefficienti correttivi $c_{c,i}$ indicati nella Tab. 4.2, corrispondente alla Tab. C8A.2.2 della Circolare.

Tab. 4.2: Coefficienti correttivi da applicare ai valori di resistenza.

Tipologia di muratura	Malta buona	Giunti sottili	Ricorsi o listature	Connessione trasversale	Nucleo scadente	Iniezione Miscela leganti
Muratura in pietrame disordinata (ciottoli, pietre erratiche e irregolari)	1,5	-	1,3	1,5	0,9	2
Muratura a conci sbozzati, con paramento di limitato spessore e nucleo interno	1,4	1,2	1,2	1,5	0,8	1,7
Muratura in pietre a spacco con buona tessitura	1,3	-	1,1	1,3	0,8	1,5
Muratura a conci di pietra tenera (tufo, calcarenite, ecc.)	1,5	1,5	-	1,5	0,9	1,7
Muratura a blocchi lapidei squadriati	1,2	1,2	-	1,2	0,7	1,2
Muratura in mattoni pieni e malta di calce	1,5	1,5	-	1,3	0,7	1,5

Il ramo post-elastico della curva di legame

La formulazione del ramo post elastico, all'interno di un legame costitutivo, dipende fortemente dalle ipotesi che si fanno sul materiale, con riferimento alle reali caratteristiche di resistenza e deformabilità. Un altro parametro che influenza fortemente la scelta del legame da modellare è il tipo di analisi da svolgere; si può presentare, infatti, la necessità di modificare o meno la rigidità nel corso della storia di carico oppure considerare la possibilità di degrado della resistenza del materiale oltre un certo stato tensionale. Si considerano, quindi, due distinte tipologie di comportamento: **plastico** o **con danneggiamento** [199].

Nel **comportamento plastico**, si assume che il materiale abbia un limite di resistenza oltre al quale si sviluppano delle deformazioni permanenti. Le deformazioni totali risultano così composte da un contributo elastico reversibile (ϵ^e) e da un contributo plastico irreversibile (ϵ^p), come riportato in Fig. 4.6. Per questo tipo di legame, la matrice di rigidità non subisce variazioni nel corso della storia di carico. Il processo di deformazione plastica dipende dal percorso di carico

e non solo dal valore della forzante applicata. Le relazioni che legano tensioni e deformazioni devono essere scritte in forma incrementale, dove l'incremento si indica con (\cdot).

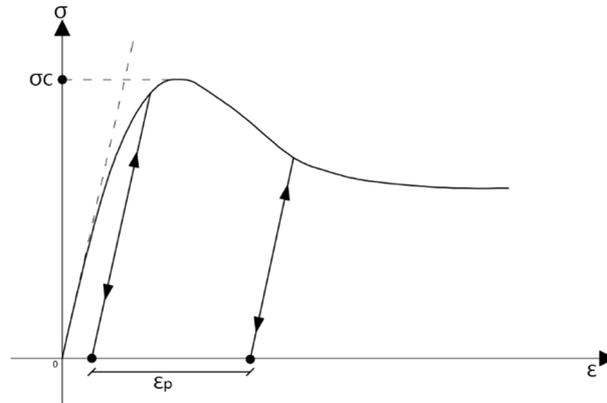


Fig. 4.6: Legame elasto-plastico.

Raggiunto il punto di snervamento, alla fine del ramo elastico, vi possono essere differenti tipi di comportamento per i materiali del tipo:

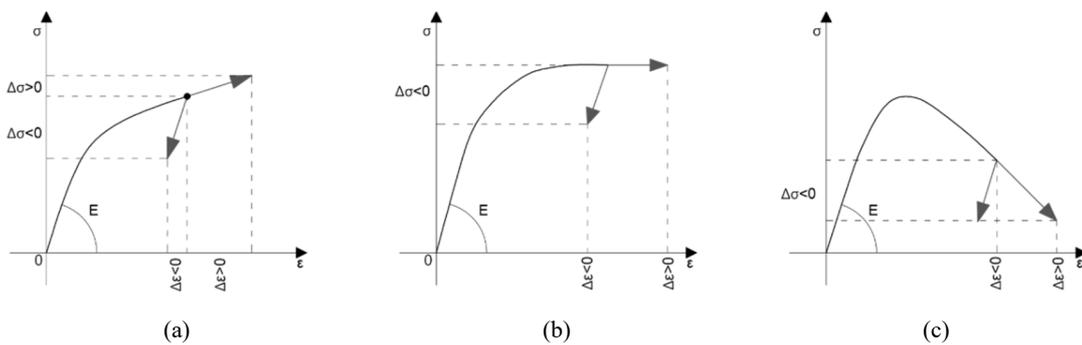


Fig. 4.7: Comportamento dei materiali: di tipo incrudente (a); perfettamente plastico (b); rammollente (c).

- incrudente, se il materiale subisce ulteriori deformazioni incrementando il valore tensionale (Fig. 4.7a);

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} \geq 0 &\rightarrow \dot{\sigma} = E_t \dot{\epsilon} & \dot{\epsilon} \leq 0 &\rightarrow \dot{\sigma} = E \dot{\epsilon} \\ \dot{\sigma} \geq 0 &\rightarrow \dot{\epsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E_t} & \dot{\sigma} \leq 0 &\rightarrow \dot{\epsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} \end{aligned}$$

- perfettamente plastico, se il materiale presenta deformazioni plastiche indefinite senza aumento dello sforzo (Fig. 4.7b);

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} \geq 0 &\rightarrow \dot{\sigma} = E_t \dot{\epsilon} & \dot{\epsilon} \leq 0 &\rightarrow \dot{\sigma} = E \dot{\epsilon} \\ \dot{\sigma} = 0 &\rightarrow \dot{\epsilon} \geq 0 & \dot{\sigma} \leq 0 &\rightarrow \dot{\epsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} \end{aligned}$$

- plastico rammollente (o *softening*), se, raggiunto lo snervamento, il materiale presenta ulteriori deformazioni plastiche anche diminuendo la tensione (Fig.4.7c).

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} \geq 0 &\rightarrow \dot{\sigma} = E_t \dot{\varepsilon} & \dot{\varepsilon} \leq 0 &\rightarrow \dot{\sigma} = E \dot{\varepsilon} \\ \dot{\sigma} \leq 0 &\rightarrow \dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E_t} & \dot{\sigma} \leq 0 &\rightarrow \dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} \end{aligned}$$

Si nota, da quanto descritto sopra, che solo il comportamento incrudente presenta una corrispondenza biunivoca tra tensione e deformazione plastica. Le relazioni precedentemente esposte governano il comportamento plastico dei materiali e le possibilità che il punto rappresentativo dello stato di sforzo rientri in campo elastico in caso di scarico.

Nel **comportamento con danneggiamento** si assume che in fase di carico la formazione e propagazione di microlesioni e fratture deteriori le caratteristiche meccaniche del materiale. A differenza della meccanica della frattura – dove il danno è considerato concentrato su una superficie – la larghezza e la densità della zona dove sono presenti microfessure variano in funzione delle dimensioni e forma della struttura e del tipo di carico. Partendo dall'ipotesi di continuità, la meccanica del danno studia l'effetto dell'insieme delle discontinuità della microstruttura sull'elemento di volume rappresentativo del continuo, basandosi su variabili medie di tale volume.

Attraverso la variabile d si descrive il processo di danneggiamento a partire dal materiale integro fino alla formazione di fratture macroscopiche. Quando inizia il degrado della rigidità, ovvero comincia a svilupparsi il danno nel materiale, si può esprimere il legame tensioni-deformazioni in due modi:

- attraverso i valori nominali, che considerano l'intero materiale comprensivo del danno, con vuoti e microfessure;
- oppure, in alternativa, si può ricorrere ai valori efficaci, riferiti alla porzione di materiale non danneggiato tra vuoti e microfessure, più rappresentativa rispetto alla configurazione di riferimento in quanto espressione della parte effettivamente resistente ai carichi esterni.

La rappresentazione di questi due stati è data nella Fig. 4.8, dove \vec{n} rappresenta la normale al piano di riferimento, \tilde{n} è la normale al piano della configurazione efficace, \vec{v} è un vettore di riferimento, δS è la configurazione di riferimento o danneggiata, comprensiva sia del materiale intatto che del danno, $\delta \bar{S}$ è la superficie intatta tra microfessure, mentre δS_d è la superficie danneggiata.

Si definisce la variabile di danno d come:

$$d_{\tilde{n}} = \lim_{S \rightarrow 0} \left(\frac{S - \bar{S}}{S} \right)_{\tilde{n}} = \lim_{S \rightarrow 0} \left(\frac{S_d}{S} \right)_{\tilde{n}}$$

Assumendo una distribuzione isotropa del danno nel mezzo considerato, si elimina la dipendenza dalla normale \tilde{n} , perciò $d_{\tilde{n}} = d$.

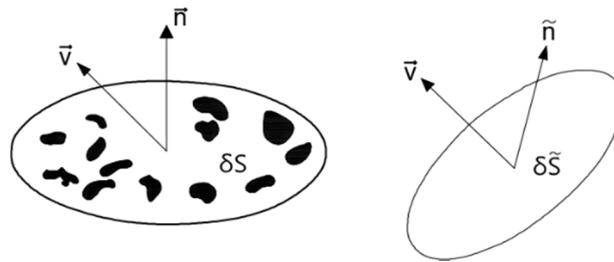


Fig. 4.8: Configurazione: di riferimento (a); efficace (b).

Il danneggiamento si può manifestare in vari modi a seconda della natura del materiale, del tipo di carico e della temperatura. Si possono, dunque, avere i diversi tipi di processi di seguito elencati.

- Danno fragile: la fessurazione del materiale avviene sotto carichi monotoni senza significative deformazioni irreversibili e si manifesta in modo localizzato in una zona ristretta del materiale.
- Danno duttile: il danneggiamento è accompagnato da deformazioni plastiche ed è conseguenza sia della formazione di vuoti dovuta alla decoesione tra inclusioni e matrici sia nella loro crescita e coalescenza.
- Danno fragile visco-plastico: tipico dei metalli a medie ed alte temperature, il danno è accompagnato da deformazioni viscose ed è dovuto ad un processo di decoesione intergranulare che si verifica per deformazioni sufficientemente elevate ed è funzione del tempo.
- Danno a fatica: la formazione di microfratture fragili avviene sotto l'azione di carichi ripetuti in modo discontinuo nel tempo, in regime di piccole deformazioni, ed è funzione del numero di cicli di carico.

Per descrivere al meglio il comportamento della muratura si adotta un modello di danno e plasticità isotropo il quale nasce originariamente per descrivere il comportamento del calcestruzzo. Il modello adottato, implementato nel *software* FEM Abaqus CAE, prende il nome di *Concrete Damage Plasticity* e, per analogia, può essere esteso a qualunque materiale fragile quale è la muratura. Il CDP è il risultato dell'elaborazione di Lubliner *et al.* [106] e delle

successive modifiche di Lee & Fenves [105], nonché del criterio di resistenza di Drucker-Prager. Le caratteristiche principali di questo legame costitutivo, già accennate in precedenza, sono:

- diverse tensioni di snervamento a trazione e compressione, di conseguenza diverso comportamento. In particolare a trazione si ha la presenza di un andamento rammollente, mentre il ramo della compressione è caratterizzato prima da un incrudimento seguito da un tratto rammollente, o di *softening*, fino a rottura;
- la risposta del materiale è isotropa, proprietà non realistica per la muratura che presenta invece ortotropia e quindi differente comportamento nelle diverse direzioni;
- diverso degrado della rigidità elastica a trazione e compressione.

Per poter esprimere il danno nella configurazione efficace, è necessario definire una relazione tra le tensioni nella rappresentazione danneggiata e non danneggiata. A partire dall'equilibrio delle forze:

$$\bar{\sigma}_{ij} \delta \bar{S} = \sigma_{ij} \delta S$$

in cui $\bar{\sigma}_{ij}$ rappresenta la tensione nella configurazione efficace (tensione efficace) e σ_{ij} quella nella configurazione di riferimento (o tensione nominale), tenendo conto della relazione che definisce il danno d (che esprime il degrado della rigidità), si ottiene:

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{1-d} \quad (\text{equilibrio})$$

Esposta la relazione che permette di passare in termini di sforzi dalla configurazione efficace a quella danneggiata, è importante specificare su quale ipotesi essa si basi. È possibile, infatti, ipotizzare sia l'equivalenza dell'energia di deformazione elastica tra configurazione danneggiata e non danneggiata, sia l'equivalenza di deformazione, ossia:

$$\bar{\varepsilon}_{ij} = \varepsilon_{ij} \quad (\text{congruenza})$$

Tenendo conto di quest'ultima, con l'ipotesi utilizzata nel modello isotropo all'interno della formulazione modificata di Lee & Fenves, e mediante l'uso delle equazioni del legame costitutivo nelle due configurazioni efficace e nominale:

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_{ij} = E_{ijkl} \bar{\varepsilon}_{ij} \\ \sigma_{ij} = \bar{E}_{ijkl} \varepsilon_{ij} \end{cases} \quad (\text{legame costitutivo})$$

in cui $\bar{\varepsilon}_{ij}$ è il tensore delle deformazioni efficaci e ε_{ij} è il tensore delle deformazioni nominali, si ottiene l'espressione che esprime il rapporto tra i tensori di rigidezza elastica nelle due configurazioni:

$$\bar{E}_{ijkl} = (1-d) E_{ijkl}$$

Passando ora alla definizione delle equazioni che governano il modello, dalla teoria incrementale della plasticità si ha la possibilità di decomporre il tensore delle deformazioni nella somma di una componente elastica e di una plastica:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p$$

Poiché questo modello non è influenzato dalla velocità di deformazione – in quanto non si tratta di un modello *rate dependent* [197] – la stessa relazione può essere espressa anche in termini incrementali:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^p$$

È possibile esprimere la componente elastica del tensore delle deformazioni mediante la legge di Hooke:

$$\varepsilon_{ij}^e = E_{ijhk}^{-1} \sigma_{hk}$$

dove E_{ijhk} è il tensore di rigidezza elastica del quarto ordine, rappresentato in forma matriciale:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \end{Bmatrix}$$

Alla luce delle relazioni scritte finora, è possibile definire la relazione tensione-deformazione come:

$$\bar{\sigma}_{ij} = E_{ijhk} \varepsilon_{hk}^e = E_{ijhk} (\varepsilon_{hk} - \varepsilon_{hk}^p)$$

esprimibile anche nella forma:

$$\sigma_{ij} = (1-d) E_{ijhk} (\varepsilon_{hk} - \varepsilon_{hk}^p)$$

In base al concetto di elasticità danneggiata, d rappresenta dunque il degrado della rigidità elastica: infatti, per $d=0$, si ha la concentrazione di materiale non danneggiato (dunque le tensioni efficaci e quelle nominali coincidono), mentre per $d=1$ il materiale è completamente danneggiato. Deve dunque risultare $0 \leq d \leq 1$. Il modello di Lee & Fenves, adottato nelle analisi, riesce a descrivere il comportamento non lineare del materiale, distinguendo il danneggiamento a compressione (Fig. 4.9a) e a trazione (Fig. 4.9b) attraverso due variabili di danno, d_c e d_t .

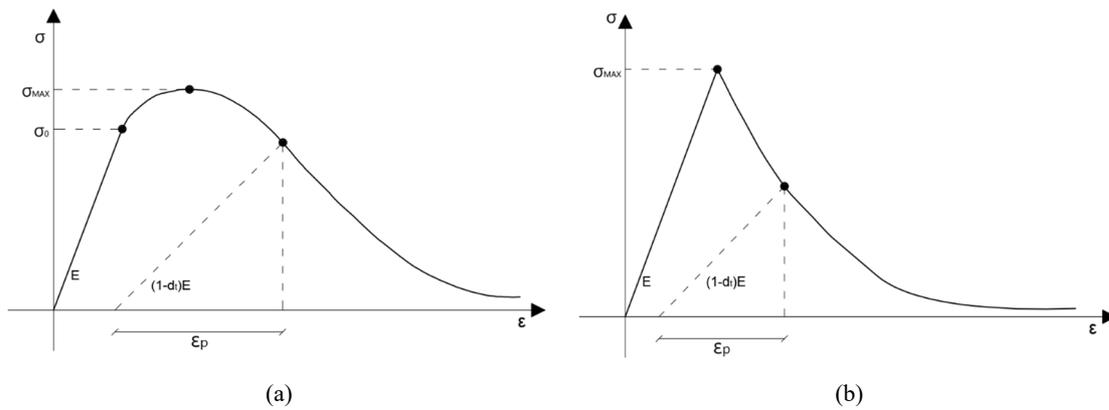


Fig. 4.9: Legame costitutivo a compressione del materiale CDP

In particolare durante la fase elastica e di scarico, per il caso monoassiale, si ha:

$$\begin{cases} \sigma_c = (1-d_c) E_0 (\varepsilon_c - \bar{\varepsilon}_c^{pl}) \\ \bar{\sigma}_c = \frac{\sigma_c}{(1-d_c)} = E_0 (\varepsilon_c - \bar{\varepsilon}_c^{pl}) \end{cases} \quad \text{(a compressione)}$$

$$\begin{cases} \sigma_t = (1-d_t) E_0 (\varepsilon_t - \bar{\varepsilon}_t^{pl}) \\ \bar{\sigma}_t = \frac{\sigma_t}{(1-d_t)} = E_0 (\varepsilon_t - \bar{\varepsilon}_t^{pl}) \end{cases} \quad \text{(a trazione)}$$

Dove $\bar{\sigma}$ esprime lo sforzo efficace, σ lo sforzo nominale, E_0 il modulo elastico non danneggiato e d la variabile di danno con un intervallo di valori compreso tra 0 e 1 ($0 \leq d_c \leq 1$ e $0 \leq d_t \leq 1$).

Una volta raggiunto il limite, ovvero il valore per il quale iniziano a svilupparsi deformazioni plastiche, lo sviluppo di queste viene espresso mediante la seguente legge di scorrimento:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{pl} = \lambda \frac{\partial G(\bar{\sigma}_{ij})}{\partial \bar{\sigma}_{ij}}$$

dove λ è il moltiplicatore plastico, mentre G è la funzione potenziale plastica; in questo caso si assume la funzione di tipo Drucker-Prager, definita come:

$$G = \sqrt{I_2} + \alpha^p I_1 - k$$

in cui:

- I_1 è il primo invariante di tensione espresso dalla relazione:

$$I_1 = tr(\bar{\sigma}_{ij})$$

- I_2 è il secondo invariante di tensione:

$$I_2 = \frac{1}{2} \bar{s}_{ij} \bar{s}_{ij}$$

- \bar{s}_{ij} è la parte deviatorica del tensore degli sforzi:

$$\bar{s}_{ij} = -\frac{1}{3} tr(\bar{\sigma}_{ij}) + \bar{\sigma}_{ij}$$

- α^p e k sono dei parametri del materiale legati alla posizione del vertice del cono.

La sopracitata superficie a cono di Drucker-Prager rappresenta la frontiera del dominio di tensione del materiale che è illustrato in Fig. 4.10.

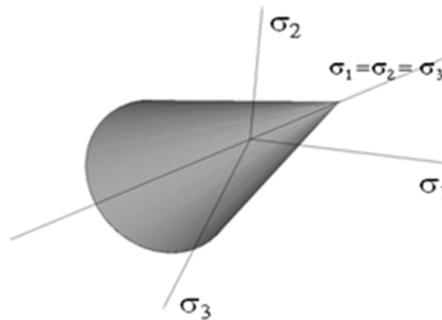


Fig. 4.10: Frontiera del dominio elastico – criterio di Drucker-Prager.

Il *software* agli elementi finiti Abaqus implementa, al suo interno, il legame CDP che è basato sulle formulazioni appena descritte per i materiali fragili; in questo legame, l'equazione che definisce la funzione di "potenziale plastico" è data da [200]:

$$G = \sqrt{(\varepsilon \sigma_{t0} \tan \psi)^2 + \bar{q}^2} - \bar{p} \tan \psi$$

dove ε rappresenta l'eccentricità (cioè la velocità a cui la funzione si appropria all'asintoto), σ_{t0} è la resistenza a trazione monoassiale, ψ è l'angolo di dilatanza misurato nel piano $\bar{p} - \bar{q}$, con

Capitolo 4

quest'ultimi due termini che sono, rispettivamente, la pressione idrostatica efficace e la tensione equivalente di von Mises efficace e sono definiti come:

$$\bar{p} = \frac{1}{3} \text{tr}(\bar{\sigma}_{ij})$$

$$\bar{q} = \sqrt{\frac{3}{2} \bar{s}_{ij} \bar{s}_{ij}}$$

Resta da scrivere la funzione di snervamento, ovvero la superficie che delimita il dominio elastico del materiale, che dipende dallo sforzo efficace e dalla variabile di danno, in particolare:

$$f(\bar{\sigma}_{ij}, k^{\pm}) = 0$$

Qualora si verificasse tale uguaglianza, va sottolineato che ora il materiale si trova in campo anelastico e si ha lo sviluppo di nuove deformazioni plastiche che entrano nell'espressione:

$$\sigma_{ij} = (1-d) E_{ijhk} (\varepsilon_{hk} - \varepsilon_{hk}^p)$$

Contrariamente, se si verifica che:

$$f(\bar{\sigma}_{ij}, k^{\pm}) < 0$$

il materiale si trova all'interno del dominio elastico ed il legame tensione-deformazione è, dunque, sempre dato dalla legge di Hooke in cui, però, le deformazioni plastiche non hanno subito variazioni. Nel presente modello di Lee & Fenves, la funzione di snervamento è una superficie composta da due funzioni di tipo Drucker-Prager, così sviluppata per tenere conto del diverso comportamento del materiale a trazione e compressione, ed è così definita:

$$f(\bar{\sigma}_{ij}, k^{\pm}) = \frac{1}{1-\alpha} [\alpha I_1 + \sqrt{3} I_2 + \beta(k^{\pm})(\bar{\sigma}_{\max})] - c(k^{\pm})$$

dove:

- I_1 è il primo invariante di tensione;
- I_2 è il secondo invariante di tensione;
- $c(k^{\pm})$ rappresenta la coesione, infatti il materiale può essere visto in un modello dove il danno rappresenta la perdita di coesione;
- $\bar{\sigma}_{\max}$ è lo sforzo efficace massimo;

- α e β rappresentano due costanti del materiale e vengono definite rispettivamente come:

$$\alpha = \frac{f_{b0} - f_{c0}}{2f_{b0} - f_{c0}}$$

$$\beta = \frac{f_{c0}}{f_{t0}}(1 - \alpha) - (1 + \alpha)$$

In queste due ultime equazioni: il rapporto α varia nell'intervallo $0 \leq \alpha \leq 0.5$; f_{b0} è lo sforzo biassiale di snervamento a compressione; f_{c0} è lo sforzo uniassiale di snervamento a compressione; f_{t0} è lo sforzo uniassiale di snervamento a trazione.

In Abaqus la superficie di snervamento di Lee & Fenves viene implementata tramite la seguente relazione alternativa, ma equivalente (Fig. 4.11):

$$f(\bar{\sigma}_{ij}, k^{\pm}) = \frac{1}{1 - \alpha} \left[\bar{q} - 3\alpha \bar{p} + \beta (\bar{\varepsilon}^{pl}) (\bar{\sigma}_{\max}) - \gamma (-\bar{\sigma}_{\max}) \right] - \bar{\sigma}_c (\bar{\varepsilon}^{pl})$$

con:

$$\alpha = \frac{\frac{\sigma_{b0}}{\sigma_{c0}} - 1}{2 \frac{\sigma_{b0}}{\sigma_{c0}} - 1}$$

$$\beta = \frac{\bar{\sigma}_c (\bar{\varepsilon}_c^{pl})}{\bar{\sigma}_t (\bar{\varepsilon}_t^{pl})} (1 - \alpha) - (1 + \alpha)$$

$$\gamma = \frac{3(1 - K_c)}{2K_c - 1}$$

dove:

- il rapporto α varia, come già detto, nell'intervallo $0 \leq \alpha \leq 0.5$;
- σ_{b0}/σ_{c0} è il rapporto tra lo sforzo di snervamento a compressione biassiale e quello monoassiale;
- K_c è il parametro responsabile della forma della superficie di snervamento e varia nell'intervallo $0.5 \leq K_c \leq 1.0$;
- $\bar{\sigma}_c (\bar{\varepsilon}_c^{pl})$ è la tensione efficace di coesione a compressione;
- $\bar{\sigma}_t (\bar{\varepsilon}_t^{pl})$ è la tensione efficace di coesione a trazione.

Inoltre, nel modello è stato aggiunto un ulteriore parametro, quello della viscosità v_1 .

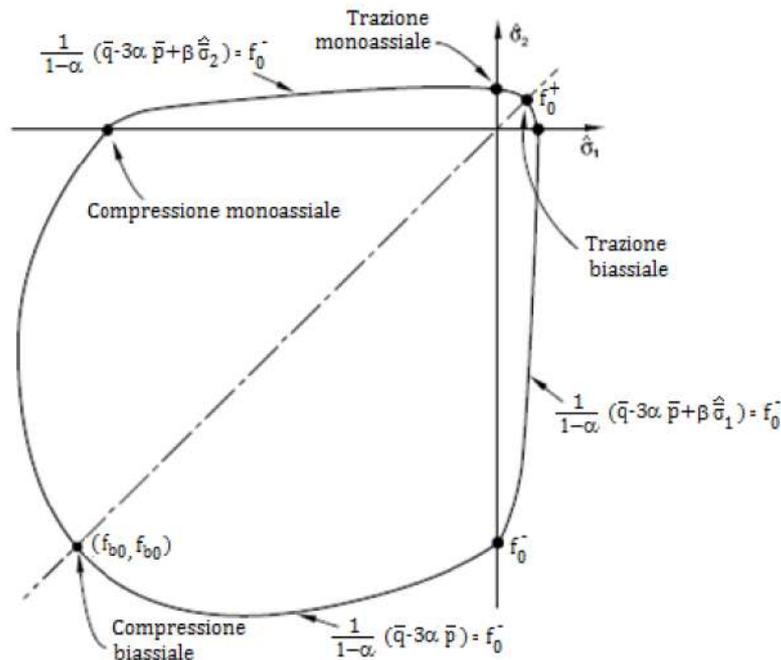


Fig. 4.11: Legame costitutivo biassiale [200].

I modelli di materiali che esibiscono un comportamento di *softening* e di degrado della rigidezza, infatti, hanno spesso forti difficoltà di convergenza nei programmi con analisi dinamica implicita. Alcune di queste difficoltà di convergenza possono essere superate attraverso una regolarizzazione visco-plastica che aiuta a migliorare la velocità di convergenza del modello in regime di *softening*. Se il parametro di viscosità è un valore sufficientemente piccolo, assolve al compito senza compromettere i risultati.

Di seguito, in Tab. 4.3, si riportano i parametri assunti per la calibrazione del legame CDP adottati in Abaqus.

Tab. 4.3: Valori assunti per la muratura nel legame costitutivo Concrete Damage Plasticity.

Angolo di dilatanza	Eccentricità	σ_{b0}/σ_{c0}	K_c	ν_1
20°	0.1	1.16	0,667	0,002

I parametri di modellazione, utilizzati per questo particolare studio, sono sintetizzati in Tab. 4.4.

Tab. 4.4: Proprietà meccaniche della muratura ricavate dalla tabella C8A.2.1 della Circolare 617/2009.

f_m [MPa]	Modulo di Young E [MPa]	Coefficiente di Poisson	Densità [kg/m³]
1,4	1080	0,2	1600

4.1.3 L'analisi modale per il calcolo delle frequenze naturali

Il calcolo delle frequenze naturali di una struttura consente di studiarne il comportamento dinamico e di determinare i modi di vibrare associati. Quando si ha a che fare con una struttura complessa – detta MDOF (*Multi-Degree-Of-Freedom*) – è necessaria una preventiva discretizzazione della stessa tramite il metodo degli elementi finiti. Tale discretizzazione riveste un ruolo fondamentale soprattutto nella determinazione dei modi di vibrare in quanto al variare della dimensione media dell'elemento finito – determinata mediante la funzione *seed* nel *software* Abaqus CAE – varia la massa partecipante al cinematismo dell'i-esimo modo di vibrare. La formulazione matematica per la determinazione delle frequenze naturali consiste in un problema di estrazione degli autovalori dalla seguente espressione per il sistema strutturale non smorzato:

$$(\mathbf{K} - \omega_i^2 \mathbf{M}) \varphi_i = 0$$

dove \mathbf{K} è la matrice di rigidità, ω_i^2 è l'autovettore i-esimo, \mathbf{M} è la matrice delle masse, simmetrica e definita positiva, e φ_i è l'autovettore (modo di vibrare) i-esimo.

Il problema presenta n soluzioni se le matrici \mathbf{K} e \mathbf{M} sono non singolari; se \mathbf{K} è definita positiva tutti gli autovalori sono positivi. Tranne casi particolari, \mathbf{K} è sempre definita positiva; solo nel caso in cui il sistema sia soggetto a moti rigidi o instabilità risulta che \mathbf{K} sia semi-definita positiva e avremo: (i) autovalori nulli per moti rigidi e (ii) autovalori negativi nel caso di instabilità.

Il *software* agli elementi finiti Abaqus CAE implementa al suo interno l'espressione appena enunciata. Per condurre l'analisi delle frequenze naturali bisogna definire uno *step* del gruppo delle *linear perturbation* chiamato *Frequency analysis*. Questo *step* prevede tre possibili metodi di estrazione degli autovalori:

- *Lanczos*;
- *Automatic multi-level substructuring (AMS)*;
- *Subspace interaction*.

Nel caso in esame, si è scelto di utilizzare il metodo *Lanczos* che risulta essere quello con minori limitazioni di utilizzo. Tale metodo consiste nel trasformare il problema agli autovalori originario in un problema equivalente nel quale però la matrice dei coefficienti è di tipo tri-diagonale, consentendo quindi la soluzione con metodologie particolarmente efficienti. Generalmente, si sceglie di fissare a 5 il numero di autovalori da estrarre, numero sperimentale previsto dalla normativa per ottenere i modi principali della struttura – che sono quelli che coinvolgono più

massa – mentre hanno scarso interesse in questa trattazione i modi più alti. Tuttavia, a fini esplicativi, vengono riportate le forme modali dei soli primi tre modi di vibrare della struttura (Fig. 4.12).

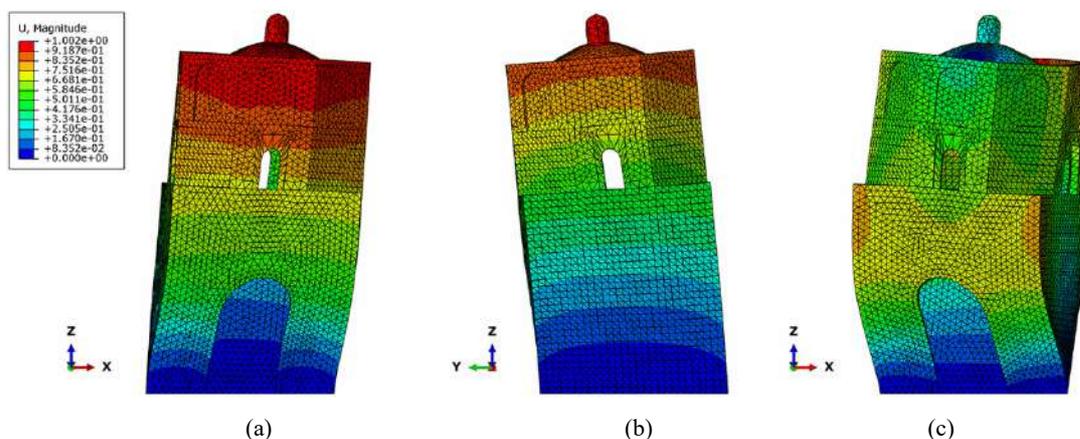


Fig. 4.12: Frequenze naturali dei primi tre principali modi di vibrare della struttura e periodi di vibrazione per ciascuno di essi: $T_1 = 0,264$ s (a); $T_2 = 0,242$ s (b); $T_3 = 0,134$ s (c).

4.1.4 L'analisi statica non lineare

Dopo aver studiato le frequenze naturali della chiesa, è stata eseguita un'analisi statica non lineare al fine di valutare il comportamento sismico della struttura. In una prima fase, sono stati considerati i carichi verticali, inclusi quelli gravitazionali: questo tipo di applicazione rappresenta una nuova condizione di partenza per i carichi verticali considerati dalla forza sismica.

Le analisi *pushover* [98] sono state eseguite applicando un carico lungo le direzioni positiva e negativa dell'asse Y e solo quella positiva lungo l'asse X sfruttando la simmetria del modello geometrico. La distribuzione del carico è correlata alla massa ed è stata aumentata monotonamente fino al collasso. Il punto di controllo considerato per la valutazione degli spostamenti si trova alla base della lanterna nella parte superiore della cupola. Ciò consente di evitare le incertezze di misurazione che si verificano quando gli spostamenti registrati sull'elemento sono eccessivi. La Fig. 4.13 mostra il confronto tra i tre casi in termini di curva forza-spostamento, nonché l'evoluzione del danno attraverso i *crack pattern*. In essi vale la pena notare che, nonostante l'analisi sia statica, viene utilizzato un algoritmo dinamico esplicito al fine di scongiurare i possibili problemi di convergenza della soluzione del modello relativi al comportamento di *softening* del materiale. L'analisi viene così ricondotta ad una condizione di quasi-staticità verificando che l'energia cinetica della struttura sia molto piccola (inferiore al 5%) rispetto all'energia totale del sistema, in accordo con quanto definito ai § 1.2.2 e 3.1.2.

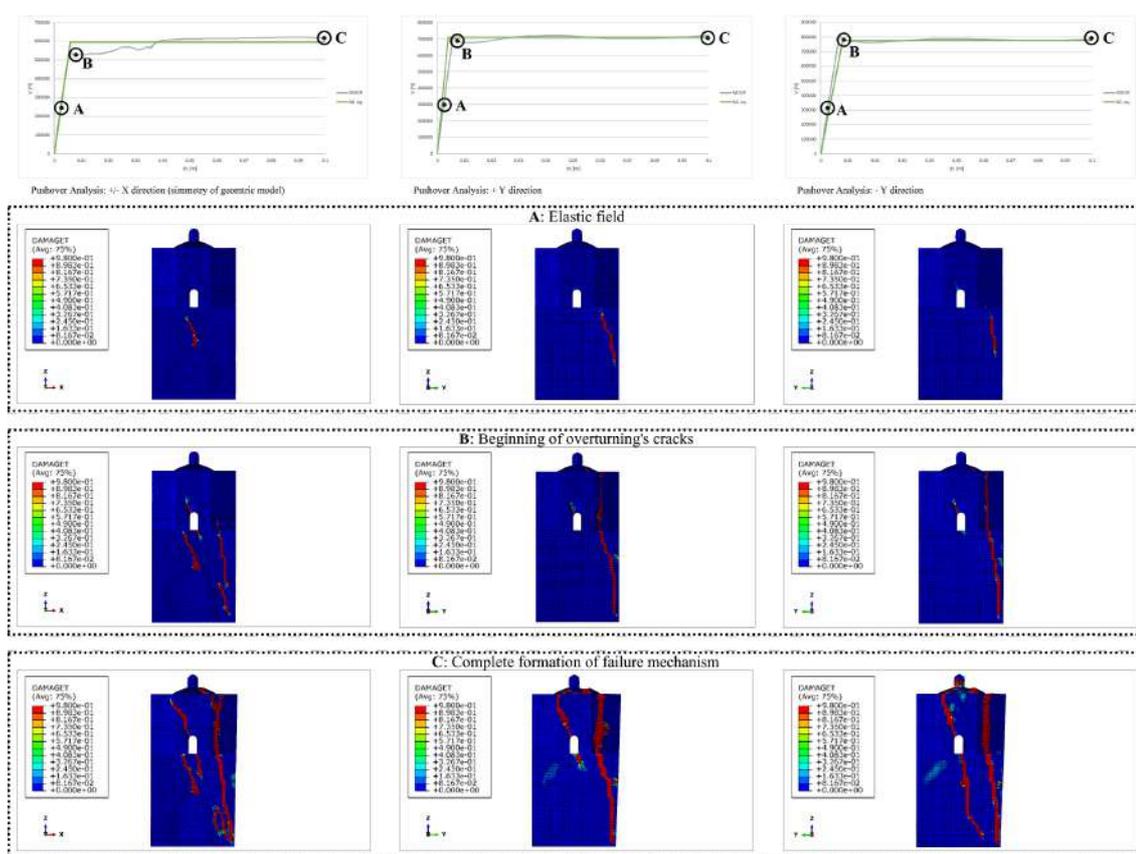


Fig. 4.13: Curve di capacità delle PAs e principale stato di danno: PA direzione +/- X (a); PA direzione +Y (b); PA direzione -Y(c).

Conclusioni

Questo studio è incentrato sull'analisi della vulnerabilità sismica degli edifici monumentali utilizzando l'approccio del metodo agli elementi finiti (FEM). Le analisi effettuate hanno evidenziato come una modellazione continua diretta FEM – rispetto ad una a macro-elementi basata sulla schematizzazione a telaio equivalente – restituisca risultati più accurati, in special modo riguardo alla visualizzazione dei quadri fessurativi della struttura. Dalle analisi condotte su ciò che resta della chiesa di San Francesco d'Assisi, si sono ottenuti due principali risultati inerenti: (i) il comportamento sismico scatolare del manufatto e (ii) l'utilità degli interventi concretamente attuati in passato. Relativamente al primo punto, viene messo in evidenza un comportamento fragile della fabbrica attraverso un'analisi *pushover* (statica non lineare) eseguita su un modello semplificato. Tale modalità di rottura è tipica delle strutture a carattere specialistico come le chiese e mostra la formazione di un meccanismo locale di collasso che penalizza fortemente la risposta sismica d'insieme (Fig. 4.14a). I macro-elementi, oggetto di cinematismi, si creano in corrispondenza delle pareti perimetrali opposte all'azione sismica e portano la

struttura verso un rapido collasso (Fig. 4.15). Alla luce, poi, dei progetti ritrovati presso l'ente comunale proprietario del bene in questione, e sulla scorta delle analisi precedentemente condotte, vengono valutati positivamente gli interventi di rinforzo realizzati una decina di anni fa e consistenti in perforazioni armate ai cantonali della costruzione (i quali tendono ad impedire la formazione dei macro-elementi, garantendone il comportamento scatolare sotto sisma, Fig. 4.14b) e nell'esecuzione di una griglia estradossale in nastri FRP sulla cupola di copertura per l'assorbimento delle azioni di trazione nell'elemento voltato e spingenti nei riguardi di quelle di imposta. Possibili sviluppi futuri potranno riguardare, oltre alla modellazione numerica di quest'ultimi interventi di rinforzo, l'esecuzione di analisi sismiche più significative (come l'analisi dinamica non lineare affrontata nel prosieguo del lavoro su un altro caso studio, § 4.2.2).

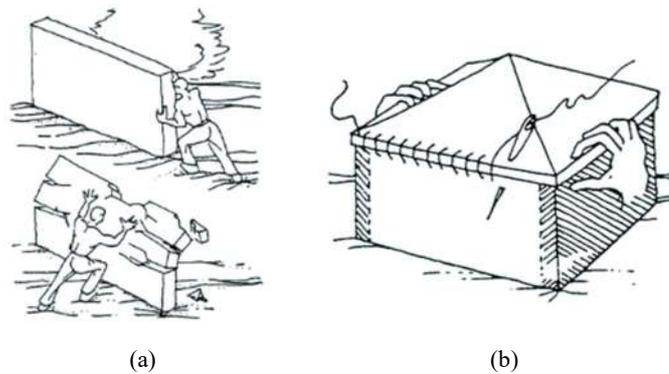


Fig. 4.14: Meccanismi di I (fuori-piano) e II modo (nel piano) di pareti in muratura (a); comportamento scatolare.

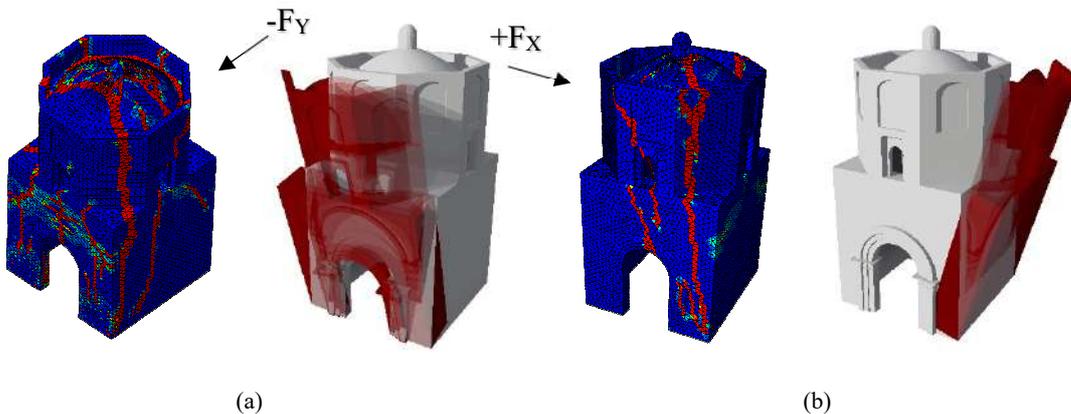


Fig. 4.15: Insorgenza dei meccanismi locali di collasso: direzioni Y dei carichi sismici (a); direzione X (b).

4.2 Il caso studio del Castello di San Fili a Stignano

Con il precedente studio si è evidenziato il grande contributo dei meccanismi locali nella risposta sismica d'insieme i quali penalizzano le capacità duttili del sistema a causa della formazione di macro-elementi che rendono l'intero sistema labile. Per tali ragioni, questo studio rappresenterà

la conclusione del percorso di tesi, inglobando tutte le modalità di analisi viste sinora e validando i risultati attraverso l'analisi dinamica non lineare. In particolare l'obiettivo è definire una metodologia adeguata per la valutazione sismica delle strutture in muratura attraverso l'indagine di un caso studio su cui sono state eseguite operazioni di rilievo avanzate e sono state condotte diverse tipologie di analisi allo scopo di enfatizzare le peculiarità di ciascun approccio. Il risultato è lo sviluppo di un nuovo strumento grafico per rappresentare le aree più vulnerabili, situate sulle murature perimetrali, e notoriamente soggette a meccanismi di collasso fuori dal piano.

Il caso di studio adottato per verificare la metodologia proposta è il Castello di San Fili di Stignano, situato in provincia di Reggio Calabria sulla costa ionica calabrese. Questo manufatto rappresenta un edificio storico *non-standard* in cui le irregolarità nella forma della struttura portante sono la caratteristica principale. Il castello è realizzato interamente in muratura non rinforzata, e di conseguenza appartiene ai cosiddetti edifici di "Classe 1", secondo la classificazione proposta da Pagano nel 1983 [146]: i piani sono costituiti da sistemi a volta, soggetti a spinte statiche orizzontali, con un'alta probabilità di perdita di equilibrio strutturale (Fig. 4.16).



Fig. 4.16: Edifici di Classe 1 secondo la classificazione di Michele Pagano [146].

Analisi storico-architettonica del Castello

Il castello di San Fili, inserito nel 1996 da Legambiente nel gruppo dei monumenti da conservare, si trova nel comune di Stignano (in provincia di Reggio Calabria, Italia meridionale). L'edificio è situato sull'altopiano di un promontorio che domina la costa ionica ed è molto vicino alla torre circolare che fa parte del sistema difensivo che Carlo V fece costruire durante le invasioni turche del XVI secolo. Residenza di prestigio della nobile famiglia Lamberti proprietaria dei terreni, questo splendido casale fortificato è divenuto un bene pubblico da circa una decade [201].

La struttura ha due piani, il piano terra e il piano nobile. Come rappresentato nelle Figg. 4.17 e 4.18, la parte principale ha una forma triangolare. Tre torri sono inglobate nei vertici del volume prismatico: due quadrate su entrambi i lati della facciata nord, una a pianta pentagonale sul lato opposto. Nonostante la presenza delle caratteristiche delle torri "Cavallare" – con la scala di accesso al primo piano realizzata su una struttura ad arco – i recenti studi condotti sulle malte e le informazioni storico-archivistiche hanno rivelato una data di costruzione successiva al 1500 [202]. Tuttavia la passerella che collega la scala esterna con l'ingresso principale (Figg. 4.18m e n) al primo piano è di costruzione successiva. In origine l'attraversamento avveniva mediante l'uso di un ponte levatoio (Fig. 4.18a) ed un ingresso secondario più piccolo è posto al piano terra nella medesima posizione.

Gli interni presentano orizzontamenti interamente voltati: a botte semicircolare per gli ambienti delle due torri quadrate; a botte a sezione cicloidale per la stanza centrale a forma esagonale del piano terra (Fig. 4.17c); a crociera per la sala centrale a forma ottagonale al primo piano e per la sala a forma triangolare posta frontalmente alla scala interna; ancora a botte per gli interni della torre pentagonale (Fig. 4.17d). Il Castello presenta una copertura piana, ad eccezione dello spazio avente forma ad L posizionato nei pressi della porta della scala interna che presenta tracce di un tetto a due falde (Fig. 4.17h).

L'uso originario era diverso per i due piani: residenziale per il piano principale e produttivo per il piano terra. Ciò è confermato anche dalla presenza del camino al primo piano e dei forni al piano terra, dotati delle loro canne fumarie (di forma triangolare la prima, ricavata nello spessore della parete la seconda). Le caratteristiche della struttura fortificata sono evidenziate dalle pareti a scarpa al piano terra, interrotte dal marcapiano toroidale. Una trabeazione completa le facciate con architrave, fregio e cornice nella parte superiore. Nonostante la struttura sia rimasta abbandonata per molti anni, presenta un buono stato di conservazione grazie alla malta di buona qualità impiegata per apparecchiare la muratura in pietrame disordinato che caratterizza l'intero manufatto, anch'essa con buona tessitura.

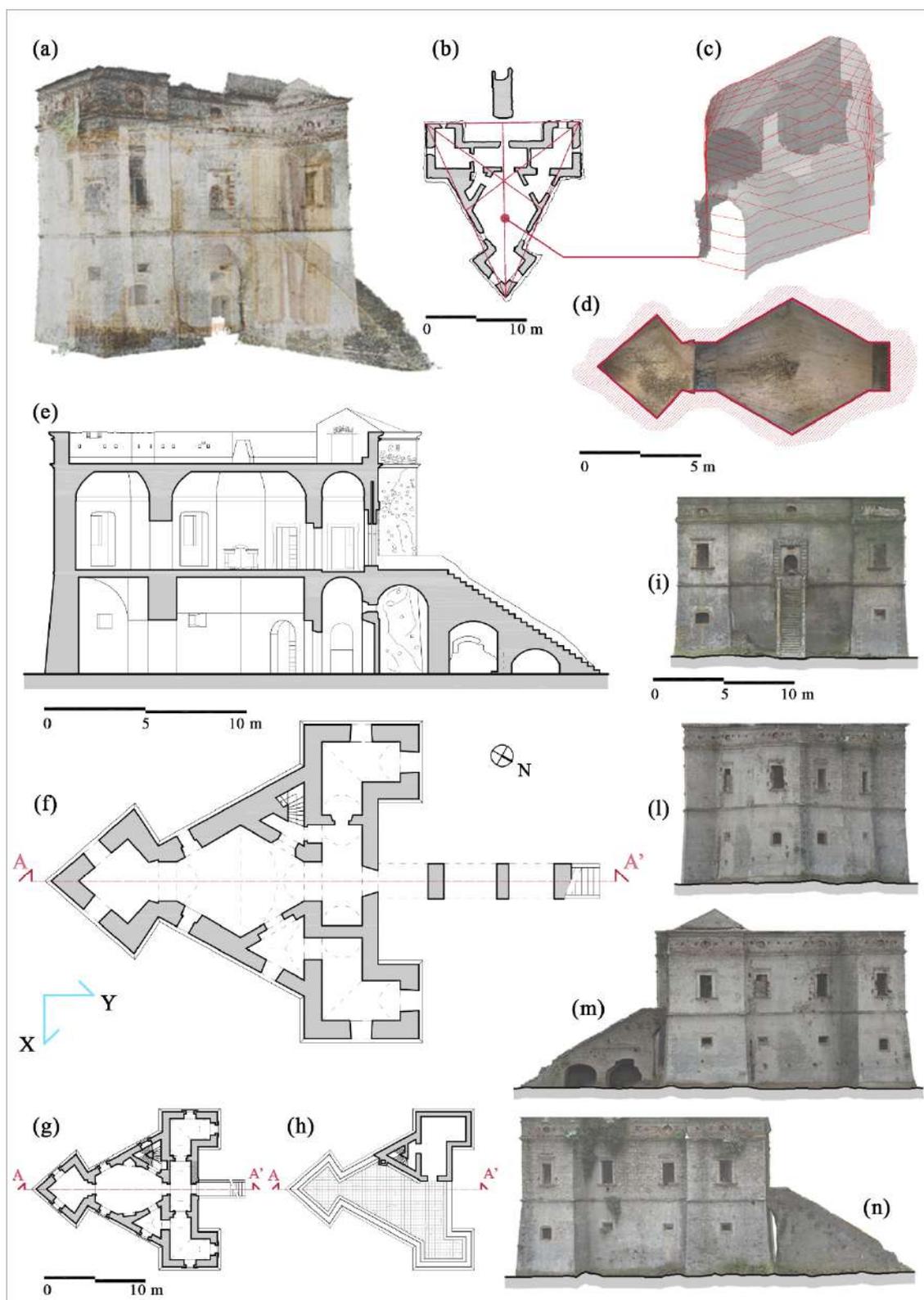


Fig. 4.17: Nuvola di punti (a) e pianta del piano terra (b) derivata dalla fotogrammetria digitale; modello poligonale 3D dell'ambiente centrale (c); intradosso delle volte della sala centrale e della torre pentagonale; sezione verticale A-A' (e); piano terra (f); pianta del primo piano (g); pianta copertura (h); fronte est derivato dal rilievo 3D (i); fronte nord derivato dal rilievo 3D (l); fronte sud derivato dal rilievo 3D (m); fronte ovest derivato dal rilievo 3D (n).

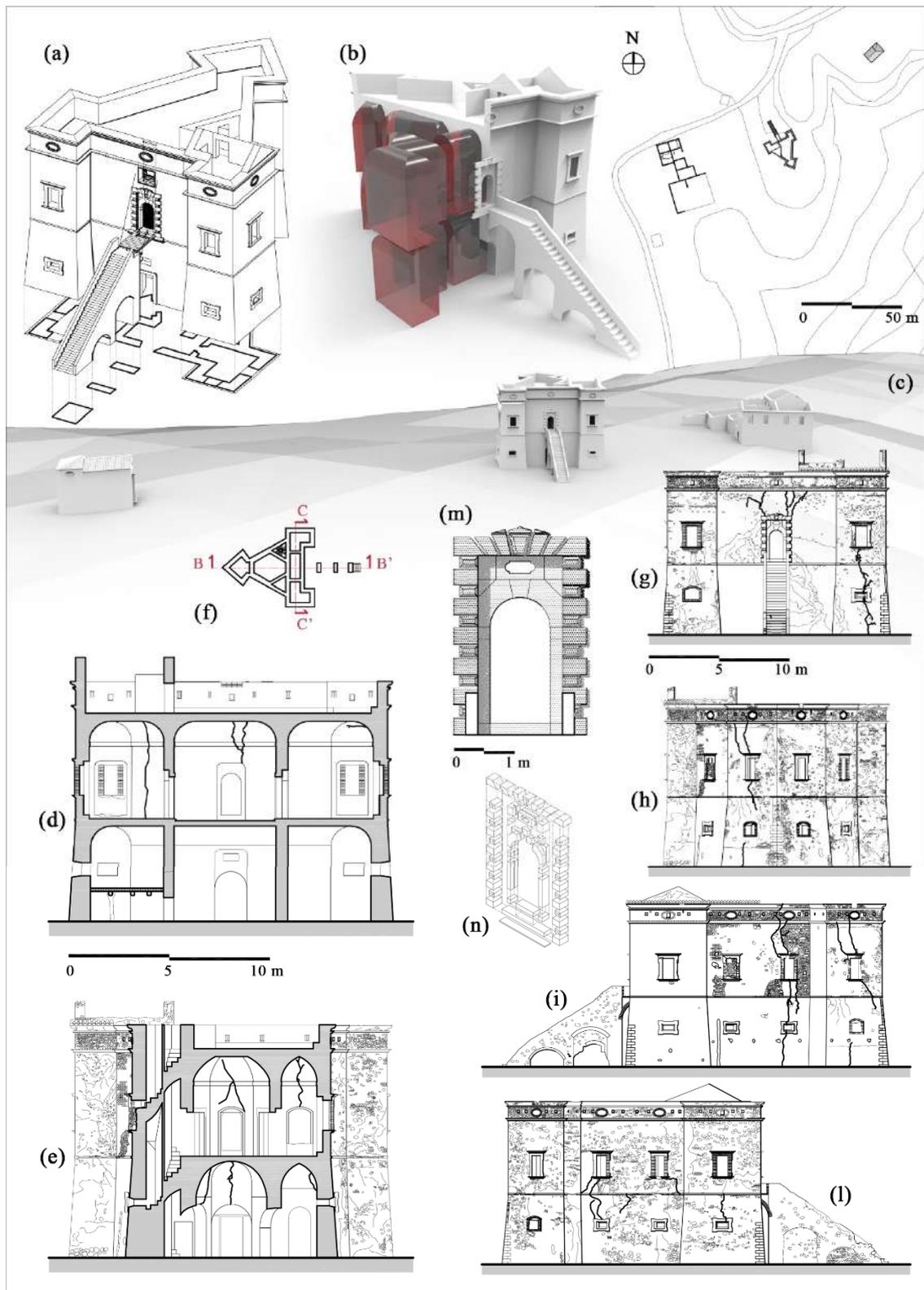


Fig. 4.18: Viste tridimensionali (a) e (b); pianta del promontorio (c); sezione verticale B-B' (d) e C-C' (e) con pianta del piano di riferimento (f); fronte est (g); fronte nord (h); fronte sud (i); fronte ovest (l); portale d'ingresso (m) e (n).

Sebbene uno degli eventi sismici più catastrofici del XX secolo (28 dicembre 1908) abbia colpito la Provincia di Reggio Calabria, la struttura non è stata interessata da danni significativi, come evidenziato da Borgese [203]. Il castello rimase fedele al sistema originale, ad eccezione di alcune piccole modifiche apportate all'inizio del 1900. Oltre a queste, ulteriori modificazioni riguardarono: la trasformazione di alcune feritoie al piano terra in finestre e viceversa; il riempimento delle feritoie e alcune finestre del piano principale; la parziale chiusura degli archi di collegamento dei locali al piano terra per consentire il posizionamento delle porte interne; la parziale ricostruzione del parapetto della terrazza; la posa di nuovi intonaci. Tuttavia queste opere modificarono solo l'aspetto architettonico del castello, senza influire in modo significativo sulla componente strutturale.

4.2.1 Metodologia proposta per le investigazioni strutturali

Attraverso lo studio del Castello di San Fili è stato possibile definire un nuovo modo per rappresentare i risultati derivanti dalle analisi *pushover* (PA) utilizzando più punti di controllo. La metodologia proposta è illustrata nel *flow-chart* riportato nella Fig. 4.19. I punti di controllo non sono impostati a priori, ma sono suggeriti dai modelli di danno rilevati dopo le simulazioni numeriche. Come mostrato nella Fig. 4.20, i punti di controllo vengono settati nella parte superiore delle tre torri angolari.

In questo quadro, è stata sviluppata una rappresentazione grafica dell'entità degli spostamenti dei punti di controllo: l'evoluzione del danno è mostrata usando sfere i cui raggi sono proporzionali agli spostamenti rilevati, mentre ogni baricentro ha le stesse coordinate del punto di controllo che rappresenta. Le dimensioni delle sfere forniscono informazioni sul danno verificatosi e sulla posizione dei punti deboli della struttura investigata, diventando così uno strumento utile per orientare le decisioni sulla tecnica di rinforzo strutturale da adottare [145, 204].

A partire dalla geometria completa acquisita utilizzando la fotogrammetria digitale [174], sono state eseguite diverse indagini strutturali. Ciascuna di esse mira ad analizzare i diversi aspetti del comportamento sismico dell'edificio in relazione alla sua geometria, ai materiali e alle tecniche di costruzione utilizzate. Con riferimento alle PAs eseguite, alcuni macro-elementi sono stati individuati e analizzati mediante un approccio semplificato basato sul teorema cinematico dell'analisi limite. Queste indagini hanno permesso di ottenere valori di accelerazione spettrale dei meccanismi identificati attraverso la PA nella stessa direzione. Inoltre il comportamento strutturale è stato analizzato utilizzando un'analisi dinamica non lineare *Response History*

Analysis (RHA) in cui sono state adottate accelerazioni coerenti per riprodurre i carichi sismici. Tutte queste analisi forniscono informazioni importanti al fine di confrontare e verificare la pertinenza della procedura proposta in termini di valori di accelerazione e modelli di danno ottenuti dagli approcci FEM.

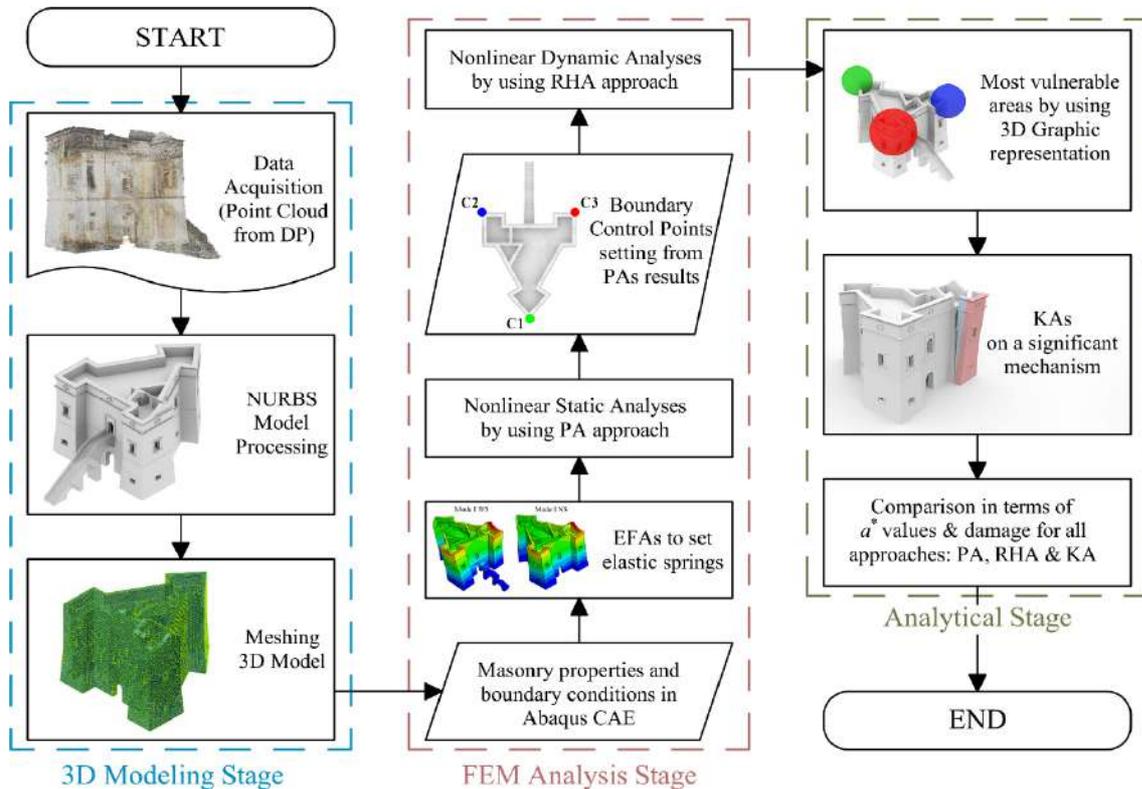


Fig. 4.19: Rappresentazione schematica mediante flow-chart della procedura proposta.

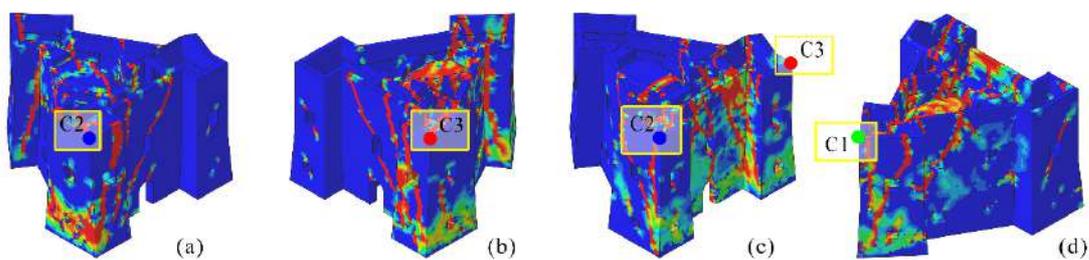


Fig. 4.20: Settaggio dei punti di controllo dai modelli di danno delle PAs: direzione di carico +X (a), direzione di carico -X (b), direzione di carico +Y (c), direzione di carico -Y (d).

Dalla nuvola di punti al modello FEM

La definizione della geometria impiegata nelle simulazioni numeriche è un passaggio fondamentale dell'intero processo di indagine. In generale i *Laser Scanner* Terrestri (TLS) e la

fotogrammetria digitale DP portano all'acquisizione delle geometrie reali della struttura mediante la generazione di una nuvola di punti insensibile alla distinzione tra componenti strutturali e non strutturali. Di conseguenza il modello strutturale dovrebbe essere depurato dagli elementi non portanti tenendo conto solo dei contributi delle loro masse (ad esempio i fregi ornamentali e il riempimento delle volte). Al fine di ottenere un modello FE capace di riprodurre fedelmente il caso studio, è stato eseguito un rilievo 3D basato sulla tecnica DP per ricostruire un modello digitale dell'intera geometria. La fotogrammetria digitale è stata adottata perché è più economica di altre metodologie e facilmente replicabile nella pratica ingegneristica. Vale la pena notare che questo studio mira a proporre una procedura che può essere facilmente attuata sia in campo accademico che professionale, specialmente quando lo strumento TLS non è applicabile per motivi sia economici che tecnici. Pertanto, per acquisire la geometria completa del Castello (interna ed esterna), sono state necessarie 334 immagini: 250 per gli spazi interni, 84 per l'esterno. Ciascun ambiente interno e l'esterno sono stati ricostruiti utilizzando il *software* commerciale *Photoscan* di Agisoft [205] che permette di unire tutte le nuvole di punti in un unico *database*. Quello finale è formato da 85 milioni di punti che rappresentano il modello numerico tridimensionale della costruzione indagata. In questa fase, la procedura proposta da Fortunato *et al.* [8] è stata eseguita per ottenere un modello FE senza idealizzazioni di forma. In particolare la costruzione del modello geometrico si basa sulle *Non-Uniform Rational B-Splines* (NURBS): questa rappresentazione matematica descrive le curve e gli elementi di superficie più complessi all'interno di solidi modellati in 3D seguendo esattamente qualsiasi contorno senza approssimazione, come potrebbe accadere per i volumi di Bezier. Al fine di evitare errori durante la fase di generazione della *mesh*, viene preso in considerazione il formato del file IGES applicando algoritmi interni in grado di riparare gli errori topologici del modello (ad esempio lacune e sovrapposizioni) e introducendo un criterio basato sulla tolleranza. In questo modo, la geometria primitiva del modello viene rispettata senza imperfezioni, generando la *mesh* numerica. Per il caso di studio, la formulazione FE si basa su 71637 elementi TET3D4 con 20351 nodi: il modello così composto viene, successivamente, importato nell'ambiente Abaqus CAE [197] e completato introducendo sia le proprietà meccaniche della muratura che le condizioni al contorno.

Relazioni costitutive della muratura

Gli edifici storici sono caratterizzati da materiali le cui proprietà meccaniche non sono note. Allo stesso modo, innumerevoli irregolarità potrebbero trovarsi nella muratura, quest'ultima intesa come elemento portante. Pertanto, per tenere conto di queste incertezze, sono necessari

coefficienti correttivi in grado di ridurre le proprietà meccaniche della muratura suggerite dal codice [6]. Nel presente studio, il livello di conoscenza più basso LC1 è considerato raggiunto in assenza di specifici *test in situ*, applicando il corrispondente fattore di confidenza (FC) di 1,35. Si ottiene, così, una resistenza a compressione finale f_d utilizzata nel modello FE pari a 1.4 MPa, assumendo una tipologia di muratura in pietrame disordinata. Con riferimento alle indicazioni fornite dalla tabella C8A.2.1 di [6], è possibile estrapolare le proprietà meccaniche riferite alla seguente tipologia di muratura: malta di scarsa qualità, non degradata, parete a singolo paramento o paramenti scarsamente collegati, muratura non rinforzata, buona tessitura muraria. Come già detto nel § 4.1.2, il raggiungimento di un LC1 comporta l'uso dei valori più bassi dei parametri di resistenza e dei valori medi di quelli elastici, secondo la tabella C8A.1.1 di [6]. In presenza di ricorsi orizzontali ($c_{c,1}=1.3$) e malta in buone condizioni ($c_{c,2}=1.5$), si suggerisce un aumento dei parametri meccanici. Questi valori sono mostrati nella prima, terza e quarta colonna della Tab. 4.5.

Tab. 4.5: Proprietà dei materiali utilizzate nelle simulazioni numeriche.

Modulo elastico normale E [MPa]	Coefficiente di Poisson ν	Resistenza a compressione σ_c [MPa]	Resistenza a trazione σ_t [MPa]	Densità ρ [kg/m³]
870	0.25	1.4	0.09	1600

Il comportamento non lineare della muratura viene preso in considerazione adoperando il modello *Concrete Damage Plasticity* (CDP) disponibile in Abaqus [106]. Il modello CDP si basa sull'assunzione di danno isotropo scalare con una diversa descrizione in tensione e compressione [133]. Nel ramo di *softening* (Fig. 4.21), nelle relazioni tensione-deformazione sia di compressione che di trazione, le variabili di danno (d_c e d_t) sono adottate per ridurre il modulo elastico iniziale utilizzando le seguenti relazioni *standard*:

$$\sigma_c = (1 - d_c) E_0 (\varepsilon_c - \varepsilon_c^{pl})$$

$$\sigma_t = (1 - d_t) E_0 (\varepsilon_t - \varepsilon_t^{pl})$$

dove σ_c (σ_t) è la tensione di compressione (trazione) uniassiale, E_0 è il modulo elastico iniziale, ε_c (ε_t) è la deformazione totale uniassiale in compressione (trazione) e ε_c^{pl} (ε_t^{pl}) è la deformazione plastica totale in compressione (trazione). I valori dei parametri di danno d sono 0 all'inizio del rammollimento e 0.99 alla fine. Si fa presente che, in questo studio, il danno è considerato attivo solo in trazione essendo la resistenza del materiale a tale sollecitazione molto bassa, specialmente rispetto alla compressione.

Le proprietà meccaniche utilizzate nelle simulazioni sono riassunte nella Tab. 4.5, così come altri importanti parametri adottati nella simulazione per la muratura con CDP in Abaqus sono riassunti nella Tab. 4.6.

Tab. 4.6: Principali parametri di modellazione adottati nella simulazione per muratura con CDP in Abaqus.

Eccentricità	Rapporto di resistenza f_b/f_{c0}	Angolo di dilatanza ψ	K_c	Parametro di viscosità
0.1	1.16	20	0.667	0.0001

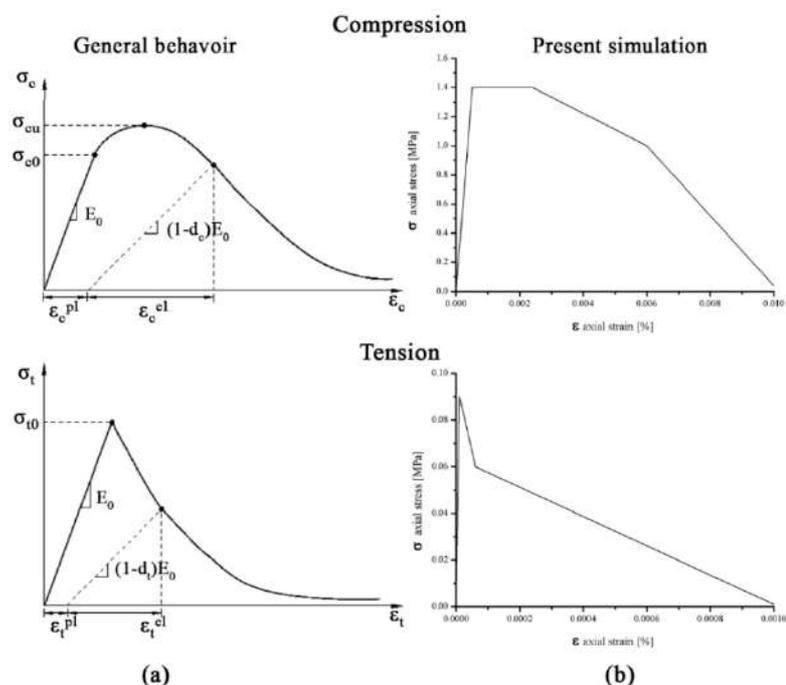


Fig. 4.21: Risposta della muratura al carico uniaxiale in compressione e tensione: caso teorico (a) e modello utilizzato nelle simulazioni (b).

4.2.2 Analisi sismica del Castello di San Fili

In questo paragrafo, le analisi di sensibilità eseguite per settare il modello numerico utilizzato nelle simulazioni precedono i risultati delle indagini sismiche, quest'ultime condotte utilizzando approcci diversi. I punti di controllo e i meccanismi di danno sono valutati attraverso l'iniziale analisi statica non lineare. Successivamente l'analisi dinamica non lineare giustifica i risultati della precedente PA, sia in termini di resistenza che di semiotica del danno. Infine l'analisi cinematica su un meccanismo significativo identifica il valore dell'accelerazione spettrale da confrontare con quelli ottenuti in precedenza.

Analisi delle frequenze naturali per la calibrazione del modello numerico

L'analisi delle frequenze naturali (EFA) è uno strumento utile per studiare le attuali capacità degli edifici, comprese le strutture in muratura, che hanno una risposta tipicamente non lineare alle sollecitazioni dinamiche. È un dato di fatto che la scala esterna utilizzata per accedere al Castello di Stignano rappresenti un elemento di grande debolezza in quanto la sua conformazione (in termini di rigidezza e materiali impiegati – mattoni in laterizio – differenti dalla restante struttura) potrebbe causare un meccanismo di collasso localizzato per bassi carichi verticali o orizzontali. In effetti, le numerose analisi numeriche effettuate sulla costruzione hanno dimostrato che questa scala di accesso è un elemento di grande vulnerabilità della costruzione. Per questo motivo, la scala viene simulata con due molle elastiche al fine di rilevare la capacità sismica del caso studio indagato senza tenere conto di meccanismi di collasso fuorvianti.

Il comportamento dinamico del Castello di San Fili è stato preliminarmente valutato da una EFA [126] su due configurazioni geometriche: con la scala esterna (*With Staircase*, WS) e senza di essa (*Without Staircase*, NS). Per quanto riguarda la strategia numerica, il solutore Lanczos è stato utilizzato per calcolare autovalori e forme modali della relazione del § 4.1.3.

Al fine di calibrare i valori di rigidezza delle molle elastiche, è stata eseguita un'analisi di sensibilità sulle frequenze naturali [206]. La Tab. 4.7 mostra i valori delle frequenze estratte, ottenute dalla variazione manuale dei valori di rigidezza delle molle le quali sono in grado di simulare l'interazione della scala nella configurazione geometrica NS. I risultati più vicini a quelli *target*, evidenziati in grassetto, sono rappresentati dalle modalità di frequenza del modello WS. Inoltre, il confronto tra le frequenze naturali ottenute per le due configurazioni geometriche ed il relativo errore che si verifica è riportato nella Tab. 4.8. La Fig. 4.22 mostra le deformate delle prime tre principali forme modali per i sistemi WS e NS le quali risultano in buon accordo.

Tab. 4.7: Frequenze naturali del sistema NS legate alla rigidezza delle molle lineari.

Rigidezza [kN/m]	Frequenze naturali del sistema NS [Hz]		
	Modo I	Modo II	Modo III
$1.5 \cdot 10^2$	5.5700	5.8600	6.0800
$4.0 \cdot 10^2$	5.5716	5.8640	6.0854
$1.0 \cdot 10^3$	5.5730	8.8650	6.0862
$2.0 \cdot 10^3$	5.5752	5.8650	6.0867
$2.5 \cdot 10^3$	5.5763	5.8650	6.0867

Al fine di ridurre l'onere computazionale e ottenere un comportamento convergente della soluzione in tutte le simulazioni, è stata inoltre realizzata un'analisi di sensitività per il settaggio

del passo corretto della *mesh*. I risultati sono riportati nelle Figg. 4.23, in cui la dimensione della *mesh* è correlata alle frequenze naturali (Fig. 4.23a) e alla massa partecipante per le tre forme modali principali (Fig. 4.23b).

Tab. 4.8: Frequenze naturali ottenute per le due configurazioni geometriche ed relativo errore corrispondente.

Modo di vibrare	Frequenze naturali [Hz]		Errore [%]
	WS	NS	
Modo I	5.5758	5.5752	-0.05
Modo II	5.8642	5.8650	+0.08
Modo III	6.0880	6.0867	-0.13

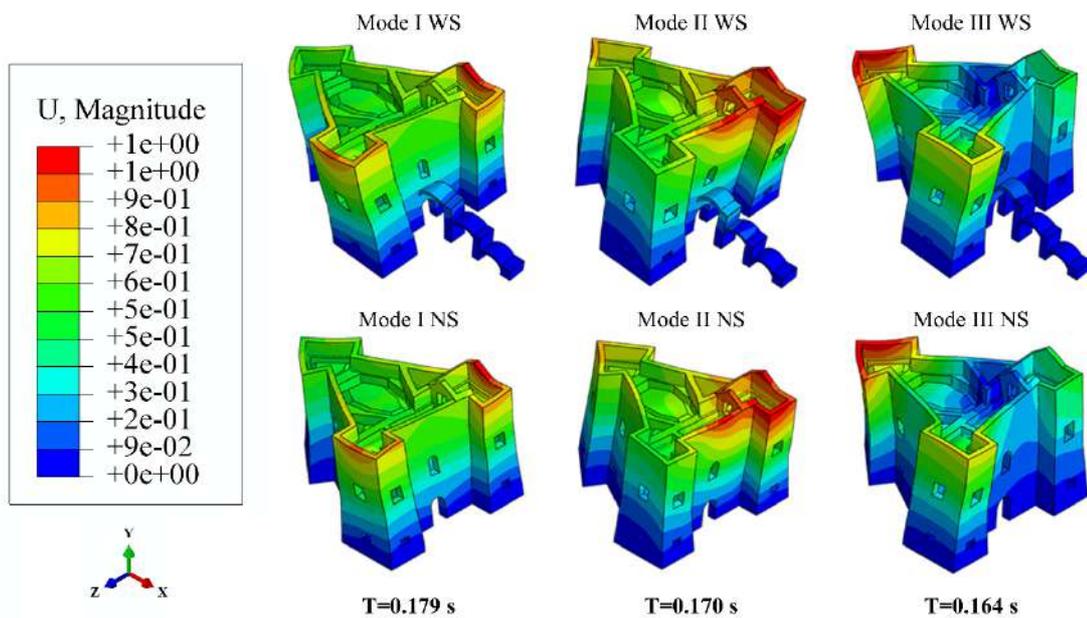


Fig. 4.22: Confronti in termini di deformate delle principali forme modali tra le configurazioni WS e NS.

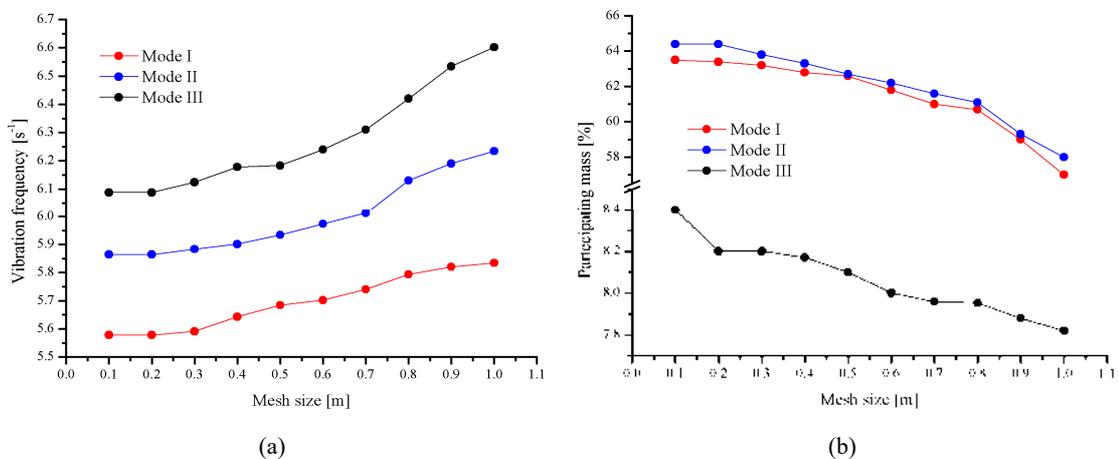


Fig. 4.23: Analisi di sensitività delle forme modali principali in funzione della dimensione della *mesh*: in termini di valori della frequenza di vibrazione (a); in termini di valori della massa partecipante.

Vale la pena notare che la valutazione della massa partecipante è un prerequisito fondamentale per l'applicazione di metodi statici non lineari. Per gli edifici esistenti, la PA fornisce risultati affidabili solo se la massa eccitata dal terremoto nel modo di vibrare principale è superiore al 60%, come suggerito dal paragrafo 7.8.1.5.4 di [7]. Valori più bassi non consentono la valutazione del comportamento effettivo della struttura analizzata, in particolare per quanto riguarda i meccanismi di collasso locale. Per questi motivi il confronto in termini di fattori di massa partecipante delle prime tre forme modali sono riportati nella Tab. 4.9, in cui la massa partecipante nella configurazione geometrica WS è inferiore a quella a cui si fa riferimento nel sistema NS. Queste piccole differenze sono dovute alla massa della scala esterna – non considerata nel sistema NS – che è comunque trascurabile rispetto all'intero sistema WS.

Tab. 4.9: Confronto in termini di massa partecipante per i primi tre modi di vibrare delle due configurazioni.

Direzione di carico	Massa effettiva [%]					
	X		Y		Z	
Modo di vibrare	WS	NS	WS	NS	WS	NS
Modo I	61.00	62.00	2.40	2.70	0.01	0.00
Modo II	5.40	5.70	5.90	6.00	0.80	0.00
Modo III	3.00	6.00	5.20	0.03	0.00	0.00

Analisi statica non lineare (pushover)

L'analisi statica non lineare PA è in grado di prevedere la vulnerabilità sismica di una struttura. Tipicamente il processo di analisi consiste nell'applicare l'azione verticale inclusi i carichi gravitazionali e successivamente nel considerare le forze sismiche, agenti separatamente lungo le direzioni geometriche (X e Y) positive e negative della struttura analizzata (Fig. 4.17f). Uno degli obiettivi di questo studio è confrontare i risultati delle analisi statiche e dinamiche non lineari. Come ampiamente riportato in letteratura, viene mostrato un notevole accordo tra analisi dinamica non lineare e analisi *pushover* basata su un modello di distribuzione della forza proporzionale delle masse [207]. Quindi, secondo le indicazioni riportate in [7], si ipotizza uno schema di forze orizzontali uniforme.

Al fine di risolvere le equazioni che governano il problema, diversi autori hanno utilizzato lo schema di integrazione *Backward* (all'indietro, metodo implicito) di Eulero [133, 208, 209], in cui il calcolo del vettore incognito, nello *step* corrente, si basa sulle quantità rilevate nello *step* precedente. Questa procedura numerica richiede la conoscenza dell'inverso della matrice di rigidezza. Come è noto, la valutazione di una matrice inversa richiede un intenso sforzo

computazionale che produce un aumento del tempo di calcolo necessario. Pertanto è stato adottato un metodo esplicito di differenza centrale per integrare le equazioni di equilibrio nel dominio del tempo. Al fine di migliorare la convergenza e l'accuratezza della soluzione viene impiegato un incremento di tempo di $5E-5$ in tutte le regioni del modello. Per questo incremento di tempo, l'energia cinetica è una piccola frazione dell'energia interna del modello (inferiore al 5%) e quindi le simulazioni possono essere considerate quasi statiche. Le curve *pushover* ottenute sono riportate nelle Figg. 4.24 e 4.25. In effetti, in questo caso, la selezione dei punti di controllo di controllo (BCP) svolge un ruolo molto importante nella valutazione della vulnerabilità sismica poiché i tre nodi – ovvero C1, C2 e C3 – mostrano differenti valori di spostamento al momento del collasso.

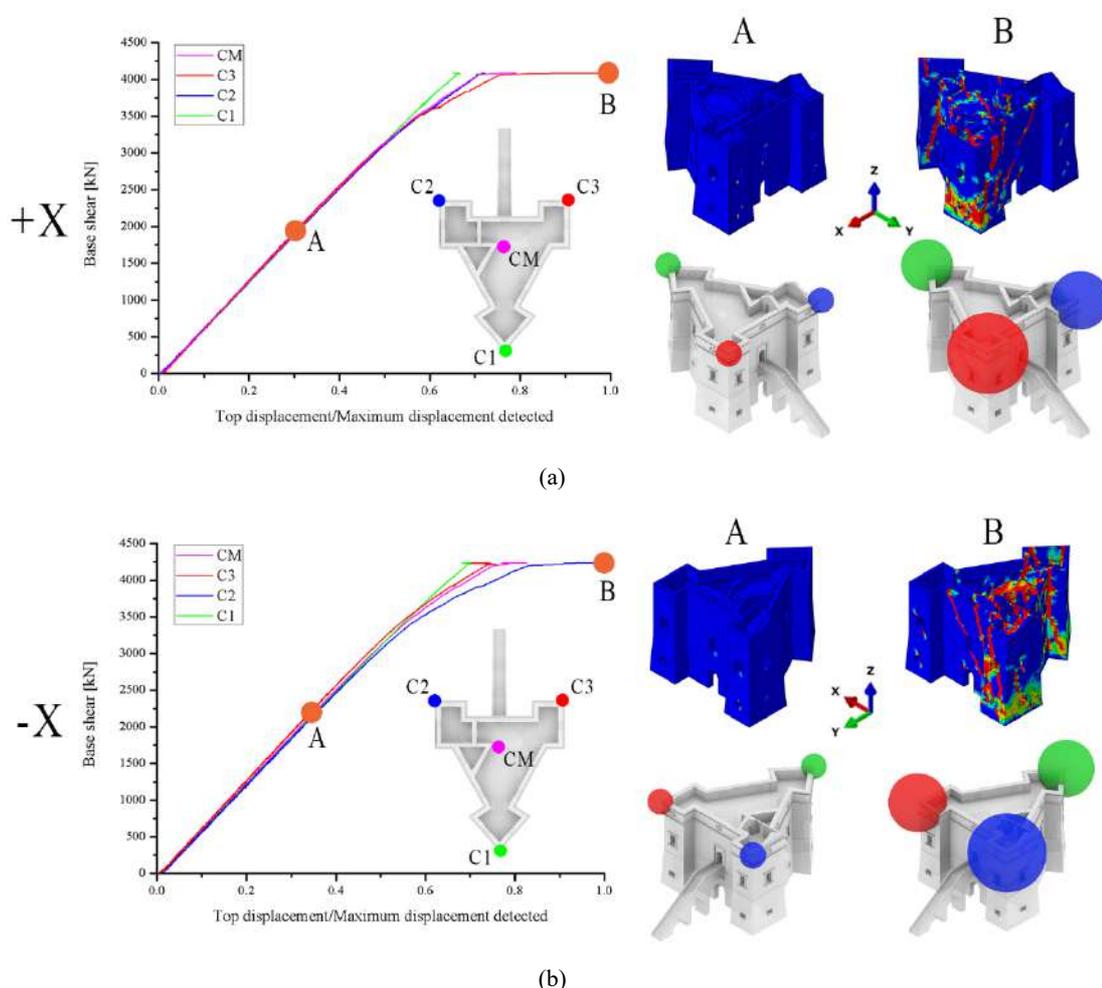


Fig. 4.24: Confronti in termini di previsione del danno e curve pushover dei tre BCPs e del punto di controllo fittizio CM per la direzione X positiva (a) e negativa (b).

Secondo il metodo N2 [137], adottato dai codici strutturali [7, 141], la vulnerabilità sismica viene valutata mediante la conversione del sistema reale a più gradi di libertà (MDOF) nel sistema

equivalente ad un solo grado di libertà (SDOF), utilizzando il fattore di partecipazione modale Γ , definito al § 3.1.2. Tenendo conto di una distribuzione delle forze proporzionali alla massa, questo fattore è 1. Di conseguenza, le quantità derivate che definiscono l'SDOF, ovvero lo spostamento d^* , il taglio alla base F^* , le massa equivalente m^* , coincidono con quelli del sistema MDOF.

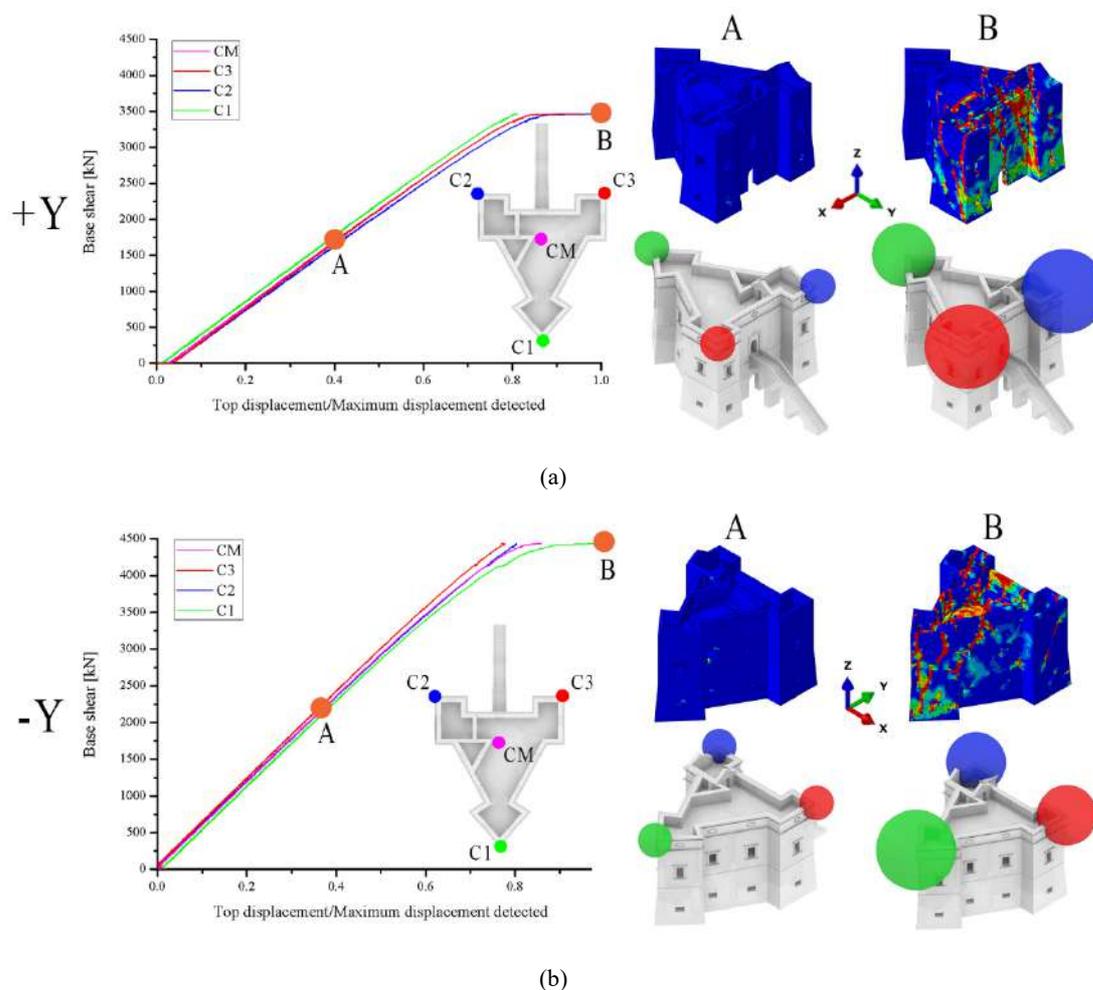
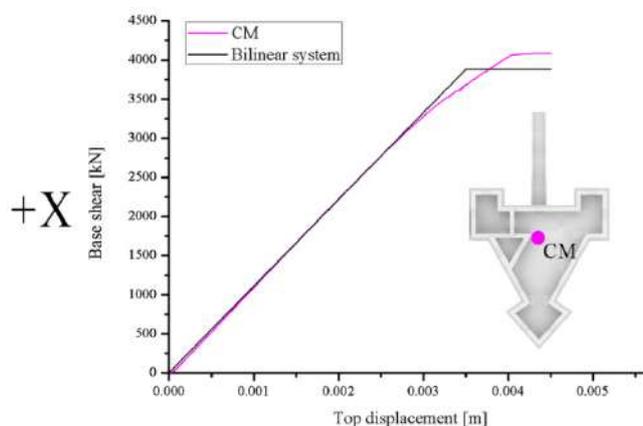


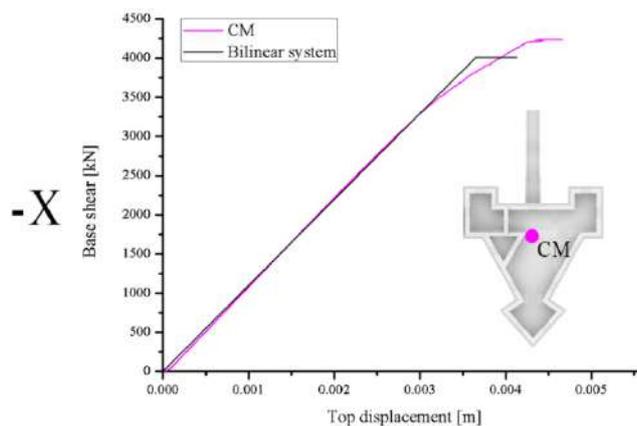
Fig. 4.25: Confronti in termini di previsione del danno e curve pushover dei tre BCPs e del punto di controllo fittizio CM per la direzione Y positiva (a) e negativa (b).

Successivamente la curva *pushover* del sistema SDOF viene trasformata nella bilatera equivalente con comportamento elastico-perfettamente plastico, imponendo un'equivalenza di aree tra la curva sottesa dall'SDOF e quella del sistema bilineare. Quest'ultimo (Figg. 4.26 e 4.27) è definito da: (i) la rigidezza k^* valutata sulla linea della secante che passa attraverso l'origine degli assi e il valore corrispondente al 70% del taglio alla base massimo, (ii) lo spostamento finale d_u^* che è uguale a quello del sistema SDOF, e (iii) un ramo plastico del diagramma basato sul primo enunciato concetto di equivalenze tra aree dei due sistemi. Va notato che il sistema bilineare si riferisce alla curva *pushover* del punto di controllo fittizio CM, il quale rappresenta il centro di

massa del triangolo definito dai BCPs. Pertanto la curva di capacità fittizia rappresenta gli spostamenti medi rilevati dai punti di controllo reali C1, C2 e C3.



(a)



(b)

Fig. 4.26: Curve pushover/bilineare del punto di controllo fittizio CM per la direzione X positiva (a) e negativa (b).

Dalla valutazione dello spettro di spostamento elastico $S_{de}(T^*)$, riferito al periodo del sistema bilineare T^* , la domanda di spostamento della struttura d_{max}^* è definita con le seguenti espressioni:

$$d_{max}^* = \begin{cases} S_{de}(T^*) & T^* \geq T_C \\ \frac{S_{de}(T^*)}{q^*} \left[1 + (q^* - 1) \frac{T_C}{T^*} \right] & T^* < T_C \end{cases}$$

dove $S_{de}(T^*) = \frac{T^{*2}}{4\pi^2} S_{ae}(T^*)$ e T_C rappresenta il periodo corrispondente all'inizio del tratto a velocità costante dello spettro elastico, i cui parametri necessari alla sua definizione sono riportati nella Tab. 4.10.

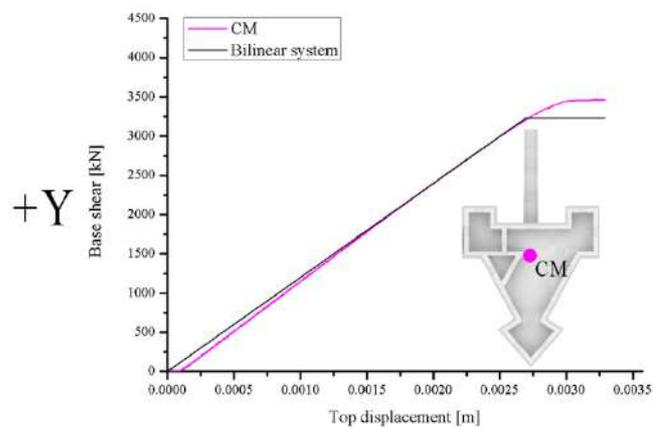
Capitolo 4

Tab. 4.10: Parametri utilizzati per definire lo spettro elastico.

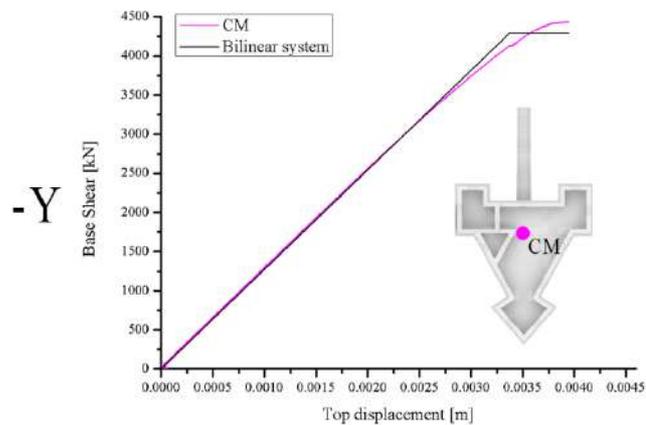
V_R [anni]	a_g [g/10]	F_θ	T_C^* [s]	S_S	C_C	S_T
50	1.613	2.437	0.399	1.46	1.42	1.2

Infine la sicurezza sismica della struttura è definita dal fattore F_S che rappresenta il rapporto tra capacità di spostamento del punto fittizio CM e domanda sismica, in questo caso coincidenti per i due sistemi MDOF e SDOF (indicate con *):

$$F_S = \frac{d_u}{d_{\max}} = \frac{d_u^*}{d_{\max}^*}$$



(a)



(b)

Fig. 4.27: Curve pushover/bilineare del punto di controllo fittizio CM per la direzione Y positiva (a) e negativa (b).

I risultati, riportati nella Tab. 4.11, indicano che la struttura non è in grado di resistere all'azione sismica quando il fattore di sicurezza F_S raggiunge valori inferiori all'unità. Inoltre il fattore di

struttura q^* viene valutato dal rapporto tra le forze elastiche e quelle di snervamento del sistema SDOF mediante la relazione definita al § 3.1.3 e di seguito riportata:

$$q^* = S_{ae} \left(T^* \right) \frac{m^*}{F_y^*}$$

Tab. 4.11: Risultati delle PAs in termini di indici di sicurezza F_s , fattori di struttura q^* e accelerazione spettrale a^* .

Direzione di carico	Meccanismo Locale di Collasso (MLC) attivato	BCP	F_s	q^*	$a^* = F^*/m^*$
+X		C1	0.23	2.69	2.56
		C2	0.27	2.32	2.97
		C3	0.38	2.20	3.14
		CM	0.30	2.23	3.09
-X		C1	0.31	2.17	3.18
		C2	0.38	2.15	3.20
		C3	0.35	2.38	2.89
		CM	0.28	2.16	3.19
+Y		C1	0.19	2.86	2.40
		C2	0.23	2.66	2.59
		C3	0.22	2.68	2.57
		CM	0.21	2.68	2.57
-Y		C1	0.34	2.03	3.39
		C2	0.28	2.02	3.41
		C3	0.26	2.17	3.17
		CM	0.30	2.01	3.42

Tab. 4.12: Meccanismi fuori-piano rilevati per ciascuna direzione di carico.

Direzione di carico	MLC attivato
+X	Ribaltamento composto – torre nord-ovest
-X	Ribaltamento composto – torre nord-est
+Y	Ribaltamento composto – facciata nord
-Y	Ribaltamento del cantonale – torre sud

Sulla parte destra di Figg. 4.24 e 4.25 sono riportate sia la previsione del danno che la rappresentazione 3D delle sfere. Vale la pena notare che i raggi di ciascuna sfera sono proporzionali allo spostamento rilevato, ma il significato di questa rappresentazione grafica 3D potrebbe essere multiplo e utile per:

- valutare qualitativamente le parti più vulnerabili della struttura;

- identificare il meccanismo di collasso locale attivato, con il supporto dei modelli di danno e delle curve di spostamento;
- scegliere la migliore strategia di consolidamento.

Nella Tab. 4.12 sono riportati i meccanismi di collasso fuori piano attivati per ciascuna configurazione di carico, in accordo con [210].

Analisi dinamica non lineare (response history analysis)

Successivamente la convalida dei risultati delle PAs è stata effettuata utilizzando la *Response History Analysis* (RHA) basata sull'applicazione di un accelerogramma artificiale spettro-compatibile lungo le direzioni X o Y. In queste analisi il medesimo modello utilizzato nelle analisi statiche non lineari è ora soggetto, in una prima fase, ai carichi gravitazionali e, successivamente, ad un accelerogramma applicato alla base separatamente per ciascuna direzione. Con l'aiuto delle RHAs è possibile valutare le storie temporali:

- del tagliante alla base,
- del danneggiamento della struttura, attraverso la lettura del parametro d_t corrispondente al quadro fessurativo della stessa,
- degli spostamenti dei punti di controllo C1, C2 e C3,

da confrontare con i risultati ottenuti con la PA. L'accelerogramma, riportato nella Fig. 4.29, è coerente con lo spettro di cui sopra definito dai Codici italiani [7] per lo Stato Limite Ultimo (SLU, Fig. 4.28) ed è stato generato con il *software* SIMQKE GR [211], utilizzando i parametri riportati nella Tab. 4.13.

Tab. 4.13: Parametri utilizzati per generare l'accelerogramma spettro-compatibile nel software SIMQKE.

TS [s]	TL [s]	TRISE [s]	TLVL [s]	DUR [s]	Ncycle	AGMX [g]	IIX	AMOR
0.02	4	5	10	25	30	0.282	1235	0.05

Alcuni punti sono evidenziati nell'accelerogramma di Fig. 4.29: (A) prima significativa accelerazione del terreno; (B) seconda accelerazione di picco negativa; (C) prima significativa accelerazione positiva; (D) accelerazione di picco negativa; (E) accelerazione corrispondente alla metà della durata temporale dell'accelerogramma; (F) accelerazione di picco positiva in cui viene rilevato un danno completo e si raggiunge il collasso. I risultati delle RHAs sono riportati, rispetto al tempo, in termini di tagliante alla base (Fig. 4.30) e spostamenti dei punti di controllo BCPs

per la direzione X (Fig. 4.31) e per la direzione Y (Fig. 4.32). È interessante notare che la previsione del tagliante alla base massimo osservata nelle *time histories* è inferiore al valore massimo raggiunto durante le PAs.

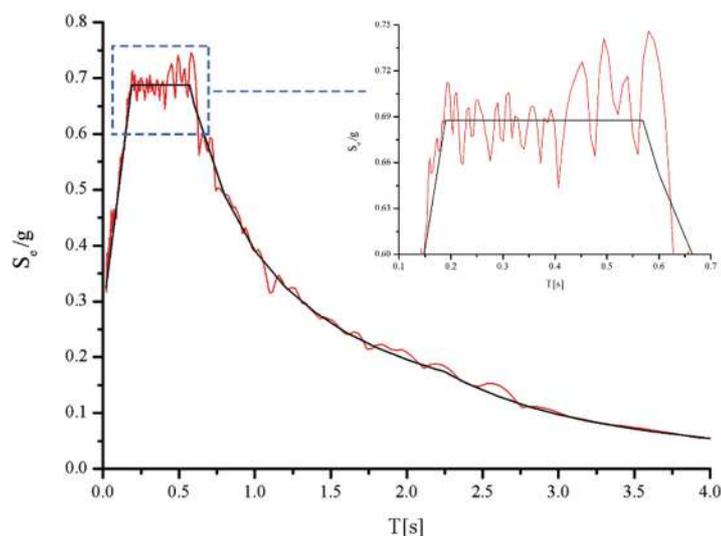


Fig. 4.28: Spettro di risposta elastico per lo Stato Limite Ultimo SLU.

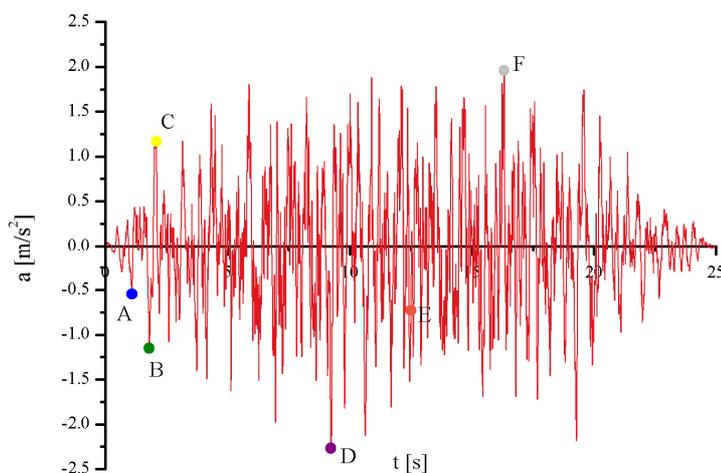


Fig. 4.29: Accelerogramma artificiale compatibile con lo spettro di risposta.

Per quanto riguarda gli spostamenti, la tendenza ottenuta nell'analisi dinamica è sempre influenzata dall'insorgenza di meccanismi fuori piano registrati in corrispondenza dei BCPs C2 e C3. In essi la struttura raggiunge una maggiore capacità di spostamento rispetto al nodo C1 per entrambe le direzioni. In particolare, lungo la direzione X, si possono osservare valori di spostamento simili per i nodi C2 e C3 con l'attivazione del ribaltamento dell'intera facciata nord (Fig. 4.31 – il ribaltamento del cantonale sud si verifica solo in seguito, come indicato dagli

spostamenti del nodo C1). Al contrario gli stessi BCPs C2 e C3 mostrano spostamenti inversi lungo la direzione Y a causa dei meccanismi di danno localizzati in corrispondenza delle torri nord-est e nord-ovest (Fig. 4.32). Tuttavia le simulazioni PA vengono interrotte quando il punto di controllo raggiunge spostamenti incoerenti e l'energia cinetica supera il 5% di quella interna.

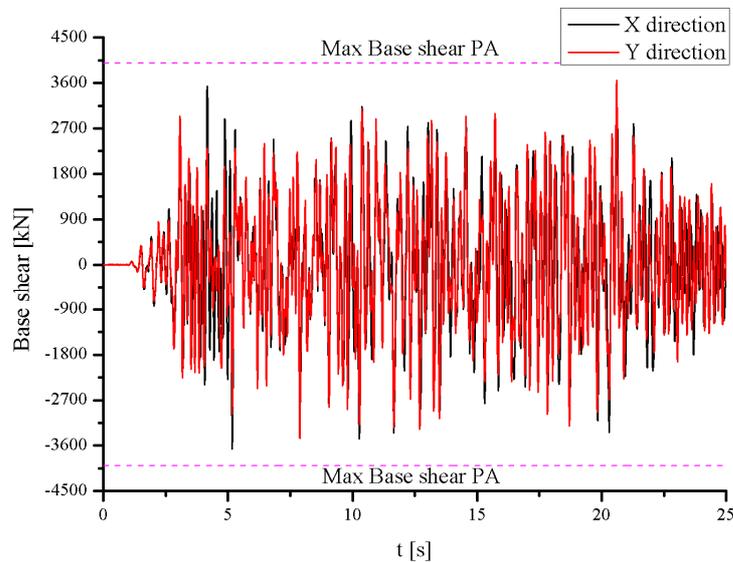


Fig. 4.30: Time history in termini di tagliante alla base.

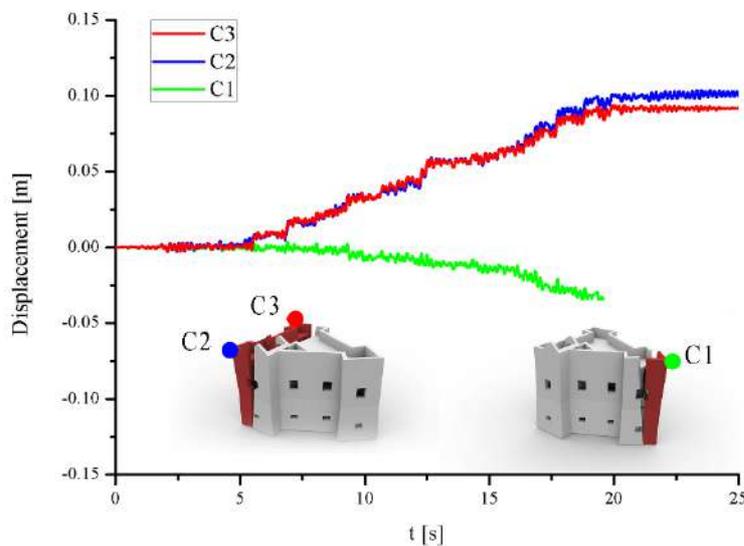


Fig. 4.31: Time history in termini di spostamenti dei tre punti di controllo BCPs per la direzione X.

Al termine della RHA, la simulazione dinamica presenta valori di spostamento maggiori della PA. Gli spostamenti massimi vengono rilevati in corrispondenza dell'attivazione dei meccanismi di collasso quando l'incremento temporale dell'accelerogramma è di circa 5 secondi. Per questi valori temporali, la forza di taglio alla base ha già raggiunto i valori massimi.

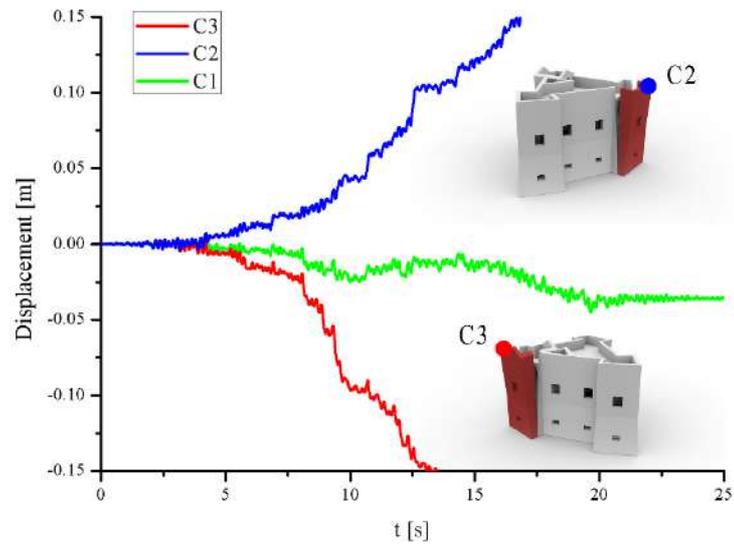


Fig. 4.32 Time history in termini di spostamenti dei tre punti di controllo BCPs per la direzione Y.

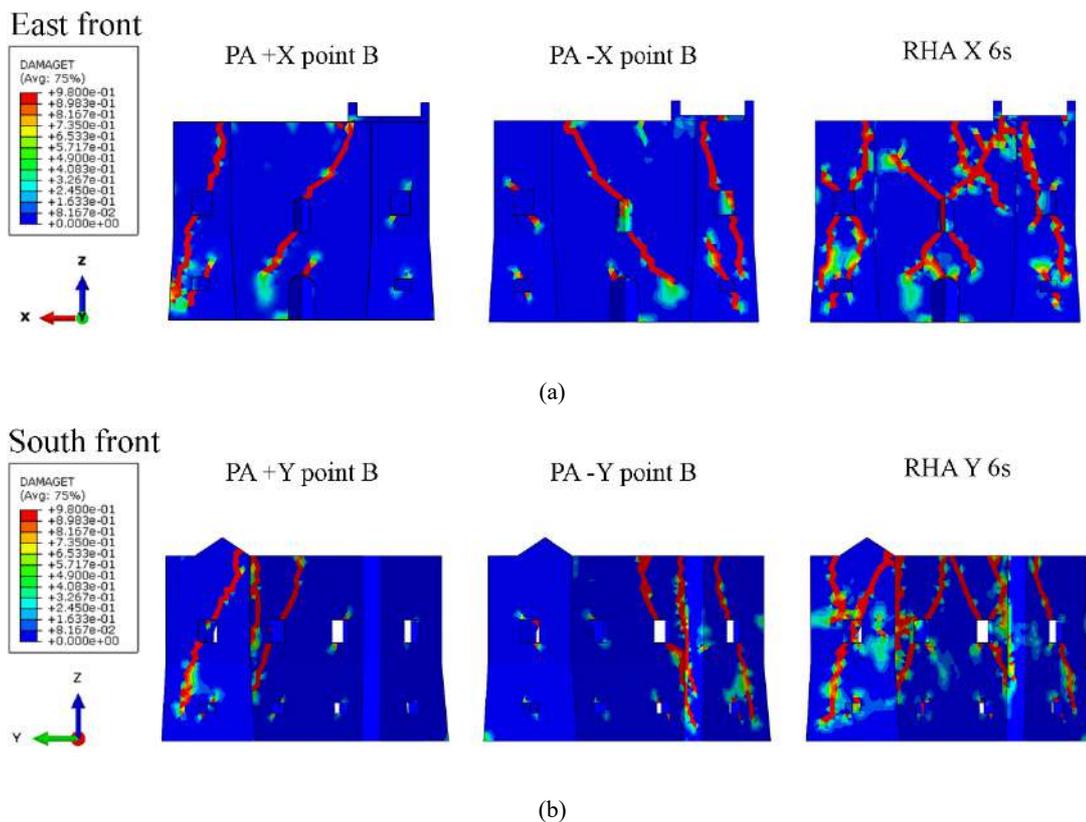


Fig. 4.33: Rappresentazione sinottica della distribuzione delle lesioni corrispondenti al punto B della PA e allo step temporale di 6 s della RHA: direzione di carico X (a); direzione di carico Y (b).

Sebbene le PAs determinino una sovrastima dei valori del tagliante alla base rispetto alle RHAs, la semiotica del danno coincide in modo soddisfacente per entrambe le analisi, come mostrato

nella Fig. 4.33. Va sottolineato che, per tutte le condizioni di carico, la risposta strutturale è fortemente influenzata dalla formazione delle lesioni: i macro-elementi formati in corrispondenza della facciata sono investiti dall'accelerazione sismica ed il comportamento globale è sfavorito dall'attivazione dei meccanismi fuori piano.

Analisi cinematica semplificata

Le precedenti analisi sismiche hanno evidenziato l'insorgenza di meccanismi fuori piano che si verificano sulle pareti perimetrali indicando l'assenza di un comportamento scatolare. In generale questi meccanismi si sviluppano in modo correlato alla qualità e alla resistenza delle connessioni con gli altri elementi della struttura, come solai o partizioni verticali portanti (pareti laterali e pareti divisorie). Nella presente trattazione, il ribaltamento degli elementi strutturali colpisce le tre torri angolari e si verifica a causa della particolare forma del castello. Ciò implica che questi elementi strutturali collasseranno prima rispetto a quelli che si potranno formare nelle pareti comprese tra due torri contigue, il cui collasso avverrà solo per aumenti del carico sismico.

Al fine di confrontare l'accelerazione spettrale fornita dai diversi approcci (analisi *pushover* PA, *Response History Analysis* RHA e analisi cinematica KA), vengono analizzati due meccanismi fuori piano: il ribaltamento semplice (SO – Fig. 4.34d) ed il ribaltamento composto interessante anche le due pareti laterali (VO – Fig. 4.34e). Questi meccanismi si riferiscono al ribaltamento della torre ovest del fronte nord che collassa per prima nella PA eseguita per la direzione +Y (Figg. 4.34a-c) e raggiunge spostamenti più elevati rispetto a tutte le altre simulazioni. Il BCP C2 è posto in corrispondenza di questo elemento strutturale e, ai fini del calcolo, viene inoltre considerato l'effetto sfavorevole causato dalla spinta statica della volta in muratura presente – il cui calcolo viene eseguito in accordo con il principio di massimizzazione delle spinte riportato in [212] e verificato ricorrendo alla costruzione grafica della curva delle pressioni [24, 59, 149].

Per quanto riguarda la geometria del meccanismo analizzato, le ipotesi circa l'andamento ed il posizionamento della sconnessione nelle pareti di taglio non prendono in considerazione le condizioni di minimizzazione del moltiplicatore di carico α proposto da Casapulla *et al.* [213]. D'altra parte la geometria definita è in accordo con il *crack pattern* ottenuto dalle precedenti PAs, trascurando la posizione delle aperture. Lo scopo è quello di evidenziare il miglioramento delle *performance* sismiche date dalle connessioni con le pareti laterali che fanno differire il meccanismo di ribaltamento semplice (ovvero lo schema SO) da quello composto (schema VO). Nella prima fase sono state condotte due analisi cinematiche lineari al fine di valutare il

corrispondente moltiplicatore di collasso α_0 utilizzando il PLV. Nel calcolo le pareti in muratura sono considerate come un assemblaggio di macro-elementi composti da un materiale non resistente a trazione, ma con una resistenza a compressione infinita. Per i meccanismi di ribaltamento, alcuni lavori numerici e sperimentali [214] hanno evidenziato che il ruolo della resistenza dovuta all'attrito tende a diventare irrilevante nella valutazione dei valori del moltiplicatore di carico, mentre influenza la pendenza della lesione. Quindi, usando l'approccio cinematico dell'analisi limite per la valutazione dei meccanismi di collasso per ribaltamento, il contributo dell'attrito viene trascurato adottando un modello a macro-blocchi. Lo schema generale di calcolo, riportato nella Fig. 4.34f, identifica i diversi meccanismi mentre i moltiplicatori α_0 sono valutati in accordo con le indicazioni del § 2.2 e [4, 110, 112, 145, 158].

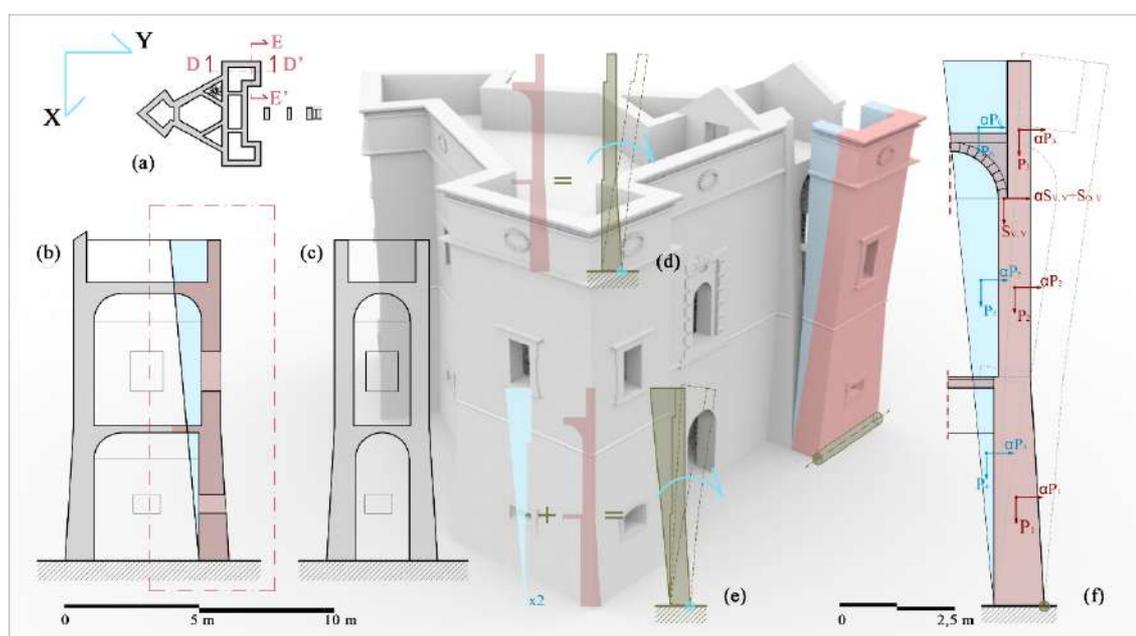


Fig. 4.34: Meccanismi fuori piano analizzati: pianta del piano terra (a) con riferimento alla sezione verticale D-D' (b) ed E-E' (c); configurazione geometrica dei meccanismi SO (d) e VO (e); schema di calcolo (f).

Nella fase successiva, secondo [7], è stata utilizzata l'analisi cinematica non lineare per calcolare la curva di capacità del sistema SDOF e, conseguentemente, i valori di accelerazione spettrale a^* . A partire dalla curva di capacità del sistema MDOF, che traccia i fattori di carico α rispetto agli spostamenti d_K di un punto di controllo per le varie configurazioni cinematiche, l'oscillatore equivalente viene definito dai corrispondenti valori di accelerazione spettrale a^* , rilevati per ciascuno spostamento spettrale d^* .

Nel presente studio le curve hanno una tendenza lineare perché le forze agenti mantengono gli stessi valori nel tempo. In particolare il primo punto della curva di capacità è rappresentato dalle

accelerazioni spettrali di attivazione del meccanismo a_0^* , che viene calcolato per il relativo valore α_0 mediante la seguente relazione:

$$a_0^* = \frac{\alpha_0 g}{e^* FC}$$

già definita all'interno del § 2.2.2, assumendo il medesimo fattore di confidenza delle analisi globali dei sotto paragrafi precedenti e pari a $FC=1.35$ per un LC1. I parametri che descrivono il sistema SDOF sono riportati nella Tab. 4.14.

Tab. 4.14: Parametri dell'oscillatore equivalente definiti con l'analisi cinematica KA.

MLC	Parametri sistema SDOF				
	M^* [kg]	e^*	α_0^* [m/s ²]	a^*/a [m/s ²]	d^*/d_k [m]
SO	37984	0.71	0.89	10.26	0.60
VO	49992	0.74	1.09	9.85	0.64

Innanzitutto è evidente come il moltiplicatore di carico sia sensibile alla presenza delle pareti laterali che aumentano significativamente il livello di sicurezza del meccanismo attraverso il loro contributo. Dunque si assiste ad un aumento dell'accelerazione spettrale nel passaggio da un meccanismo all'altro. Il confronto dei valori di accelerazione spettrale ottenuti per tutte le tipologie di analisi è riportato in Tab. 4.15. Nelle analisi numeriche, i valori riguardanti il nodo C2 sono presi in considerazione lungo la direzione di carico +Y nella PA e la direzione Y all'interno della RHA. Nel caso della KA, le accelerazioni spettrali vengono calcolate sulla configurazione corrispondente allo spostamento finale del sistema equivalente SDOF.

Tab. 4.15: Valori di accelerazione spettrale ottenuti con i diversi approcci.

Analisi Pushover +Y: a_{PA}^* [m/s ²]	Response History Analysis Y: a_{RHA}^* [m/s ²]		Analisi cinematica: a_{KA}^* [m/s ²]	
	Valori positivi	Valori negativi	MLC SO	MLC VO
BCP: C2 2.59	2.90	2.75	0.89	1.10

Come evidenziato dai risultati riportati, la risposta sismica ottenuta attraverso i due approcci numerici è comparabile. La RHA fornisce accelerazioni spettrali più elevate rispetto alla PA, ma i valori sono abbastanza paragonabili in termini di grandezza. Ciò conferma la difficoltà nella modellazione numerica di strutture molto complesse, soprattutto nel caso di analisi dinamiche non lineari che rappresentano, comunque, il miglior strumento di indagine. Per quanto riguarda

l'approccio analitico, vi è una discrepanza con i risultati dell'indagine numerica. I valori più bassi ottenuti per la KA sono principalmente dovuti alla non raffinatezza del metodo semplificato che risulta essere più conservativo in quanto le accelerazioni ottenute sono calcolate su un singolo meccanismo di collasso. Al contrario il calcolo numerico coinvolge l'intera struttura ed i valori a^* sono valutati come rapporto tra tagliante alla base e massa partecipante. Tuttavia l'analisi cinematica KA rimane uno strumento rapido per l'analisi sismica delle pareti in muratura. Ancora oggi la progettazione di interventi localizzati, come l'inserimento di tiranti per il raggiungimento del comportamento scatolare, avviene attraverso approcci semplificati.

Conclusioni

La presente trattazione ha riguardato i meccanismi fuori piano che possono influenzare il caso studio, vale a dire il Castello di San Fili a Stignano. Sono state eseguite diverse analisi numeriche e presentate alcune investigazioni analitiche semplificate al fine di validare i risultati numerici, inclusa la precedente acquisizione dei dati geometrici mediante l'uso della fotogrammetria digitale. Inizialmente sono state condotte diverse analisi di sensitività al fine di: (i) definire il passo corretto della *mesh* capace di ridurre l'onere computazionale a fronte di un comportamento sismico coerente, (ii) settare le molle elastiche impiegate al posto di alcuni elementi strutturali secondari e (iii) valutare le possibili variazioni in termini di frequenze naturali tra le due configurazioni geometriche. Successivamente è stata eseguita un'analisi statica non lineare con lo scopo di evidenziare la vulnerabilità sismica del caso studio. A causa della forma triangolare della base dell'edificio, è stato utilizzato un approccio a punti di controllo multipli e sviluppata una rappresentazione degli spostamenti più divulgativa attraverso le sfere di danneggiamento le quali permettono di osservare dove sono concentrati i meccanismi di collasso fuori piano. Questi meccanismi – riconosciuti e codificati – si verificano in corrispondenza dei tre vertici del volume prismatico dell'edificio dove sono, appunto, posizionati i nodi di controllo BCPs C1, C2 e C3. Per motivare la selezione dei punti di controllo, è stato proposto un confronto dei valori di accelerazione spettrale ottenuti per i diversi approcci, tra cui l'analisi dinamica non lineare e l'analisi limite – attraverso il suo teorema cinematico – eseguite su un meccanismo locale significativo.

I risultati ottenuti hanno dimostrato che la procedura proposta (Fig. 4.19) è in grado di indagare il comportamento fuori piano dei pannelli in muratura, mentre potrebbe non essere appropriato per la comprensione delle crisi nel piano in quanto, queste ultime, fanno riferimento alla resistenza a compressione del materiale. In effetti, il danno in compressione d_c nel modello costitutivo CDP

viene trascurato perché questo studio mira ad approfondire l'influenza dei meccanismi di collasso fuori piano sulla capacità sismica globale. Inoltre, studi futuri potrebbero migliorare – e superare – le altre limitazioni riguardanti:

- l'uso della tecnica *Laser Scanner* Terrestre 3D nel campo del rilievo architettonico;
- la conoscenza delle proprietà meccaniche della muratura mediante *test* sperimentali *in situ*;
- il tener in considerazione la resistenza all'attrito nelle KAs;
- la valutazione del comportamento sismico nella PA utilizzando diversi profili di carico;
- la progettazione di interventi di consolidamento basati su materiali compositi o tecniche tradizionali [215, 216], sottolineando i diversi benefici derivanti da questi rinforzi;
- l'implementazione di adeguati sistemi di monitoraggio strutturale – *Structural Health Monitoring* (SHM) – in grado di fornire informazioni sull'integrità strutturale dell'edificio.

Infine, le simulazioni dinamiche hanno permesso di raffigurare, in maniera più chiara, la capacità sismica del Castello di San Fili. I risultati, sia in termini sia di danno che di resistenza sismica, sono abbastanza in accordo con quelli forniti dall'analisi *pushover*. È interessante notare che gli approcci cinematici portano a valori di accelerazione spettrale più bassi. Tuttavia, queste indagini semplificate potrebbero essere utili per migliorare le condizioni di connessione tra i macro-elementi utilizzando tecniche di rinforzo tradizionali come i tiranti metallici.

NOTE CONCLUSIVE

Questa ricerca si occupa dell'analisi strutturale di edifici storici in muratura sotto azioni sismiche, con un accenno alla statica di alcuni elementi costruttivi (le volte).

L'obiettivo primario della ricerca è quello di fornire una gamma completa di metodologie numeriche operative e avanzate per la valutazione della vulnerabilità sismica di strutture esistenti in muratura aventi interesse storico-culturale. Lo stato dell'arte ha sottolineato che le **strategie di modellazione** e i **metodi di analisi** esistenti sono influenzati da alcune limitazioni e da diversi livelli di accuratezza. Attraverso l'analisi di casi studio reali è stato possibile applicare le principali strategie di modellazione e metodologie di indagine (riassumibili nella Tab. C.1) per prevedere – con la giusta attenzione – le capacità di carico delle strutture storiche in muratura.

Tab. C. 1. L'analisi e la modellazione delle strutture in muratura.

STRATEGIE DI MODELLAZIONE	METODI DI ANALISI
Analisi limite	
Modellazioni semplificate	
<ul style="list-style-type: none"> • Metodo POR • Modello a telaio equivalente • Curva delle pressioni • Analisi membranale 	<p>Analisi delle frequenze naturali</p> <p>Analisi statica non lineare</p>
Modellazione FEM	Analisi dinamica non lineare
Modellazione DEM	
Modelli di vulnerabilità a scala territoriale	

Vale la pena notare che l'analisi limite e i modelli di vulnerabilità a scala territoriale vengono considerati sia delle strategie di modellazione che delle metodologie di analisi per le ragioni esposte nel capitolo 1 di questa tesi di dottorato. Brevemente, per strategia di modellazione si intende il modello di calcolo che si vuole impiegare per approcciarsi allo studio della struttura, mentre il metodo di analisi stabilisce il procedimento attraverso il quale ottenere una soluzione del problema.

Con particolare riferimento a costruzioni *non-standard* – consistenti in palazzi storici, castelli a pianta irregolare, volte di varia natura, ruderi di chiese – questo lavoro di tesi si propone di fornire una panoramica di tutti i modelli numerici utilizzabili per l'analisi di vulnerabilità di strutture ad alta complessità e tipologicamente molto diverse l'una dall'altra.

Sono stati analizzati diversi tipi di edifici storici in muratura, ognuno con la tipologia di analisi che meglio si adattava alle specificità della costruzione. Per essi, viene innanzitutto proposta una classificazione per macro-categorie che tiene in considerazione la natura propria dell’edificio e le caratteristiche geometrico-morfologiche intrinseche da cui dipende il comportamento strutturale sotto azione sismica. Tale classificazione viene illustrata in Tab. C.2. In particolare, per “**emergenza architettonica**” si intendono quegli edifici – ad esclusione delle chiese – con un forte carattere di riconoscibilità in quanto non riconducibili né a semplici **edifici ordinari** – i quali costituiscono la maggior parte del tessuto storico urbano – né a residenze signorili – indicate con il termine “**palazzo nobile**”. Tale classificazione, se pur non perfettamente coincidente con quella di Quaroni ne “La Torre di Babele” [217], è funzionale alla trattazione proposta. Nella Tab. C.2, i caratteri discriminanti nella catalogazione sono la **complessità e regolarità della forma** della costruzione e la **tipologia di orizzontamento**, entrambi fortemente legati allo sviluppo del comportamento scatolare in concomitanza dell’eccitazione sismica tanto agognato nelle costruzioni in muratura.

Tab. C. 2. Macro-categorie di strutture storiche in muratura non rinforzata e prive di interventi di consolidamento.

EDIFICI STORICI				
EMERGENZE ARCHITETTONICHE		PALAZZI NOBILIARI	EDIFICI ORDINARI	
Convenzionali	Non-convenzionali	Di forma regolare	Di forma irregolare	Complessi sia in pianta che in altezza
Con orizzontamenti in muratura voltati		Con solai piani non rigidi nel piano		Solai con comportamento a diaframma

Alla luce dei risultati ottenuti – e discussi all’interno dei diversi capitoli della tesi – e della complessità del metodo utilizzato, è possibile effettuare un confronto finale tra i diversi metodi riassumibile nelle Tab. C.3-5. In questa tabella vengono illustrati i diversi approcci numerici/semi-analitici utilizzati nello studio delle 3 tipologie di edifici storici analizzati – ad esclusione delle chiese per le quali si rimanda allo studio di Cundari *et al.* [88] – evidenziando la maggiore – o minore – adeguatezza offerta da ciascun approccio. In particolare, le stelline indicano il **livello atteso nell’affidabilità della valutazione** (da una a cinque stelle). Tuttavia, a livelli di affidabilità più alti spesso corrispondono difficoltà più elevate nel raggiungimento dei risultati e nell’applicabilità del metodo. Inoltre, le celle evidenziate in grigio rappresentano i metodi di analisi suggeriti per la particolare tipologia di edificio a cui esse fanno riferimento, frutto delle investigazioni condotte sui casi studi presi in esame.

Tab. C. 3. Livello di valutazione ottenibile con i diversi metodi di analisi rispetto al livello di complessità del caso studio da indagare: emergenze architettoniche.

Tipologia edificio storico		EMERGENZE ARCHITETTONICHE			
		CONVENZIONALI		NON COVENZIONALI	
Tipologia orizzontamento		Volte	Legno	Volte	Legno
METODO DI ANALISI	Analisi limite	***	*	***	*
	Analisi delle frequenze naturali	**	**	**	**
	Analisi statica non lineare	****	****	*	***
	Analisi dinamica non lineare	*****	*****	*****	*****
	Modelli di vulnerabilità a scala territoriale				

Tab. C. 4. Livello di valutazione ottenibile con i diversi metodi di analisi rispetto al livello di complessità del caso studio da indagare: palazzi nobiliari.

Tipologia edificio storico		PALAZZI NOBILIARI					
		REGOLARI			NON REGOLARI		
Tipologia orizzontamento		Volte	Legno	Rigido	Volte	Legno	Rigido
METODO DI ANALISI	Analisi limite	***	*		***	*	
	Analisi delle frequenze naturali	**	**	**	**	**	**
	Analisi statica non lineare	****	****	****	***	***	***
	Analisi dinamica non lineare	*****	*****	*****	*****	*****	*****
	Modelli di vulnerabilità a scala territoriale	**	**	**	**	**	**

Tab. C. 5. Livello di valutazione ottenibile con i diversi metodi di analisi rispetto al livello di complessità del caso studio da indagare: edifici ordinari.

Tipologia edificio storico		EDIFICI ORDINARI					
		REGOLARI			NON REGOLARI		
Tipologia orizzontamento		Volte	Legno	Rigido	Volte	Legno	Rigido
METODO DI ANALISI	Analisi limite	***	*		***	*	
	Analisi delle frequenze naturali	**	**	**	**	**	**
	Analisi statica non lineare	****	*****	*****	***	****	****
	Analisi dinamica non lineare	*****	*****	*****	*****	*****	*****
	Modelli di vulnerabilità a scala territoriale	****	****	****	****	****	****

Come si evince dalle tabelle – e come già discusso nella tesi – metodologie di analisi meno raffinate consentono spesso analisi più speditive a dispetto di risultati meno accurati. I risultati migliori possono essere ottenuti con analisi non lineari dinamiche – di difficile implementazione – sebbene le metodologie statiche non lineari (*pushover*) possano essere efficacemente impiegate per lo studio di quell’edilizia in cui è chiara la distinzione tra pareti ed orizzontamenti. I modelli di vulnerabilità a scala territoriale trovano, invece, utile impiego in quei contesti in cui a fronte di un *budget* ridotto si richiedono analisi speditive – preliminari ai successivi approfondimenti strutturali – su un gran numero di costruzioni al fine di individuare le unità più vulnerabili che meritano di essere attenzione per prime.

Specificatamente per i casi studio esaminati, è possibile affermare quanto segue:

- se da un lato l’analisi statica non lineare rappresenta un valido strumento per l’indagine delle costruzioni in muratura, dall’altro le analisi dinamiche non lineari consentono una valutazione più accurata, soprattutto per quelle costruzioni in cui i caratteri di regolarità in pianta e in altezza vengono meno;
- per questo tipo di costruzioni possono essere utili le metodologie *pushover* basate su più punti di controllo presi in corrispondenza delle zone più vulnerabili della costruzione, ovvero quelle soggette all’insorgenza di meccanismi di collasso fuori piano. Al riguardo è stata formulata una procedura numerico-geometrica accoppiata consistente nelle sfere di danneggiamento localizzate nei punti a maggiore vulnerabilità per la struttura, non individuati a priori, ma a seguito delle simulazioni numeriche;
- sebbene la complessità delle costruzioni in muratura richieda metodologie di indagine altrettanto avanzate, gli approcci semplificati, basati sulle trattazioni analitiche a livello locale, rimangono degli strumenti validi per la progettazione dei rinforzi tradizionali, ma realizzabili con materiali e tecniche innovativi.

In conclusione, è possibile affermare come queste tabelle – calibrate in funzione dei casi studio reali esaminati – mirano a fornire al progettista una chiara panoramica dell’approccio più conveniente (in termini di accuratezza e complessità di utilizzo) da utilizzare in un particolare caso studio. La tesi, infatti, ha lo scopo di confrontare i diversi approcci e fornire strumenti semplici per verificare i risultati di analisi più complesse verso una valutazione affidabile della capacità sismica di un manufatto storico. La rilevanza dei risultati ottenuti è legata al possibile sviluppo di linee guida operative ad uso del progettista impegnato nella determinazione quantitativa della vulnerabilità del patrimonio culturale in muratura.

BIBLIOGRAFIA

1. Marche, R., *Repertorio dei meccanismi di danno, delle tecniche di intervento e dei relativi costi negli edifici in muratura*, in Ed. ITC CNR L'Aquila. 1997.
2. Lonetti, P. and R. Maletta, *Dynamic impact analysis of masonry buildings subjected to flood actions*. Engineering Structures, 2018. **167**: p. 445-458.
3. Olivito, R.S., S. Porzio, C. Scuro, and R. Codispoti, *Evaluations on the seismic vulnerability of masonry churches: A case study in Amantea (Cosenza - Italy)*. AIP Conference Proceedings, 2018. **2040**.
4. Olivito, R.S., S. Porzio, and A. Tedesco, *An Interdisciplinary Approach for the Seismic Vulnerability Assessment of Historic Masonry Buildings: The Case Study of the Ex Jesuits College in Amantea (Italy)*, in RILEM Bookseries. 2019. p. 1247-1256.
5. Roca, P., M. Cervera, G. Gariup, and L. Pela, *Structural analysis of masonry historical constructions. Classical and advanced approaches*. Archives of Computational Methods in Engineering, 2010. **17**(3): p. 299-325.
6. Circolare, N.M.d.I.e.d.T., *Circolare 2 febbraio 2009, n. 617 Istruzioni per l'applicazione delle «Nuove norme tecniche per le costruzioni»*. 2009.
7. NTC, N.T.p.I.C., *Aggiornamento delle Norme tecniche per le costruzioni*. 2018, decreto 17-1-2018, Gazzetta Ufficiale 42, 20-02-2018, Ordinary Suppl.
8. Fortunato, G., M.F. Funari, and P. Lonetti, *Survey and seismic vulnerability assessment of the Baptistery of San Giovanni in Tumba (Italy)*. Journal of Cultural Heritage, 2017. **26**: p. 64-78.
9. Rondelet, J., *Traité théorique et pratique de l'art de bâtir*. Vol. 1. 1867: Firmin Didot.
10. Castiglione, F. and B. Canonaco, *Verso una definizione di un indice di vulnerabilità "complessiva" dei nuclei consolidati: aspetti metodologici e di conoscenza*. ReUSO 2018: L'intreccio dei saperi per rispettare il passato interpretare il presente salvaguardare il futuro, 2019: p. 267.
11. Pantò, B., F. Cannizzaro, S. Caddemi, and I. Calì, *3D macro-element modelling approach for seismic assessment of historical masonry churches*. Advances in Engineering Software, 2016. **97**: p. 40-59.
12. Castellazzi, G., A.M. D'Altri, S. de Miranda, and F. Ubertini, *An innovative numerical modeling strategy for the structural analysis of historical monumental buildings*. Engineering Structures, 2017. **132**: p. 229-248.
13. Castellazzi, G., A. D'Altri, G. Bitelli, I. Selvaggi, et al., *From laser scanning to finite element analysis of complex buildings by using a semi-automatic procedure*. Sensors, 2015. **15**(8): p. 18360-18380.
14. Chellini, G., L. Nardini, B. Pucci, W. Salvatore, et al., *Evaluation of seismic vulnerability of Santa Maria del Mar in Barcelona by an integrated approach based on terrestrial laser scanner and finite element modeling*. International Journal of Architectural Heritage, 2014. **8**(6): p. 795-819.
15. Clementi, F., V. Gazzani, M. Poiani, P. Antonio Mezzapelle, et al., *Seismic Assessment of a Monumental Building through Nonlinear Analyses of a 3D Solid Model*. Journal of Earthquake Engineering, 2018. **22**(sup1): p. 35-61.
16. D'Altri, A.M., G. Milani, S. de Miranda, G. Castellazzi, et al., *Stability analysis of leaning historic masonry structures*. Automation in Construction, 2018. **92**: p. 199-213.
17. Korumaz, M., M. Betti, A. Conti, G. Tucci, et al., *An integrated Terrestrial Laser Scanner (TLS), Deviation Analysis (DA) and Finite Element (FE) approach for health assessment of historical structures. A minaret case study*. Engineering Structures, 2017. **153**: p. 224-238.

Bibliografia

18. Chiozzi, A., M. Malagù, A. Tralli, and A. Cazzani, *ArchNURBS: NURBS-based tool for the structural safety assessment of masonry arches in MATLAB*. Journal of Computing in Civil Engineering, 2015. **30**(2): p. 04015010.
19. Chiozzi, A., G. Milani, and A. Tralli, *A Genetic Algorithm NURBS-based new approach for fast kinematic limit analysis of masonry vaults*. Computers & Structures, 2017. **182**: p. 187-204.
20. La Hire, P.d., *Sur la construction des voûtes dans les édifices*. Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, Paris (1731), 1712: p. 69-77.
21. Poleni, G. and J. Poleni, *Memorie storiche della gran cupola del tempio Vaticano e de'danni di essa e detristoramenti loro, divisi in libri 5*. 1748: Nella Stamperia del seminario.
22. Coulomb, C., *Essai sur une application des regles des maximis et minimis a quelque problems de statique relatifs a l'architectm'e*. Memoires d'Academie Roy. Pres. Diverssavants, 1773. **7**.
23. Heyman, J., *The stone skeleton*. International Journal of solids and structures, 1966. **2**(2): p. 249-279.
24. Heyman, J., *The Mansonry Arch*. 1982.
25. Heyman, J., *The stone skeleton: structural engineering of masonry architecture*. 1997: Cambridge University Press.
26. Giuffrè, A., *Sicurezza e conservazione dei centri storici*. Il caso Ortigia, 1993: p. 279.
27. Giuffrè, A. and C. Carocci, *Statica e dinamica delle costruzioni murarie storiche*. Atti del Convegno internazionale CNR "Le pietre da costruzione: il tufo calcareo e la pietra leccese". Mario Adda Editore, Bari, 1993: p. 539-598.
28. Angelillo, M., *Mechanics of masonry structures*. 2014: Springer.
29. Huerta Fernández, S., *Mechanics of masonry vaults: The equilibrium approach*. 2001.
30. Huerta, S., *The mechanics of timbrel vaults: a historical outline*, in *Essays on the History of Mechanics*. 2003, Springer. p. 89-134.
31. De Luca, A., R. de Lucia, R. Santaniello, E. Mele, et al., *Horizontal Capacity of Masonry Portal Frames Trough Limit Analysis*, in *Wondermasonry*. 2009, Polistampa. p. 1000-1012.
32. De Luca, A., A. Giordano, and E. Mele, *A simplified procedure for assessing the seismic capacity of masonry arches*. Engineering Structures, 2004. **26**(13): p. 1915-1929.
33. Giordano, A., A. De Luca, E. Mele, and A. Romano, *A simple formula for predicting the horizontal capacity of masonry portal frames*. Engineering structures, 2007. **29**(9): p. 2109-2123.
34. Brandonisio, G., E. Mele, and A. De Luca, *Closed form solution for predicting the horizontal capacity of masonry portal frames through limit analysis and comparison with experimental test results*. Engineering Failure Analysis, 2015. **55**: p. 246-270.
35. Marmo, F. and L. Rosati, *Reformulation and extension of the thrust network analysis*. Computers & Structures, 2017. **182**: p. 104-118.
36. Brandonisio, G., A. Mazziotti, G. Lucibello, E. Mele, et al. *Pushover analysis of masonry buildings: comparison of different modelling through four case studies*. in *Proc. of 9th international masonry conference*. 2014.
37. Brandonisio, G., E. Mele, A. Luca, and G. Montuori, *Multi-storey masonry buildings: evaluation of effectiveness of mechanical strengthening*. Wiadomości Konserwatorskie, 2013.
38. Bucchi, A., A. Aprile, and A.M. Tralli. *Analisi pushover di costruzioni in muratura con codici di calcolo commerciali: problematiche a confronto*. in *ANIDIS 2009*. 2009. ANIDIS 2009.

39. Lourenco, P.B., G. Milani, A. Tralli, and A. Zucchini, *Analysis of masonry structures: review of and recent trends in homogenization techniques*. Canadian Journal of Civil Engineering, 2007. **34**(11): p. 1443-1457.
40. Orduña, A. and P.B. Lourenço, *Limit analysis as a tool for the simplified assessment of ancient masonry structures*. Historical Constructions, Guimarães: University of Minho, 2001: p. 511-520.
41. Tomaževič, M., *Improvement of computer program POR*. Report ZRMK-IK, Ljubljana (in Slovene), 1978.
42. Fusier, F. and A. Vignoli, *Proposta di un metodo di calcolo per edifici in muratura sottoposti ad azioni orizzontali*. Ingegneria sismica, 1993. **10**(1): p. 10-24.
43. Kappos, A.J., G.G. Penelis, and C.G. Drakopoulos, *Evaluation of simplified models for lateral load analysis of unreinforced masonry buildings*. Journal of structural Engineering, 2002. **128**(7): p. 890-897.
44. Magenes, G. and A. Fontana. *Simplified non-linear seismic analysis of masonry buildings*. in *Proc. Br. Masonry Soc. No. 8*. 1998.
45. Magenes, G. *A method for pushover analysis in seismic assessment of masonry buildings*. in *Proceedings of the 12th world conference on earthquake engineering*. 2000.
46. Bolognini, D., C. Braggio, G. Magenes, and G.n.p.l.d.d. terremoti, *Metodi semplificati per l'analisi sismica non lineare di edifici in muratura*. 2000: CNR-Gruppo nazionale per la difesa dai terremoti.
47. Magenes, G., *Appunti del corso "Costruzioni in zona sismica"*, U.d. Pisa, Editor. 2012.
48. Galasco, A., S. Lagomarsino, and A. Penna. *Analisi sismica non lineare a macroelementi di edifici in muratura*. in *Atti del "X Congresso Nazionale L'ingegneria Sismica in Italia"*, Potenza-Matera. 2001.
49. Gambarotta, L. and S. Lagomarsino. *On dynamic response of masonry panels*. in *Proc. of the National Conference "Masonry Mechanics Between Theory and Practice*. 1996.
50. Brencich, A. and S. Lagomarsino. *Un modello a macroelementi per l'analisi ciclica di pareti murarie*. in *Atti di ANIDIS'97-VIII Congresso Nazionale dell'Associazione Nazionale Italiana di Ingegneria Sismica, Taormina*. 1997.
51. Brencich, A. and S. Lagomarsino, *A macroelement dynamic model for masonry shear walls*. Computer methods in structural masonry, 1998. **4**: p. 67-75.
52. Galasco, A., S. Lagomarsino, A. Penna, and S. Resemini. *Non-linear seismic analysis of masonry structures*. in *Proc. 13th WCEE*. 2004.
53. Penna, A., *A macro-element procedure for the non-linear dynamic analysis of masonry buildings*. Ph.D. Dissertation, Politécnico di Milano, Milan, Italy, 2002.
54. No, O., 3274/2003, "Primi Elementi in Materia di Criteri Generali per la Classificazione Sismica del Territorio Nazionale e di Normative Tecniche per le Costruzioni in Zona Sismica," Ordinanza del Presidente del Consiglio dei Ministri, Rome, Italy, 2003.
55. Ministri, P.d.C.d., *Ordinanza n. 3431*. Ulteriori modifiche e integrazioni all'ordinanza, 2005(3274).
56. NTC, M.d.I.e.d.T., *DM 14/01/2008 Norme tecniche per le costruzioni*. Suppl. Ordinario Gazzetta ufficiale n, 2008. **29**.
57. Lourenço, P.B., *Computations on historic masonry structures*. Progress in Structural Engineering and Materials, 2002. **4**(3): p. 301-319.
58. Calì, I., M. Marletta, and B. Pantò, *A new discrete element model for the evaluation of the seismic behaviour of unreinforced masonry buildings*. Engineering Structures, 2012. **40**: p. 327-338.
59. Olivito, R.S., *Statica e stabilità delle costruzioni murarie*. 2003: Pitagora.
60. Belluzzi, O., *Scienza delle Costruzioni III*. Zanichelli Bologna, 1977.

61. Berto, L., A. Saetta, R. Scotta, and R. Vitaliani, *An orthotropic damage model for masonry structures*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2002. **55**(2): p. 127-157.
62. Bruggi, M. and A. Taliercio, *Analysis of no-tension structures under monotonic loading through an energy-based method*. Computers & Structures, 2015. **159**: p. 14-25.
63. Cuomo, M. and G. Ventura, *A complementary energy formulation of no tension masonry-like solids*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2000. **189**(1): p. 313-339.
64. Degli Abbati, S., A.M. D'Altri, D. Ottonelli, G. Castellazzi, et al., *Seismic assessment of interacting structural units in complex historic masonry constructions by nonlinear static analyses*. Computers & Structures, 2019. **213**: p. 51-71.
65. Lopez, J., S. Oller, E. Oñate, and J. Lubliner, *A homogeneous constitutive model for masonry*. International journal for numerical methods in engineering, 1999. **46**(10): p. 1651-1671.
66. Lourenço, P.B., J.G. Rots, and J. Blaauwendraad, *Continuum model for masonry: parameter estimation and validation*. Journal of structural engineering, 1998. **124**(6): p. 642-652.
67. Pelà, L., M. Cervera, and P. Roca, *An orthotropic damage model for the analysis of masonry structures*. Construction and Building Materials, 2013. **41**: p. 957-967.
68. Bertolesi, E., G. Milani, and S. Casolo, *Homogenization towards a mechanistic Rigid Body and Spring Model (HRBSM) for the non-linear dynamic analysis of 3D masonry structures*. Meccanica, 2018. **53**(7): p. 1819-1855.
69. Brasile, S., R. Casciaro, and G. Formica, *Multilevel approach for brick masonry walls–Part I: A numerical strategy for the nonlinear analysis*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2007. **196**(49-52): p. 4934-4951.
70. Brasile, S., R. Casciaro, and G. Formica, *Multilevel approach for brick masonry walls–Part II: On the use of equivalent continua*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2007. **196**(49-52): p. 4801-4810.
71. Milani, G., P. Lourenço, and A. Tralli, *3D homogenized limit analysis of masonry buildings under horizontal loads*. Engineering Structures, 2007. **29**(11): p. 3134-3148.
72. Milani, G., F. Zuccarello, R. Olivito, and A. Tralli, *Heterogeneous upper-bound finite element limit analysis of masonry walls out-of-plane loaded*. Computational Mechanics, 2007. **40**(6): p. 911-931.
73. Zucchini, A. and P.B. Lourenço, *A micro-mechanical homogenisation model for masonry: Application to shear walls*. International Journal of Solids and Structures, 2009. **46**(3-4): p. 871-886.
74. Ascione, L., V. Berardi, L. Feo, F. Fraternali, et al., *A micro-macro homogenization for modeling the masonry out-of-plane response*.
75. Leonetti, L., F. Greco, P. Trovalusci, R. Luciano, et al., *A multiscale damage analysis of periodic composites using a couple-stress/Cauchy multidomain model: Application to masonry structures*. Composites Part B: Engineering, 2018. **141**: p. 50-59.
76. Marfia, S. and E. Sacco, *Multiscale damage contact-friction model for periodic masonry walls*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2012. **205**: p. 189-203.
77. Massart, T., R. Peerlings, and M. Geers, *An enhanced multi-scale approach for masonry wall computations with localization of damage*. International journal for numerical methods in engineering, 2007. **69**(5): p. 1022-1059.
78. Ghiassi, B. and G. Milani, *Numerical Modeling of Masonry and Historical Structures: From Theory to Application*. 2019, Elsevier.
79. Pegon, P. and A. Anthoine, *Numerical strategies for solving continuum damage problems with softening: application to the homogenization of masonry*. Computers & structures, 1997. **64**(1-4): p. 623-642.

80. Angelillo, M. and V.P. Berardi, *Advanced computational modelling of masonry structures*.
81. Berardi, V., M. De Piano, G. Teodosio, R. Penna, et al. *Advanced numerical models for the analysis of unreinforced and strengthened masonry vaults*. in *COMPADYN 2017- Proceedings of the 6th International Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering*. 2017.
82. Berardi, V.P. and M. De Piano, *On the statics of curved masonry structures via numerical models*. *PSU Research Review*, 2018. **2**(2): p. 181-188.
83. De Piano, M., M. Modano, G. Benzoni, V.P. Berardi, et al., *A numerical approach to the mechanical modeling of masonry vaults under seismic loading*. *Ingegneria Sismica*, 2017. **34**(4): p. 104-120.
84. Almac, U., K. Schweizerhof, G. Blankenhorn, C. Duppel, et al. *Structural behaviour of Hagia Sophia under dynamic loads*. in *Vienna congress on recent advances in earthquake engineering and structural dynamics, Vienna, Austria*. 2013.
85. Roca, P., M. Cervera, L. Pelà, R. Clemente, et al., *Continuum FE models for the analysis of Mallorca Cathedral*. *Engineering Structures*, 2013. **46**: p. 653-670.
86. Valente, M. and G. Milani, *Damage assessment and collapse investigation of three historical masonry palaces under seismic actions*. *Engineering Failure Analysis*, 2019. **98**: p. 10-37.
87. Dall'Asta, A., G. Leoni, A. Meschini, E. Petrucci, et al., *Integrated approach for seismic vulnerability analysis of historic massive defensive structures*. *Journal of Cultural Heritage*, 2018.
88. Cundari, G.A., G. Milani, and G. Failla, *Seismic vulnerability evaluation of historical masonry churches: Proposal for a general and comprehensive numerical approach to cross-check results*. *Engineering Failure Analysis*, 2017. **82**: p. 208-228.
89. Formisano, A., G. Vaiano, F. Fabbrocino, and G. Milani, *Seismic vulnerability of Italian masonry churches: The case of the Nativity of Blessed Virgin Mary in Stellata of Bondeno*. *Journal of Building Engineering*, 2018. **20**: p. 179-200.
90. Brandonisio, G., G. Lucibello, E. Mele, and A. De Luca, *Damage and performance evaluation of masonry churches in the 2009 L'Aquila earthquake*. *Engineering Failure Analysis*, 2013. **34**: p. 693-714.
91. Gattulli, V., E. Antonacci, and F. Vestroni, *Field observations and failure analysis of the Basilica S. Maria di Collemaggio after the 2009 L'Aquila earthquake*. *Engineering Failure Analysis*, 2013. **34**: p. 715-734.
92. Milani, G. and M. Valente, *Comparative pushover and limit analyses on seven masonry churches damaged by the 2012 Emilia-Romagna (Italy) seismic events: Possibilities of non-linear finite elements compared with pre-assigned failure mechanisms*. *Engineering Failure Analysis*, 2015. **47**: p. 129-161.
93. Milani, G. and M. Valente, *Failure analysis of seven masonry churches severely damaged during the 2012 Emilia-Romagna (Italy) earthquake: Non-linear dynamic analyses vs conventional static approaches*. *Engineering Failure Analysis*, 2015. **54**: p. 13-56.
94. Del Piero, G., *Constitutive equation and compatibility of the external loads for linear elastic masonry-like materials*. *Meccanica*, 1989. **24**(3): p. 150-162.
95. Alfano, G., L. Rosati, and N. Valoroso, *A numerical strategy for finite element analysis of no-tension materials*. *International journal for numerical methods in engineering*, 2000. **48**(3): p. 317-350.
96. Angelillo, M., *A finite element approach to the study of no-tension structures*. *Finite elements in analysis and design*, 1994. **17**(1): p. 57-73.
97. Bruggi, M., *Finite element analysis of no-tension structures as a topology optimization problem*. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2014. **50**(6): p. 957-973.

Bibliografia

98. Lucchesi, M., C. Padovani, and G. Pasquinelli, *Thermodynamics of no-tension materials*. International journal of solids and structures, 2000. **37**(45): p. 6581-6604.
99. Maier, G. and A. Nappi, *A theory of no-tension discretized structural systems*. Engineering structures, 1990. **12**(4): p. 227-234.
100. Briccola, D., M. Bruggi, and A. Taliercio, *Analysis of 3D no-tension masonry-like walls*. Journal of Mechanics of Materials and Structures, 2019. **13**(5): p. 631-646.
101. Hillerborg, A., M. Mod er, and P.-E. Petersson, *Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements*. Cement and concrete research, 1976. **6**(6): p. 773-781.
102. Rots, J.G. and R. De Borst, *Analysis of mixed-mode fracture in concrete*. Journal of Engineering Mechanics, 1987. **113**(11): p. 1739-1758.
103. L oland, K., *Continuous damage model for load-response estimation of concrete*. Cement and Concrete Research, 1980. **10**(3): p. 395-402.
104. Dragon, A. and Z. Mroz, *A continuum model for plastic-brittle behaviour of rock and concrete*. International Journal of Engineering Science, 1979. **17**(2): p. 121-137.
105. Lee, J. and G.L. Fenves, *Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures*. Journal of engineering mechanics, 1998. **124**(8): p. 892-900.
106. Lubliner, J., J. Oliver, S. Oller, and E. O ate, *A plastic-damage model for concrete*. International Journal of Solids and Structures, 1989. **25**(3): p. 299-326.
107. Bartoli, G., M. Betti, and A. Vignoli, *A numerical study on seismic risk assessment of historic masonry towers: a case study in San Gimignano*. Bulletin of Earthquake Engineering, 2016. **14**(6): p. 1475-1518.
108. Castellazzi, G., A.M. D'Altri, S. de Miranda, A. Chiozzi, et al., *Numerical insights on the seismic behavior of a non-isolated historical masonry tower*. Bulletin of Earthquake Engineering, 2018. **16**(2): p. 933-961.
109. Valente, M. and G. Milani, *Seismic assessment of historical masonry towers by means of simplified approaches and standard FEM*. Construction and Building Materials, 2016. **108**: p. 74-104.
110. Betti, M. and A. Vignoli, *Numerical assessment of the static and seismic behaviour of the basilica of Santa Maria all'Impruneta (Italy)*. Construction and Building Materials, 2011. **25**(12): p. 4308-4324.
111. Elyamani, A., P. Roca, O. Caselles, and J. Clapes, *Seismic safety assessment of historical structures using updated numerical models: The case of Mallorca cathedral in Spain*. Engineering failure analysis, 2017. **74**: p. 54-79.
112. Betti, M. and L. Galano, *Seismic analysis of historic masonry buildings: the vicarious palace in Pescia (Italy)*. Buildings, 2012. **2**(2): p. 63-82.
113. Tiberti, S., M. Acito, and G. Milani, *Comprehensive FE numerical insight into Finale Emilia Castle behavior under 2012 Emilia Romagna seismic sequence: Damage causes and seismic vulnerability mitigation hypothesis*. Engineering Structures, 2016. **117**: p. 397-421.
114. Pel , L., A. Aprile, and A. Benedetti, *Seismic assessment of masonry arch bridges*. Engineering Structures, 2009. **31**(8): p. 1777-1788.
115. Zampieri, P., M.A. Zanini, and C. Modena, *Simplified seismic assessment of multi-span masonry arch bridges*. Bulletin of Earthquake Engineering, 2015. **13**(9): p. 2629-2646.
116. Boothby, T.E., H.S. Atamt rkt r, and E. Erdogmus, *Manual for the Assessment of Load-Bearing Unreinforced Masonry Structures*. Department of Architectural Engineering The Pennsylvania State University, 2006.
117. Endo, Y., *Modelling and Structural Analysis of historical masonry systems including vaulted structure*. Ph.D. Dissertation, Universitat Polit cnica de Catalunya, Barcelona, 2015.

118. Cundall, P.A. *A computer model for simulating progressive, large-scale movement in blocky rock system.* in *Proceedings of the International Symposium on Rock Mechanics, 1971.* 1971.
119. Cundall, P.A. and O.D. Strack, *A discrete numerical model for granular assemblies.* *geotechnique*, 1979. **29**(1): p. 47-65.
120. Lemos, J.V., *Discrete element modeling of masonry structures.* *International Journal of Architectural Heritage*, 2007. **1**(2): p. 190-213.
121. Livesley, R.K., *Limit analysis of structures formed from rigid blocks.* *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1978. **12**(12): p. 1853-1871.
122. Gilbert, M. and C. Melbourne, *Rigid-block analysis of masonry structures.* *Structural engineer*, 1994. **72**(21).
123. Melbourne, C. and M. Gilbert, *The behaviour of multiring brickwork arch bridges.* *Structural Engineer*, 1995. **73**(3).
124. Baggio, C. and P. Trovalusci, *Limit analysis for no-tension and frictional three-dimensional discrete systems.* *Journal of Structural Mechanics*, 1998. **26**(3): p. 287-304.
125. Lancioni, G., S. Lenci, Q. Piattoni, and E. Quagliarini, *Dynamics and failure mechanisms of ancient masonry churches subjected to seismic actions by using the NSCD method: The case of the medieval church of S. Maria in Portuno.* *Engineering Structures*, 2013. **56**: p. 1527-1546.
126. Clementi, F., A. Ferrante, E. Giordano, F. Dubois, et al., *Damage assessment of ancient masonry churches stroked by the Central Italy earthquakes of 2016 by the non-smooth contact dynamics method.* *Bulletin of Earthquake Engineering*, 2019.
127. Chetouane, B., F. Dubois, M. Vinches, and C. Bohatier, *NSCD discrete element method for modelling masonry structures.* *International journal for numerical methods in engineering*, 2005. **64**(1): p. 65-94.
128. Moreau, J.J., *Unilateral contact and dry friction in finite freedom dynamics*, in *Nonsmooth mechanics and Applications*. 1988, Springer. p. 1-82.
129. D'Altri, A.M., G. Castellazzi, and S. de Miranda, *Collapse investigation of the Arquata del Tronto medieval fortress after the 2016 Central Italy seismic sequence.* *Journal of Building Engineering*, 2018. **18**: p. 245-251.
130. Rossi, E., F. Grande, M. Faggella, N. Tarque, et al., *Seismic Assessment of the Lima Cathedral Bell Towers via Kinematic and Nonlinear Static Pushover Analyses.* *International Journal of Architectural Heritage*, 2019.
131. Fajfar, P., *Capacity spectrum method based on inelastic demand spectra.* *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 1999. **28**(9): p. 979-993.
132. Reddy, J.N., *An Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis: with applications to heat transfer, fluid mechanics, and solid mechanics.* 2014: OUP Oxford.
133. Valente, M. and G. Milani, *Non-linear dynamic and static analyses on eight historical masonry towers in the North-East of Italy.* *Engineering Structures*, 2016. **114**: p. 241-270.
134. Elmalich, D. and O. Rabinovitch, *Dynamic analysis of walls strengthened with composite materials.* *Composite Structures*, 2012. **94**(7): p. 2157-2173.
135. Funari, M.F., F. Greco, and P. Lonetti, *A moving interface finite element formulation for layered structures.* *Composites Part B: Engineering*, 2016. **96**: p. 325-337.
136. Magliulo, G., G. Maddaloni, and E. Cosenza, *Extension of N2 method to plan irregular buildings considering accidental eccentricity.* *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2012. **43**: p. 69-84.
137. Fajfar, P. and P. Gašperšič, *The N2 method for the seismic damage analysis of RC buildings.* *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1996. **25**(1): p. 31-46.

138. Clementi, F., V. Gazzani, M. Poiani, and S. Lenci, *Assessment of seismic behaviour of heritage masonry buildings using numerical modelling*. Journal of Building Engineering, 2016. **8**: p. 29-47.
139. Kalantari, H., K. Nasserzadeh, and S.A. Arjmandi, *Seismic vulnerability study of Soltaniyeh dome using nonlinear static and dynamic analyses*. International Journal of Advanced Structural Engineering, 2018. **10**(4): p. 367-380.
140. Mazziotti, A., *Structural analysis of historical masonry buildings*. Ph.D. Dissertation, University of Naples Federico II, 2008.
141. Eurocode, C., *8: Design of structures for earthquake resistance-Part 3: Assessment and retrofitting of buildings, EN 1998-3*. European Committee for Standardization: Bruxelles, Belgium, 2005.
142. Clough, R.W. and J. Penzien, *Dynamics of Structures, (revised)*. Computers and Structures, Inc., Berkeley, Calif, 2003.
143. Chopra, A.K., *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*, Prentice Hall. Inc., Upper Saddle River, NJ, 1995.
144. Polese, M., M. Gaetani d'Aragona, and A. Prota, *Simplified approach for building inventory and seismic damage assessment at the territorial scale: An application for a town in southern Italy*. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2019. **121**: p. 405-420.
145. Olivito, R.S. and S. Porzio, *A new multi-control-point pushover methodology for the seismic assessment of historic masonry buildings*. Journal of Building Engineering, 2019. **26**: p. 100926.
146. Pagano, M., *Teoria degli Edifici*. Vol. Edifici in muratura. 1983, Napoli: Liguori Editore.
147. Olivito, R., A. Tedesco, and S. Porzio. *Evaluation of seismic vulnerability by means of pushover analysis. The case study of the former Jesuits College of Amantea (CS)*. in *Proceedings of the VII international conference on diagnosis for the conservation and valorization of cultural heritage, Napoli, Italy*. 2016.
148. Olivito, R.S., Tedesco, A., Porzio, S., *Stresses mapping of compound vaults: analysis and design of structural strengthening*, in *XV International Forum "Le Vie dei Mercanti" - World Heritage and Disasters*, L.s.d.P. srl, Editor. 2017: Napoli-Capri. p. 1226-1235.
149. Olivito, R., A. Tedesco, and S. Porzio. *Static instabilities of masonry walls and vaults: structural analyses and possible interventions of consolidation*. in *Proceedings of the VI international conference on diagnosis for the conservation and valorization of cultural heritage, Napoli, Italy*. 2015.
150. Tomasoni, E., *Le volte in muratura negli edifici storici: tecniche costruttive e comportamento strutturale*. Ph.D. Dissertation, Università degli Studi di Trento, 2008.
151. D'Ayala, D.F. and E. Tomasoni, *Three-dimensional analysis of masonry vaults using limit state analysis with finite friction*. International Journal of Architectural Heritage, 2011. **5**(2): p. 140-171.
152. Mastrodicasa, S., *Dissesti statici delle strutture edilizie: diagnosi, consolidamento, istituzioni teoriche: 369 disegni, 127 fotografie, 21 tabelle*. 1983: Hoepli.
153. Tralli, A., C. Alessandri, and G. Milani, *Computational methods for masonry vaults: a review of recent results*. The Open Civil Engineering Journal, 2014. **8**(1).
154. Ascione, L., V.P. Berardi, and A. D'Aponte, *An experimental and numerical investigation on the viscous behavior of FRP materials*.
155. Fabbrocino, F., I. Farina, V.P. Berardi, A. Ferreira, et al., *On the thrust surface of unreinforced and FRP-/FRCM-reinforced masonry domes*. Composites Part B: Engineering, 2015. **83**: p. 297-305.
156. Antonietta, A.M., L. Ascione, A. Baratta, F. Bastianini, et al., *Istruzioni per la Progettazione, l'Esecuzione ed il Controllo di Interventi di Consolidamento Statico*

- mediante l'utilizzo di Compositi Fibrorinforzati Materiali, strutture di ca e di cap, strutture murarie CNR-DT 200 R1/2013. 2013.
157. Gregorczyk, P. and P.B. Lourenço, *A review on flat-jack testing*. Engenharia Civil, 2000.
 158. Casapulla, C. and L. Argiento, *The comparative role of friction in local out-of-plane mechanisms of masonry buildings. Pushover analysis and experimental investigation*. Engineering Structures, 2016. **126**: p. 158-173.
 159. Degli Abbati, S. and S. Lagomarsino, *Out-of-plane static and dynamic response of masonry panels*. Engineering Structures, 2017. **150**: p. 803-820.
 160. Forestieri, G., A. Tedesco, and M. Ponte, *Characterization of calcarenitic stones in monumental masonry buildings of Cosenza (Italy)*. 2017.
 161. Tedesco, A., C. Gattuso, V. Roviello, and S. Valente. *Study of historical grouts through microscopic analysis SEM/EDX: the case study of the former Jesuit college of Amantea (Cs)*. in *XIV Forum Internazionale di Studi Heritage and Technology. Mind Knowledge Experience-Le vie dei mercanti*. 2016.
 162. Olivito, R. and A. Tedesco, *The former Jesuit College of Amantea (CS). Analysis about the overloading on the masonry*. 2017.
 163. Olivito, R., C. Scuro, and R. Codispoti, *Experimental analysis of typical hollow clay fictile tubules of cultural heritage of Mediterranean area*. Structural Analysis of Historical Constructions: Anamnesis, diagnosis, therapy, controls, 2016: p. 1362-1369.
 164. Tiberti, S., C. Scuro, R. Codispoti, R.S. Olivito, et al. *Post-cracking FRCM strengthening of an arch composed by hollow clay elements embedded in mortar: experimental investigations and numerical analyses*. in *Key Engineering Materials*. 2017. Trans Tech Publ.
 165. Tedesco, A., *Application of FRP materials on architectural elements in historical masonry*. PhD thesis, SIACE-XXIX cycle, University of Calabria, 2017.
 166. Vinci, M., *Metodi di calcolo e tecniche di consolidamento per edifici in muratura: analisi, esempi di calcolo, particolari costruttivi*. 2012: Dario Flaccovio.
 167. Lagomarsino, S., A. Penna, A. Galasco, and S. Cattari, *TREMURI program: an equivalent frame model for the nonlinear seismic analysis of masonry buildings*. Engineering Structures, 2013. **56**: p. 1787-1799.
 168. *Progetto originario dell'ex complesso gesuitico di Amantea, redatto da padre Carlo Quercia nel 1663 e conservato nella Biblioteca Nazionale Francese a Parigi*.
 169. Fera, E., *Amantea: la terra, gli uomini, i saperi*. 2000: Pellegrini Editore.
 170. Pacichelli, G.B., *Il regno di Napoli in prospettiva diviso in dodici provincie*. 1703: Nella stamperia di Michele Luigi Mutio.
 171. Olivito, R., A. Tedesco, and S. Porzio, *Diagnosis for an effective restoration project. Case study: the ex Jesuit convent in Amantea (CS)*. 2015.
 172. Zinzi, E. *Insedimento gesuitico in Calabria: aspetti architettonici, urbanistici, territoriali*. in *I Gesuiti e la Calabria*. 2002. Reggio Calabria: V. Sibilio.
 173. 1926:2007, U.E., *Metodi di prova per pietre naturali - Determinazione della resistenza a compressione uniassiale*. 2007.
 174. DPCM, *Direttiva del Presidente del Consiglio dei Ministri per la valutazione e riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale con riferimento alle NTC 2008*. DPCM 2011, 2011.
 175. Data, S.T.A., 3Muri – Manuale d'uso. 2012
 176. Caliò, I., M. Marletta, and B. Pantò. *A discrete element approach for the evaluation of the seismic response of masonry buildings*. in *Proceedings of 14th World Conference of Earthquake Engineering*. 2008.
 177. Biondi, A., *Analisi pushover*. 2014, Dario Flaccovio Editore.
 178. Focacci, F., *Rinforzo delle murature con materiali compositi*. Progettazione û calcolo û esempi applicativi. Dario Flaccovio Editore, Palermo, 2008.

Bibliografia

179. Cattari, S. and S. Lagomarsino, *A strength criterion for the flexural behaviour of spandrels in un-reinforced masonry walls*. Proc. of 14th WCEE, 2008.
180. Da Porto, F., M. Munari, A. Prota, and C. Modena, *Analysis and repair of clustered buildings: Case study of a block in the historic city centre of L'Aquila (Central Italy)*. Construction and building materials, 2013. **38**: p. 1221-1237.
181. Marques, R. and P.B. Lourenço, *Unreinforced and confined masonry buildings in seismic regions: Validation of macro-element models and cost analysis*. Engineering Structures, 2014. **64**: p. 52-67.
182. Rizzano, G., R. Sabatino, and M. Zambrano. *L'influenza delle fasce di piano sulla resistenza di pareti in muratura*. in *Proceedings of 13th ANIDIS Italian National Conference on Earthquake Engineering*. 2009.
183. Tomazevic, M., *Earthquake-resistant design of masonry buildings*. Vol. 1. 1999: World Scientific.
184. Circolare 2019, M.d.I.e.d.T., *Istruzioni per l'Applicazione dell'Aggiornamento delle "Norme Tecniche per le Costruzioni" di cui al Decreto Ministeriale 17 Gennaio 2018*. 2019, Circolare.
185. Beyer, K., *Peak and residual strengths of brick masonry spandrels*. Engineering Structures, 2012. **41**: p. 533-547.
186. Beyer, K. and S. Mangalathu, *Review of strength models for masonry spandrels*. Bulletin of Earthquake Engineering, 2013. **11**(2): p. 521-542.
187. Beyer, K. and S. Mangalathu, *Numerical study on the peak strength of masonry spandrels with arches*. Journal of Earthquake Engineering, 2014. **18**(2): p. 169-186.
188. Parisi, F., N. Augenti, and A. Prota, *Implications of the spandrel type on the lateral behavior of unreinforced masonry walls*. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2014. **43**(12): p. 1867-1887.
189. Stacec, s.r.l., VEM NL – Manuale d'uso. 2018
190. n.3519, O., *Ordinanza PCM del 28 aprile 2006 n.3519 "Criteri generali per l'individuazione delle zone sismiche e per la formazione e l'aggiornamento degli elenchi delle medesime zone"*. 2006.
191. Colombi, M., H. Crowley, G. Di Capua, S. Peppoloni, et al., *Mappe di rischio sismico a scala nazionale con dati aggiornati sulla pericolosità sismica di base e locale, in Progettazione Sismica*. 2010.
192. Chieffo, N. and A. Formisano, *Geo-hazard-based approach for the estimation of seismic vulnerability and damage scenarios of the old city of senerchia (Avellino, Italy)*. Geosciences (Switzerland), 2019. **9**(2).
193. Polese, M., M. Di Ludovico, A. Prota, G. Tocchi, et al., *Utilizzo della scheda Cartis per aggiornamento dell'inventario ed effetto sulle stime di vulnerabilità a scala territoriale. Utilizzo della scheda Cartis per aggiornamento dell'inventario ed effetto sulle stime di vulnerabilità a scala territoriale*, 2019: p. 71-84.
194. Zuccaro, G., M. Dolce, D. De Gregorio, E. Speranza, et al., *La scheda CARTIS per la caratterizzazione tipologico-strutturale dei comparti urbani costituiti da edifici ordinari. Valutazione dell'esposizione in analisi di rischio sismico*. Proceedings of the GNGTS, 2015.
195. Clementi, F., P.A. Mezzapelle, G. Cocchi, and S. Lenci. *Global analyses of historical masonry buildings: Equivalent frame vs. 3D solid models*. in *AIP Conference Proceedings*. 2017.
196. Chieffo, N. and A. Formisano, *Comparative seismic assessment methods for masonry building aggregates: a case study*. Frontiers in Built Environment, 2019. **5**: p. 123.
197. Dassault, S., *Abaqus Analysis User's Guide, Version 6.14*. 2014, Dassault Systèmes.

198. Olivito, R. and A. Tedesco. *Restoration works and valorization strategies of the architectural complex of S. Francesco in Amantea (CS)*. in *Conference Proceedings: Heritage and Technology. Mind Knowledge Experience. Aversa-Capri, Italy*. 2015.
199. Corradi dell'Acqua, L. and C. Comi, *Introduzione alla meccanica strutturale*. 1992, McGraw-Hill, Milano.
200. Monti Di Sopra, E., *Modelli di danno e plasticità per l'analisi di elementi strutturali in muratura*. 2009.
201. Panarello, M.F., Alfredo, *Dalla natura all'artificio. Villa Caristo dai Lamberti ai Clemente. Strategie insediative tra economia e potere nel Regio Demanio di Stilo*. 2015, Soveria Mannelli (CZ).
202. Valtieri, S., *Il progetto di conservazione del "castello" di San Fili a Stignano*. Quaderni Ce. Re. Re. Vol. 1. 2000, Reggio Calabria.
203. Borgese, D., *Il Castello di San Fili a Stignano (RC). Terremoto del 1908: simulazione dei danni e "riparo" immaginato*, in *Quaderni PAU*, G. Editore, Editor. 2008, Valtieri, Simonetta: Reggio Calabria.
204. Ombres, L., N. Mancuso, S. Mazzuca, and S. Verre, *Bond between carbon fabric-reinforced cementitious matrix and masonry substrate*. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 2019. **31**(1).
205. LLC, A., *Agisoft PhotoScan user manual. Professional edition, version 1.2.6*. 2017.
206. Sánchez-Aparicio, L.J., B. Riveiro, D. Gonzalez-Aguilera, and L.F. Ramos, *The combination of geomatic approaches and operational modal analysis to improve calibration of finite element models: A case of study in Saint Torcato Church (Guimarães, Portugal)*. *Construction and Building Materials*, 2014. **70**: p. 118-129.
207. Endo, Y., L. Pelà, and P. Roca, *Review of Different Pushover Analysis Methods Applied to Masonry Buildings and Comparison with Nonlinear Dynamic Analysis*. *Journal of Earthquake Engineering*, 2017. **21**(8): p. 1234-1255.
208. Funari, M.F., F. Greco, P. Lonetti, R. Luciano, et al., *An interface approach based on moving mesh and cohesive modeling in Z-pinned composite laminates*. *Composites Part B: Engineering*, 2018. **135**: p. 207-217.
209. Funari, M.F., F. Greco, P. Lonetti, and S. Spadea, *A numerical model based on ALE formulation to predict crack propagation in sandwich structures*. *Frattura ed Integrità Strutturale*, 2019. **13**(47): p. 277-293.
210. Sorrentino, L., D. D'Ayala, G. de Felice, M.C. Griffith, et al., *Review of Out-of-Plane Seismic Assessment Techniques Applied To Existing Masonry Buildings*. *International Journal of Architectural Heritage*, 2017. **11**(1): p. 2-21.
211. Gelfi, P., SIMQKE GR.
212. Tomasoni, E., *Le volte in muratura negli edifici storici*. Aracne, Rome, 2008.
213. Casapulla, C., A. Maione, L.U. Argiento, and E. Speranza, *Corner failure in masonry buildings: An updated macro-modeling approach with frictional resistances*. *European Journal of Mechanics, A/Solids*, 2018. **70**: p. 213-225.
214. Casapulla, C. and A. Maione, *Experimental and Analytical Investigation on the Corner Failure in Masonry Buildings: Interaction between Rocking-Sliding and Horizontal Flexure*. *International Journal of Architectural Heritage*, 2018.
215. Formisano, A. and G. Milani, *Seismic Vulnerability Analysis and Retrofitting of the SS. Rosario Church Bell Tower in Finale Emilia (Modena, Italy)*. *Frontiers in Built Environment*, 2019. **5**(70).
216. Milani, G., R. Shehu, and M. Valente, *A kinematic limit analysis approach for seismic retrofitting of masonry towers through steel tie-rods*. *Engineering Structures*, 2018. **160**: p. 212-228.
217. Quaroni, L., *La torre di Babele*. 1967.